

中國人的智慧— 魚洗

作者：黃旭宏

就讀學校：岡山高中

指導老師：羅焜哲 鍾志輝



從小喜歡獨自靜靜的看書，但對周遭的事物又充滿了好奇，長住在鄉村對田野、樹林一點也不陌生，因此對大自然懷著無限的景仰。在鍾志輝老師啟蒙下讓我了解了科展，自此便狂熱地對它產生興趣且更加會用心去觀察各種現象，並試圖找出其中的真理。雖然在這過程中經歷了許許多多的困難與挫折，卻因我的執著而克服了這些因素，所以科展對我的成長有極大的助益。

入選即是對我的肯定，科學的道路是漫長無際的，但我會堅持到底，一路走下去。感謝在這段時期內支持我的師長、親友及同學，陪我走過這段寂寞的歲月。

研究動機

魚洗，亦稱龍洗。由銅鑄成的薄壁器皿似洗面盆，因盆底有四條龍或魚的浮雕而得名，四尾魚嘴處的噴水裝飾線由盆底沿盆壁輻射而上，盆壁自然傾斜外翻，盆沿下有對稱的銅耳，通體呈青銅古綠。當盆中注入清水，用手摩擦魚洗盆口對稱的銅環耳，魚洗便會發出清亮的嗡嗡聲，洗內的水出現節線與腹線的分佈，摩擦愈快，聲音愈響，洗內水面波浪翻騰，魚嘴內好似噴出水柱，愈升愈高，形成數十公分高度的水簾。魚洗的製作表示古人已掌握力學、聲學等多方面的物理原理。

對此古人發明的器物，我想以科學的方法研究，瞭解了魚洗噴水的物理機制。

研究目的

在理論層次上利用魚洗的物理模型，解釋魚洗的振動型態，並以強迫振盪的方式，記錄魚洗共振時的外加頻率與水面節線腹線的分佈形式，最後再以電腦以理論模型模擬實驗結果，實驗與理論對照以求驗證。



研究原理

本研究在理論層次上建立魚洗的物理模型。應用圓柱座標的波動方程式，解出其振盪振型。

將喇叭型的魚洗盆簡化為有底的圓柱筒，圓柱筒的周長取作魚洗盆周長的平均值。波在均勻固體介質中傳播時，三度空間中波動方程式的圓柱坐標形式為

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \right)$$

其中波速 $v = \sqrt{k/\rho}$ ， k 為介質的體積彈性係數， ρ 為介質的質量密度。

對於圓柱形薄殼，若薄殼的厚度遠小於薄殼中截面的半徑，半徑方向的振動可忽略不計，振動實際上是在二維 (φ, z) 空間的傳播，波動方程式可簡化為

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = v^2 \left(\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \right)$$

其中 ε 是 t 時刻 (φ, z) 處質量單元的徑向振動位移，波速 $v = \sqrt{D/\sigma}$ ， σ 是圓柱面的質量面密度， D 是與材料剛性有關的面張力係數。

加上邊界條件：底邊為固定邊界；開口為自由邊界；圓周方向為週期性邊界。

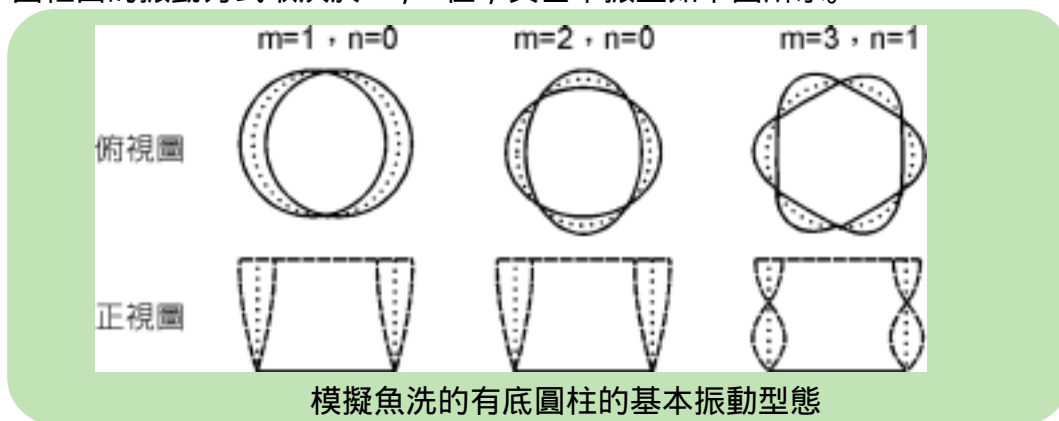
則解得 t 時刻 (φ, z) 處質量單元的位移

$$\varepsilon_{m,n} = A_n \sin\left[\frac{\pi}{2b}(2n+1)z\right] A_m \sin(m\varphi + a_m) A \sin_{m,n} t$$

