

# 2022 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160016

參展科別 物理與天文學

作品名稱 探討大質量恆星演化所導致超新星爆炸之理論  
模型與對應觀測驗證

得獎獎項

就讀學校 臺北市立成功高級中學

指導教師 陳科榮、陳倩如

作者姓名 游凱安

關鍵詞 恆星演化、衝擊波、光變曲線

## 作者簡介



I am Kai-An Yu. I live in Taiwan and am now a senior studying in the mathematics and physics gifted class in Taipei Municipal Chengong High School. In 2019, I visited the “open house activity” held by Academia Sinica. The project theme is the universe and black holes. As an enthusiast of astronomy, I was fascinated with it and in turn devoted to physics research. In 2020, a research project “Lighting up the Cosmic Dawn with the First Supernovae” to explore the theory of supernovae and black holes was introduced to me, and I decided to participate in it. In this study, we perform a large grid of stellar evolution considering various important factors. Furthermore, we also want to explore the profound theory behind CCSNe in the future. Thank to this project, it allowed me to do my favorite thing on my own. Finally, I am greatly indebted to my advisor, Mr. Ke-Jung Chen, who patiently introduced me to the subject matter and shared his insights with me, and my teachers Ms. Qian-Ru Chen, Mrs. Kuan-Ting Chen, and my research partners, for their invaluable help and support in this project.

## 摘要

核塌縮超新星(Core-Collapse Supernova, CCSN), 又名 II 型超新星(type II supernova), 是宇宙中最重大的爆炸現象之一, 在天文物理學上有許多探索與應用。核塌縮超新星被認為源自於大質量恆星的死亡, 但是目前尚不清楚大規模恆星演化及有關核塌縮超新星的物理學, 為獲取有關核塌縮超新星的知識與應用, 我們使用一維程式碼 Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA)執行大質量的恆星演化模型。對於此次研究中我們模擬大質量恆星從零齡主星序(zero age main sequence, ZAMS)演化為核塌縮超新星, 並透過考慮不同質量祖星(progenitor)上的各種爆炸能量、金屬量(metallicity)、角動量(angular momentum)展示其演化狀態, 討論這些恆星演化的物理參數如何影響超新星爆炸及呈現的光變曲線。我們的模擬結果與觀測數據相當符合, 可解釋其祖星的起源及物理意義。

## Abstract

Core-Collapse Supernovae (CCSNe) are the grandest explosions in the universe with much exploration in astrophysics. CCSNe are thought to originate from the death of massive stars which are powerful engines in driving the baryonic cycles in galaxies. However, the physics of massive star evolution and their CCSNe is still unclear. To advance the knowledge of CCSNe, we performed a large grid of stellar evolution models with the one-dimensional code, Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA). Our simulations evolved the massive stars from their zero-age main sequence (ZAMS) until their CCSNe. For this poster, we present the CCSNe models by considering various explosion energies, metallicities, angular momentum, and mass of the progenitor stars. We discuss how these physical parameters of stellar evolution impact on the CCSNe explosions and present their multi-color light curves. Our results can match the CCSNe observational data well and explain the physical origins of their progenitor stars.

# 壹、前言

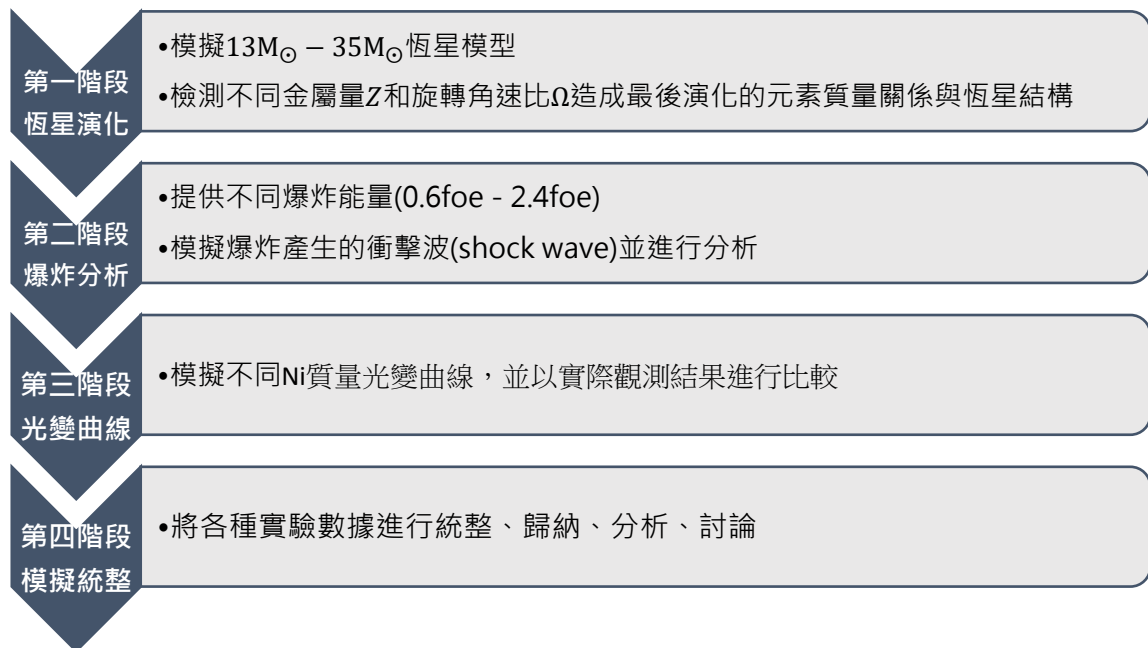
## 一、研究動機

中央研究院天文及天文物理所參與的「事件視界望遠鏡 (Event Horizon Telescope, EHT)」國際合作計畫，於 2019 年 4 月公布第一張超大黑洞及黑洞陰影的視覺影像。目前在天文學方面已知黑洞形成是來自於大質量恆星的重力坍塌，但各種不同性質的恆星演化及超新星事件的天文物理學尚未透徹，有關核塌縮超新星的知識與應用引起我的強烈興趣，因此展開以下研究。

## 二、研究目的

本研究將利用恆星模擬程式進行各項操作，其中分成三個階段：

- (一) 第一階段模擬大質量恆星從誕生到演化末期的核心開始塌縮，檢測不同金屬量 (metallicity) 和角動量 (angular momentum) 造成演化末期各元素質量關係與恆星結構。
- (二) 第二階段假設恆星死亡後會形成核塌縮超新星 (Core-Collapse Supernova, CCSN)，透過不同的爆炸能量模擬爆炸及所產生的衝擊波。
- (三) 第三階段延續第二階段，模擬爆炸後形成的光變曲線並與實際觀測結果相比較。



△ 圖 1：研究流程圖

## 貳、 研究方法和過程

研究設備：

### (一) MESA

MESA(Modules for Experiments in Stellar Astrophysics)為由 Bill Paxton 等人所創立之天文恆星模擬程式，適用於計算恆星天體物理學的廣泛應用。一維恆星演化模組 MESA star 結合許多資訊及物理模組，可用於模擬從極低質量到巨大恆星的各種演化狀況。其中包含質量很低的恆星、棕矮星(brown dwarfs)和氣態巨行星(gas giant planets)的演化軌跡；從主序前星(pre-main-sequence star, PMS)到冷卻的白矮星(white dwarf)的 $1M_{\odot}$ 太陽星演化軌跡；中等質量恆星通過氦核作用和氦殼燃燒漸近巨星支(asymptotic giant branch, AGB)上的脈衝演化；以及從 PMS 到核心坍塌發生的完整演化軌跡。



### (二) Spyder

Spyder 是一個以 Python 語言的開放原始碼跨平台科學運算整合開發環境(IDE)，整合 NumPy、SciPy、Matplotlib 與 IPython 等其他開源軟體，並且可相容於非自由軟體授權。



本研究將利用 MESA 恆星模擬程式進行各項操作，其中分成三個階段：

#### 一、第一階段：恆星演化(star evolution)

##### (一) 超新星種類

超新星是部分恆星在演化接近末期時所經歷的劇烈爆炸現象。這種爆炸通常極其明亮，過程中所突發的電磁輻射能夠照亮其所在的整個星系，並可持續近一段時間甚至幾年後才會逐漸衰減。超新星主要可由兩種方式觸發(見圖 2)：

1. 在聯星系統(binary star system)中白矮星等緻密星體從伴星(secondary)的質量轉移累積到足夠的質量，達到錢氏極限(Chandrasekhar Limit)而無法以電子簡併力(electron degeneracy pressure)支撐其巨大的電漿體，並且開始坍塌產生 I 型超新星(type I

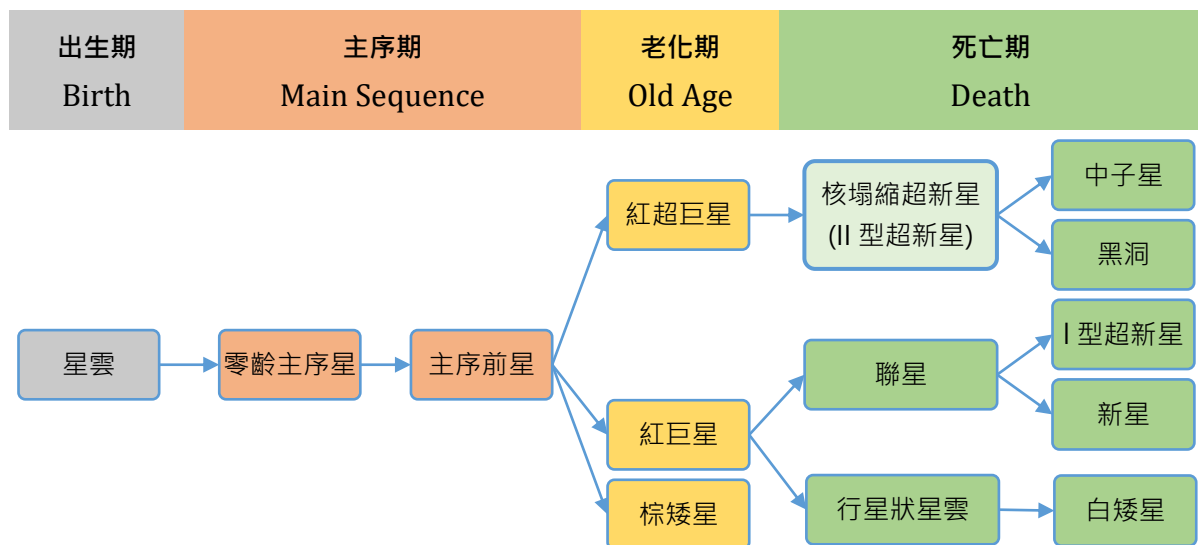
supernova)。

2. 在第二種情況，大質量恆星在演化過程中，核心遭受突然的重力坍縮，釋放重力位能，產生核塌縮超新星(II 型超新星，type II supernova)。

本研究將以第二種情況對各種不同質量( $13M_{\odot}$ 、 $15M_{\odot}$ 、 $20M_{\odot}$ 、 $25M_{\odot}$ 、 $30M_{\odot}$ 、 $35M_{\odot}$ ) 恆星模擬。

(註 1:為避免恆星演化成 I 型超新星或無法持續演化，故實驗設計質量不能太低)

(註 2:太陽質量( $M_{\odot}$ )是天文學上用於表示恆星、星團或星系等大型天體質量的質量單位，定義為太陽的質量，約 $2 \times 10^{30}\text{kg}$ )



△ 圖 2：恆星演化關係圖

如圖 3 所示，在發展成核塌縮超新星的過程中，演化初期為一顆零齡主星序，該核心經過氫、氦、碳、氖、氧和矽的連續融合過程，而隨著每個階段的演化，恆星中心的溫度和密度將會迅速升高，因此大質量恆星的內部演化可被認為是一段長時間性的收縮狀態。

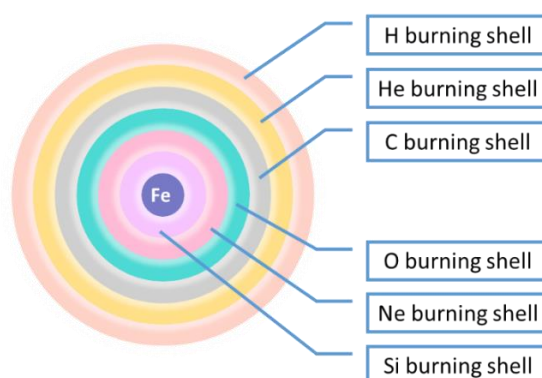
## (二) 超新星演化(stellar evolution)

從恆星的誕生開始，在主序期中燃燒氫，最後形成中子星或黑洞，在此過程中，收縮會發生「暫停」現象，有時則可能長達數百萬年，因為核融合會提供補充恆星失去輻射和微中子所必需的能量，每當有一種燃料(元素)用完時，恆星會因為無法支撐核心引力而發生收縮，導致核心密度和溫度變高，達到下一元素的燃點而持續進行燃燒。

氦燃燒後，微中子的損失強烈地促進演化的發生。在接近 $10^9\text{K}$ 或更高的溫度下，將保持大量的電子和正電子，當電子與正電子發生湮滅作用時，有時會產生微中子-反微中子對(neutrino-antineutrino pair)，這些微中子會輕易脫離恆星束縛，並迫使其燃燒速率更快以彌補損失。在歷經過各種演化階段後，經由氦核作用添加 $\alpha$ 粒子形成較重的原子核，最後形成重元素 $^{56}_{28}\text{Ni}$ ，雖然質量數 58 和 62 擁有最低結合能，但氦核作用關係導致 $^{56}_{28}\text{Ni}$ 產生的下一個元素 $^{60}_{30}\text{Zn}$ 在實際上是消耗能量而並非釋放能量，因此 $^{56}_{28}\text{Ni}$ 是大質量恆星核融合的最後產物，而最終 $^{56}_{28}\text{Ni}$ 的衰變使核心中具有大量的 $^{56}_{26}\text{Fe}$ ，因而產生鐵核(iron core)(如圖 4)。

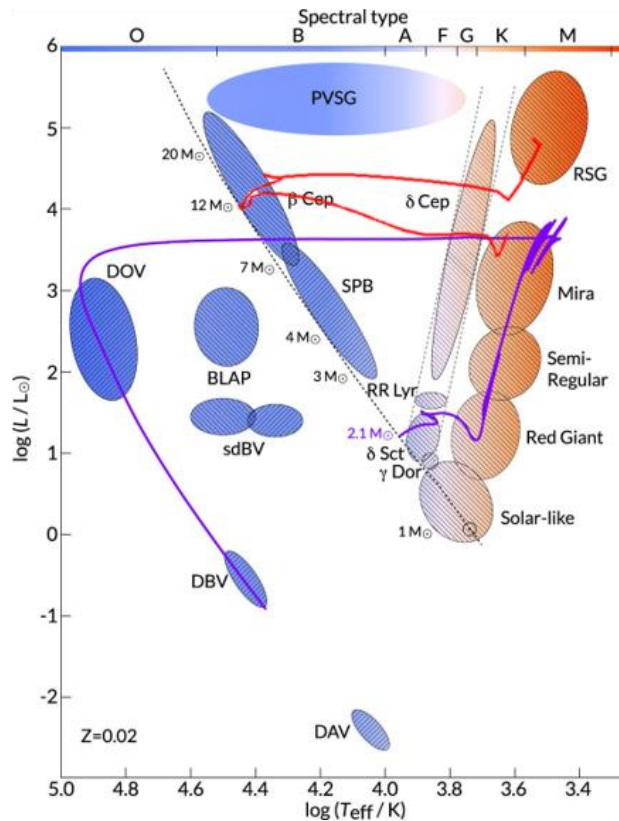


△ 圖 3：超新星演化過程



△ 圖 4：恆星演化末期核心狀態分布示意圖

本研究利用 MESA 的 make\_pre\_ccsn 程式，針對各種不同質量( $13M_{\odot}$ 、 $15M_{\odot}$ 、 $20M_{\odot}$ 、 $25M_{\odot}$ 、 $30M_{\odot}$ 、 $35M_{\odot}$ )的零齡主序星(ZAMS)開始演化，模擬不同金屬量( $Z=0.02$ 、 $Z=0.002$ 、 $Z=0.0002$ )和旋轉角速度與旋轉臨界角速度之比( $\Omega=0.1$ 、 $\Omega=0.2$ 、 $\Omega=0.4$ )的演化過程，使其達到紅超巨星的演化末期。一顆恆星的演化示例如下(圖 5)：



△ 圖 5：超新星演化 HR diagram (from Bill Paxton et al, 2019)

如圖 5 所示，赫羅圖(Hertzsprung – Russell diagram，HR diagra)是以恆星的絕對星等或光度相對於光譜類型或有效溫度而所繪製的散布圖，可顯示恆星的演化過程。目前大約 90%的恆星位於赫羅圖左上至右下的線形帶狀上(主序帶)，其恆星稱為主序星(MS)。如紅線所示，大質量恆星( $> 10M_{\odot}$ )一開始初步的星雲是位於圖中右方的區域，隨著星雲開始收縮，其溫度開始上升，會逐漸移向主序帶形成與目前太陽相同的主序星。一旦恆星接近演化至末期時會逐漸遠離主序帶，而往右上方移動至紅巨星(RG)或紅超巨星(RSG)的區域，呈現出表面溫度低而光度高的狀態。小質量恆星( $< 5M_{\odot}$ )經過紅巨星但未發生超新星爆炸的恆星會越過主序帶而往左下方接近(如紫線所示)，形成表面溫度高而光度低的狀態，為白矮星、棕矮星、黑矮星的所在區域。

### (三) 超新星發展因子

一顆恆星的演化受到各種因素而間接影響，其中包含最主要的兩個因素：



## 1. 金屬量 $Z$ (metallicity)

金屬性用來描述恆星中除氫和氦元素之外，其他的化學元素所占比例的元素豐富度。宇宙中最早形成的恆星完全由氫和氦構成，但隨著多代恆星的誕生、演化並進入末期狀態，星際介質的金屬豐富度會逐漸增加。因此，金屬量是衡量演化時間之因。

$$(1) Z = \sum_{i > He} \frac{m_i}{M}$$

(註： $i$ 定義為質量數大於氦的恆星元素， $M$ 為恆星氣體總質量)

## 2. 恆星自轉(rotation)

恆星自轉是恆星相對於軸的角運動，恆星形成是經由氣體和塵埃組成的低溫雲氣重力塌縮。當其塌縮時，角動量守恆使得星雲中淨自轉增加，驅使物形成一個旋轉的星盤，在密集的盤面中心形成了原恆星，並從塌縮的重力位能獲得熱能而持續演化。若恆星超過該點的旋轉臨界角速度(critical angular velocity at the surface)，恆星會開始從表面噴射物質而裂解，導致恆星無法持續演化，因此我們藉由調整旋轉角速度 $v$  (surface angular velocity)與 $v_{crit}$ 之間的比值( $\Omega$ )，使其能持續演化並構造出不同旋轉速度比值下的恆星。

$$(2) \Omega = \frac{v}{v_{crit}}$$

( $v$  為旋轉角速度(surface angular velocity)， $v_{crit}$ 為旋轉臨界角速度(critical angular velocity at the surface))

本研究針對各種不同質量的零齡主序星，模擬不同金屬量和旋轉角速度與旋轉臨界角速度之比，檢測最後演化階段恆星結構和元素質量關係。

恆星表面的質量損失(來自恆星風)會顯著影響大質量恆星的演化(Chiosi & Maeder 1986)，在目前的探討中，我們使用 Nieuwenhuijzen & de Jager (1990) 的經驗質量損失率，由於觀測數據及其解釋的不確定性，這些質量損失率的不確定性會有些微性的增加。根據 Friend & Abbott (1986)，這些質量損失率被進一步修改成以解釋恆星自轉的影響(Langer 1998)。

$$(3) \dot{M}_{\odot}(\Omega) = \dot{M}_{\odot}(0) \left(\frac{1}{1-\Omega}\right)^{\zeta}, \zeta = 0.43$$

$\dot{M}_{\odot}(0)$ 為初始質量損失率， $\dot{M}_{\odot}(\Omega)$ 為考量旋轉後質量損失率， $\zeta$ 為參考數值在旋轉恆星物理中，若恆星達到旋轉臨界角速度時恆星本身會被其離心力撕裂，其中離心力剛好補償牛頓引力，關係式寫成：

$$(4) v_{crit}^2 = (1 - \Gamma) \frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}}$$

$M_{\odot}$ 為恆星質量， $R_{\odot}$ 為恆星半徑，其中 $\Gamma$ 定義是來自於愛丁頓光度極限，為天體所能達到的最大光度。當一個恆星超過愛丁頓光度，它將從它的外層發起非常強烈的輻射驅動之恆星風，導致會發生不合理的猛烈爆炸現象，因此當恆星超過這個極限時，恆星本身將會開始嘗試流失質量，直至其內部降低到至恆星可以承受的旋轉速率。 $\Gamma$ 的關係式寫成：

$$(5) \Gamma = \frac{\kappa L_{\odot}}{4\pi c G M_{\odot}}$$

$L_{\odot}$ 為恆星光度， $\kappa$ 為恆星物質不透明度(opacity of the stellar material)。恆星的結構會受到光子穿過材料定層的難易程度而受到影響。如果一個定層吸收光子，那麼它將在壓力增加的情況下被加熱，從而使其膨脹；反之，如果一個定層是透明且光子容易逸出，則使其冷卻降低氣壓，這將允許重力壓縮其材料。天文學家使用不透明度來測量光子穿過特定材料層的能力。特定材料層中不透明度取決於化學成分、溫度和密度，其被定義為每單位密度和單位長度介質吸收的輻射能通量的比率：

$$(6) \kappa = \frac{\sigma_T}{m_p}$$

$\sigma_T$ 為電子的湯姆森散射截面(Thomson scattering cross-section for the electron)， $m_p$ 為質子質量(the mass of a proton)

需要考慮到的物理效應如下(表 1)：

▽表 1: make\_pre\_ccsn 程式需考慮的物理效應

- make\_pre\_ccsn\_llp

- ◇ 恆星初始設定(Structure & Formation)

