

2023 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號	160009
參展科別	物理與天文學
作品名稱	陽光下的旋轉舞者——探討雙小行星的形成原因與其分佈之關聯
得獎獎項	三等獎

就讀學校 國立新竹高級中學

指導教師 黃晟庭、顧子平

作者姓名 謝承安

關鍵詞 雙小行星、YORP 效應、旋轉裂解

作者簡介



我是謝承安，新竹高中三年級，喜愛記錄自然，自小學受老師推薦踏入科展研究至今。高中時因為喜愛動畫《戀愛中的小行星》，開始鑽研小行星，並受雙小行星改道測試的啟發興趣使然研究此主題。過程中遭遇許多困難，在不斷的自我磨練與兩位指導老師不離不棄的指導後才能來到國際科展。希望能藉此機會開闊視野，更加瞭解這未知的宇宙。

摘要

現研究認為雙小行星的形成原因為小行星受YORP效應(Yarkovsky–O'Keefe–Radzievskii–Paddack effect)使自轉加速至裂解自轉週期後形成。此研究回推母小行星裂解自轉週期，推論雙小行星是否由YORP效應形成。結果呈現實際裂解自轉週期集中於1.4–2.4小時，較理想裂解自轉週期短。軌道半長軸0.5–3.5 AU，由YORP效應形成的雙小行星約佔總體73%，2.8 AU後無YORP效應產生的雙小行星。計算YORP效應產生的雙小行星佔總體比例分佈，呈現以1.8 AU為轉折點，轉折點前YORP比例接近，轉折點後比例隨與日距離增加持續下降。透過模擬YORP比例在長時間中的演化，呈現約 10^7 年後YORP比例分佈出現轉折點，演化時間越久轉折點與日距離增加，透過轉折點可推論小行星受演化的時長，但現行模型仍無法考量雙小行星形成過程與演化造成的多重因素，此些效應會使演化時間加長。非YORP效應產生的雙小行星在科克伍德空隙前方增加，推測受木星軌道共振使碰撞機率增加產生雙小行星。

Abstract

From current research, the main cause of binary asteroids is the YORP effect (Yarkovsky–O'Keefe–Radzievskii–Paddack effect), which accelerates spin period of asteroid to the fission spin period and then disrupt, and forms binary asteroid. This research infers the fission spin period of parent asteroids, thereby speculating the cause of binary asteroids. The result shows that the actual fission spin periods of parent asteroids are gathered in 1.4 – 2.4 hours, which is shorter than the Ideal fission spin period. The result indicates that 73% of binary asteroids in 0.5 – 3.5 AU are formed by YORP effect, after 2.8 AU, no binary asteroids generated by YORP effect. Calculated the distribution of binary asteroids generated by YORP effect as a percentage of all asteroids. The result shows that the YORP ratio has a turning point at 1.8 AU, In the region before the turning point, YORP ratio is similar, after the turning point, YORP ratio decrease as the solar distance increase. Through simulating the YORP ratio in long-term evolution, the results show after about 107 years, the YORP ratio distribution has a turning point. As evolutionary time is longer, the solar distance of turning point increase. The turning point could infer the evolutionary time of asteroids, but the multiple factors can't be considered in the current model, these effects would let the evolutionary time longer. The binary asteroids generated by non-YORP effect increase before the Kirkwood gap, these regions are affected by the orbital resonance of Jupiter, therefore, the collision probability of asteroids increases and leads to the non-YORP ratio being higher.

壹、前言

一、研究動機

小行星為太陽系眾多的天體之一，而雙小行星為近年熱門的研究主題，但雙小行星的形成原因仍有許多迷團，過去研究已知其與YORP效應(Yarkovsky–O'Keefe–Radzievskii–Paddack effect)高度相關(Walsh et al., 2008)，此效應會使小行星自轉角速度逐漸增加，若小行星結構為瓦礫堆(Rubble pile)，其達到臨界自轉週期後會裂解，可能因此形成雙小行星(Bottke, et al. 2006)。然而此理論僅是形成原因之一，其是否為雙小行星的主要形成原因？不同形成原因的雙小行星分佈是否有差異？此研究將藉由數據分析探討各個雙小行星的形成原因，並探討不同形成原因的雙小行星分佈差異。

二、研究目的

- (一)、了解雙小行星的分佈
- (二)、推論母小行星裂解時的自轉週期
- (三)、透過裂解時的自轉週期探討雙小行星的形成原因
- (四)、探討不同形成原因之雙小行星的分佈

三、文獻回顧

根據文獻所敘，雙小行星主要的形成原因有潮汐裂解、碰撞和YORP效應導致小行星旋轉裂解等原因(Jewitt et al., 2014)，其中最主要的形成原因為碰撞與旋轉裂解(Durda et al., 2004)，此研究主要探討這兩種形成原因。

(一)、碰撞

Durda et al.於2004年指出，雙小行星會由太陽系碰撞後產生的碎片互相捕獲，或是因小行星相互掠擦產生的碎片形成次星。由撞擊形成的雙小行星，可形成的各種質量比的雙小行星。但多數由碰撞形成的雙小行星主星直徑大於20公里，主星與衛星質量比極小(Margot et al., 2015)。

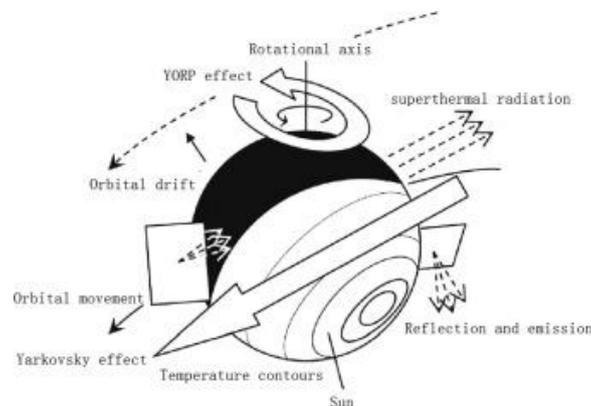
(二)、旋轉裂解與YORP效應

亞爾科夫斯基效應(Yarkovsky effect)，指太陽系小天體受到太陽照射後加熱，冷卻後光子給予天體作用力，導致天體日心軌道半長軸改變 (Vokrouhlicky et al., 2015)，逐漸演化成近地小行星(Jacobson & Scheeres, 2011)。由於小行星的形狀多為不規則，光子給予天體作用力時會產生力矩，使小行星的自轉週期、自轉軸傾角和進動週期產生改變 (Breiter & Murawiecka, 2015)，稱為YORP效應(Yarkovsky–O'Keefe–Radzievskii–Paddack effect)，如圖一，對於直徑小於十公里的小行星作用較為明顯(Scheeres, 2018)。描述YORP效應對單一小行星自轉角加速度的影響，可以下式表示(Scheeres, 2018)：

$$\dot{\omega} = \frac{3\Phi}{4\pi a_{\odot}^2 \sqrt{1 - e_{\odot}^2}} \frac{C}{\rho R^2} \quad (1)$$

Φ 為太陽輻射參數， C 為YORP常數，受小行星的形狀與傾角影響， a_{\odot} 為日心軌道半長軸， e_{\odot} 為日心軌道離心率， ρ 為小行星密度， R 為小行星半徑。

由上式可知，YORP效應對於小行星的影響程度取決於小行星的日心軌道半長軸、軌道離心率、半徑、密度、形狀和傾角。多數小行星屬於瓦礫堆結構(Rubble pile)，若是自轉角速度達到臨界自轉週期，會導致小行星進入旋轉裂解過程(Walsh et al., 2008)。可能因此形成雙小行星(Bottke et al., 2006)。受YORP效應影響使自轉加速時，由於離心力加強，小行星極區的質量會逐漸轉移至赤道，並演化近橢球體(Walsh et al., 2008)。