各質量單元振動頻率

$$\omega_{m,n} = \sqrt{\frac{D}{\sigma} \left\{ (m/a)^2 + [(2n+1)\pi/2b]^2 \right\}}$$

圓柱面的振動方式取決於 m, n 值，其基本振型如下圖所示。

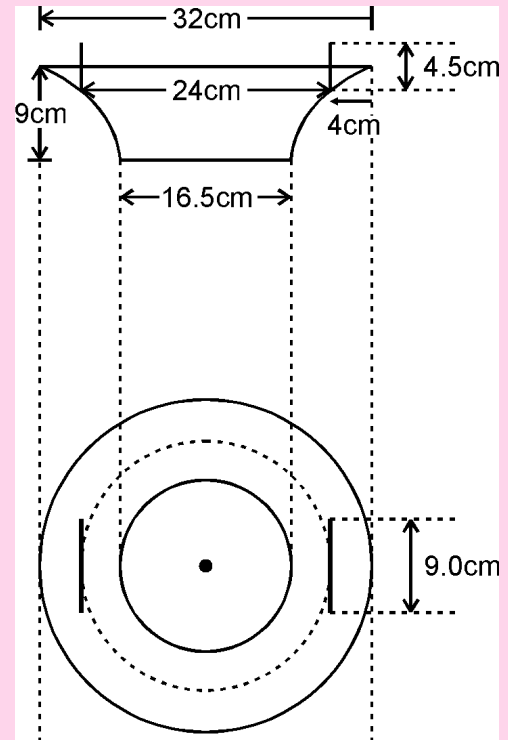


研究器材及裝置

- (1) 魚洗盆一個
- (2) 電腦設備一套
- (3) 自製改良式喇叭型振盪器
- (4) SCIENCE WORKSHOP 750 interface
- (5) sound sensor (PASCO CI-6506B)
- (6) 應用軟體 Datastudio
- (7) 應用軟體 Matlab 4.0
- (8) 塑膠串珠六顆
- (9) 釣魚線一串
- (10) 擊錘一支



魚洗正視圖



魚洗尺寸圖



實驗裝置圖



自製改良喇叭型振盪器

研究步驟

1. 以傅利葉分析，分析其各種情況下的聲音頻率組成。

(1) 將魚洗置於濕布上，注水至 6cm 高，雙手摩擦銅耳，使其發生共振，水面上出現四個水波駐波圖案。以聲音感測器 (sound sensor) 記錄聲音 6 秒，經電腦儲存後，以傅利葉分析，分析其頻率組成。

