

2019 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160025
參展科別 物理與天文學
作品名稱 簡易方法測量電遷移率
得獎獎項 大會獎：四等獎

就讀學校 國立嘉義高級中學
指導教師 李文堂、林芳妃
作者姓名 陳思樺、黃聆歆

關鍵詞 電遷移率、漩渦偶極子、奈米氣泡

作者簡介



我們是陳思樺、黃聆歆，就讀嘉義高中科學班。就讀科學班後，有幸在

李文堂老師和林芳妃老師的指導下，對物理有更深入的了解，並對物理研究產生更多熱忱。參加臺灣國際科展的過程中，實驗理論的探討、實驗方法和結果的討論，以及實驗結果的發表，也得到許多來自老師的指點，讓我們成長了很多。

摘要

氯化鈉水溶液滴上染料，外加互相垂直的電場和磁場後，離子受到和電流方向垂直的勞侖茲力而移動，因黏滯力作用而形成漩渦偶極子；由漩渦偶極子的位置隨時間變化，可得到漩渦偶極子的運動動量通量，進而算出鈉離子和氯離子的電遷移率和 $(\mu_+ + \mu_-)$ 。

用氫氧化鈉水溶液實驗時，因正離子的電遷移率小於負離子，漩渦偶極子一面移動一面偏轉，由移動的位置隨時間的變化可求得鈉離子和氫氧離子的電遷移率和 $(\mu_+ + \mu_-)$ ；由偏轉量可求得兩種離子的電遷移率差 $(\mu_- - \mu_+)$ 。用氯化氫水溶液實驗時，漩渦偶極子偏轉方向和前者相反，由偏轉量可求得兩種離子的電遷移率差 $(\mu_+ - \mu_-)$ 。

霍爾效應實驗可求得離子的電遷移率差，用氯化鈉、氫氧化鈉、氯化氫、氮氣奈米氣泡、和氧氣奈米氣泡水溶液作實驗，和漩渦偶極子法對照比較。

Abstract

When a drop of dye is dropped into a sodium chloride solution, positive and negative ions move in opposite directions. After adding a magnetic field perpendicular to the direction of ion movement, the ions in the dye are moved by the Lorentz force in the vertical direction of the current. The vortex dipole (VD) that appears on the NaCl solution is made apparent by the dye moving along with the direction of Lorentz force. The kinetic momentum flux of VD can be calculated from the position of VD varied with time (t). The sum of electric mobility of positive and negative ions ($\mu_+ + \mu_-$) can then be calculated. The VD will move perpendicular in a straight direction to the current in this experiment. This is due to $\mu_+ \approx \mu_-$.

When experimenting with aqueous sodium hydroxide (NaOH), the difference between electric mobility of positive and negative ions will determine how the VD progresses over time. In this experiment, however, the VD curves diagonally, unlike the NaCl experiment before. This happens due to $\mu_+ < \mu_-$. Since the position of VD varied with t is curved, establishing $\mu_- - \mu_+$ can be calculated, whereas $\mu_+ + \mu_-$ is calculated when the position of VD varied with t is in a straight direction.

Experimenting with aqueous hydrogen chloride (HCl) results in the opposite direction of aqueous sodium hydroxide, in which the direction of VD over time is flipped. This phenomenon happens because $\mu_+ > \mu_-$. The difference between the electric mobility of $\mu_+ - \mu_-$ can be calculated.

The aforementioned experiments can calculate the difference in electric mobility. Moreover, using the Hall Effect can also easily calculate $\mu_+ - \mu_-$ or $\mu_- - \mu_+$. Experiments were carried out by using aqueous solution of NaCl, NaOH, and HCl; and nanobubble aqueous solution of nitrogen and oxygen are also used. Once the above experiments are done and documented, results of $\mu_+ - \mu_-$ or $\mu_- - \mu_+$ are compared with the Hall Effect calculations.

