

# 2023 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號	160021
參展科別	物理與天文學
作品名稱	利用懸臂梁振動探討物體與黏滯流體交互作用 力之關係
得獎獎項	一等獎 美國 ISEF 正選代表

就讀學校	臺北市立第一女子高級中學
指導教師	簡麗賢、李尉彰
作者姓名	陳紫瑜

關鍵詞 懸臂梁、黏滯流體、共振

## 作者簡介



我是臺北市立第一女子高級中學科學班二年級學生陳紫瑜，科學的啟蒙源自國小的校內科展，雖然只獲得小獎項，卻開啟我對科學研究的大視野。

就讀北一女科學班，透過專題研究課程的引導，追求科學研究的夢想。從學過的物理知識發想，延伸探討簡諧運動。在一年餘的專題研究過程中，儘管不時遇到困境，卻未澆熄我對科學研究的熱情，經過這段不短時間的實驗和探究，我逐漸能享受科學研究的愉悅。

感謝簡老師、李教授的指導，以及學長姊的建議和協助，讓我有幸進入臺灣國際科展複審階段。我期許懷抱對科學的好奇與熱情，徜徉於科學研究的學海中。

## 摘要

本實驗應用 3D 列印及機械機構設計簡諧運動機制，使懸臂梁（以鋁尺構成）與聚乙烯醇及水混合之黏性物質碰撞，以雷射位移計觀察和測量鋁尺振動波形的振幅，探討其週期振動。

實驗中，調整聚乙烯醇與水的混合比例改變其黏滯度，以單自由度運動方程式探討鋁尺於不同黏滯度下的運動行為，發現鋁尺黏滯時間、脫離黏膠的速度與聚乙烯醇的濃度呈正相關，代表可利用量測黏滯時間、脫離黏膠的速度推測物質的濃度。加速度因同時受時間、速度影響，不與聚乙烯醇濃度呈正相關。另外，以黏度計測量不同溫度、聚乙烯醇溶液濃度下的黏度，發現聚乙烯醇溶液在重量百分濃度 15%至 25%的區間中，濃度愈高、或溫度愈低的情況下，黏性愈強，且濃度高者隨溫度變化程度愈大。

此外，以快速傅立葉變換處理鋁尺在受不同黏滯度作用下的位移數據，發現位移波形為簡諧運動，其頻率由鋁尺共振的自然頻率組成，不因黏滯阻尼而改變。驅動以振動器試圖改變鋁尺振動頻率，發現鋁尺傾向振動的頻率為其自然頻率，符合以歐拉-伯努力方程式推導出的自然頻率。

## Abstract

This project studies the dynamical behavior of an aluminum cantilever beam that moves in a simple harmonic mechanism using 3D printing in contact with a metal ceramics heater coated with a mixture of PVA205 and water. Adjust the proportion of PVA205 and water to make Non-Newtonian fluid; the viscosity of the fluid is higher in a lower temperature and in a higher weight percentage concentration of PVA between 15~25%. Measure the magnitude and waveform of the cantilever beam which collides with the viscous fluid with a Laser Doppler displacement meter. The time the ruler sticks to the viscous fluid and the velocity of the ruler disengaging with the viscous fluid have a positive correlation between the weight percentage concentration of the PVA205, whereas the acceleration of the ruler disengaging with the viscous fluid does not; these locomotor behaviors of the cantilever can be discussed by Equation of Motion for the Single Degree of Freedom.

Analyzing the composition of the waveform by Fast Fourier Transform, I found out that the waveform is composed of the frequency of simple harmonic motion and the natural frequency of the cantilever beam, not being impacted by the damper. Changing the frequency of the ruler by a shaker, I found out that the ruler has the biggest magnitude in its natural frequency, which can be derived from the Euler-Bernoulli beam theory.

## 壹、 研究動機

在高中物理課程的簡諧運動，提到質點與彈簧構成系統受到阻力或合力的影響，據此思考是否有其他可操作的外力具有阻尼效應，其對簡諧運動有何影響？

此外，在了解流體的卡門渦街效應及塔科馬海峽吊橋崩塌事件背後的共振原理後，想知道什麼因素可以影響物質的自然頻率。再者，思考若共振物體與黏性物質相撞時造成的黏滯力，是否可具有阻尼效應，因此啟發我更深入探討簡諧、阻尼、共振及碰撞等相關特性的物理現象。


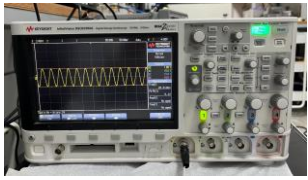




## 貳、 研究目的

- 一、設計 3D 列印，製作簡諧裝置。
- 二、探討不同黏度之黏膠對鋁尺的黏滯力、黏滯時間以及反彈時的速度、加速度和共振模式。
- 三、以快速傅立葉變換探討波形組成的影響因素。
- 四、以黏度計測量黏度與溫度及聚乙烯醇（PVA205）濃度的關係



## 參、 研究設備及器材架設

### 一、 實驗設備及器材

表（一） 實驗器材、設備與軟體

編號	設備名稱	用途	圖示
1	雷射位移計	測量隨時間改變的鋁尺與碰撞物之間距離	
2	示波器	顯示雷射位移計量測的距離所對應到的電壓波型	
3	60RPM 減速馬達	簡諧裝置驅動	
4	3D 列印機 snapmaker A250	列印機構	
5	線材：聚乳酸 (PLA)	機構材料	
6	振動器	提供鋁尺穩定振動頻率	

7	波形發生器	調整振動器頻率、振幅	
8	PVA205(聚乙烯醇)	調製膠水	
9	加熱板	加熱溶解 PVA205	
10	黏度計	測量溶液黏度	
11	溫度槍	測量溶液溫度	
12	陶瓷加熱片 (60°C)	黏膠溫度控制	

13	SOLIDWORKS2020	實驗裝置繪製	
14	MATLAB	實驗數據處理	

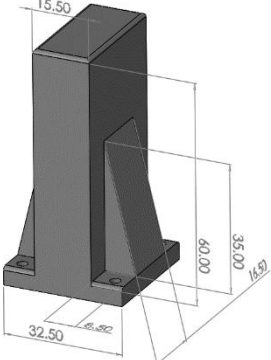
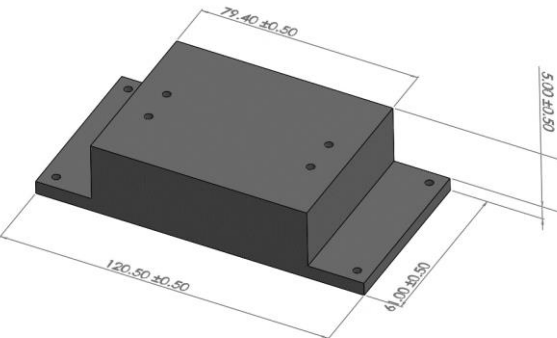
表（二）黏膠 PVA205 之比例

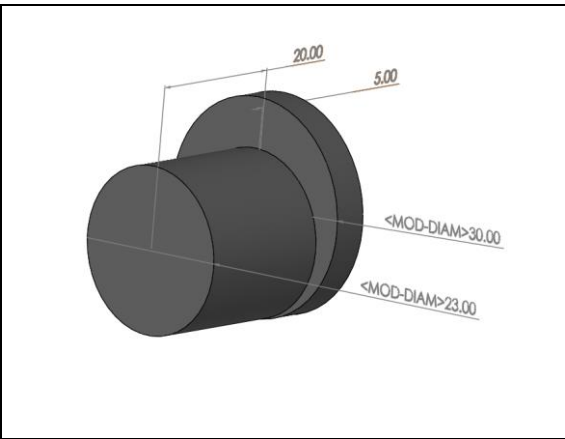
編號	PVA:水	PVA、水質量(單位:公克)	總質量(單位：公克)
1	15.0:85.0	7.50、42.50	50.00
2	17.5:82.5	8.75、41.25	
3	20.0:80.0	10.00、40.00	
4	22.5:77.5	11.25、38.75	
5	25.0:75.0	12.50、37.50	

