

2016 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160027
參展科別 物理與天文學
作品名稱 液滴凝成奇異形狀的研究
得獎獎項 大會獎：二等獎

就讀學校 國立嘉義高級中學
指導教師 李文堂、侯富議
作者姓名 宋冠霖、陳冠任

關鍵字 冰錐、接觸角、濃稠液

作者簡介



我們是宋冠霖和陳冠任，就讀嘉義高中一年級科學班。我們都對自然科學抱有濃厚的興趣，歷經國小到國中科展與科學競賽，都獲得不少獎項。進入嘉義高中科學班之後，我們一同加入物理研究社，有幸在李文堂老師的帶領下，我們更進一步體會到物理世界的精深與奧妙，更激起我們對物理研究的熱忱。在實驗的過程中，我們不但克服了重重的困難，而且還要兼顧繁重的課業，這段歷程讓我們學習很多也成長了不少，更感謝這一路上陪著我們還有在百忙中耐心教導我們的李文堂老師和侯富議老師。謝謝所有幫助與鼓勵我們的師長們讓我們有機會參與這次的國際科展，為我們的高中生涯留下多采多姿的印記。

摘要

乾冰上方放一銅片，在銅片上方滴一液滴後，液體由下向上凝固成冰，最後在頂端形成圓錐形、圓弧形或煙囪形等三種不同奇異形狀；這些奇異形狀的形成取決於液體的分子力以及液體分子和冰之間的附著力大小，亦即由接觸角所決定。利用微積分可推導出接觸角、頂角、以及冰液相對密度間的關係式。

水在凝固過程中，利用 Hele Shaw Cell 量得接觸角為 90° ，水滴頂端凝成頂角 65° 的圓錐形。乙醇水溶液和葡萄糖水溶液的接觸角均隨溶液的濃度的增加而遞減且均小於 90° ，液滴頂端都凝成圓錐形。氯化鈉、氯化鉀、氯化鎂、氯化銨等四種不同濃度(0.75m~3m)的氯化物水溶液，高濃度的液滴頂端形成圓弧形，低濃度者形成煙囪形，濃度居中者形成圓錐形。2m 的氯化銨水溶液液滴頂部先凝成煙囪，煙囪內再向上長出圓錐形。由推導出的關係式可解釋這些液滴凝成的奇異的現象。

Abstract

The tip of the drop freezes into three different, distinct shapes when a drop of liquid is disposed on a very cold substrate that is well below freezing temperature. After placing the drop of aqueous solution on the cold substrate, the tip of the droplet forms a conic shape, a chimney, or a smooth surface. The contact angle between ice and the liquid solution, which changes with the concentration of the aqueous solution, results in the shape of the droplet tip. A Hele Shaw cell is used to measure the contact angle and the propagation of the freezing front of the drop.

Water, ethyl alcohol, aqueous glucose solutions, and aqueous chloride solutions are used in this experiment. Water, ethyl alcohol, and aqueous glucose solutions all form a conic tip when frozen. The contact angle of water is 90° , which forms a conic tip that has a conic angle of 65° . Additionally, a distinct principle has been found about ethyl alcohol and aqueous glucose solution – as the concentration of the solution goes up, the contact angle between the ice and the solution decreases (all less than 90°), while the conic angle of the tip increases.

On the other hand, chloride solutions form into three different stages of singularities. They form a mushy layer first while being frozen, where the mushy layer later turns into ice, different from the aforementioned solutions. When the concentration of aqueous chloride solution is high, it will form a smooth surface. A conic tip will be formed when the concentration of the solution is 1.0 – 2m. However, concentrations that are low for aqueous chloride solutions will form a chimney.

Furthermore, specifically using 2.0m of ammonium chloride solution, a chimney is formed, but a conic tip forms on top of the chimney. This fuses two different stages of singularities together into one. All different types of aqueous chloride solutions can develop into three definite stages of singularities depending on the concentration of the solution, and it can also develop two stages of singularities at the same time as well.

