

# 2018 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160035  
參展科別 物理與天文學  
作品名稱 不同造波條件對於表面回流及波形的分析  
與探討  
得獎獎項 大會獎：三等獎

就讀學校 臺北市立建國高級中學  
指導教師 賴奕帆、陳志強  
作者姓名 葉冠廷、吳致韻

關鍵詞 表面回流、PIV、cross-waves

## 作者簡介



我是葉冠廷，對科展有不少的熱忱。做這主題忙了快兩年半了，有不少的收穫也體會了不少教訓。今年，所說是驗收，但希望不要是跟這專題的道別，往後還能有機會，甚至是找藉口持續探討。

我是吳致頡，期許自己將來能從事基礎科學研究，為後世留下一些不可磨滅的貢獻。雖然在最近半年能做專題的時間不多，分析結果、寫報告總在匆忙中進行，也許未能盡善盡美，但仍期待這次的展覽活動！

## 摘要

因參加 TYPT 台灣青年物理辯論競賽，初步認識了此現象——當一個橫向放置的圓柱造波鼓在水面上垂直震盪時，引起的表面水流逆流。當造波鼓振動的最大加速度達到了臨界值，表面的粒子行進方向就會與波的傳播方向相反。我們查詢了有關此現象的文獻，驚訝的發現，此現象目前還沒有理論可解釋。於是我們便以自製的實驗設備，開始探討在不同的振動情形下，表面流會如何變化。

以目前所獲得的數據，我們推斷反向的流動與造波鼓排開水的體積及造波鼓前排列的波包有關，而回流只是補償流的性質，且水表循環之貢獻遠較水面的流動下顯著。根據為不同厚度的造波鼓有不同的回流臨界加速度，且縱向的水流循環強度遠較水表循環弱，前者速率大小約與後者相差一數量級。

我們也利用閃頻儀分析了不同條件下水波的波形，並利用 Poincaré map 將其分為兩類，分別對應到表面的出去流與回來流。

## Abstract

The phenomenon of the inward flow, incited by a lain cylindrical plunger vibrating vertically on water surface is reached when the maximum acceleration of the plunger's vibration exceeds a certain threshold. In order to further discuss this phenomenon, we started to construct our own apparatus and analyze the surface flow visualized by floating particles under different vibrating conditions. Beside the surface flow field, we thoroughly analyzed the standing wave zone in front of the plunger after we understood its significance.

Considering the data we have obtained, we found out the change of phase on the flow filed doesn't only happen once under increasing acceleration. The outward on the side, inward on the middle flow is only one of the phases. Moreover, we discovered that the Poincare Map obtained from the wave height in the standing wave zone also experience changes of phase, and their thresholds share a similar trait with those of the surface flow field.

# 壹、前言

## 一、研究動機

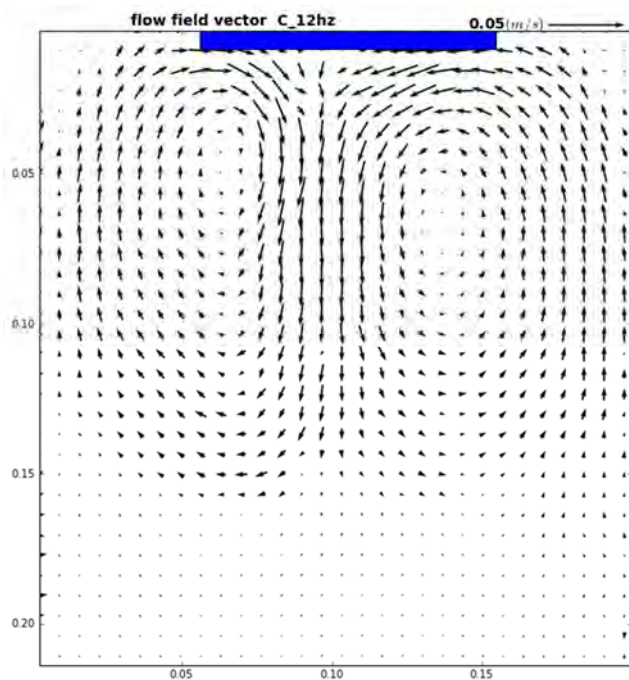
此現象為 2016 台灣物理辯論競賽中的一道題目，因競賽的題目眾多且時間有限，只得有索取捨。描述水波的這題目現象有趣，可探討的層面又多，引起我們極大的興趣，但此題的內容須累積足夠的理論基礎才可做出適當的分析。所以，我們於比賽完後，利用學校專題這難得可投入長時間於研究的機會，對此題做更進一步的研讀、探討。此外，想利用在競賽時接觸到的程式模擬觀念，輔助自己的研究內容，甚至是可預測某些實驗結果。

## 二、研究目的及研究問題

### (一) 概述

位在水面的造波鼓（橫放的圓柱），在低頻的點狀造波情形下，水面的粒子，會隨著波行進的方向移動。但是，根據文獻的內容所示，當造波鼓振動的強度較大時（最大加速度大於重力加速度），水面的粒子則會與波產生反向的運動，可使位於遠方的粒子朝波源行進。如圖 1 中所示。

10Hz



50Hz

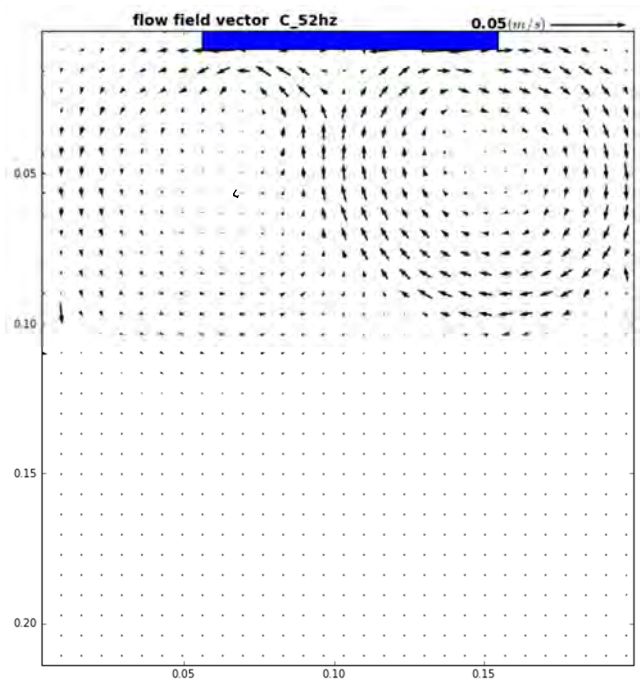


圖 1 震盪加速度小於與大於重力加速度的表面流場比較

註：藍色色塊表示造波鼓位置

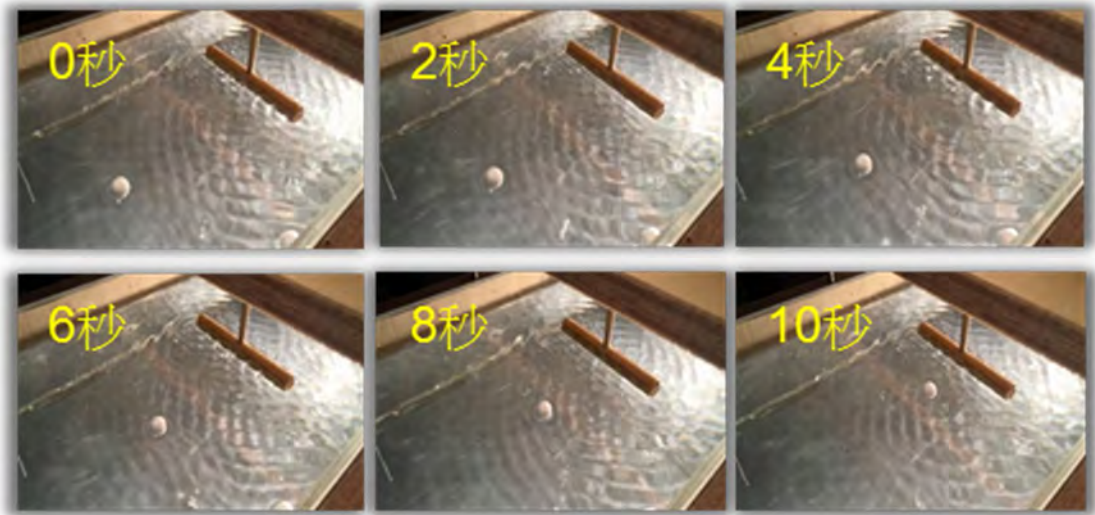


圖 2 粒子位置隨時間之變化

註：可看出表面粒子回流，從表面的波紋也可看出不是規則前進波。

## (二) 文獻回顧

進一步研讀文獻後發現，當最大加速度大於重力加速度  $g$  時，會產生造成混亂的波形 (corss-waves)，形成朝向造波鼓兩端往外行進的橫向水流，如此便會在垂直方向，產生一個往波源行進的補償流，也就是粒子運動與波行進方向相反的原因。整體的作用，會使水面上產生與正常行進波完全不同方向的流場。但是詳細的內容尚不明確，論文[4]的作者也提及此現象成因尚無完整的理論解釋。

此外，當達到臨界發生時，造波鼓的周圍會因調製不穩定性 (modulation instability)，產生與法拉第波相似的圖形 (Faraday quasi-standing waves)。



圖 1 corss-waves 近照



### (三) 研究目的

1. 探討造波鼓在不同頻率、形狀下表面的流場
2. 藉由將造波鼓長度加長至水槽寬度，探討回流是否為補償流
3. 觀察表面流場在不同寬度之造波鼓及不同震盪加速度下的變化
4. 觀察垂直流場在不同震盪加速度下的變化
5. 探討 Poincaré map 和不同的震盪情形下表面流場的關係
6. 嘗試使用 python 模擬此回流現象

