

2025年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號

160026

參展科別

物理與天文學

作品名稱

懸掛液滴的光學成像性質與其組合應用探討

就讀學校

高雄市立高雄女子高級中學

指導教師

林孝正

陳鈞彥

作者姓名

陳芊卉

關鍵詞

液滴透鏡、放大率、球透鏡

作者簡介



我是陳芊卉，來自高雄女中，因為在課堂中學習到關於透鏡成像的知識時感到好奇，生活中使否有輕易取得類似透鏡的物品？便聯想到了我們生活中不可或缺的「水」。自從利用手做的液滴透鏡裝置觀察到物體的成像，我便希望能夠看到更多在不同狀況下的物體成像，並了解其中的物理知識。實驗過程中即使遇到困難，得到的數據不完美，我也希望能讓更多人透過小小的液滴，學習到背後更深層的物理知識。

2025 年台灣國際科學展覽會

研究報告

區別：南區

科別：物理與天文學

作品名稱：懸掛液滴的光學成像性質與其

組合應用探討

關鍵詞：液滴透鏡、放大率、球透鏡

編號：

摘要

眾所周知，水滴是生活周遭容易取得且可以放大物的透鏡，藉由作品中的實驗裝置能夠方便的觀察液滴中的成像，且能夠隨意地改變曲率半徑和折射率，並搭配手機方便觀察與紀錄結果。若欲知液滴中成像的放大率，可利用測得的曲率半徑帶入「造鏡者公式」得知水滴的焦距，得知焦距後，便可將其帶入「薄透鏡公式」，即可得知放大率(距離水滴的長度不同，有不同的放大率)，再利用實驗驗證算出的焦距和放大率是否符合實際的焦距。之後改變液滴的曲率半徑和種類並比較其對放大率的影響(本研究討論曲率半徑 0.1 公分和 0.15 公分的差距、水和食鹽水的折射率差距)。此外，更加以研究「球透鏡公式」與「薄透鏡公式」所算出的數據之差距與實驗觀察結果比較，並應用於複合透鏡中。

summary

As we all know, water droplets are lenses that are easy to obtain and magnify objects around life, and the experimental device in the work can easily observe the imaging in the droplets, and can change the rate radius and refractive index at will, and use the mobile phone to easily observe and record the results. If you want to know the magnification of the image in the droplet, you can use the measured radius of curvature to know the focal length of the water droplet by using the measured radius of curvature, and then you can bring it into the "thin lens formula", you can know the magnification (there are different magnifications from the length of the water droplet), and then use the experiment to verify whether the calculated focal length and magnification are in line with the actual focal length. The radius of curvature and the species of the droplets were then changed and their effects on the magnification were compared (the difference between the radius of curvature of 0.1 cm and 0.15 cm, the refractive index difference between water and salt water was discussed). In addition, the gap between the data calculated by the "Ball Lens Formula" and the "Thin Lens Formula" is compared with the experimental observations, and applied to composite lenses.

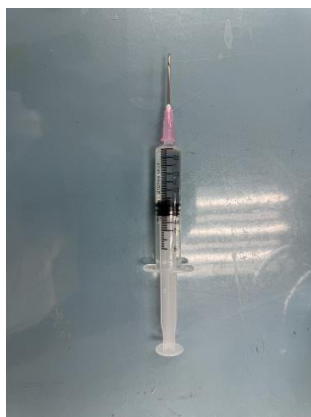
一 研究動機

在課堂中學習到關於透鏡成像的知識，便感到好奇，生活中使否有輕易取得的、類似透鏡的物品?便聯想到了我們生活中不可或缺的「水」。水滴有表面張力，可以使水滴的形狀趨於圓形，形似透鏡。我因此更好奇了，如果水滴可以放大物體，那到底可以放到多大?所以我上網找資料，發現了許多可以測量水滴放大率的實驗，於是決定自己動手做做看!

二 研究目的

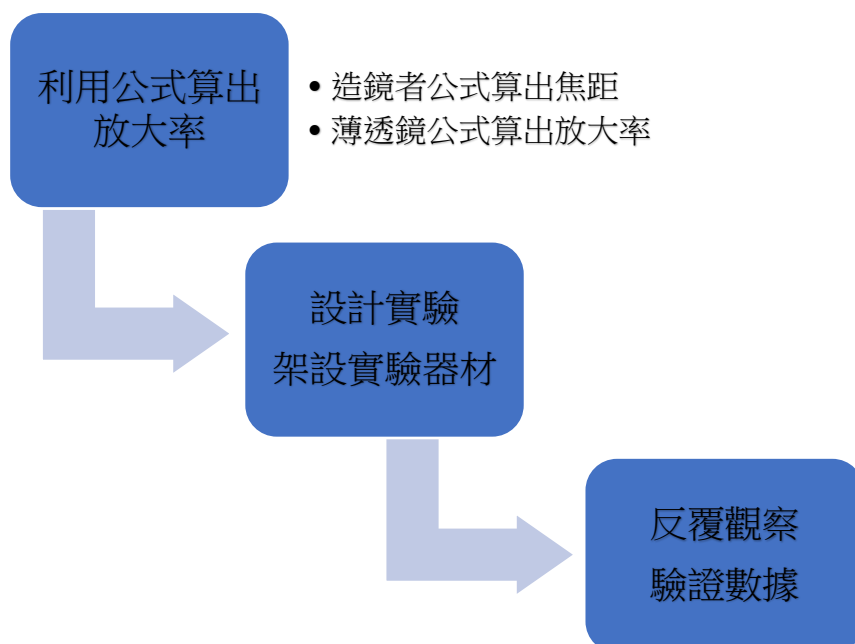
1. 利用薄透鏡公式算出液滴的放大率並設計實驗驗證其結果
2. 改變水滴的曲率半徑、種類，並比較其放大率的差異
3. 探討分別用薄透鏡與球透鏡公式所算出液滴的放大率之差異
4. 將厚透鏡公式應用於複合透鏡

