

2025年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號	160023
參展科別	物理與天文學
作品名稱	混沌雷達感測與循環 神經網路之研究

就讀學校	臺北市立成功高級中學
指導教師	林宗賢 陳冠廷
作者姓名	李秉豫

關鍵詞	<u>渾沌電路 、 雷達 、 神經網路</u>
-----	-------------------------

作者簡介



我是成功高中數理資優班的李秉豫，今年高二。從進入高中淺薄的物理深度，在經過一年多的大量學習和研究後，我的實力有所提升。在這一年多的時間裡，非常感謝林宗賢教授和陳冠廷老師提供我良好的指導，讓我能充分利用所學知識進行研究，並很榮幸能參加今年的國際科展，學習其他厲害的研究作品，擴大自己在物理領域的視野。

附件三

研究報告封面

2025年臺灣國際科學展覽會

研究報告

區別：

科別：物理與天文學科

作品名稱：混沌雷達感測與循環神經網路之研究

關鍵詞：渾沌電路、雷達、神經網路（最多三個）

編號：

（編號由國立臺灣科學教育館統一填列）

摘要

本研究專題利用混沌電路所產生的信號來實現混沌雷達偵測物體的距離，在實作上面，使用運算放大器、電阻、電感及電容來實現蔡氏電路，並證明可用其混沌狀態發生的紊亂振盪來產生混沌雷達所需的信號，其產生的電壓信號，經由數位儲存示波器取出資料再加上軟體 MATLAB 的資料處理及信號分析，並使用了類神經網路中的循環神經網路，嘗試回復電路的設計參數，可證實蔡氏電路所產生的混沌信號，用於雷達信號的偵測不容易被破解、干擾且具有高度的安全性，未來極具發展潛力。

Abstract

This work employs the chaotic circuit to generate the signal for the chaotic radars to detect the distance of the objects. In terms of implementation, I use the operational amplifiers, resistors, inductors and capacitors to construct the chaotic radar. Then, by using the digital oscilloscopes, it can record the captured chaos signal and the associated data will be processed by the MATLAB for further data and signal analysis. Additionally, I use the recursive neural networks to recover the circuit parameters of the chaotic circuits. Base on the experimental results, the chaotic signal generated by the Chua circuit can be used in the radar detection. It is extremely difficult to recover the circuit parameter and the chaotic radar can be immune from the interference and has high security. Therefore, it can be quite potential for the future radar applications.

壹、 研究動機

去年開始選擇混沌系統與神經網路的主題開始研究，並不覺得人工智慧與物理有太大連結，直到前幾天 2024 諾貝爾物理獎頒給其中一位得主約翰·霍普菲爾，才瞭解不同領域的學問也有相關性，可一起應用創造新的學問。霍普菲爾教授是個物理學家，他發明了霍普菲爾網路（The Hopfield network），原理是使用物理學中來描述一些材料因其原子自旋而帶來的特性（自旋是讓每個原子都變成微小磁鐵的物理性質）。把這個特性作為一個整體網路的基本單元來描述，他應用物理學原理發明這個模型成為人工智慧科技的先驅。而我則是使用他發明的神經網路相關知識，來解複雜的物理問題。

故事回到我小的時候，常在電視新聞看到大卡車一不小心轉彎，就擦撞在旁邊的腳踏車或摩托車騎士，那時候想說車子旁邊若能夠長一顆眼睛多棒！到了我上國中的時候，在家裡車子的車邊鏡子中，我突然注意到，若車旁有車子經過，它會發亮警示開車要小心。但說實在，我在車子的外面左看右看都看不到那一隻眼睛(鏡頭)。我上網搜尋，看到了車子的盲區偵測裝置(BSD)，開始有了基本的理解，原來它靠的是毫米波的雷達，透過無線電波的傳送，碰到物體之後的反射波，來解析車的行駛狀況。其原理就像是回聲測距，根據聲音的反射原理進行距離的測量。回聲是當聲波碰到一個障礙物（如懸崖）時，它會彈回來，我會再聽到這個聲音。這種反射回來的聲音稱為回聲。

當然使用毫米波的頻率，是為了偵測的準確性。目前比較流行的方法是使用連續波調變頻率(FMCW)，利用回聲頻率的差異來轉換成物體的距離，此種偵測的方式非常容易受到干擾，可以想像，如果大家再一個場域都用類似的頻率在測距離，大家就會彼此干擾，影響量測的精準度。

另外，我小時候到公園玩的時候看小朋友在盪鞦韆，有些調皮的小孩子不僅僅只有前後搖，他們甚至會到一個高度在左右扭曲旋轉，再閱讀一些科學月刊後，了解到此種現象為混沌現象，因此盪鞦韆的頻率變得隨時間忽快忽慢，呈現出不規則的頻率變化，因此我思考是否能利用此種混沌頻率的產生，來加強雷達偵測的準確性，甚至在混沌電路上面我可用來做加密的雷達偵測。

本研究的主題分成三個部分，第一部分為混沌雷達的信號產生，第二確認混沌雷達信號具

有抗干擾的特性，第三因為此種抗干擾的特性時，傳統的分析信號也不太容易，因此我使用神經網路，嘗試解析混沌雷達的信號，還原電路設計參數。透過對基本混沌電路漩渦波形的了解，進而對非線性電路的分析，再利用神經網路分析混亂性使雷達感測進一步的提升。

貳、 研究目的

雷達本質(汪楓，2022)是利用電磁波信號被其發射路徑上的物體阻擋繼而發生反射。通過捕捉反射信號，來確定物體的距離、速度和角度。目前調頻連續波(FMCW)雷達最為熱門，工作原理：FMCW 雷達的發射頻率隨時間變化呈線性變化，這樣在發射信號裡面可攜帶時間資訊。如圖 2-1 所示， 高頻信號由壓控振盪器 $\phi(t)$ 產生，經過額外放大後饋送至發射天線傳送至空氣，另一部分耦合至混頻器，與接收的回波 $\rho(t)$ 混頻後低通濾波，得到基帶差頻信號，最後經過信號處理器處理，解析出偵測物體。用數學方程式表示如下：

$$\phi(t) = V * \sin((w_0 + kt)t), \rho(t) = V * \sin((w_0 + k(t - \Delta t))t)$$

可利用一個乘法器得到混頻後的“固定”低頻 $\sin(k(\Delta t)t)$ ，因為 Δt 正比於物體距離，透過混頻得頻率量測可得到距離資訊。

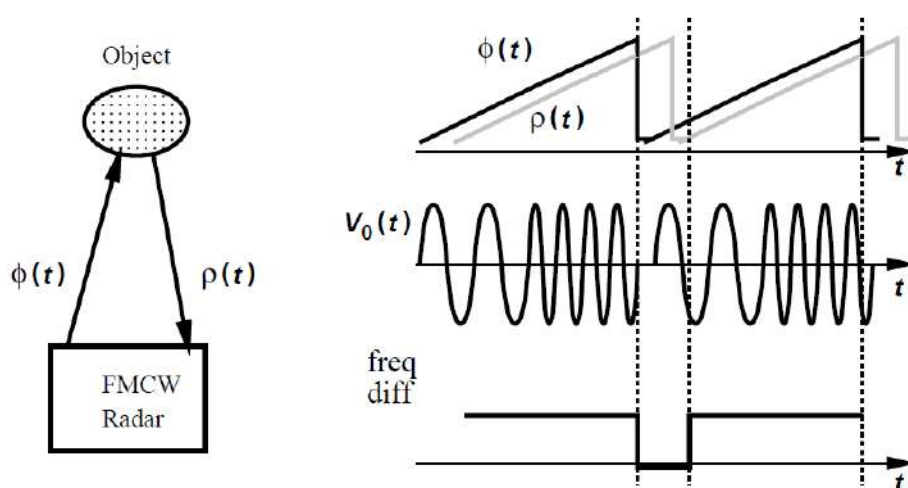


圖 2-1 雷達概念圖及調頻連續波(FMCW)的波形圖(研究者自行繪製)

此種透過調頻連續波的方式來發射如鳥叫般的 chirp 信號，再透過發射及彈回信號的時間差，偵測傳送收到信號之間的固定頻率差別，方法非常的直覺且容易實現，但可以想像如果

每個人都發射這樣子的 **chirp** 信號，彼此會互相干擾，更糟的一件事情，在今日資訊氾濫的世界或者國防上面的雷達，若故意去產生一個類似的 **chirp** 信號，它將干擾雷達的偵測能力甚至使雷達失效。所以在這一個研究，我想用混沌電路所產生的紊亂的信號當作混沌雷達的發射信號，如圖 2-2 所示，在偵測方面若僅僅是把混沌雷達信號訊號做混頻，所得到的訊號是紊亂而不代表任何意義的。發射混沌雷達信號與接收信號可改寫成

$$\phi(t) = V * \sin((w_0 + \text{chaos}(t))t), \rho(t) = V * \sin((w_0 + \text{chaos}(t - \Delta t))t)$$

混頻所得到的訊號 $\text{chaos}(t) * \text{chaos}(t - \Delta t)$ ，由於混沌信號之自我相關係數極低，所以此種雷達非得把信號在時間軸對上，且混沌信號要一模一樣，才能解出物體的距離，因此，定性上面來講，此種雷達偵測必定具有高度的安全性。

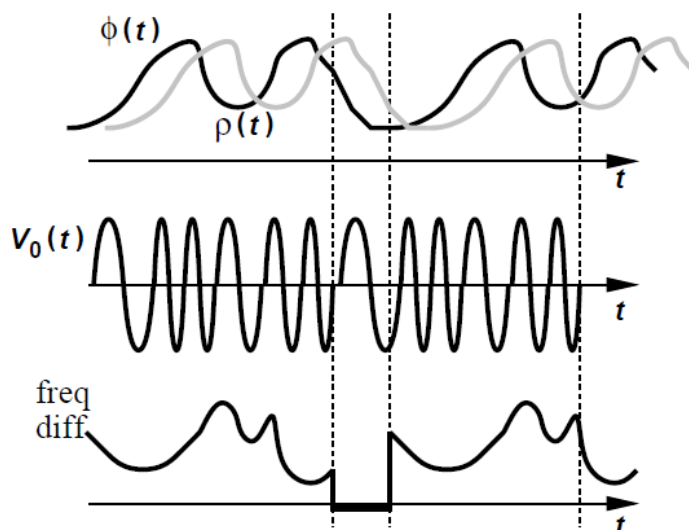


圖 2-2 混沌雷達(Chaos Radar)的波形圖(研究者自行繪製)