## 三、 研究設備及器材

### (一) 實驗配置

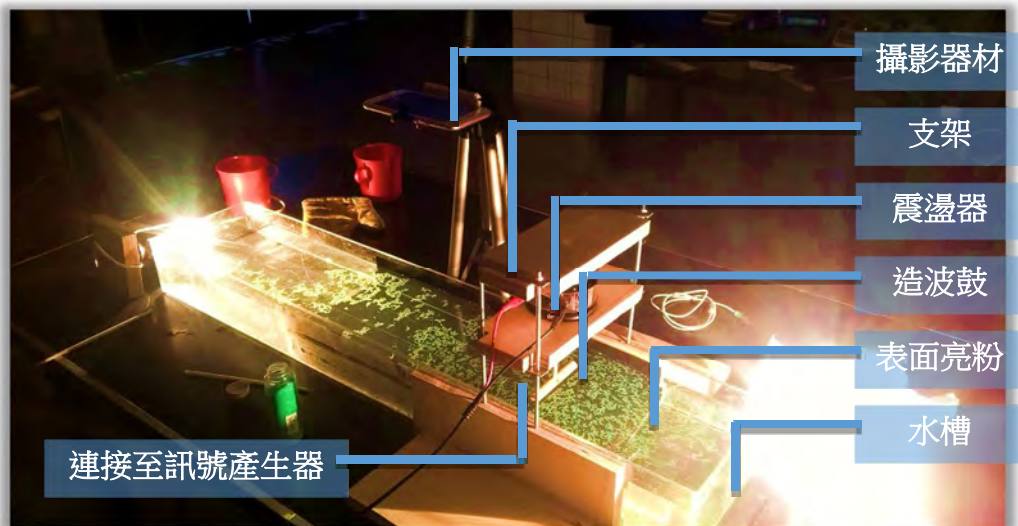


圖 2 流場分析實驗器材架設

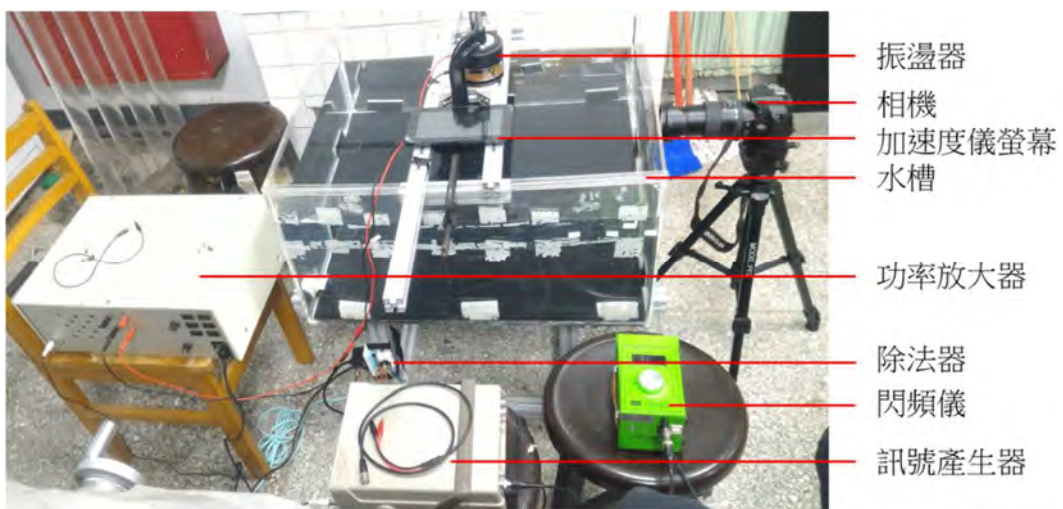


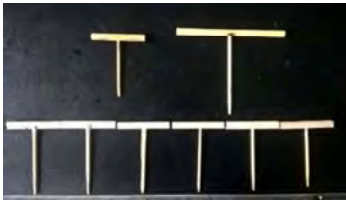




圖 3 波高分析實驗器材架設

1. 實驗器材

震盪器、攝影機、固定架、小水槽(1m×20cm×8cm)、大水槽(70cm× 60cm× 40cm)、訊號產生器、加速度儀、閃頻儀、照明燈、造波鼓（圓柱 9cm、18cm 各一，0.2、0.4、0.6、0.8、1.0、1.2cm 各一，共 8 支）、亮粉、木屑

表 1







重要器材列表

造波鼓	造波鼓(3D 列印)	
		
訊號產生器	震盪器	加速度儀 ADXL355
		

2. 輔助軟體

表 2

輔助軟體列表

Python (2.7 版)	PIVlab	Logger Pro	AutoHotkey
			
Tracker		Microsoft Visual Studio	
			

### (1) Python

本研究中，python 主要用來繪製實驗結果及進行流體模擬。

### (2) PIVlab

為影像分析軟體，可以追蹤一段影片裡流體中的粒子，經由尺度校正及時間校正，即可得粒子的速度場。

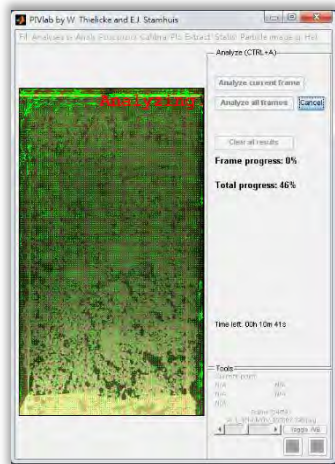


圖 4 以 PIVlab 分析粒子速度之工作介面

### (3) Logger Pro

為資料擬合軟體，在本研究中用來將造波鼓的垂直位置對時間資料擬合為 sin 波，以得到精確的頻率和振幅。

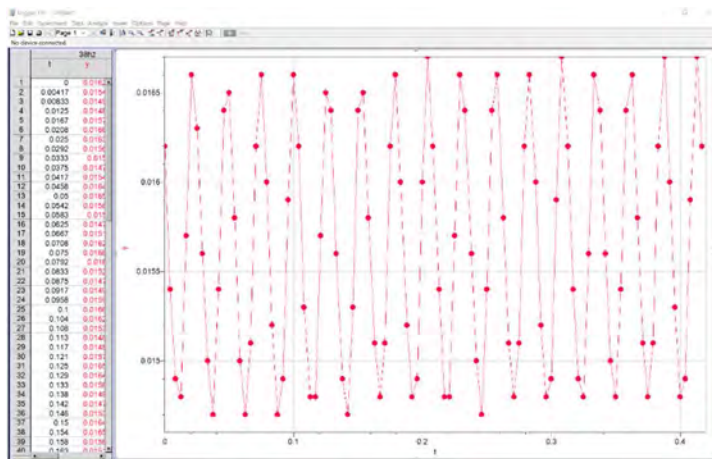


圖 5 以 LoggerPro 擬合造波鼓位置之工作介面

### (4) AutoHotkey



能處理需要大量運用滑鼠、重複性的動作，輔助並加速分析的進行。本研究中，主要用此軟體來處理大量的數據，除了加快分析速度，還能除去分析時的人為誤差。

#### (5) Tracker

為影像分析軟體，適合追蹤單一質點的運動，本研究中主要用此軟體來求得造波鼓的加速度。

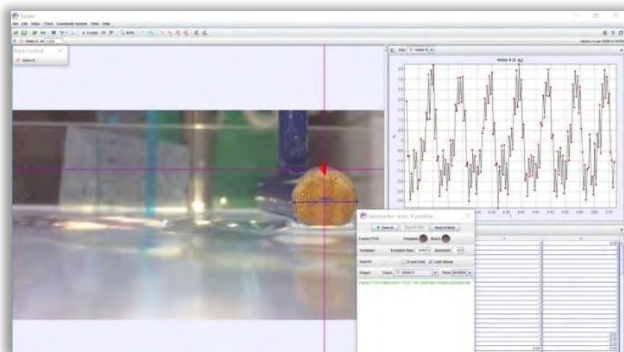


圖 6 以 tracker 測量加速度之工作介面

#### (6) Visual Studio

使用此開發環境撰寫讀取加速度儀讀數，並取出最大加速度的程式。將其求出的數值與使用上方 tracker 方法求出的數值比較，發現其值差異不大，又可當下及時獲得數據，不需要事後分析，故後期的波型實驗使用此一方法測量加速度。

## 貳、 研究方法或過程

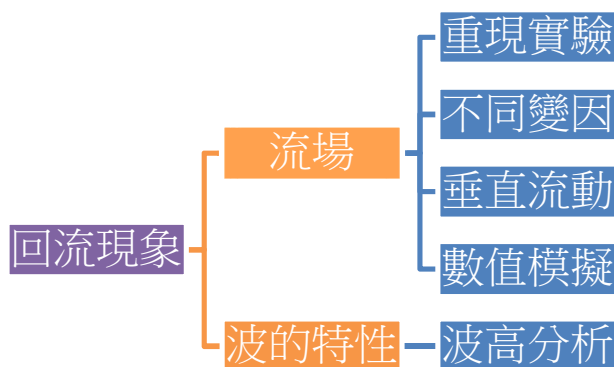


圖 7 實驗架構

以下敘述研究進行的方法：

## 一、 流場

將由正上方拍來的影片轉換為照片(幀數 240)，PIVlab 能分析兩張照片中粒子移動求得一速度場。我們的做法為分析約 100 張照片內的流場，因視其為穩定態將所有數據平均後所得。得到的流場便可藉由軟體做進一步的分析。

將得到的向量場，取中央 y 方向速度（距離造波鼓 5cm 處 2cm x 2cm 方型區域）對空間的平均，將得到的數十筆資料中，取資料中段（20~80%）來做整體對時間的平均，以避開出現極端值的數據。