(2) 將水倒掉後，空魚洗置於濕布上，雙手摩擦銅耳，使其發生共振，以聲音感測器記錄聲音 6 秒，以電腦儲存後，以傅利葉分析，分析其頻率組成。

(3) 將水倒掉後，空魚洗置於濕布上，以擊錘敲擊魚洗邊緣，以聲音感測器記錄聲音，以電腦儲存後，以傅利葉分析，分析其頻率組成。

(4) 將魚洗以細繩繫於空中，以擊錘敲擊魚洗邊緣，以聲音感測器記錄聲音，以電腦儲存後，以傅利葉分析，分析其頻率組成。

2. 以強迫振盪的方式，使魚洗在不同振盪頻率下產生共振，拍攝水面上的水波駐波波形，並用電腦模擬。

(1) 以喇叭型振盪器撞擊魚洗邊緣

改變喇叭型振盪器的頻率，記錄水面駐波圖形。

魚洗邊緣向盆心改變撞擊點 5 次，重覆前一步驟。

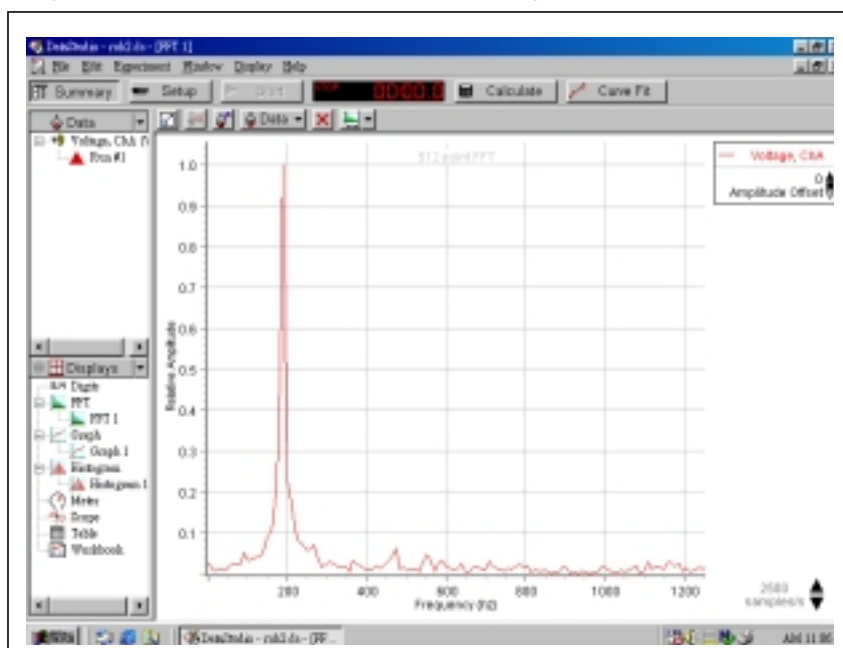
(2) 選擇特定的喇叭型振盪器的頻率，撞擊魚洗的邊緣，使水面產生特定的水波干涉圖形後，再以虹吸管緩慢抽水以降低水深，觀察水面駐波的波形及找振幅變化。

3. 以串珠檢測魚洗側壁各點的振動中的位移分布：在側壁沿高度方向取 6 個測量點，以等長釣魚線粘貼上塑膠串珠，將魚洗盆口朝下，在自由懸掛狀態下以錘敲擊後，以高速相機拍攝串珠的振動情形，觀察串珠振動的位移大小。

研究結果與討論

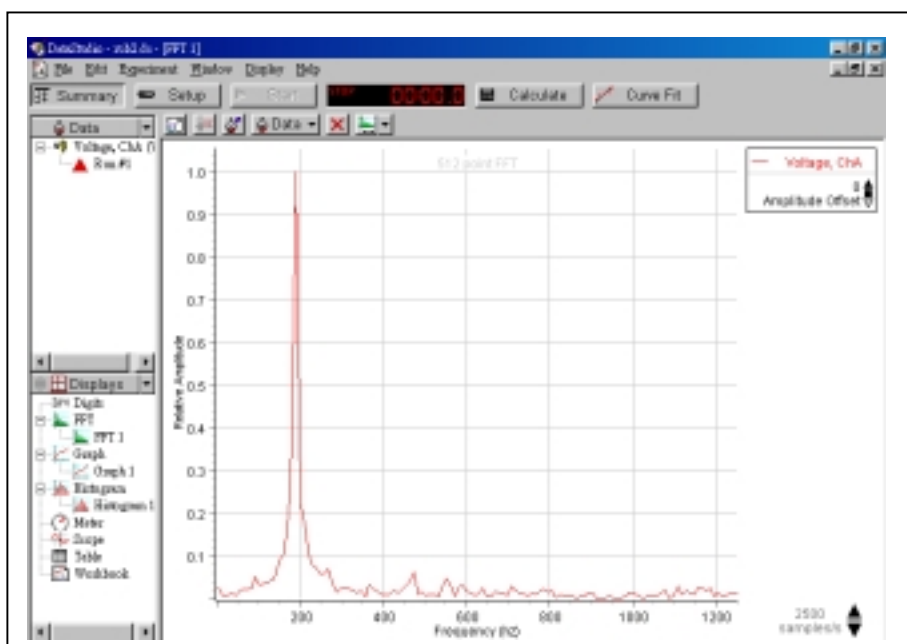
1. 以傅利葉分析，分析其各種情況下的聲音頻率組成。

(1) 將魚洗置於濕布上，雙手摩擦銅耳，使其發生共振，以傅利葉分析，分析其聲音頻率組成，結果如下。可見其頻率組成單純，絕大部分由 194.59Hz 之聲波所組成。