圖 2-3 代表雷達偵測的“距離譜”，是把收集到的基頻雷達信號，在每個時間點去計算信號的自我相關係數 (auto-correlation)，而時間即代表雷達信號發射加上反射所需的傳遞時間，因此就代表物體距離雷達發射源的距離。雷達在偵測物體，需要有一定訊號與雜訊的能量比例，因為物體感測並沒有絕對標準，以這一個研究，我定義的可偵測物體訊號與雜訊的能量至少要差 3 倍（越 10-dB SNR）為有意義之偵測。

針對混沌雷達的信號，若雷達訊號是完全正相關的，在 2-3 左圖中我們可看到在有物體的距離上面會呈現最高能量，因此可以輕易達到偵測物體及其距離的目的，若把此訊號與不相干的雷達訊號去做偵測分析，在物體的能量與距離上面呈現一片紊亂，如 2-3 右圖，這種雷達

信號的分析是無法偵測到有意義的物體距離。

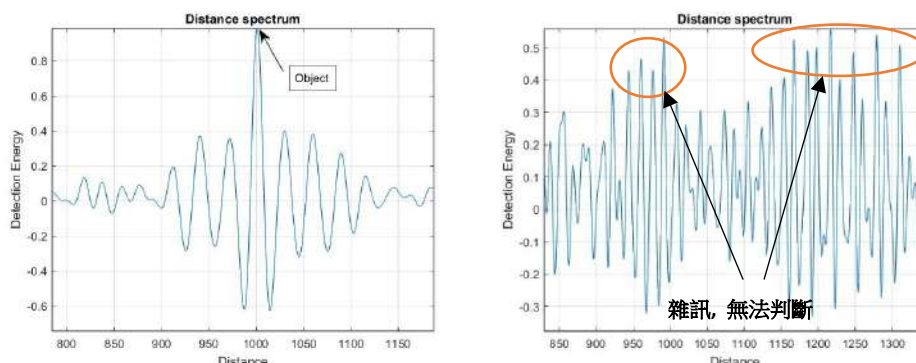


圖 2-3 混沌雷達信號偵測(左圖: 正相關/右圖: 不相關)
(研究者透過 MATLAB 建立雷達模型自行繪製)

在實際運用的雷達，及頻率範圍通常在數十 GHz，在高級中學有限的資源環境當中，無法取得昂貴的儀器，此種極高頻率的直接產生及分析是不切實際。不過仔細解析雷達信號，其高頻的部分只是“載波”，主要的混沌信號是存在較低的頻率，因此我只要針對所產生的混沌雷達信號把高頻的部分去掉，也就是只要看混沌信號本身的特性即可分析混沌雷達的抗干擾性及可被復刻的可能性。

接下來，混沌現象指的是一種確定但不可預測的運動狀態。它的外在表現和純粹的隨機運動很相似，即都不可預測。但和隨機運動不同的是，混沌運動在動力學上是確定的，它的不可預測性是來源於運動的不穩定性，或者說混沌系統對無限小的初值變動特別敏感，即初始值的微小差別經過一段時間後可以導致系統運動過程的顯著差別，其次它還具有遍歷性和內隨機性等複雜特徵。

美國加州大學的蔡少棠教授與日本早島田大學於 1983 年進行學術交流時發明了蔡氏電路，蔡氏電路是非線性電路中能產生豐富複雜動力學行為的最簡單、最有效的電路。目前，蔡氏混沌電路在很多領域都已經得到廣泛的應用，但利用蔡氏電路設計混沌雷達信號時會存在以下問題：

1. 雖然蔡氏混沌電路具有混亂的振盪行為，但是其電路行為仍然可以用數學的公式描述出來，因此嚴格上來講此電路的行為雖然是混亂的，但是仍然亂中有序。單純的使用一個蔡氏電路來產生混沌雷達信號，它的抗干擾及還原可行性需探討。
2. 蔡氏混沌電路本身俱備蝴蝶效應，也就是說一點點初始條件的不一樣都會導致於最後

行為的不可預知。

我在此研究中將提出夠混亂，使人難已破解的雷達信號。但同時強大的人工智慧是否能還原混沌雷達信號也是令人好奇的! 古人曾說：「楚人有鬻盾與矛者」，譽之曰：「吾盾之堅，物莫能陷之。」以譽其矛曰：「吾矛之利，於物無不陷也。」或曰：「以子之矛陷子之盾，何如？」其人弗能應也。夫不可陷之盾與無不陷之矛，不可同世而立。不能被刺穿的盾牌 (混沌雷達信號) 和能刺穿一切的矛 (人工智慧)，是不可以同時存在是本專題的研究重點。

參、 研究設備及器材

一、電子零件

(i) 電阻



(ii) 電感



(iii) 電容



(iv) op amp



(v) 示波器



(vi) MATLAB



二、實驗架設

(一) 蔡氏電路的麵包版架設

如圖 3-2-1 所示，我可用麵包板將本研究蔡氏電路中所使用的電子元件加以連接，由於蔡氏電路基本是個振盪電路，把電池接上，就可利用示波器觀察波形，而數位儲存示波器可儲存電壓對時間的 EXCEL 格式輸出，透過 MATLAB 讀入 EXCEL 檔儲存電壓並進行數據分析。接著，我可用電路的 MATLAB 等效模型，為較長的數序做進一步分析。

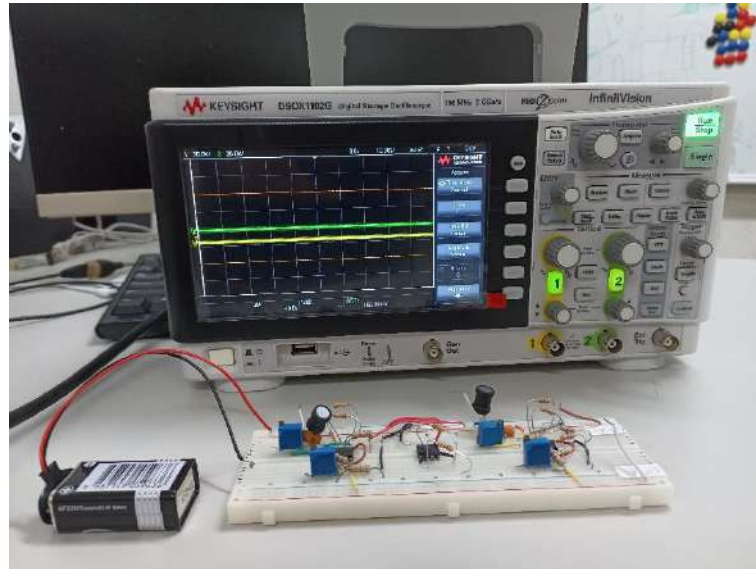


圖 3-2-1 麵包板上的蔡氏電路及示波器(研究者自行架設)

(二) 解析混沌雷達之人工智慧分析環境架設

我使用Google提供的虛擬機Colaboratory (Colab)來嘗試實現還原混沌雷達的設計，Colab是一個在雲端運行的編輯執行環境，由Google提供開發者虛擬機，支援Python程式及機器學習TensorFlow演算法。只需要Chrome瀏覽器就可以運作。Colab目的在提供Machine Learning機器學習給教育訓練及研究用，在本研究中是有效率的軟體。

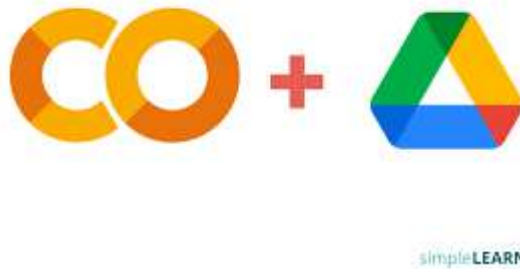


圖 3-2-2 Google Colaboratory (Colab)
(研究者在網路上找到的圖片)

肆、 研究過程及方法

一、研究步驟

(一) 發展研究的背景及等效實現雷達信號策略。

在實際運用的雷達信號，其頻率範圍通常在數十 GHz，此種極高頻率的直接分析是

不切實際。不過仔細解析雷達信號，去除高頻載波，需要偵測的信號在較低的頻率，因此我只要看分析低頻混沌信號。

(二) 原理分析與文獻探討。

1. 關於「雷達系統」-- 調頻連續波雷達及混沌雷達。
2. 關於「混沌系統及蔡氏電路」。
3. 關於 MATLAB。
4. 關於 Colab。

(三) 探討「蔡氏電路」輸出及運用於雷達系統之分析

1. 「蔡氏電路」輸出電壓 YT 及 XY 圖
2. 使用蔡氏電路建立混沌雷達之發射信號。
3. 使用遞歸神經網路(RNN)中的長短期記憶模型 (LSTM)分析蔡氏電路。

二、發展研究架構

當一個系統處於有條理的振盪狀態，所產生的信號及頻率，是週期性的，非常直覺且容易實現，但這樣子的chirp信號，彼此會互相干擾，且容易被破解。但若是系統處於一種混沌振盪的狀態時，基本上即是「振盪中存在另一種振盪」，此種特殊的電路運作狀態特別適合加密雷達之發射信號。

我從發現混沌電路的紊亂振盪這樣現象後，提出「結合蔡氏電路與雷達之發射信號」的研究假設，接著，我使用人工智慧裡面的神經網路，透過大量產生的資料，訓練的深層網路，解析混沌系統的原始電路設計參數，達成破解混沌電路所產生之雷達信號。研究架構圖如圖 4-2-1及4-2-2 所示。

(一)雷達系統探討

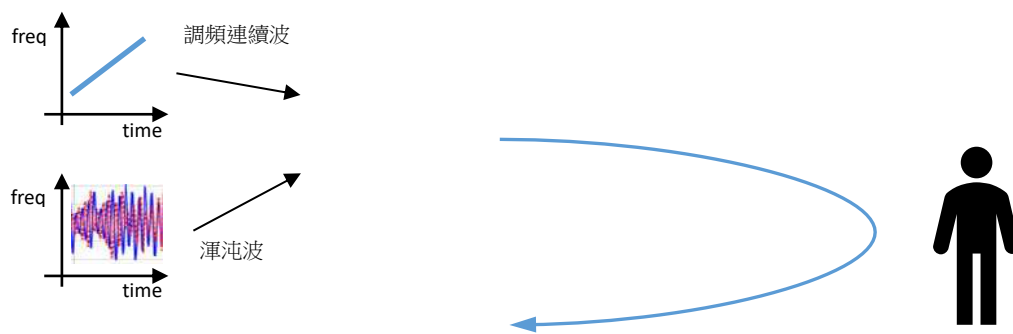


圖 4-2-1 調頻連續波雷達及混沌雷達示意圖(研究者自行繪製)