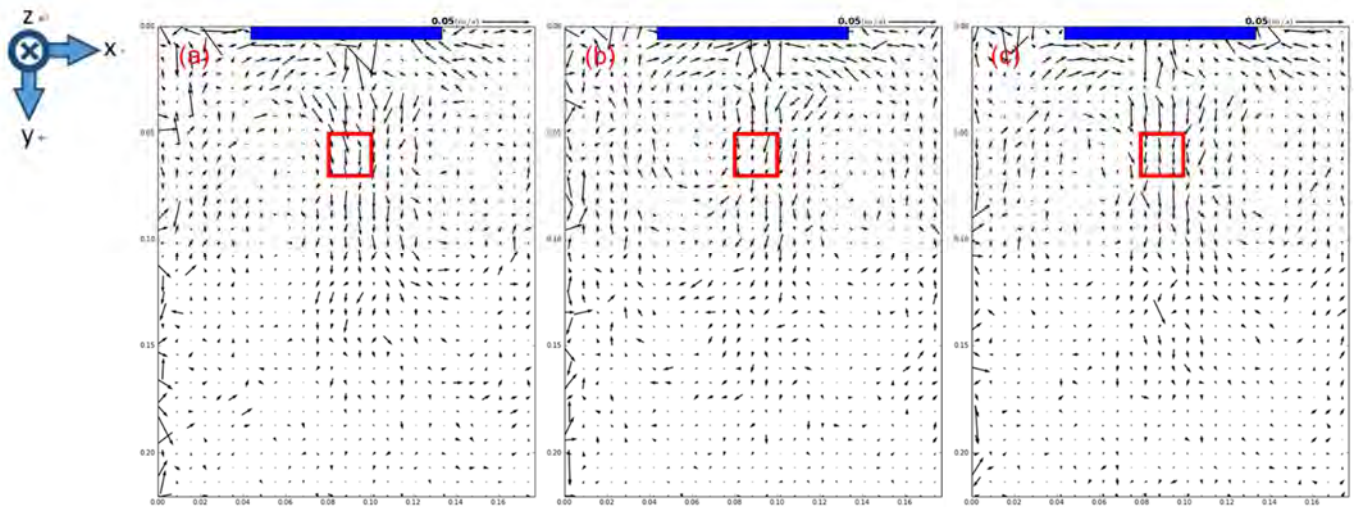


圖 8 平均說明圖 (a)、(b)、(c)分別為圓柱以 10hz 振盪時三個不同瞬間的速度場

### (一) 最大加速度

#### 1. 擬合

實驗初期，我們藉由攝影，測量造波鼓的頻率、振幅。頻率為可調控之參數，但訊號產生器顯示之最小刻度只有到 1 赫茲，由擬合能得到更精確的結果。由此即可得造波鼓之加速度。這麼做的缺點是無法即時取得資料。因此後來我們改用加速度儀的方式。

#### 2. 加速度儀

在造波鼓上黏上一個加速度儀，如此一來，直接量得加速度後，由 $\text{加速度} = a\omega^2$ 可以即時得到造波鼓的振幅。

## (二) 平均粒子流速圖

繪製造波鼓最大加速度對表面選定區域之平均流速圖：選擇用加速度作為橫軸來作圖是因為前人研究中（包含文獻中[4]）多認為加速度為影響平均流速的關鍵。

## (三) 數值分析

流體中的質量、動量、能量守恆式分別為連續方程式、Navier-Stokes 方程式、白努力定律。而在計算時，通常是利用連續方程式以及 Navier-Stokes 來求解。在此，我們所用的方程式為了以下分別列出兩者，並會在註解中說明為了減少計算複雜度對兩個方程式進行適度的修正。

### 1. 質量守恆（連續方程式）

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} = 0$$

其中  $u$ 、 $v$  分別為  $x$  方向、 $y$  方向的速度， $h$  為高度的變化。

### 2. 動量守恆

$$\frac{Du}{Dt} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_x}{\rho h} = 0$$

$$\frac{Dv}{Dt} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_y}{\rho h} = 0$$

其中  $\tau_x = \frac{g}{c^2} u|u|$ ， $\tau_y = \frac{g}{c^2} v|v| \rho$ ， $c = \frac{\eta^{1/6}}{n}$ ， $n$  為曼寧粗糙度， $h$  為總水深。

此些方程式是由理論的基礎，透過研究者們長期的使用與實驗比較後，進行某些修改達到可減少計算複雜度又不會影響結果的目的（ex：壓力梯度轉換為高度差）。

## 二、 波的特性

回流發生時，波的特性顯著的變化（由規則前進波變為 cross-waves），所以希望藉由觀察波的特性而看出一些造成回流的端倪。下圖為定性的描述：

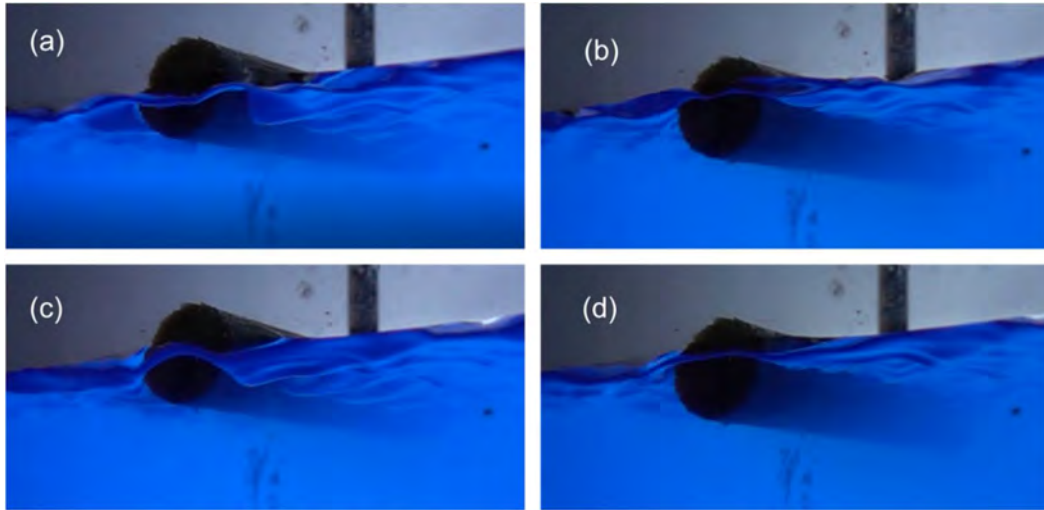


圖 9 調製不穩定性圖形 (a)1/4 週期 (b)2/4 週期 (c)3/4 週期 (d)4/4 週期

註：圖 17-a~17-d 表示調製不穩定性產生的波包上下震盪經過一個週期的照片。期間，造波鼓振盪經過兩個週期，可見被激起的波之頻率為造波頻率的二分之一。而出現波峰與波谷時恰為造波鼓達到最大高度時。

為了量化這些結果，我們採用 Poincaré map 的分析方法，如下：

(一) 閃頻儀 (stroboscope)

設造波週期為  $T(s)$ 。實驗中，訊號產生器同時連接振盪器和閃頻儀，使閃光恰與造波鼓同步。如此一來，藉由觀察到每  $T(s)$  下之系統的樣子，可以知道波動的週期，以及波動是否穩定。



圖 10 閃頻儀與造波鼓同步下之照片



## (二) 流場中物理量的測量

主要利用 **tracker** 分析所錄到的實驗影片。利用比例尺及軟體中的測量工具，可得波高或波長的數據。

## (三) Poincaré map

將資料製成 Poincaré map。實驗中所量得的水面高度可以寫成一個時間間隔為  $T$  的數列： $\{h_t\} = h_0, h_1, h_2 \dots$ ，繪製橫軸為  $t$ ，縱軸為  $t+1$  的圖表，及各個資料點的座標是  $(h_0, h_1), (h_1, h_2), (h_2, h_3) \dots$ ，此圖即為波高的 Poincaré map。當波動的週期為  $T$ ，那麼所有量到的  $h$  值都相同，Poincaré map 上應只會出現一個點；當波動的週期為  $2T$ ，那麼  $h$  值每兩次才會回到相同的值，Poincaré map 上便會出現兩個點；而當波動的週期更長或是混亂的時候，Poincaré map 上應會出現許多點。