1. 恆星初始質量
2. 恆星初始金屬豐富度Z
3. 旋轉角速比 $\Omega$

- ◇ 星風 (Stellar Wind)：質量流失途徑

星風是恆星表面發出的物質流，是恆星質量流失的一種途徑。恆星的質量越小，星風損失質量的速率越小，對於太陽這樣的中小質量恆星的演化過程，星風造成的質量損失可以忽略不計，但對於大質量恆星，星風造成的質量損失率很大，因此星風對其演化過程具有很重要的影響。

- ◇ 大氣 (Atmosphere)：設定灰大氣的外邊界環境

灰大氣的應用是天文學家用來確定天文物體(太陽、具大氣層行星、恆星、星際氣體和塵埃雲)的溫度和基本輻射特性的主要方法，其中藉由外部觀察到的有效溫度推測介質的內部黑體溫度的關係如下：

溫度方程 Temperature solution

$$(7) T^4 = T_{eff}^4 \frac{3}{4} \left( \tau + \frac{2}{3} \right)$$

$T_{eff}$  為有效溫度(effective temperature)， $T$  為內部黑體溫度(internal blackbody temperature)， $\tau$  為光深度(optical depth)

光深度描述光穿過介質時吸收程度，在恆星物理中，對光球厚度的定義為從表面至光深度 $\frac{2}{3}$ 處，恆星輻射出的能量相當於觀測到的總輻射能量，其推導如下：

1. 需先考慮光線穿過吸收器的圓柱體：

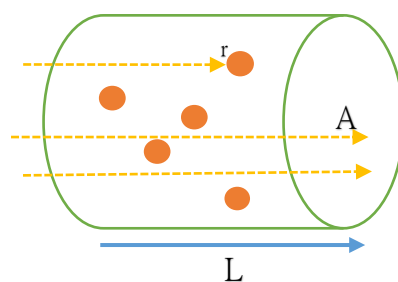
(A：圓柱體面積，L：柱長，r：吸收體半徑，n：接受器個數)

2. 若吸收體不相互遮蔽

被阻擋的面積為 (8)  $\sigma_{total} = nLA\sigma$

光被阻擋比率 (9)  $F_{abs} = \frac{\sigma_{total}}{A} = nL\sigma$

故光深度(10)  $\tau = nL\sigma$



定義吸收體截面積： $\sigma = \pi r^2$   
 柱體積： $LA$   
 吸收比率： $nLA$

✧ 對流混合 (mixing)

元素的對流混合可視為是一種擴散過程，來自於 Cox & Giuli 1968 提出的標準對流混合長度理論 (mixing length theory, MLT)。

$$(11) \Lambda \equiv \alpha_{MLT} \lambda_p$$

$\Lambda$ ：混合長度 mixing length， $\alpha_{MLT}$ ：Mixing length parameter， $\lambda_p$ ：氣壓標高 Pressure scale height，常用來比較同一物理量在不同環境的減少率，常用的定義為(Bill Paxton et al, 2011)：

$$(12) \lambda_p = \frac{P}{g\rho}$$

(P：total pressure，g：local gravity 環境重力， $\rho$ ：density)

## 二、第二階段：爆炸分析(explosion analysis)

本階段研究利用 MESA ccsn\_11p 程式，對第一階段已完成燃燒階段的不同質量和不同 $Z$ 與 $\Omega$ 的恆星，透過不同的爆炸能量 (0.6foe、1.2foe、1.8foe、2.4foe)以模擬爆炸產生的衝擊波 (shock wave)。模擬結果於第三部分研究結果與討論呈現。

(註: foe(**fifty – one ergs**)為用來描述超新星爆炸釋出能量的單位，為 $10^{51}$ erg，我們以過去觀測資料來推論超新星的爆炸能量大小，並以此為基準進行倍數調整作為操縱變因)

## 三、第三階段：光變曲線(light curve)

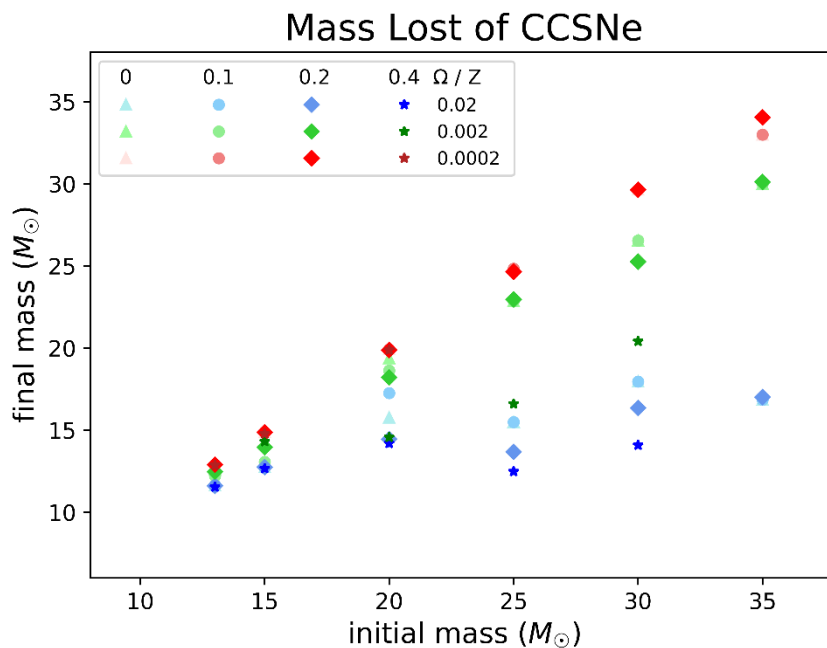
本階段研究利用 MESA stella 程式，延續第二階段爆炸情況模擬爆炸時至兩百天後的超新星其光變曲線圖形，以 ${}^{56}_{28}\text{Ni}$ 的質量做為操縱變因( $\text{Ni}=0.01M_{\odot}$ 、 $\text{Ni}=0.02M_{\odot}$ 、 $\text{Ni}=0.05M_{\odot}$ 、 $\text{Ni}=0.1M_{\odot}$ )，並與實際觀測結果比較。模擬結果於第三部分研究結果與討論呈現。

## 參、 研究結果與討論

### 一、第一階段：演化分析(evolution analysis)

#### (一) 演化剩餘質量(mass lost)

如下圖 6 所示，此為恆星演化至矽燃燒結束後所剩餘的質量關係表。不同顏色線段分別代表不同金屬量( $Z = 0.02$ 、 $Z = 0.002$ 、 $Z = 0.0002$ )，不同線段形式和顏色深淺分別代表不同旋轉角速度與旋轉臨界角速度之比( $\Omega=0$ 、 $\Omega=0.1$ 、 $\Omega=0.2$ 、 $\Omega=0.4$ )。



△圖 6：各質量恆星演化末期剩餘質量圖

▽表 3：各質量恆星演化末期剩餘質量表

$\Omega = 0$				$\Omega = 0.1$				$\Omega = 0.2$				$\Omega = 0.4$			
metallicity	$z=0.02$	$z=0.002$	$z=0.0002$	metallicity	$z=0.02$	$z=0.002$	$z=0.0002$	metallicity	$z=0.02$	$z=0.002$	$z=0.0002$	metallicity	$z=0.02$	$z=0.002$	$z=0.0002$
13 Msun	11.6308	12.6206	12.9178	13 Msun	11.6597	12.2036	12.9102	13 Msun	11.6075	12.4663	12.8874	13 Msun	11.5381		12.8584
15 Msun	12.7426	13.0679	14.8741	15 Msun	12.7426	13.0679	14.8741	15 Msun	12.7450	13.9543	14.8643	15 Msun	12.6655	14.3070	14.7652
20 Msun	15.7600	19.3757	19.9265	20 Msun	17.2504	18.6322	19.9110	20 Msun	14.4513	18.2083	19.8725	20 Msun	14.1927	14.5550	19.8725
25 Msun	15.4891	22.8631	24.8266	25 Msun	15.4891	22.8631	24.8266	25 Msun	13.6765	22.9477	24.6457	25 Msun	12.4781	16.5929	
30 Msun	17.9506	26.5449	29.6460	30 Msun	17.9506	26.5449	29.6460	30 Msun	16.3528	25.2598	29.6288	30 Msun	14.0778	20.3983	
35 Msun	16.8458	30.0005	32.9872	35 Msun	16.8458	30.0005	32.9872	35 Msun	17.0144	30.1118	34.0413	35 Msun			

▽表 4：實驗值與  $\Omega = 0$  之剩餘質量以方程式(1)推估  $\Omega=0.1-0.4$  的理論值差距百分率

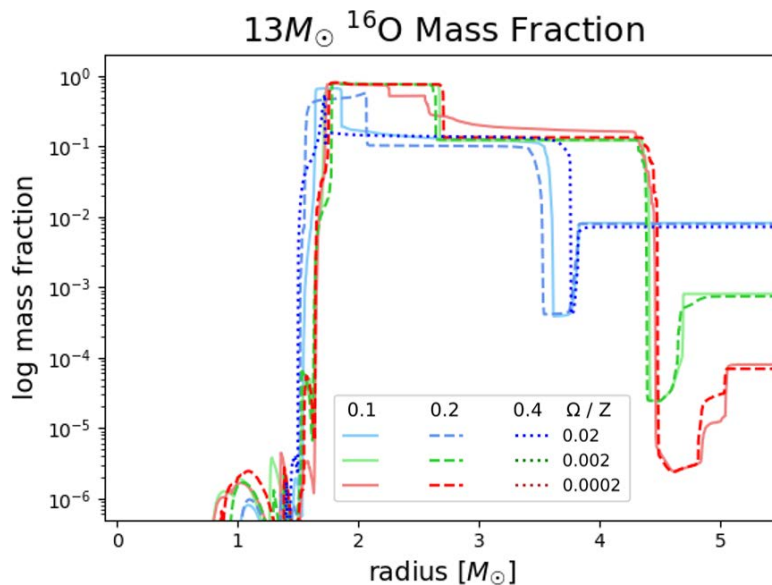
$\Omega = 0.1$				$\Omega = 0.2$				$\Omega = 0.4$			
metallicity	Z = 0.02	Z = 0.002	Z = 0.0002	metallicity	Z = 0.02	Z = 0.002	Z = 0.0002	metallicity	Z = 0.02	Z = 0.002	Z = 0.0002
13 Msun	0.799%	-3.169%	-0.029%	13 Msun	0.997%	-0.922%	-0.172%	13 Msun	2.158%		-0.304%
15 Msun	0.828%	0.690%	0.039%	15 Msun	1.835%	8.397%	0.020%	15 Msun	3.917%	13.608%	-0.525%
20 Msun	10.839%	-3.693%	-0.061%	20 Msun	-5.750%	-5.719%	-0.234%	20 Msun	-3.572%	-24.281%	-0.180%
25 Msun	2.929%	0.435%	0.032%	25 Msun	-5.882%	1.324%	-0.659%	25 Msun	-5.129%	-25.720%	
30 Msun	3.211%	0.607%	0.055%	30 Msun	-2.297%	-3.577%	0.062%	30 Msun	-6.090%	-20.617%	
35 Msun	5.257%	0.778%	0.284%	35 Msun	13.296%	2.084%	4.766%	35 Msun			

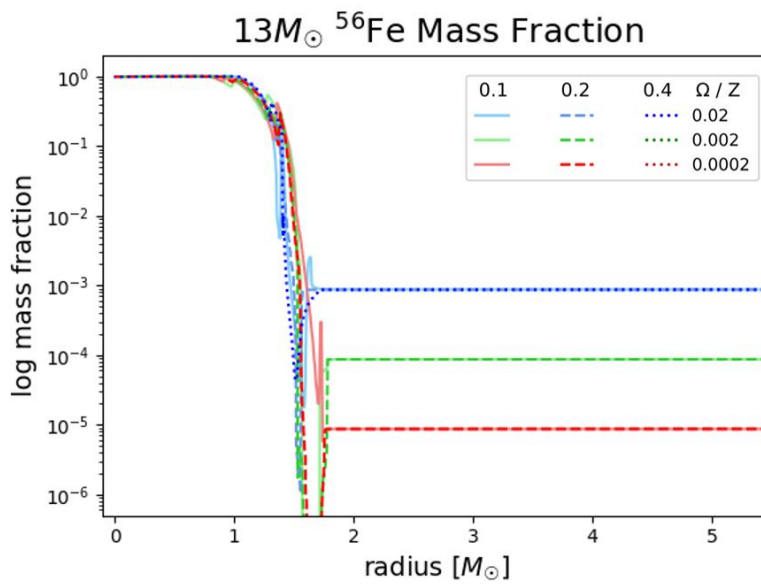
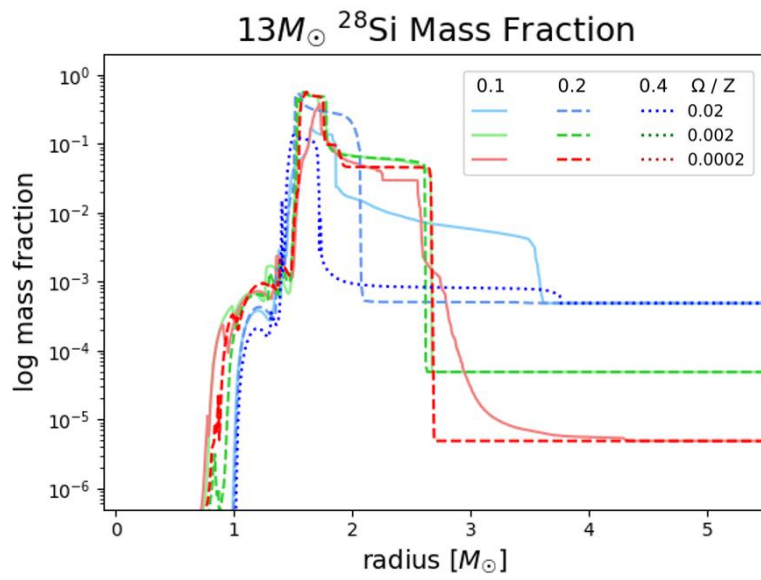
(註:差距百分率 =  $\frac{\text{實際值}-\text{理論值}}{\text{理論值}} \times 100\%$ )

根據上圖 6 我們可以得知，在金屬量Z較大的情況下，由其主導恆星的質量散失，當Z = 0.02 時，由於重元素含量較高，加速恆星發展的同時也增加恆星質量的損耗，在小質量到大質量條件下剩餘質量都介於11 – 18 $M_{\odot}$ 間；但當Z較小時，由 $\Omega$ 主導質量損失，當旋轉角速增加時，形成的恆星風速也會增加，致使外界如氫、氦、碳等元素迅速散失，但在表 4 中( $\Omega=0.4-Z = 0.002$ )的20 – 30 $M_{\odot}$ 我們可看出因為該恆星風速過大而使其超出實際效應，導致剩餘質量比預估值下降許多，因此 $\Omega$ 在質量損失中佔舉足輕重之地位。

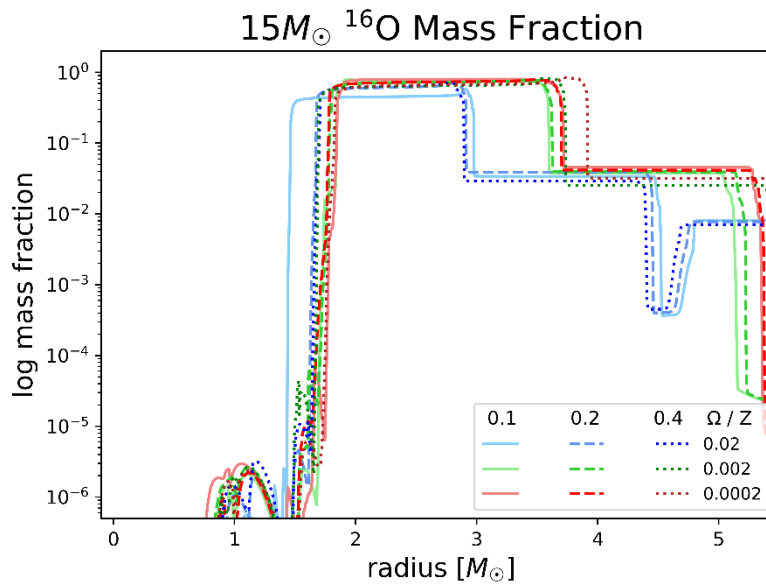
## (二) 重元素分布-元素豐富度(abundance)

下圖 7 為在矽燃燒結束後，恆星即將爆炸前的重元素豐富度圖(Abundance)。不同顏色線段分別代表不同金屬量(Z = 0.02、Z = 0.002、Z = 0.0002)，不同線段形式和顏色深淺分別代表不同旋轉角速度與旋轉臨界角速度之比( $\Omega=0.1$ 、 $\Omega=0.2$ 、 $\Omega=0.4$ )。橫軸為恆星質量半徑(在內核中 $< 5M_{\odot}$ )，縱軸為元素質量分率對數值。

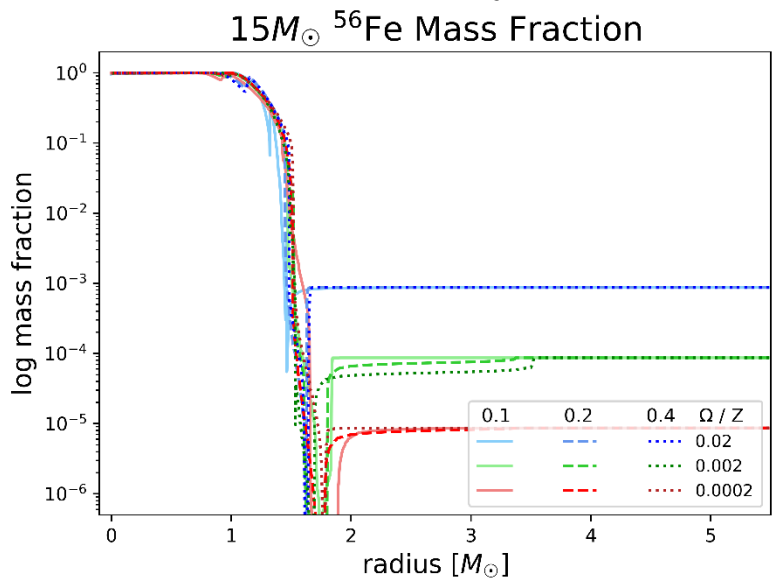
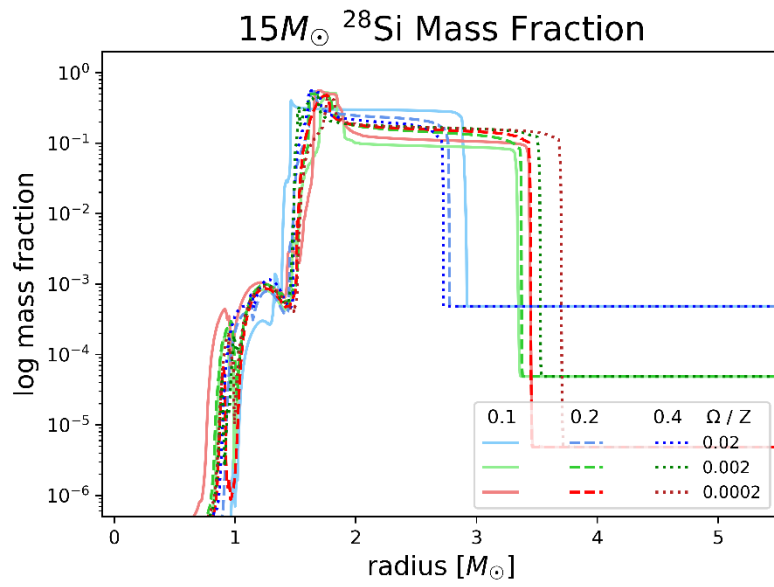




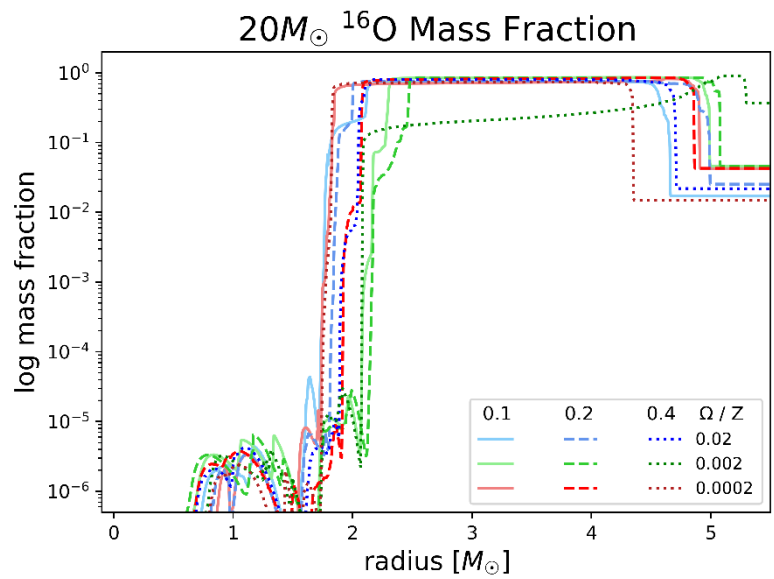
△圖 7-1、7-2、7-3：13M<sub>⊙</sub>恆星演化末期<sup>16</sup>O、<sup>28</sup>Si、<sup>56</sup>Fe Abundance 模擬結果圖