(一) 混沌信號產生及分析

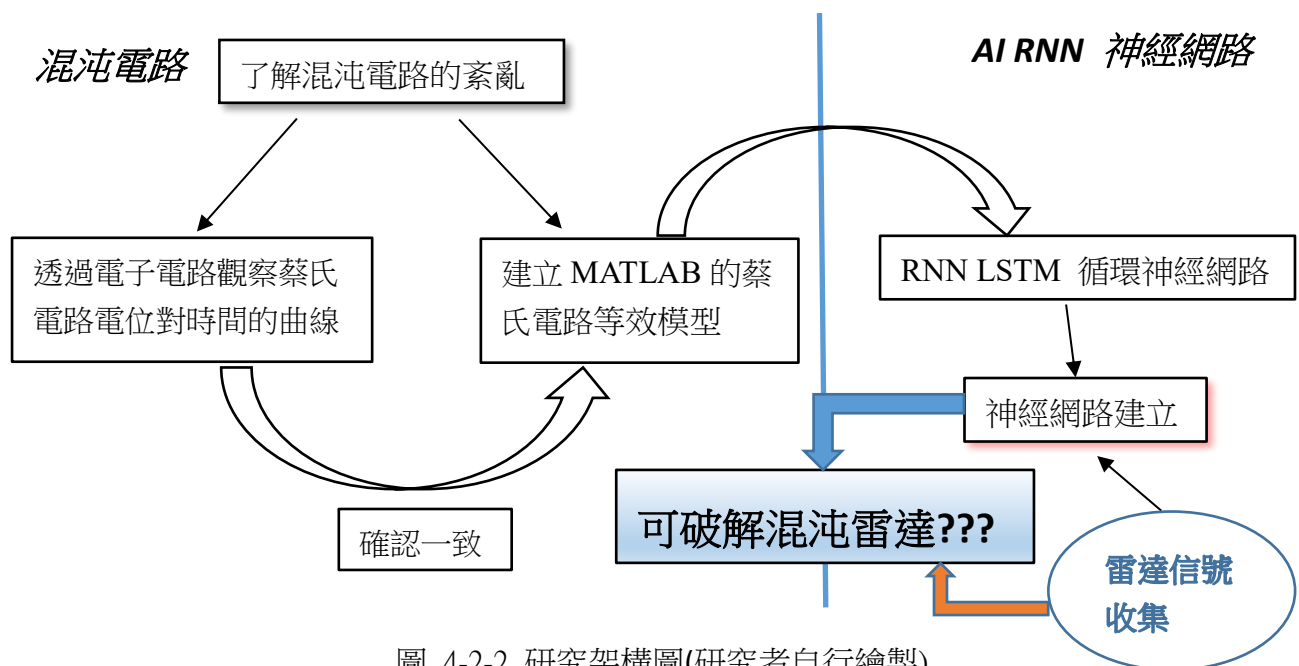


圖 4-2-2 研究架構圖(研究者自行繪製)

三、原理分析與文獻探討

(一) 混沌系統

混沌理論可用以探討動態系統中無法用單一的數據關係，而必須用整體，連續的數據關係才能加以解釋及預測之行為。另外，「我們的世界中，所有事物的初始狀態，都是一堆看似毫不關聯的事件，而呈現出混亂，但是這種混沌狀態結束後，這些無關聯的事件會有機會匯集成一個整體。」

近年來，科學家發現許多自然現象雖可以用單純的數學公式描述，但是其行徑卻無法加以預測。如氣象學家愛德華·諾頓·勞侖次發現簡單的熱對流現象居然能引起令人無法想像的氣象變化，產生所謂的「蝴蝶效應」。60年代，美國數學家史蒂芬·斯梅爾發現某些物體的行徑經過某種規則性變化之後，隨後的發展並無一定的軌跡可循，呈現失序的混沌狀態。

(二) 蔡氏電路

混沌理論廣泛應用於安全通信及其他工程領域，在實作上，也提出了許多新的方法來設計各種不同類型的混沌電路，蔡氏電路算是當前最有代表性的一種，其電路結構已成為理論和實驗研究混沌系統的一個範例，典型的蔡氏電路模型，是用電容，電感，電阻和非線性電阻構建而成。

在表現混沌行為之前，一個由標準電子零件(電容，電阻，電感)所製作的自振盪電路，它必須滿足三個標準 (李宛頤，2021):

1. 至少有一個的非線性元件
2. 至少有一個能量產生器(主動電阻)
3. 三個或者更多的能量儲存元件

圖 4-3-1 的蔡氏電路(Chua's, 2024) 即是滿足這三個標準最精簡的電路，其中的能量儲存元件是由兩個電容(C_1 及 C_2)和一個電感(NR)所形成。有一個電阻(R_p)，還有用兩個運算放大(TL082) 製作的一個非線性電阻(NR)。

通過電路學定律的應用，在圖4-3-1所示蔡氏電路，可以建立精準的數學模型，是三個變量 $V_1(t)$, $V_2(t)$, $i_L(t)$ ，三個非線性常微分方程的系統，如方程式(1)-(3)所示

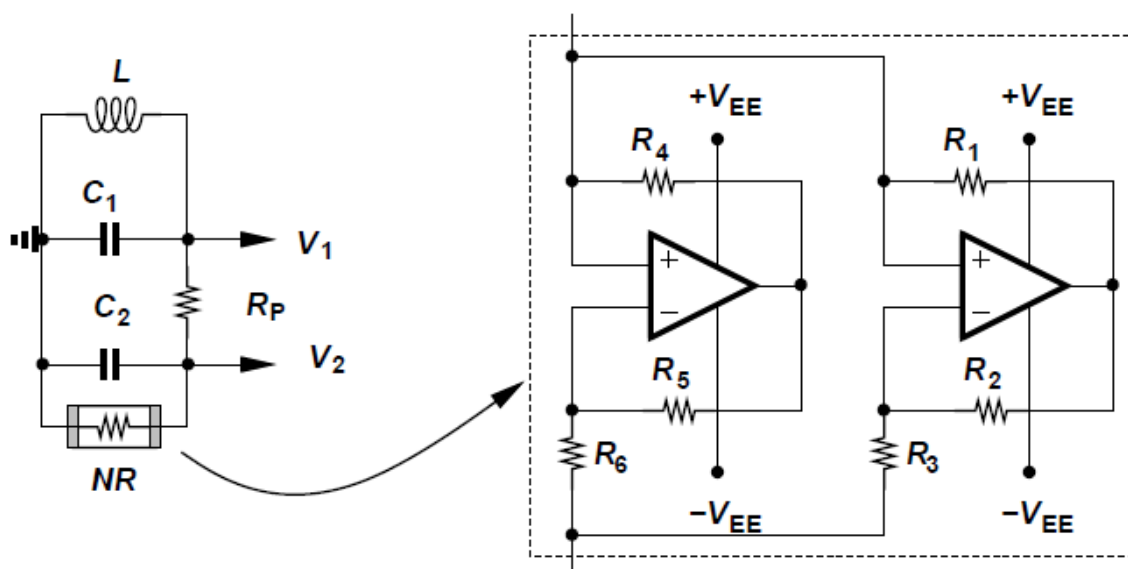


圖 4-3-1 原始蔡氏電路及非線性電阻(NR)
(研究者自行繪製的電路圖)

在圖 4-3-1 中， NR 為一非線性電阻，可由圖 4-3-1 中的兩個運算放大器及數個電阻所組成，三個微分方程可由 KCL 於 V_1 及 V_2 兩節點寫出，在本研究中所用到電子元件之值記錄於表 4-3-1 中，

$$C_1 \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{R_P} (V_2 - V_1) - I_L \quad (1)$$

$$C_2 \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{R_P} (V_1 - V_2) - NR(V_2) \quad (2)$$

$$L \frac{dI_L}{dt} + I_L R_L = V_1 \quad (3)$$

表 4-3-1 蔡氏電路中電子元件值

元件	值	元件	值	元件	值
L	20 mH	R_1 (可調)	250 Ω	R_4	22 k Ω
C_1	100 nF	R_2	220 Ω	R_5	22 k Ω
C_2	10 nF	R_3	2.2 k Ω	R_6	3.3 k Ω
R_p (可調)	1.65 k Ω				

為了建立 MATLAB 的蔡氏電路等效模型， NR 此非線性電阻，可用透過歐姆定律及電路分析而得到下列公式(4)描述，整體而言，如圖 4-3-2 所示，非線性電阻有三個操作區間，是由 E_1 及 E_2 所決定，三個操作區間分別呈現出三個等效電阻 $\frac{1}{m_0}$ 、 $\frac{1}{m_1}$ 及 $\frac{1}{m_2}$ 。

$$\begin{aligned}
E_1 &= +V_{EE} \times \frac{R_3}{R_2 + R_3} \\
E_2 &= +V_{EE} \times \frac{R_6}{R_5 + R_6} \\
m_0 &= -\frac{R_2}{R_1 R_3} - \frac{R_5}{R_4 R_6} \\
m_1 &= \frac{1}{R_1} - \frac{R_5}{R_4 R_6} \\
m_2 &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}
\end{aligned} \tag{4}$$

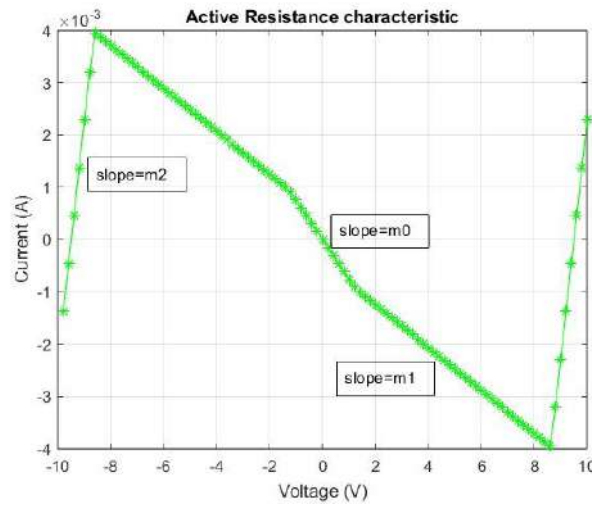


圖 4-3-2 NR 之電流 vs. 電壓
(研究者透過 MATLAB 自行繪製)