三 研究設備與器材

游標尺	針筒(5 c c)和 18 號針頭	三腳架
		
圖片出處:作者拍攝	圖片出處:作者拍攝	圖片出處:作者拍攝

四 研究過程與方法

一、實驗流程(每實驗接按此流程進行) 圖表出處:作者繪製



二、器材架設



利用三腳架架設針筒，
並懸掛液滴，觀察物體
成像，再利用手機紀錄
結果(手機只用來方便觀
察物底成像，並不會影
響觀察結果，且已關閉
自動對焦)。

圖片出處:作者拍攝

三、公式與理論

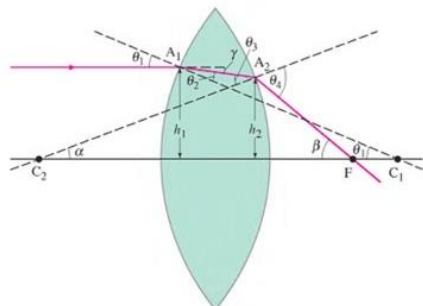
造鏡者公式(lens maker's formula):

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

f 為焦距 n 為折射率(空氣的直射率為 1，水的折射率為 1.33)

r1 r2 為曲率半徑(r1 為靠近物體的曲率半徑，r2 為另一面的曲率半徑)

造鏡者公式 (Lens Maker's formula)

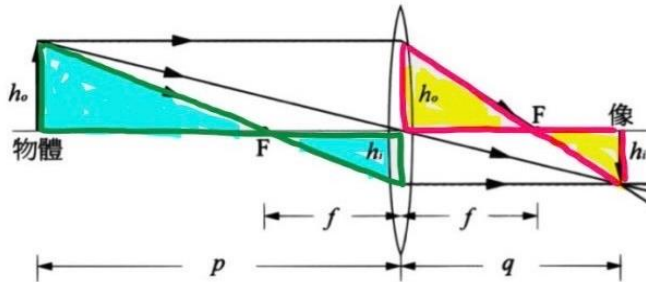


圖片出處:透鏡與光學儀器(參考資料 1)

薄透鏡公式(thin lens formula)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad (f=\text{焦距} \quad p=\text{物距} \quad q=\text{像距})$$

$$M = -\frac{q}{p} \quad (M=\text{放大率})$$



圖片出處:作者繪製

公式推導:

$$M = \frac{h_1}{h_0} = -\frac{f}{(p-f)} = -\frac{q}{p} \quad -\frac{h_1}{h_0} = \frac{f}{(p-f)} \quad \text{--- ①}$$

$$-\frac{h_1}{h_0} = \frac{(q-f)}{f} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①}=\text{②} \quad \frac{f}{(p-f)} = \frac{(q-f)}{f} \gg pq - pf - qf + f^2 = f^2$$

$$\gg pq = pf + qf \quad (\text{同除以 } p \cdot q \cdot f) \gg \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

結果分析:

1. $q > 0$ » 實像 $q < 0$ » 虛像
2. $M > 0$ » 正立 $M < 0$ » 倒立
3. $|M| > 1$ » 放大 $|M| < 1$ » 縮小

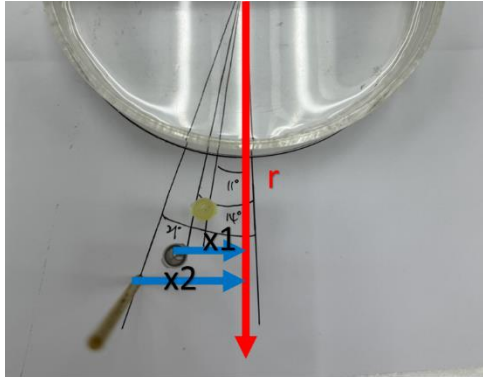
斯乃爾定律 (Snell's Law)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (n_1 \text{ 為空氣的折射率}=1, n_2 \text{ 為待測液體的折射率})$$

$$\text{由於 } n_1=1, \text{ 所以可將公式化成: } n_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$\text{因為 } \sin \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}, \text{ 於是公式又可將化成: } \frac{x_1}{r} = \frac{n_2 \cdot x_2}{r} \gg n_2 = \frac{x_1}{x_2}$$

(x_1 、 x_2 為長針到半徑的距離、 r 為圓半徑, 如右圖, 單位皆為 cm)



圖片出處:作者拍攝，繪製

四、實驗內容

實驗一 利用水滴觀察物體的成像並找出焦距

實驗步驟

1. 先利用數學算出焦距:使用游標尺測量出水滴的曲率半徑(水滴半徑)，此水滴的曲率半徑為 0.15cm，再利用造鏡者公式算出水滴的焦距。
2. 再利用實驗驗證:架設水滴(針筒)，並將物體(電阻線)放置於水滴後(不超過 1.5 公分)，在最後面放置素色弧形紙板，以免背景太混亂影響觀察結果，在針筒前 20 公分放置手機及腳架，記錄結果。