## 二、實驗架設與機構設計

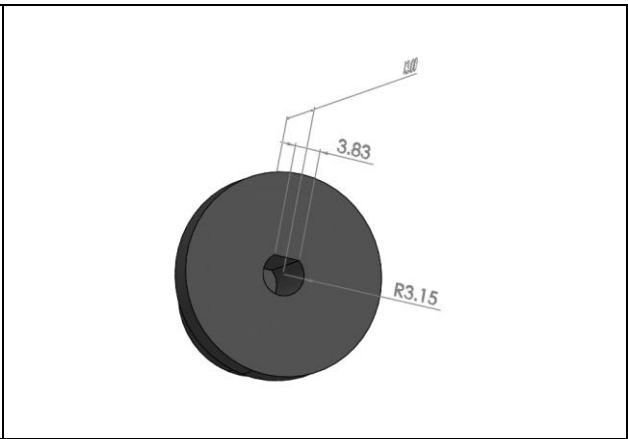
### (一) 機構零件

表（三）機構零件圖（單位：mm）

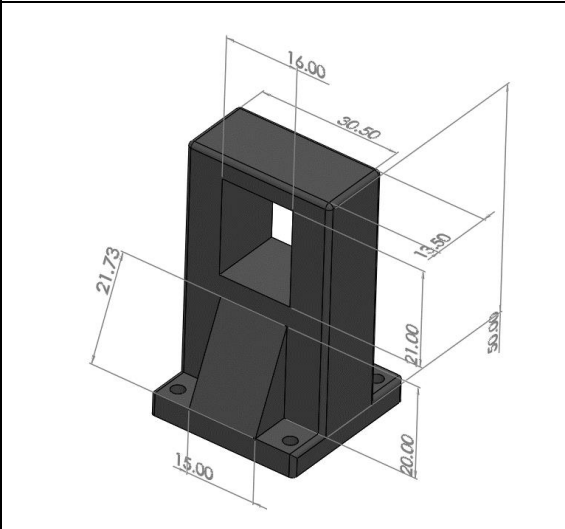
(1) 固定黏貼支架	(2) 馬達支架
	
(3) 圓形連接輪（正面）	圓形連接輪（背面）



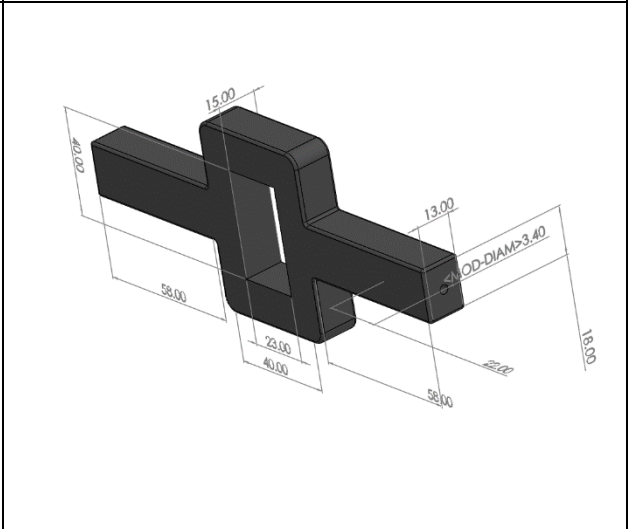
(4) 連接桿支架



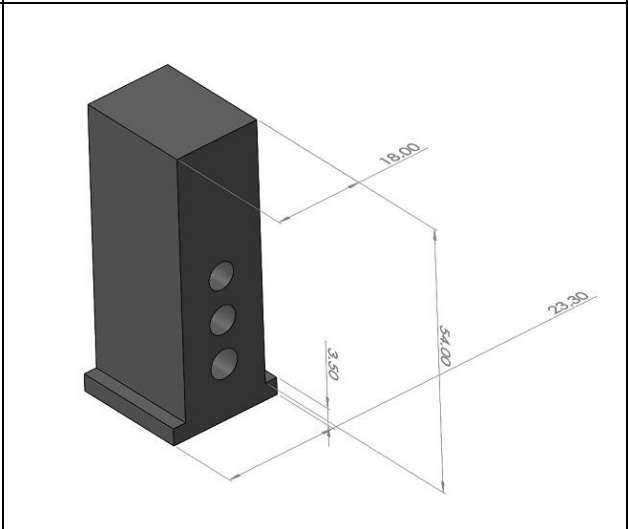
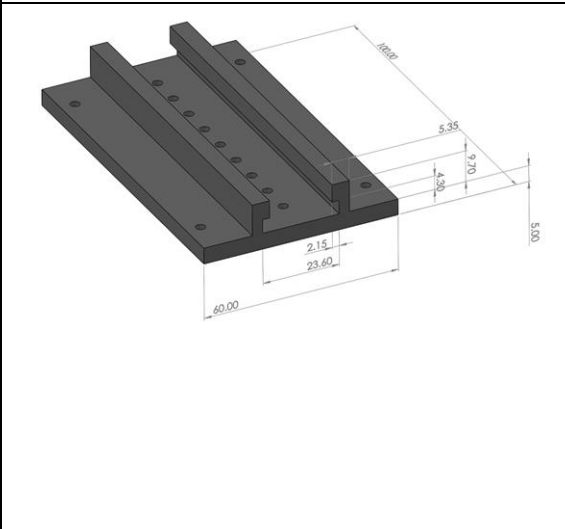
(5) 連接桿



(6) 軌道

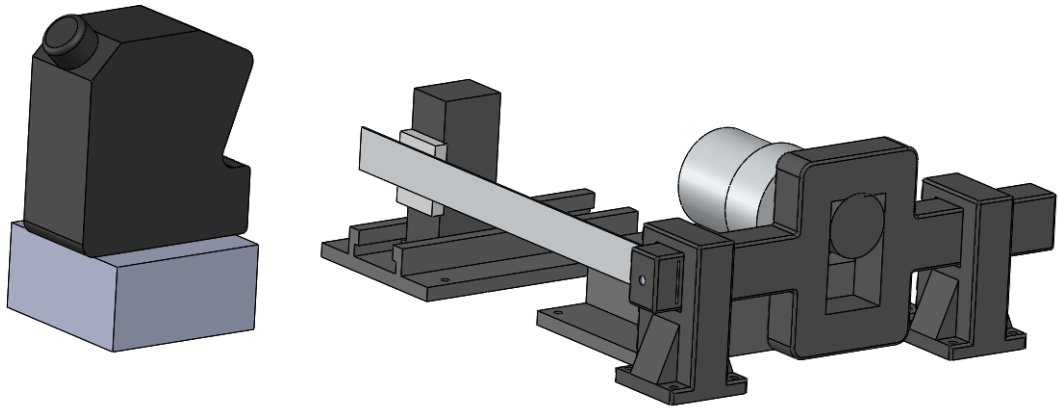


(7) 軌道黏貼支架

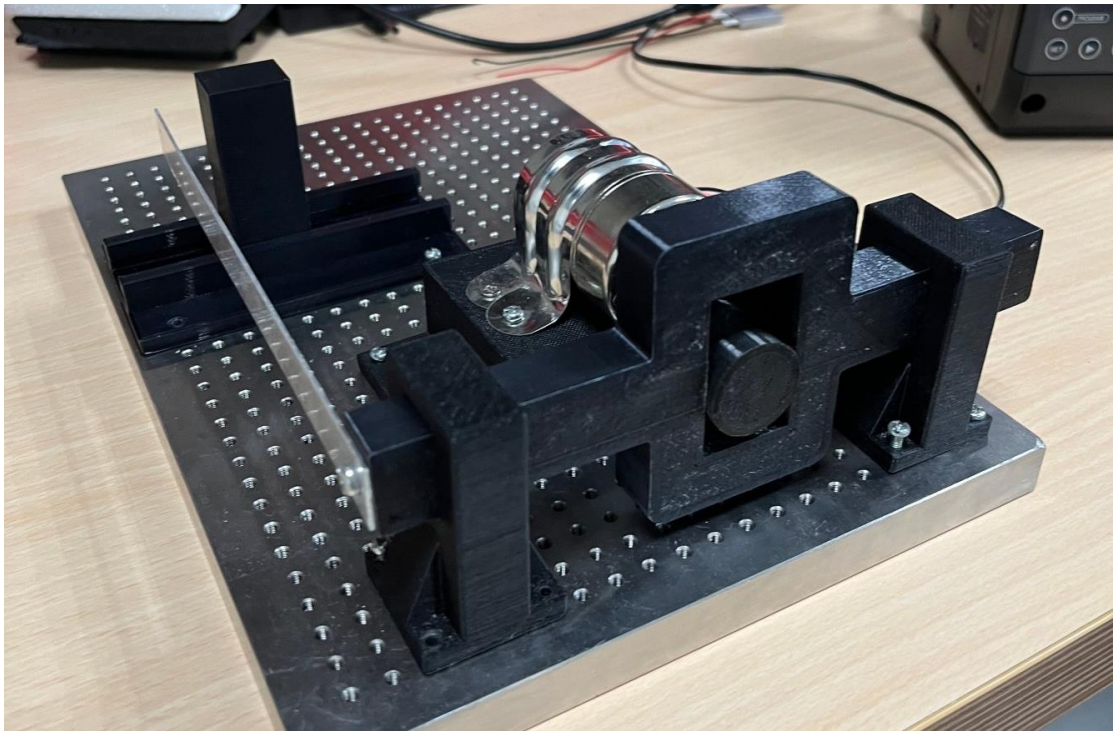




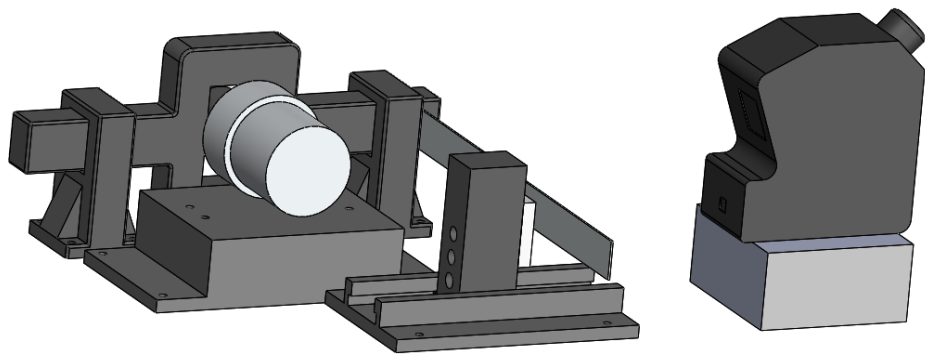
(二) 機構全景



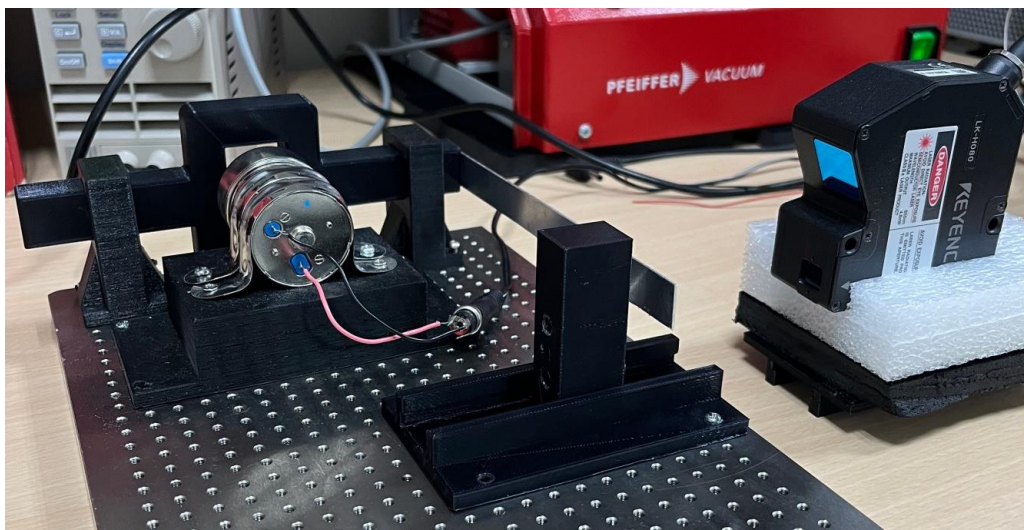
圖（一）機構正面設計圖



圖（二）機構正面實際圖

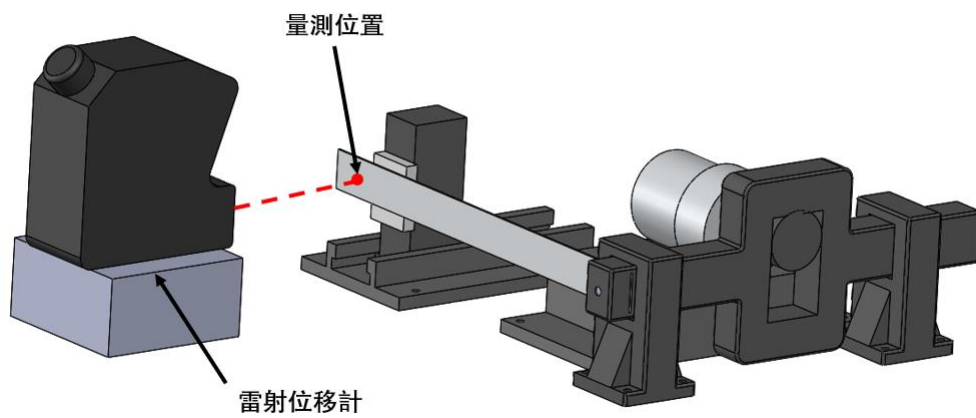


圖（三）機構背面設計圖



圖（四）機構背面實際圖

(三) 量測架構圖



圖（五）量測架構圖

## 肆、 研究過程及方法

### 一、研究過程及方法

- (一) 改變 PVA205 重量百分濃度探討與鋁尺共振的關係
- (二) 改變振動器頻率探討鋁尺振幅與振動頻率的關係
- (三) 改變黏滯物質探討鋁尺振動波形的組成
- (四) 改變 PVA205 重量百分濃度及溫度探討與黏度的關係