R_1 、 R_2 、 R_3 及 TL082 形成一負電阻， R_4 、 R_5 、 R_6 及 TL082 形成另一負電阻，並且用 TL082 的極值 ($+V_{EE}/-V_{EE}$)，我可用多項式回歸的方式找出等效 NR 的方程式 (5)

$$I = 3.9 \times 10^{-6} \times V_2^3 - 6.1 \times 10^{-4} \times V_2 \tag{5}$$

產生一個負電阻，約 -1650 Ohm，其中 V_2 是之輸入電壓， I 是對應產生之電流，我在建立等效的電路模型的時候，對此非線性電阻，如圖 4-3-2 所示，可以使用三階或更高階的多項式去描述它，當然也可直接利用輸出對輸入的相對關係，分區段地用 m_0 - m_2 及 E_1, E_2 描述，兩者之間都有非常類似的模擬結果。。

針對雙漩渦的蔡氏電路，我是利用非線性電阻中不同的負電阻來產生雙穩定的振盪，其中振盪會在斜率(NR的轉導)是比較小(m_1)的地方產生，此地方所對應的負電阻相對是比較大的，透過這樣的觀察，我把蔡氏電路的雙漩渦或者是雙振盪的行為完全了解。

(三) 蝴蝶效應

蝴蝶效應是指在一個動態系統中，初始條件的細微變化，會導致不同事件發展的順序，有顯著差異。常見延伸的看法是：初始條件的微小變化，能帶動整個系統長期且巨大的連鎖反應，蝴蝶效應在混沌學中也常出現。

在1963年的一次實驗中，美國麻省理工學院氣象學家勞倫茲用電腦求解模擬地球大氣的13個方程式。為了精簡計算，在一次科學計算時，勞倫茲對初始輸入數據的小數點後第四位進行了四捨五入。他把一個中間解0.506取出，提高精度到0.506127再送回，前後計算結果卻偏離了十萬八千里，前後結果的兩條曲線相似性完全消失了。根據常識，同樣的程式和數據顯然會導致同樣的結果。但是第二次的預報結果與上一次大不一樣。一開始他認為是電腦的故障，排除了這種可能後，他發現，他輸入的不是完整的數據。再次驗算發現電腦並沒有毛病，勞倫茲發現，由於誤差會以指數形式增長，在這種情況下，一個微小的誤差隨著不斷推移造成了巨大的後果。勞倫茲發表了一篇論文，指出對於模式中參數的微小改變將導致完全不一樣的結果，使有規律、週期性的行為，變成完全混亂的狀態。於是，勞倫茲認定：事物發展的結果，對初始條件具有極為敏感的依賴性。他於是認定這為：“對初始值的極端不穩定性”，即混沌，又稱蝴蝶效應。他說，一隻南美洲亞馬遜河流域熱帶雨林中的蝴蝶，偶爾扇動幾下翅膀，可能在兩周後在美國德克薩斯引起一場龍捲風。其原因在於：蝴蝶翅膀的運動，導致其身邊的空氣系統發生變化，並引起微弱氣流的產生，而微弱氣流的產生又會引起四周空氣或其他系統產生相應的變化，由此引起連鎖反應，最終導致其他系統的極大變化。勞倫茲把這種現象稱做"蝴蝶效應"，意思即一件表面上看來毫無關係、非常微小的事情，可能帶來巨大的改變。

(四) 關於MATLAB

MATLAB 是 MATrix LABoratory（矩陣實驗室）的縮寫，是一款由 The MathWorks 公司出品的商業數學軟體。MATLAB 可用於開發演算法、分析資料以及數值計算的進階技術計算語言和互動式環境。除了矩陣運算、繪製函數/資料圖像等常用功能外。我使用 MATLAB 中的 ode45 解三個非線性常微分方程，建立蔡氏電路等效模型的分析。

儘管 MATLAB 主要用於數值運算，但因為此軟體操作簡單且容易理解又可接受 Keysight

示波器輸出格式的資料，所以正好可以利用其設計、模擬的功能來進行研究並與實際蔡氏電路做比對。

(五) 長短期記憶模型 (LSTM)

如圖 4-3-3 所示，遞迴式神經網路 (RNN) 是一種深度學習模型，此模型被訓練來處理並將循序資料輸入轉換為特定的循序資料輸出。循序資料是指其序列組成部分是根據複雜的語義和語法規則相互關聯的一種資料，例如單字、文句或時間序列資料。RNN 是一種軟體系統，由許多互連元件組成，模仿人類執行循序資料轉換的方式，例如將文章從一種語言翻譯為另一種語言。混沌信號也具備 “特定的循序資料輸出”，因此我採用了 RNN 相關神經網路分析。

RNN 由神經元組成：一同執行複雜任務的資料處理節點。神經元組織為輸入層 (input layer)、輸出層 (output layer) 和隱藏層 (hidden layer)。輸入層負責接收要處理的資訊，輸出層則提供結果。資料處理、分析和預測會在隱藏層中進行。

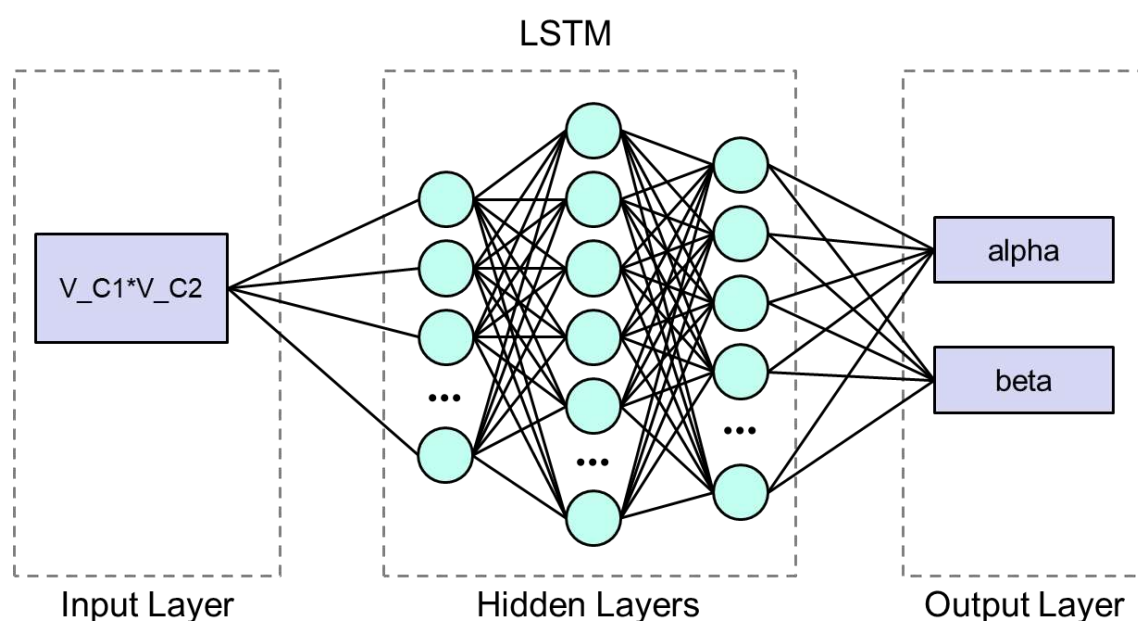


圖 4-3-3 遞迴式神經網路 (RNN) (研究者自行繪製的神經網路概念圖)

RNN 的運作方式為，將接收(input layer) 到的序列資料傳送至隱藏層 (hidden layer)，一次完成一步。但是，它們也有自我循環或循環工作流程：隱藏層可記住並運用先前的輸入內容，在短期記憶元件中進行未來預測。其使用當前輸入和儲存的記憶內容來預測下一

筆序列。這使 RNN 在語音辨識、機器翻譯和其他語言模型建立方面相當實用。

長短期記憶(Long Short-Term Memory, 以下簡稱 LSTM)模型。遞歸神經網絡中的隱藏層輸出會參與下一次的模型輸入, 這使得遞歸神經網路有了短期的記憶性, 但也因記憶全都仰賴隱藏層輸出, 使得 RNN 在倒傳遞時, 可能會發生梯度消失(vanishing gradient problem)、梯度爆炸(exploding gradient problem)等問題。LSTM 便是為了解決 RNN 的缺陷而誕生的, LSTM 亦是 RNN 的一種, LSTM 相較 RNN 有著許多的不同, 首先, LSTM 新增了輸入、輸出、遺忘, 三個控制閥門, 此外, 在結構上新增了一個貫穿所有時間步(time steps)的方程式, 這使得 LSTM 有長期記憶的功能。

混沌雷達波形所呈現的就是電壓對時間的表示, 它的行為就像是人在不同時間所發出的聲音而構建出一段有意義的話, 因此, 我認為循環網路中的 LSTM 模型應該有機會能夠去解析混沌雷達所產生的紊亂信號。

伍、 研究結果與討論

一、「蔡氏電路」輸出電壓YT及XY圖

把運算放大器、電阻、電感及電容接好來實現蔡氏電路, 打開電源, 首先透過數位儲存示波器(DSO 1102G)觀察電壓對時間的圖, 如圖 5-1-1 所示, 其中, V_1 及 V_2 的振盪頻率約為 3kHz ($\sim \frac{1}{2\pi\sqrt{L \times (C_1 + C_2)}}$) 及 550 Hz , 形成雙振盪的混沌現象蔡氏電路的操作是需要適當的選擇電子元件的值, 透過可變電阻 R_p 及 R_l 適當的調整可出現混沌振盪狀態的雙渦旋"double scroll" 吸引子, 圖 5-1-2 顯示出圖 5-1-1 所對應之 XY 圖。

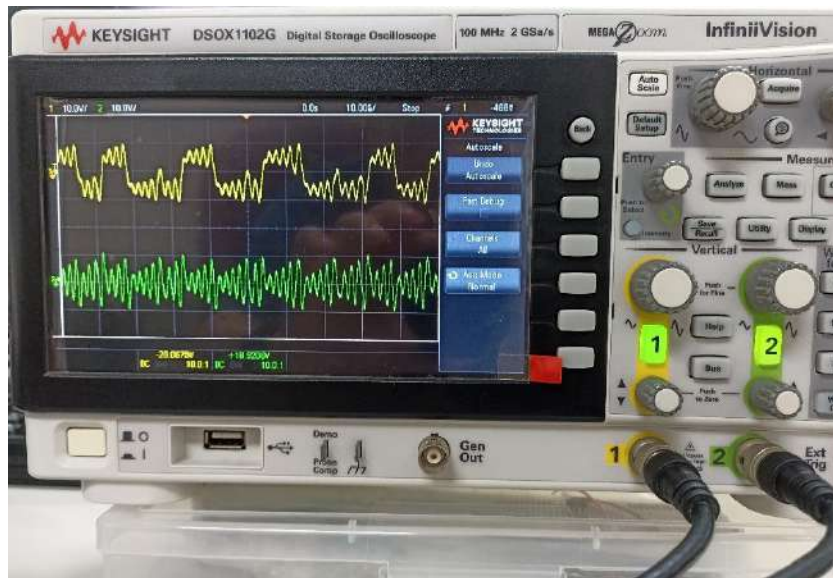


圖 5-1-1 在示波器上 V_1 (藍)及 V_2 (黃)電壓對時間波形圖
(研究者用電路、示波器產生的波形)