# 參、 研究結果與討論

## 一、 流場的測量

### (一) 不同頻率下加速度對表面流速作圖（長 9cm，直徑 1.2cm 圓柱形）

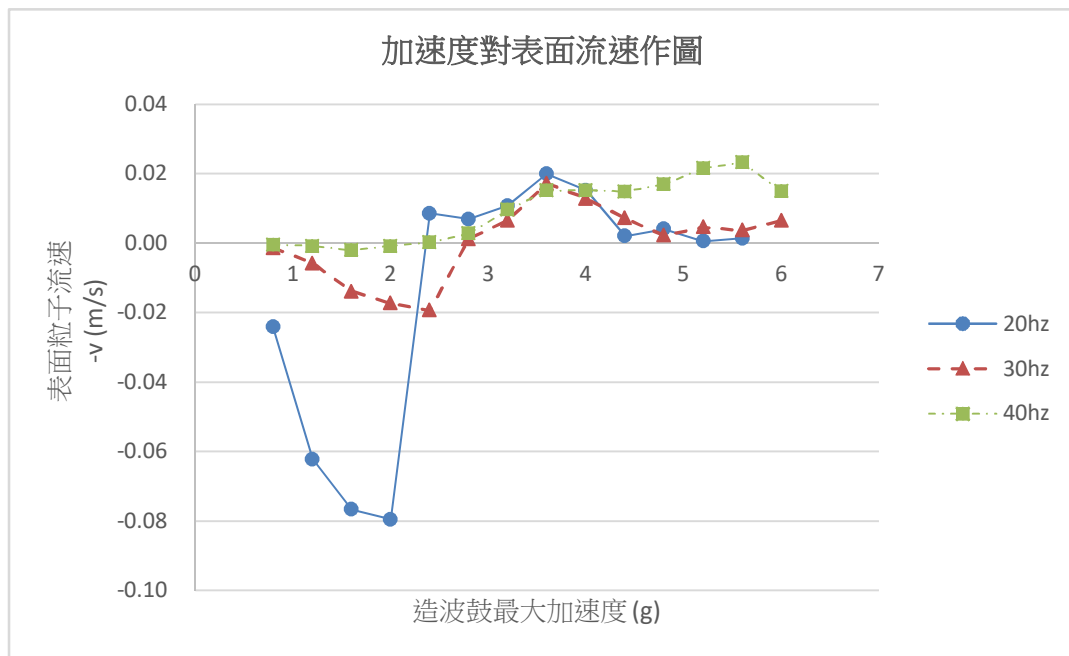


圖 11 造波鼓最大加速度對表面粒子平均速度做圖

註：從此圖中可見，未達臨界時，平均流速隨造波鼓最大加速度增加而增加；接近臨界時，表面流速的增加有減緩的趨勢；突破臨界後，平均流速一直呈現回

流，但到加速度更大時又有變慢的趨勢。在參、研究結果與討論一三、討論中，我們定義三個相態為「出去流漸強」、「出去流漸弱或回來流漸強」、「回來流漸弱或出去流漸強」。

(二) 不同形狀之造波鼓（方柱，長 9cm，厚度 0.24、0.8、1.2cm）

1. 流程

(1) 加速度測量方式與前者相同。

(2) 要平均的區域的取法為：觀察中央水流通過的區域，取皆能涵蓋的範圍，其大小為 2cm×2cm。

2. 改變厚度（長方體造波鼓）

(1) 加速度對平均流速之作圖

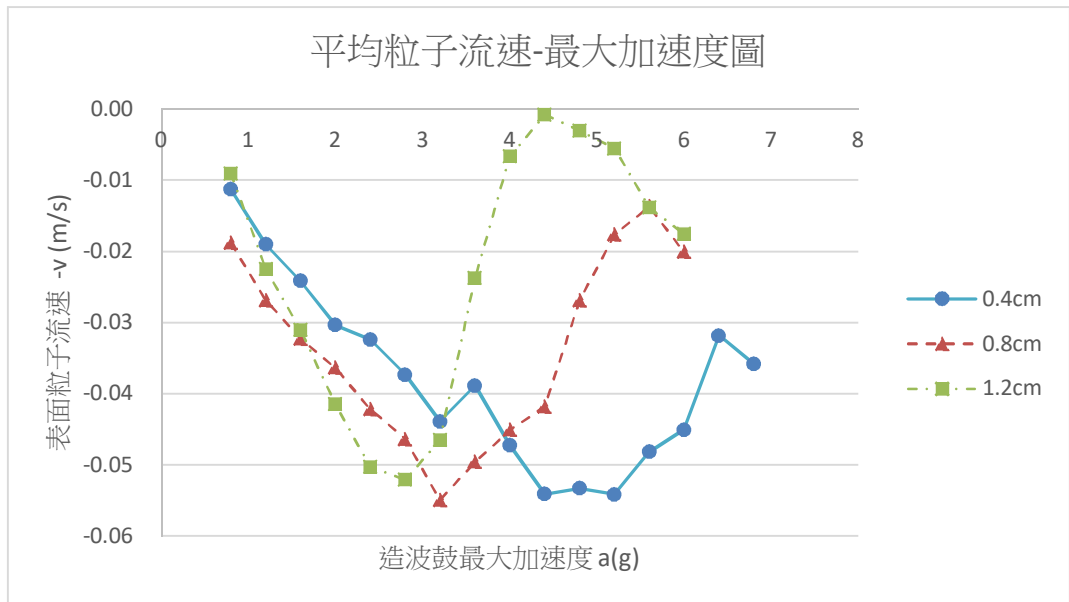


圖 12 表面平均流速對造波鼓最大加速度之作圖

註：隨著造波鼓厚度增加，圖上之曲線呈現漸變。同於前一實驗，我們定義三個相態為「出去流漸強」、「出去流漸弱或回來流漸強」、「回來流漸弱或出去流漸強」。

(三) 加長造波鼓，使之與水槽等寬

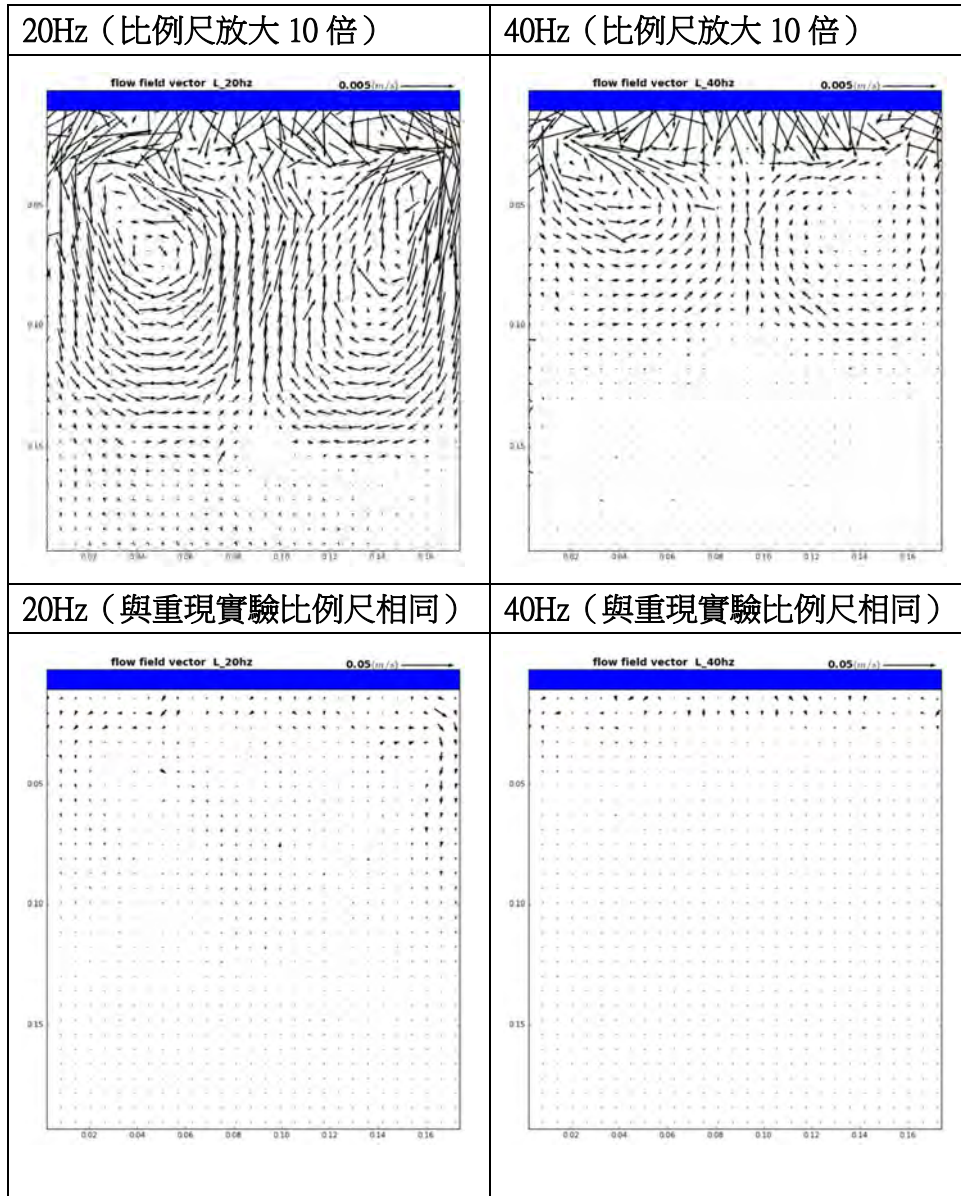


圖 13

與水槽等寬造波鼓震盪速度場 (藍色色塊表示造波鼓位置)

註：造波鼓前依然可見調製不穩定圖形，依舊可見許多小漩渦的產生，但中央向外或向內水流較 9cm 圓柱造波鼓弱。

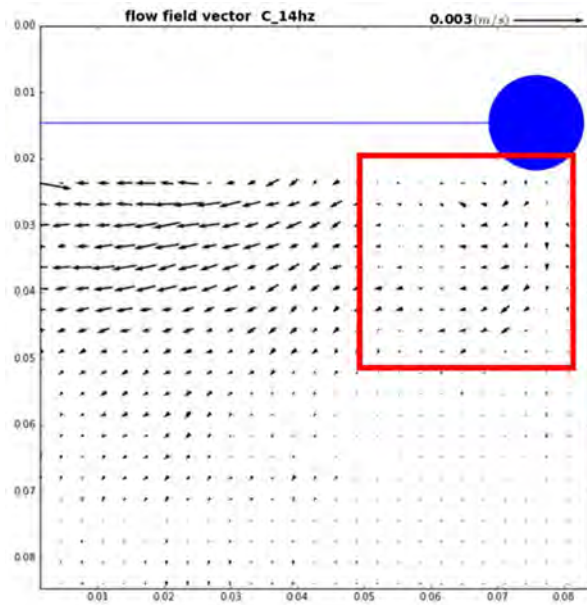
(四) 垂直流場

1. 流程

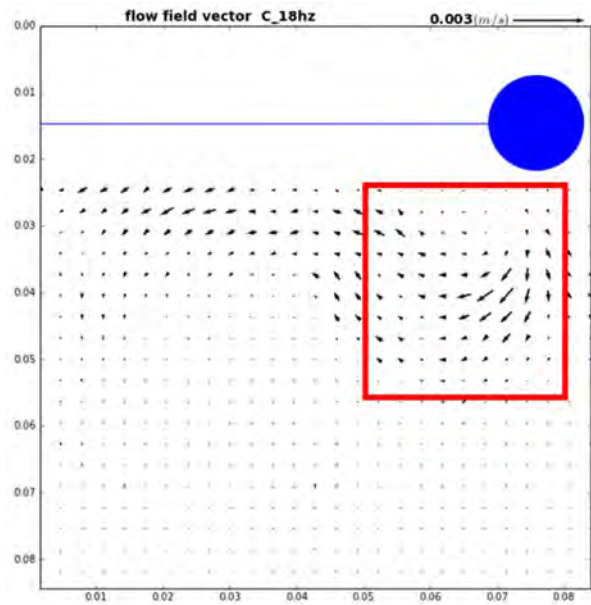
將水槽四周以黑布包覆，避免其他光源干擾。在水面放置兩片塑膠板，相隔約 0.5cm，以白熾燈泡在上方照射，使涉入水槽的光呈現一個面。將相機架在沒有用黑紙封起的一側，水平拍攝，分析原理同於表面流場。