### 二、數據處理方法

#### (一) 鋁尺黏滯時間

1. 將甲實驗中示波器儲存的數據轉換繪製為位移對時間的  $x-t$  圖 ( $x$  單位: mm;  $t$  單位: s)
2. 擷選彈簧碰到黏膠, 停止以自身自然頻率共振之數據點 A 至彈簧脫離黏膠並反彈開始共振的數據點 B。
3. 將 A、B 兩點的發生時間相減, 得一次黏滯時間。
4. 取存取數據中所有完整的黏滯時間, 平均得平均黏滯時間。

#### (二) 鋁尺黏滯產生反彈的速度與加速度

1. 將甲實驗中示波器儲存的數值 (單位: volt) 轉換為位移  $x$  (單位: mm)。
2. 使用 EXCEL 繪製鋁尺位移對時間的  $x-t$  圖。
3. 擷選鋁尺離開黏膠瞬間的數據點至共振反彈至位移最高點的數據點。
4. 以 MATLAB 對位移數據點平滑 (smooth), 並以平滑後的數值對時間微分得各點瞬時速度  $v$  (單位: mm/s)
5. 用 MATLAB 對各點瞬時速度  $v$  平滑 (smooth) 後作趨勢線, 並對時間微分得加速度  $a$  (單位:  $\text{mm/s}^2$ )。
6. 將加速度  $a$  作趨勢線得其趨勢線上最大、最小值並相減。
7. 將速度  $v$  達最大值前後的加速度  $a$  分別取平均。

### (三) 鋁尺受振動器不同頻率作用的振幅

1. x 軸為頻率振動器振動之頻率，y 軸為鋁尺之振幅，作圖。

### (四) 快速傅立葉變換探討波形的組成

1. 以 Excel 資料分析功能對波形做傅立葉變換，繪製一頻率為 x 軸、波幅為 y 軸的圖。

### (五) 黏度計量測溶液濃度

1. 以黏度計以及溫度槍測量溶液在不同溫度下的黏度。
2. 變換溶液黏度，重複步驟（1），以 x 軸為溫度，y 軸為黏度作圖。

## 三、彈簧共振的自然頻率

(一) 根據歐拉-伯努利方程式，懸臂梁的自然頻率為： $f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$

$f_i$ ：頻率  $i$ ：模態  $\lambda$ ：特徵值  $L$ ：懸臂梁長度  $E$ ：楊氏係數  $e$

$I$ ：慣性矩  $\rho$ ：密度  $A$ ：面積

(二) 歐拉-伯努力方程式的假設情況：

- a、懸臂梁的材料具等向性
- b、材料的行為具線性彈性
- c、懸臂梁的轉動慣量可忽略
- d、懸臂梁的剪力變形可忽略

(三) 懸臂梁之特徵值

表（四）懸臂梁於不同模態下的特徵值

$i$	1	2	3	4	5	6
$\lambda_i$	1.875	4.694	7.855	10.995	14.137	17.279

(四) 懸臂梁於不同模態之振動模式 (箭頭：振動方向)

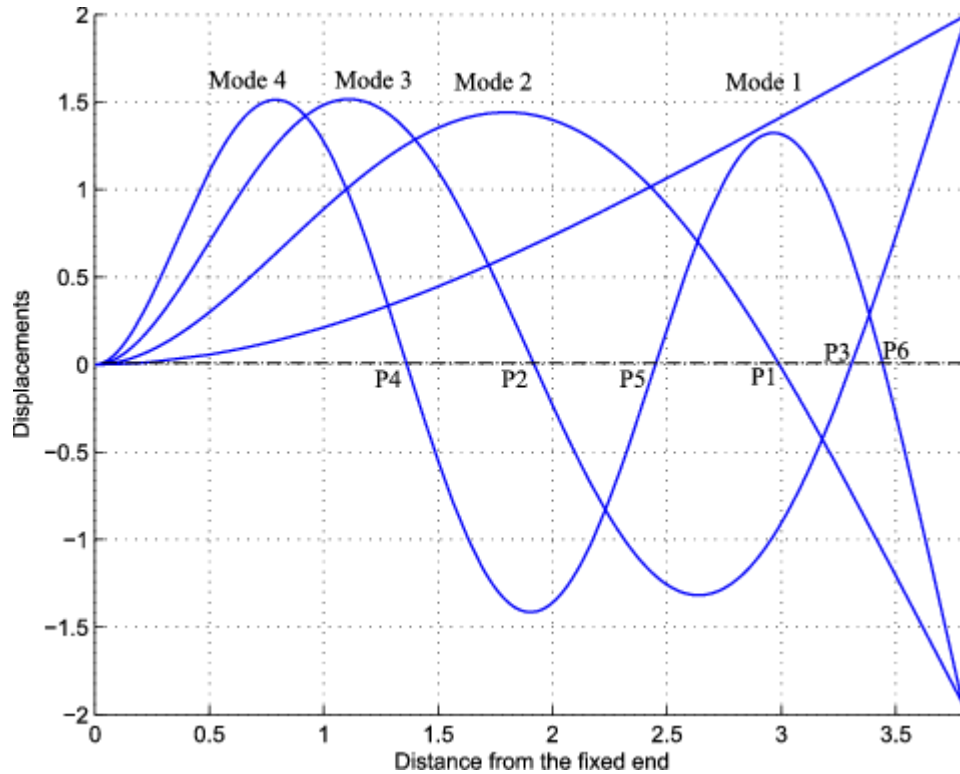


圖 (六) 懸臂梁於不同模態的振動模式

(五) 計算懸臂梁之自然頻率，以實驗中使用之鋁尺為例：

$$\text{鋁尺寬度 } w = 1.55 \times 10^{-2}(\text{m})$$

$$\text{鋁尺厚度 } t = 1 \times 10^{-3}(\text{m})$$

$$L = 1.75 \times 10^{-1}(\text{m})$$

$$E = 69.3 \times 10^9(\text{Pa})$$

$$I = \frac{1}{12} \times w(\text{m}) \times t^3(\text{m}^3) = \frac{1}{12} \times (1.55 \times 10^{-2}) \times (1 \times 10^{-3})^3(\text{m}^4)$$

$$\rho = 2.680 \times 10^3(\text{kg}/\text{m}^3)$$

$$A = w(\text{m}) \times t(\text{m}) = (1.55 \times 10^{-2}) \times (1 \times 10^{-3}) = 1.55 \times 10^{-5}(\text{m}^2)$$

$$\text{於第一模態 } (i = 1) \text{ 時, } f_1 = 26.82(\text{Hz})$$

#### 四、液體黏度與剪切力的關係

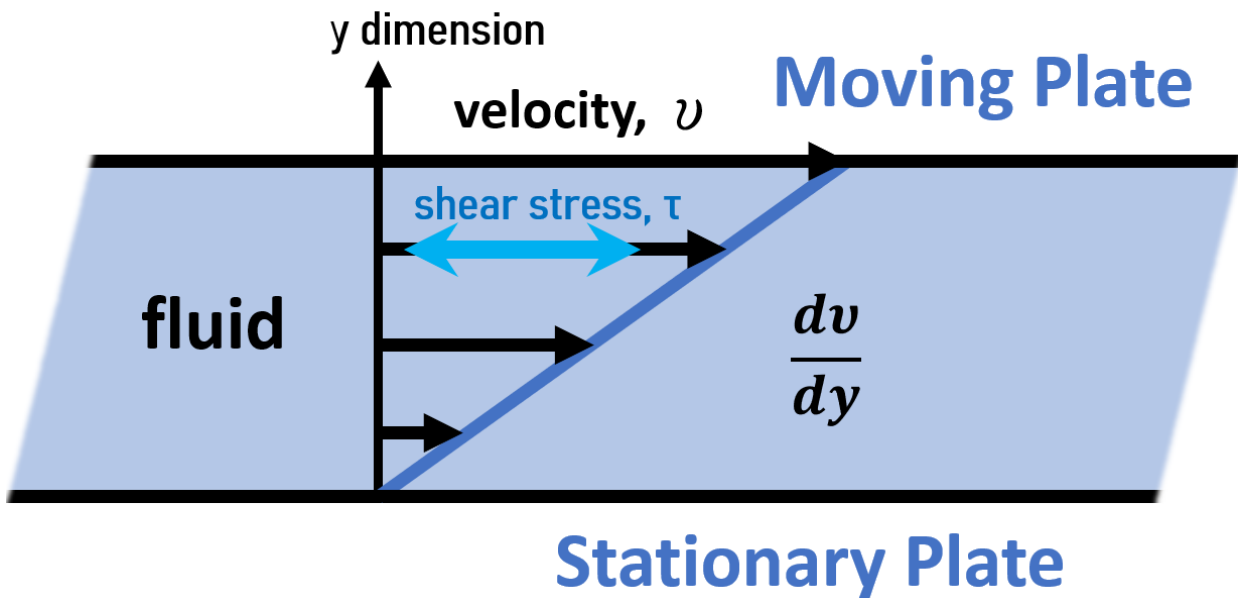
Brookfield 黏度計是利用非牛頓流體造成的剪應力來求得流體的黏度。

由於非牛頓流體各層間流速相異，需要額外施力克服各層間產生的摩擦力，使上層平板維持等速運動。額外施加的力與平板面積相除，即單位面積受到的力量，稱為剪應力(Shear stress)。

數學關係式： $F = A \cdot \mu \cdot \frac{dv}{dy}$ ，同除以 $A$ 可得  $\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$