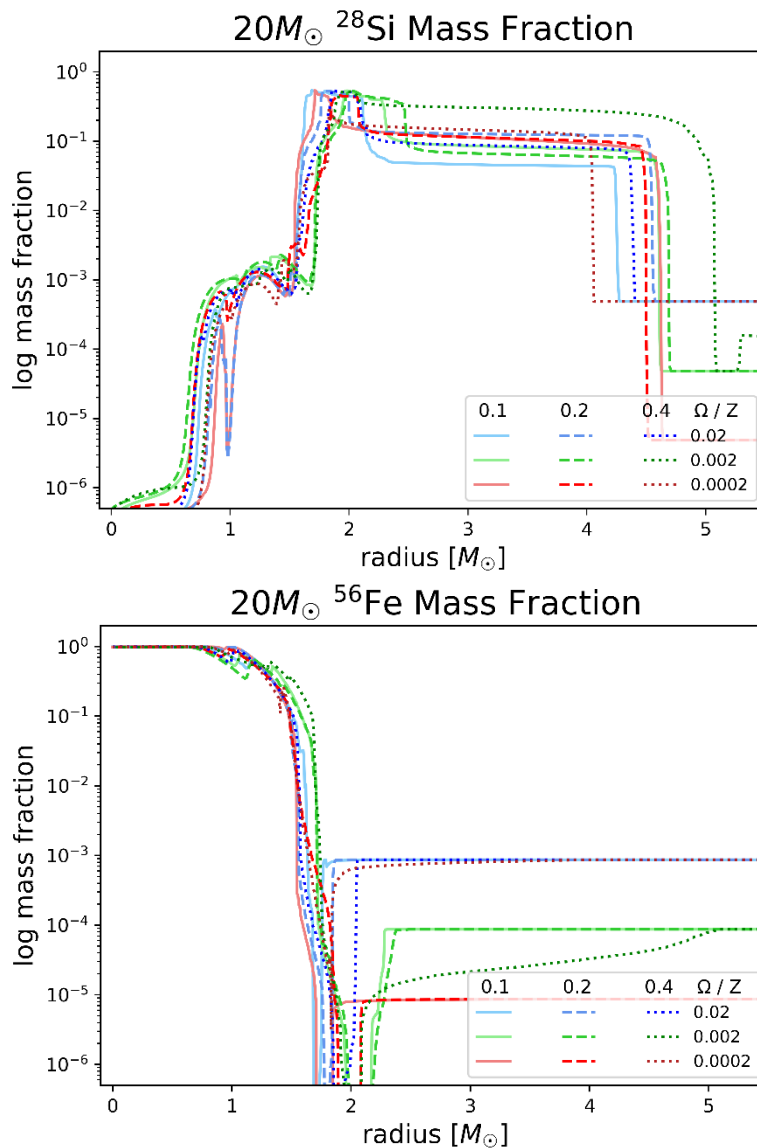






△圖 8-1、8-2、8-3 : 15M<sub>⊙</sub> 恆星演化末期 <sup>16</sup>O、<sup>28</sup>Si、<sup>56</sup>Fe Abundance 模擬結果圖



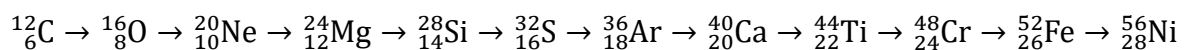


△圖 9-1、9-2、9-3：20M<sub>⊙</sub>恆星演化末期<sup>16</sup>O、<sup>28</sup>Si、<sup>56</sup>Fe Abundance 模擬結果圖

恆星演化後期主要燃燒過程如下：

1. 氦核作用(Alpha process)

其過程將恆星的氦依序經由與氦的融合轉換成重元素並釋放能量：



△圖 10 - 1：氦核作用過程

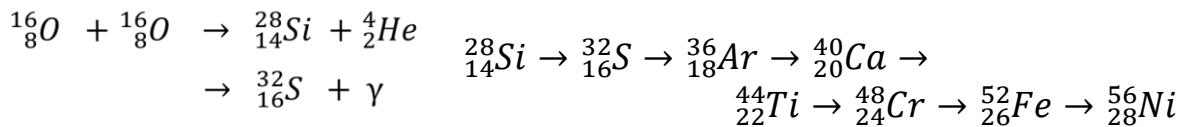
2. 氧燃燒(oxygen burning)

在氦燃燒中，氧、鎂核心已經形成，當氦燃燒結束後，核心會收縮並持續加熱至氧

燃燒的燃點 (約 $1.5 \times 10^9\text{K}$ )及密度( $10^7\text{gw/cm}^3$ )，經過一段時間後核心內的氧將會被耗盡並堆積出具有矽的核心。而一旦氧的密度降低至無法繼續燃燒的階段時，核心便會因為重力而造成塌縮，塌縮使其核心的溫度上升，直到達到矽燃燒的燃點。

### 3. 矽燃燒(silicon burning)

矽燃燒過程非常短暫，是大質量恆星以核融合供應能量的最終階段，當因重力塌縮而使恆星的核心溫度升高到 $2.7 \times 10^9\text{K}$ 至 $3.5 \times 10^9\text{K}$ 的高溫時會發生矽燃燒反應。矽與其它的元素可以產生光致蛻變(photodisintegration，高能量 $\gamma$ 射線與原子核交互作用，使其進入激發態，並立刻衰變成多個子核的過程)而發射出一顆質子或是 $\alpha$ 粒子，而 $\alpha$ 粒子會經由氦核作用產生重元素(如圖 10-1)。當矽燃燒階段之後恆星形成鐵核，此時內部已經無任何燃料可供核融合反應，而恆星會發生災難式的坍塌現象，並爆炸成為核塌縮超新星。



△ 圖 10 - 2 : 氧燃燒、矽燃燒過程

恆星重元素燃燒之最終 abundance 探討如下：

#### 1. ${}^{16}_8\text{O}$ 、 ${}^{28}_{14}\text{Si}$ 燃燒之最終 abundance (圖 7-1、7-2；8-1、8-2；9-1、9-2)：

${}^4_2\text{He}$ 為氦燃燒之主要產物，而 ${}^4_2\text{He}$ 燃燒後主要透過 $\alpha$ 作用產生更重之元素，它們的豐富度在恆星內是偏高的。而在 ${}^{16}_8\text{O}$ 和 ${}^{28}_{14}\text{Si}$ 燃燒之最終 Abundance 元素豐富度圖中，我們可以得知在  $\text{mass radius} > 1.5M_{\odot}$ 的狀態下，隨著 $Z$ 的值增， ${}^{16}_8\text{O}$ 和 ${}^{28}_{14}\text{Si}$ 更容易在核內迅速被消耗殆盡，同時隨著 $\Omega$ 的上升，分布範圍也會縮小，但程度不及 $Z$ 對其的影響，我們推測此因來自於質量的損耗。而隨著 $Z$ 和 $\Omega$ 的上升，恆星更容易核融合成重元素，促使 O core 和 Si core 的分布產生影響，而隨質量越大的恆星，重元素的分布

範圍也會顯著增加，同時 $\Omega$ 也會產生部分的影響，但對質量較小的恆星而言， $\Omega$ 的影響較小。

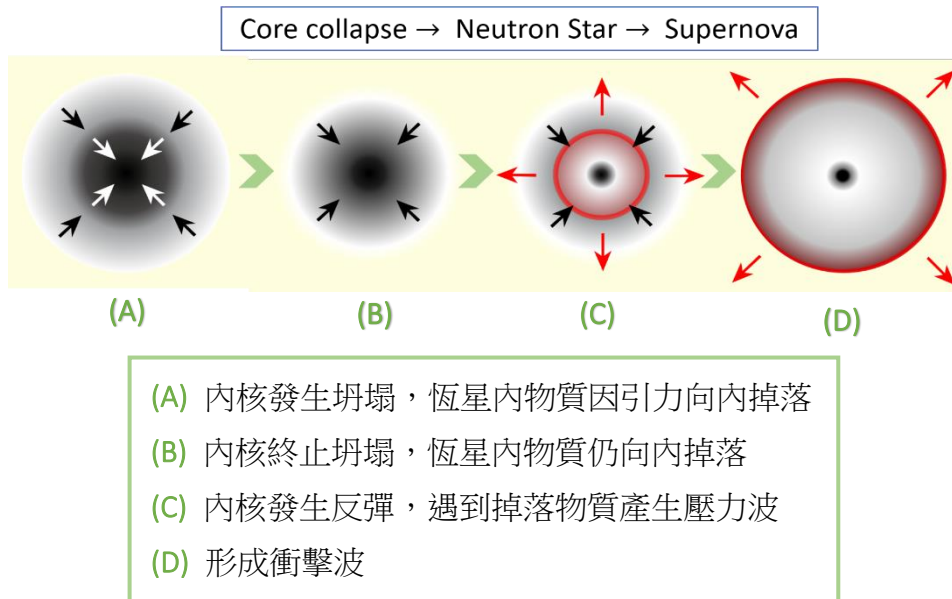
2.  $^{56}_{28}\text{Fe}$ 最終 abundance (圖 7-3；8-3；9-3)：

到矽燃燒末期，恆星的燃燒結束使其形成 iron core，在  $\text{mass radius} < 1.5M_{\odot}$  的狀態下，大部分情況的恆星皆在此半徑下迅速形成，另外由於 $Z$ 的值增， $^{56}_{28}\text{Fe}$ 更容易在核內中生成，形成分布的差異，但 $\Omega$ 的影響較小。

二、第二階段：爆炸分析(explosion analysis) – 衝擊波(shock wave)

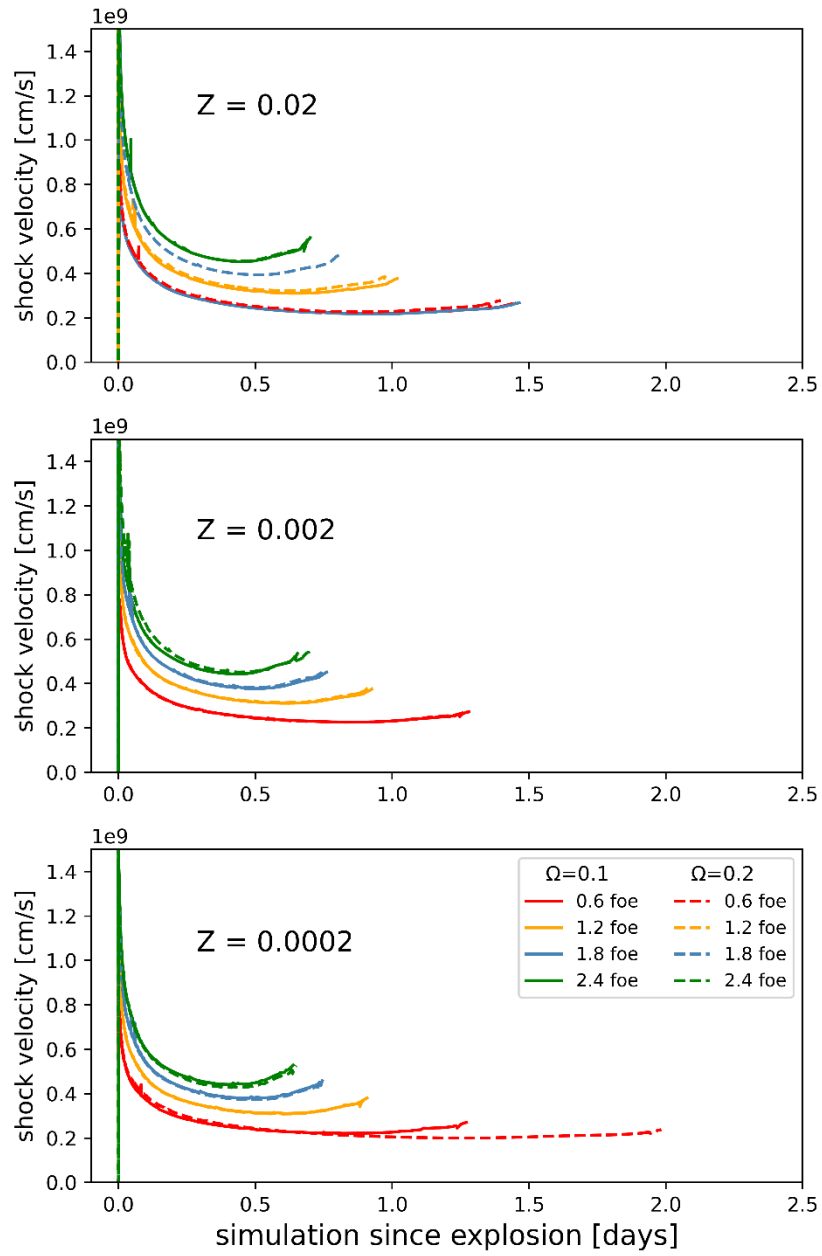
恆星衝擊波形成方式如下：

由於矽燃燒為恆星演化的最終燃燒階段，此時恆星內部已無任何燃料可供核融合反應，因此恆星會發生坍塌現象(如圖 11 所示)。當內核坍塌時，由於光致蛻變及 $\beta^+$ 衰變( $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ )，導致內核富含大量中子，形成中子星(neutron star)的狀態。當內核塌縮到一定密度時，核子間的強作用力(strong interaction)及中子簡併壓力(proton degeneracy)導致塌縮突然終止，此時內核中向內塌縮的物質其運動發生反彈(bounce)現象，當其反彈時，會遇到中子星外部向內掉落的物質，從而阻止外核的塌縮而形成壓力波(pressure wave)，該壓力波在密度梯度下向外傳播，導致其變陡而形成衝擊波。

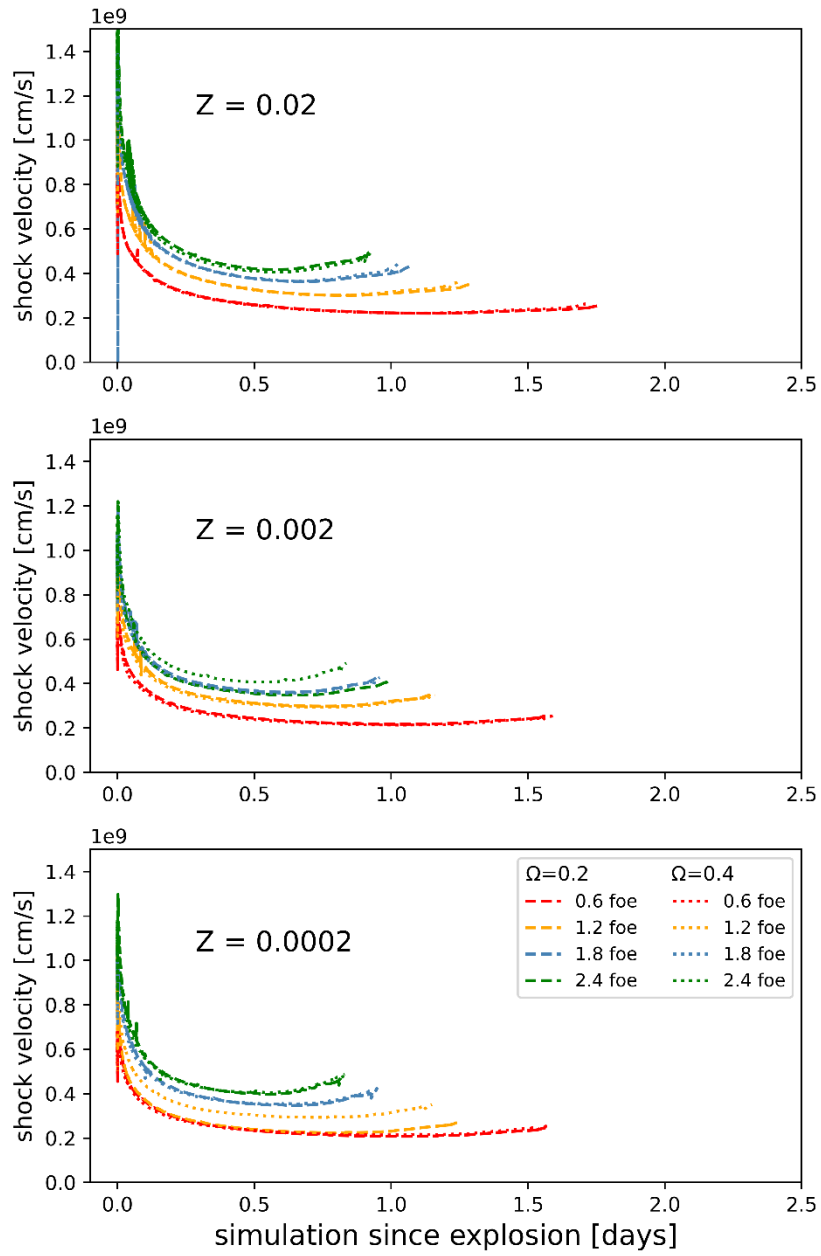


△圖 11：衝擊波形成過程圖

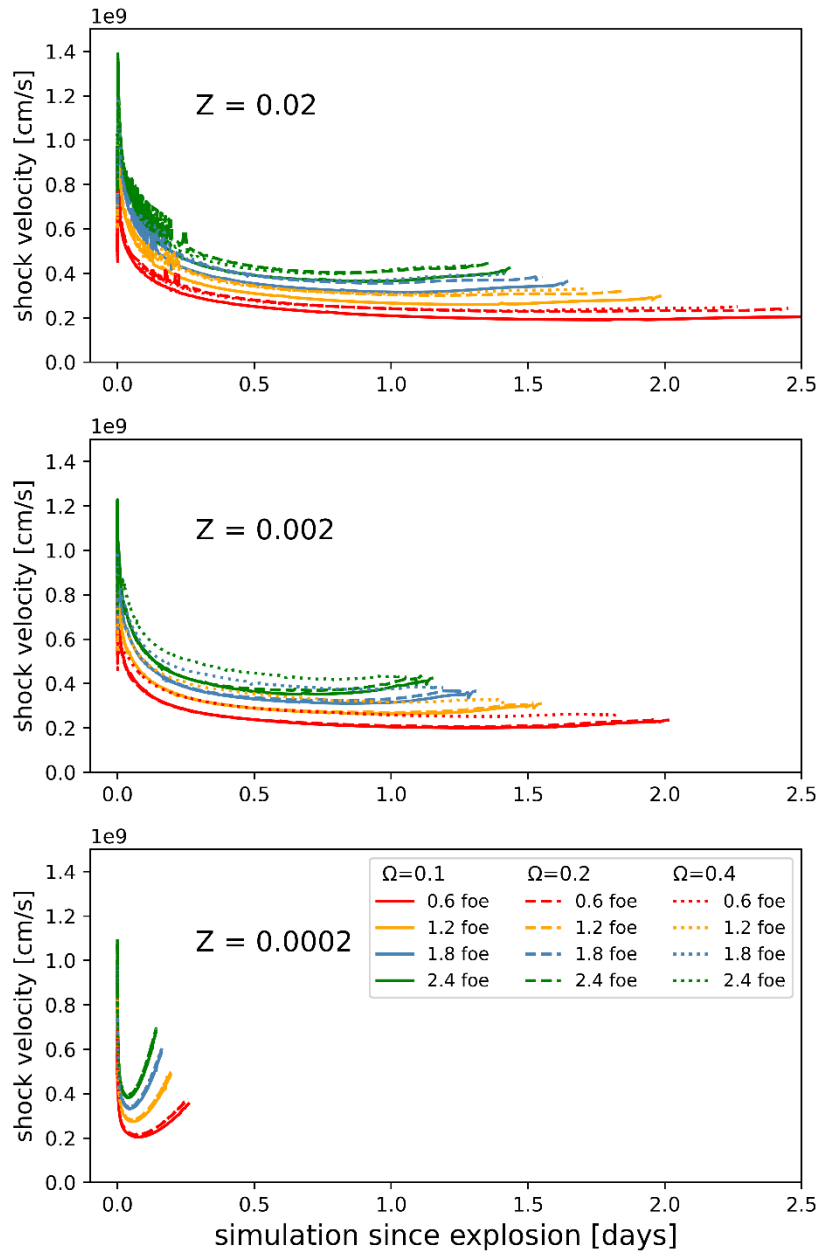
質量分別為 $13M_{\odot}$ 、 $15M_{\odot}$ 、 $20M_{\odot}$ 的恆星爆炸衝擊波模擬結果如下圖 12-圖 14，該圖時期為衝擊波開始釋放時到到達外界的狀態，橫軸為爆炸後天數，縱軸為該時間下的衝擊波速率。其中不同區塊代表不同金屬量( $Z = 0.02$ 、 $Z = 0.002$ 、 $Z = 0.0002$ )，不同顏色線段分別代表不同爆炸能量提供( $0.6foe$ 、 $1.2foe$ 、 $1.8foe$ 、 $2.4foe$ )，不同線段形式分別代表不同旋轉角速度與旋轉臨界角速度之比( $\Omega=0.1$ 、 $\Omega=0.2$ 、 $\Omega=0.4$ )，最右端點為衝擊波到達恆星邊界之爆炸後時間點。



△圖 12 :  $13M_{\odot}$  坍塌後恆星內部速率圖



△圖 13 :  $15M_{\odot}$  坍塌後恆星內部速率圖



△圖 14：20M<sub>⊙</sub>坍塌後恆星內部速率圖

在圖 12-圖 14 中我們可以得知，在同質量恆星同金屬量 $Z$ 的狀況下，隨著我們爆炸能量提供的增加以及 $\Omega$ 上升的情況下，衝擊波速率將會變快，而在同金屬量 $Z$ 的狀況下，不同的 $\Omega$ 的恆星半徑大致相等，因此在衝擊波速率高的狀態下，其到達恆星外界的時間也會減少，另外在(20M<sub>⊙</sub> –  $Z = 0.02$ )的衝擊波速率圖中，可以看到爆炸後初時衝擊波速率極不穩定，推測該現象來自於高旋轉率恆星造成的結構影響有關。



▽表 5-1 : 13M<sub>⊙</sub>演化末期恆星半徑(R<sub>⊙</sub>)

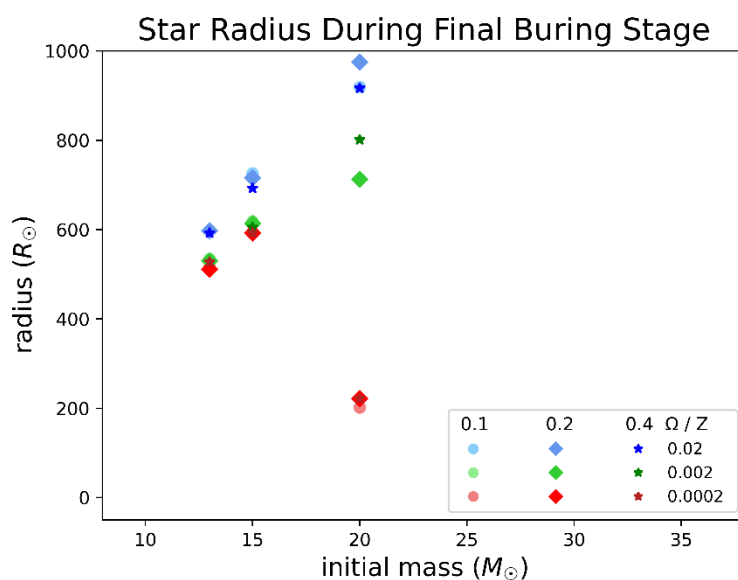
Rotation 13M <sub>⊙</sub> Metallicity	$\Omega=0.1$	$\Omega=0.2$	$\Omega=0.4$
Z=0.02	597.85347	597.50818	592.49605
Z=0.002	534.18638	529.74726	
Z=0.0002	516.83317	511.37290	527.29988