## 2. 速度場

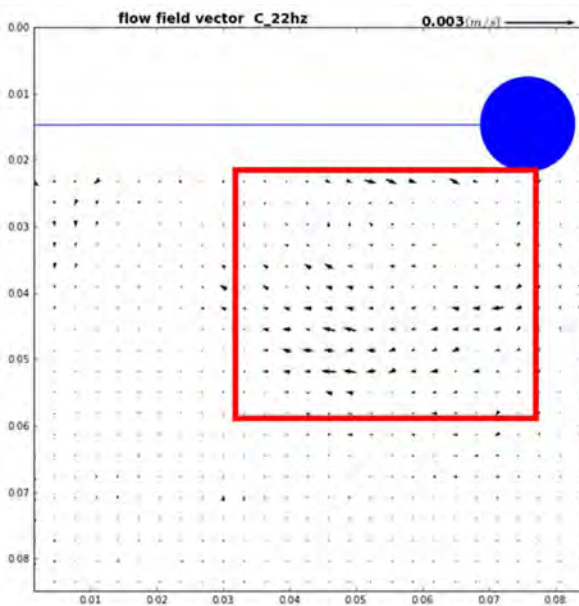
14hz



18hz



22hz



26hz

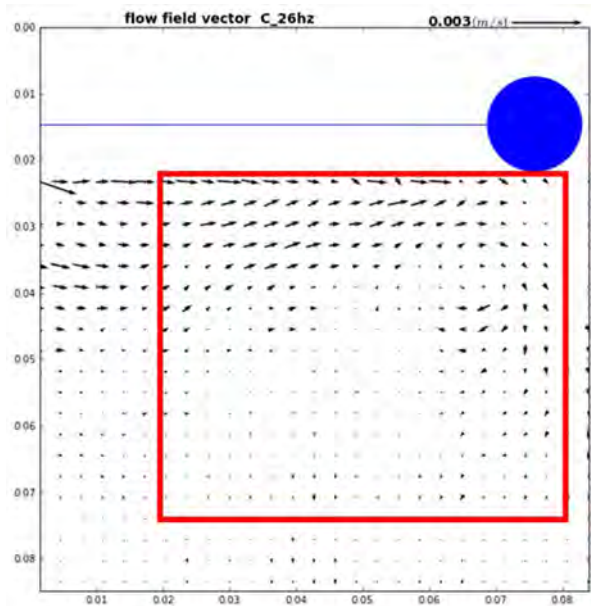


圖 14 圓柱形造波鼓垂直速度場 (藍色色塊表示造波鼓位置)

註：紅框表示造波鼓下方渦旋大小。可看出隨著加速度增加，渦旋大小漸增。但其值皆不大，數量級約為表面流速的 1/10。



## 二、 波的特性

### (一) 波高

固定頻率下，調整自波鼓振幅，藉以調控加速度。不同加速度下，量得波高對時間的話，再製出 Poincaré map。

#### 1. 不同頻率下波高 Poincaré map (9cm 長，直徑 1.2cm 圓柱形)

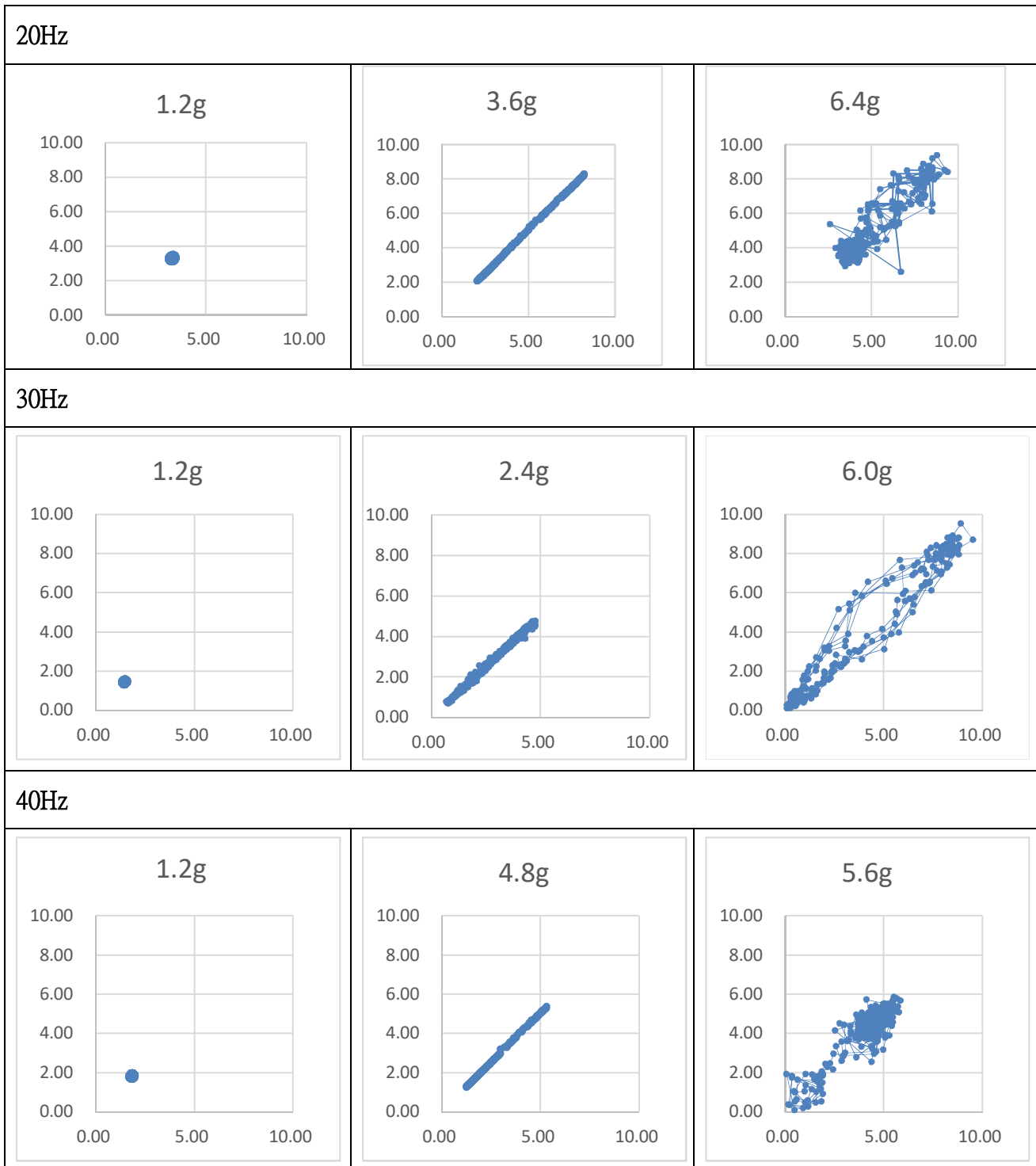


圖 15 不同頻率下波高 Poincaré map

2. 不同形狀之造波鼓 Poincaré map (方柱, 長 9cm, 厚度 0.24、0.8、1.2cm)