$F$ ：施加使平板維持等速運動的力  $A$ ：平板面積  $\mu$ ：黏度

$v$ ：平板運動速度  $y$ ：兩平板間距離  $\tau$ ：剪應力

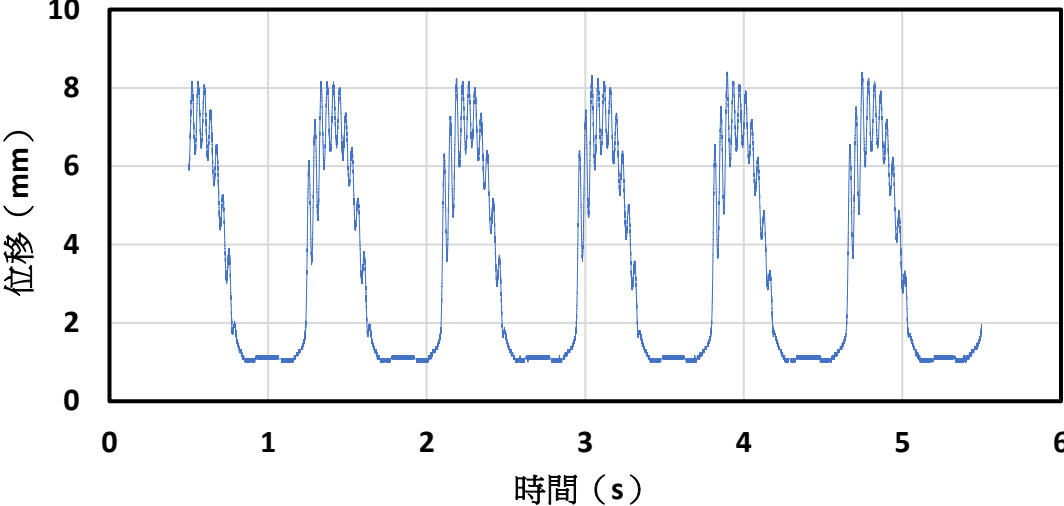
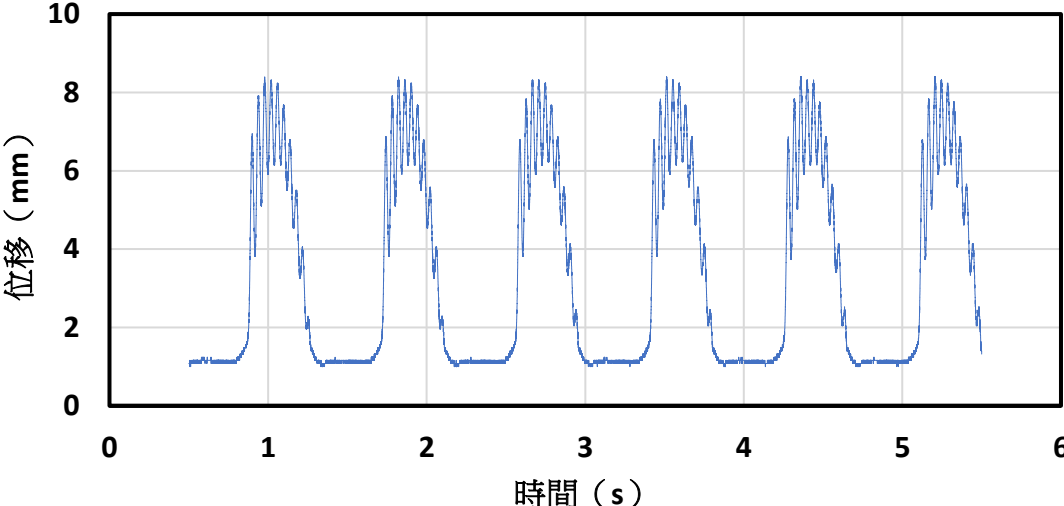


圖（七）液體黏度與剪切力之關係

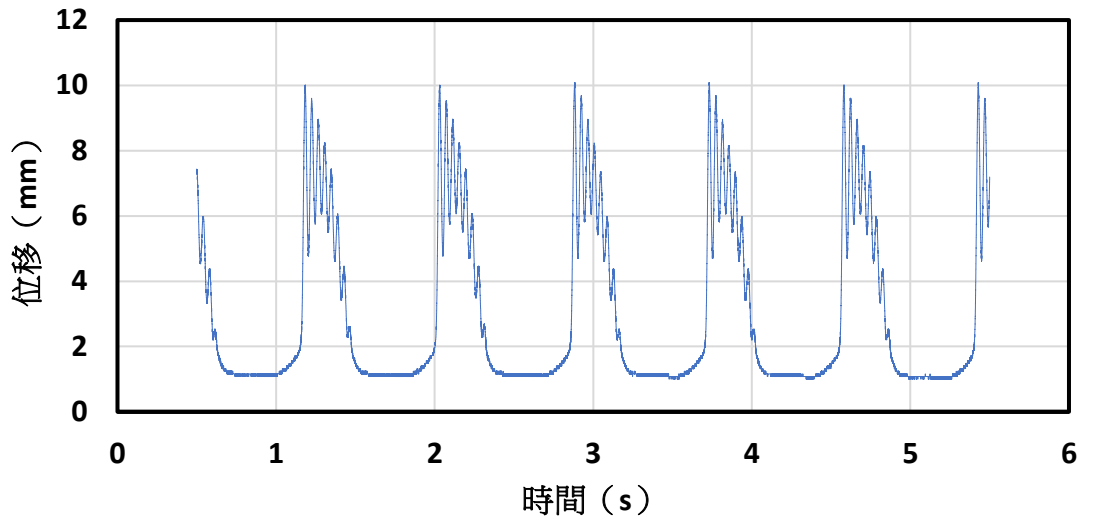
## 伍、 研究結果

### 一、不同黏滯度下波形呈現

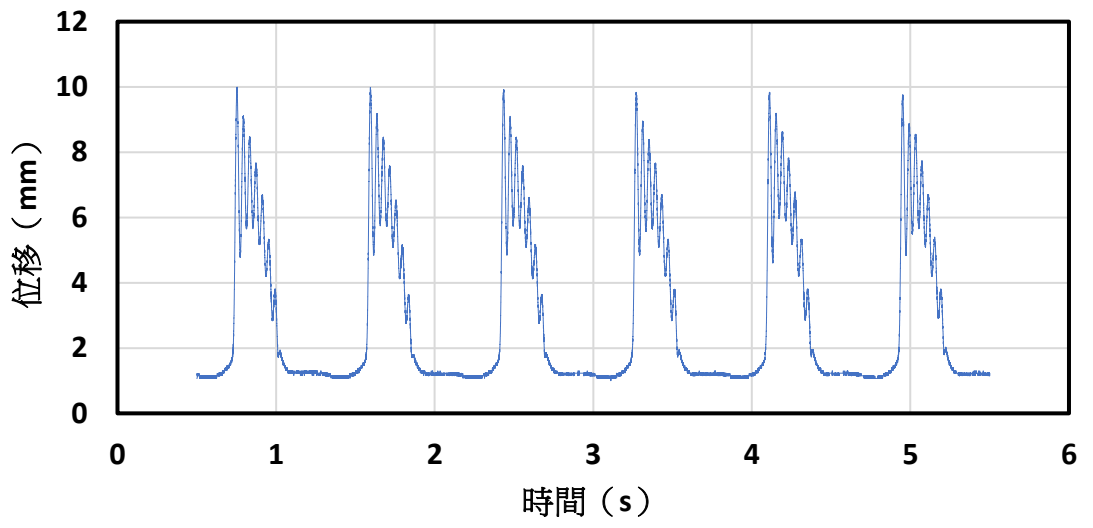
表（五）不同 PVA205 濃度下的波形對照

PVA205：水	波形
17.5：82.5	
20：80	

22.5 : 77.5



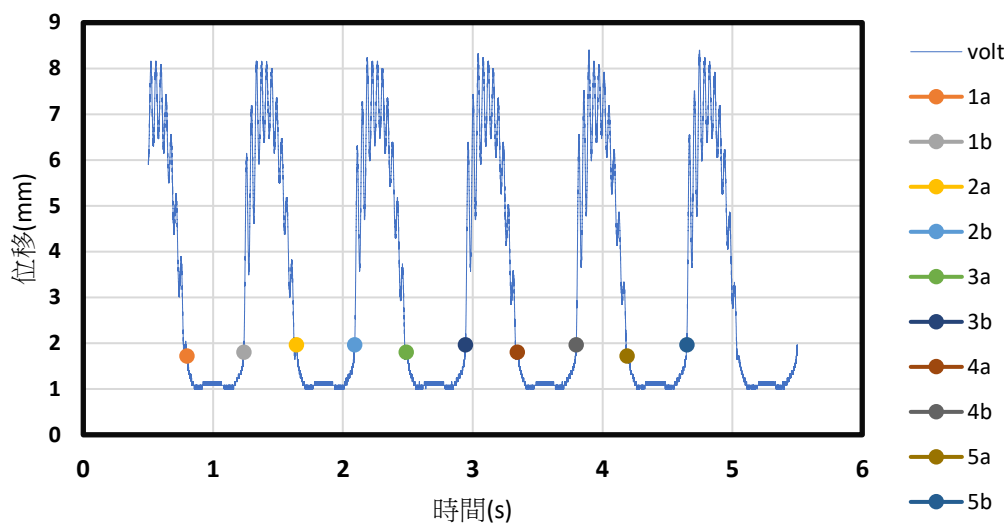
25 : 75





## 二、鋁尺黏滯時間

(一) 17.5 : 82.5

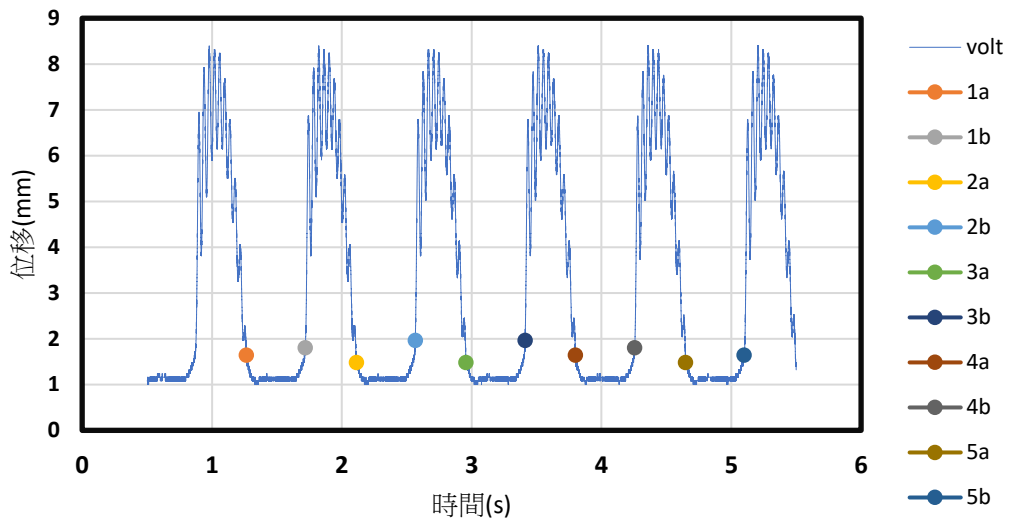


圖（八）PVA205 濃度 17.5%之黏滯時間

表（六）PVA205 濃度 17.5%之黏滯時間

項目	1	2	3	4	5
時間點 1 (s)	0.7979	1.6419	2.4879	3.3429	4.1889
時間點 2 (s)	1.2359	2.0909	2.9439	3.7972	4.6484
時間差 (s)	0.4380	0.4490	0.4560	0.4543	0.45950
平均時間差 (s)	0.45136				