▽表 5-2 : 15M<sub>⊙</sub>演化末期恆星半徑(R<sub>⊙</sub>)

Rotation 15M <sub>⊙</sub> Metallicity	$\Omega=0.1$	$\Omega=0.2$	$\Omega=0.4$
Z=0.02	725.84186	715.79213	692.39434
Z=0.002	618.25348	613.67082	605.16065
Z=0.0002	594.39187	592.40493	592.84592

▽表 5-3 : 20M<sub>⊙</sub>演化末期恆星半徑(R<sub>⊙</sub>)

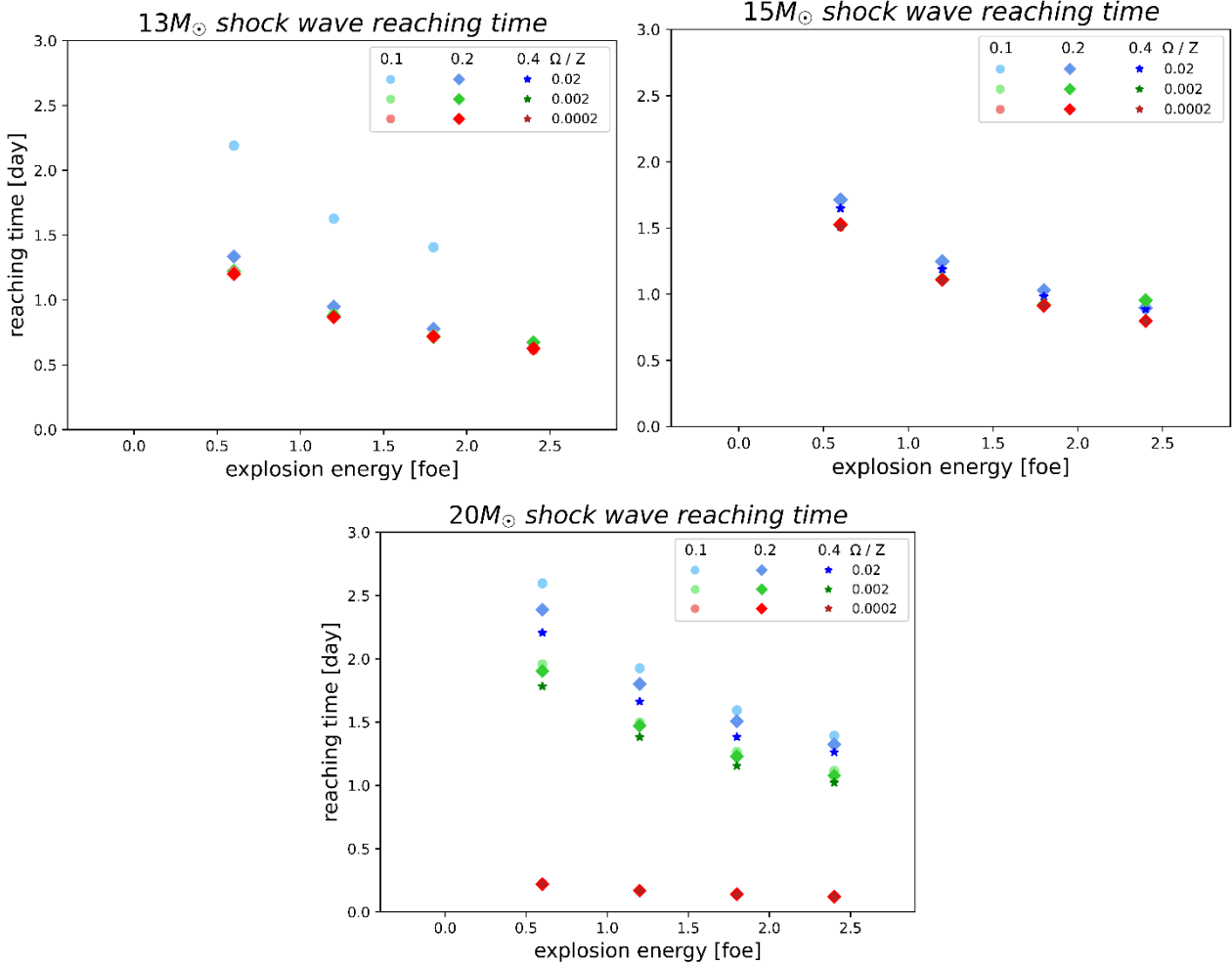
Rotation 20M <sub>⊙</sub> Metallicity	$\Omega=0.1$	$\Omega=0.2$	$\Omega=0.4$
Z=0.02	919.09814	975.04452	916.82240
Z=0.002	713.30557	712.30552	801.20188
Z=0.0002	201.73806	221.90592	221.87580



△圖 15 : 13M<sub>⊙</sub>、15M<sub>⊙</sub>、20M<sub>⊙</sub>隨不同Z&Ω的演化末期之恆星半徑(R<sub>⊙</sub>)

▽表 6：坍塌後衝擊波到恆星表面時間(圖 12-14 最右端數據值)(單位:天)

13msun											
Z = 0.02				Z = 0.002				Z = 0.0002			
	$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$
0.5foe	2.19042	1.33433		0.5foe	1.22760	1.22253		0.5foe	1.21899	1.20064	
1.0foe	1.62792	0.94918		1.0foe	0.89194	0.87845		1.0foe	0.86946	0.86776	
1.5foe	1.40800	0.77656		1.5foe	0.73201	0.71499		1.5foe	0.71404	0.71868	
2.0foe	0.66464	0.67220		2.0foe	0.62953	0.67306		2.0foe	0.61646	0.62464	
15msun											
Z = 0.02				Z = 0.002				Z = 0.0002			
	$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$
0.5foe		1.71304	1.64768	0.5foe		1.52427	1.53086	0.5foe		1.52563	1.50888
1.0foe		1.24710	1.18954	1.0foe		1.11061	1.11645	1.0foe		1.10732	1.10195
1.5foe		1.03025	0.98279	1.5foe		0.91839	0.92305	1.5foe		0.91299	0.91262
2.0foe		0.89657	0.88746	2.0foe		0.95475	0.80529	2.0foe		0.79684	0.79641
20msun											
Z = 0.02				Z = 0.002				Z = 0.0002			
	$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$		$\Omega = 0.1$	$\Omega = 0.2$	$\Omega = 0.4$
0.5foe	2.59734	2.38805	2.20622	0.5foe	1.95750	1.90466	1.78310	0.5foe	0.22588	0.22061	0.22042
1.0foe	1.92646	1.80217	1.66295	1.0foe	1.49760	1.47171	1.38085	1.0foe	0.16898	0.16846	0.16805
1.5foe	1.59438	1.50775	1.38279	1.5foe	1.26626	1.22865	1.15599	1.5foe	0.13994	0.13987	0.13927
2.0foe	1.39265	1.32451	1.26384	2.0foe	1.11571	1.07809	1.02229	2.0foe	0.12201	0.12201	0.1218



△圖 16-1、16-2、16-3：13M<sub>⊙</sub>、15M<sub>⊙</sub>、20M<sub>⊙</sub> 隨不同Z& $\Omega$ 的演化坍塌後衝擊波至表面時間

在圖 15；圖 16-1、16-2、16-3 中我們可以得知，由於提供爆炸能量的增加，氣體所獲得的動能增加，導致與外部向內掉落的物質形成的衝擊波速率增加，使同質量恆星內在相同恆星半徑的情況下衝擊波從鐵核到恆星外部的時間會明顯減少，而隨著金屬量  $Z$  的提高，恆星本身的能量促使恆星更容易膨脹，因此恆星半徑會增加許多，影響衝擊波到達外界時間，另外  $\Omega$  也會影響恆星半徑但較不顯著。

### 三、第三階段：光變曲線(light curve)

#### (一) 光變曲線理論

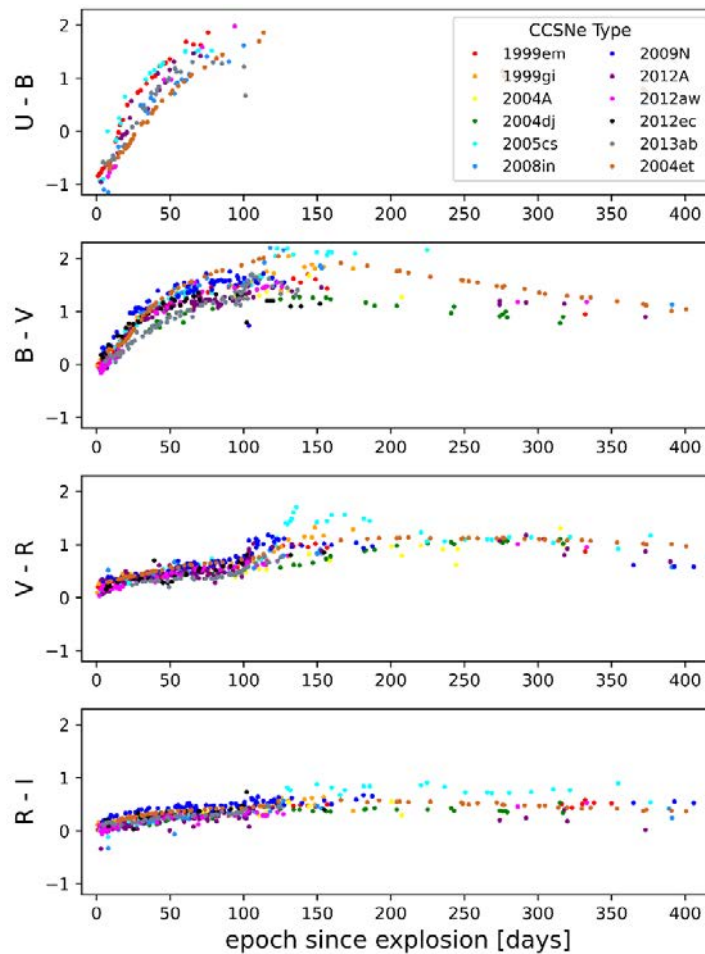
衝擊波向外移動產生的衝擊力將恆星的外殼炸開，加熱外殼之後，衝擊波迅速傳播到恆星外部的廣闊空間，而當衝擊波到達恆星外部時，在衝擊波前的電漿體(plasma)在光深度(optical depth)低於一定程度下可能發射出強烈的電磁輻射產生「衝擊爆發」(shock breakout)，從而在極短的時間內產生明亮的紫外線和 X 射線，並在大約一天的時間內迅速「冷卻」輻射。緊接在衝擊波後面為被加熱的噴射物質(ejecta)，該物質的質量為原始恆星的質量減去留下的超新星殘骸(supernova remnant)的質量。在爆炸時，噴射物質將是不透明的狀態，因此會如同黑體般輻射，而隨著此物質的膨脹，它將在一段時間內保持不透明的狀態，並且由於其表面積隨著時間的遞增，超新星的發光度也會隨著時間而遞增；而當噴射物質膨脹一段時間之後，它將變成透明狀態，此時發光度將隨時間而降低。

大約一百天之後，超新星的光變曲線的強度呈指數性下降，在此階段中，光變曲線主要能源為鈷的不穩定同位素的放射性衰變。在恆星演化末期時，氦核作用導致內核生成大量的 $^{56}\text{Ni}$ 。 $^{56}\text{Ni}$ 的衰變分解為 $^{56}\text{Co}$ ，然後再衰變成最穩定的 $^{56}\text{Fe}$ ， $^{56}\text{Ni}$ 衰變時放出的能量主要高能的 $\gamma$ 射線，但是因噴射物質的散射轉化超新星的輻射而使其主要落於可見光與紅外光的區間。由於矽燃燒的最終階段持續時間很短，導致內核坍塌時仍含鎳的不穩定同位素；以及坍塌的鐵核最外層被向外移動的衝擊波所沖走，以上兩種原因使得噴射物質內含鐵和鎳的元素，因此 $^{56}\text{Co}$ 向 $^{56}\text{Fe}$ 的放射性衰變中所釋放能量成為發光主要動力來源。

## (二) 色指數(Color index)

在天文學中，由於不同的恆星擁有不同的自身恆星光度，難以將觀測資料進行量化與分析，為了區分不同恆星特有的性質及歸納共有的特徵，天文學家會利用同恆星中不同波長的光變曲線亮度差異，進行比較、分析，藉此來判斷恆星的物理性質(包含光度、膨脹速度、溫度和 Ni 質量大小等)。

色指數是一個數值表達式，經由對星等計算之結果，決定了一個物體的顏色，同時也決定了恆星的溫度。色指數越小，物體越藍(或越熱)。相反，色指數越大，物體越紅(或冷)。作為比較，太陽的 B-V 指數為  $0.656 \pm 0.005$ ，而藍色參宿七的 B-V 為 -0.03(其中 B 星等為 0.09，V 星等為 0.12，故  $B-V = -0.03$ )。測量指標是通過不同的濾鏡(U、B、V、R、I)，其中 U 對紫外線靈敏，B 對藍光靈敏，V 對可見光靈敏(綠黃色)，R 對紅光靈敏，I 對紅外光靈敏，依次觀察物體的大小計算不同濾鏡觀測幅度差異稱為色指數。圖 17 為表 7 恆星觀察之色指數分布圖：



△圖 17: 各列表恆星在 400 天內色指數變化圖

各個恆星 U - B、B - V、V - R、R - I 色指數圖如圖 17 所示，所有恆星的顏色皆已針對銀河系和宿主星系的消光影響進行了校正。這些數據點顯現出在許多恆星屬性上，包括光度、膨脹速度、溫度和 Ni 質量具有相似的特徵，可以從不同階段的顏色演變來研究外殼的膨脹和冷卻行為。在每張圖中，我們可以看出各個的恆星演化在爆炸後 100 天內都非常相似，其中 SN 1999em、SN 2005cs、SN 2009N、SN 2012A、SN 2012aw、SN 2013ab 在 U-B 和 B-V 一個月內可以看到快速的顏色演變，顏色一開始是藍色的，但之後很快變紅，這是噴射物質快速膨脹和冷卻的結果。大部分的恆星在 100-120 天變化較不顯著，但在 B-V 圖我們可以看出顏色在 120 天後顯示出藍的趨勢，此階段為噴射物質在光學性質上變薄而使內含的 $^{56}\text{Co}$ 衰退成 $^{56}\text{Fe}$ ，之後就會形成星雲態。而 SN 1999gi、SN 2005c、SN 2008in 則在 B-V、V-R 的 120-150 天顯示出突然躍遷到稍微偏紅的顏色。

原則上，恆星的溫度可以藉由幾個公式從 B-V 指數計算出(Ballesteros, F. J., 2012)，通過將恆星視為黑體，可以獲得一個溫度近似值(如表 8 所示)：

$$(13) T = 4600K \left( \frac{1}{0.92(B - V) + 1.7} - \frac{1}{0.92(B - V) + 0.62} \right)$$

▽表 7：各個 core-collapse supernova 詳細觀測資訊

Object	Host	Discovery (MJD)	R.A. (J2000)	Decl. (J2000)	Vr (km/s)	d (Mpc)	E (B-V)
SN 1999em	NGC 1637	51480	04:41:27.04	-02:51:45.2	710	7.7 ± 0.4	0.0346 ± 0.0003
SN 1999gi	NGC 3184	51521	10:18:16.66	+41:26:28.2	588	11 ± 1	0.0144 ± 0.0001
SN 2004A	NGC 6207	53014	16:43:01.90	+36:50:12.5	853	20 ± 3	0.0131 ± 0.0002
SN 2004dj	NGC 2403	53217	07:37:17.02	+65:35:57.8	130	3.5 ± 0.5	0.0345 ± 0.0002
SN 2004et	NGC 6946	53275	12:21:54.89	+04:28:25.3	1574	14 ± 2	0.0193 ± 0.0002
SN 2008in	NGC 4303	54826	12:22:01.77	+04:28:47.5	1574	14 ± 2	0.0193 ± 0.0002
SN 2009N	NGC 4487	54855	12:31:09.46	-08:02:56.3	1091	18 ± 2	0.0182 ± 0.0007
SN 2012A	NGC 3239	55933	10:25:07.39	+17:09:14.6	830	8.82	0.0274 ± 0.0004
SN 2012aw	NGC 3351	56002	10:43:53.76	+11:40:17.9	771	11.507	0.0239 ± 0.0002
SN 2012ec	NGC 1084	56150	02:45:59.89	-07:34:25.0	1414	20.844	0.0229 ± 0.0002
SN 2013ab	NGC 5669	56340	14:32:44.49	+09:53:12.3	1338	23.64	0.0234 ± 0.0002

(註 1: 儒略日(Julian Day)是在儒略週期內以連續的日數計算時間的計時法，主要是天文學家在使用，由於儒略日數字位數太多，國際天文學聯合會於 1973 年採用簡化儒略日(MJD)，其定義為  $MJD = JD - 2400000.5$ 。MJD 相應的起點是 1858 年 11 月 17 日世界時 0 時。)

(註 2: 赤經(Right ascension ; RA)是天文學使用在天球赤道座標系統內的座標值之一，通過天球兩極並與天赤道垂直，另一個座標值是赤緯(Declination ; Decl) )

表 8 為根據表 7 E(B - V)之觀測數據所推估之恆星溫度：

▽表 8：各列表恆星根據方程式(13)的溫度推估值

Object	Host	E(B-V)	T(K)
SN 1999em	NGC 1637	$0.0346 \pm 0.0003$	4400.9
SN 1999gi	NGC 3184	$0.0144 \pm 0.0001$	4579.2
SN 2004A	NGC 6207	$0.0131 \pm 0.0002$	4591.0
SN 2004dj	NGC 2403	$0.0345 \pm 0.0002$	4401.7
SN 2004et	NGC 6946	$0.0193 \pm 0.0002$	4534.9
SN 2008in	NGC 4303	$0.0193 \pm 0.0002$	4534.9
SN 2009N	NGC 4487	$0.0182 \pm 0.0007$	4544.8
SN 2012A	NGC 3239	$0.0274 \pm 0.0004$	4463.1
SN 2012aw	NGC 3351	$0.0239 \pm 0.0002$	4493.9
SN 2012ec	NGC 1084	$0.0229 \pm 0.0002$	4502.8
SN 2013ab	NGC 5669	$0.0234 \pm 0.0002$	4498.3

透過估算恆星溫度，我們可以推測每個超新星在末期狀態，顯示其氫線逐漸薄弱，這來自於外面不透明層的變化造成，衝擊波剝離了氫原子的電子，將外面的氫游離，造成了不透明度重大的改變，因而影響光度和溫度變化。

### (三) 實際觀測與模擬值擬合說明(fitting)

為了確認 MESA 所模擬的結果是否符合實際的狀況，我們嘗試以過去天文發現實際超新星爆炸所觀測到的光變曲線將視星等轉換為絕對星等後(方程式 14)進行比較 (SN 1999em、SN 1999gi、SN 2004A、SN 2004dj、SN 2004et、SN 2008in、SN 2009N、SN 2012A、SN 2012aw、SN 2012ec、SN 2013ab，如表 7 所示)，但由於過去實際觀測到的結果較為稀少，因此對於每個觀測結果我們決定以最貼近觀測結果的模組進行比較，並了解其中差異性的產生原因，觀測結果比較主要分為前期比較及後期比較，其中前後期判斷依據為曲線從「高原」轉變為「線性」時期所產生的轉折點處。

$$(14) M = m - 5(\log_{10} dpc - 1)$$

(M:絕對星等(absolute magnitude)、m:視星等(Apparent magnitude)、 $dpc$ 為距恆星之秒差距)

#### 1. 前期比較

由於光變曲線前期(約爆炸後 80~100 天前)的形成原因主要來自超新星爆炸的能量釋放，因此我們以第二階段不同爆炸能量的前期光變曲線(0.6foe、1.2foe、1.8foe、2.4foe)與前期觀測結果進行比較，找出與觀測值最符合的模擬爆炸能量。

#### 2. 後期比較

延續前期的比較結果，由於後期光度釋放源自於鈷的不穩定同位素的放射性衰變，因此我們在相同爆炸能量的情況下以 $^{56}\text{Ni}$ 的質量做為操縱變因(Ni=0.01 $M_{\odot}$ 、Ni=0.02 $M_{\odot}$ 、Ni=0.05 $M_{\odot}$ 、Ni=0.1 $M_{\odot}$ )來發展後期的光變曲線並與實際觀測結果進行比較，找出與觀測值最符合的 $^{56}\text{Ni}$ 質量。

#### (四) 模擬值衝擊爆發(shock breakout)

II 型超新星起源於富含氫的大質量恆星爆炸，它們的第一個電磁輻射特徵是衝擊爆發，這是一種短暫的現象，當衝擊波到達恆星邊緣時，可能會發生這種爆發現象，在極短的時間尺度上產生明亮的 X 射線/紫外線閃光，然後是來自膨脹冷卻的紫外線的光學冷卻，而根據衝擊出現時的密度，可持續數小時到數天。爆發的特性與祖星結構(progenitor star) (半徑和表面組成) 及質量損失歷史有關。為了能更易分析模擬結果，我們將絕對星等換算為光度表示：

$$M_{bol} = -2.5 \log_{10} \frac{L_*}{L_0} \approx -2.5 \log_{10} L_* + 71.197425$$