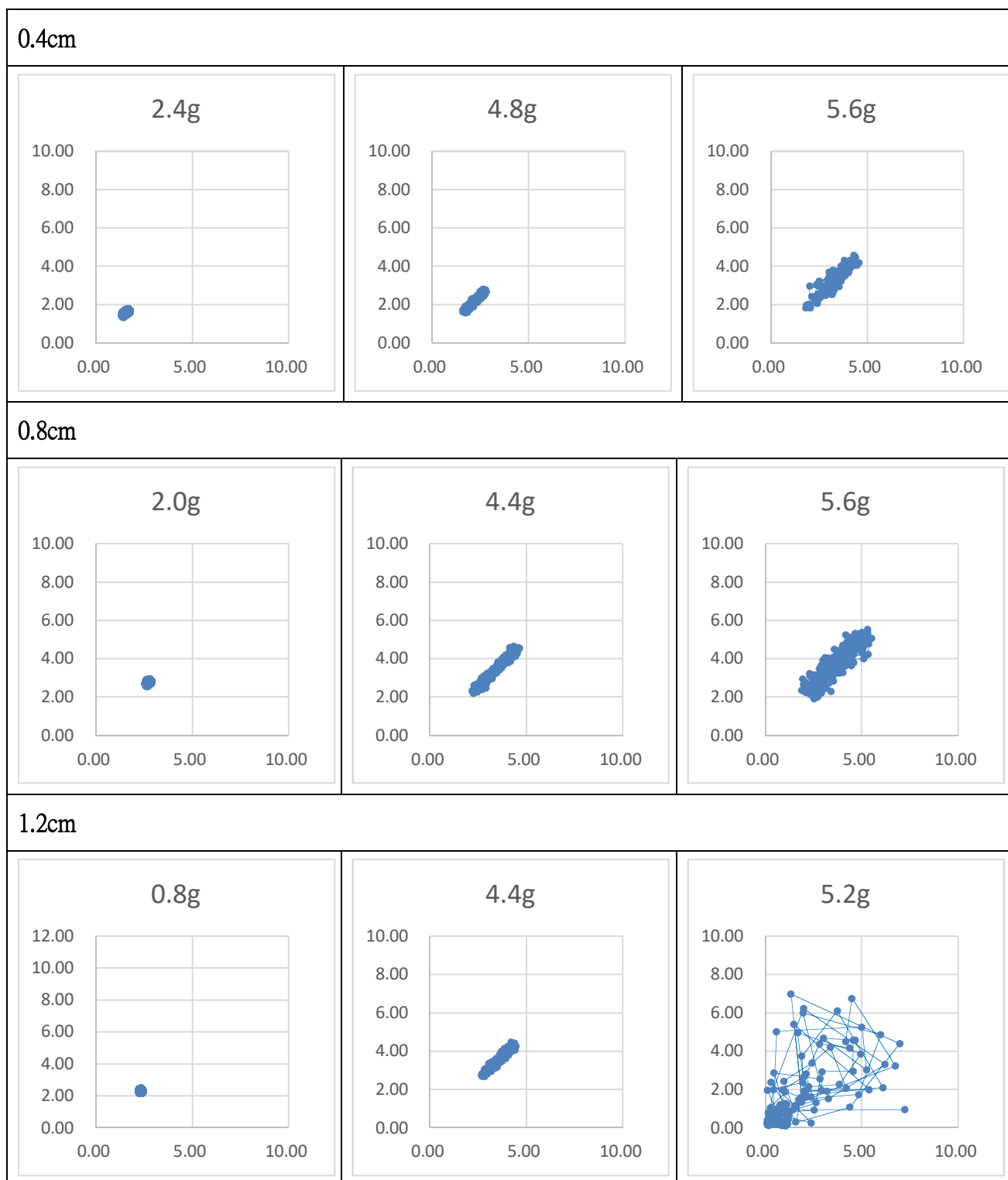


圖 16 不同形狀下波高 Poincaré map

註：由此可以看出 Poincaré map 在家速度漸增時，歷經了「一個點」、「一條線」及「混亂狀態」三個階段。圖 16、17 僅各舉出三階段的其中之一。

### 三、 討論

#### (一) 流場

##### 1. 針對重現實驗

重現實驗中，重複自己架設的實驗，我們得到的臨界加速度仍與  $g$  有一段差距，應該不是誤差使然。

另一點差異是，文獻[4]中所做的圖（造波鼓最大加速度對平均流速圖）在臨界的地方有突然劇烈的變化，而我們的圖則是緩緩由負轉正。可能原因是：我們用來取平均流速的演算法與文獻[4]中的不同，或者，可能因我們的實驗器材尺寸與論文中不同而使結果有出入。但趨勢基本上接近，我們認為仍有用此器材來做後續探討的價值。

##### 2. 針對不同厚度的討論

由實驗可知， $g$  值並非絕對的「回流的臨界值」，而是使圓柱造波鼓造成回流的臨界，或甚至是在其他限制條件下的臨界，在不同厚度下即不適用。

##### 3. 針對全長造波鼓的討論

全長圓柱造波鼓所導致的回流較圓柱 9cm 造波鼓弱很多。當兩側有障礙物阻擋，回流即減弱，可見是向兩側的流動，帶動中央部分才回流——推論論文中所述，回流為「補償流」應是正確的。

##### 4. 針對全長造波鼓的討論

從實驗數據可看出，當反向的流發生時，造波鼓旁的漩渦變得較為明顯，至於此與反向流現象的直接關係尚待研究

造波鼓加速度尚小時，在表面並無明顯回流，僅在造波鼓前方有非常小的渦流（直徑小於 1cm），撒在表面的亮粉幾乎不動。等到調製不穩定性出現，回流與小漩渦開始變得明顯。

##### 5. 接近臨界時，我們發現，水表特徵可分為三個區域：

a.造波鼓前方的混亂區域、b.混亂區域前方的回來流、和 c.最外圈的出去流區域。

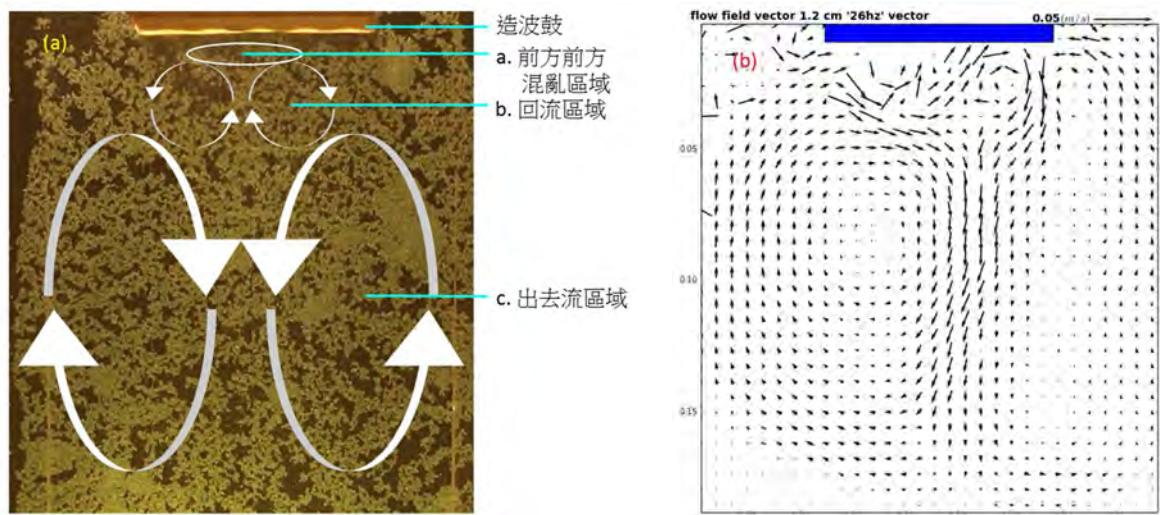


圖 17 三區域流場 (a) 此圖為寬 1.2cm 長方體造波鼓於震盪頻率 26hz 下之流場圖

(b)圖 a 之平均流場

註：由速度場可看出 a.區無穩定的流動、b.區渦旋形成的水流向內、c.區渦旋形成的水流向外。

此狀況在接近臨界時特別顯著，但因時間因素，未能把加速度再取更細，去討論臨界附近變化。我們推測低於臨界時，其實也能分成三個不同性質的區域，但因尺度過小，不易察覺。

- (1) 在同樣的加速度下，當造波鼓的厚度增加時，a.區域增大，b. 區域增大。
- (2) 在同樣的厚度下，當震盪加速度增加時，a.區域增大，b. 區域增大；過臨界加速度時，c.區域消失，只剩下回來流。

## 6. 垂直流場的討論

經過 PIVlab 的分析，發現對於圓柱形造波鼓：

- (1) 達到臨界前，其實在造波鼓的斜前方就已有小漩渦（垂直方向）出現，而表層的水流最強，呈現向外流動，下方大區域的水呈現緩慢回流。
- (2) 達到臨界後，隨著加速度增加，小漩渦逐漸增大，把水往下方及斜前方送，再從表面回到造波鼓附近。
- (3) 此現象與表面觀察到的三區域水流有相似之處。靠近造波鼓的小渦旋強度皆會隨頻率（加速度）增加而逐漸增加，影響的範圍也逐漸增大。最後，外圍的、其他方向的渦旋影響力都變小，只剩下這一個渦旋，使得表面水流也被帶動成



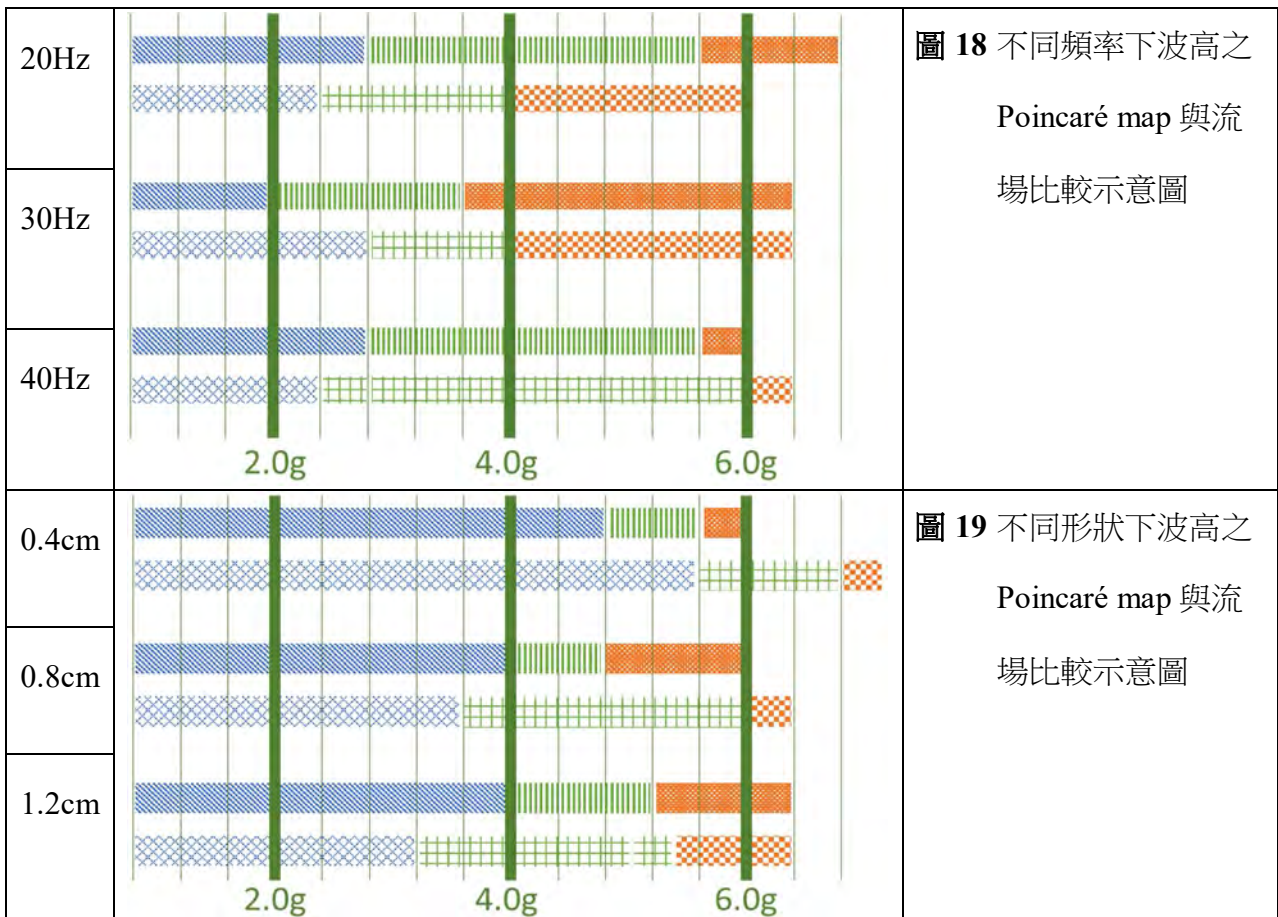
這一個方向。此趨勢與表面流場之 a、b、c 區流動有雷同之處，是否真的有關連尚待深入探討。