水深 6cm 時，雙手摩擦魚洗聲波之傅利葉分析

(2)將水倒掉後，空魚洗置於濕布上，雙手摩擦銅耳，使其發生共振，以傅利葉分析，分析其聲音頻率組成，結果如下。絕大部分由215.79Hz之聲波所組成，較加水時為高。



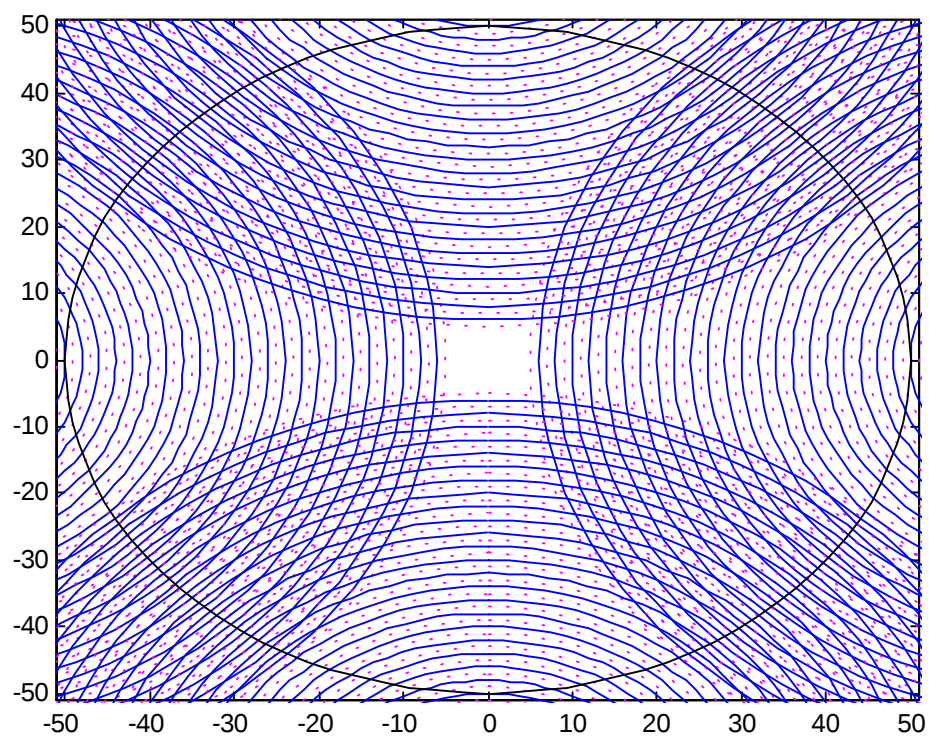
空魚洗盆，雙手摩擦魚洗聲波之傅利葉分析

2. 以強迫振盪的方式，使魚洗在不同振盪頻率下產生共振

(1)固定水高為 6cm，改變喇叭型振盪器的頻率，撞擊魚洗邊緣，發現在某些特定的頻率下，水面產生特定的水波駐波圖案。水面的二維水波駐波圖案可分為下列幾種，均在魚洗圓周邊緣產生對稱的偶數節線與腹線分佈，由魚洗邊緣向盆心延伸並收縮，在末端又開展。如以下相片所示。