壹、研究動機

參觀 2018 年台灣國際科展〔1〕時，對奈米氣泡的電遷移率不甚了解，引起我們研究的興趣。

貳、研究目的

- 一、測量研究電解質水溶液離子的電遷移率。
- 二、測量研究氧氣及氮氣奈米氣泡水溶液的電遷移率。
- 三、利用霍爾效應測量帶電載子電遷移率。

參、研究設備及器材

- 一、壓克力盒長 40cm，寬 20cm，高 5cm。
- 二、銅片長 10cm，寬 5cm，厚 3mm 兩片做電極。
- 三、銻鐵硼磁鐵 0.5T。
- 四、電源供應器、安培計、伏特計。
- 五、攝影機、KMPlayer 軟體。
- 六、染料、微量吸管。
- 七、氯化鈉、氫氧化鈉、氯化氫、氮氣奈米氣泡和氧氣奈米氣泡水溶液。

肆、研究過程或方法

一、測量氯化鈉水溶液的離子電遷移率

(一) 原理：

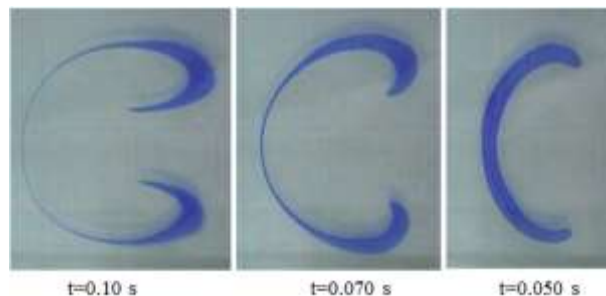
1. 電壓 V ，電流 i 向 $+Z$ 方向，磁場 B 向 $+Y$ 方向。在磁鐵下方液面上滴入面積 A 的染料時，染料內的離子受勞侖茲力向 $-X$ 方向，染料一方面擴散，一方面向 $-X$ 移動形成漩渦偶極子(vortex dipole)〔2, 3〕。

2. 漩渦偶極子位置 x 隨時間 t 的變化〔4〕

$$x = \left(\frac{3J}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \dots \quad (1)$$

J 為漩渦偶極子的運動動量通量 Kinematic momentum flux (force per unit mass and depth)。

3. $F = \rho J h \dots$ (2) 為面積 A 的染料下方的離子所受的勞侖茲力， ρ 為氯化鈉水溶液



圖一:漩渦偶極子的形成。

的密度。 $F = q_+ v_+ B + q_- v_- B = Nq(v_+ + v_-)B \dots (3)$

q_+ 、 q_- 分別為陰陽離子的總帶電量 $q_+ = q_- = Nq$ ， v_+ 、 v_- 分別為陰陽離子的漂移速率。

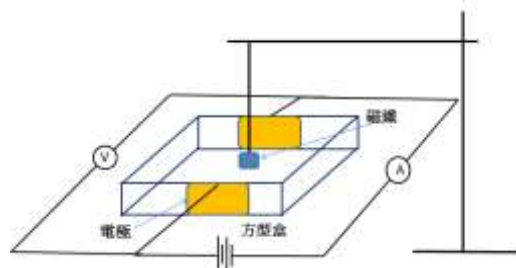
4. $\mu = \frac{v_d}{E}$ ， μ ：電遷移率 (electrical mobility)， v_d ：漂移速率， E ：外加電場 $= \frac{V}{z}$

$$(2)(3) F = Nq(v_+ + v_-)B = \rho J h \quad \Rightarrow v_+ + v_- = \frac{\rho J h}{NqB} = \mu_+ E + \mu_- E$$

$$\Rightarrow \mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE} \dots (4)$$

(二) 實驗步驟：

1. 方型盒上方放置磁鐵，N極向下，盒中放入深 0.5cm 的 0.1M 氯化鈉水溶液。通電後量電壓 V ，電流 i 。染料粉用 0.1M 的氯化鈉水溶液浸泡，打開攝影機，滴入一滴染料，拍攝漩渦偶極子的運動圖像。