圖一：亞爾科夫斯基與YORP效應影響小行星示意圖，顯示受太陽輻射後，亞爾科夫斯基效應影響小行星公轉軌道，YORP效應則對小行星的自轉軸產生影響，使小行星加速旋轉。

(圖片資料來源：Hao-xuan & Jiang-hui, 2019)

(三)、雙小行星間的擾動

雙小行星形成後，太陽輻射會對其會產生BYORP效應(Binary Yarkovsky–O'Keefe–Radzievskii–Paddack effect)，影響雙星間的公轉狀態，雙小行星間軌道半長軸與離心率產生變化，視雙小行星的公轉方向決定，其軌道半長軸增加或減少，由於多數雙小行星為逆時針繞行，因此軌道半長軸多會逐漸減少，直至碰撞演化為單顆小行星 (Jacobson et al., 2016)。雙小行星的演化由BYORP效應主導，可能導致近地雙小行星在百萬年內消失(McMahon & Scheeres, 2010)。描述BYORP效應影響雙小行星軌道半長軸隨時間的變化，可以下式表示(Jacobson & Scheeres, 2011)：

$$\dot{a}_b = \pm \frac{3H_{\odot}B}{2\pi} \left(\frac{a^3}{\omega_d \rho R_p^2} \right) \frac{\sqrt{1+q}}{q^{\frac{1}{3}}} \quad (2)$$

$H_{\odot} = F_{\odot}/a_{\odot}^2 \sqrt{1-e_{\odot}^2}$ ， F_{\odot} 為太陽輻射常數， a_{\odot} 、 e_{\odot} 為日心軌道半長軸與離心率 (McMahon & Scheeres, 2010)， B 為BYORP常數， ω_d 為理想球體臨界自轉角速度 $= \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}$ ， a 為雙小行星軌道半長軸， R_p 為主星直徑， q 為主星與衛星質量比，正負值視雙小行星公轉方向而定。

另雙星間的潮汐作用也會影響公轉狀態，由於多數雙小行星之主星自轉較衛星公轉速度快，潮汐作用會使衛星逐漸遠離，因此潮汐作用與BYORP作用使雙星軌道半長軸的變化方向相反，當潮汐作用與BYORP效應之力矩達到平衡，最終會使雙小行星系統變為同步穩定軌道(Ćuk et al., 2021)，雙小行星間潮汐作用對雙小行星軌道半長軸隨時間的變化，可以下式表示(Jacobson & Scheeres, 2011)：

$$\dot{a}_t = \frac{3k_p}{Q} \left(\frac{\omega_d}{a^2} \right) q \sqrt{1+q} \quad (3)$$

k_p 為主星之洛夫數(tidal love number)，表示主星受潮汐作用的敏感度，與主星半徑成反比(Jacobson & Scheeres, 2011)， Q 為潮汐耗散數(tidal dissipation number)。

在此理論下，雙小行星會經歷多次裂解，潮汐作用與BYORP效應平衡時，形成穩定的同步軌道，同步軌道形成與否取決於雙小行星的質量比，當雙小行星質量比大於0.2時，才可能形成同步軌道(Jacobson & Scheeres, 2011)。為評估雙小行星軌道的穩定程

度，設一參數A為潮汐作用與BYORP效應比值，比較兩效應對雙小行星軌道半長軸的影響程度，可以下式表示(Jacobson & Scheeres, 2011)：

$$A = \frac{|\dot{a}_t|}{|\dot{a}_b|} = \frac{2\pi\omega_d^2\rho k_p R_p^2 q^3}{3H_\odot B Q a^7} \quad (4)$$

若雙小行星為同步軌道時， $A = 1$ ，為穩定的雙星軌道，若A值越小，代表BYORP效應強度高於潮汐作用，雙星軌道較不穩定，易受BYORP效應影響消失。

貳、研究方法與過程

一、了解雙小行星的分佈

為了解雙小行星的分佈與形成原因，此研究引用以下三個資料庫：

- (一)、IAU Minor Planet Center Data (2022) 小行星軌道參數資料中，各小行星日心軌道半長軸資料。
- (二)、Binary Minor Planets Compilation (Johnston, 2019) 之雙小行星軌道與物理參數資料，引用各雙小行星日心軌道半長軸、主衛星直徑、衛星公轉週期、雙小行星軌道半長軸、天體密度、系統質量等資料。
- (三)、Asteroid Lightcurve Data Base (Warner et al. 2021) 具觀測資料之小行星光變曲線資料，引用小行星直徑、光譜資料。

為了解小行星與雙小行星在太陽系中分布關係，以日心軌道半長軸代表小行星與日距離，採計主星日心軌道半長軸0.5 – 3.5 AU之雙小行星與小行星資料，並以0.05 AU為距離組距，計算每一組距中的小行星與雙小行星數量，並將其繪製圖表，觀察其分佈趨勢與差異。

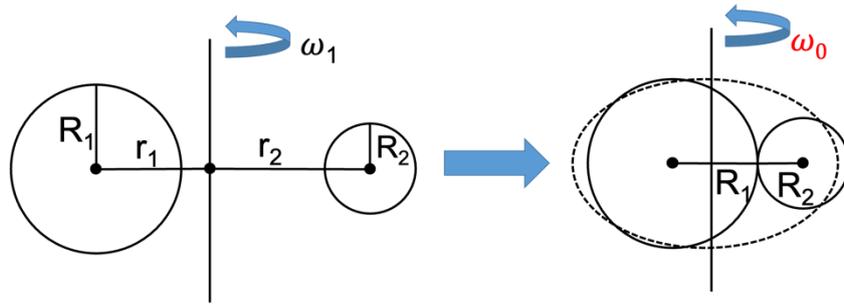
另為了解雙小行星的分佈，運用Python中pandas、numpy和scipy模組進行運算和曲線擬合，並藉由Python模擬YORP與BYORP效應在不同演化時間下雙小行星的比例分佈，最終使用matplotlib進行繪圖。

二、推論母小行星裂解時的自轉週期

在YORP效應影響下，小行星自轉週期會逐漸加速至臨界自轉週期並裂解，因此雙小行星之母小行星裂解時的自轉週期（簡稱裂解自轉週期）應會接近臨界自轉週期。為了推論雙小行星的形成原因，藉由現今的雙小行星的觀測數據，回推裂解自轉週期，藉此推論雙小行星的形成原因。此次研究使用兩種方法回推母小行星的裂解自轉週期，並相互驗證。

（一）、角動量法 (Angular Momentum Method)

假設角動量守恆與質量守恆，母小行星為半長軸 a 、 b 、 c ，且三軸不等長並以 c 軸為自轉軸的橢球體，主星與衛星皆為球體。由於裂解時間極短，將母小行星裂解時的自轉角動量可視為主星與衛星相連，兩者繞行共同質心旋轉的角動量，示意圖如圖二。



圖二：角動量法推算母小行星裂解自轉週期示意圖，研究者繪製。

母小行星的自轉角動量與雙小行星的公轉角動量可以下式表示：

$$\frac{1}{5}m_0\omega_0(a^2 + b^2) = \omega_0(m_1d_1^2 + m_2d_2^2) \quad (5)$$

m_0 為母小行星質量， m_1 為主星質量， m_2 為衛星質量， ω_0 為母小行星自轉角速度， a 、 b 為母小行星 a 軸與 b 軸長， d_1 為主星質心與共同質心距離， d_2 為衛星質心與共同質心距離。

在雙小行星相連，繞行共同質心旋轉的情形下，主星質心與衛星質心距離為 $R_1 + R_2$ 則主星、衛星與共同質心距離 d_1 、 d_2 為：

$$d_1 = \frac{m_2(R_1 + R_2)}{m_1 + m_2}, d_2 = \frac{m_1(R_1 + R_2)}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