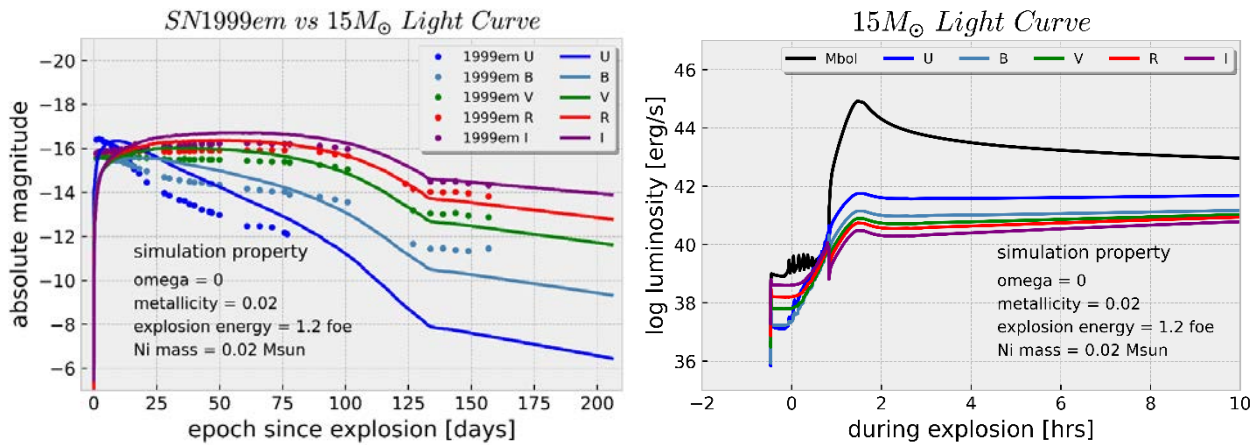
( $L_*$ : star's bolometric luminosity,  $L_0$ : zero point luminosity、 $M_{bol}$ :全波段絕對星等(absolute bolometric magnitude))

▽表 9: 目前超新星觀測資料 (註: 空白表示至今尚未觀測統計確認)

Type	Nickel mass	Explosion energy
SN 1999em	0.09 $M_{\odot}$	
SN 1999gi		
SN 2004A	$0.046^{+0.031}_{-0.017} M_{\odot}$	$0.47 \pm 0.27$ foe
SN 2004dj	$0.02 \pm 0.01 M_{\odot}$	$0.75^{+0.56}_{-0.38}$ foe
SN 2004et	$0.06 \pm 0.02 M_{\odot}$	$1.2^{+0.38}_{-0.3}$ foe
SN 2008in	$0.015 M_{\odot}$	0.54 foe
SN 2009N	$0.020 \pm 0.004 M_{\odot}$	0.48 foe
SN 2012A	$0.011 M_{\odot}$	0.48 foe
SN 2012aw	$0.06 \pm 0.01 M_{\odot}$	1.5 foe
SN 2012ec	$0.04 \pm 0.015 M_{\odot}$	1.2 foe
SN 2013ab	$0.064 M_{\odot}$	0.35 foe

各個模組恆星模擬的光度曲線與恆星實際觀測值比較結果如下：

(左圖為觀測與模擬值在兩百多天內的擬合結果，右圖為該模擬值在爆炸期間的光變曲線)



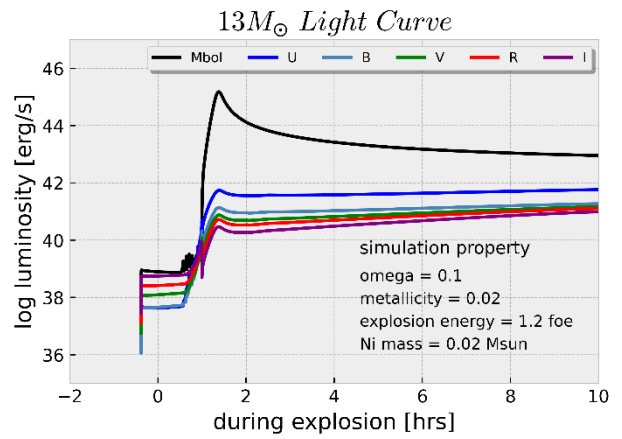
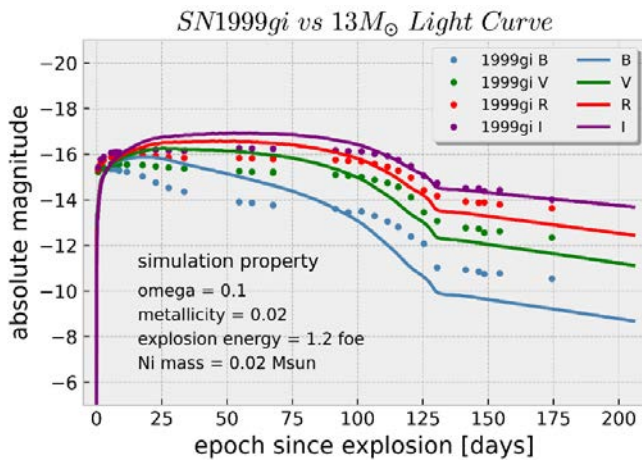
△ 圖 18-1、18-2 : SN 1999em 實際觀測與15M<sub>⊙</sub>模擬比較

(註 1: UBVR I 為不同波長之譜線，U : 360nm、B : 440nm、V : 550nm、R : 710nm、I : 970nm，

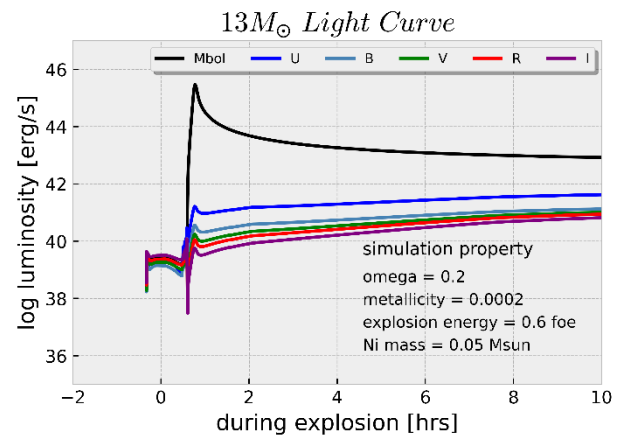
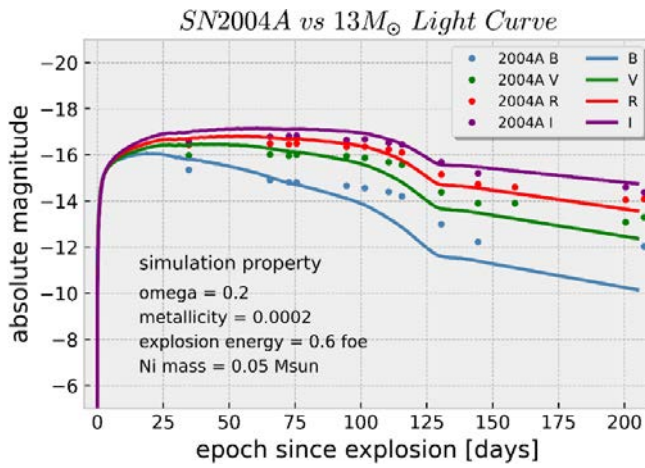
$M_{bol}$ :全波段絕對星等(absolute bolometric magnitude))

(註 2:因觀測資料距離都小於 20Mpc 導致誤差值較小，故圖中無法呈現誤差線而在表中記錄)

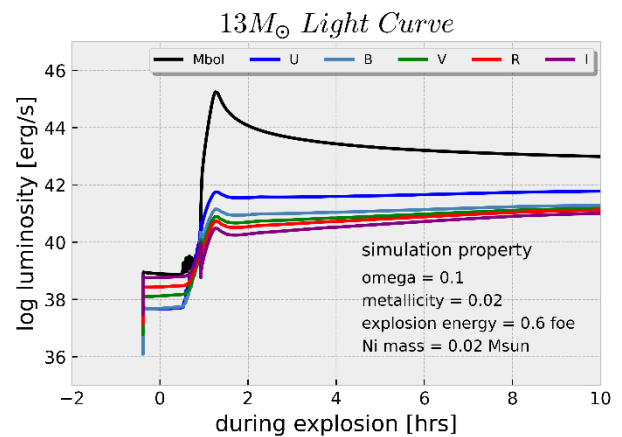
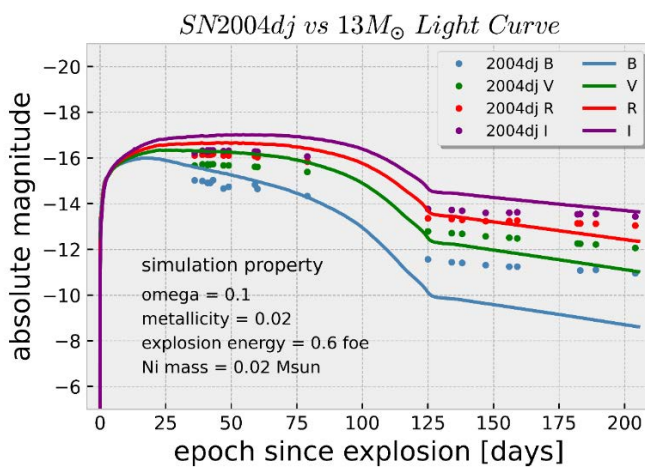




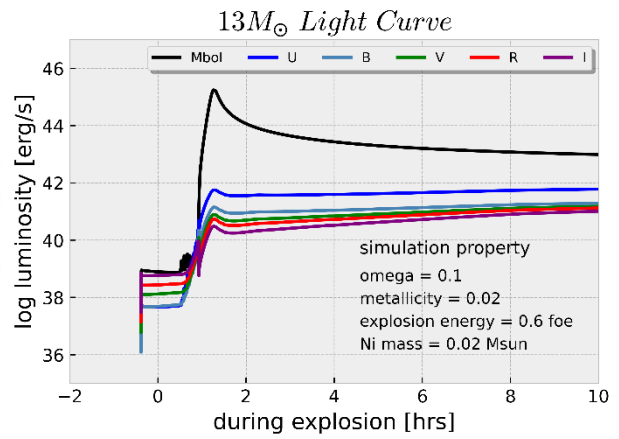
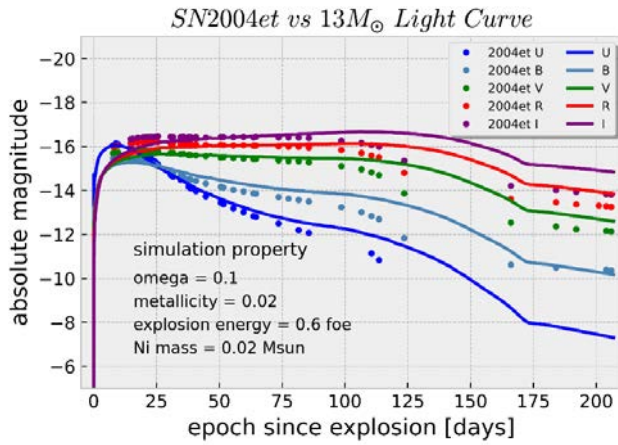
△ 圖 19-1、19-2 : SN 1999gi 實際觀測與 $13M_{\odot}$ 模擬比較



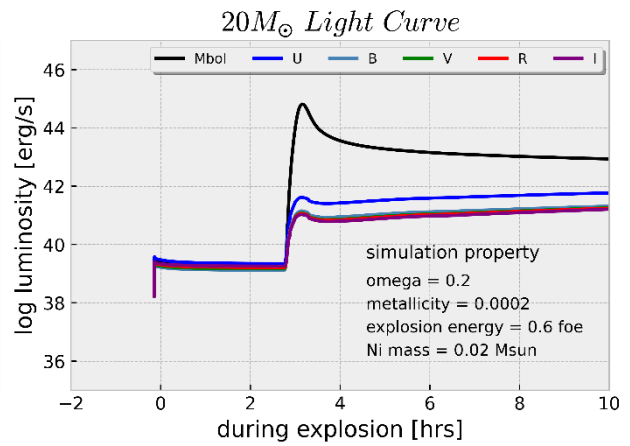
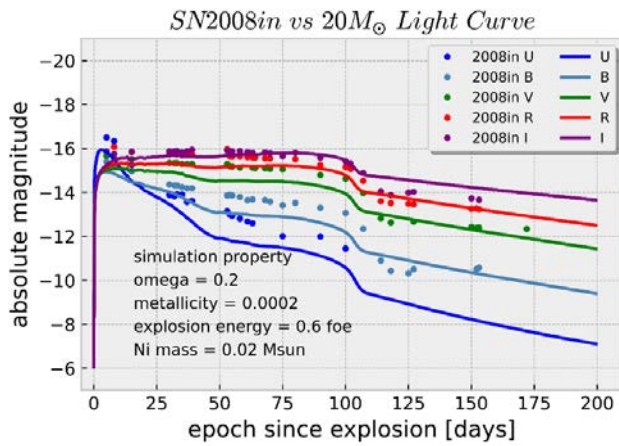
△ 圖 20-1、20-2 : SN 2004A 實際觀測與 $13M_{\odot}$ 模擬比較



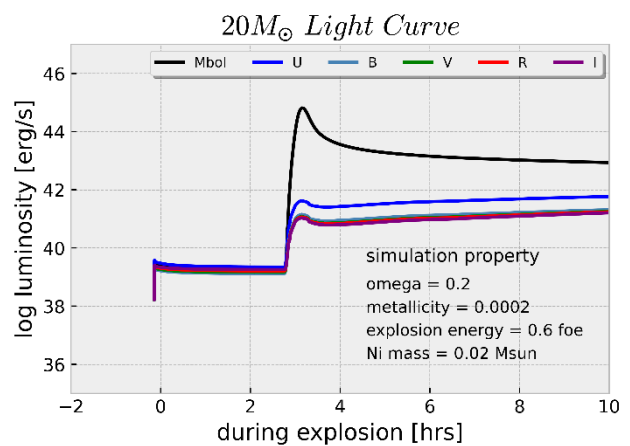
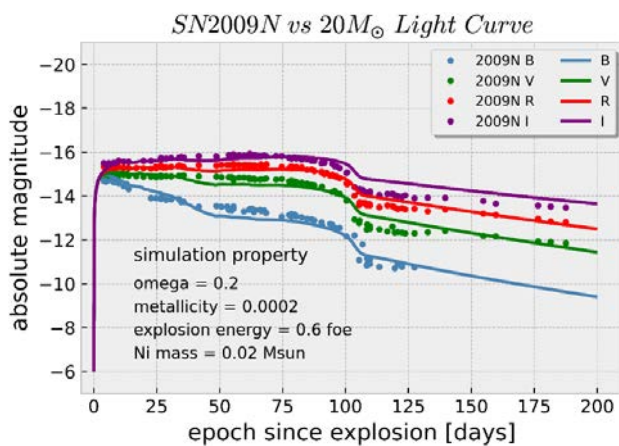
△ 圖 21-1、21-2 : SN 2004dj 實際觀測與 $13M_{\odot}$ 模擬比較



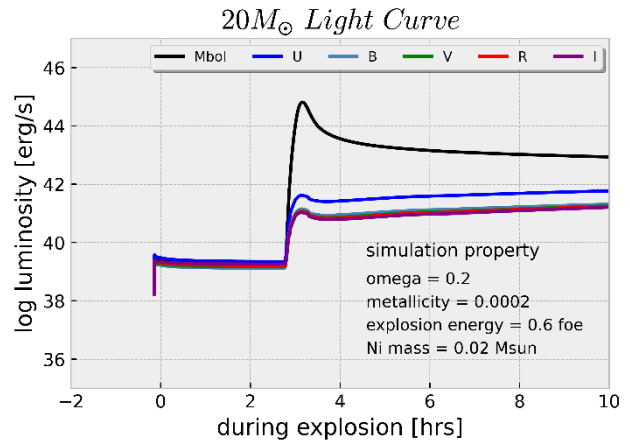
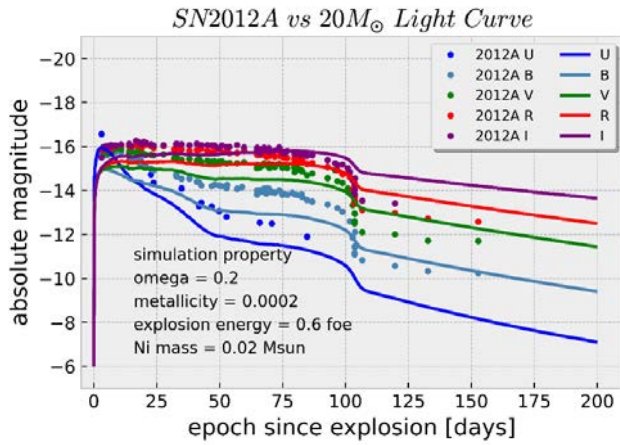
△ 圖 22-1、22-2: SN 2004et 實際觀測與 $13M_{\odot}$ 模擬比較



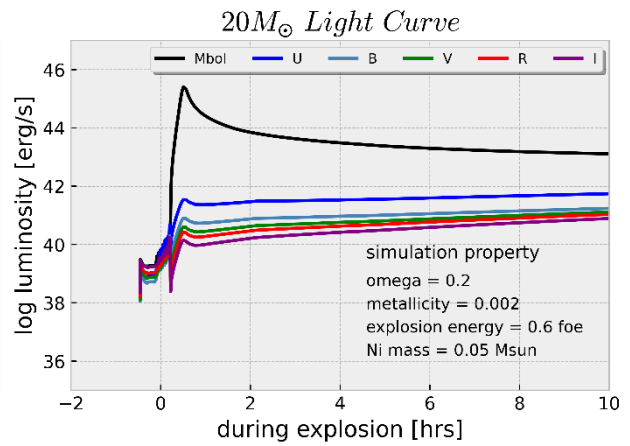
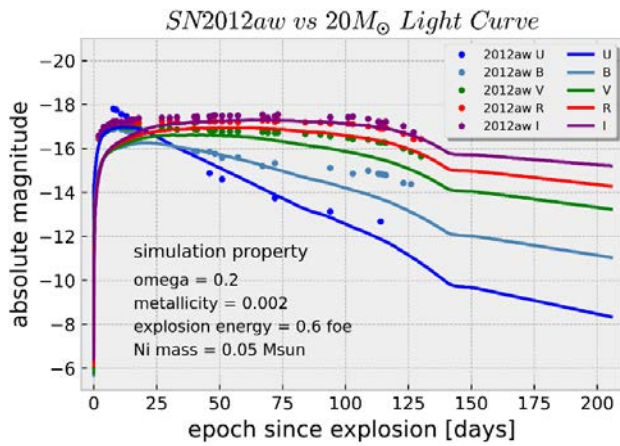
△ 圖 23-1、23-2 : SN 2008in 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較



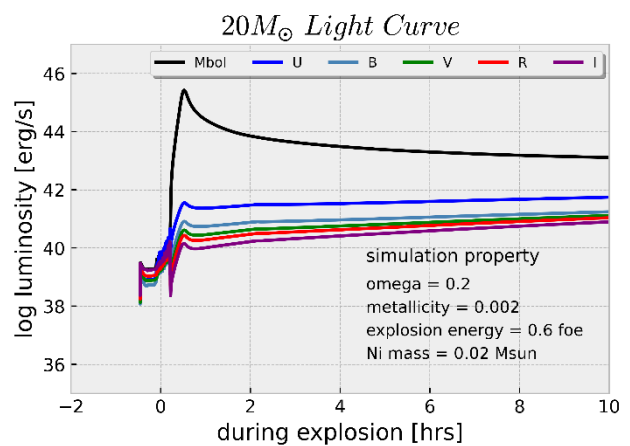
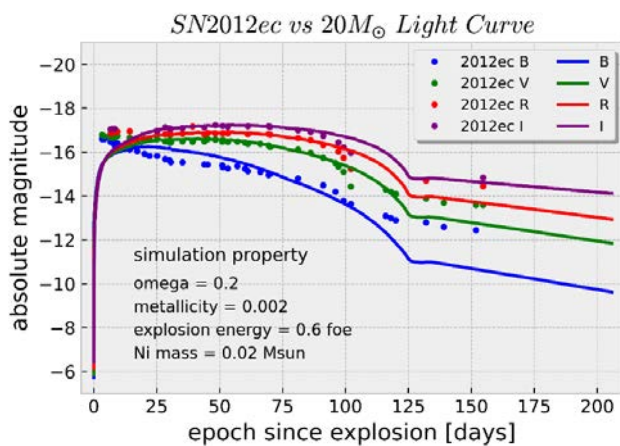
△ 圖 24-1、24-2 : SN 2009N 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較



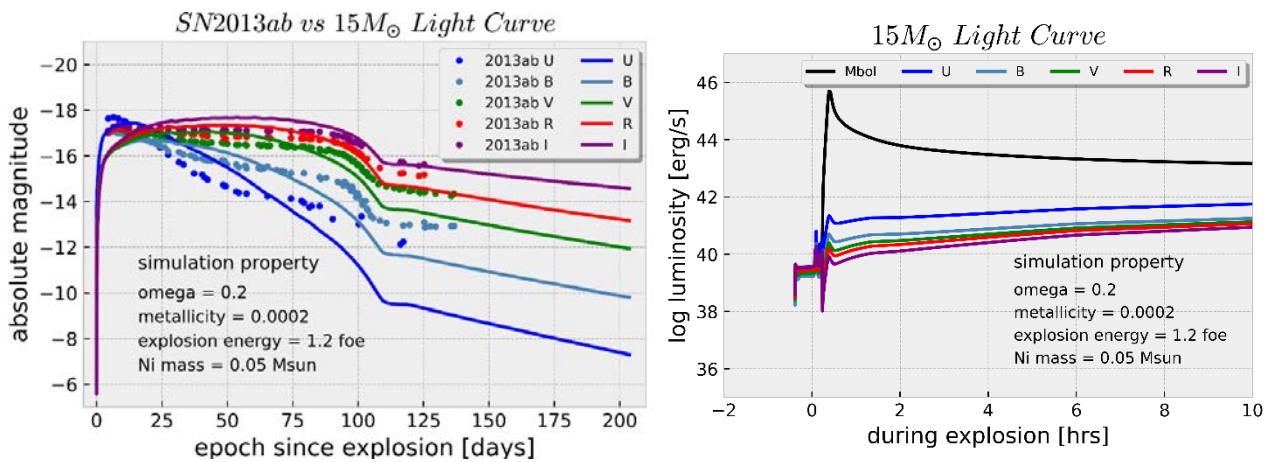
△ 圖 25-1、25-2 : SN 2012A 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較