圖片出處:作者拍攝



圖片出處:作者拍攝

實驗結果

用公式算出:水滴焦距為 0.23 公分。 $(n=1.33, r_1=r_2=0.15\text{cm})$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = (1.33-1) \left(\frac{1}{0.15} + \frac{1}{0.15} \right) = 0.33 \left(\frac{20}{3} + \frac{20}{3} \right) = 0.33 * \frac{40}{3} = 4.4$$

(f 約為 0.23cm)

實驗找出:水滴焦距在 0.3 到 0.2 公分之間。以下三張圖片出處:作者拍攝



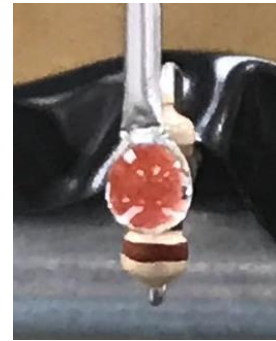
圖一:水滴距物體 0.5cm

圖片出處:作者拍攝



圖二:水滴距物體 0.3cm

圖片出處:作者拍攝



圖三:水滴距物體 0.2cm

圖片出處:作者拍攝

實驗討論

1. 上圖一為水滴距離物體 0.5 公分時所成的像，因為透過水滴所看到的電阻線上的條紋順序與無透過水滴所看到的順序是相反的(電阻線上四條線由上而下依序為:金色 > 橘色 > 藍色 > 紅色(成像為紅色 > 藍色 > 橘色 > 金色)，所以成像為倒立縮小實像，表示此時焦距大於 2f。
2. 上圖二為水滴距離物體 0.3 公分時所成的像，雖然像放大了，但依舊還是倒立。
3. 上圖三為水滴距離物體 0.2 公分，為正立放大虛像，此時水滴正在橘色條紋的前面，因此像只呈現橘色。
4. 經過反覆地確認水滴距離物體所成的像(1.0 到 0.2 公分間隔 0.1 公分觀測而得到水滴的焦距為 0.3 和 0.2 之間，驗證造鏡者公式的焦距。由以上實驗方式可得知焦距且誤差小，適合作為測量放大率的實驗。

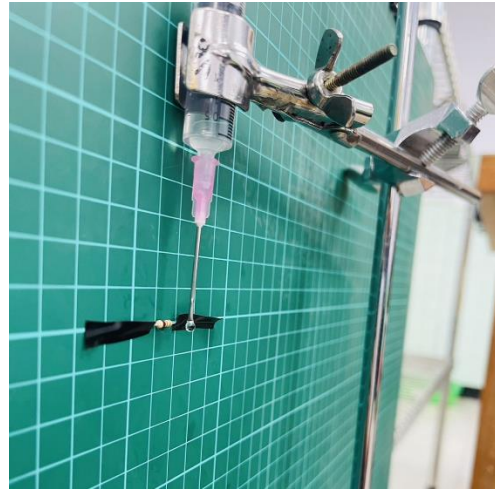
實驗二、利用水滴成像觀察物體的放大情形並算出放大率

實驗步驟

1. 先利用已算好的焦距帶入薄透鏡公式，並將物距一一帶入，即可算出像距，而負的物距和像距的比值即為放大率。
2. 再利用實驗驗證: 一樣架設水滴(針筒)，將物體(電阻線)放置於水滴(曲率半徑為 0.15 公分)後(不超過 1.5 公分)，在最後面放置墊板，為了觀察物體放大的比例，最後一樣在針筒前 20 公分放置手機及腳架，並且記錄結果。



圖片出處:作者拍攝



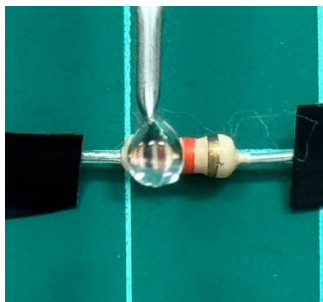
圖片出處:作者拍攝

實驗結果

利用數學算出:

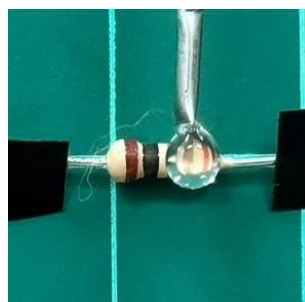
物距	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
像距	0.18	1.54	0.98	0.54	0.43	0.62
放大率	1.8	7.7	3.27	1.35	0.68	0.6

利用實驗觀察:



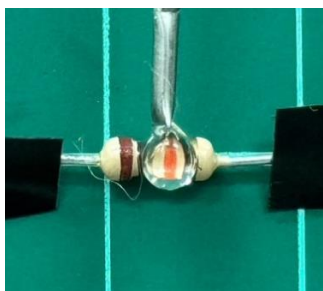
(圖 1 此時水滴距離物體 0.6 公分)

圖片出處:作者拍攝



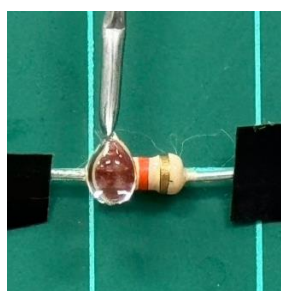
(圖 4-7 此時水滴距離物體 0.5 公分)

圖片出處:作者拍攝



(圖 3 此時水滴距離物體 0.4 公分)

圖片出處:作者拍攝



(圖 4 此時水滴距離物體 0.3 公分)