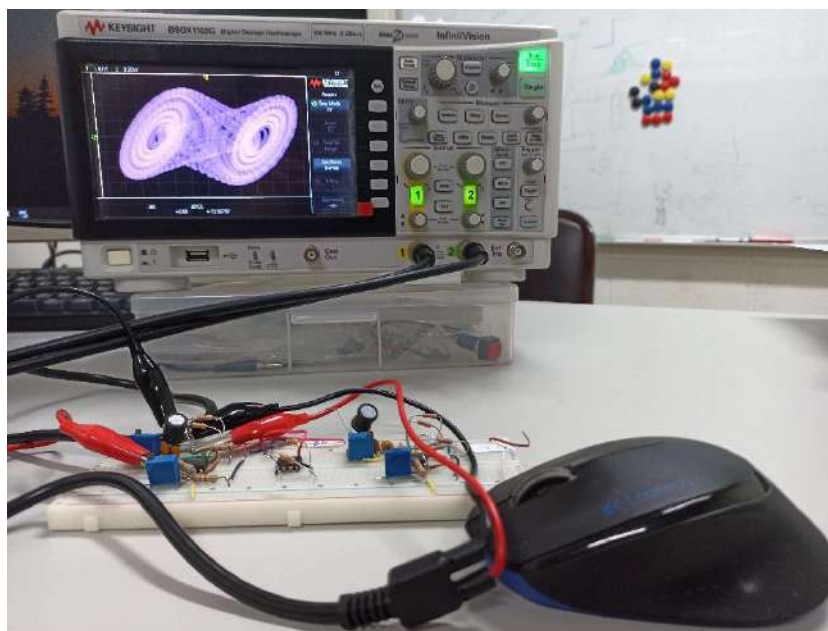


圖 5-1-2 在示波器上 V_1 及 V_2 之 XY 圖
(研究者用電路、示波器產生的漩渦)

二、蝴蝶效應模擬圖

在圖 5-2-1 中，於 MATLAB 模擬中，藉由設定 V_1 及 V_2 的初始條件 $(-0.03, 0)/(-0.02, 0)$ (紅色/藍色)可明顯看到經過約 2.5 msec 的時間後，相同的蔡氏電路但不同的初始條件， V_1 及 V_2 會有非常不一樣的軌跡，由表 5-2-1 可看出明顯的蝴蝶效應。

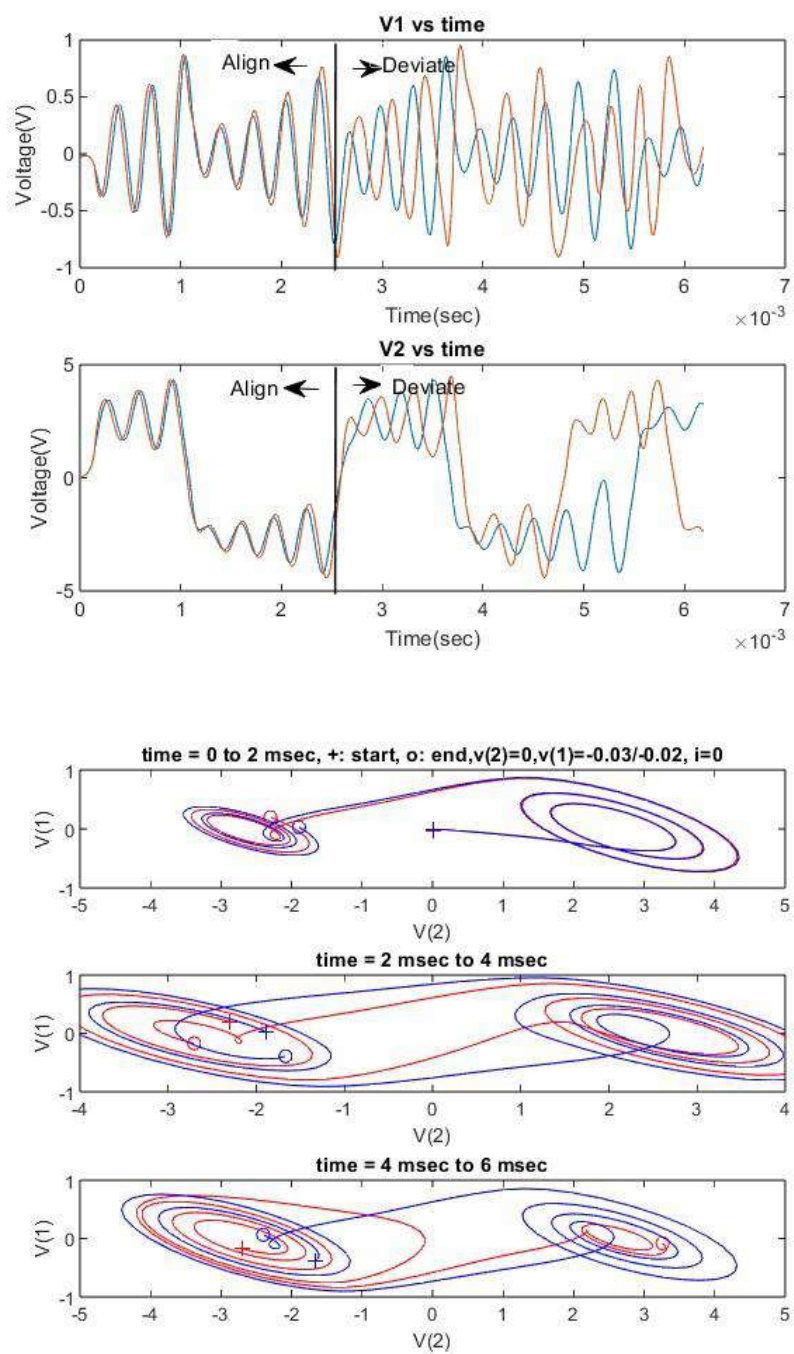


圖 5-2-1 不同初始條件下之 V_1 及 V_2 軌跡圖
(研究者用 MATLAB 所繪製)

表 5-2-1 不同初始條件下， V_1 及 V_2 在 2ms, 4ms 及 6ms 之電壓值

時間/初 始條件 V_1 及 V_2	-0.03/0	-0.02/0
0	(-0.03,0)	(-0.02,0)
2msec	(0.3455,-2.6568)	(0.2307, -2.4267)
4msec	(0.1837, -2.6129)	(-0.207, -2.7286)
6msec	(-0.826, -1.8181)	(-0.2826, 3.3208)

從上述實驗我可以看到蔡氏電路在不同的初始條件之下經過一段時間的運作之後，各個節點電壓會有截然不同的表現，初始條件差異越小，需要較長的時間才有差異化的表現。

三、Colab 解析混沌電路信號之步驟及原理分析

我在訓練模型的時候需要收集大量的資料，若要實際實現大量的混沌電路，這需非常多的電路板及電子零件，是不切實際的。因此在下列的數據分析當中，我的資料產生是透過在 MATLAB 實現的混沌電路等效模型，再加上多樣的係數微調，如此我就可產生非常多的資料來訓練神經網路之模型。

由於混沌電路本身複雜度高，需要的電路零件較多，因此由人工智慧的神經網路去解析，難度較高。因此我決定先用一個相對簡單，控制變因較少的 RLC 電路，使用類似的方法去產生「類雷達信號」，然後大量產生資料訓練神經網路，根據訓練及推演的結果，我可以轉移到蔡氏電路的雷達信號產生器，使用同樣的方法，用人工智慧的方法解出電路的各個元件值。

我先從 RLC 電路開始，本實驗的目的是將 RLC 電路所產生的步階響應回歸出此電路的轉移函數。我採用的方法是利用 RNN 系列中的長短期記憶 LSTM (Hochreiter 1997) 網絡，從響應資料中提取特徵，然後對未知電路轉移函數的特定係數進行回歸分析。

由於我的任務是回歸分析轉移函數的係數，因此首先需要定義 RLC 電路的轉移函數 $G(s)$ 與阻尼比 ζ 、自然阻尼頻率 w_n 關係，如式(6)所示。

$$G(s) = \frac{1}{CLs^2 + RCs + 1} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2} \quad (6)$$

從式(6)可以看到，雖然 RLC 電路有三個設計參數，但其形成的二階網路是由阻尼比 ζ 及自然阻尼頻率 w_n 即可決定其特性，因此，這邊人工網路所需要解析的也從原來的三個設計參數精減為兩個。訓練資料的生成細節，如表 5-3-1 所示。為了確保響應具有明顯的震盪，我將阻尼比 ζ 設置在區間 $[0,0.5]$ ，而自然阻尼頻率 w_n 設置在區間 $[1,2]$ ，生成的資料結果如圖 5-3-1 所示，為 RLC 電路之時間響應圖。

表 5-3-1 訓練資料生成細節

響應時間	50
生成頻率	4 Hz
單一資料解析度	200
ζ	$[0,0.5]$
w_n	$[1,2]$
訓練資料筆數	100000
驗證資料筆數	1000

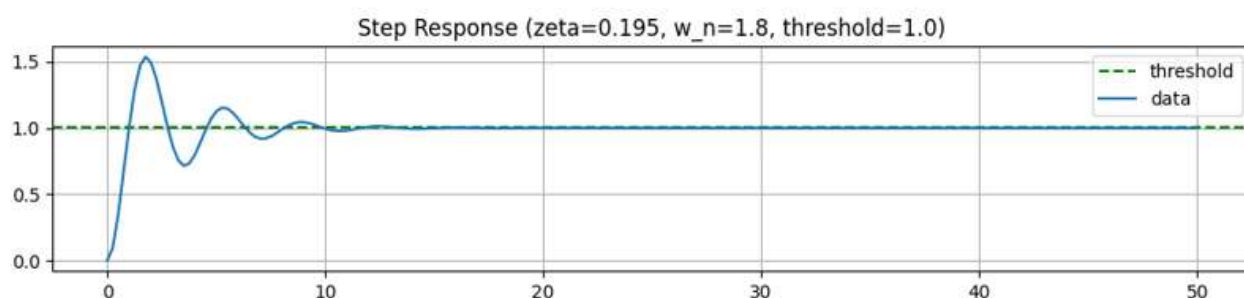


圖 5-3-1 步階響應(研究者用 MATLAB 所繪製)