R_1 為主星半徑， R_2 為衛星半徑，假設母小行星裂解後未受外力矩影響，則雙小行星公轉角動量，等於兩者相連，繞行共同質心旋轉的角動量：

$$\omega_1(m_1r_1^2 + m_2r_2^2) = \omega_0(m_1d_1^2 + m_2d_2^2) \quad (7)$$

ω_1 為雙小行星公轉角速度。 r_1 為主星與公轉質心距離， r_2 為衛星與公轉質心距離。

在觀測數據中，已知主星直徑 R_1 ，衛星直徑 R_2 、衛星與公轉質心距離 r_2 與公轉角速度 ω_1 ，為推論母小行星自轉角速度 ω_0 ，需推得主星與質心距離 r_1 、母小行星質量 m_0 、主星質量 m_1 和衛星質量 m_2 。假設雙星為密度相同的球體，則以下關係式成立：

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{R_2^3}{R_1^3} = \frac{r_1}{r_2} \quad (8)$$

以上式推得所需物理參數：

$$r_1 = \frac{m_2r_2}{m_1}, m_0 = m_1 + m_2, m_1 = \frac{m_0(R_1/R_2)^3}{1+(R_1/R_2)^3}, m_2 = \frac{m_0(R_2/R_1)^3}{1+(R_2/R_1)^3} \quad (9)$$

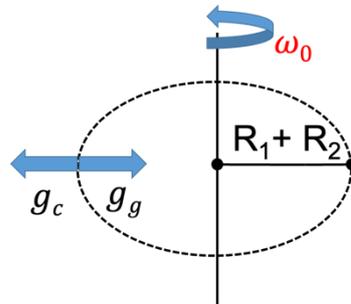
並透過克卜勒第三定律推算系統質量：

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}, m_0 = \frac{4\pi^2d_2^3}{T_1G} \quad (10)$$

T_1 為衛星公轉週期， G 為萬有引力常數 $=6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。所需數據已知後，將觀測數據帶入，即可推導雙小行星裂解前的母小行星自轉角速度 ω_0 。

(二)、理想裂解自轉週期 (Ideal Fission Spin Period)

由於小行星於赤道受到的離心加速度最大，當赤道離心加速度等於重力加速度時，小行星便會裂解，示意圖如圖三。



圖三：理想裂解自轉週期推算母小行星裂解自轉週期示意圖，研究者繪製。

假設小行星為球體，並考慮小行星表面受赤道重力加速度與離心加速度表示為：

$$g_g = \frac{GM}{R_0^2}, \quad g_c = -\omega_0^2 R_0 \quad (11)$$

g_g 為重力加速度， g_c 為離心加速度， R_0 為母小行星半徑，為模擬受 YORP 效應形變後的母小行星裂解自轉週期，因此假設小行星為橢球體，與角動量法相同。此時母小行星 $R_0 = R_1 + R_2$ ， T_0 為母小行星自轉週期，推論母小行星裂解自轉週期以下式表示：

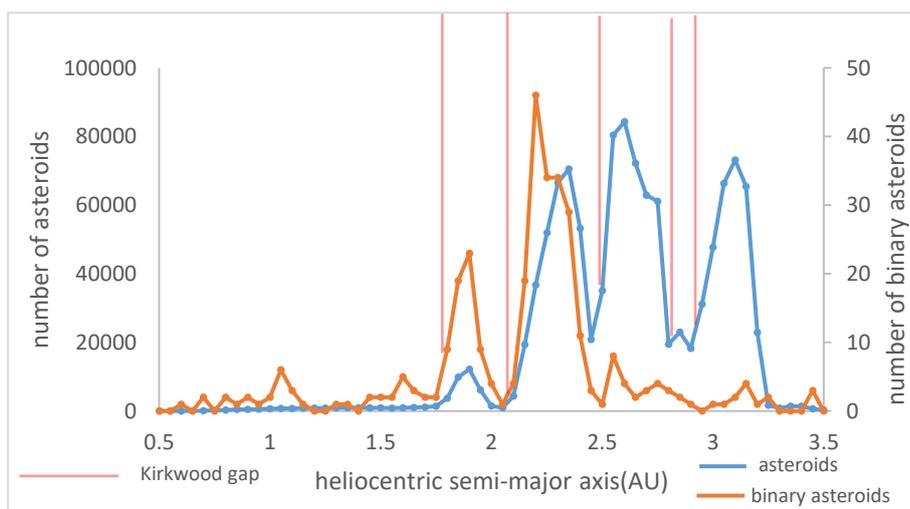
$$g_g = g_c, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0^3}} \quad (12)$$

以兩種方式推導母小行星自轉角速度後進行比較，以此推論雙小行星的形成原因。

參、研究結果與討論

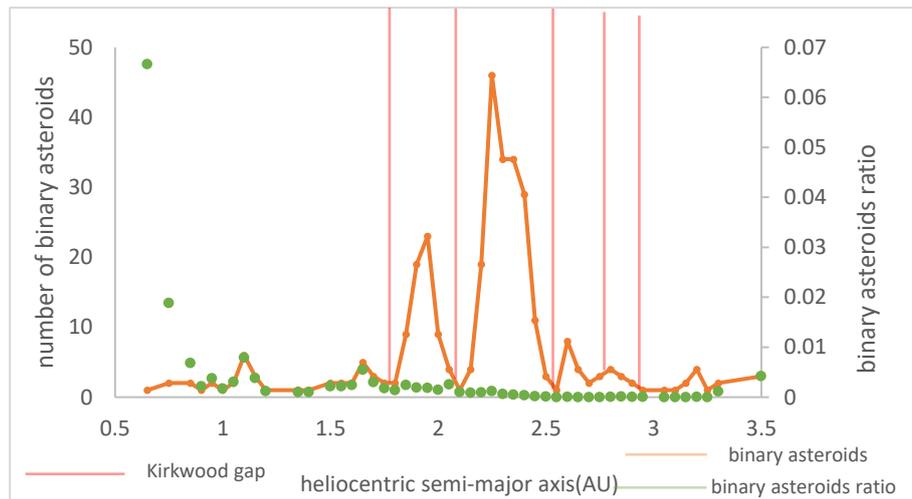
一、了解雙小行星的分布

以0.05 AU為距離組距，計算每一組距中的小行星與雙小行星數量，繪製日心軌道半長軸與數量統計圖，如圖四。呈現雙小行星與小行星的分佈略有不同，小行星數量最多的三個峰值落在2.4 AU、2.6 AU和3.15 AU 等科克伍德帶之間，雙小行星的數量峰值落在2 AU與2.2~2.4AU間，主要分布於小行星帶內側。



圖四：小行星與雙小行星數量統計，左欄為小行星數量（藍線），右欄為雙小行星數量（橘線），此圖顯示雙小行星多分布於小行星帶內側，外側數量極少，與小行星具有差異。

由圖四可知，小行星母體數量分佈不均，小行星帶以外區域因小行星數量差距過大，因此雙小行星數量也較少，為更明確推論形成雙小行星的效應與距離的關係，以各組距雙小行星數量除以總小行星數量，所得數據為雙小行星於各組距內佔總體小行星的比例（下簡稱雙小行星比例，Binary asteroids ratio），繪製此數據與與日心軌道半長軸關係，如圖五。



圖五：雙小行星比例統計，左欄為雙小行星數量（橘線），右欄為雙小行星比例（綠點），此圖顯示雙小行星比例隨軌道半長軸增加有逐漸減少之趨勢。

依照雙小行星的數量分佈，可大致將雙小行星分為三個區域：

（一）、近日區域（日心軌道半長軸0.6 - 1.8 AU），此區域因與日距離短，YORP效應最強。圖五呈現隨日心軌道半長軸增加，而比例逐漸下降，與YORP效應強度隨軌道半長軸增加而下降相同，但此處的雙小行星並非全由YORP效應產生，須先理解雙小行星的形成原因後，才可推論由YORP效應產生的雙小行星比例與YORP效應強度隨日心軌道半長軸變化的趨勢是否相同。