(二) 20 : 80

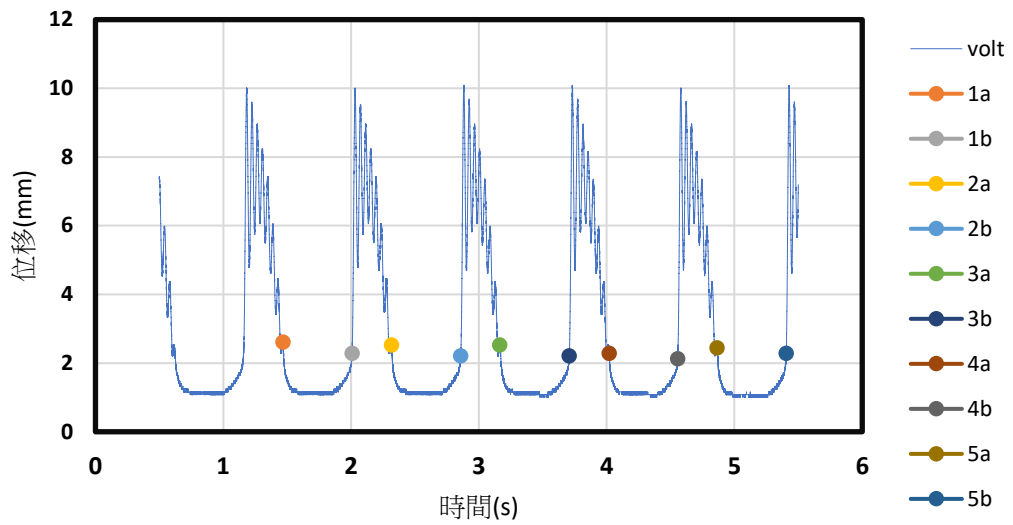


圖（九）PVA205 濃度 20%之黏滯時間

表（七）PVA205 濃度 20%之黏滯時間

項目	1	2	3	4	5
時間點 1 (s)	1.2649	2.1119	2.9567	3.8007	4.6481
時間點 2 (s)	1.7179	2.5661	3.4117	4.2557	5.0996
時間差 (s)	0.4530	0.4542	0.4550	0.4550	0.4515
平均時間差 (s)	0.45374				

(三) 22.5 : 77.5

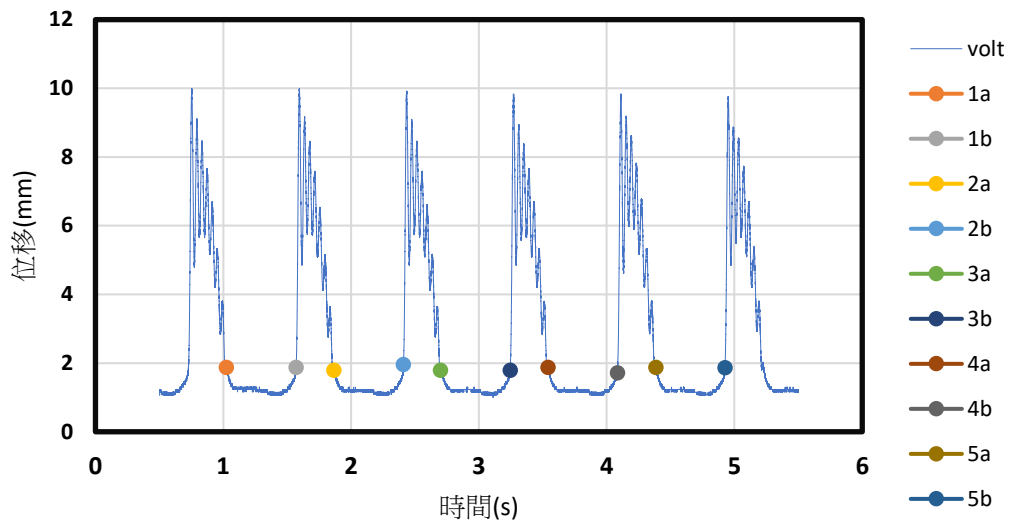


圖（十）PVA205 濃度 22.5%之黏滯時間

表（八）PVA205 濃度 22.5%之黏滯時間

項目	1	2	3	4	5
時間點 1 (s)	1.4659	2.3169	3.1639	4.0189	4.8629
時間點 2 (s)	2.0079	2.8584	3.7069	4.5549	5.4049
時間差 (s)	0.5420	0.5415	0.5430	0.536	0.5357
平均時間差 (s)	0.53964				

(四) 25 : 75



圖（十一）PVA205 濃度 25%之黏滯時間

表（九）PVA205 濃度 25%之黏滯時間

項目	1	2	3	4	5
時間點 1 (s)	1.0249	1.8644	2.6999	3.5399	4.3849
時間點 2 (s)	1.5699	2.4099	3.2449	4.0834	1.6804
時間差 (s)	0.5450	0.5455	0.5450	0.5435	0.5405
平均時間差 (s)	0.54390				

### 三、鋁尺速度與加速度

(一) 17.5 : 82.5

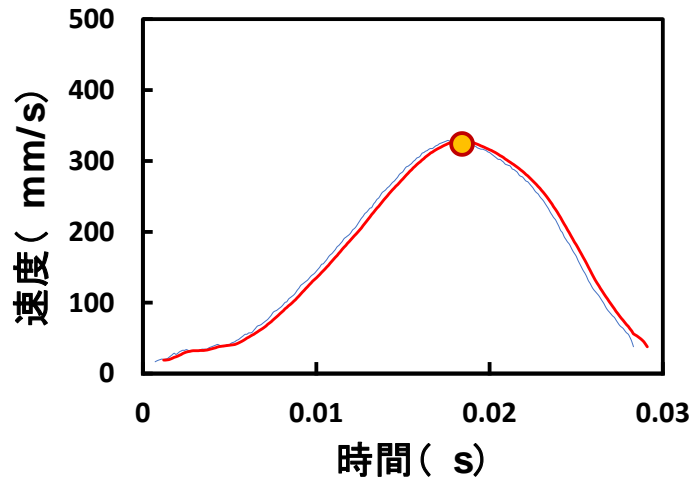


圖 (十二) PVA205 濃度 17.5%鋁尺反彈速度

速度趨勢線最大值：329.22 mm/s

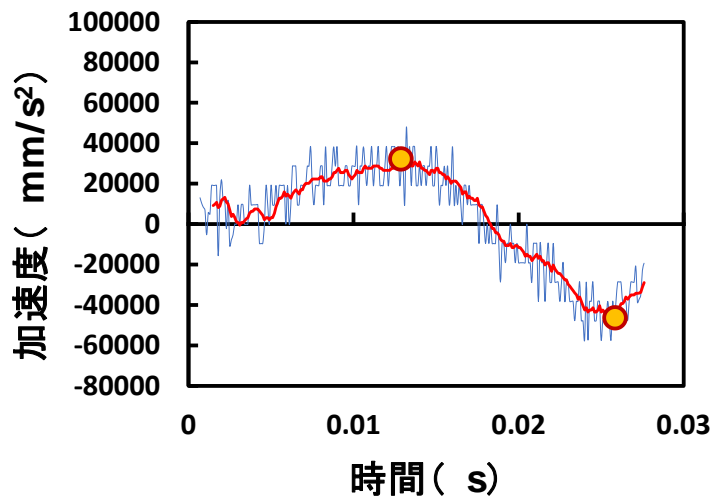


圖 (十三) PVA205 濃度 17.5%鋁尺反彈加速度

加速度趨勢線最大值：33279.1 mm/s<sup>2</sup>

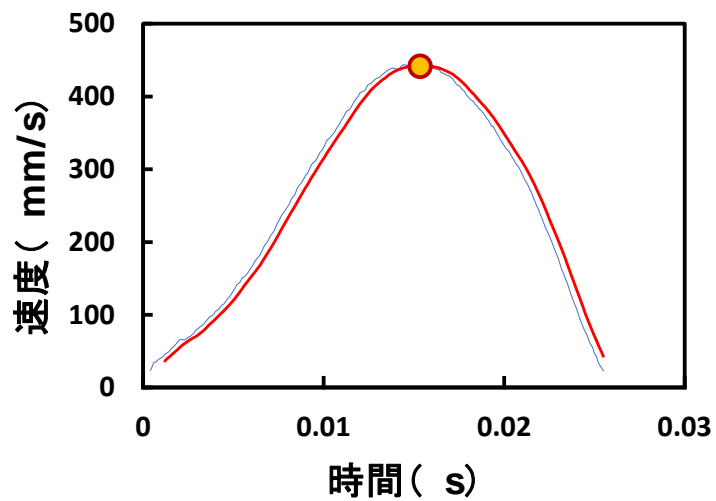
加速度趨勢線最小值：-47593.6 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最大值-加速度趨勢線最小值：80872.7 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值前之加速度平均值：18209.01 mm/s<sup>2</sup>

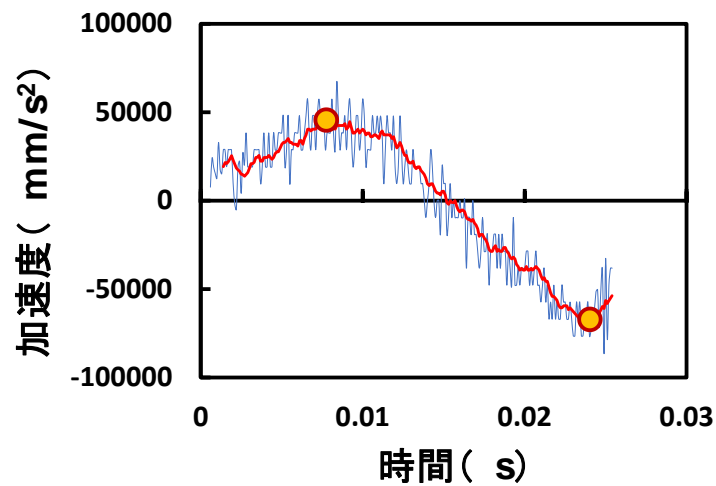
速度達最大值後之加速度平均值：-28346.71 mm/s<sup>2</sup>

(二) 20 : 80



圖（十四）PVA205 濃度 20%鋁尺反彈速度

速度趨勢線最大值：443.10 mm/s



圖（十五）PVA205 濃度 20%鋁尺反彈加速度

加速度趨勢線最大值：44880.0 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最小值：-68844.6 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最大值-加速度趨勢線最小值：113724.6 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值前之加速度平均值：19176.55 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值後之加速度平均值：-53080.99 mm/s<sup>2</sup>