圖二:漩渦偶極子實驗裝置示意圖

2. 將拍攝的圖像在電腦中用 KMplayer 軟體截取不同時間 (t) 下漩渦偶極子

的位置 (x) 由 $x - t^{\frac{2}{3}}$ 關係圖的斜率算出 J 。

3. 量微量吸管一滴染料滴的體積及在滴入液面瞬間的面積，算出漩渦偶極子中的離子電荷數 N 。

4. 測量氯化鈉水溶液的密度 ρ ，將 ρ ， J ， h ， B ， E 代入公式 (4) 算出 $\mu_1 + \mu_2$ 。

二、測量氫氧化鈉水溶液離子的電遷移率

(一) 原理：

1. 氫氧化鈉水溶液中氫氧離子的電遷移率 (μ_-) 大於鈉離子 (μ_+)，氫氧離子受到勞倫茲力比鈉離子大 ΔF ，在 t 秒內使得漩渦偶極子向 $+Z$ 方向偏離 ΔX ，漩渦偶極子一方面向 $-X$ 方向運動，而且向 $+Z$ 方向偏移，漩渦偶極子的 $x - t^{\frac{2}{3}}$ 關係圖可

求得漩渦偶極子的 J ，進而得到 $\mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE}$ 。

由公式(1) $\Delta x = \left(\frac{3J'}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}$ ，可求得 J' ，算出 ΔF ， $\Delta F = qV_- B - qV_+ B$ 可求得 $\mu_- -$

$$\mu_+ = \frac{\rho J' h}{NqBE} \dots (5)$$

(二) 實驗步驟：

1.和氯化鈉水溶液實驗的實驗步驟 1.相同。

2.做整個漩渦偶極子運動的位置 (x)時間($t^{\frac{2}{3}}$)變化關係圖，由斜率算出 J，再利用

$$\text{公式 (4)} \quad \mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE} \text{算出 } \mu_+ + \mu_-。$$

3.測量時間t，漩渦偶極子向+Z 方向偏離的距離 ΔX ，用公式(1)' $\Delta x = \left(\frac{3J'}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}$

$$\text{算出 } J'，\text{代入公式 (5)} \quad \mu_- - \mu_+ = \frac{\rho J' h}{NqBE} \text{算出 } \mu_- - \mu_+。$$

三、測量氯化氫水溶液離子的電遷移率

1.氯化氫水溶液中氫離子的電遷移率(μ_+)大於氯離子(μ_-)，漩渦偶極子一方面向-X 方向運動，另一方面向-Z方向移動，和測量氫氧化鈉的電遷移

氯方法相同，可得 $\mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE}$

2. 測量時間 t，漩渦偶極子向-Z 方向偏離的距離 ΔX ，用公式(1)' $\Delta x = \left(\frac{3J'}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}$

$$\text{算出 } J'，\text{代入公式 (5)} \quad \mu_+ - \mu_- = \frac{\rho J' h}{NqBE} \text{算出 } \mu_+ - \mu_-。$$

四、利用霍爾效應測量電遷移率

(一) 原理：

1.電壓 $V = El$ ，液高 h，電流 (i) 向-X方向，磁場 B 向+Y方向，正負電載子受勞侖茲力向-Z方向，形成霍爾電壓 V_H 〔5〕

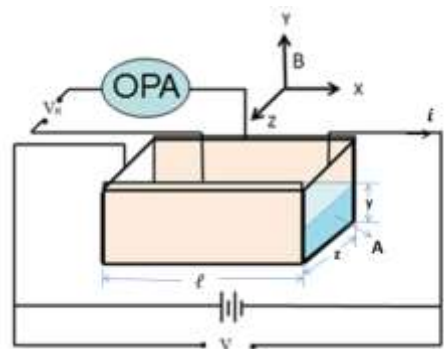
$$V_H = \frac{BVZ}{l}(\mu_1 - \mu_2) \dots (6)$$

測量霍爾電壓隨外加電壓的變化，可求得電遷移率差 ($\mu_+ - \mu_-$)

2.外加電壓(V)和電流(i)的關係為:

$$i = \frac{AQV}{\ell}(\mu_+ + \mu_-) \dots (7)$$

Q:電荷密度；測量電流隨電壓的變化，可求得電遷移率和 ($\mu_+ + \mu_-$)



圖三:霍爾效應實驗裝置示意圖。

(二) 實驗步驟：

(1)長 $l=5\text{cm}$ 寬 $z=3\text{cm}$ ，裝深 0.5cm 的 0.1M 氯化鈉水溶液，外加磁場 $B=0.5\text{T}$ 外加電壓 $V=15\text{V}$ 、 30V 、 45V ，量出霍爾電壓(V_H)