壹、研究動機

玻璃杯盛滿水放進冰箱的冷凍庫內，結成的冰頂端凝成圓錐形，引起我們進一步研究的興趣。

貳、研究目的

- 一、實驗探討水滴形成冰錐的原因。
- 二、實驗探討不同液體頂端形成冰錐之差異。

參、研究過程及討論

一、文獻探討：

乾冰或液態氮上方放一銅片，銅片上方滴一水滴，水由下往上凝固，頂端形成圓錐狀冰錐。Snoeijer (2012) 認為水由下往上凝固的過程水位保持水平，據此推導出一個冰錐的圓錐角 θ 和冰水相對密度 ρ 的關係公式，實驗的結果 $\theta = 65^\circ$ ，將它代入圓錐角和冰水密度相對密度公式，得到的冰水相對密度 = 0.75。Nauenberg (2012) 認為冰水相對密度 = 0.917，而且將還在凝固的水滴的上方，用刀片將水滴的頂端切掉，可以看到已凝固的冰上方呈現火山口狀，顯然水由下往上凝固的過程水位不是保持水平，而是邊緣部分比中央部分高。Marin (2014) 用 Hele Shaw Cell 觀測正在凝固的水滴的凝固過程，結果和 Nauenberg 相同。氯化銨水溶液在凝固時會長出煙囪狀的圓柱形，Chung (2002), Peppin (2008) 都曾經討論過這個現象。

二、原理:

1. 傅立葉定律: 圓柱截面積 A ，長度 ΔX ，兩端溫度差 ΔT ，導熱係數 k ，熱傳導速率 Q

$$Q = \frac{\Delta H}{\Delta t} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \dots (1)$$

2. 把銅片放在冷劑上方，並滴上液滴，液滴的熱量開始向下流往銅片並結成冰。當冰液的交界呈水平狀態時，液滴外緣的熱流量會大於內部，外緣的液體結成冰所放出的凝固熱將以輻射狀流向銅片，如圖一所示。因冰的導熱係數約為液體的五倍，使得接近外緣的冰快速上升，同時冰液交界面會呈凹谷型，冰的表面張力使凹谷成為圓球形的一部分。
3. 液體繼續向上凝固，球型凹谷的半徑亦逐漸縮小，在冰液的交界面上，各點以相同的速率凝固，頂端的液體將凝成冰錐，如圖二所示，並且，球型凹谷的球心也會座落在冰錐的頂點。

4.液體快要凝成冰錐時，令冰的凹球半徑為 r ，體積為 V_1 ，液體的表面張力將使 V_1 上方的液體成為圓球形的一部分，令其體積為 V_2 ，如圖三(a)所示。冰(固體)、液體、空氣(氣體)交界點的接觸角 ϕ 。 ϕ 的量值由液體分子的內聚力以及液體和固體間的分子附著力所決定。

5.液體凝成冰錐後，令冰錐體積為 V_3 ，如圖三(b)所示。

6.如圖四所示，半徑 R 的圓球中含有半徑 r 的一部分，可計算距球心 y 處的體積等於：

$$y = R \cos \alpha \quad dy = -R \sin \alpha d\alpha$$

$$dV = \pi(R \sin \alpha)^2 dy$$

$$\therefore dV = -\pi R^3 \sin^3 \alpha d\alpha$$

$$V_1 = \int_{\theta}^0 -\pi R^3 \sin^3 \alpha d\alpha$$

又 $R=r/\sin \theta$ 積分得：

$$V_1 = \frac{\pi r^3}{3} \frac{(1 - \cos \theta)^2 (2 + \cos \theta)}{\sin^3 \theta}$$

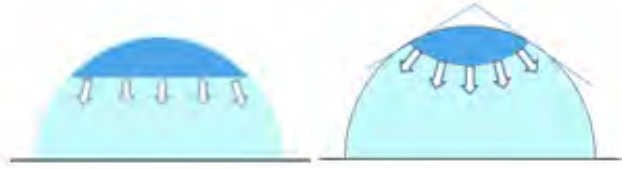
同理可得：

$$V_2 = \int_{\pi-\phi-\theta}^0 dV = \frac{\pi r^3}{3} \frac{[1 - \sin(\theta + \phi)]^2 [2 + \sin(\theta + \phi)]}{\sin^3(\theta + \phi)}$$

$$V_3 \text{ 為錐體的體積，} \therefore V_3 = \frac{1}{3} \pi r^2 \frac{r}{\tan \theta} = \frac{\pi r^3 \cos \theta}{3 \sin \theta}$$