△ 圖 26-1、26-2 : SN 2012aw 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較



△ 圖 27-1、27-2 : SN 2012ec 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較

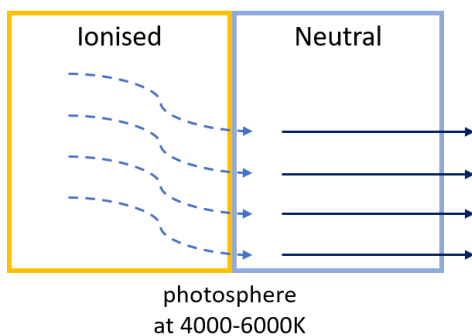


△ 圖 28-1、28-2 : SN 2013ab 實際觀測與 $20M_{\odot}$ 模擬比較

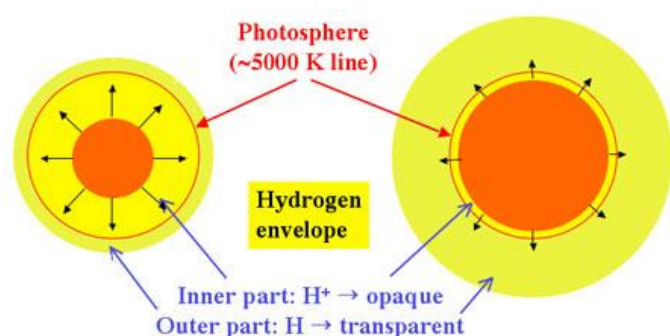
模擬結果探討如下：

(一) 爆炸後觀測值與模擬值擬合(fitting)

與實際觀測結果比較可得知，若大致以爆炸後 100~120 天為基準，可以發現前期的光變曲線大致上吻合，但在 SN 1999em、SN 1999gi、SN 2004dj(圖 18-1、19-1、21-1)中可以發現模擬值皆大於觀測值，且觀測值的趨勢都似一條水平直線。由於 II-P 型超新星的光度曲線中的高原區是來自於爆炸後恆星外層不透明度的變化，當核心坍縮產生的衝擊波通過恆星向外傳播時，它將恆星的外殼加熱到超過 100,000K，從而使所有的氫離子化，電離氫具有很高的不透明度，因此來自恆星內部的輻射無法逸出，我們只能觀察到來自恆星最外層的光子，而當外層的氫離子到複合溫度 4000-6000K 冷卻後重組氫原子時(如圖 29)，來自氫殼層內部較熱區域的光子能夠逃逸，因此就能更深入地看到恆星(光球層漸深)(如圖 30)，由於該溫度在光球層通過氫殼層後大致保持恆定，因此光變曲線產生高原狀。經由以上探討，藉此我們可以得知，必須在該恆星模擬中添增更多的 H 質量，使其能趨於符合。



△ 圖 29 :氫殼層電離與冷卻後複合過程



△ 圖 30 : 光球層的位置與發生氫複合的位置

根據後期模擬結果， $20M_{\odot}$ 不同爆炸能量的光變曲線在 80-100 天就產生指數性衰減，而 SN 2012aw 近 130 天後才有衰減跡象(如圖 26-1)，我們推測對該超新星而言爆炸能量較弱，以及該恆星演化末期所含 $^{56}\text{Ni}$ 質量較大，因此光度曲線在高原時期持續時間較久，同時也導致後期線性下降部分較為平緩。雖然各個光變曲線的前期大致吻合，但後期的差異較為顯著，由於一百天之後，超新星的光變曲線數據呈指數性下降，在此階段中，光變曲線主要能源為 $^{56}\text{Ni}$ 的放射性衰變，而金屬量  $Z$  也會對「高原-斜線過渡期」產生影響在折線的方面，因此我們推測在模擬部分中我們考量 $^{56}\text{Ni}$ 的質量和金屬量  $Z$  可能不夠精準以至於模擬值與實際觀測值產生誤差；而 SN 1999em、SN 2012ec、SN 2013ab(圖 19-1、27-1、28-1)後期中 U 線差異較大的原因我們推測這可能來自 $\Omega$ 及其他因素造成恆星結構影響而導致，因此在日後研究中我們會繼續以 $^{56}\text{Ni}$ 的質量和 H 的質量及金屬量  $Z$  和  $\Omega$ 作更精準的操縱變因並考量更精細的物理因子(包含微中子物理、爆炸核融合過程、輻射動力學、爆炸紊流等)，以使模擬值能與實際觀測值逐漸吻合。

## (二) 爆炸過程 $M_{\text{bol}}$ 全波段絕對星等

經過微中子的驅動機制(Janka etc., 2016)，坍塌中損失的部分位能經由微中子加熱轉移到恆星的外層，這會觸發以輻射為主的衝擊波，以每秒數萬公里的速度傳播。在 RSG 中，衝擊波預計會傳播大約一天的時間，直到到達極小的光學深度，使衝擊波足以出現。衝擊波本身出現的衝擊爆發在 RSG 中通常持續約數小時，時間尺度由爆發的範圍、衝擊速度和一些形態因素所決定。若恆星存在濃密的恆星風或大氣，可以將衝擊波向外推向較低的電子密度，因此在相同的光深度下，衝擊波的輻射前驅物將顯著被延伸更大的範圍，使其出現的時間更長。而到了數天後 RSG 的外殼開始膨脹冷卻，光變曲線將會上升到最大值。在各項衝擊爆發的圖中，圖 20-2( $13M_{\odot} - \Omega = 0.2 - z = 0.0002 - 0.6foe - ni 0.05M_{\odot}$ )，圖 26-2( $15M_{\odot} - \Omega = 0.2 - z = 0.0002 - 1.2foe - ni 0.05M_{\odot}$ )擁有瞬間衝擊爆發的最高亮度和較小時間尺度，而圖 23-2、24-2、25-2( $20M_{\odot} - \Omega = 0.2 - z = 0.02 - 0.6foe - ni 0.02M_{\odot}$ )則亮度較低且歷經的時間尺度較長，我們推測這與恆星性質有關，較小恆星半徑和較高爆炸能量導致較高亮度的同時也會更易衰退，其中也牽涉大氣不透明度，因此須經更詳細的觀測推算演化狀態，了解恆星內部區域和 RSG 的擴展大氣層。

## 肆、 結論與應用

### (一) 恆星演化(star evolution)

零齡主星序在演化初期，由氫燃燒開始演化直到氦核作用開始產生重元素後到矽燃燒的結束，當演化末期矽燃燒結束後，鐵核將逐步形成，此時能量的短缺使內核發生災難式的坍塌，最後形成超新星爆炸。根據實驗數據結果，當 $Z$ 值較大時，會加速恆星發展和質量的損耗，但當 $Z$ 較小時，由 $\Omega$ 主導質量損失。在  $\text{mass radius} > 1.5M_{\odot}$  的狀態下，隨著 $Z$ 的值增， $^{16}_8\text{O}$ 和 $^{28}_{14}\text{Si}$ 更容易在核內迅速被消耗殆盡，同時隨著 $\Omega$ 的上升，分布範圍也會縮小。而 $^{56}_{26}\text{Fe}$ 會隨著 $Z$ 和 $\Omega$ 的上升，更容易在核內中生成，形成分布的差異，但 $\Omega$ 的影響較小。

### (二) 衝擊波(shock wave)

當內核坍塌時到一定密度時會突然終止，此時內核中向內塌縮的物質其運動發生反彈現象，當其遇到外部向內掉落的物質而形成衝擊波，我們的數據顯示，同質量恆星同金屬量 $Z$ 在越高能量的狀況下產生的衝擊波速率越大，因此在同恆星半徑的狀況下到達恆星外部的時間也會減少許多。

### (三) 光變曲線(light curve)

雖然模擬的前期光變曲線大致與實際觀測結果吻合，但部分恆星觀測結果的前期和後期誤差值較大，我們推測此原因可能來自 $^{56}_{28}\text{Ni}$ 的質量控制和本身的恆星結構(金屬量 $Z$ 、 $\Omega$ 、特定元素比例)，及細微的恆星物理(微中子物理、爆炸核融合過程、輻射動力學、爆炸紊流等)，而目前的觀測資料詳細度尚未達到精準，導致我們目前對於恆星的物理計算尚不夠精確及完整，但研究至目前為止我們已經可以確定有些超新星的行程是來自大質量恆星的劇烈爆炸現象，至於確切的爆炸質量、金屬量 $Z$ 、 $\Omega$ 、爆炸能量及重元素比例，我們仍繼續邁向更精確的數值及結果。

#### (四) 未來發展

超新星是一種罕見的天象，但在天文學研究中具重要的地位與價值，這與一系列重要的天文物理研究具有密切的關係與意義。其中 II 型超新星與恆星起源有關，現今天文學家認為大質量恆星形成過程是來自於原始超新星的強烈波將巨分子星雲擠壓而聚集形成初始元恆星，這與星爆星系 (starburst galaxies) 的起因有關。星爆星系被認為是由大量分子高速氣體組成而彼此間碰撞而在短時間內迅速形成大質量恆星，而此為超新星接連爆發的結果。II 型超新星爆發後會留下一個中子星，其中部份為可觀測脈衝星，成為高能物理及核物理主要研究及探討方向。

### 伍、 參考文獻

Andre Maeder (2009). *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*. doi 10.1007/978-3-540-76949-1.

A. Pastorello et al. (2009). *SN 2005cs in M51 – II. Complete evolution in the optical and the near-infrared*. Astrophysics Research Centre, School of Mathematics and Physics, Queen's University Belfast, Belfast BT7 1NN. doi:10.1111/j.1365-2966.2009.14505.x .

B. Paxton et al. (2019). *Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Pulsating Variable Stars, Rotation, Convective Boundaries, and Energy Conservation*. The Astrophysical Journal Supplement Series, 243:10 (44pp), 2019 July.

C. Barbarino et al. (2015). *SN 2012ec: mass of the progenitor from PESSTO follow-up of the photospheric phase*. Dip. di Fisica and ICRA, Rome, Italy.

Douglas C. Leonard et al. (2002). *The Distance to SN 1999em in NGC 1637 from the Expanding Photosphere Method*. Department of Astronomy, University of California, Berkeley, California

94720-3411.

D. YU. TSVETKOV (2008). *PHOTOMETRIC OBSERVATIONS OF TWO TYPE II-P SUPERNOVAE: NORMAL SN II-P 2004A AND UNUSUAL SN 2004ek*. Sternberg Astronomical Institute, University, Moscow, Russia.

Ganesan Srinivasan (2014). *Life and Death of the Stars*. Retrived from: <https://www.springer.com/gp/book/9783642453830>. doi: 10.1007/978-3-642-45384-7.

JEAN-LOUIS TASSOUL (2000). *STELLAR ROTATION*. Cambridge University. ISBN 0 521 77218 4 hardback.

Janka, Hans-Thomas, Melson, Tobias, & Summa, Alexander, Physics of Core-Collapse Supernovae in Three Dimensions: A Sneak Preview. *Annu. Rev. Nucl. Phys.*, 66, 341 (2016).

J. Fabbri. (2019). *The effects of dust on the optical and infrared evolution of SN 2004et*. Dept. of Physics and Astronomy, University College London, Gower Street, London WC1E 6BT, UK. arXiv:1110.3166v1 .

J. Vinko. (2006). *The first year of SN 2004dj in NGC 2403*. Department of Optics & Quantum Electronics, University of Szeged, Hungary. doi:10.1111/j.1365-2966.2006.10416.x

L. Tomasella (2013). *Comparison of progenitor mass estimates for the type IIP SN 2012A*. INAF, Padova, Italy.

K. Takats et al. (2013). *SN 2009N: linking normal and subluminous Type II-P SNe*. Departamento de Ciencias Físicas, Universidad Andres Bello, Avda. Republica 252, Santiago, Chile.



doi:10.1093/mnras/stt220.

Martin Beech (2019). *Introducing the Stars : Formation, Structure and Evolution*. Retrived from: <https://www.springer.com/gp/book/9783030117030>. doi: 10.1007/978-3-030-11704-7.

M. Dall’Ora et al. (2014). *THE TYPE IIP SUPERNOVA 2012aw IN M95: HYDRODYNAMICAL MODELING OF THE PHOTOSPHERIC PHASE FROM ACCURATE SPECTROPHOTOMETRIC MONITORING*. INAF, Napoli, Italy.

M.F. El Eid et al. (2009). *Massive Stars: Input Physics and Stellar Models*. Department of Physics, American University of Beirut, P.O. Box 11-236, Beirut, Lebanon. doi 10.1007/s11214-009-9517-6.

Stan Woosley & Thomas Janka (2005). *The physics of core-collapse supernovae. nature physics, VOL 1*, 147-154.

Schuyler D. Van Dyk et al. (2011). *SUPERNOVA 2008BK AND ITS RED SUPERGIANT PROGENITOR*. Spitzer Science Center/Caltech, Pasadena CA.

Subhash Bose et al. (2015). *SN 2013ab : A normal type IIP supernova in NGC 5669*. Aryabhata Research Institute of Observational Sciences, Manora Peak, Nainital - 263002, India. doi:10.1093/mnras/stv759.

Douglas C. Leonard et al. (2002). *The Distance to SN 1999em in NGC 1637 from the Expanding Photosphere Method*. Department of Astronomy, University of California, Berkeley, California 94720-3411.

▽表 1: make\_pre\_ccsn 程式需考慮的主要操控碼及其物理效應

- make\_pre\_ccsn\_llp
- ◇ 恆星初始設定(Structure & Formation)
  - initial\_mass = 13 - 35 - 恆星初始質量
  - new\_Z = 0.02d0 - 0.0002d0 - 恆星初始金屬豐度
  - new\_omega\_div\_omega\_crit = 0.1d0-0.4d0 -  $\Omega$ 值
- ◇ 星風 (Stellar Wind)：質量流失途徑
  - hot\_wind\_scheme = 'Dutch'
  - Dutch\_wind\_lowT\_scheme = 'de Jager'
  - Dutch\_scaling\_factor = 0.25-1.25
- ◇ 大氣 (Atmosphere)：設定外邊界環境
  - atm\_option = 'T\_tau' - 計算表面溫度( $T_{surf}$ )和表面壓力( $P_{surf}$ )
  - atm\_T\_tau\_relation = 'Eddington' - 利用愛丁頓近似求出灰大氣(grey atmosphere)中的
 
$$T_{surf}/P_{surf}$$
  - atm\_T\_tau\_opacity = 'fixed' - 內部模型最外層單元使用統一的不透明度
- ◇ 旋轉 (rotation)：演化途徑
  - am\_nu\_visc\_factor = 0
  - am\_D\_mix\_factor = 0.03333333333333333d00 - 材料混合的擴散係數
  - D\_DSI\_factor = 0 - 動力切變不穩定度 Dynamical Shear Instability(DSI)

在 Raphael Hirschi et al, 2003 顯示其在大質量恆星演化後期影響部分不大，故在此研究中不作為計算參數之一。

D\_SH\_factor = 1 - The Solberg-Høiland criterion (SH)

D\_SSI\_factor = 1 - 長期切變不穩定度 Secular Shear Instability (SSI)

D\_ES\_factor = 1 - Eddington-Sweet circulation (ES)

此三物理性質依據 A. Heger et al, 1999 會影響角動量及恆星殼層內部物質的分佈，故在此研究中作為計算參數之一。

D\_GSF\_factor = 1 - Goldreich-Schubert-Fricke (GSF)

D\_ST\_factor = 1 - Spruit-Tayler Dynamo (ST)

根據 Andrea Caleo et al, 2016、Pavel A. Denissenkov et al, 2007 此性質分別被人認為有助恆星角動量的傳遞與傳輸，故在此研究中作為計算參數之一。

✧ 混合 (mixing)

mixing\_length\_alpha  $\Lambda = 1.5$  – 混和長度

MLT\_option = 'Heney'

semiconvection\_option = 'Langer\_85 mixing; gradT = gradr'

▽表 2 : ccsn\_llp 程式需考慮的主要操控碼及其物理校應

● ccsn\_llp

inject\_until\_reach\_model\_with\_total\_energy =  $0.6d+51 - 2.4d+51$  爆炸能量提供

max\_age\_in\_seconds = 0.01-0.1 爆炸時間

total\_mass\_for\_inject\_extra\_ergs\_sec = 0.2

max\_timestep =  $1d-4$  最大時間步數

▽表 1: SN 1999em 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 1999em																
MJD	time	mU	MU	$\sigma$ U	mB	MB	$\sigma$ B	mV	MV	$\sigma$ V	mR	MR	$\sigma$ R	mI	MI	$\sigma$ I
51481	1	13.03	-16.4	0.27	13.87	-15.56	0.02	13.87	-15.56	0.01	13.67	-15.76	0.02	13.65	-15.78	0.08
51482	2	13	-16.43	0.11	13.8	-15.63	0.03	13.8	-15.63	0.02	13.62	-15.81	0.03	13.58	-15.85	0.03
51483	3	13.03	-16.4	0.12	13.8	-15.63	0.02	13.79	-15.64	0.02	13.6	-15.83	0.02	13.56	-15.87	0.03
51484	4	13.11	-16.32	0.09	13.82	-15.61	0.03	13.79	-15.64	0.02	13.59	-15.84	0.02	13.56	-15.87	0.03
51485	5	13.16	-16.27	0.14	13.85	-15.58	0.02	13.79	-15.64	0.01	13.57	-15.86	0.02	13.54	-15.89	0.02
51487	7	13.29	-16.14	0.09	13.92	-15.51	0.03	13.84	-15.59	0.01	13.59	-15.84	0.02	13.53	-15.9	0.03
51488	8	13.34	-16.09	0.09	13.95	-15.48	0.02	13.84	-15.59	0.01	13.58	-15.85	0.02	13.5	-15.93	0.03
51489	9	13.41	-16.02	0.09	13.99	-15.44	0.01	13.86	-15.57	0.02	13.58	-15.85	0.02	13.51	-15.92	0.02
51491	11				14.02	-15.41	0.04	13.84	-15.59	0.04	13.54	-15.89	0.05	13.48	-15.95	0.04
51492	12				14.07	-15.36	0.15	13.83	-15.6	0.1						
51493	13	13.9	-15.53	0.11	14.09	-15.34	0.01	13.8	-15.63	0.01	13.53	-15.9	0.02	13.44	-15.99	0.02
51494	14	14.02	-15.41	0.14	14.15	-15.28	0.01	13.81	-15.62	0.01	13.52	-15.91	0.02	13.43	-16	0.02
51495	15	14.18	-15.25	0.12	14.2	-15.23	0.01	13.81	-15.62	0.02	13.53	-15.9	0.01	13.42	-16.01	0.01
51496	16	14.37	-15.06	0.12	14.25	-15.18	0.02	13.81	-15.62	0.04	13.56	-15.87	0.06	13.44	-15.99	0.03
51498	18	14.56	-14.87	0.1	14.34	-15.09	0.02	13.85	-15.58	0.03	13.56	-15.87	0.07	13.44	-15.99	0.06
51501	21	14.97	-14.46	0.11	14.47	-14.96	0.02	13.86	-15.57	0.03	13.56	-15.87	0.03	13.4	-16.03	0.03
51508	28	15.46	-13.97	0.13	14.73	-14.7	0.02	13.91	-15.52	0.02	13.57	-15.86	0.02	13.35	-16.08	0.02
51510	30	15.56	-13.87	0.16	14.79	-14.64	0.04	13.94	-15.49	0.03	13.59	-15.84	0.02	13.35	-16.08	0.04
51514	34	15.77	-13.66	0.1	14.87	-14.56	0.03	13.93	-15.5	0.02	13.56	-15.87	0.02	13.31	-16.12	0.02
51516	36	15.81	-13.62	0.12				13.9	-15.53	0.03	13.54	-15.89	0.02	13.29	-16.14	0.02
51518	38	15.96	-13.47	0.13	14.94	-14.49	0.02	13.93	-15.5	0.02	13.55	-15.88	0.03	13.29	-16.14	0.02
51520	39.9	16.02	-13.41	0.09	14.97	-14.46	0.02	13.93	-15.5	0.02	13.54	-15.89	0.02	13.28	-16.15	0.03
51523	42.9	16.21	-13.22	0.11	14.98	-14.45	0.04	13.91	-15.52	0.03	13.51	-15.92	0.03	13.22	-16.21	0.05
51526	45.9	16.31	-13.12	0.15	15.04	-14.39	0.04	13.93	-15.5	0.03	13.5	-15.93	0.03	13.23	-16.2	0.04
51527	46.9	16.34	-13.09	0.1	15.05	-14.38	0.03	13.93	-15.5	0.04	13.52	-15.91	0.02	13.22	-16.21	0.04
51530	49.9	16.45	-12.98	0.11	15.09	-14.34	0.03	13.94	-15.49	0.02	13.5	-15.93	0.03	13.21	-16.22	0.03
51541	60.9	16.96	-12.47	0.13	15.27	-14.16	0.02	13.99	-15.44	0.02	13.5	-15.93	0.03	13.19	-16.24	0.04
51546	65.9	16.96	-12.47	0.25	15.32	-14.11	0.03	14.02	-15.41	0.04	13.51	-15.92	0.02	13.17	-16.26	0.07
51551	70.8	17.01	-12.42	0.1	15.38	-14.05	0.02	14.03	-15.4	0.02	13.5	-15.93	0.02	13.22	-16.21	0.03
51556	75.8	17.26	-12.17	0.16	15.4	-14.03	0.04	14.04	-15.39	0.03	13.51	-15.92	0.02	13.22	-16.21	0.03
51557	76.8	17.33	-12.1	0.15												
51558	77.8				15.52	-13.91	0.09	14.07	-15.36	0.05				13.23	-16.2	0.09
51570	89.8				15.63	-13.8	0.05	14.17	-15.26	0.01	13.6	-15.83	0.04	13.31	-16.12	0.03
51576	95.8				15.74	-13.69	0.02	14.27	-15.16	0.02	13.69	-15.74	0.04	13.38	-16.05	0.03
51581	100.8				15.87	-13.56	0.03	14.38	-15.05	0.02	13.77	-15.66	0.02	13.46	-15.97	0.04
51604	123.8										15.04	-14.39	0.12			
51607	126.8				17.77	-11.66	0.05	16.25	-13.18	0.03	15.27	-14.16	0.03			
51614	133.7				17.99	-11.44	0.05	16.37	-13.06	0.03	15.4	-14.03	0.04	14.93	-14.5	0.07
51619	138.7				17.97	-11.46	0.09	16.42	-13.01	0.03	15.42	-14.01	0.03	14.93	-14.5	0.03
51624	143.7				18.06	-11.37	0.12	16.36	-13.07	0.05	15.41	-14.02	0.03	14.93	-14.5	0.04
51629	148.8				18.1	-11.33	0.1	16.49	-12.94	0.04	15.47	-13.96	0.03	15.01	-14.42	0.03
51637	156.8				17.98	-11.45	0.09	16.55	-12.88	0.04	15.61	-13.82	0.03	15.11	-14.32	0.03
51781	301.1										16.79	-12.64	0.06			
51796	316.1										16.82	-12.61	0.06	16.31	-13.12	0.07
51803	323.1										16.81	-12.62	0.06	16.37	-13.06	0.08
51810	330.1										16.85	-12.58	0.06	16.34	-13.09	0.07
51812	332.1				18.79	-10.64	0.08	17.84	-11.59	0.07	16.97	-12.46	0.06	16.39	-13.04	0.06
51818	338.1										17.05	-12.38	0.08	16.52	-12.91	0.09
51830	350										17.15	-12.28	0.07	16.63	-12.8	0.08