圖片出處:作者拍攝

實驗討論

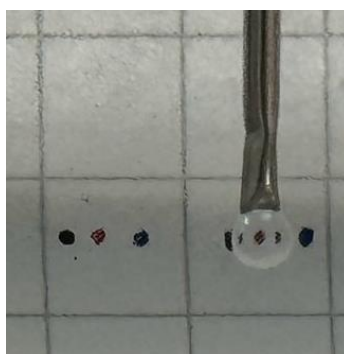
1. 圖 1 為水滴距離物體 0.6 公分的像，經過觀察，發現因為像與實物的比為 2:3，所以放大倍率約為 0.66。
2. 圖 2 為水滴距離物體 0.5 公分的像，與上述例子情形相似，皆為 $2f$ 外，為縮小虛像，像與實物的比為 4:5，所以放大率約為 0.8。
3. 圖 3 為水滴距離物體 0.4 公分的像，透過觀察，發現像與實物差不多大，但像明顯比實物大一點，所以放大率約為 1.2~1.3。
4. 圖 4 為水滴距離物體 0.3 公分的像，因在 f 和 $2f$ 之間，成放大的像，與實物的比為 2:1，所以放大率為 2。
5. 若水滴和物體距離 0.2 公分或 0.1 公分，會因太靠近而無法觀察，故不討論(圖四的水滴雖看起來像橢圓形，但因水滴甚小，誤差小，所以視為圓形，且反覆觀察許多次，每次結果皆相同)

實驗三、改變液滴的曲率半徑並觀察其成像

實驗步驟

先利用公式算出焦距、放大率，再透過實驗驗證。

同樣架設水滴，改變其曲率半徑至 0.1 公分，並在其後放置一張畫有數個小點的紙張作為觀察的物體(因為液滴太小，若觀察電阻線的成像會不易觀察。點的大小相同)，並透過手機觀察其成像。



(此圖為觀察到的像)

圖片出處:作者拍攝

圖片出處:作者拍攝

實驗結果

由公式算出: 焦距約為 0.15 公分，放大率如下表

物距	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
像距	0.29	0.625	0.3	0.2	0.22
放大率	2.65	3.125	1.02	0.62	0.43

利用實驗觀察:水滴焦距介於 0.2 與 0.1 之間，與實驗吻合。



(圖 1 此為液滴距離點 0.5 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



(圖 2 此為距離點 0.4 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



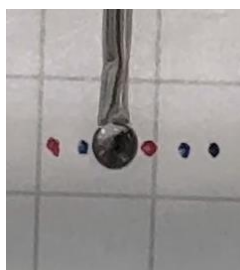
(圖 3 此為距離點 0.3 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



(圖 4 此為距離點 0.2 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



(圖 5 到圖 8 此為液滴距離點 0.1 公分的像)

圖片出處:作者拍攝

圖片出處:作者拍攝

圖片出處:作者拍攝

圖片出處:作者拍攝

實驗討論

1. 在圖 1 中，由於物體在兩倍焦距外($2f=0.3\text{cm}$)，所以成縮小的像，像與實物約 1:2，放大率約為 0.5。
2. 在圖 2 中，物體一樣是在兩倍焦距外，像與實物約 3:5，放大率約為 0.6，雖然為縮小的像，但是比距離 0.5 公分時的像還大。
3. 在圖 3 中，物體剛好在兩倍焦距上，成像為等大的像，放大率約為 1。
4. 在圖 4 中，物體位於焦距和兩倍焦距間，所以為放大的像放大率為 3.125。
5. 在圖 5 到 8 中，物體位於焦距內，將液滴由右向左移動，因物體不動，所以水滴中的像由左而右一一被觀察到，且像為放大的像，所以可證實當物體距離液滴 0.1 公分時是為正立放大的像，且焦距位於 0.1 到 0.2 公分之間。

實驗比較

將實驗二與實驗三做比較，可以發現：

6. 在物距相同時，曲率半徑越大，焦距越大，放大率越大。

實驗四、改變液滴的種類並觀察其成像

實驗步驟

配置 5% 的食鹽水 100g，並將其裝入針筒中，架設水滴，控制曲率半徑為 0.15 公分，並在其後放置一張畫有數個小點的紙張作為觀察的物體(點的大小相同)，並透過手機觀察其成像。

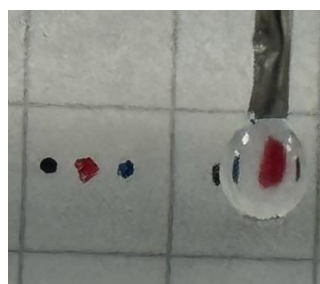
實驗結果

5% 食鹽水



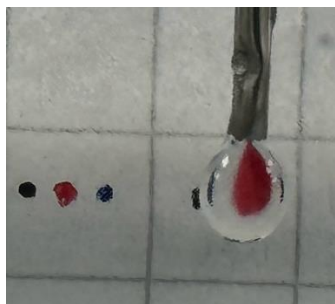
(圖 1 為液滴距離物體 0.5 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



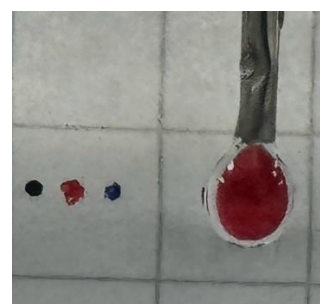
(圖 2 此為距離 0.4 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



(圖 3 此為距離 0.3 公分的像)

圖片出處:作者拍攝



(圖 4 此為距離 0.2 公分的像)