（二）、小行星帶內側（日心軌道半長軸1.8 - 2.5 AU），雙小行星數量最多。小行星中科克伍德帶如圖五紅綠線標示，呈現在部分科克伍德帶前，雙小行星比例微幅提升，但兩者關聯性仍需更多數據佐證。小行星帶內側區域形成的雙小行星多於外側，約以2.5 AU為界。

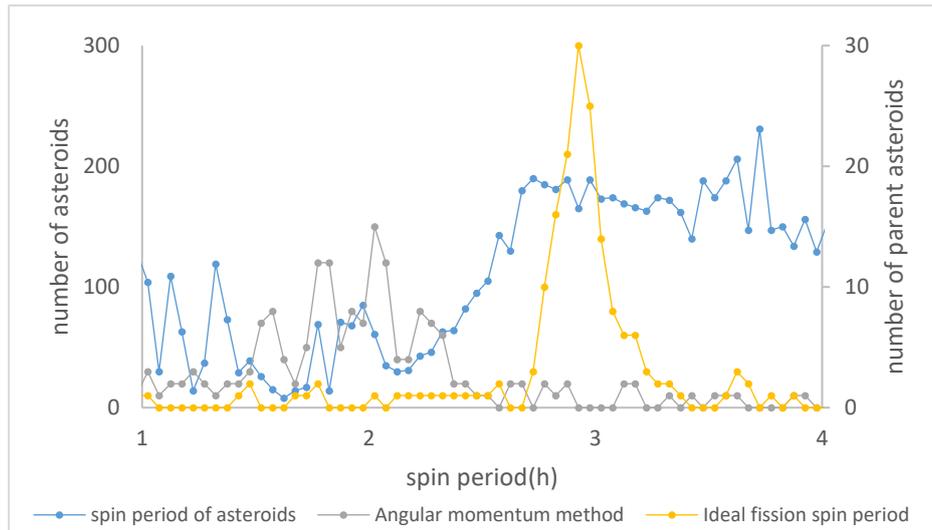
(三)、小行星帶外側(日心軌道半長軸2.5 – 3.2 AU)，雙小行星數量及比例皆減少，至3.2 AU後各組距內多無雙小行星，而此在日心軌道半長軸2.7 AU與3.2 AU各有一小行星聚集區域，但此處卻未如2.3 AU處形成較多的雙小行星。

由雙小行星的分佈，可發現雙小行星與小行星分佈具有差異，雙小行星比例隨日心軌道半長軸增加而下降，可能與YORP效應相關。科克伍德帶前方可能受碰撞效應影響，雙小行星比例微幅增加，但無法清楚了解雙小行星各形成原因與其分佈的關聯。下步將透過回推雙小行星裂解前母小行星的自轉週期，推論雙小行星形成原因，並探討不同形成原因的雙小行星分佈。

二、推論母小行星的裂解自轉週期

將推導後的母小行星裂解自轉週期以 0.05 小時為組距，計算各組距中具觀測數據的未裂解小行星自轉週期與母小行星的裂解自轉週期進行比較，如圖六，呈現多數角動量法推導的裂解自轉週期，集中於 1.4 - 2.4 小時，較理想球體裂解自轉週期短，其則集中於 2.7 - 3.2 小時。

雖兩種方式假設的母小行星大小相同，但回推的裂解自轉週期具有差異，推測是因形成雙小行星後，雙星軌道受擾動會導致推算的自轉週期有所偏差。比較兩種方法的集中區間，位於角動量法的集中區間中，小行星數量較少，應是此區域的雙小行星裂解形成雙小行星導致，但理想裂解週期則無此現象。由此推論角動量法推論的裂解自轉週期，較接近實際情形，代表母小行星實際的裂解自轉週期應低於理想裂解自轉週期，推測是受到小行星形狀或結構影響，需要比預期高的離心加速度才能使小行星裂解。



圖六：小行星自轉週期與母小行星裂解自轉週期之比較，為各組距內小行星與母小行星數量，左欄為現今未裂解具觀測數據的小行星數量（藍線），右欄為推算裂解自轉週期的母小行星數量（黃線與灰線），此圖顯示角動量法與理想裂解自轉週期推算的裂解自轉週期的集中區間。

推論方法	角動量法	理想裂解自轉週期
集中區間	1.4 - 2.4 小時	2.7 – 3.2 小時
優點	相較於理想裂解自轉週期，更接近每顆母小行星的實際裂解自轉週期	模型較簡單，推論的裂解自轉週期集中區間明顯
缺點	雙小行星形成後受擾動影響，會使推論的裂解自轉週期產生偏差	母小行星半徑與質量與實際值偏差較大，使推論裂解自轉週期較長

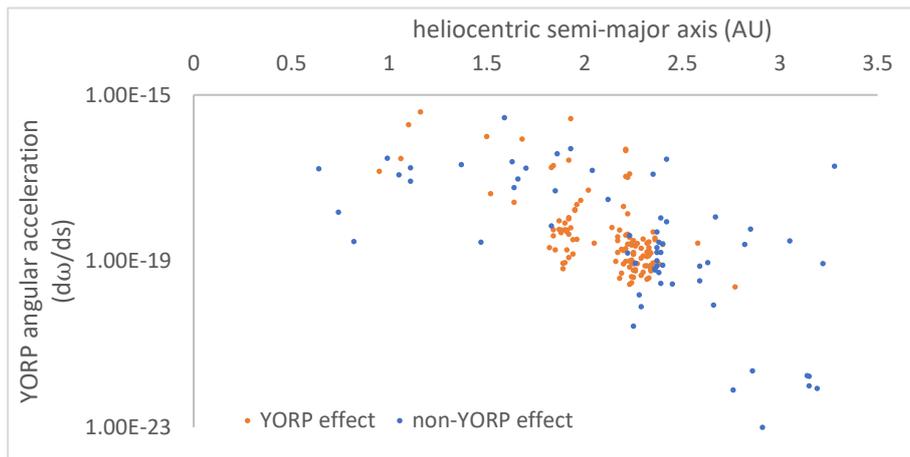
表一：角動量法與理想裂解自轉週期比較，顯示角動量法推論的裂解自轉週期較接近真實的母小行星裂解自轉週期。

三、透過裂解時的自轉週期探討雙小行星的形成原因

YORP 效應會導致小行星達到臨界自轉週期時裂解，以母小行星裂解自轉週期是否位於集中區間為條件，推論雙小行星的形成原因是否為 YORP 效應。裂解自轉週期同時落在

兩種方法之集中區間共 120 顆。推論其形成原因為 YORP 效應，皆未落於兩種方法集中區間的雙小行星，則歸類為非 YORP 效應所形成，共 61 顆。

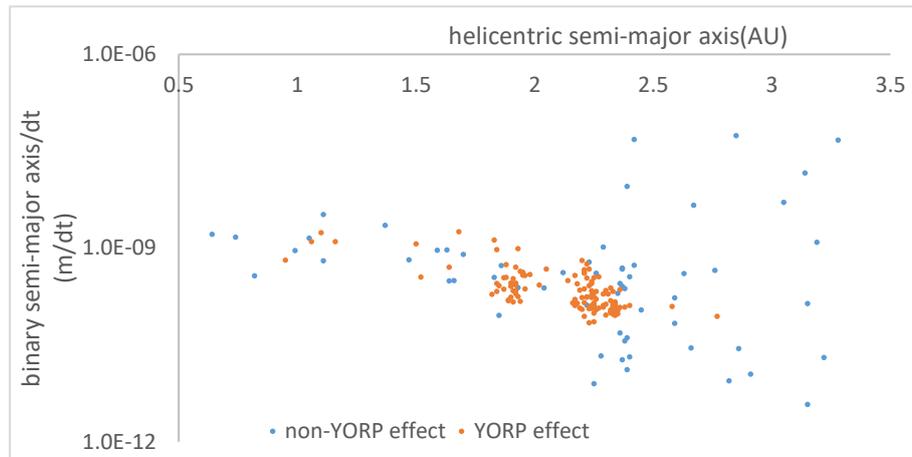
為比較 YORP 效應對母小行星的影響程度，將推論母小行星半徑代入 YORP 效應產生之角加速度公式中，由於小行星形狀等參數未知，無因次常數皆假設為 0.01，所推導的數值僅能作為比較用。小行星密度以觀測數據或光譜類型推論(Krasinsky, et al.,2002)，將結果繪製為圖七。呈現位於小行星帶之母小行星所受 YORP 效應的角加速度雖較近日區域低約 100 倍，但大多仍因 YORP 效應形成雙小行星。近日區域角加速度較快，由 YORP 效應產生的比例卻較低，可能原因即為此區域受 BYORP 效應影響較強，使雙星軌道產生擾動改變角動量，因此母小行星的裂解自轉週期偏離區間。須考量雙星軌道間的擾動，重新推論雙小行星的形成原因。