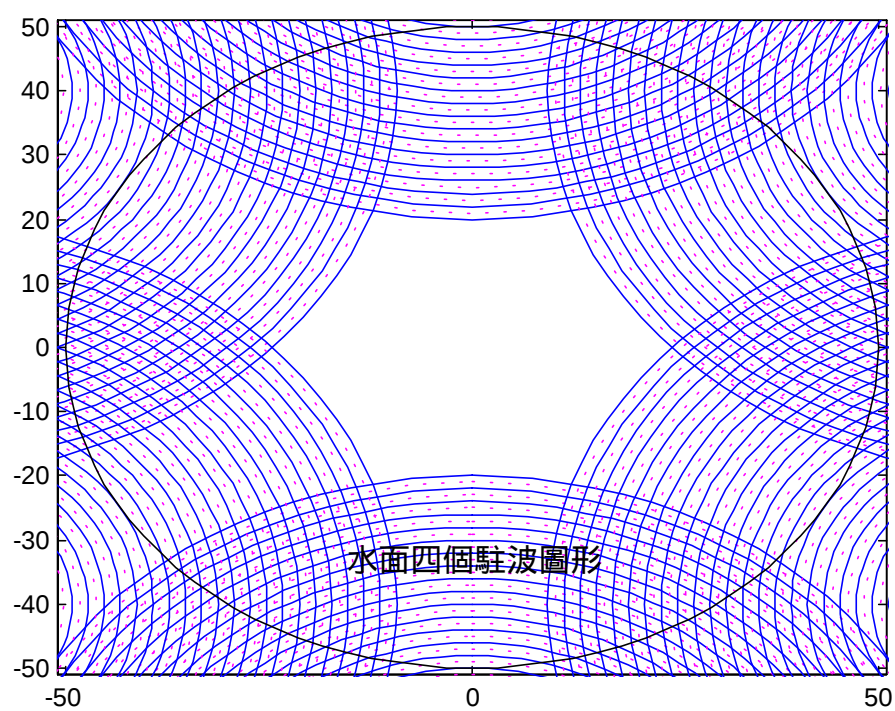


水面四個駐波圖形



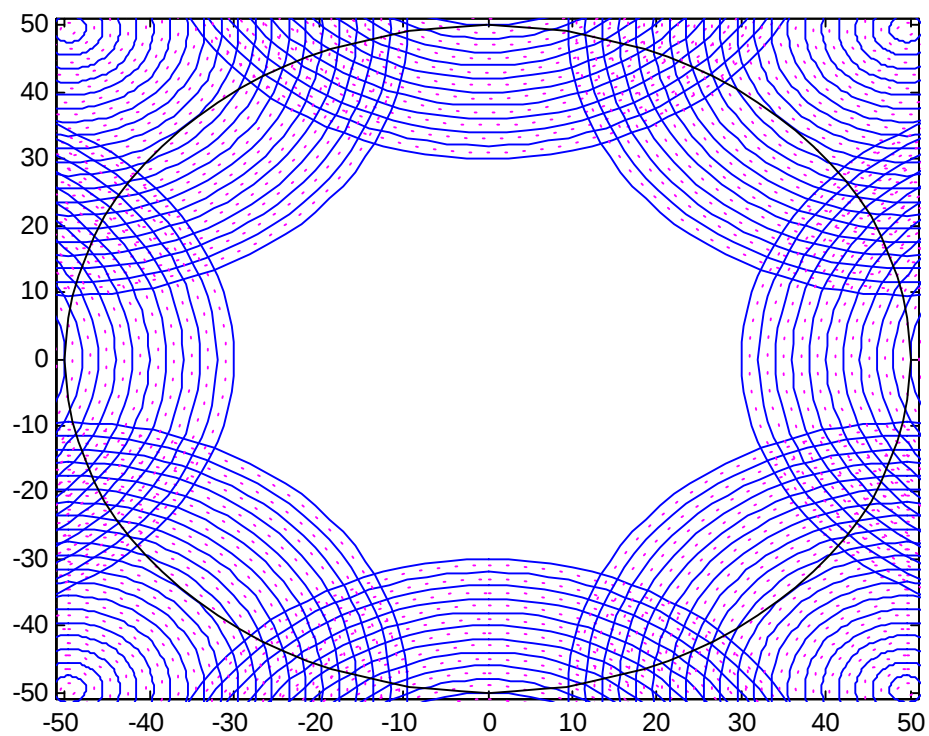


水面六個駐波圖





水面八個駐波圖形

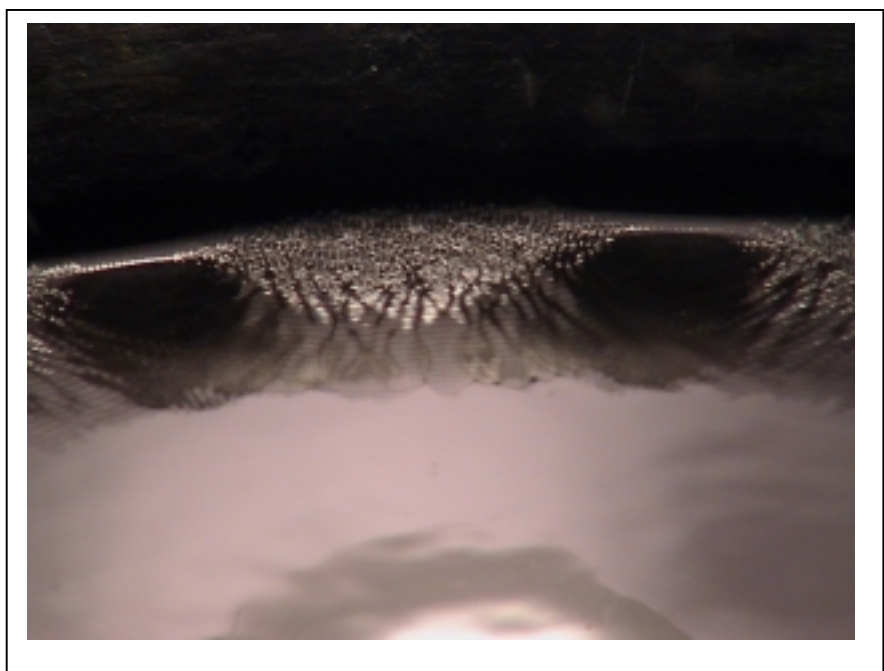




水面十個駐波圖形



水面十二個駐波形



節線與腹線近照

實驗時喇叭型振盪器的撞擊頻率，與所對應的水面水波駐波圖案如下：