▽表 2: SN 1999gi 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 1999gi													
MJD	time	mB	MB	$\sigma_B$	mV	MV	$\sigma_V$	mR	MR	$\sigma_R$	mI	MI	$\sigma_I$
51522.6	0.62	14.95	-15.26	0.019	14.986	-15.22	0.015	14.894	-15.31	0.013	14.784	-15.42	0.021
51523.7	1.7				14.865	-15.34	0.048	14.603	-15.6	0.045	14.441	-15.77	0.045
51524.7	2.74	14.873	-15.33	0.045	14.784	-15.42	0.016	14.475	-15.73	0.033	14.338	-15.87	0.041
51527.7	5.66	14.868	-15.34	0.031	14.642	-15.56	0.021	14.337	-15.87	0.025	14.15	-16.06	0.023
51528.7	6.67	14.866	-15.34	0.029	14.635	-15.57	0.021	14.326	-15.88	0.023	14.128	-16.08	0.026
51529.7	7.65	14.876	-15.33	0.033	14.626	-15.58	0.023	14.3	-15.91	0.035	14.119	-16.09	0.029
51530.7	8.69	14.919	-15.29	0.051	14.638	-15.57	0.035	14.307	-15.9	0.038	14.125	-16.08	0.033
51533.6	11.63	14.978	-15.23	0.041	14.664	-15.54	0.037	14.289	-15.92	0.033	14.102	-16.1	0.031
51539.7	17.66	15.177	-15.03	0.022	14.683	-15.52	0.019	14.241	-15.97	0.028	14.007	-16.2	0.024
51544.7	22.68	15.454	-14.75	0.022	14.741	-15.47	0.018	14.289	-15.92	0.031	14.004	-16.2	0.047
51549.6	27.64	15.683	-14.52	0.025	14.784	-15.42	0.029	14.348	-15.86	0.021	14.044	-16.16	0.022
51555.6	33.61	15.856	-14.35	0.021	14.841	-15.37	0.035	14.365	-15.84	0.032	14.058	-16.15	0.035
51576.7	54.67	16.3	-13.91	0.031	14.948	-15.26	0.039	14.375	-15.83	0.045	13.949	-16.26	0.051
51581.5	59.51	16.342	-13.86	0.033	14.979	-15.23	0.028	14.392	-15.81	0.025	13.957	-16.25	0.025
51589.6	67.61	16.447	-13.76	0.057	14.982	-15.22	0.055	14.384	-15.82	0.058	13.968	-16.24	0.061
51589.6	67.61	16.442	-13.76	0.023	15.021	-15.19	0.029	14.428	-15.78	0.031	13.965	-16.24	0.053
51613.5	91.53	16.603	-13.6	0.048	15.114	-15.09	0.025	14.464	-15.74	0.033	14.036	-16.17	0.031
51618.4	96.41	16.754	-13.45	0.04	15.146	-15.06	0.024	14.503	-15.7	0.027	14.074	-16.13	0.03
51623.5	101.49	16.715	-13.49	0.023	15.207	-15	0.04	14.532	-15.67	0.039	14.099	-16.11	0.034
51628.5	106.45	16.917	-13.29	0.046	15.33	-14.88	0.029	14.642	-15.56	0.029	14.189	-16.02	0.033
51633.4	111.43	17.162	-13.04	0.026	15.475	-14.73	0.032	14.755	-15.45	0.032	14.287	-15.92	0.033
51637.5	115.54	17.399	-12.81	0.03	15.645	-14.56	0.024	14.924	-15.28	0.029	14.461	-15.75	0.028
51642.4	120.43	17.818	-12.39	0.051	16.099	-14.11	0.033	15.233	-14.97	0.034	14.729	-15.48	0.029
51647.4	125.36	18.138	-12.07	0.024	16.75	-13.46	0.066	15.788	-14.42	0.153	15.158	-15.05	0.047
51652.4	130.4	19.18	-11.03	0.047	17.142	-13.06	0.045	16.047	-14.16	0.073	15.478	-14.73	0.07
51663.4	141.37	19.274	-10.93	0.05	17.436	-12.77	0.038	16.285	-13.92	0.029	15.689	-14.52	0.084
51668.4	146.36	19.355	-10.85	0.059	17.47	-12.74	0.04	16.332	-13.87	0.042	15.711	-14.5	0.04
51670.4	148.44	19.458	-10.75	0.032	17.647	-12.56	0.031	16.321	-13.89	0.035	15.828	-14.38	0.043
51676.4	154.36	19.43	-10.78	0.08	17.59	-12.62	0.054	16.417	-13.79	0.066	15.781	-14.43	0.054
51696.3	174.34	19.67	-10.54	0.039	17.863	-12.34	0.026	16.575	-13.63	0.046	16.197	-14.01	0.032

▽表 3: SN 2004A 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 2004A													
MJD	time	mB	MB	$\sigma_B$	mV	MV	$\sigma_V$	mR	MR	$\sigma_R$	mI	MI	$\sigma_I$
53034	34.7	16.15	-15.36	0.03	15.53	-15.98	0.04	15.07	-16.44	0.02	14.94	-16.57	0.03
53065	65.53	16.60	-14.91	0.02	15.49	-16.02	0.02	15.02	-16.49	0.02	14.72	-16.79	0.02
53072	72.62	16.68	-14.83	0.04	15.54	-15.97	0.02	15.04	-16.47	0.02	14.69	-16.82	0.03
53075	75.56	16.70	-14.81	0.03	15.5	-16.01	0.02	15.01	-16.5	0.02	14.67	-16.84	0.03
53094	94.54	16.84	-14.67	0.07	15.55	-15.96	0.03	15.16	-16.35	0.05	14.85	-16.66	0.06
53101	101.48	16.94	-14.57	0.03	15.63	-15.88	0.02	15.15	-16.36	0.01	14.82	-16.69	0.02
53110	110.51	17.11	-14.40	0.03	15.81	-15.7	0.02	15.27	-16.24	0.03	14.98	-16.53	0.02
53115	115.52	17.30	-14.21	0.09	15.93	-15.58	0.03	15.4	-16.11	0.03	15.05	-16.46	0.04
53130	130.49	18.51	-13.00	0.12	17.12	-14.39	0.07	16.35	-15.16	0.03	15.81	-15.7	0.06
53144	144.44	19.28	-12.23	0.10	17.6	-13.91	0.06	16.78	-14.73	0.02	16.31	-15.2	0.04
53158	158.43				17.6	-13.91	0.08	16.9	-14.61	0.03			
53200	200.4				18.42	-13.09	0.09	17.45	-14.06	0.05	16.9	-14.61	0.07
53207	207.4	19.48	-12.03	0.45	18.21	-13.3	0.12	17.42	-14.09	0.04	17.13	-14.38	0.13
53220	220.39				18.42	-13.09	0.14	17.44	-14.07	0.06			
53222	222.38							17.57	-13.94	0.10			
53235	235.38				18.5	-13.01	0.21	17.59	-13.92	0.17			
53244	244.38				18.17	-13.34	0.19	17.55	-13.96	0.06			
53245	245.37				18.59	-12.92	0.06	17.68	-13.83	0.03			
53249	249.33				18.8	-12.71	0.29	17.69	-13.82	0.09			
53250	250.26				18.83	-12.68	0.13						
53252	252.25				18.7	-12.81	0.07						
53256	256.26				18.96	-12.55	0.09						
53257	257.23				18.68	-12.83	0.07						
53315	315.21				19.65	-11.86	0.20	18.34	-13.17	0.14			
53317	317.22				19.42	-12.09	0.08	18.42	-13.09	0.05			
53331	331.24							18.54	-12.97	0.10			

▽表 4: SN 2004dj 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 2004dj													
MJD	time	mB	MB	$\sigma_B$	mV	MV	$\sigma_V$	mR	MR	$\sigma_R$	mI	MI	$\sigma_I$
53223	36	12.7	-15.02	0.05	12.05	-15.67	0.04	11.61	-16.11	0.03	11.5	-16.22	0.07
53226	39	12.73	-14.99	0.06	12	-15.72	0.03	11.57	-16.15	0.03	11.4	-16.32	0.03
53228	41				12.02	-15.7	0.03	11.57	-16.15	0.03	11.45	-16.27	0.05
53228	41	12.81	-14.91	0.05	12	-15.72	0.03	11.58	-16.14	0.03	11.39	-16.33	0.03
53229	42	12.81	-14.91	0.05	12.01	-15.71	0.03	11.58	-16.14	0.03	11.39	-16.33	0.03
53230	43	12.69	-15.03	0.05	11.99	-15.73	0.03	11.54	-16.18	0.05	11.39	-16.33	0.03
53234	47	13.06	-14.66	0.07	12.04	-15.68	0.05	11.61	-16.11	0.03	11.42	-16.3	0.03
53236	49	12.98	-14.74	0.06	12.04	-15.68	0.03	11.61	-16.11	0.03	11.4	-16.32	0.03
53246	59	12.89	-14.83	0.12	12.1	-15.62	0.03	11.64	-16.08	0.03	11.43	-16.29	0.03
53247	60	13.07	-14.65	0.06	12.11	-15.61	0.03	11.68	-16.04	0.03	11.45	-16.27	0.03
53266	79	13.38	-14.34	0.05	12.33	-15.39	0.03	11.88	-15.84	0.03	11.65	-16.07	0.03
53312	125	16.16	-11.56	0.05	14.93	-12.79	0.04	14.36	-13.36	0.03	13.95	-13.77	0.03
53321	134	16.28	-11.44	0.05	15.01	-12.71	0.04	14.39	-13.33	0.03	13.99	-13.73	0.03
53325	138	16.31	-11.41	0.05	15.04	-12.68	0.04	14.43	-13.29	0.03	14.03	-13.69	0.03
53334	147	16.41	-11.31	0.17	15.15	-12.57	0.08	14.49	-13.23	0.08	14.12	-13.6	0.06
53343	156	16.47	-11.25	0.05	15.21	-12.51	0.04	14.48	-13.24	0.04	14.11	-13.61	0.03
53346	159	16.47	-11.25	0.05	15.24	-12.48	0.04	14.46	-13.26	0.04	14.1	-13.62	0.03
53369	182				15.46	-12.26	0.06	14.58	-13.14	0.04	14.18	-13.54	0.03
53370	183	16.64	-11.08	0.05	15.47	-12.25	0.04	14.58	-13.14	0.05	14.17	-13.55	0.03
53376	189	16.61	-11.11	0.05	15.5	-12.22	0.04	14.6	-13.12	0.05	14.17	-13.55	0.03
53391	204	16.77	-10.95	0.05	15.66	-12.06	0.04	14.68	-13.04	0.04	14.28	-13.44	0.03
53412	225				15.86	-11.86	0.06	14.83	-12.89	0.04	14.43	-13.29	0.05
53428	241	16.9	-10.82	0.06	15.93	-11.79	0.04	14.88	-12.84	0.05	14.45	-13.27	0.05
53430	243	16.99	-10.73	0.06	15.9	-11.82	0.04	14.89	-12.83	0.04	14.51	-13.21	0.03
53461	274	17.1	-10.62	0.07	16.19	-11.53	0.05	15.12	-12.6	0.04	14.74	-12.98	0.04
53463	276	17.11	-10.61	0.07	16.16	-11.56	0.05	15.12	-12.6	0.04	14.75	-12.97	0.04
53465	278	17.21	-10.51	0.07	16.21	-11.51	0.05	15.13	-12.59	0.04	14.76	-12.96	0.04
53466	279	17.13	-10.59	0.08	16.24	-11.48	0.05	15.17	-12.55	0.04	14.82	-12.9	0.04
53502	315	17.44	-10.28	0.1	16.66	-11.06	0.05	15.55	-12.17	0.04	15.02	-12.7	0.04
53504	317	17.36	-10.36	0.1	16.46	-11.26	0.05	15.44	-12.28	0.04	15.1	-12.62	0.04





▽表 6: SN 2008in 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 2018in																
MJD	time	mU	MU	$\sigma$ U	mB	MB	$\sigma$ B	mV	MV	$\sigma$ V	mR	MR	$\sigma$ R	mI	MI	$\sigma$ I
54831	5	14.23	-16.5	0.01	15.33	-15.4	0.01	15.07	-15.66	0.01	14.86	-15.87	0.01	14.86	-15.87	0.01
54833	8	14.39	-16.34	0.01	15.54	-15.19	0.01	15.17	-15.56	0.01	14.65	-16.08	0.01	14.98	-15.75	0.01
54841	15	15.47	-15.26	0.02	15.76	-14.97	0.02	15.21	-15.52	0.02	14.89	-15.84	0.02	14.87	-15.86	0.03
54855	30	16.85	-13.88	0.04	16.36	-14.37	0.01	15.38	-15.35	0.02	15	-15.73	0.01	14.85	-15.88	0.01
54858	32	16.9	-13.83	0.04	16.41	-14.32	0.02	15.39	-15.34	0.01	14.98	-15.75	0.01	14.85	-15.88	0.02
54858	33	16.81	-13.92	0.02	16.41	-14.32	0.01	15.39	-15.34	0.01	15	-15.73	0.01	14.83	-15.9	0.01
54860	35	16.83	-13.9	0.03	16.48	-14.25	0.01	15.43	-15.3	0.01	15.04	-15.69	0.01	14.89	-15.84	0.01
54862	37	17.16	-13.57	0.04	16.53	-14.2	0.01	15.43	-15.3	0.01	15.02	-15.71	0.01	14.85	-15.88	0.01
54864	39	17.11	-13.62	0.04	16.53	-14.2	0.01	15.42	-15.31	0.01	14.99	-15.74	0.01	14.78	-15.95	0.01
54878	53	17.58	-13.15	0.05	16.87	-13.86	0.01	15.43	-15.3	0.02	14.76	-15.97	0.01	14.82	-15.91	0.01
54879	54	17.74	-12.99	0.06	16.84	-13.89	0.01	15.54	-15.19	0.01	15.09	-15.64	0.02	14.83	-15.9	0.01
54880	55	17.79	-12.94	0.05	16.87	-13.86	0.01	15.55	-15.18	0.01	15.1	-15.63	0.02	14.85	-15.88	0.01
54883	58	17.92	-12.81	0.07	16.94	-13.79	0.01	15.59	-15.14	0.02	15.09	-15.64	0.01	14.84	-15.89	0.01
54886	61	18.05	-12.68	0.04	17.08	-13.65	0.01				15.13	-15.6	0.01	14.89	-15.84	0.01
54888	63	18.13	-12.6	0.05	17.05	-13.68	0.01	15.6	-15.13	0.01	15.14	-15.59	0.01	14.92	-15.81	0.01
54889	64							15.62	-15.11	0.01	15.15	-15.58	0.01			
54893	68				17.08	-13.65	0.01	15.63	-15.1	0.01	15.17	-15.56	0.01	14.9	-15.83	0.01
54895	70				17.15	-13.58	0.01	15.66	-15.07	0.01	15.18	-15.55	0.01	14.94	-15.79	0.01
54900	75	18.72	-12.01	0.14	17.31	-13.42	0.02	15.68	-15.05	0.01				15.08	-15.65	0.01
54906	80				17.2	-13.53	0.02				15.21	-15.52	0.01	14.92	-15.81	0.01
54915	90	18.73	-12	0.08	17.42	-13.31	0.01	15.94	-14.79	0.01	15.48	-15.25	0.01	15.15	-15.58	0.01
54925	100	19.28	-11.45	0.15	17.66	-13.07	0.02	16.1	-14.63	0.01	15.57	-15.16	0.01	15.31	-15.42	0.01
54927	102										15.67	-15.06	0.01	15.41	-15.32	0.01
54932	107				18.38	-12.35	0.06	16.76	-13.97	0.01	16.2	-14.53	0.01	15.84	-14.89	0.02
54939	114				19.83	-10.9	0.06	17.91	-12.82	0.01	17.13	-13.6	0.01	16.68	-14.05	0.01
54944	118				20.3	-10.43	0.16	18.1	-12.63	0.03	17.21	-13.52	0.03	16.85	-13.88	0.04
54950	125				20.4	-10.33	0.09				17.24	-13.49	0.01	16.74	-13.99	0.01
54953	127				20.22	-10.51	0.11	18.06	-12.67	0.04	17.27	-13.46	0.04	16.7	-14.03	0.04
54975	150							18.3	-12.43	0.04	17.47	-13.26	0.02	17	-13.73	0.03
54977	152				20.21	-10.52	0.12	18.35	-12.38	0.02	17.45	-13.28	0.01			
54978	153				20.15	-10.58	0.17	18.33	-12.4	0.04	17.49	-13.24	0.02	17.06	-13.67	0.03
54997	172							18.39	-12.34	0.04						
55214	389										19.69	-11.04	0.07	19.27	-11.46	0.13
55216	391				21.47	-9.261	0.12	20.34	-10.39	0.05	19.76	-10.97	0.05	19.52	-11.21	0.07
55241	416							20.57	-10.16	0.07	19.77	-10.96	0.06			

▽表 7: SN 2009N 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 2009N													
MJD	time	mB	MB	$\sigma_B$	mV	MV	$\sigma_V$	mR	MR	$\sigma_R$	mI	MI	$\sigma_I$
54859	3.9	16.585	-14.69	0.02	16.274	-15	0.03	15.931	-15.35	0.02	15.767	-15.51	0.03
54860	4.7	16.474	-14.8	0.01	16.27	-15.01	0	15.973	-15.3	0	15.815	-15.46	0.01
54860	4.8	16.614	-14.66	0.03	16.299	-14.98	0.02	16.019	-15.26	0.01	15.832	-15.44	0.01
54861	5.8	16.559	-14.72	0.03	16.331	-14.95	0.02	16.033	-15.24	0.02			
54861	5.9	16.477	-14.8	0.07	16.247	-15.03	0.03	15.973	-15.3	0.03	15.769	-15.51	0.03
54863	7.8	16.59	-14.69	0.03	16.337	-14.94	0.01	15.948	-15.33	0.02	15.751	-15.53	0.01
54863	7.8	16.633	-14.64	0.02	16.312	-14.96	0.02	16.006	-15.27	0.02	15.791	-15.49	0.02
54864	8.8	16.654	-14.62	0.03	16.29	-14.99	0.02	15.998	-15.28	0.02	15.764	-15.51	0.02
54865	9.8	16.694	-14.58	0.02	16.341	-14.94	0.01	15.955	-15.32	0.02	15.664	-15.61	0.02
54867	11.8	16.831	-14.45	0.03	16.314	-14.96	0.02	15.978	-15.3	0.02	15.712	-15.56	0.02
54869	13.8	16.957	-14.32	0.03	16.347	-14.93	0.02	15.994	-15.28	0.02	15.709	-15.57	0.02
54872	16.8				16.369	-14.91	0.03	15.991	-15.29	0.02			
54875	19.7				16.392	-14.88	0.02	16.004	-15.27	0.02	15.676	-15.6	0.02
54878	22.7	17.368	-13.91	0.03	16.393	-14.88	0.02	16.016	-15.26	0.02	15.671	-15.61	0.02
54880	24.6		-31.28					15.937	-15.34	0.02			
54880	24.7	17.373	-13.9	0.03	16.405	-14.87	0.02	16.005	-15.27	0.02			
54882	26.6	17.407	-13.87	0.01	16.344	-14.93	0.02	15.889	-15.39	0.02	15.544	-15.73	0.03
54882	26.7	17.394	-13.88	0.04	16.392	-14.88	0.02	15.957	-15.32	0.02	15.605	-15.67	0.02
54882	26.8	17.343	-13.93	0.03				15.936	-15.34	0.01			
54882	27				16.382	-14.89	0.01				15.564	-15.71	0.01
54883	27.6							15.975	-15.3	0.02			
54884	28.7	17.446	-13.83	0.03	16.374	-14.9	0.02	15.964	-15.31	0.02	15.569	-15.71	0.02
54886	30.7	17.432	-13.84	0.04	16.382	-14.89	0.02	15.942	-15.33	0.02	15.541	-15.74	0.02
54889	33.5							15.905	-15.37	0.02			
54889	33.8	17.406	-13.87	0.06	16.352	-14.92	0.02	15.894	-15.38	0.03	15.527	-15.75	0.02
54890	34.7	17.547	-13.73	0.04	16.36	-14.92	0.02	15.914	-15.36	0.01	15.506	-15.77	0.01
54891	35.7	17.535	-13.74	0.03	16.337	-14.94	0.03	15.949	-15.33	0.04	15.515	-15.76	0.01
54897	41.7	17.761	-13.52	0.04	16.372	-14.9	0.02	15.88	-15.4	0.01	15.455	-15.82	0.01
54904	48.7	17.724	-13.55	0.06	16.39	-14.89	0.03	15.892	-15.38	0.02	15.464	-15.81	0.03
54906	50.7	17.76	-13.52	0.03	16.413	-14.86	0.02	15.858	-15.42	0.02			
54908	53	17.752	-13.52	0.02				15.857	-15.42	0.03			
54909	53.6	17.914	-13.36	0.04	16.416	-14.86	0.02	15.859	-15.42	0.02	15.402	-15.87	0.01
54910	54.7	17.928	-13.35	0.04	16.414	-14.86	0.02	15.861	-15.42	0.01	15.403	-15.87	0.01
54911	55.5							15.823	-15.45	0.07			
54911	55.5	17.842	-13.43	0.01	16.545	-14.73	0.01	15.853	-15.42	0.01	15.364	-15.91	0.02
54911	55.5	17.747	-13.53	0.01	16.47	-14.81	0.01	15.878	-15.4	0.01	15.417	-15.86	0.01
54913	57.5							15.85	-15.43	0.02			
54913	57.7				16.432	-14.84	0.02	15.857	-15.42	0.02	15.405	-15.87	0.01
54915	59.6	17.976	-13.3	0.04	16.434	-14.84	0.02	15.855	-15.42	0.01	15.421	-15.86	0.01
54916	60.5							15.854	-15.42	0.02			
54917	61.6	17.907	-13.37	0.05	16.447	-14.83	0.02	15.88	-15.4	0.01	15.404	-15.87	0.01
54917	61.9	17.863	-13.41	0.04	16.505	-14.77	0.02	15.858	-15.42	0.01	15.344	-15.93	0.01
54918	62.9	17.85	-13.43	0.07	16.496	-14.78	0.03	15.928	-15.35	0.02	15.403	-15.87	0.01
54919	63.6	18.003	-13.27	0.06	16.483	-14.79	0.02	15.873	-15.4	0.02	15.406	-15.87	0.01
54919	64	17.919	-13.36	0.05	16.527	-14.75	0.01	15.887	-15.39	0.01	15.4	-15.88	0.01
54921	66.4	17.956	-13.32	0.03	16.501	-14.78	0.01	15.833	-15.44	0	15.467	-15.81	0.01
54921	66	17.901	-13.38	0.03	16.528	-14.75	0.01	15.873	-15.4	0.01	15.434	-15.84	0.01
54923	67.6	17.922	-13.35	0.05	16.503	-14.77	0.02	15.888	-15.39	0.01	15.422	-15.85	0.01
54923	68.4	18.045	-13.23	0.01	16.477	-14.8	0.01	15.857	-15.42	0.01	15.46	-15.82	0
54924	68.5							15.83	-15.45	0.02			
54927	72.4				16.527	-14.75	0.02				15.452	-15.82	0.01
54930	74.6	18.21	-13.07	0.07	16.498	-14.78	0.03	15.947	-15.33	0.02	15.46	-15.82	0.02
54933	77.6	18.139	-13.14	0.05	16.598	-14.68	0.02	15.996	-15.28	0.02	15.535	-15.74	0.02
54934	78.5	18.21	-13.07	0.09	16.622	-14.65	0.02	16.004	-15.27	0.01	15.57	-15.71	0.01