圖七：母小行星所受 YORP 效應強度與形成原因比較，呈現小行星帶內側母小行星角加速度較近日區域低約 100 倍，近日區域的母小行星所受的 YORP 效應較強，推論由 YORP 效應形成比例較低，可能為低估近日區域雙小行星由 YORP 效應產生的數量。

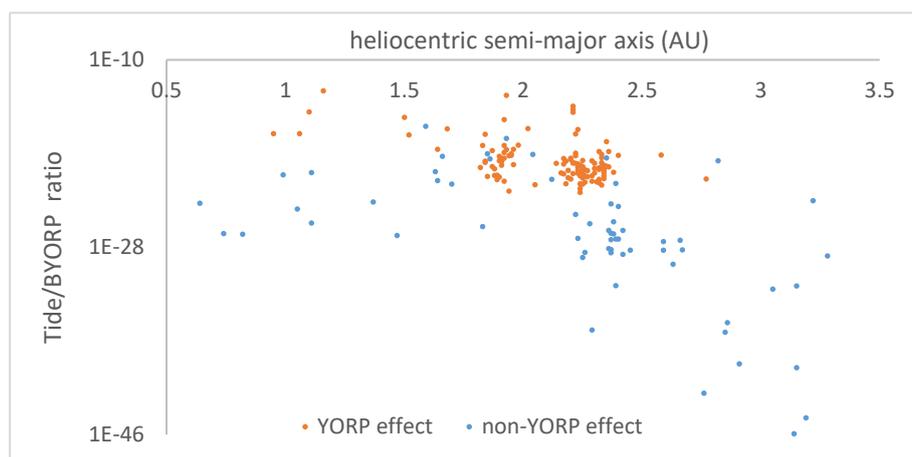
為了解 BYORP 效應對於雙小行星的影響，將雙小行星數據代入式 3 的 BYORP 效應公式中，推算其對各個雙小行星系統之影響，參數引用 Jacobson & Scheeres 於 2011 年提出之模型， $B = 10^{-3}$ ，將數據繪製成圖八。如圖所示，近日區域的雙小行星，受 BYORP 效應使雙小行星軌道半長軸變化量較大，使推論的裂解自轉週期偏離集中區間。但此區域 YORP 與非 YORP 效應形成的雙小行星所受 BYORP 效應強度差異不大，無法解釋雙星擾

動是否影響角動量，仍需考量潮汐作用並比較各雙小行星潮汐作用與 **BYORP** 效應之比值，才可了解是否因 **BYORP** 效應使推論的自轉週期偏離集中區間。



圖八：**BYORP** 效應對雙小行星軌道半長軸變化，相較於小行星帶內側，呈現近日區域 **BYORP** 效應影響的速率較快，但仍須考量潮汐作用的影響。部分小行星帶外側的雙小行星所受 **BYORP** 效應強度也高於小行星帶內側。

將雙小行星數據代入式 4 比較潮汐作用與 **BYORP** 效應的比值，代表對雙小行星軌道半長軸的影響程度，數值越接近 1 代表越穩定。參數引用 Jacobson & Scheeres 於 2011 年提出之模型， $Q = 10^2$ ， $k_p = 2.5 \times 10^{-5} R_p^{-1}$ ，數據繪製成圖九。顯示非 **YORP** 效應形成的小行星，其潮汐作用與 **BYORP** 效應比值多較 **YORP** 效應形成的雙小行星低，代表雙星軌道較不穩定，更易受 **BYORP** 效應影響，使推論之裂解自轉週期偏離集中區間，導致推論為非 **YORP** 效應形成的雙小行星。另外在日心軌道半長軸大於 2.4 AU 區域，多數雙小行星潮汐作用與 **BYORP** 效應強度比值遠低於其他雙小行星，並且為非 **YORP** 效應形成，推論其可能是因碰撞、捕獲等原因，形成質量比極小的雙小行星，進而使此區域 **YORP** 效應產生的雙小行星數量較少。



圖九：雙小行星潮汐作用與 BYORP 效應對軌道半長軸影響強度之比值，數值越接近 1 代表雙小行星軌道越穩定，圖表顯示推論為非 YORP 效應形成的雙小行星，其雙星間軌道穩定度較低。可能是因受到 BYORP 效應影響雙星公轉角動量，導致被推論為非 YORP 效應形成。

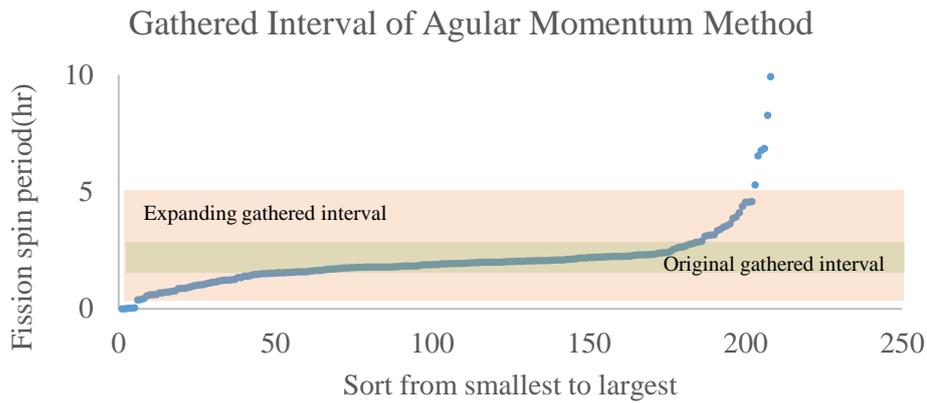
依據上述，YORP 效應形成的雙小行星應被低估，因此再將未歸類為 YORP 效應形成的雙小行星重新分類並擴展其集中區間，如圖十所示。且符合以下條件能被 YORP 效應影響，若全數符合，則重新歸類為由 YORP 效應形成。

(一)、推論之母小行星裂解自轉週期位於擴展集中區間，因此角動量法推論的裂解自轉週期須為 0.4 – 4.6 小時，理想裂解自轉週期推論的裂解自轉週期須為 1.4 -5.9 小時。

(二)、Margot et al.於 2015 年指出主星直徑大於 20 公里的雙小行星，多由碰撞效應所形成，因此主星直徑應小於 20 公里，且主星自轉週期不可過於遠離臨界自轉週期，因此主星自轉週期須位於主星自轉週期的集中區間，需小於 4.8 小時。

(三)、雙小行星軌道半長軸與公轉週期過大，即使雙小行星由碰撞形成，也可能使推論的裂解自轉週期位於集中區間，因此排除異常高值，雙小行星軌道半長軸需小於兩百公里，軌道公轉週期小於 62 小時。