圖片出處:作者拍攝

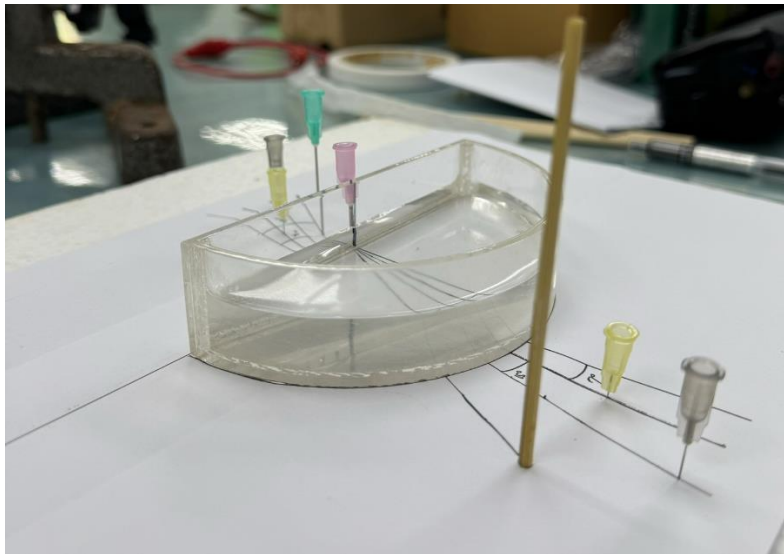
實驗討論

1. 在圖 1 中水滴的成像為等大的像，圖 2 至圖 4 皆成放大的像。
2. 比較水和食鹽水對物體放大率的影響(實驗三和實驗四)，可知在相同物距下，食鹽水的放大能力較水好(例:同樣距離 0.4 公分，使用水時是等大的像，但使用 5% 食鹽水時是放大的像)。
3. 但僅觀察無法確定此結果是否屬實，且此與液體的折射率有關，因此可以做實驗測量水和食鹽水的折射率並進一步比較與分析。

實驗五、不同液體的折射率測量

實驗步驟

1. 準備一張畫有半圓形的紙並將其鋪在保麗龍板上，再將半圓形透明塑膠盒放在紙上的半圓形中對齊，然後在其中加入液體。
2. 在圓心處垂直插上一根針，並在半圓形平面後方插上三根針(A、B、C)，其與圓中心的夾角分別為 10、20、30 度。
3. 在另一側透過透明液體觀察所插的針的像，使另外插的針(D、E、F)與針 A、B、C 的像在同一線上，並記錄其線到中心軸得距離。



帶入公式中計算出折射率，算出折射率後便可進一步算出焦距及放大率。

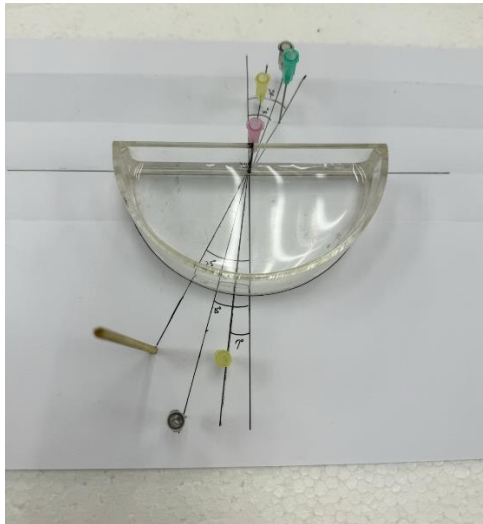
圖片出處:作者拍攝

實驗結果



(圖 7-2 此為水的折射率測量)

圖片出處:作者拍攝



(圖 7-3 此為 5%食鹽水的折射率測量)

圖片出處:作者拍攝

以下為帶入公式計算的結果:

折射率與焦距(

液滴種類	折射率	焦距
水	1.31	0.16
5%食鹽水	1.238	0.21

放大率

物距	水	5%食鹽水
0.1(三者皆在焦距內)	1.143	2
0.3(三者皆在一至二倍 焦距間)	1.9	2.336

實驗討論

由以上結果可知:

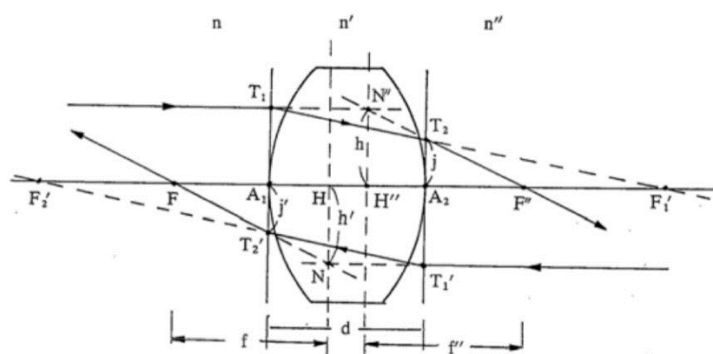
在相同物距時，食鹽水的放大率較水的放大率大

實驗六、薄，厚透鏡公式對水滴放大率的差異探討

修正

以上實驗數據都是用薄透鏡公式算出，但因水滴的厚度大於曲率半徑，故應用厚透鏡公式才較為正確。因為好奇兩者的數據與實驗所觀察到的結果是否差距甚大，所以才先用課綱內有提到的公式去做運算，此實驗即是將兩公式的數據與實驗結果做比較。

厚透鏡公式



圖片出處:工程光學-厚透鏡系統 (參考資料 3)

(f 、 f' 為前焦距與後焦距， d 為透鏡厚度， H 、 H' 為第一和第二主光點)

算出焦距前，需算出屈光率 P_1 、 P_2 (第一面和第二面)厚透鏡整體屈光率 P

$$P_1 = \frac{n}{f_1'} \quad P_2 = \frac{n'}{f_2'} \quad P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \cdot \frac{d}{n'}$$