54934	78.5	18.096	-13.18	0.06	16.686	-14.59	0.01	16.011	-15.27	0.01	15.556	-15.72	0.01
54934	78.5	18.133	-13.14	0.03	16.573	-14.7	0.01	15.925	-15.35	0.01	15.557	-15.72	0.01
54935	79.7	18.115	-13.16	0.02	16.605	-14.67	0.02	15.999	-15.28	0.01	15.523	-15.75	0.02
54935	80.4	18.19	-13.09	0.02	16.628	-14.65	0.01	15.954	-15.32	0.01	15.565	-15.71	0.01
54937	82.4							15.989	-15.29	0.02			
54938	82.6	18.244	-13.03	0.03	16.659	-14.62	0.01	15.968	-15.31	0.01	15.617	-15.66	0.01
54940	84.7	18.306	-12.97	0.04	16.708	-14.57	0.02	16.081	-15.2	0.02	15.601	-15.68	0.01
54942	86.5	18.327	-12.95	0.04	16.763	-14.51	0.01	16.059	-15.22	0.01	15.672	-15.6	0.01
54943	87.6	18.377	-12.9	0.06	16.796	-14.48	0.02	16.133	-15.14	0.01	15.669	-15.61	0.02
54945	90.4	18.471	-12.81	0.05	16.886	-14.39	0.02	16.166	-15.11	0.01	15.774	-15.5	0.01
54945	90.4							16.191	-15.09	0.04			
54946	90.6	18.596	-12.68	0.05	16.841	-14.44	0.03						
54947	91.6							16.28	-15	0.02	15.762	-15.51	0.01
54947	92.4							16.21	-15.07	0.03			
54949	93.8	18.545	-12.73	0.04				16.34	-14.94	0.01			
54950	94.7	18.59	-12.69	0.04	17.09	-14.19	0.01	16.314	-14.96	0.01	15.801	-15.48	0.01
54951	95.6	18.712	-12.56	0.06	17.04	-14.24	0.02	16.374	-14.9	0.02	15.906	-15.37	0.02
54951	96.4	18.757	-12.52	0.02	17.134	-14.14	0.01	16.387	-14.89	0.01	15.918	-15.36	0.01
54952	97.4							16.445	-14.83	0.04			
54953	97.6	18.726	-12.55	0.07	17.183	-14.09	0.02	16.456	-14.82	0.02	15.995	-15.28	0.02
54955	100.4	19.114	-12.16	0.03	17.483	-13.79	0.01	16.701	-14.58	0.01	16.215	-15.06	0.01
54956	100.6				17.469	-13.81	0.03	16.73	-14.55	0.02	16.185	-15.09	0.02
54959	103.5	19.075	-12.2	0.28	18.343	-12.93	0.16	17.261	-14.02	0.07	16.864	-14.41	0.07
54960	105.4	20.201	-11.08	0.05	18.504	-12.77	0.02	17.69	-13.59	0.02	17.069	-14.21	0.01
54961	105.6				18.388	-12.89	0.08	17.558	-13.72	0.04	16.967	-14.31	0.04
54962	106.7	19.474	-11.8	0.14				17.58	-13.7	0.04	16.993	-14.28	0.04
54963	107.6							17.575	-13.7	0.03	17.095	-14.18	0.03
54963	108.4	20.438	-10.84	0.06	18.808	-12.47	0.02	17.693	-13.58	0.01	17.158	-14.12	0.01
54964	108.6	20.126	-11.15	0.19	18.575	-12.7	0.08	17.633	-13.64	0.03	17.108	-14.17	0.03
54964	108.7	20.347	-10.93	0.45	18.739	-12.54	0.1	17.677	-13.6	0.06	17.123	-14.15	0.02
54965	109.6	20.172	-11.1	0.16	18.641	-12.64	0.07	17.643	-13.63	0.03	17.142	-14.13	0.02
54965	109.7	20.374	-10.9	0.3	18.774	-12.5	0.08	17.704	-13.57	0.04	17.06	-14.22	0.01
54968	113.4	20.509	-10.77	0.09	18.796	-12.48	0.05	17.785	-13.49	0.02	17.222	-14.05	0.02
54972	116.6				18.89	-12.39	0.13	17.707	-13.57	0.04	17.184	-14.09	0.05
54974	118.6				18.665	-12.61	0.05	17.735	-13.54	0.03	17.172	-14.1	0.02
54975	119.5	20.576	-10.7	0.3	18.941	-12.34	0.03	17.792	-13.48	0.02	17.236	-14.04	0.02
54976	120.7	20.395	-10.88	0.19	18.919	-12.36	0.07	17.867	-13.41	0.03	17.277	-14	0.01
54977	122.4	20.499	-10.78	0.19	18.941	-12.34	0.05	17.83	-13.45	0.02	17.304	-13.97	0.02
54979	123.7				18.979	-12.3	0.03	17.882	-13.39	0.02	17.248	-14.03	0.04
54982	127.4	20.527	-10.75	0.07	18.975	-12.3	0.04	17.86	-13.42	0.01	17.375	-13.9	0.02
54988	132.7				18.925	-12.35	0.13	17.97	-13.31	0.04	17.35	-13.93	0.06
54995	139.6				18.864	-12.41	0.07	17.884	-13.39	0.02	17.359	-13.92	0.02
55010	154.7				19.096	-12.18	0.03	18.076	-13.2	0.02	17.505	-13.77	0.05
55015	159.7				19.12	-12.16	0.09	18.127	-13.15	0.04	17.621	-13.66	0.02
55032	176.5				19.344	-11.93	0.04	18.306	-12.97	0.03	17.713	-13.56	0.07
55037	181.5				19.364	-11.91	0.04	18.432	-12.84	0.02	17.758	-13.52	0.02
55043	187.5				19.423	-11.85	0.03	18.451	-12.83	0.02	17.796	-13.48	0.02
55220	364.8				21.035	-10.24	0.08	20.419	-10.86	0.07	19.89	-11.39	0.07
55248	392.7				21.16	-10.12	0.05	20.571	-10.71	0.04	20.017	-11.26	0.12
55261	405.8				21.256	-10.02	0.06	20.67	-10.61	0.05	20.142	-11.13	0.04



56017.94	84.69	17.83	-11.9	0.17												
56017.94	84.69				16.16	-13.57	0.04	15.03	-14.7	0.03	14.53	-15.2	0.01	14.16	-15.57	0.05
56020.04	86.79				16.23	-13.5	0.05	14.96	-14.77	0.02	14.48	-15.25	0.03	14.14	-15.59	0.03
56026.11	92.86				16.37	-13.36	0.07	15.17	-14.56	0.03	14.66	-15.07	0.03	14.35	-15.38	0.01
56029.08	95.83							14.8	-14.93				0.23	14.49	-15.24	0.09
56030	96.75				16.53	-13.2	0.02	15.31	-14.42	0.01	14.81	-14.92	0.03	14.57	-15.16	0.02
56032	98.75				16.69	-13.04	0.02	15.39	-14.34	0.02	14.99	-14.74	0.02	14.56	-15.17	0.05
56034.11	100.86							15.64	-14.09	0.03	14.97	-14.76	0.03	14.72	-15.01	0.02
56036	101.75				17.13	-12.6	0.05	15.8	-13.93	0.05	15.13	-14.6	0.03	14.9	-14.83	0.02
56039	103.75				17.62	-12.11	0.1	16.26	-13.47	0.05	15.52	-14.21	0.04	15.18	-14.55	0.03
56039.9	103.65							16.34	-13.39	0.03	15.49	-14.24	0.04	15.41	-14.32	0.11
56040.04	102.79				17.87	-11.86	0.04	16.4	-13.33	0.03	15.67	-14.06	0.04	15.26	-14.47	0.03
56041.96	103.71				18.32	-11.41	0.14	16.79	-12.94	0.05	15.95	-13.78	0.04			
56042.86	103.61				18.28	-11.45	0.05	16.77	-12.96	0.03	16.09	-13.64	0.03	15.7	-14.03	0.03
56043.86	103.61				18.64	-11.09	0.07	17.13	-12.6	0.04	16.22	-13.51	0.05	15.89	-13.84	0.04
56044.82	103.57				18.58	-11.15	0.09	17.23	-12.5	0.03	16.34	-13.39	0.05	15.9	-13.83	0.05
56048.85	106.6				18.9	-10.83	0.07	17.63	-12.1	0.04	16.61	-13.12	0.04	16.19	-13.54	0.04
56062.86	119.61				19.16	-10.57	0.15	17.72	-12.01	0.02	16.76	-12.97	0.03	16.32	-13.41	0.06
56077	132.75				19.4	-10.33	0.11	18.02	-11.71	0.1	17.01	-12.72	0.1			
56097.99	152.74				19.48	-10.25	0.1	18.03	-11.7	0.1	17.15	-12.58	0.11			
56220.18	273.93				20.12	-9.607	0.15	18.99	-10.74	0.13						
56221.25	274				20.31	-9.417	0.15	19.11	-10.62	0.14	18.03	-11.7	0.03	17.83	-11.9	0.03
56240.17	291.92				20.54	-9.187	0.27	19.37	-10.36	0.14	18.19	-11.54	0.09	17.95	-11.78	0.23
56253.34	304.09							19.52	-10.21	0.11	18.41	-11.32	0.12			
56268.13	317.88				20.6	-9.127	0.23	19.45	-10.28	0.15	18.65	-11.08	0.1	18.25	-11.48	0.14
56271.15	319.9							19.55	-10.18	0.14	18.63	-11.1	0.11	18.45	-11.28	0.12
56273.28	321.03							18.67	-11.06				0.11			
56326.25	373				20.86	-8.867	0.15	19.96	-9.767	0.14	19.09	-10.64	0.14	19.07	-10.66	0.11
56344.24	389.99							20.07	-9.657	0.09	19.39	-10.34	0.1			



▽表 10: SN 2012ec 光變曲線實際觀測結果

Observations of SN 2012ec													
MJD	time	mB	MB	$\sigma_B$	mV	MV	$\sigma_V$	mR	MR	$\sigma_R$	mI	MI	$\sigma_I$
56154	3.22	14.99	-16.6	0.02	14.81	-16.78	0.02						
56155	4.22	14.99	-16.6	0.04	14.86	-16.73	0.04						
56158	6.59	15.12	-16.47	0.06	14.9	-16.69	0.06	14.74	-16.85	0.06	14.55	-17.04	0.05
56158	7.23	15.1	-16.49	0.03	14.87	-16.72	0.03						
56158	7.34	15.15	-16.44	0.06	14.95	-16.64	0.05	14.73	-16.86	0.06	14.53	-17.06	0.03
56159	8.31	15.29	-16.3	0.05	14.92	-16.67	0.04	14.62	-16.97	0.05	14.53	-17.06	0.05
56160	9.3	15.18	-16.41	0.07	14.86	-16.73	0.06	14.65	-16.94	0.03	14.61	-16.98	0.06
56165	14.28	15.47	-16.12	0.05	14.93	-16.66	0.04	14.64	-16.95	0.04			
56168	17.2	15.55	-16.04	0.02	15.02	-16.57	0.02						
56171	20.08	15.67	-15.92	0.06	14.98	-16.61	0.06						
56173	22.09	15.76	-15.83	0.04	14.99	-16.6	0.04						
56176	25.13	15.76	-15.83	0.04	15	-16.59	0.05	14.65	-16.94	0.06	14.62	-16.97	0.06
56179	28.34	15.9	-15.69	0.06	15.1	-16.49	0.06	14.78	-16.81	0.04	14.45	-17.14	0.02
56181	29.92	15.95	-15.64	0.04	15.14	-16.45	0.03	14.76	-16.83	0.01	14.51	-17.08	0.01
56182	30.59	16.05	-15.54	0.02	15.15	-16.44	0.02	14.79	-16.8	0.03	14.53	-17.06	0.03
56186	35.2	16.06	-15.53	0.07	15.1	-16.49	0.06	14.75	-16.84	0.04	14.49	-17.1	0.02
56190	39.24				15.12	-16.47	0.03	14.42	-17.17	0.01	14.42	-17.17	0.05
56195	43.87	16.15	-15.44	0.02	15.1	-16.49	0.02	14.78	-16.81	0.03	14.45	-17.14	0.01
56196	45.2	16.16	-15.43	0.06	15	-16.59	0.05	14.72	-16.87	0.03			
56199	48.29				15.02	-16.57	0.03	14.74	-16.85	0.04	14.36	-17.23	0.01
56202	51.01	16.19	-15.4	0.05	15.11	-16.48	0.05						
56202	51.2	16.28	-15.31	0.04	15.04	-16.55	0.04	14.74	-16.85	0.03	14.4	-17.19	0.02
56204	53.21	16.33	-15.26	0.04	15.12	-16.47	0.03	14.73	-16.86	0.03	14.43	-17.16	0.02
56208	57.04	16.23	-15.36	0.08	15.11	-16.48	0.08						
56211	60.05	16.35	-15.24	0.04	15.16	-16.43	0.04						
56212	61.19	16.46	-15.13	0.06	15.22	-16.37	0.07	14.78	-16.81	0.03	14.41	-17.18	0.02
56217	66.15	16.5	-15.09	0.07	15.22	-16.37	0.06						
56220	69.42	16.63	-14.96	0.05	15.28	-16.31	0.05	14.77	-16.82	0.04	14.41	-17.18	0.03
56221	70.06	16.58	-15.01	0.03	15.36	-16.23	0.03	14.8	-16.79	0.1	14.43	-17.16	0.02
56232	81.13	16.79	-14.8	0.09	15.47	-16.12	0.08	14.95	-16.64	0.04	14.59	-17	0.02
56237	86.12				15.63	-15.96	0.03	15.04	-16.55	0.03	14.67	-16.92	0.03
56242	91.13	17.1	-14.49	0.1	15.85	-15.74	0.08	15.26	-16.33	0.03	14.85	-16.74	0.03
56247	95.96	17.4	-14.19	0.1	16.09	-15.5	0.1						
56248	97.14				16.26	-15.33	0.04	15.57	-16.02	0.05	15.15	-16.44	0.04
56250	99.19	17.82	-13.77	0.09	16.49	-15.1	0.08	15.85	-15.74	0.05	15.37	-16.22	0.05
56253	102.08	17.95	-13.64	0.1	17.16	-14.43	0.1	16.36	-15.23	0.07	15.63	-15.96	0.05
56267	115.93	18.5	-13.09	0.2	17.3	-14.29	0.2						
56269	117.94	18.6	-12.99	0.15	17.4	-14.19	0.15						
56271	119.95	18.7	-12.89	0.13	17.5	-14.09	0.13						
56283	131.94	18.8	-12.79	0.2	17.7	-13.89	0.2	16.9	-14.69	0.2			
56290	139	19	-12.59	0.2	17.9	-13.69	0.2						
56303	151.81	19.15	-12.44	0.3	18	-13.59	0.3						
56306	154.66				18	-13.59	0.3	17.15	-14.44	0.3	16.75	-14.84	





56425	85.24	18.069	-13.799	0.078		-15.075		15.567	-16.301	0.013	15.174	-16.694	0.015	14.815	-17.053	0.032
56426	85.74				16.793	-14.994	0.023	15.621	-16.247	0.015						
56428	87.74				16.874	-15.041	0.021	15.653	-16.215	0.014						
56429	88.76				16.827		0.021	15.597	-16.271	0.013						
56430	90.24	18.634	-13.234	0.147				15.668	-16.2	0.013	15.223	-16.645	0.014	14.926	-16.942	0.03
56431	91.21							15.718	-16.15	0.01	15.279	-16.589	0.015	14.969	-16.899	0.031
56432	92.19					-14.866		15.74	-16.128	0.015	15.298	-16.57	0.016	14.978	-16.89	0.031
56433	92.76				17.002		0.021	15.764	-16.104	0.015						
56434	94.22					-14.714		15.783	-16.085	0.015	15.35	-16.518	0.012	15.025	-16.843	0.034
56435	94.73				17.154	-14.866	0.034	15.864	-16.004	0.014						
56435	95.22				17.002	-14.793	0.03	15.85	-16.018	0.011	15.39	-16.478	0.012	15.048	-16.82	0.023
56436	96.23				17.075	-14.677	0.047	15.95	-15.918	0.022	15.456	-16.412	0.019	15.129	-16.739	0.034
56437	97.24				17.191	-14.485	0.062	16.017	-15.851	0.022	15.543	-16.325	0.02	15.204	-16.664	0.037
56438	97.73				17.383	-14.655	0.125	16.092	-15.776	0.044						
56438	98.33				17.213	-14.451	0.089	16.081	-15.787	0.032	15.613	-16.255	0.021	15.27	-16.598	0.036
56439	99.22				17.417	-14.197	0.04	16.191	-15.677	0.015	15.677	-16.191	0.017	15.293	-16.575	0.033
56440	99.73				17.671	-14.363	0.021	16.264	-15.604	0.011						
56440	100.2	18.856	-13.012	0.355	17.505	-14.23	0.037	16.254	-15.614	0.014	15.729	-16.139	0.017	15.335	-16.533	0.032
56441	101.26	18.513	-13.355	0.293	17.638	-14.027	0.038	16.382	-15.486	0.014	15.829	-16.039	0.019	15.417	-16.451	0.033
56442	101.73				17.841	-13.849	0.024	16.517	-15.351	0.029						
56443	102.73				18.019	-14.024	0.021	16.605	-15.263	0.014						
56443	103.3				17.844	-13.698	0.038	16.594	-15.274	0.015	16.004	-15.864	0.017			
56444	103.74				18.17	-13.609	0.039	16.736	-15.132	0.02						
56445	104.73				18.259	-13.383	0.025	16.8	-15.068	0.018						
56446	105.73				18.485	-13.269	0.051	16.894	-14.974	0.027						
56448	107.68				18.599		0.046	17.113	-14.755	0.023						
56448	108.28					-13.168		17.048	-14.82	0.02	16.399	-15.469	0.022			
56451	110.68				18.7	-13.062	0.047	17.207	-14.661	0.029						
56454	113.72				18.806		0.084	17.278	-14.59	0.031						
56456	115.72							17.316	-14.552	0.028						
56456	116.18	19.743	-12.125	0.527				17.291	-14.577	0.031	16.632	-15.236	0.025	16.146	-15.722	0.037
56457	117.22	19.625	-12.243	0.411		-12.957		17.293	-14.575	0.023	16.627	-15.241	0.024	16.161	-15.707	0.036
56460	119.63				18.911	-12.983	0.044	17.414	-14.454	0.018						
56461	120.7				18.885		0.038	17.362	-14.506	0.11						
56463	123.22							17.446	-14.422	0.036	16.749	-15.119	0.026	16.292	-15.576	0.038
56464	123.6							17.478	-14.39	0.026						
56465	125.23					-13.078		17.463	-14.405	0.053	16.7	-15.168	0.034	16.245	-15.623	0.045
56466	125.55				18.79	-12.864	0.065	17.454	-14.414	0.021						
56468	127.55				19.004	-12.918	0.086									
56470	129.55				18.95	-12.905	0.048	17.519	-14.349	0.018						
56476	135.56				18.963	-12.932	0.029	17.623	-14.245	0.018						
56477	136.56				18.936	-12.932	0.032	17.533	-14.335	0.021						

全文完

## 【評語】 160016

本作品使用天文物理模擬軟體 MESA 探討不同物理條件下，例如起始質量，星球自轉，金屬含量，超新星爆炸能量，鎳產生量等，獲得不同的恆星演化末期的豐度分佈，超新星爆炸震波速度，以及光度曲線等。本作品牽涉背景知識廣泛，作者有頗多的接觸。但本作品較缺具體的物理探討，僅著重於模擬結果的呈現。建議作者應妥善定義要探討的問題，並盡可能正確理解其中相關的物理機制。