[路線中加入運算放大率將霍爾電壓放大100倍，因此， V_H 為伏特計顯示的電壓除以100]。

圖三:霍爾效應實驗裝置示意圖。

(2)作 V_H-V 圖，斜率 $=\frac{BVz}{l}(\mu_1-\mu_2)$ ，

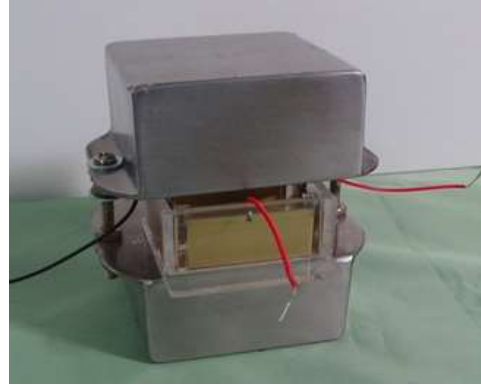
由已知的 B 、 z 、 l 可算出 $\mu_1-\mu_2$ 。

2.改用 0.1M 氫氧化鈉水溶液，重作實驗。

3.改用 0.1M 氯化氫水溶液，重作實驗。

4.改用超聲處理5分、10分、15分的氧氣奈米氣泡水溶液〔1〕，重作實驗。

5.改用超處理5分、10分、15分的氫氣奈米氣泡水溶液〔1〕，重作實驗。

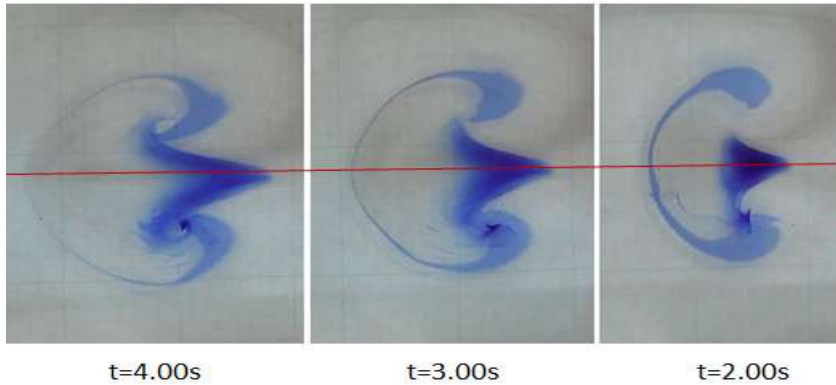


圖四:霍爾效應實驗裝置圖。

伍、結果與討論

一、測量氯化鈉水溶液的離子電遷移率

1.圖五所示為 0.1M 的氯化鈉水溶液形成的漩渦偶極子向 $-X$ 軸運動的截圖，染料的體積 $V=0.3 \times 10^{-3}\text{cm}^3$ ，滴在液面的面積 0.7cm^2 ，厚 $h=1.2 \times 10^{-7}\text{cm}$ ，磁場



$B=0.268\text{T}$

圖五:氯化鈉水溶液上的漩渦偶極子向左(-x)移動。

2.三種不同的電壓作用下，

漩渦偶極子的位置(x)隨時間的變化，作 $x-t^{2/3}$ 圖得到斜率依

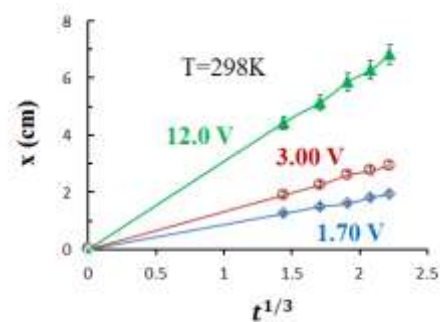
次為 0.691 、 1.048 及 1.32 。由公式

$$(1) x = \left(\frac{3J}{2\pi}\right)^{1/3} t^{2/3},$$

算得 J 值依次為 $1.38\text{cm}^3/\text{s}^2$ 、 $4.82\text{cm}^3/\text{s}^2$ 及 $9.63\text{cm}^3/\text{s}^2$ 。