(三) 22.5 : 77.5

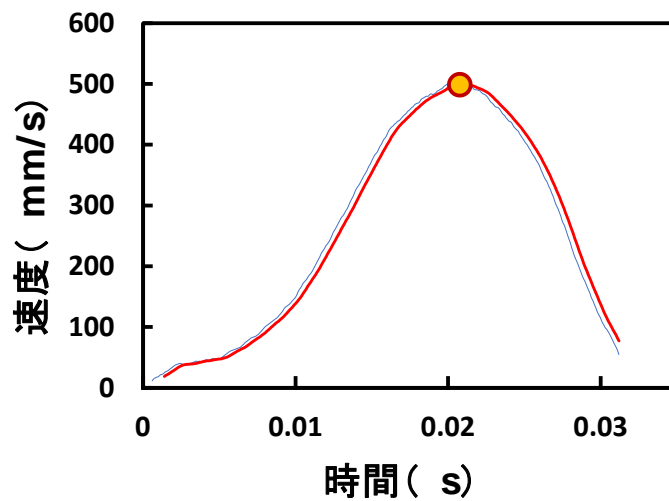


圖 (十六) PVA205 濃度 22.5%鉛尺反彈速度

速度趨勢線最大值：501.44 mm/s

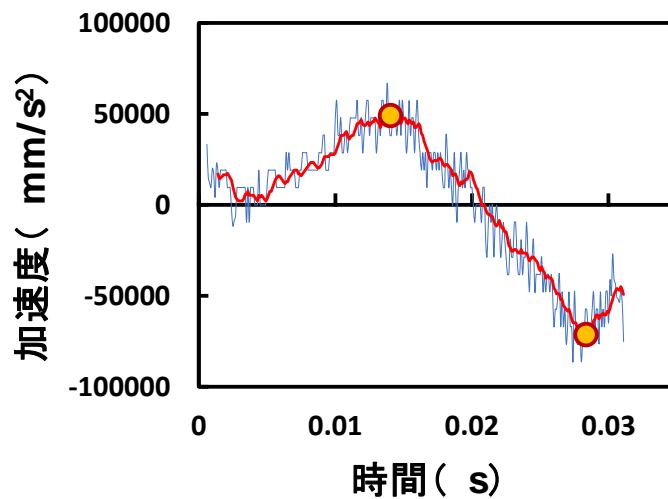


圖 (十七) PVA205 濃度 22.5%鉛尺反彈加速度

加速度趨勢線最大值：49523.8 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最小值：-73423.0 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最大值-加速度趨勢線最小值：122946.8 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值前之加速度平均值：19079.84 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值後之加速度平均值：52475.35 mm/s<sup>2</sup>

(四) 25 : 75

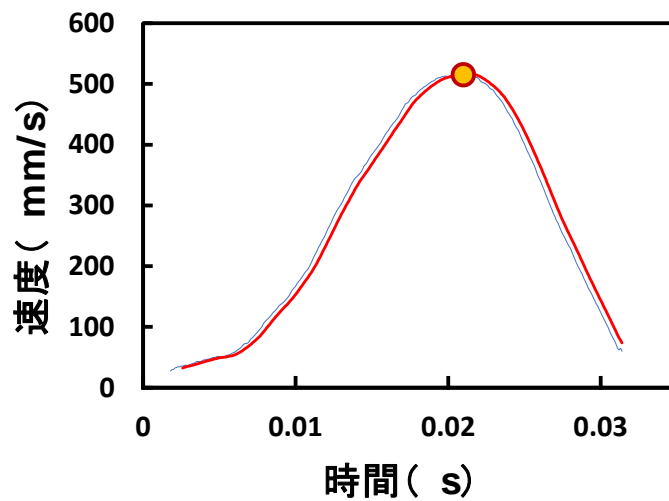


圖 (十八) PVA205 濃度 25%鋁尺反彈速度

速度趨勢線最大值：515.77mm/s

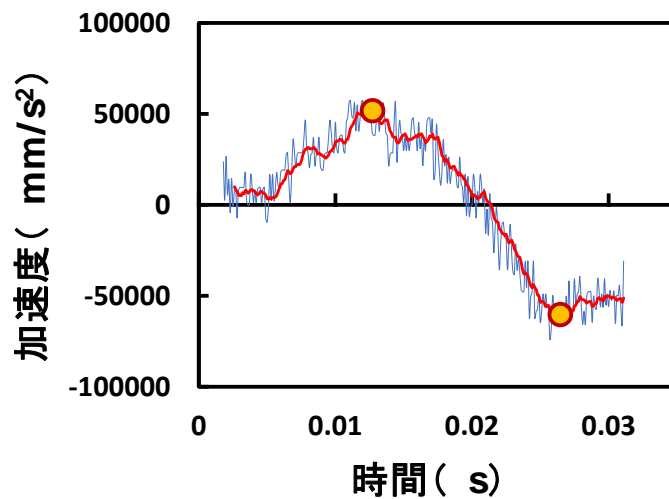


圖 (十九) PVA205 濃度 25%鋁尺反彈加速度

加速度趨勢線最大值：51850.4 mm/s<sup>2</sup>

加速度趨勢線最小值：-62495.0 mm/s<sup>2</sup>

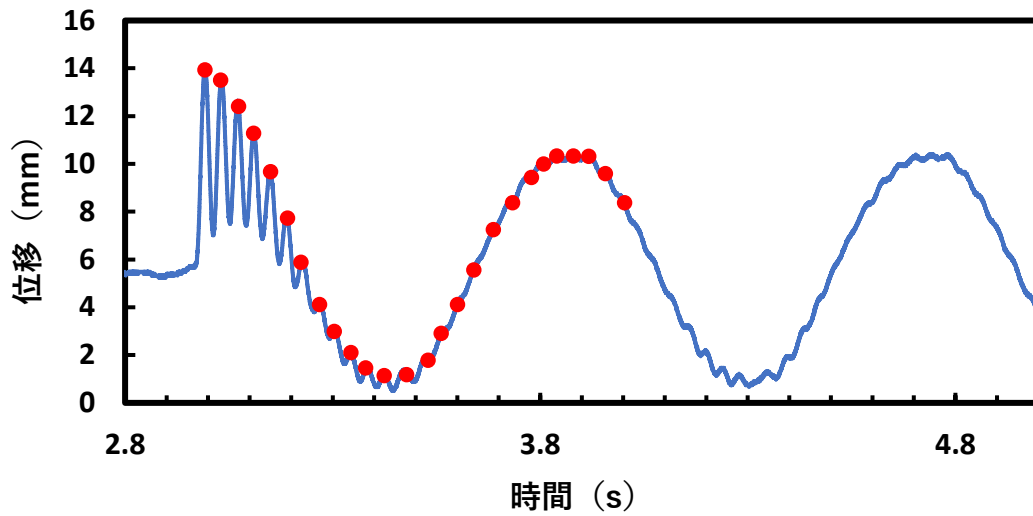
加速度趨勢線最大值-加速度趨勢線最小值：114345.4mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值前之加速度平均值：25613.05 mm/s<sup>2</sup>

速度達最大值後之加速度平均值：-43566.50 mm/s<sup>2</sup>



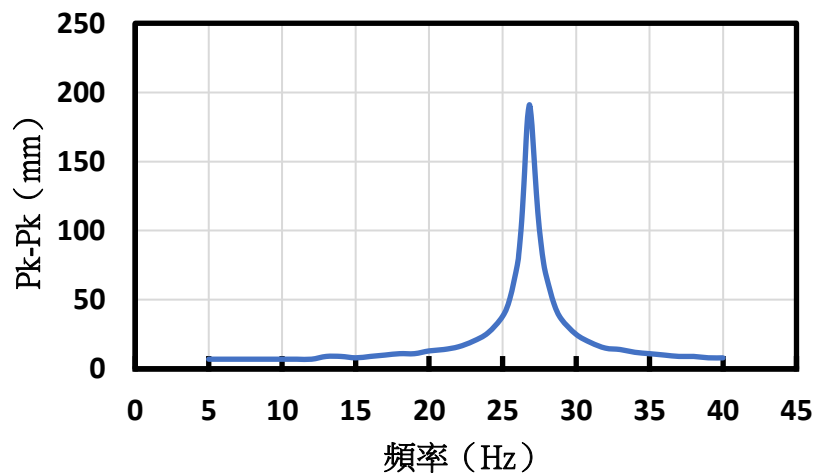
#### 四、鋁尺受黏滯流體單一次作用後反彈之波形



圖（二十）鋁尺受 15%之 PVA205 作用後之波形

由上圖，第三秒至第四秒的區間可視為簡諧運動一個週期，此週期中共存在 26 個鋁尺共振之波峰，近似於實驗鋁尺之自然頻率 26.82Hz，故可知鋁尺傾向於振動於本身的自然頻率。受其他濃度 PVA205 作用之鋁尺亦如是。