頻率 (Hz)	水面水波駐波的節線腹線分佈數目
284.09	八個
255.1	十個
240.38	六個
195.31	四個
162.34	六個
142.05	六個
122.55	六個
107.14	四個

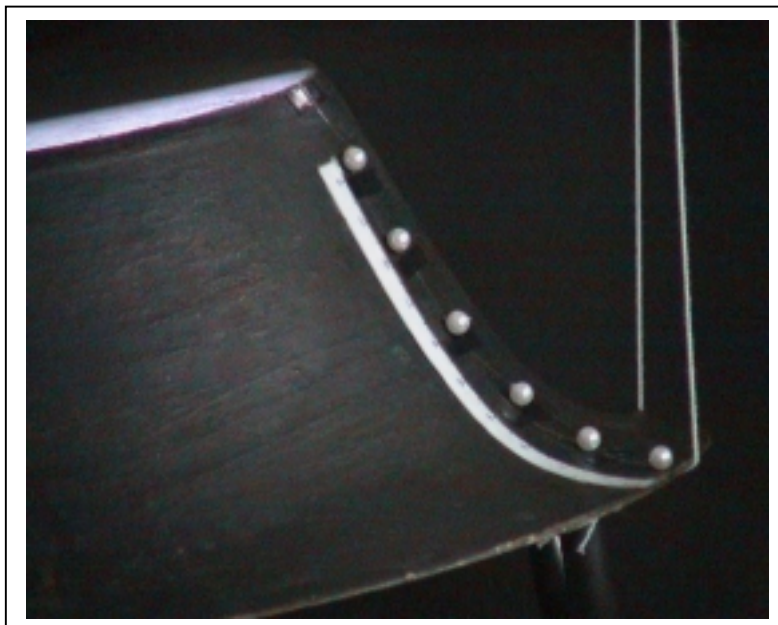
當喇叭型振盪器以 195.31Hz 的頻率撞擊魚洗時，水面出現四個水波的駐波節線腹線分佈，與以手摩擦魚洗時相同，亦對應了第一個研究步驟中摩擦魚洗時，以傅利葉分析聲波的最大組成的 194.59Hz。