4.氯化鈉水溶液 $1.01\text{g}/\text{cm}^3$ ，漩渦偶極子

$h=1.22 \times 10^{-7}\text{cm}$ 、 $B=0.268\text{T}$ ， $E=\frac{V}{z}$ 依次為



圖六:氯化鈉水溶液上的漩渦偶極子移動 x 和 $t^{1/3}$ 關係圖。

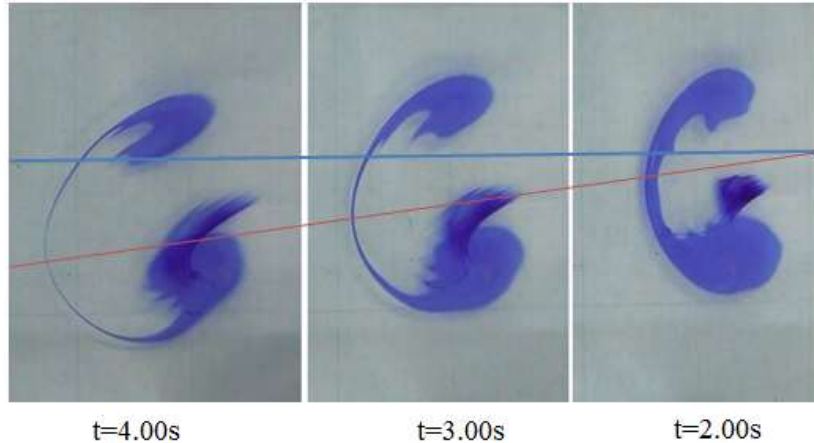
0.085V/cm、0.3 V/cm、0.6 V/cm

5. 氯化鈉水溶液含 $q_+ + q_- = 6 \times 10^{-8} \text{mol} \rightarrow Nq = 5.76 \times 10^{-3} \text{C}$

6. 公式(4) $\mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE}$ 求得 $\mu_+ + \mu_-$ 依次為 $12.8 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 、 $12.7 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 和 $12.5 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 。

二、測量氫氧化鈉水溶液的離子電遷移率

1. 0.1M 的氫氧化鈉在三種不同的電壓作用下，漩渦偶極子向 -X 偏 +Z 方向運動，其位移 (ΔZ) 隨時間 (t) 的變化如表二。



2. 作 $x - t^{1/3}$ 圖得到斜

率依次為 1.08、1.65 和 2.07。

算得 J 值依次為 $2.66 \text{cm}^3/\text{s}^2$ 、 $9.41 \text{cm}^3/\text{s}^2$ 和 $1.87 \text{cm}^3/\text{s}^2$

3. $\rho = 1.01 \text{g}/\text{cm}^3$ ，漩渦偶極子 $h = 1.22 \times 10^{-7} \text{cm}$ 、 $B = 0.268 \text{T}$ ，

$E = \frac{V}{z}$ 依次為 0.085V/cm、0.3 V/cm、0.6 V/cm。

氫氧化鈉水溶液含

$$q_+ + q_- = 6 \times 10^{-8} \text{mol} \rightarrow Nq = 5.76 \times 10^{-3} \text{C}$$

4. 由公式(4) $\mu_{1+} + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE}$ 求得 $\mu_+ + \mu_-$ 依次為

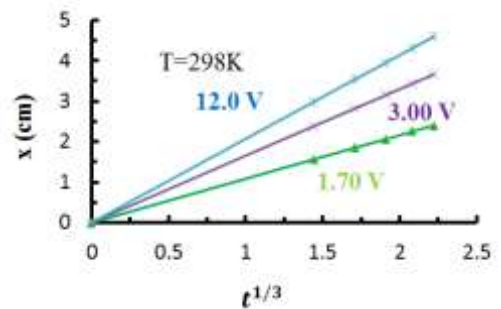
$24.8 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 、 $24.9 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 和 $24.8 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 。

5. 表三為氫氧化鈉水溶液的漩渦偶極子經時間(t)後向 +Z 方向偏移位移 ΔZ 。由公

式(1)' $\Delta Z = \left(\frac{3J}{2\pi}\right)^{1/3} t^{2/3}$ 求得 J' 依次為 $1.59 \text{cm}^3/\text{s}^2$ 、 $5.63 \text{cm}^3/\text{s}^2$ 和 $11.2 \text{cm}^3/\text{s}^2$ 。

由公式(5) $\mu_- - \mu_+ = \frac{\rho J' h}{NqBE}$ 得 $\mu_- - \mu_+$ 依次為 $14.8 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 、 $14.9 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 和 $14.8 \times 10^{-4} \text{cm}^2/\text{Vs}$ 。