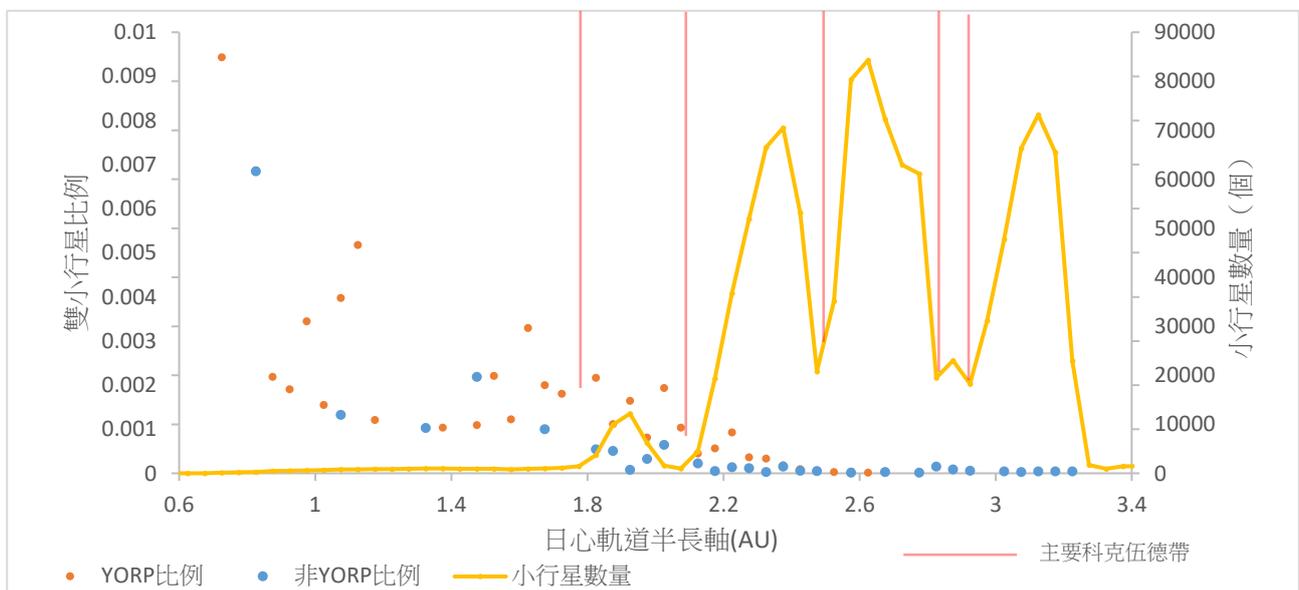
若上述條件皆符合，則推論為受 BYORP 效應影響，導致母小行星的裂解自轉週期，偏離集中區間的雙小行星，應視為由 YORP 效應形成。最終推論由 YORP 效應形成的雙小行星共 157 顆，非 YORP 效應形成的雙小行星為 57 顆，YORP 效應為主要的形成原因，佔 73%。



圖十：角動量法推論之裂解自轉週期擴展集中區間示意圖

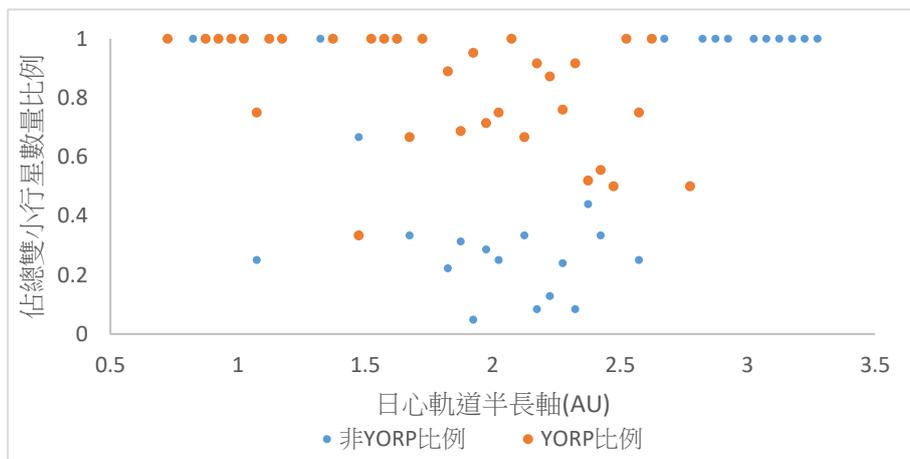
四、探討不同形成原因之雙小行星的分佈

首先探討非 YORP 效應形成之雙小行星比例（簡稱非 YORP 比例，non-YORP ratio）分佈，如圖十一。在小行星帶 1.8 AU、2.1 AU、2.4 AU 之科克伍德帶前方，非 YORP 比例增加，推論此為木星引力導致小行星碰撞機率增加，因而提升非 YORP 比例的雙小行星。日心軌道半長軸大於 2.4 AU 區域，此處距離較遠且直徑小於 20 公里的小行星數量較少，代表 YORP 效應產生的雙小行星較少，YORP 效應難以作用於此區域的小行星，YORP 比例極低或無 YORP 效應形成之雙小行星。推論雖此區域也受到木星重力擾動使小行星撞擊機率增加，但形成的雙小行星質量比較小，使 BYORP 效應強度較強，導致雙小行星更快消失，非 YORP 效應產生的雙小行星比例也較低，圖八與圖九也顯示此區域部分雙小行星 BYORP 效應較強且穩定度低。



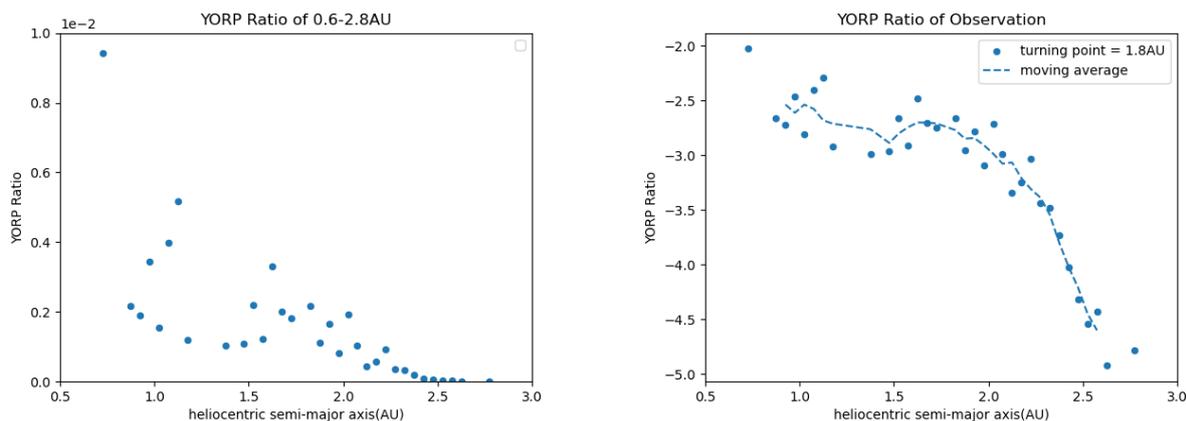
圖十一：不同形成原因雙小行星比例與分佈，左欄為雙小行星比例（橘點與藍點），右欄為小行星數量（黃線），圖表顯示 YORP 比例在多數區域高於非 YORP 比例，且在小行星帶內側科克伍德帶前方非 YORP 比例略為增加。

圖十二為各組距的 YORP 與非 YORP 效應產生的雙小行星佔總雙小行星比例，呈現近日區域、小行星帶內側多數的雙小行星形成原因為 YORP 效應，在 2.8 AU 後無 YORP 效應形成的雙小行星。由此可知 YORP 效應，其影響範圍約以 2.8 AU 為界，在此界線以前，小行星較有可能因為 YORP 效應而裂解。