(4) 水面下的速度值並不大，約較表面流速少一個數量級。

## (二) 波形

臨界前後波的特徵有顯著的差異，在閃頻儀的照光之下，臨界前，波動之週期與驅動週期相同；臨界後，波高可能上下震盪或左右移動，在 Poincaré map 上呈現一直線或混亂的情形。

比較同樣震盪條件下的流場（平均粒子流速）與 Poincaré Map，可以發現到兩這密切相關。由實驗結果，我們定義 Poincaré map 的三個相態為「一個點」、「一個點」、「混亂狀態」；而表面流的三個相態為「出去流漸強」、「出去流漸弱或回來流漸強」、「回來流漸弱或出去流漸強」。



註：每一個震盪條件對應到兩個長條圖，上部分代表 Poincaré map 不同相態分別以藍色（斜紋）、綠色（直紋）、紅色（密方紋）；下部代表平均粒子流速的不同像態，分別以藍色（寬方紋）、綠色（直方紋）、紅色（棋盤紋）表示。

## 肆、 結論與應用

### 一、 研究價值

#### (一) 臨界加速度的與文獻的不同

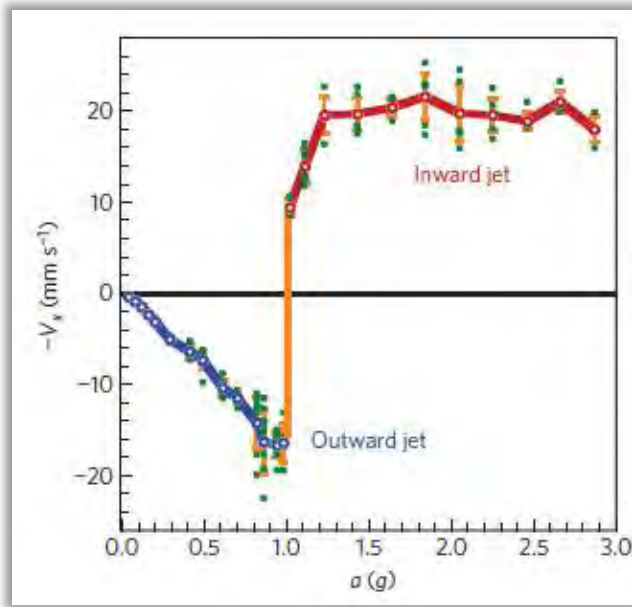


圖 20 加速度對表面流速

註：此為文獻(二)中的實驗數據，測量位置為在距離造波鼓 29 個波長處。

文獻中作者提出造波鼓的臨界加速度為確切的重力加速度( $g$  值)，而我們的研究結果顯示出臨界加速度會隨著造波鼓的不同而改變，厚度越厚，其臨界加速度也越大。造成此差異的原因，我們推測為重力加速度為一種特例，不適用於不同形狀的造波鼓。

## (二) 垂直水流的觀察

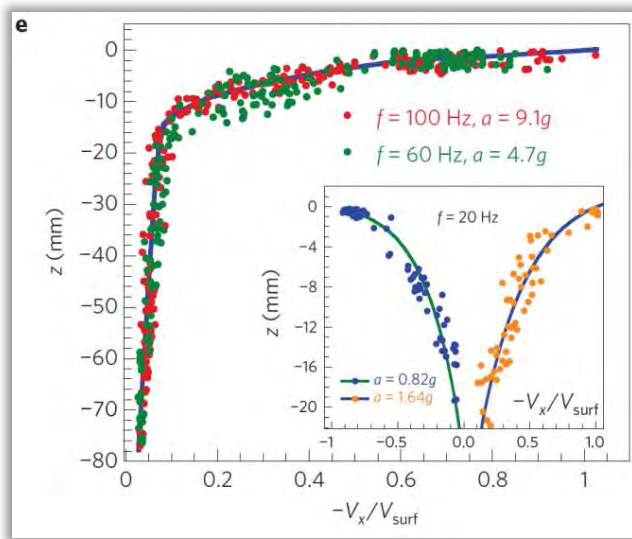


圖 21 水平流速對表面流速之比值對深度之作圖

註：此為文獻(二)中的實驗數據。在距離造波鼓 29 個波長處，量測 x 粒子方向速度的垂直分布。可看出從深度(z)為 0 到下方速度皆為同向。其中小圖可看出不管向外或向內流(大於以及小於重力加速度)，其速度隨深度變化的趨勢皆為同方向並慢慢減小，說明了液面下方的流動強度較表面流小很多。

但是，此實驗結果與我們的觀察到的現象似乎有抵觸之處。

1. 觀察垂直水流後發現，在達到臨界加速度前，其表面的水流強度（水流速度）遠大過水面下的水流強度，此點類似文獻中的結果；而當達到臨界加速度後，向下和向上的流動開始變得明顯，成為三維的流動。（見參、研究結果與討論之一之三）

2. 依照文獻中的結果，水槽底部不應有反方向的速度。

結果會不同，可能因為：

(1) 文獻二中的實驗結果圖可能只呈現了半部分的水槽，即總水深並非圖中所示的最大深度「80mm」，所以下方的回流部分為呈現在此圖中。

(2) 尺寸的不同，我們用的造波鼓是直徑 1.2cm、長 9cm 的圓柱，而文獻中用的是直徑 2.5cm、長 13cm 的圓柱。

3. 原先和物理辯論賽其他隊伍討論，他們提出的解釋方式是：

造波鼓打擊水面，將水表之水體向下推；造波鼓上升時，兩側液面較高，造成壓力較大，而使下方和兩側的水體朝向原本造波鼓的位置流動。當造波鼓之最大加速度超過重力加速度，造波鼓下方的水體所受的力便不足以提供夠大的加速度使其往上補充，使得補進來的水多從兩側進來。如此一來，便形成了一個大的三維循環，水自造波鼓下方下去，從旁邊湧升，再從表面回到造波鼓，因此表面產生回流現象。

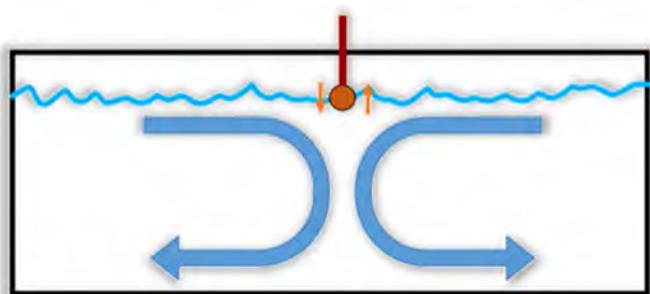


圖 22 初始討論結果之水流向示意圖

此種解釋方式能夠說明為何臨界加速度恰巧是  $g$ ，不過，我們初步看到的垂直流動並不是單純的一個三維大循環（見參、研究結果與討論之一之三）。且從我們的實驗結果顯示出，垂直方向對於表面回流的貢獻較小。

## 二、 結論

目前已知：

- (一) 隨著造波鼓最大加速度的增加，波高的 Poincaré map 會經歷大的三個相態：「一個點」、「一個點」、「混亂狀態」；而表面流亦會經歷三個相態為「出去流漸強」、「出去流漸弱或回來流漸強」、「回來流漸弱或出去流漸強」。兩這的臨界相近，所以可推論突破調製不穩定性的臨界而產生的波形（cross-waves）與表面粒子流動密切相關。
- (二) 當向造波鼓兩側的流動被阻擋時，回流減弱。
- (三) 垂直向的流動速率較表面流動速率少一個數量級。
- (四) 最大加速度越大，回流區域漸漸增大。

綜合這些結果與前人文獻，我們提出的初步解釋是：

根據 Moisy(2012)[3]，當調製不穩定性發生時，向外傳的波可以視為原先的規則前進波和兩個半頻率，波向量與造波鼓夾  $19\sim 23$  度的波之疊加，在靠近造波鼓處，



出現一個個的波包，並在造波鼓前方形成一個三角形(Taneda 1994)[5]、有駐波圖形干涉條紋的區域，其振幅隨與造波鼓距離而遞減。由惠更斯原理，每一個波包都可以視為一個點波源，都傾向於向四面八方傳遞能量。由 **Stoke's drift** 定理，我們可以知道 Stokes 波(二階)中  $u$  正比於  $a^2$ ，在更高的非線性狀況中，理應有類似的特色，只是多了修正項。我們合理推測，在造波鼓的兩端，因為旁邊沒有阻擋，易產生向兩側的水流；相對而言，三角形區域的正前方，因振幅較小，向前的水流較弱；至於三角形內部區域，各波包之效應相互削弱。綜觀以上敘述，巨觀的現象為向兩側的水流，而造波鼓前方的水流回補償。

此假說尚待驗證，目前我們想到的驗證方式如下：

以數值方法模擬排列的點波源，將 **Stoke's drift** 公式：

$U \approx \frac{1}{4} \omega k H^2$  代入檢驗，若整體流動的趨勢大致符合實驗結果，便驗證了此假說。

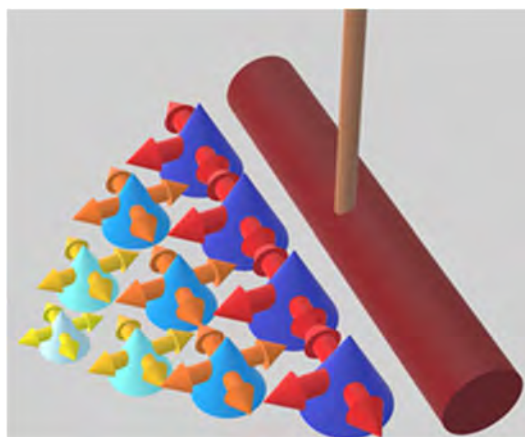


圖 23 假說示意圖

我們於是嘗試將此數值模式與提出的假說結合，在模擬的邊界條件設計一排排的點波源，觀察水流的傾向。以 tracker 量測波高，代入公式，設定第一排的點波源向外的最大流速。目前的模擬只能觀察大概的現象。如果假說是正確的，或許方程式不必非常接近真實，只要能呈現波動和水流就能出現回流的現象，那麼此假說就值得做後續討論。