電腦模擬魚洗水面節線與腹線分佈結果的吻合，也間接證實了魚洗振動模型的正確性。

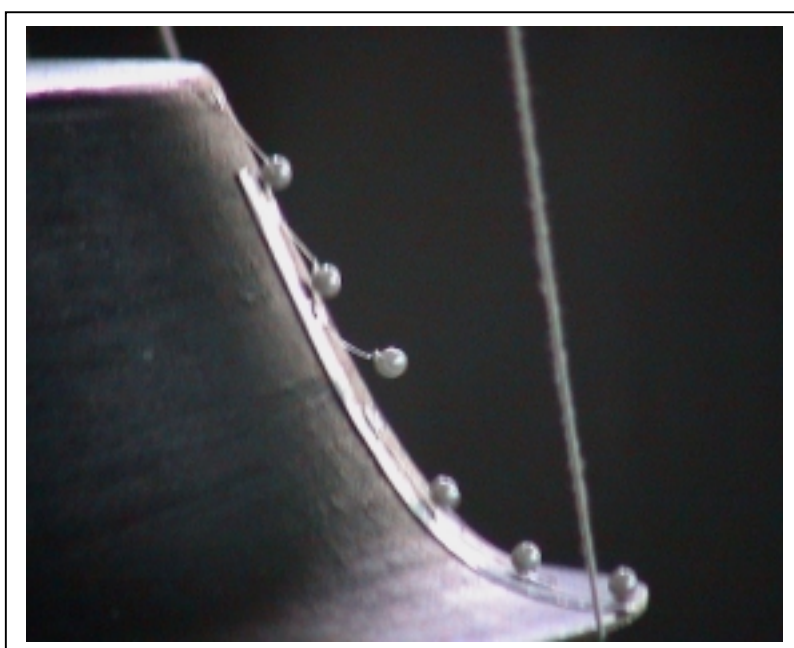
撞擊的方式並非理想的弦波波源，而為脈衝波源。一理想的脈衝即數學上的 Delta 波，由各種大小相同，頻率相異的弦波所組成。此應為在各種不同的撞擊頻率下，仍可使魚洗產生共振的原因。

3. 檢測魚洗側壁各點的振動中的位移分布

在測壁沿高度方向取6個等距離測量點，以等長釣魚線粘貼上塑膠串珠，將魚洗盆口朝下，在自由懸掛狀態下以錘敲擊後，以高速相機拍攝串珠的振動情形，最大振動位移如圖所示。圖中可顯示，側壁最大位移的位置不出現於盆沿的第一測點（自由端）處，而出現在稍下的第四測點。事實上魚洗噴水的位置就在這裏。



在魚洗壁繫上六個塑膠串珠。



魚洗受擊時，以第四顆（由下而上）串珠振動最大。

討論

以不同的頻率撞擊魚洗壁，在某些特定的頻率，水面上可得特定的節線與腹線分佈圖案，表示魚洗壁上應有特定的波源，以特定的頻率振動，產生之水波互相干涉，而得此特定的駐波圖案。

如前魚洗振動模型所述，魚洗壁上有特定的振動模式，魚洗圓周上的波腹應為水波的波源，產生弧狀水波，水波互相干涉而得在水面上形成節線與腹線圖案。

以電腦模擬魚洗壁上對稱四個、六個、八個的波源的結果如上頁圖所示。虛線代表水波波谷，實線代表水波波峰，並假設水波因衰減無法傳遞極遠，模擬而得的干涉結果與實際吻合，腹線與節線的分佈亦與實驗所得的結果十分接近。

結論

(1) 在理論模型的部份，以圓柱座標的波動方程式加上邊界條件，解出了有底中空圓柱的振動型態，作為魚洗的振動模型。

(2) 在實驗的部份，為了驗證其理論的正確性，以自製的喇叭型振盪器使魚洗發生強迫振動，發現魚洗在某些特定的頻率下產生共振，並產生特定的水面駐波波形，以數位式攝影機記錄後，再以電腦模擬四個、六個、八個波源產生的水波，模擬節線與腹線的分佈的結果與實驗的相當吻合。

(3) 頻率 195.31Hz 的強迫振動，使魚洗在水面上產生四個駐波波形，與摩擦魚洗時的產生聲波傅利葉分析，聲波的最大組成頻率 194.59Hz 相當符合。

本實驗結果與理論模型導出的振動型態可互相應對，可初步解釋魚洗的噴水原理。

參考資料

- 1.Y.L.Yan, three Demonstrations from Ancient Chinese Bronzeware. The Phys Teach, 30 (1992).
- 2.Rossing TD. Acoustics of Eastern and Western Bells, old and new. J. Acoust Soc Jpn, 1989, 18(E):P5. (1989)
- 3.Shen SY. Acoustics of Ancient Chinese Bells
- 4.Rossing TD. Wine Glasses, Bell Modes, and Lord Reyleigh. Phys Teach, 1990, 28:582
- 5.Needham J. Science & Civilisation in China. Ch.26:35-38
- 6.王大鈞. 古代文物的力學性質研究. 文物保護與考古科學, 1993(5):35
- 7.高級中學基礎理化教師手冊(上), p88。
- 8.<http://www.chinese-bronze.com/indexBIG.htm> 中華青銅公司