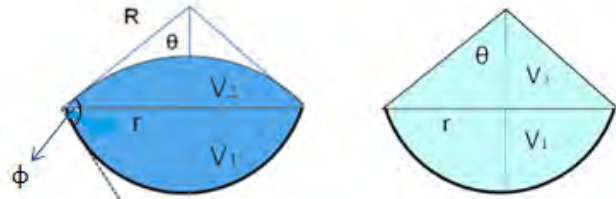
7.冰的密度 ρ_i ，水的密度 ρ_w ，令冰和水密度的比值 ρ_i/ρ_w 為 ρ ；而水凝固前的質量等於凝固後冰的質量，令其為 M ，所得如下：

$$\rho = \frac{M/(V_1 + V_3)}{M/(V_1 + V_2)} = \frac{\frac{(1 - \cos \theta)^2 (2 + \cos \theta)}{\sin^3 \theta} + \frac{[1 - \sin(\theta + \phi)]^2 [2 + \sin(\theta + \phi)]}{\sin^3(\theta + \phi)}}{\frac{(1 - \cos \theta)^2 (2 + \cos \theta)}{\sin^3 \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} \dots (1)$$



圖一:冰液交界處，外緣的熱流量大於內部時，形成冰錐

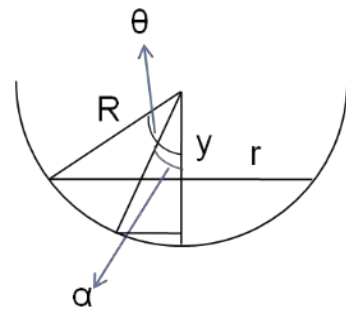
圖二:凹谷的冰液交界處，各點凝固熱流的速率相同時，形成冰錐



(a)

(b)

圖三:(a)冰的凹洞體積 V_1 ，尚未凝成冰的液體體積 V_2 ，(b)冰的凹洞體積 V_1 ，凝成冰的體積 V_3



圖四:計算 V_1 及 V_2

三、實驗：

(一)、實驗一：水滴凝成圓錐形冰錐

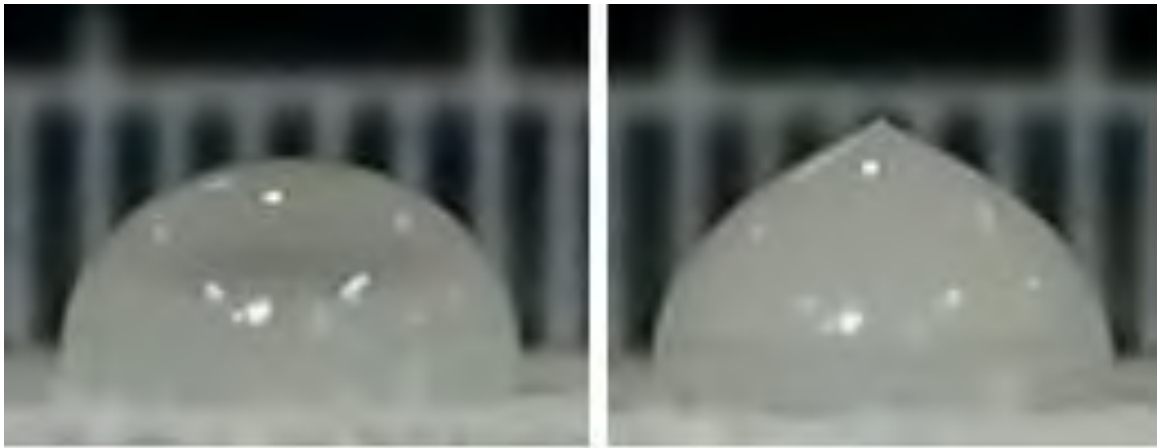
1.目的：觀察水滴形成冰錐的過程。

2.研究器材及設備:

保溫杯、冷劑(乾冰+乙醇+乙二醇)、銅片附腳座、注射筒、20號針頭(針頭磨平)、紅外線溫度計、蒸餾水、攝影機、電腦、KMPlayer、Mapple 15 等軟體。