接著，對於這項任務，我使用了針對序列分析的神經網路 LSTM 搭建的深度學習模型進行分析。首先，我會詳細介紹 LSTM，然後再介紹我所採用的模型架構與損失函數。

LSTM 是一種 RNN 的變體，傳統的 RNN 在處理長序列時往往會出現梯度消失或梯度爆炸的問題，這會導致難以擷取過長的資料特徵，LSTM 通過引入閘門的結構，可以記住和遺忘特定特徵，透過這個設計能夠有選擇性地保留特徵，從而使得模型能夠更好地處理長序列資料。如圖 5-3-2 所示。

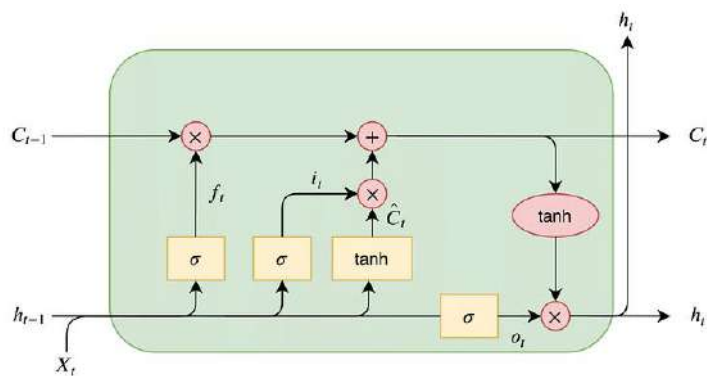


圖 5-3-2 單一 LSTM 區塊(研究者自行繪製)

其中 $\sigma(x)$ 為sigmoid激勵函數，如式(7)所示。

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (7)$$

X_t 為在 t 時刻的輸入資料， h_{t-1} 在 $t-1$ 的隱藏狀態， C_{t-1} 為在 $t-1$ 的單元狀態， f_t 稱為遺忘閘，指的是經過 $\sigma(x)$ 可以決定要有多少 C_{t-1} 不進入時刻 t 進行推理，且 $X_t \in \mathbb{R}^d$ 、 $C_t \in \mathbb{R}^h$ 、 $f_t \in \mathbb{R}^h$ 、 $h_t \in \mathbb{R}^h$ ，如式(8)所示。

$$f_t = \sigma(W_f \cdot X_t + U_f \cdot h_{t-1} + b_f) \quad (8)$$

i_t 稱為輸入閘，指的是過經過 $\sigma(x)$ 可以決定要有多少輸入資訊 $\hat{C}_t$ 可以進入推理，如式(9)

及式(10)所示。

$$i_t = \sigma(W_i \cdot X_t + U_i \cdot h_{t-1} + b_i) \quad (9)$$

$$\hat{C}_t = \tanh(W_c \cdot X_t + U_c \cdot h_{t-1} + b_c) \quad (10)$$

由式(8)、式(9)及式(10)，可以將 t 時刻的輸入資訊與時刻 $t-1$ 的單元狀態整理出 C_t ，如式(7)所示。

$$C_t = f_t \times C_{t-1} + i_t \times \hat{C}_t \quad (11)$$

o_t 稱為輸出閘，要決定有多少資訊 h_t 要被輸出，成為此區塊的輸出與傳遞到下一區塊的隱藏狀態，如式(12)及式(13)所示。

$$o_t = \sigma(W_o \cdot X_t + U_o \cdot h_{t-1} + b_o) \quad (12)$$

$$h_t = \tanh(C_t) \quad (13)$$

總而言之，LSTM 是 RNN 的一種變體，通過引入閘門的概念，解決了傳統 RNN 在處理長序列時的問題。

我的模型架構針對此任務是使用多層的 LSTM 區塊組合，以便獲取更深層的特徵，如圖 5-3-3 所示。

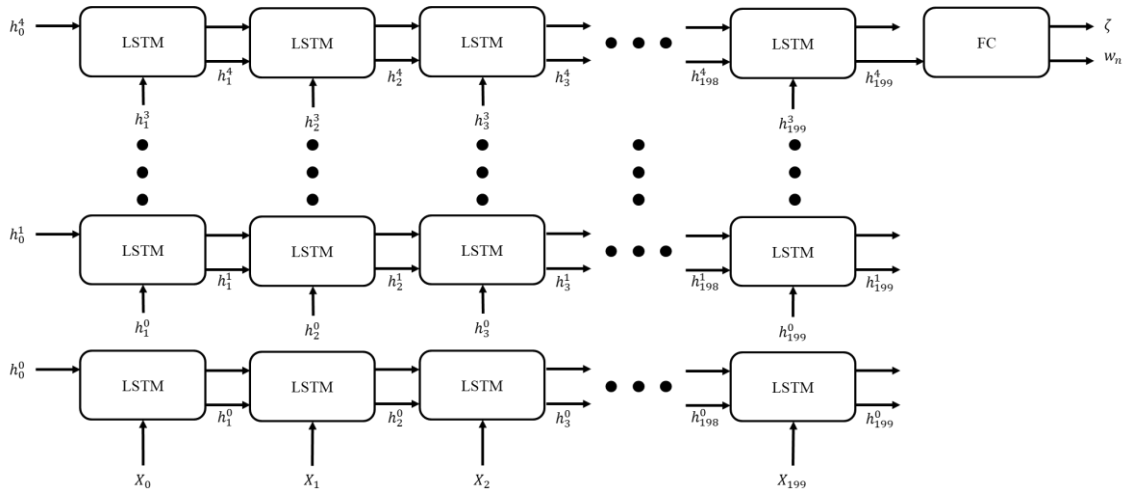


圖 5-3-3 模型架構圖(研究者自行繪製)

其中 h_t^n 為在第 n 層時刻 t 的輸出資訊，fully connected layer 簡稱 FC 為全連階層神經網路架構，如圖 5-3-4 所示。

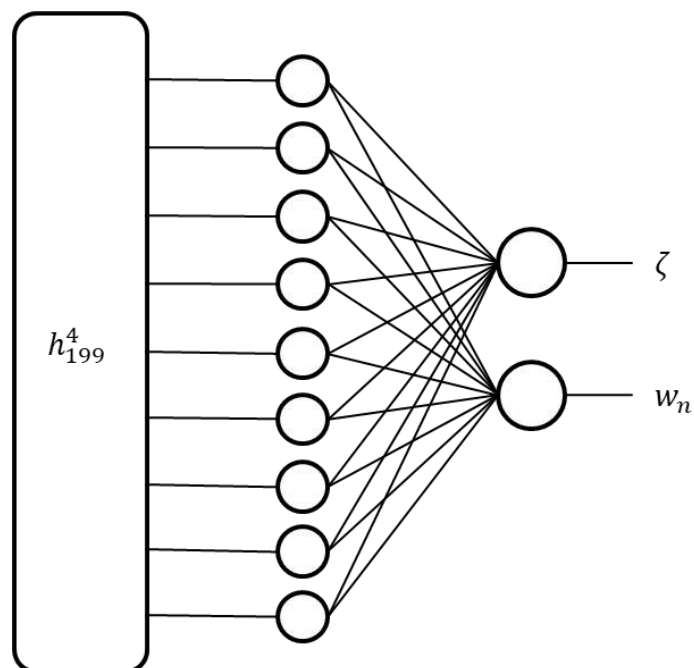


圖 5-3-4 神經網路階層架構(研究者自行繪製)

透過堆疊多個 LSTM 層，每一層都能夠對輸入數據進行更深入的特徵擷取，從而捕捉到更豐富的時間相依性和序列結構，有助於提高模型萃取更深層特徵的能力。

在損失函數這部分我是使用 Huber 損失函數，如式(14)所示。

$$HuberLoss = \begin{cases} \frac{(y - \hat{y})^2}{2}, & |y - \hat{y}| \leq \delta \\ \delta \left(|y - \hat{y}| - \frac{1}{2}\delta \right), & o.w. \end{cases} \quad (14)$$

其中 δ 為可調參數， y 為正確答案， $\hat{y}$ 為預測答案。

優化器我是使用 Adam (Kingma, 2015)作為模型的優化器。搭建模型與訓練模型所設定的參數，如表 5-3-2 所示。

表 5-3-2 模型與訓練參數表

LSTM 層數	5
LSTM 隱藏層大小	128
Batch_size	512
Learning rate	0.001
Epochs	500
ζ	[0,0.5]
w_n	[1,2]
δ	1

實驗結果

訓練階段根據表 5-3-2 的參數設定可以看到模型在損失值有隨著訓練次數持續在下降，訓練總時長為 90 分鐘，如圖 5-3-5 所示。

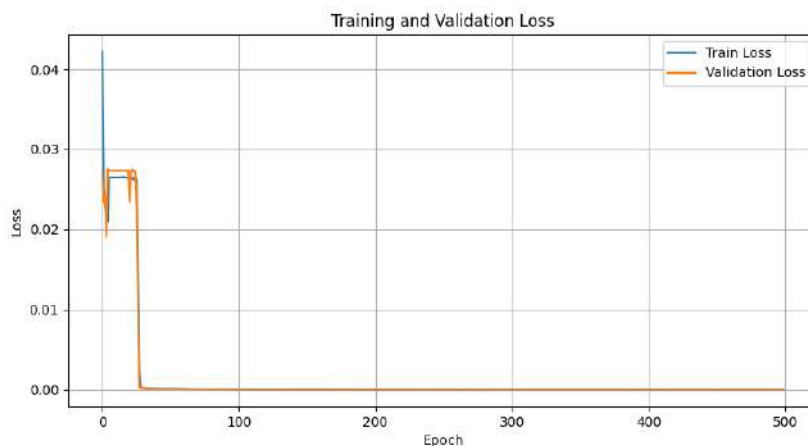


圖 5-3-5 訓練結果圖(研究者自行訓練神經網路所繪製)