(n 、 n' 、 n'' 為折射率， $f_1' = A_1F_1'$ $f_2' = A_2F_2'$)

$$f = \frac{n}{P} \quad f' = \frac{n'}{P}$$

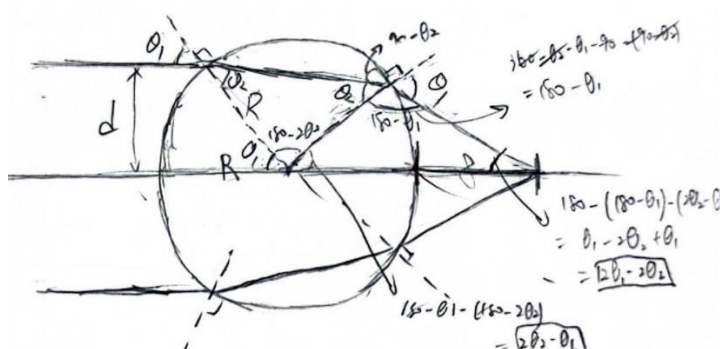
算出焦距後即可帶入成像公式: $\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} = P$

(s 為物距=物到第一主光點的距離 s' 為像距=物到第二主光點的距離)

便可得到 s' 再利用 $m = \frac{-(s' - f')}{f'}$ 即可算出放大率

用以上方法雖可算出放大率，但複雜不好算，且因將實驗中的水滴視為圓形，因此可利用其對稱性寫出另外更方便於計算的公式。

球透鏡公式



圖片出處:作者繪製

利用斯乃爾定律求出以上角度，再用正弦定理算出半徑(R)與焦距的關係

$$\frac{R}{\sin(2\theta_1 - 2\theta_2)} = \frac{R + f}{\sin(180 - \theta_1)} \rightarrow \frac{nR^2}{2(n-1)d} = \frac{R(R+f)}{d} \rightarrow R + f = \frac{nR}{2(n-1)} (\text{焦距})$$

($\sin\theta_1 = \frac{d}{R}$ $\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2} * \frac{d}{R}$ ， n_1 =空氣的折射率=1， n_2 =水的折射率=1.33)

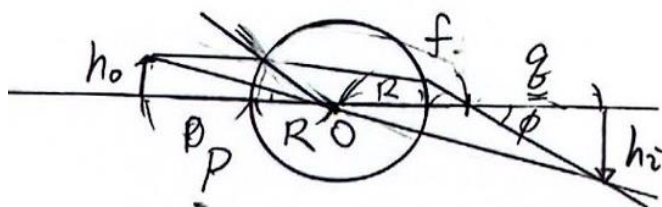
$$\rightarrow \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) = \sin 2\theta_1 \cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 \sin 2\theta_2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2d}{R} \frac{\sqrt{n^2 R^2 - 2d^2}}{nR} - \frac{\sqrt{R^2 - 4d^2}}{R} \frac{2d}{nR} \\ &= \frac{2d}{nR^2} (nR \sqrt{1 - \frac{4d^2}{n^2 R^2}} - R \sqrt{1 - \frac{4d^2}{R^2}}) \cong \frac{2d}{nR} [n(1 - \frac{2d^2}{n^2 R^2}) - (1 - \frac{2d^2}{R^2})] \\ &\cong \frac{2d}{nR} (n - \frac{2d^2}{nR^2} - 1 + \frac{2d^2}{R^2}) \cong \frac{2}{n} \alpha (n - 1 + 2\alpha - \frac{2\alpha}{n}) \cong \frac{2(n+1)}{n} \alpha \quad (\alpha = \frac{d}{R} \ll 1) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \sin(180 - \theta_1) = \sin \theta_1 \rightarrow \frac{R+f}{\sin \theta_1} = \frac{R+f}{\alpha} = \frac{R(R+f)}{d}$$

用以上公式算出: $R=0.15\text{cm}$ 焦距 $=0.3\text{cm}$, $R=0.1\text{cm}$ 焦距 $=0.2\text{cm}$

再利用下圖得出: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ (f =焦距 p =物距 q =像距)



圖片出處:作者繪製

算出物距後便可用 $M = -\frac{q}{p}$ 算出放大率

數據

用球透鏡公式算出的數據如下表

曲率半徑為 0.15cm 焦距為 0.3cm

物距 p	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
像距 q	1.5	2.18	0.9	0.66	0.56	0.5
放大率	6	6.8125	2	1.2	0.86	0.66

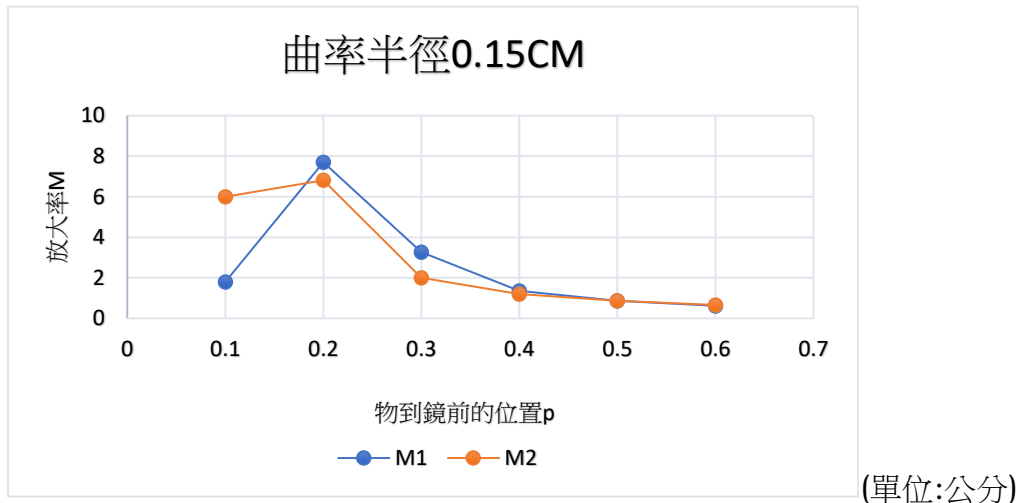
曲率半徑為 0.1cm 焦距為 0.2cm

物距 p	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
像距 q	0	0.6	0.4	0.33	0.3	0.28
放大率		2	1	0.66	0.5	0.4