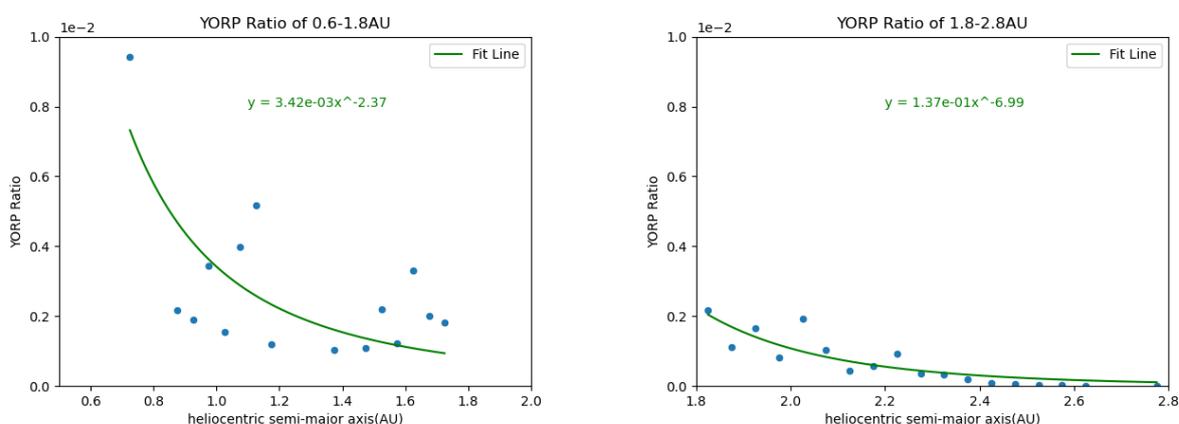
圖十二：各組距的 YORP 與非 YORP 效應產生的雙小行星佔總雙小行星比值，顯示近日區域與小行星帶內側雙小行星主要由 YORP 效應形成。小行星帶外側主要由非 YORP 效應形成。

另探討 YORP 效應產生的雙小行星比例（下簡稱 YORP 比例，YORP Ratio），YORP 效應的角加速度會受到小行星形狀、半徑、密度、自轉軸傾角、日心軌道半長軸與離心率影響。在假設小行星形狀、自轉軸傾角與日心軌道離心率隨機分佈，僅有日心軌道半長軸、小行星密度和半徑會影響 YORP 效應的角加速度。若小行星密度與半徑在各區域為隨機分佈，其應與 YORP 效應角加速度隨日心軌道半長軸變化的趨勢一致，呈平方反比。為瞭解此假設是否正確，繪製各組距 YORP 比例與軌道半長軸之關係及擬合曲線，如圖十三。



圖十三：左為 YORP 比例，右為將比例取對數後的圖表，呈現比例在各軌道半長軸組距的分佈上具有一轉折點，位於 1.8 AU

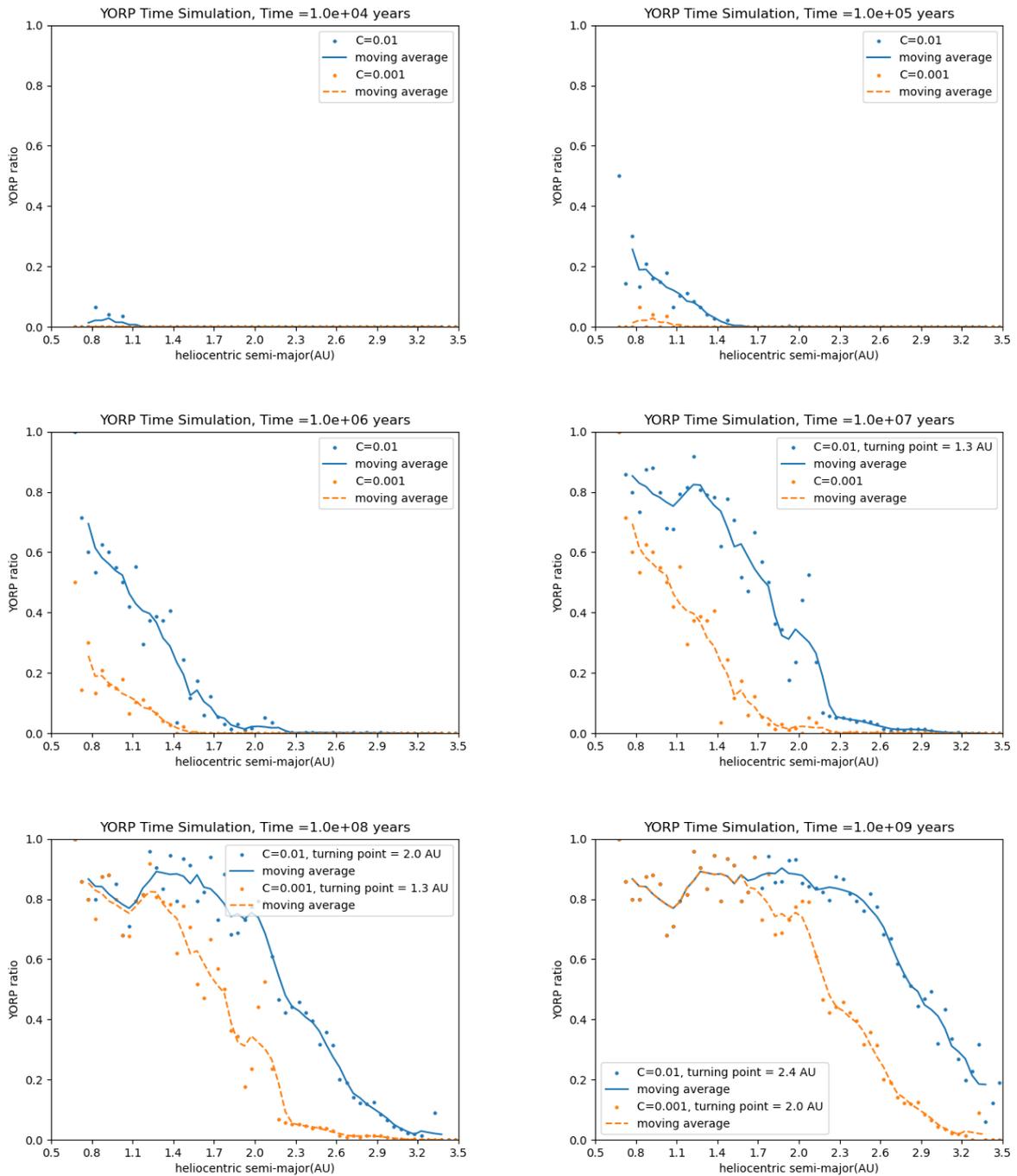
圖十三呈現越接近太陽，YORP 比例越高，其趨勢類似乘冪變化，右圖則為將 YORP 比例取對數，使變化趨勢更加明顯，呈現在近日區域，比例較為接近，在小行星帶中有一轉折點，轉折點以後 YORP 比例下降。為瞭解 YORP 形成的雙小行星在各區域的差異，以 1.8AU 為界，針對兩區域進行擬合，如圖十四。



圖十四：分區段擬合之 YORP 比例，近日區域的比例隨日心軌道半長軸無明顯的變化趨勢，但整體而言比例接近。小行星帶則具有明顯趨勢，YORP 比例約與日心軌道半長軸呈-7 次方的乘冪曲線。

現了解 YORP 比例的分佈，具有一轉折點於 1.8 AU，2.8 AU 以後則無 YORP 效應產生的雙小行星。推論兩者區域的變化差異，可能最主要是因雙小行星演化造成的影響造成兩區域的分佈趨勢不同。為了解雙小行星在長時間演化下的分佈改變，計算在長時間尺度影響下，現在的小行星受到 YORP 效應產生角加速度使自轉角速度增加後，達到臨界自轉

角速度崩解產生雙小行星的數量，並計算 YORP 比例，角加速度中 YORP 常數設為 0.01（最大值）與 0.001（最小值）。以及現在的雙小行星，受到 BYORP 效應後，因雙星軌道半長軸逐漸縮短，當軌道半長軸距離小於雙星半徑後因碰撞消失，並計算消失的 YORP 比例。使用資料為 Asteroid Lightcurve Database，小行星母體數量不同，因此在 BYORP 效應的時間模擬中，YORP 比例與前述研究不同。圖十五為模擬結果。