3.實驗步驟：

保溫杯中放入乾冰，加入 30ml 的乙醇 20ml 的乙二醇形成冷劑，銅片的腳座插入冷劑中。以紅外線溫度計測量得銅片表面溫度為 -29°C ，注射筒內裝蒸餾水，由針頭滴下水滴，並使用攝影機拍下水滴凝固過程。實驗所拍攝之影片利用電腦軟體 KMPlayer 播放，播放時採逐格播放，再擷取圖片，影片上會顯示擷取時間。



圖五、水滴凝固過程:在 $t=0\text{s}$ 時由滴管流出，直徑 4.6mm。在 $t=16\text{s}$ 時，形成冰錐。

(二)、實驗二：用 Hele Shaw Cell 觀測水滴凝固過程

1.目的：：用 Hele Shaw Celle 觀測水滴

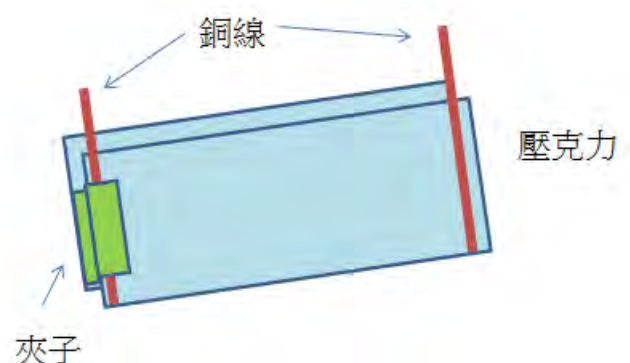
凝固過程。

2.實驗器材：和實驗一相同，自製 Hele Shaw Cell(圖六所示兩片壓克力用夾子夾緊，插入直徑 1mm 的銅線)

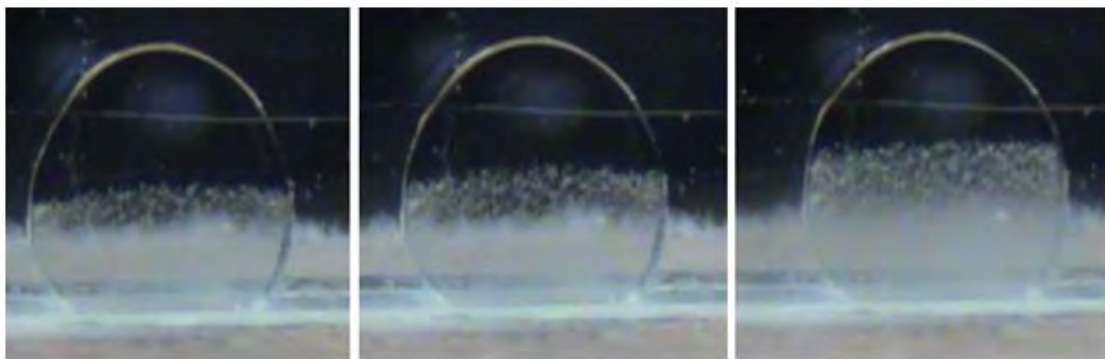
3.實驗步驟：

(1).銅片放在水平桌面上，將 Hele Shaw Cell 放置於銅片上方，注射針頭滴入水滴，表面張力使水滴成厚度 1mm 的圓餅形。

(2)Hele Shaw Cell 放在冷銅片上，紅外線溫度計量得冷銅片溫度 -29°C 。使用攝影機拍下水滴凝固過程。KMPlayer，播放時採逐格播放，再擷取圖片。