將以上數據與實驗二、三的數據做比較:

1. 當曲率半徑皆為 0.15cm 時, 用薄透鏡所算的焦距為 0.23cm , 但用球透

鏡算的焦距為 0.3cm , 將兩焦距帶入 $M = -\frac{q}{p}$ 所算出的放大率做比較:



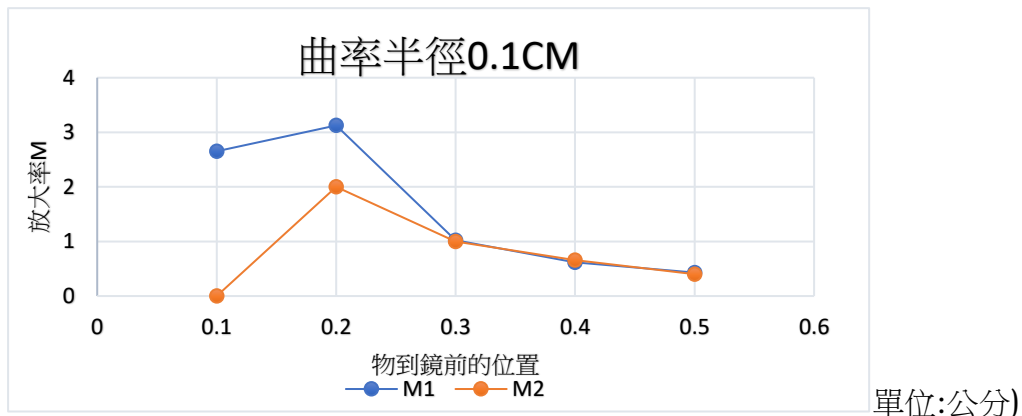
(M1=用薄透鏡公式算出的數據，M2=用球透鏡算出的數據)

圖表出處:作者繪製

由表中可以發現，除了 $p=0.1$ 的數據差距甚大以外，其他的數據差異皆不大， $p=0.5$ 、 0.6 時，放大率甚至相同。

將實驗二的觀察結果與用球透鏡公式算出的數據比較，發現其數據較用薄透鏡公式算出的數據吻合實驗結果，例:當物距離液滴 0.4 公分時，球透鏡算出的放大率為 1.2 ，薄透鏡算出的放大率為 1.35 ，實驗觀察到的解果為 $1.2\sim 1.3$ ，由此可知球透鏡較符合實驗的觀察。(p=0.1 公分時因液滴離物體太靠近，因此無法觀察到成像結果，故不討論)

- 當曲率半徑皆為 0.1cm 時，用薄透鏡所算的焦距為 0.15cm ，但用球透鏡算的焦距為 0.2cm ，放大率比較如下圖:



圖表出處:作者繪製

由以上表中差距可知，除了 $P=0.1$ 、 0.2 時差距較大外，其他數據大致相等，與實驗所觀測的結果也吻合。 $P=0.1$ 時差距會如此大是因為 M2(球透鏡算出的放大率)的值為 0 ，表示物體剛好在一倍焦距上，這與實驗所觀察到的結果不符，反而是用薄透鏡算出的放大率(M1)較符合實驗觀測。導致此結果的原因可能是因為水滴的形狀並非圓形，而是微橢圓形，但球透鏡公式是以圓形去討論，所以才會有差距，但除了 $P=0.1$ 外，其

他球透鏡數據皆符合實驗結果，尤其 $P=0.2$ 時，其放大率較用薄透鏡算出的放大率吻合實驗結果。

實驗七、複合透鏡

除了觀察單顆液滴，也可將兩顆液滴並排，並觀察其成像。

實驗步驟

利用三腳架架設針筒，懸掛液滴，並觀察其成像，再利用球透鏡公式做更深入的探討。實驗架設如下圖：



圖片出處:作者拍攝



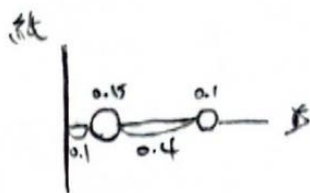
圖片出處:作者拍攝

實驗結果

依以上步驟分別觀察了兩種距離不同的複合透鏡。如下圖：

(圖中單位皆為公分，靠近物體的液滴曲率半徑為 0.15 公分，另一為 0.1 公分，物體距液滴 0.1 公分，操作變因為兩液滴間的距離)

① 兩液滴距離 0.4 公分：



圖片出處:作者繪製

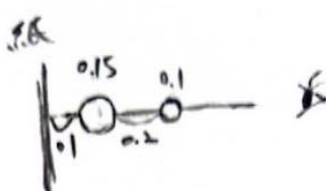


圖片出處:作者拍攝



圖片出處:作者拍攝

② 兩液滴距離 0.2 公分：



圖片出處:作者繪製

圖片出處:作者拍攝

實驗討論:

以上兩實驗結果皆為縮小的像，因物體(紙)落在前液滴的一倍焦距內，像距為 1.5 公分(與物同側)，此距離再加上 0.65 公分($0.15+0.4+0.1$ -①)或 0.45 公分($0.15+0.2+0.1$ -②)即後液滴的物距，物在兩倍焦距外，所以在此距離下成縮小的像。若不改變物到前液滴間的距離則無法得到放大的像，要觀察到放大的效果，需用球透鏡公式算出前液滴到物的距離，並做微調。

拿實驗六舉例，曲率半徑 0.15 公分的液滴，其焦距為 0.3 公分，物若在一倍焦距內，則由後液滴所觀察到的像為縮小的像，因此須將物體距離前透鏡 0.15 公分($0.3-0.15$)以上，像會在另一側，便有可能成放大的像，再依此討論像與後液滴的距離。

1. 當物在前液滴前 0.2、0.3、0.4 公分，都因物距太長而無法使後液滴成像
2. 當物在前液滴前 0.5 公分時像距為 0.56 公分，則對於後液滴而言，物距為 0.09 公分(①)，所成的像為放大的像，但②無法成像。
3. 當物在前液滴前 0.6 公分時像距為 0.5 公分，則對於後液滴而言，物距為 0.15 公分(①)或 0.05 公分(②)，所成的像皆為放大的像。

因此須將物體擺放在前液滴前 0.6 公分，才可使在①②兩情況下皆為放大。

五、討論與結論

- 一、第一個實驗為使液滴懸掛於空中，將其視為圓形，觀察成像結果。此方法容易觀察物體的成像且焦距觀察結果大致符合造鏡者公式算出的結果，故使用此方式觀測放大率。
- 二、實驗二和實驗三為曲率半徑對水滴的放大率影響之探討。控制其形狀為圓形，並用由標尺測量其曲率半徑，即可帶入造鏡者公式和薄透鏡公式得出放大率，並觀察水滴成像與實物的比，藉由比值驗證數據。比較其放大率，並依據 $M=-1/(p/f-1)$ 可知，曲率半徑越大，焦距越大，放大率越大。
- 三、實驗四與實驗六為比較水和食鹽水的液滴對放大率的影響，可知在相同物距下，食鹽水的放大能力較水好(例:同樣距離 0.4 公分，使用水時是等大的像，但使用 5%食鹽水時是放大的像)，但僅觀察無法確定此結果是否屬實且此與液體的折射率有關，因此做實驗並計算水和食鹽水的折射率並進一步比較與分析。
- 四、實驗五為液體的折射率測量，由斯乃爾定律可得出不同介質的折射率，由公式所算出的數據可發現:
在相同物距和焦距時，食鹽水的放大率較水的放大率大。
- 五、實驗六為對此前所用的公式(薄透鏡)做修正，因水滴厚度大於曲率半徑，因此使用厚透鏡公式較佳，但其計算相當複雜，且將實驗中的水滴視為圓形，因此可利用其對稱性寫出另外更方便於計算的球透鏡公式。
- 六、用球透鏡公式算出放大率並與薄透鏡公式的數據和實驗結果做比較，發現

數距與結果大致符合，但 $P=0.1$ 的數據與薄透鏡公式所算出的數據不太吻合。在曲率半徑為 0.15 公分時，因實驗無法觀察到成像故而無法討論數據的吻合度，但在曲率半徑為 0.1 公分時， $P=0.1$ 的差距會如此大是因為球透鏡算出的放大率值為 0，表示物體剛好在一倍焦距上，這與實驗所觀察到的結果不符。導致此結果的原因可能是因為水滴的形狀並非真正的圓形，雖實驗中皆將水滴視為圓形方便計算，但水滴因重力會微微往下凸而成微橢圓形，但球透鏡公式是以圓形去討論，所以才會有差距。

七、實驗七為將兩個液滴並排作為複合透鏡，雖實驗結果皆為縮小的像，但可藉由改變物到前液滴間的距離使成像放大。雖然沒有討論到改變兩液滴的曲率半徑，但此方向可做為未來的研究方向。

八、利用液滴透鏡可以輕易改變曲率半徑與折射率，便可得到不同成像效果，且搭配手機不僅能方便觀測，又能隨時記錄觀察結果。液滴的應用廣泛，不僅能充當顯微鏡，還可利用液滴微流控技術封裝單個細胞，在製造單個反應的空間外還能夠放大觀察，此外可能有更多的應用值得我們去深究。

七、參考資料

1. 李明憲 透鏡與光學儀器 [透鏡與光學儀器 \(tku.edu.tw\)](http://tku.edu.tw)

2. 劉承揚 工程光學-薄透鏡系統

[Microsoft PowerPoint - 工程光學-薄透鏡系統 \(tku.edu.tw\)](http://tku.edu.tw)

3. 淡江大學 工程光學-厚透鏡系統

[Microsoft PowerPoint - 工程光學-厚透鏡系統 \(tku.edu.tw\)](http://tku.edu.tw)

4. 愛特蒙特光學 [Understanding Ball Lenses - 瞭解球透鏡](#)

—

【評語】160026

作者利用液滴透鏡可以改變曲率半徑與折射率，得到不同成像效果，搭配手機既方便觀測，且可隨時記錄觀察結果。以廣為人知的「造鏡者公式」與「薄透鏡公式」基本原理，即可得知放大率，作者並透過改變液滴的曲率半徑和種類(例如，水和食鹽水的折射率差距)，並比較其對放大率的影響。本作品內容新穎性較弱，但簡單易懂，操作方便，很適合推廣於科普教育。