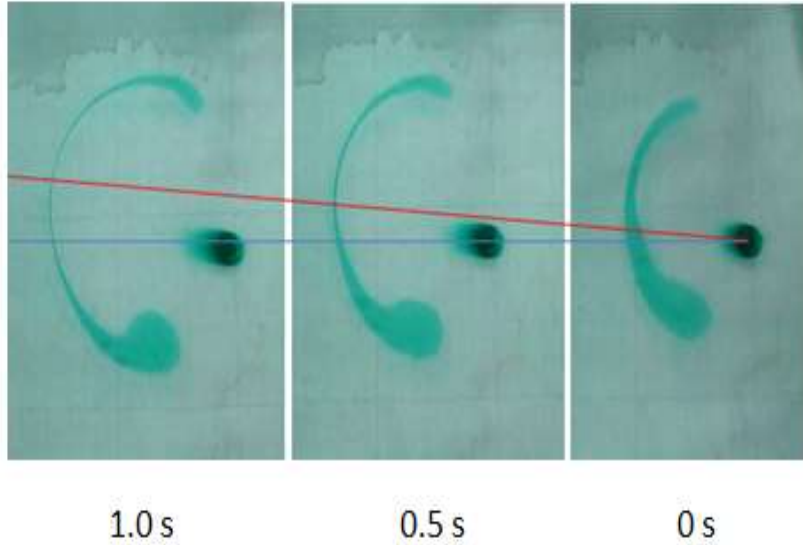
圖七:氫氧化鈉水溶液上的漩渦偶極子向 -x 偏 -z 方向移動。



圖八:氫氧化鈉水溶液上的漩渦偶極子移動 x 和 $t^{1/3}$ 關係圖。

三、測量氫化氫水溶液的離子電遷移率

1. 氫化氫水溶液中氫離子的電遷移率 (μ_+) 大於氯離子 (μ_-)，漩渦偶極子一方面向 $-X$ 方向運動，而且向 $-Z$ 方向偏移。



2. 作 $x-t^{2/3}$ 圖得到斜率依次為 0.914、2.00 和 2.52。

算得 J 值依次為

$4.73\text{cm}^3/\text{s}^2$ 、 $16.7\text{cm}^3/\text{s}^2$ 和 $33.4\text{cm}^3/\text{s}^2$

圖九: 氫化氫水溶液上

3. $\rho = 1.01\text{g}/\text{cm}^3$ ，漩渦偶極子 $h=1.22 \times 10^{-7}\text{cm}$ 、 $B=0.268\text{T}$ 、 $E=\frac{V}{Z}$ 依次為 $0.085\text{V}/\text{cm}$ 、 $0.3\text{V}/\text{cm}$ 、 $0.6\text{V}/\text{cm}$

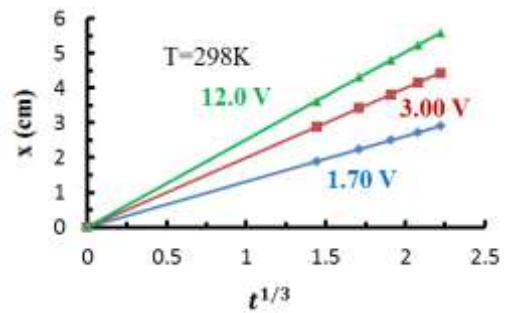
氫氧化鈉水溶液含 $q_+ + q_- = 6 \times 10^{-8}\text{mol} \rightarrow Nq = 5.76 \times 10^{-3}\text{C}$

4. 由公式(4) $\mu_+ + \mu_- = \frac{\rho J h}{NqBE}$ 求得 $\mu_+ + \mu_-$ 依次為 $43.9 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 、 $43.8 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 和 $43.8 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 。

5. 氫化氫水溶液的漩渦偶極子經時間(t)後向 $-Z$ 方向偏移位移 ΔZ 。由公式

(1)' $\Delta Z = \left(\frac{3J}{2\pi}\right)^{1/3} t^{2/3}$ 求得 J' 依次為 $3.08\text{cm}^3/\text{s}^2$ 、 $10.9\text{cm}^3/\text{s}^2$ 和 $21.7\text{cm}^3/\text{s}^2$ 。由公