測試階段我用 10000 筆隨機資料進行 10 次，取出誤差百分比的平均數與標準差，結果如下：

- ζ 誤差百分比為 $1.791 \pm 0.031 \%$
- w_n 誤差百分比為 $0.239 \pm 0.003 \%$

我透過模型回歸的 ζ 與 w_n 的結果反推出原始波形，如圖 5-3-6 所示。

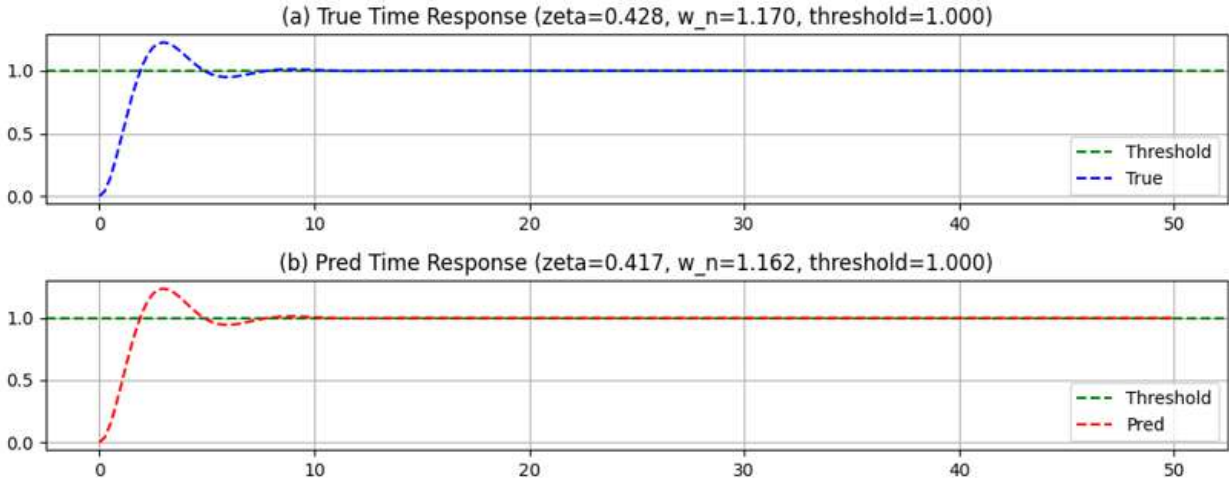


圖 5-3-6 反推結果圖(研究者自行訓練神經網路所繪製)

其中圖 5-3-6(a)為正確的響應圖，圖 5-3-6(b)為模型回歸計算參數生成的響應圖。用 RLC 電路產生雷達信號，再用 LSTM 解出，根據實驗的結果，反推結果的電路參數可達到極高的準確率。接著，我使用同一套的方法，訓練神經網路，嘗試解出混沌電路中的設計參數，但由於蔡氏電路狀態方程中參數達 7 個之多，為了方便分析需將其簡化為單純之係數公式，我重新改寫蔡氏電路節點方程式 (15)如下

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha(-x + y - f(x)) & x = \frac{v_1}{E} & \alpha = \frac{C_2}{C_1} \\ \frac{dy}{dt} = x - y + z & y = \frac{v_2}{E} & \beta = \frac{C_2 R_p^2}{L} \\ \frac{dz}{dt} = -\beta y & z = \frac{i_L}{E} & E = \left(\frac{R_6}{R_5 + R_6}\right) V_{sat} \end{cases} \quad (15)$$

我確定了式(4)中的 NR 參數 m_0 , m_1 及 m_2 的值並將其固定不變，只需分析參數 α, β 的變化對系統輸出特性的影響，簡化了分析的難度。用 Matlab 模擬並結合理論分析畫出了參

數 α vs β 平面中雙渦旋混沌區域圖，紅藍線所夾出之區域為混沌電路設計有效參數區（見圖 5-3-7）。從圖 5-3-8 中，我可透過麵包板的 R_p 的調整去改變 β ，可以確認，參數 β 由大變小時系統狀態由平衡點→週期→單渦旋混沌區→進入雙渦旋混沌區，最後至系統失穩區，而參數 α 則是由小變大時系統狀態由平衡點→週期→單渦旋混沌區進入雙渦旋混沌區，最後至系統失穩區。

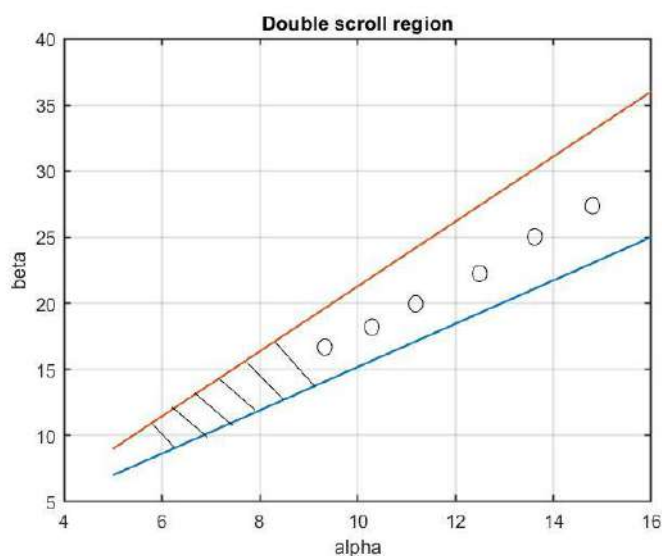


圖 5-3-7 蔡氏電路之參數 α, β 設計圖(研究者用 MATLAB 所繪製)



圖 5-3-8 不同參數 β 下蔡氏電路的三種模式（週期→單渦旋混沌區→雙渦旋混沌區）
(研究者用示波器所模擬的波形圖)

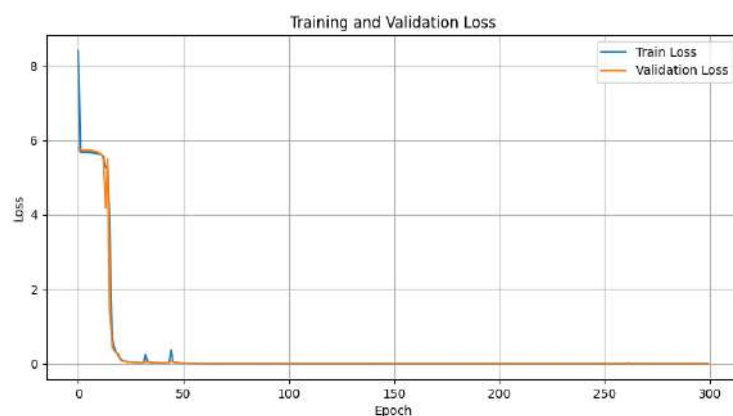
因為我要利用蔡氏電路所產生的有效雙渦旋信號來作為我的混沌雷達，因此要選擇適當的電子元件參數才可以產生雙漩渦的混沌信號，根據公式(15)，我所簡化的 α 及 β 必須符合下列的公式以確保產生的信號為雙渦旋混沌，因此在我所建立的模型當中，我把 α 及 β 視

為我的 label，透過神經網路的訓練，訓練的參數如表 5-3-3，其中 $\beta = 0.027\alpha^2 + 1.737\alpha - 4.11$ 。

表 5-3-3 蔡氏電路之模型與訓練參數表

LSTM 層數	1- 4
LSTM 隱藏層大小	128
Batch_size	1000
Learning rate	0.001
Epochs	500
C_2	[60,200] nF
R_p	$\sqrt{\frac{\beta L}{C_2}} (1 \pm 0.1 * randn)$

我所構建蔡氏電路主要產生的信號是包含 V_1 、 V_2 及 i_L ，初始的想法是希望只透過 V_1 乘 V_2 的正負號作為訓練的資料，但蔡氏電路具備的紊亂的輸出，使得這樣的資料並無法訓練出接近原始設計的蔡氏電路。因此，我把蔡氏電路的三個輸出， V_1 、 V_2 及 i_L ，都輸入到 LSTM 網路裡做訓練，訓練所得的結果在反推出 α 及 β ，根據推論的結果與實際的電路參數之間可達到大約 0.1%的誤差(見圖 5-3-9)，此誤差量看似非常小，不過帶入蔡氏電路做較長時間的分析，如圖 5-3-9 所示，在此參數的設定之下約過 5ms，整體雷達訊號開始產生偏移，我根據雷達偵測信號所需要的訊噪比 10db，反推當信號產生 10% 的誤差值時候，雷達訊號的偵測就失效了。



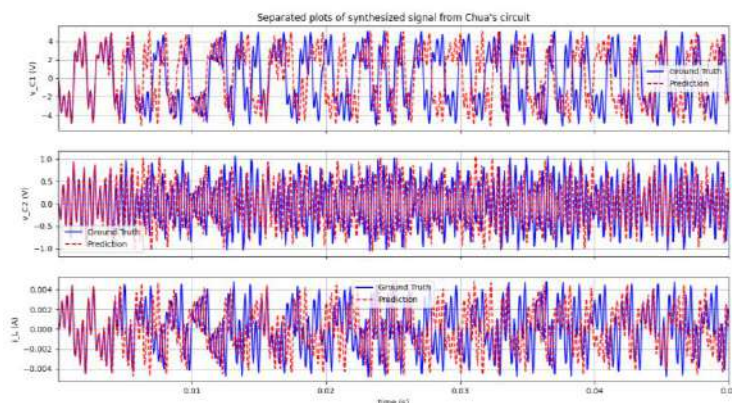


圖 5-3-9 以 V_1 、 V_2 及 i_L 為輸入之蔡氏電路之訓練誤差及輸出比較圖(藍: 基準真相 紅: 訓練結果)
(研究者自行訓練神經網路所繪製)

實務上，蔡氏電路的三個輸出無法同時當作雷達信號，因此我採用兩個電壓相乘， $V_1 * V_2$ ，產生唯一的雷達信號，此時，我的神經網路就只剩下一個輸入，我訓練的目標是要產生 α 及 β ，經過同樣的訓練參數的設定，如圖 5-3-10 的左圖所示，LSTM 先設定一層，輸出為 α 、 β ，得到之誤差分別為 0.14%及 0.12%，此種訓練結果所造成的損失在 LSTM 為一層的實驗中是目前可達到最好的結果。接著我把訓練好的 α 及 β 算出其對應的電路元件的參數，然後讓蔡氏電路產生對應的 V_1 及 V_2 ，而在圖 5-3-10 右邊所示，此種混沌雷達信號在短時間約 2ms，是可以跟基準真相的信號相符，但一旦超過 2ms 之後，此種雷達訊號就無法使用，所還原的訊號可參考圖 2-3 的右圖。