圖十五：YORP 效應時間模擬從開始變化到演化結束之結果，YORP 效應模擬時間為 $10^4 - 10^9$ 年

YORP 效應的時間模擬結果顯示，近日區域雙小行星比例增加的速度較高，至約 10^7 年後 YORP 比例達到飽和不再增長，並出現轉折點，代表達飽和與未達飽和區域的分界。最終停止演化的轉折點約為 2.4~2.5AU 處，代表此區域需要演化的時間過久，剩餘的小行星，無法藉由 YORP 效應產生雙小行星。

將模擬結果與觀測值比對，現今 YORP 比例分佈趨勢的轉折點約位於 1.8 AU，直至 3 AU 會趨近於 0。與現今觀測數據的分佈中，無軌道半長軸大於 2.8 AU 由 YORP 效應的雙小行星相似，代表兩者分佈趨勢接近。但轉折點顯示現今 YORP 比例的分佈，演化時間約為 $10^8 - 10^9$ 年，與小行星帶的年齡差距極大，因此模型仍未考量形成後的雙小行星受到的 BYORP 效應，YORP 比例不會減少，且並非每次的旋轉裂解事件皆會產生雙小行星 (Scheeres, D. J., 2009)。但目前無法準確估計這些效應的影響程度，僅知這些效應影響後，轉折點在相同演化時間下應會更接近太陽，達到同一轉折點所需的演化時間被加長。

肆、結論與應用

一、雙小行星與小行星的分佈具有差異，可區分為近日區域（日心軌道半長軸0.6 – 1.8AU），雙小行星比例最高，隨著軌道半長軸增加而逐漸減少。小行星帶內側（日心軌道半長軸1.8 – 2.4 AU）此區域雙小行星數量最多，小行星帶外側（日心軌道半長軸2.4 – 3.5 AU）雙小行星數量下降，比例最低。

二、以角動量法和理想裂解自轉週期推論母小行星裂解自轉週期，皆具有一集中區間，此集中區間為此方法推論之臨界自轉週期。角動量法推測的臨界自轉週期為1.4 – 2.4小時，而理想裂解自轉週期推論之集中區間為2.7 – 3.2小時。角動量法推論之裂解自轉週期較符合實際裂解自轉週期，實際的裂解自轉週期則低於理想球體裂解自轉週期。

三、近日區域與小行星帶內側，多數雙小行星由YORP效應形成。日心軌道半長軸大於2.8AU的小行星，多由非YORP效應的形成方式形成雙小行星。非YORP效應形成的雙小行

星比例，在日心軌道半長軸1.8 AU、2.1 AU和2.4 AU的科克伍德帶前方，比例會微幅上升，是受到木星重力擾動導致小行星碰撞機率增加，因而增加非YORP效應產生的雙小行星比例。

四、雙小行星的形成原因主要為YORP效應，軌道半長軸0.5 – 3.5 AU的雙小行星，由YORP效應形成的雙小行星推論佔雙小行星73%。由YORP效應形成的雙小行星的比例，以1.8AU為轉折點，日心軌道半長軸小於1.8AU，YORP產生的雙小行星比例接近，大於1.8AU後的區域YORP比例持續下降。

五、在長時間YORP 比例的演化過程，近日區域演化一定時間後會達到最大比例而飽和，出現轉折點區分已飽和與未飽和的區域，並隨演化時間增加，轉折點與日距離逐漸增加，模擬的分佈趨勢與現今觀測類似。

六、藉由轉折點可推論小行星群的演化時間，但目前演化模型仍無法將旋轉裂解過程是否能產生雙小行星與BYORP效應等多重因素共同考量。未來展望能透過模擬雙小行星裂解過程，求出是否能產生雙小行星及其軌道參數，讓模型可考量上述兩因素，以更準確估計各組距中YORP比例。此研究提出以YORP比例演化模型推論小行星群演化經過的時間，希望未來在模型與理論成熟後，能藉此推論特定小行星種類或家族形成的時間，透過另一種方式探討小行星分佈的演化。

伍、參考文獻

Breiter, S., & Murawiecka, M. (2015). Tumbling asteroid rotation with the YORP torque and inelastic energy dissipation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(3), 2489-2497.

Bottke Jr, W. F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., & Nesvorný, D. (2006). The Yarkovsky and YORP effects: Implications for asteroid dynamics. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 34, 157-191.

Ćuk, M., Jacobson, S. A., & Walsh, K. J. (2021). Barrel Instability in Binary Asteroids. *The Planetary Science Journal*, 2(6), 231.

Durda, D. D., Bottke Jr, W. F., Enke, B. L., Merline, W. J., Asphaug, E., Richardson, D. C., & Leinhardt, Z. M. (2004). The formation of asteroid satellites in large impacts: Results from numerical simulations. *Icarus*, 167(2), 382-396.

Hao-xuan, J., & Jiang-hui, J. (2019). A Review for the Thermophysics and the Yarkovsky and YORP Effects of Asteroids. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 43(1), 1-22.

IAU Minor Planet Center (15 January 2022). IAU Minor Planet Center Orbit Database. <https://www.minorplanetcenter.org/iau/MPCORB/MPCORB.DAT>.

Jewitt, D., Agarwal, J., Li, J., Weaver, H., Mutchler, M., & Larson, S. (2014). Disintegrating asteroid P/2013 R3. *The astrophysical journal letters*, 784(1), L8.

Johnston, W. R. (2019). Binary Minor Planets Compilation V3. 0. *NASA Planetary Data System*.

Jacobson, S. A., Marzari, F., Rossi, A., & Scheeres, D. J. (2016). Matching asteroid population characteristics with a model constructed from the YORP-induced rotational fission hypothesis. *Icarus*, 277, 381-394.

Jacobson, S. A., & Scheeres, D. J. (2011). Long-term stable equilibria for synchronous binary asteroids. *The Astrophysical Journal Letters*, 736(1), L19.

Jacobson, S. A., & Scheeres, D. J. (2011). Dynamics of rotationally fissioned asteroids: Source of observed small asteroid systems. *Icarus*, 214(1), 161-178.

Krasinsky, G. A., Pitjeva, E. V., Vasilyev, M. V., & Yagudina, E. I. (2002). Hidden mass in the asteroid belt. *Icarus*, 158(1), 98-105.

Margot, J. L., Pravec, P., Taylor, P., Carry, B., & Jacobson, S. (2015). Asteroid systems: binaries, triples, and pairs. *Asteroids IV*, 355, 374.

McMahon, J., & Scheeres, D. (2010). Detailed prediction for the BYORP effect on binary near-Earth Asteroid (66391) 1999 KW4 and implications for the binary population. *Icarus*, 209(2), 494-509.

Scheeres, D. J. (2009). Stability of the planar full 2-body problem. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 104(1), 103-128.

Scheeres, D. J. (2018). Disaggregation of small, cohesive rubble pile asteroids due to YORP. *Icarus*, 304, 183-191.

Vokrouhlicky, D., Bottke, W. F., Chesley, S. R., Scheeres, D. J., & Statler, T. S. (2015). The Yarkovsky and YORP effects. *arXiv preprint arXiv:1502.01249*.

Walsh, K. J., Richardson, D. C., & Michel, P. (2008). Rotational breakup as the origin of small binary asteroids. *Nature*, 454(7201), 188-191.

Warner, B. D., Harris, A. W., & Pravec, P. (2021). The asteroid lightcurve database. *Icarus*, 202(1), 134-146.

【評語】 160009

本作品探討由 YORP 效應形成雙小行星的比例並討論其軌道分佈。作者分析大型天文資料庫的小行星資料，提出判別雙小行星是否由 YORP 效應形成的條件，獲得雙小行星有 73% 是由旋轉裂解 (YORP 效應) 形成的，同時也討論了這些雙小行星的軌道分佈。本作品顯示作者背景知識豐富，分析能力強，有許多物理內涵的討論，堪稱佳作。建議作者應強化判別雙小行星是否由 YORP 效應形成的論據，增加作品結果的可信度。