在此，雖然波包的位置和間距通常不固定，先粗估 **cross-waves** 波長 2cm，每一橫排上的波包間距 2cm、一排波包與另一排間距 2cm 公分、向外最大流速每往前一排減為前一排之 60%（由 Moisy(2012)[1]可知一排排的波包的波高是指數遞減的）。波

包的寫法是，假設點波源為駐波，令一半徑 0.5 公分圓形區域的邊緣流速呈現規律垂直向外、向內的變化（簡諧）。

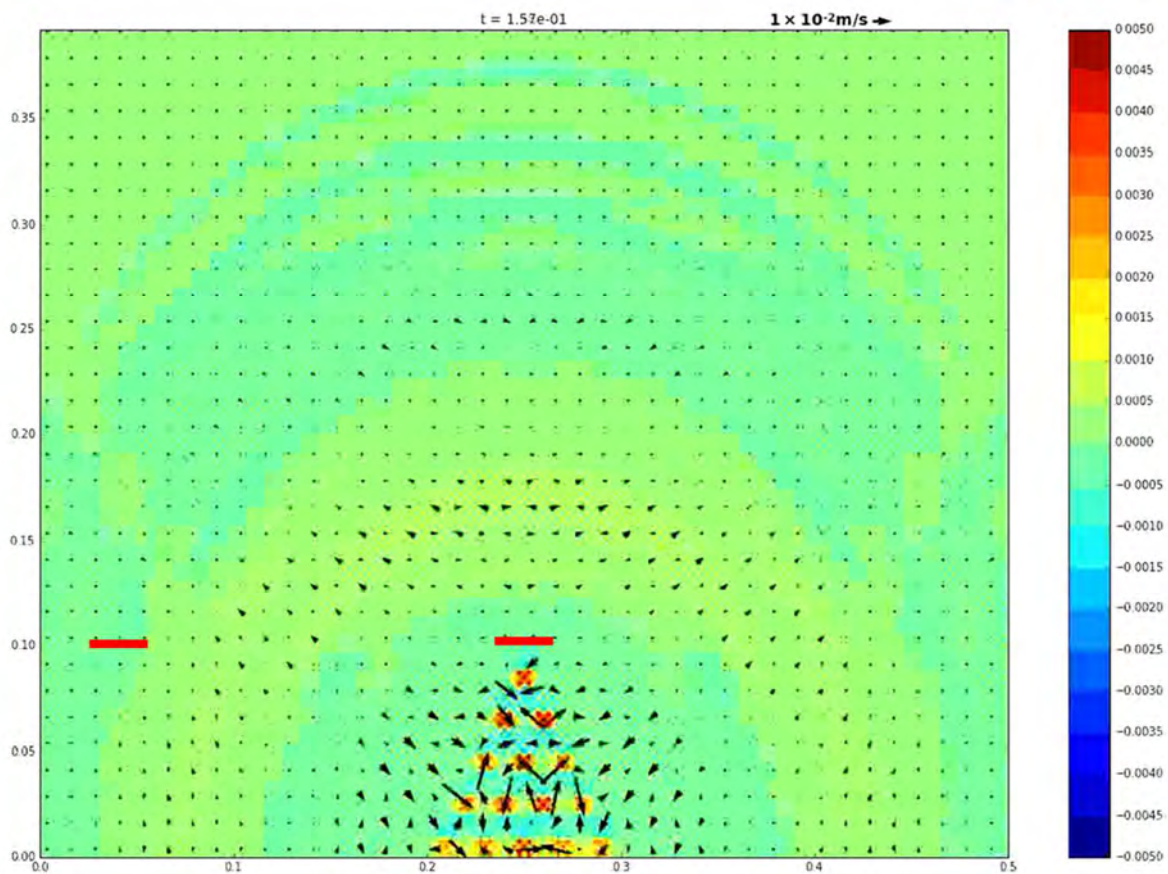


圖 24 點波源假說模擬

註：此為水槽俯視圖。紅粗線標示的區域是計算通量的面。

依此模擬所得之通量如下圖：

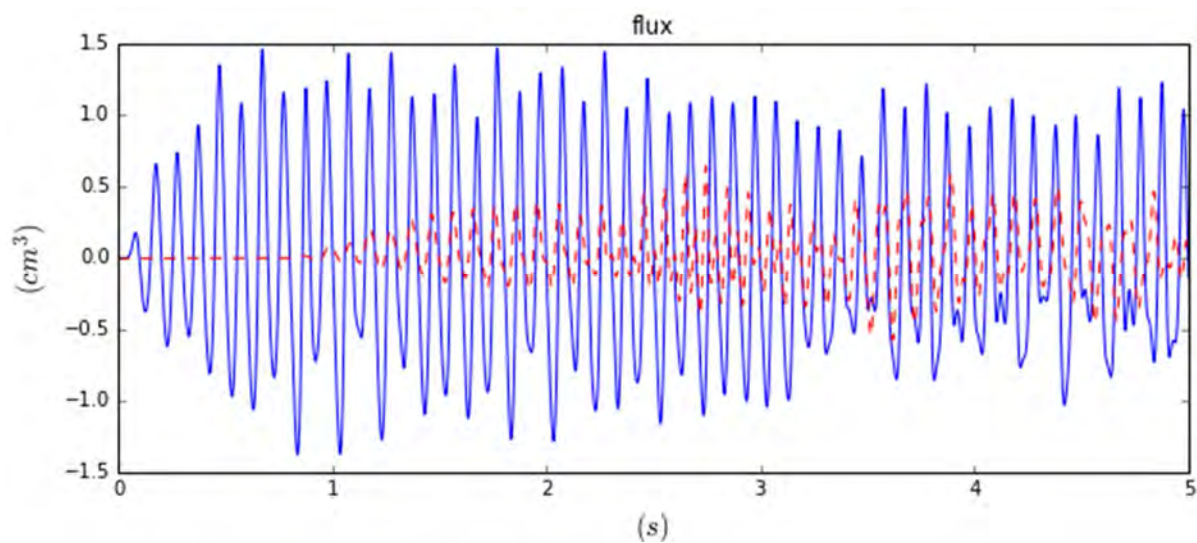


圖 25 通量比較圖

註：藍實線為圖 7 中，點波源陣列前緣的紅線上之通量隨時間變化曲線，紅虛線為距離中央 21 公分處（近水槽邊緣）之通量隨時間變化曲線。取 4~5 秒內相對前四秒穩定的平均通量，得波包陣列前（藍線）為 $-0.0340 \text{ (cm}^3\text{)}$ 、左側水槽邊緣處（紅線）為 $0.0267 \text{ (cm}^3\text{)}$ ，出現中央回流，兩側出去流的趨勢。

### 三、 未來展望

- (一) 分析不同變因（如：波長、波腹高度等）下的 Poincaré map，為現象建立模型，充分描述造波鼓前的波動特徵。
- (二) 流體中的許多現象其實是邊界所造成。由原先的小水槽換置大水槽，其目的在於避免反射波的影響。但即使在大水槽進行實驗，反射波的干擾明顯較小水槽若，仍感覺出去留及回來流會「因為邊壁而顯著地轉向」。那麼，在無法完全消除邊壁的狀況下，我們就必須在不同的水槽長寬下進行實驗，討論邊壁的影響究竟是否那麼重要，並觀察渦旋的影響範圍。而水深是影響水波重要的參數，希望改變水深後觀察水波的變化。以上兩者，可由一個簡易的方式進行，不必真的換水槽。我們可以在水槽中墊板子，改變板子固定的深度或寬度即可改變邊界條件。
- (三) 觀測波形時發現倍週期駐波對於震盪條件呈現遲滯現象。即，當我們將頻率(或最大加速度)增加而突破臨界使粒子回流、cross-waves 出現，與頻率(最大加速度)下降而突破臨界使粒子遠離、變回規則前進波，兩者之臨界有些微的不同，前者較後者略大  $0.2 \sim 0.4g$ 。未來希望能專注於臨界條件附近的流場變化，而實驗時，加速度「由小到大」與「由大到小」都進行，將兩曲線疊合，再進行其他探討。
- (四) 目前探討此現象的人並未對此現象的成因提出清楚的解釋。希望能以簡單的方式解釋此現象。掌握此現象的成因後，或許能在波浪工程上有更進一步的發展與應用。
- (五) 回去流現象或許可以用來收集水表的污染物，但尚不知在水表放置濾網之類的障礙物是否會破壞固有波形而使現象消失。

## 伍、 參考文獻

- [1] 張若愚 (2012)。徹底研究 python 科學計算。台灣： 上奇資訊。
- [2] 蘇金佳 (譯) (民 84)。流體力學 (原作者：Irving H. Shames)。台北市：麥格羅·希爾。(原著出版年：1992)
- [3] Frédéric Moisy, Guy-Jean Michona, Marc Rabaud, Eric Sultan. (2012). Cross-waves induced by the vertical oscillation of a fully immersed vertical plate. *Physics of Fluids* 24(2). doi: 10.1063/1.3686696
- [4] Horst Punzmann, Nicolas Francios, Hua Xia, Gregory Falkovich, Micheal Shats. (2014). Generation and reversal of surface flows by propagating waves. *Nature physics*, Sep, Vol 10, 658-663. doi : 10.1038
- [5] Kaplan, Daniel. (1995). *Understanding nonlinear dynamics*. New York: Springer Science+Business Media New York
- [6] S. Taneda. (1994). Visual observations of the flow around a half-submerged oscillating circular cylinder. *Fluid Dyn. Res.* 13(3-4), 119. doi : 10.1016/0169-5983(94)90046-9
- [7] Y. Nakayama. (1999). *Introduction to fluid mechanics*. UK : Arnold.

## 【評語】 160035

本作品探討造波的物理，造成水的逆流，發現加速度達到臨界值，行進方向產生逆流。作者以不同形狀造波鼓、不同加速度進行觀測，並將實驗結果以 Poincare's map 進行分類，作品實驗內容完整，並能以適當理論進行結果分析，且有創新性，實為一件優良作品。