式(5) $\mu_+ - \mu_- = \frac{\rho J' h}{NqBE}$ 得 $\mu_+ - \mu_-$ 依次為 $28.6 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 、 $28.5 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 和 $28.7 \times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{Vs}$ 。



圖十: 氫化氫水溶液上的漩渦偶極子移動 x 和 $t^{1/3}$ 關係圖。

四、利用霍爾效應測量電遷移率

(一) 氫化鈉水溶液

1. $l = 5\text{cm}$ 、 $Z = 3\text{cm}$ 、 $B = 0.5\text{T}$ 、 $V_H - V$ 圖的斜率 $= 0.81 \times 10^{-2}$ ，由公式(5) $V_H =$

$$\frac{BV_z}{l}(\mu_1 - \mu_2) \quad \frac{V_H}{V} = \frac{Bz}{l}(\mu_1 - \mu_2) \text{ 可得 } \mu_1 - \mu_2 = 2.7 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$$

2. 利用漩渦偶極子的偏轉看不出漩渦偶的偏向，無法求出 $\mu_1 - \mu_2$ 。

(二) 氫氧化鈉水溶液

1. $V_H - V$ 圖斜率 = 4.5×10^{-2} ，由公式(5)得

$$\mu_- - \mu_+ = 15 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$$

2. 由漩渦偶極子的偏轉得 $\mu_1 - \mu_2 = 14.8 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$ 。

(三) 氯化氫水溶液

1. $V_H - V$ 圖斜率 = 8.58×10^{-2} ，由公式(5)得

$$\mu_+ - \mu_- = 28.6 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$$

2. 由漩渦偶極子的偏轉得 $\mu_+ - \mu_- = 28.6 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$

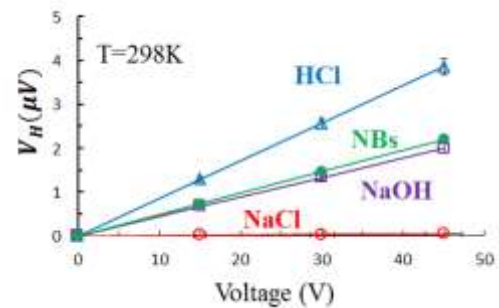
(四) 奈米氣泡水溶液

1. 超聲處理 10 分鐘的氫氣奈米氣泡水溶液， $V_H - V$ 圖斜率 = 4.89×10^{-2}

由公式(5)得 $\mu_+ - \mu_- = 16.3 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/Vs$

2. 不同超聲處理時間的氫氣及氧氣奈米氣泡水溶液， $V_H - V$ 圖幾乎都相同，顯現奈米氣泡水溶液的導電載子皆相同，由上列實驗結果判斷其為 H^+ 及 OH^- 。

3. 奈米氣泡水溶液的電荷密度太小，無法產生漩渦偶極子。



圖十一: 霍爾電壓(V_H)隨外加電壓(V)的變化。

陸、結論

1. 利用漩渦偶極子的移動，可求出導電正負載子的電遷移率和。
2. 利用漩渦偶極子的偏轉，可求出導電正負載子的電遷移率差。
3. 利用霍爾效應求出正負載子電遷移率，用來比較對照。

柒、參考資料

1. 楊承叡、王昱淇、許瀚元「奈米氣泡水溶液導電度的測量與應用」2018 台灣國際科學展覽會物理與天文學科。www.ntsec.gov.tw
2. 孫培文「簡易方法測量勞倫茲力」2014 台灣國際科學展覽會物理與天文學科。www.ntsec.gov.tw
3. Y.D. Afanasyev and V.N. Korabel, Physics of Fluid 16, 3850-3857, (2004)
4. Y.D. Afanasyev and C.G. Deacon, American Journal of Physics 74, 236-240, (2006)
5. A.Avdonin and P.Skupinski, Physica B 483, 13-18, (2016)

【評語】 160025

本作品發展一項簡易的方法來測量電遷移率，利用漩渦偶極子量測離子在液體中的移動，想法新穎。配合理論模擬，內容豐富，分析合宜。結論與物理圖像皆屬清楚，是一項好作品。建議可再變換參數延伸實驗。