#### 五、鋁尺受振動器不同頻率作用之峰值



圖（二十一）鋁尺受振動器不同頻率作用下之峰值

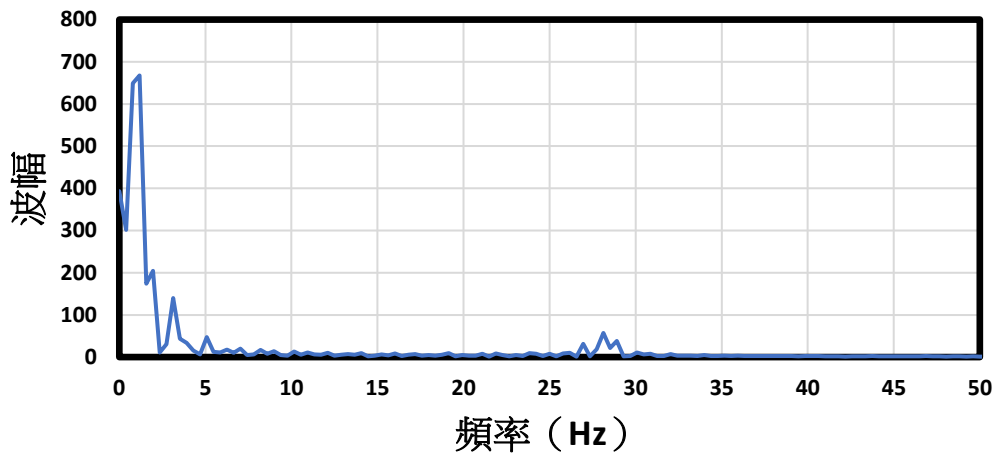
表（十）鋁尺在頻率 26.70~26.90Hz 作用下之峰值

頻率 (Hz)	26.70	26.80	26.82	26.84	26.88	26.90
Pk-Pk (mm)	182	190	191	191	189	187

故可知實驗之鋁尺傾向振動之頻率為 26.82Hz~26.84Hz，為其自然頻率，符合根據歐拉-伯努力方程式推導出之第一模態自然頻率。

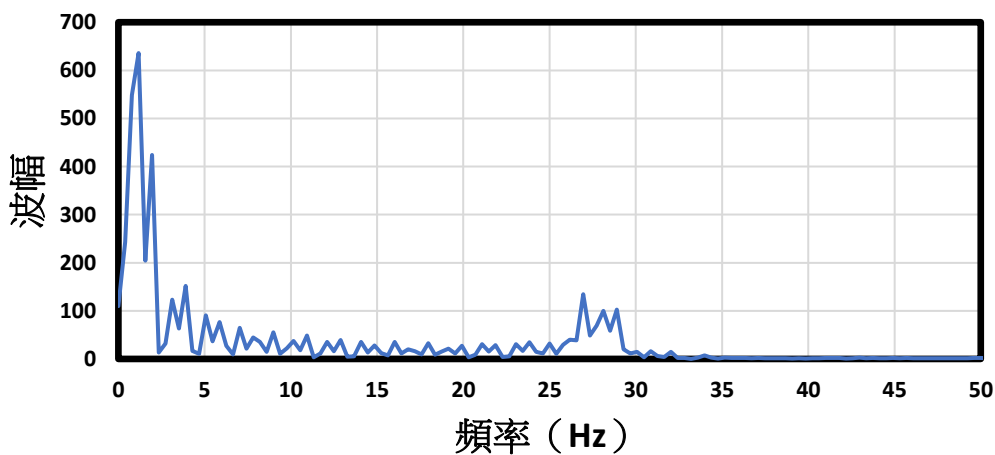
### 六、快速傅立葉變換

雙面膠



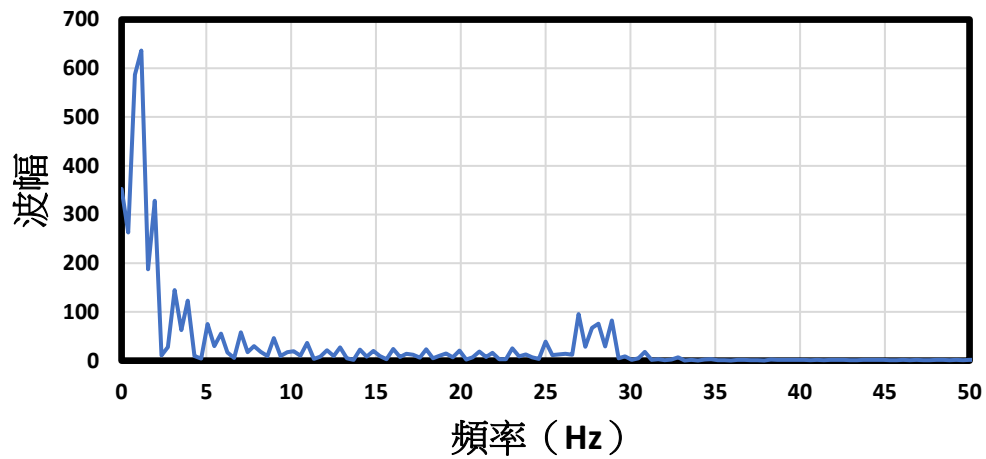
圖（二十二）鋁尺受雙面膠阻尼作用快速傅立葉變換結果

泡棉膠



圖（二十三）鋁尺受泡棉膠阻尼作用快速傅立葉變換結果

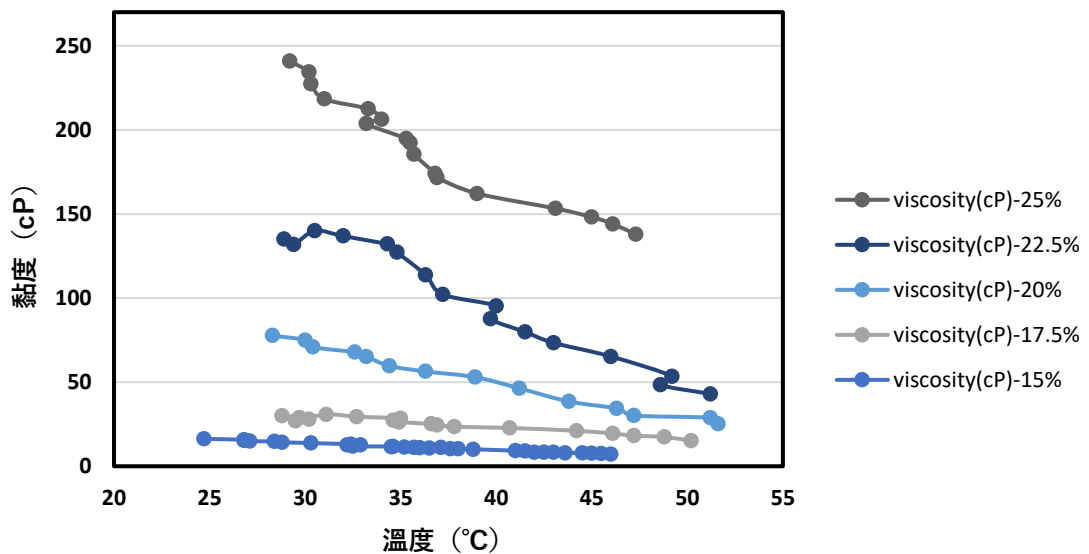
## 電工膠布



圖（二十四）鋁尺受電工膠布阻尼作用快速傅立葉變換結果

上圖為鋁尺受三種不同黏性材料作用後的波形，進行快速傅立葉變換後所呈現。由圖可知，三種情況下快速傅立葉變換後的波幅於 1Hz、26~29Hz 明顯較大，可知鋁尺振動波形無論受什麼黏滯材料影響，皆由 1Hz 與 26~29Hz 之波組成。

## 七、黏度與 PVA205 濃度及溫度之關係

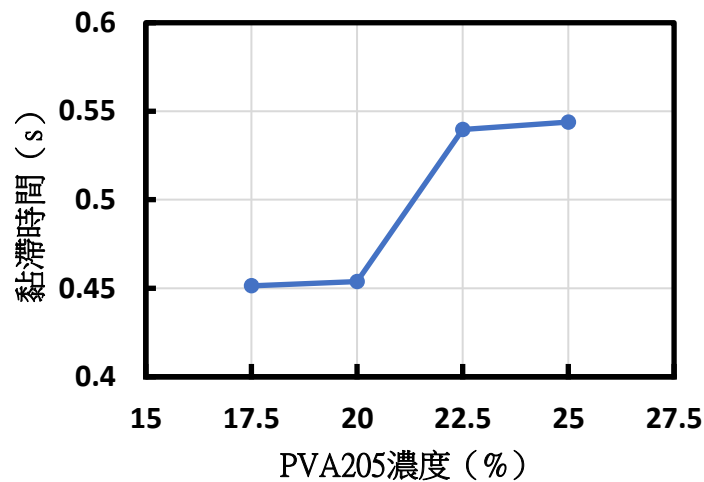


圖（二十五）黏度與 PVA205 濃度及溫度之關係

PVA205 濃度在 15%至 25%的區間中，各濃度 PVA205 黏度隨溫度上升而增加，在 PVA205 濃度較高的情況下，黏度隨溫度上升而下降的趨勢愈明顯。

## 陸、 討論

### 一、鋁尺黏滯時間與 PVA205 濃度之關係



圖（二十六）鋁尺黏滯時間與 PVA205 濃度之關係

- (一) PVA205 濃度越高時，鋁尺反彈時的最大速度越大。
- (二) 鋁尺因黏膠的黏滯與簡諧裝置的運動造成變形，此時產生將鋁尺產生將鋁尺拉回平衡位置的回復力，鋁尺受到的回復力與鋁尺平衡位置的相對位移成正比，即簡諧運動的關係式  $F = -kx$ 。
- (三) 當鋁尺受到的回復力大於黏膠的黏滯力  $\mu$  時，即  $-kx > \mu$ ，鋁尺會脫離黏膠。
- (四) 黏滯時間  $\propto$  鋁尺黏於黏膠時與平衡位置的相對位移  $x \propto$  黏滯力  $\mu$ ，也就是說，鋁尺的黏滯時間越長，即代表鋁尺黏於黏膠時與平衡位置的相對位移  $x$  越大，黏滯力  $\mu$  亦越大。

二、鋁尺反彈速度與 PVA205 濃度之關係

表 (十一) 不同 PVA205 濃度下鋁尺反彈速度

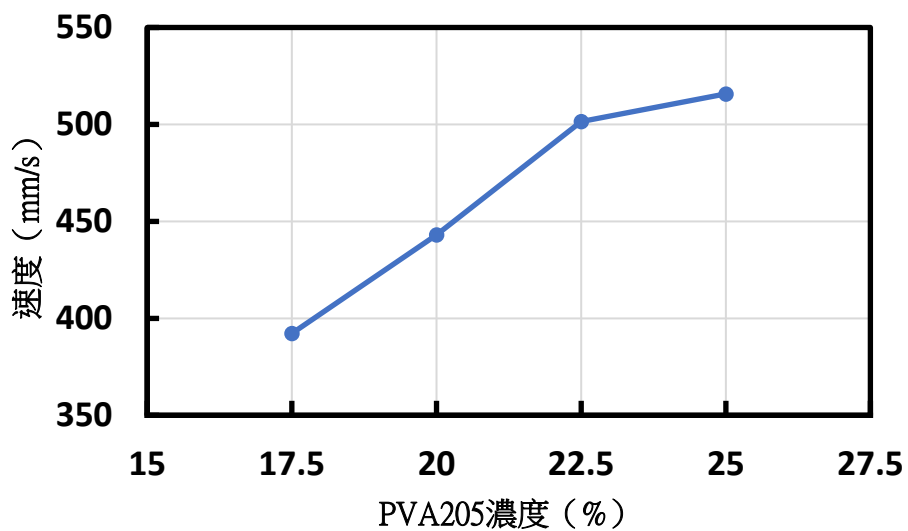
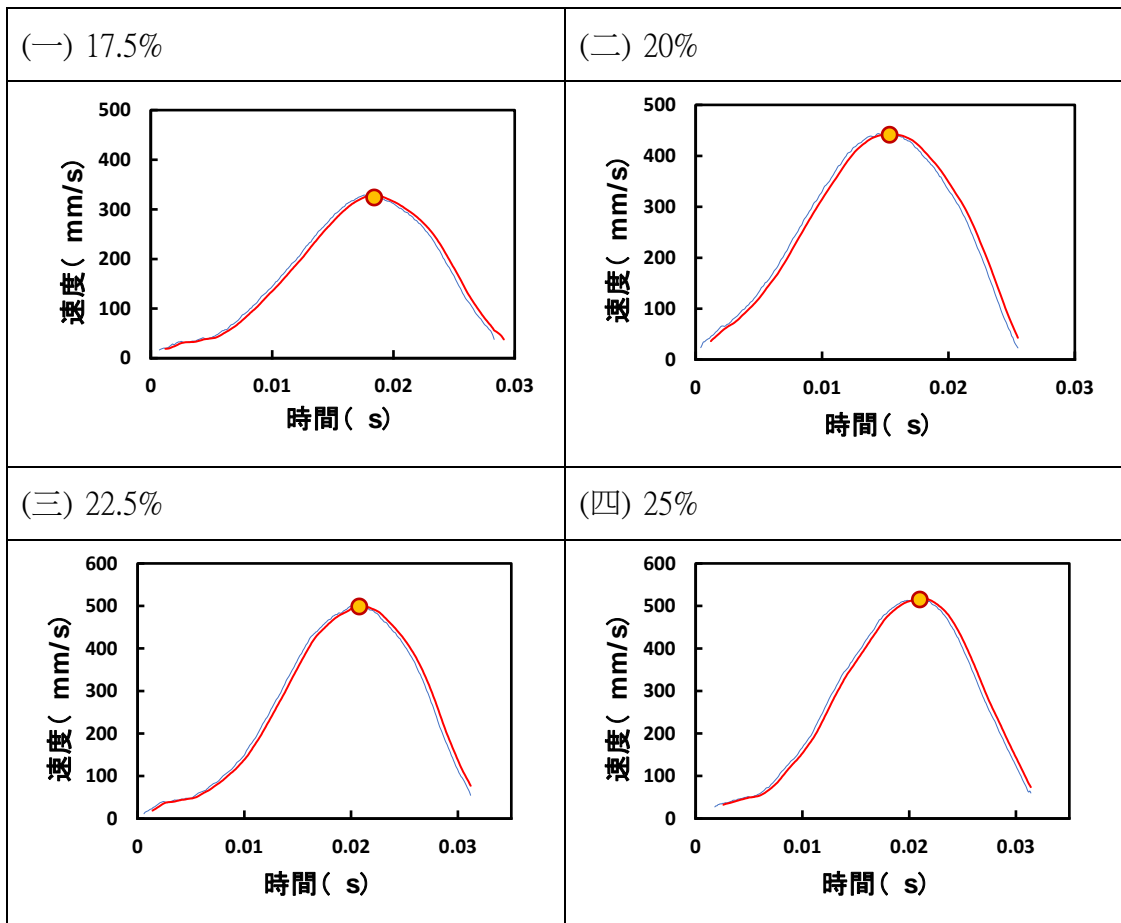
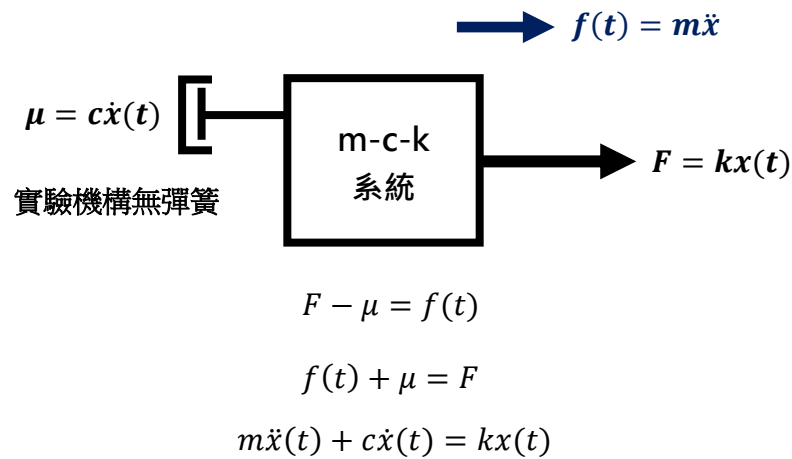