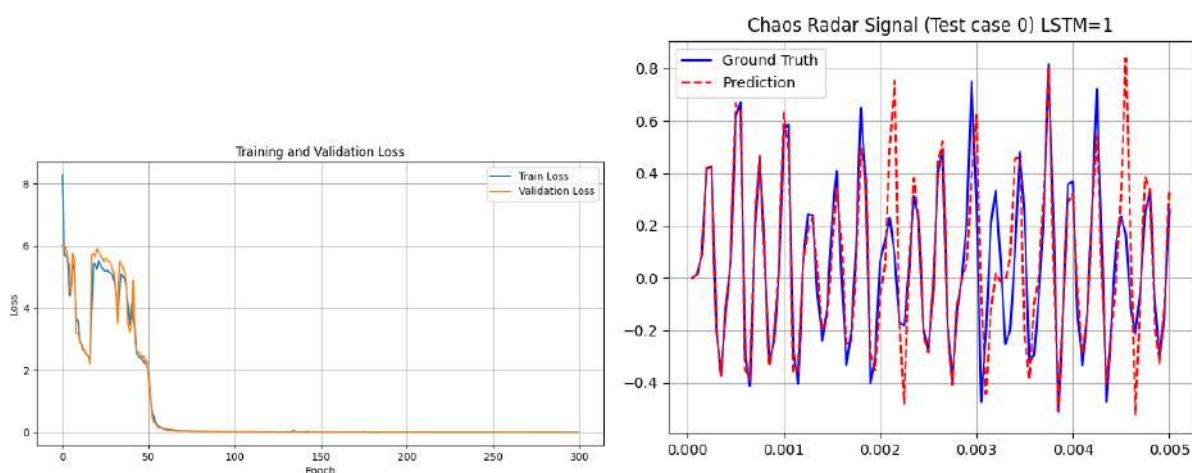


圖 5-3-10 在 LSTM=1，以 $V_1 * V_2$ 輸入之蔡氏電路之訓練誤差及輸出比較圖(藍: 基準真相 紅: 訓練結果)
(研究者自行訓練神經網路所繪製)

根據一層的 LSTM 所訓練得到的模型，我把 LSTM 的層數加至二，所得到的 α 及 β 的誤差就可以變得更小，得到之誤差分別為 0.04%及 0.03%，如圖 5-3-11 所示，我也把回復的信號與真實信號做個比較所得到的結果也是可以在前 4.5ms 相符，但超過這段時間，此種回復的雷達信號也無法使用。

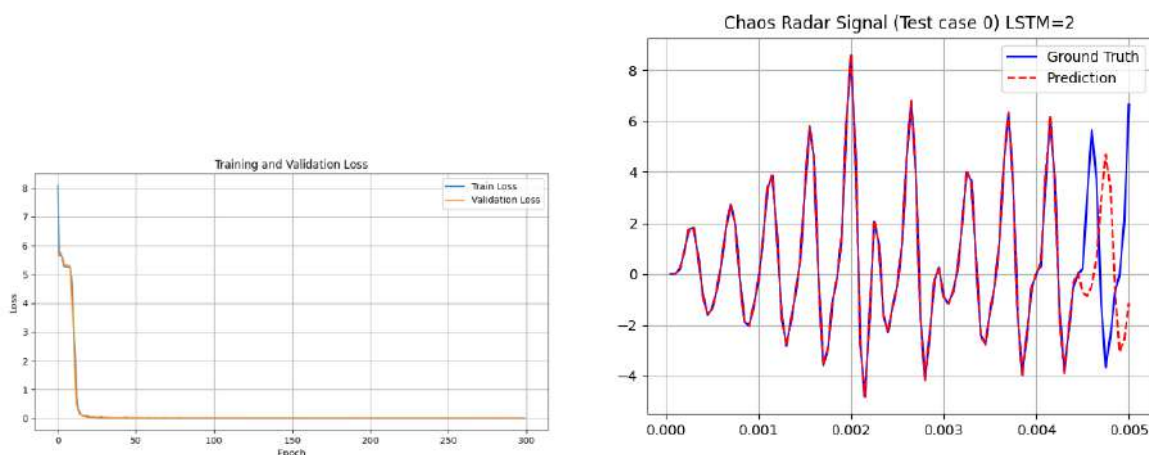


圖 5-3-11 在 LSTM=2，以 $V_1 \cdot V_2$ 輸入之蔡氏電路之訓練誤差及輸出比較圖(藍: 基準真相 紅: 訓練結果)
(研究者自行訓練神經網路所繪製)

LSTM 神經網路的層數可以持續增加去優化回復電路的能力，我把混沌電路訓練的整體實驗結果整理，如表 5-3-4 所示，LSTM 為 1 及 2 時，訓練結果是正向改善，但當我把 LSTM 的層數增加到 3，此模型訓練的結果就開始反轉，且達成的回復電路特性的邊際效益也遞減此種結果，可解讀成過度學習(over fitting)。另外，以我具備的運算資源，LSTM 超過四層之後就無法運行。當然隨著訓練的模型變得比較複雜，我有機會把電路的設計參數回復到比較精準的值。不過混沌電路的蝴蝶效應是非常明顯的，除非我能完全把電路設計參數恢復，否則產生的混沌雷達信號只要我發射持續夠長時間，基本上以目前我所採用的神經網路，是難以完全復刻混沌雷達信號。

表 5-3-4 蔡氏電路訓練所回復電路特性表

LSTM 層數	1	2	3	4
α 誤差量	0.14%	0.04%	0.16%	X
β 誤差量	0.12%	0.03%	0.1%	X
混沌雷達信號有效時間 (越長越好)	2ms	4.5ms	2.3ms	X
訓練模型所需時間	50 分鐘	80 分鐘	115 分鐘	記憶體不足

四、實驗結果討論

- (一) 了解雷達運作原理，比較傳統調頻連續波雷達架構及混沌雷達，確立只要把所產生的混沌雷達信號的高頻部分去掉，也就是只要看混沌信號本身的特性即可分析混沌雷達的特性。
- (二) 電路板的方式實現蔡氏電路並觀察到週期混沌的現象，紊亂的操作模式可以用來產生混沌雷達所需的信號。
- (三) 混沌電路對其初始條件極度敏感，我可透過不同的初始條件，觀察到整個電路變化的結果，應證蝴蝶效應。
- (四) 我建構 RNN 神經網路的特殊模型 LSTM，並在產生混沌雷達信號上面我做了數種輸入及模型參數嘗試，蔡氏電路有三個主要的信號，包括兩個電壓及電流，在建立神經網路的輸入，最容易訓練的方式把這兩個電壓及電流分別帶入神經網路訓練，但考慮實務上我只能發射一股訊號，因此使用兩個電壓的相乘來產生混沌雷達所需的信號。
- (五) 而在蔡氏混沌信號的實驗當中，我透過簡單的 RLC 電路做初步的嘗試，確定 LSTM 可行性，進而延展到蔡氏電路的波形，模型的訓練包含有意義的資料產生，這也讓我了解到蔡氏電路的混沌行為是有一定的設計條件。雖然最後訓練的過程達到的錯誤率是小於 1%，但如我對蔡氏電路的了解，它所具備的蝴蝶效應使其相關電路的行為無法輕易的被復刻，短時間的信號還原雖然是可能的，但實驗的結果證明長時間的信號還原是不可行的。

陸、 結論與應用

一、作品結論

在本研究當中，我深入探討在數十年前已發明的蔡氏電路，透過實作並建立等效的電路模擬模型，我可以利用在此電路紊亂的操作，達成混沌雷達信號產生，相較於傳統調頻連續波雷達架構，可達成不可預測性，也因此具備抗干擾和難以被敵方探測。

我目前使用 LSTM 的方法，訓練神經網路，嘗試解出混沌電路中的設計參數。在研究過程當中，我也發覺到蔡氏電路是一個非線性的系統且對初始條件和電路元件數值極敏感，不管在實驗和模擬當中，都發現此電路操作的多樣性，因此在神經網路訓練過程當中，我直接拿相乘的訊號做訓練，可得到的極小訓練誤差，但我發覺蔡氏電路所產生的信號非常的混亂，若無法 100%算出元件的值，所產生的混沌信號仍然無法完全復刻。所以在這一場蔡氏電路之混沌雷達及神經網路的對戰之中，混沌電路仍具有不易被干擾之優勢。我希望以此研究為開端，未來對更複雜的混沌雷達的技術再做更進一步的研究。

二、未來展望與相關應用

我在這個研究當中主要完成兩件事情，第一是了解混沌電路的“物理”，第二利用神經網路去“看懂”混沌雷達的輸出波型。這兩項技術的結合可應用的範圍極廣，例如天氣現象也是一個混沌系統，我可利用溫度（濕度）對時間的關係，再使用 LSTM 的神經網路，可反推出氣象變化的模型，然後就可預測未來的氣象。另外人類的心電圖(QRS wave)，也是輸出波形對時間的關係，先了解心臟工作的背後模型，然後可用相同的技術解析心電圖來判斷心臟的問題。

那最有趣的應該在本作品當中發覺此技術對於短時間的混沌現象是可預測清楚的，但是對長期的預測仍然受限於“蝴蝶效應”而無法準確預測，其實這跟現行的氣象預報有一定極限是一樣的。但我想神經網路的持續發展，更複雜的模型的發明，對於未來各種混沌系統或相關波型的解析仍有極大發展的空間。

柒、 參考資料及其他

- [1] 汪楓（主編）（2022）。雷達原理與系統。國防工業出版社。
- [2] 維基百科: 混沌理論
- [3] 李宛頤 (2021)。四眼渦漩-混沌電路之密鑰生成器。 <https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-2/2021/pdf/160024.pdf>。(檢索日期 2024)
- [4] Chua's circuit diagrams, equations, simulations and how to ... <http://www.chuacircuits.com/>
[https:// www.chuacircuits.com](https://www.chuacircuits.com)
- [5] 哈雷（譯）（2024）。跟 NVIDIA 學深度學習！從基本神經網路到 CNN • RNN • LSTM • seq2seq • Transformer • GPT • BERT...，紮穩機器視覺與大型語言模型 (LLM) 的建模基礎（原作者：Magnus Ekman）。旗標出版社。（原著出版年：2024）
- [6] S. Hochreiter and J. Schmidhuber (1997), "Long short-term memory," Neural Computation, vol. 9, no. 8, pp. 1735-1780, 1997.
- [7] D. P. Kingma and J. L. Ba (2015), "Adam: a method for stochastic optimization," International Conference on Learning Representations, pp. 1-15, 2015.

【評語】160023

1. 利用蔡氏電路所產生的混沌信號，使用於類神經網路中的循環神經網路，以數位儲存示波器取出資料，來揭示確實能提升破解雷達信號的難度。
2. 僅以蔡氏電路產生混沌信號，混合於雷達頻譜，難謂完整模擬實用雷達信號，建議應再混合雜訊，探討能否區分，才能達到模擬實用雷達信號之功效。