圖 (二十七) 鋁尺反彈速度與 PVA205 濃度之關係

(一) 根據單自由度運動方程式  $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F$ ，可知在 mck 系統中，物體運動與速度  $\dot{x}$  有關。

(二) 當黏膠黏滯力  $\mu$  越大時，阻尼越大，系統反彈速度  $\dot{x}$  越大。

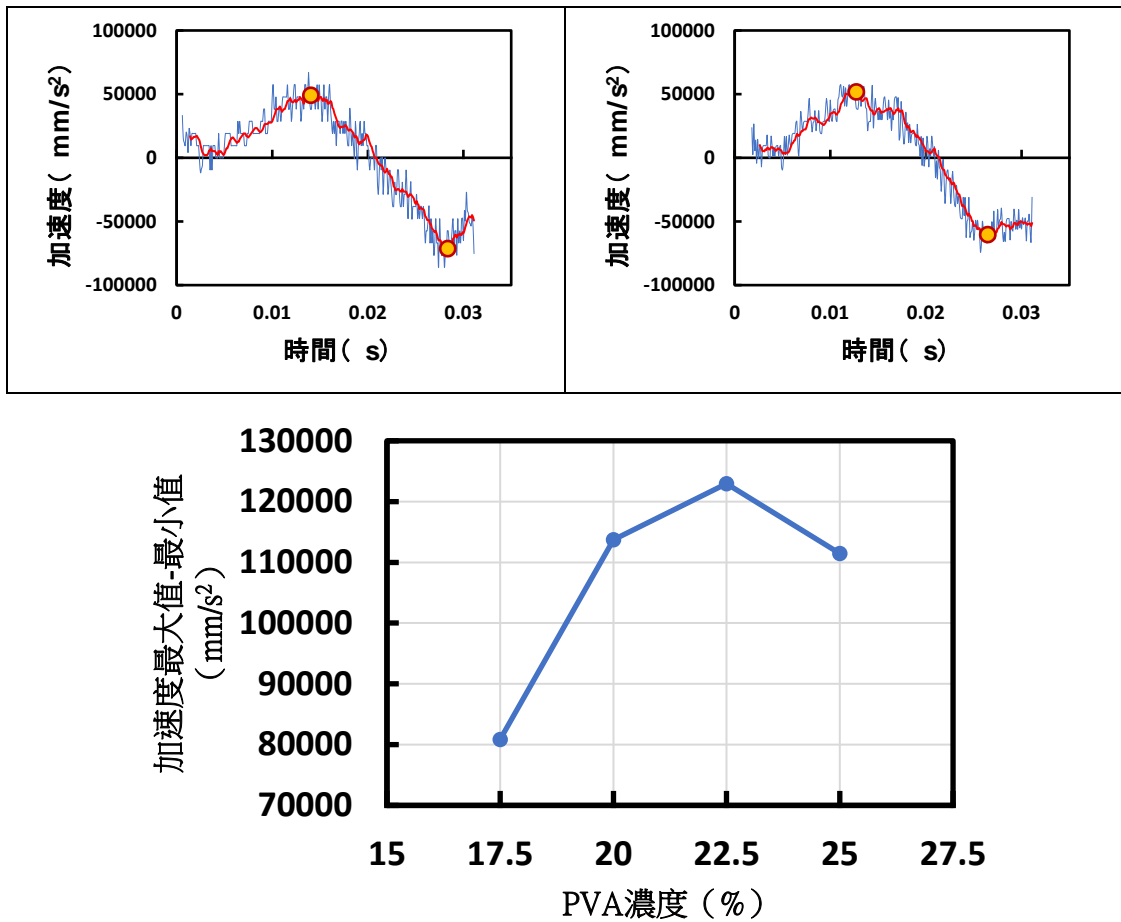


圖（二十八）鋁尺 mck 系統受力及公式推導

### 三、鋁尺反彈加速度與 PVA205 濃度之關係

表（十二）不同 PVA205 濃度下鋁尺反彈加速度

1. 17.5%	2. 20%
3. 22.5%	4. 25%



圖（二十九）鋁尺反彈加速度與 PVA205 濃度之關係

- (一) 單自由度運動方程式可推導出此實驗裝置之運動方程式，即  $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) = kx(t)$ ，故鋁尺之加速度  $\ddot{x}(t) = \frac{kx(t) - c\dot{x}(t)}{m}$ 。
- (二) 由（一）、（二）點可知 PVA205 濃度越高時， $kx(t)$  及  $c\dot{x}(t)$  皆變大。
- (三) 當 PVA205 之濃度為 22.5%，鋁尺之加速度最大，即  $kx(t) - c\dot{x}(t)$  有最大值。

#### 四、鋁尺振動及波形

- (一) 鋁尺受黏滯阻尼單一作用後，鋁尺傾向共振，振動於接近鋁尺本身的自然頻率。
- (二) 阻尼改變不影響鋁尺的振動頻率，波形皆由 1Hz 的鋁尺簡諧運動頻率及 26~29Hz 鋁尺傾向振動的自然頻率所組成。

(三) 當設計的裝置以 1Hz 週期運動時，鋁尺以其自然頻率振動，因此雷射位移計量測到 1Hz 週期運動波形帶有 26Hz 的自然頻率。

## 柒、 結論

- 一、PVA205 濃度越高時，鋁尺的黏滯時間越長，代表其用以抵消黏滯力的回復力越大。
- 二、PVA205 濃度越高時，產生的阻尼效應越大，鋁尺脫離黏膠時的速率越快。
- 三、PVA205 濃度為 22.5%時，鋁尺脫離黏膠時的加速度量值最大。根據單自由度運動方程式的推導，以及一、二兩點結論，可得知 PVA205 濃度 22.5na%時， $kx(t) - c\dot{x}(t)$ 有最大值。
- 四、當鋁尺受振動器不同頻率驅動時，鋁尺傾向振動的頻率為 26.82Hz~26.84Hz，為鋁尺的自然頻率，與由歐拉-伯努力方程式推得的第一模態自然頻率吻合。
- 五、將不同黏滯力作用的波形快速傅立葉變換，可得知振動波由 1Hz 的機構簡諧運動頻率及 26~29Hz 鋁尺傾向振動的自然頻率組成，為簡諧運動的頻率及鋁尺傾向振動的自然頻率。故鋁尺共振不受阻尼作用而改變。
- 六、PVA205 溶液在重量百分濃度 15%至 25%的區間中，濃度愈高黏性愈強，溫度愈低，黏性愈強，且黏度隨溫度變化程度愈大。

## 捌、 未來展望

- 一、探討 PVA205 濃度更高之情況下黏滯與鋁尺共振情形
- 二、測量黏膠黏滯係數，將黏滯力量化並推得單自由度運動方程式中各項係數之值。
- 三、改變簡諧運動裝置的運動頻率，探討不同頻率時鋁尺的運動。
- 四、用 Python 做傅立葉分析，探討傅立葉變換後所得波幅大小、機構運動頻率波幅與鋁尺自然頻率產生的波幅大小比例對波形組成的影響。



## 玖、 相關資料

- 一、 B.Y. Lai, S.D. Lin., 2012, 微機電元件的製作、模擬與量測, pp. 2-4.
- 二、 Bauchau and J. I. Craig., 2009, Structural Analysis, Springer, Dordrecht, pp. 173-221.
- 三、 Rajdeep Dutta, Ranjan Ganguli and V Mani, 2011, Swarm intelligence algorithms for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains, Smart Materials and Structures, pp. 6-7.
- 四、 Whitney, S., 1999, Vibrations of Cantilever Beams: Deflection, Frequency, and Research uses.

## 【評語】 160021

阻尼簡諧運動，值得再深入探究。自製簡諧擺動與黏性物質碰撞，得以調變阻尼黏滯係數，紀錄擺動運動，計算擺動週期內各時間的加速度，能完成數值模擬，此作品說明完整，探討的條件多，實驗數據呈現也完整，能討論物理機制。建議就是否能發展成量測黏滯係數的裝置，並提升量測精準度。