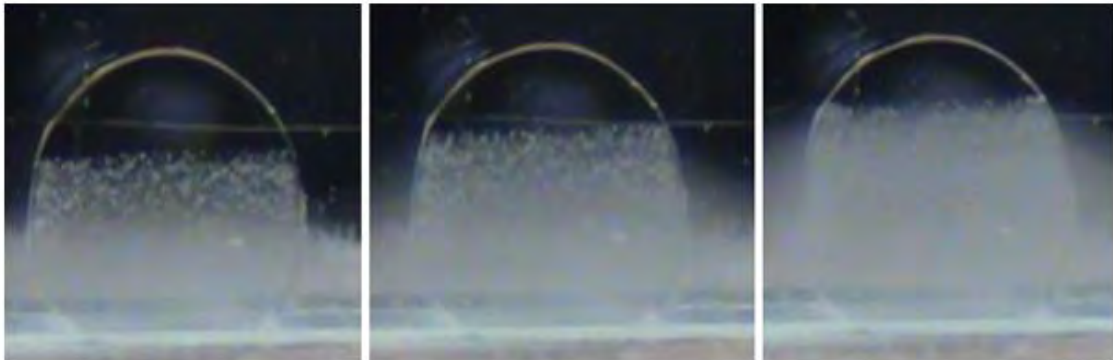
4.實驗結果:



30s

35s

45s



50s

60s

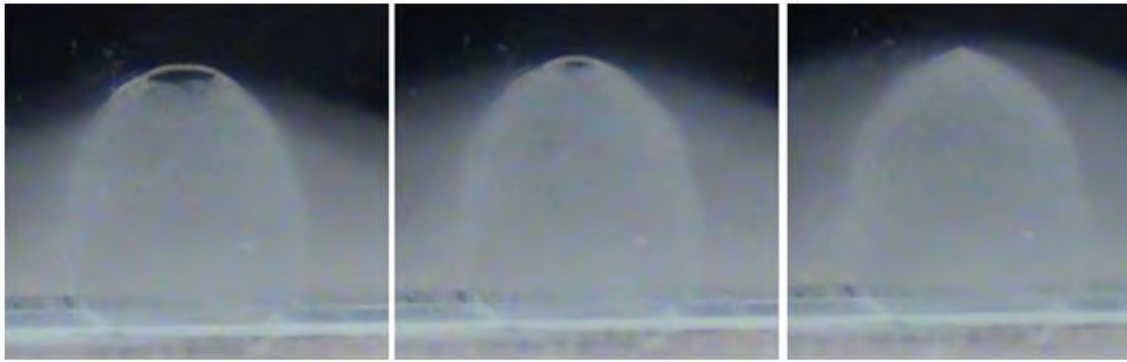
70s



80s

90s

95s

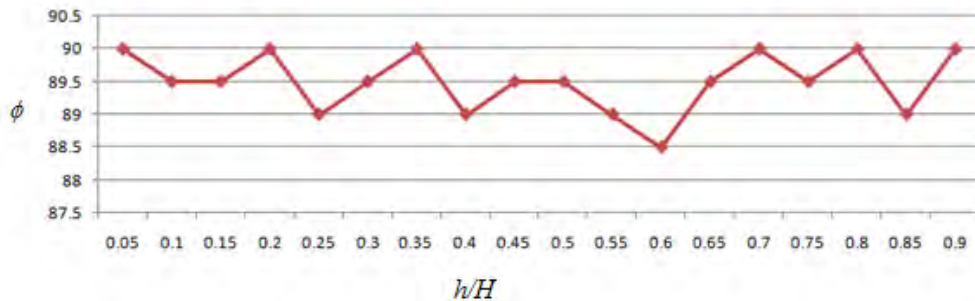


100s

105s

110s

圖七:水滴在 Hele Shaw Cell 的凝固過程。

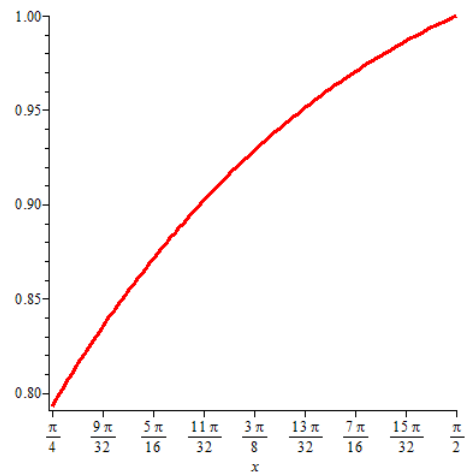


圖八:水滴凝固過程，接觸角(ϕ°)隨高度比(h/H)的變化。 H ：水滴高度， h ：測量接觸角處的高度。

- (1).圖七是 Hele Shaw Cell 內一滴水滴凝固的過程，0 秒時水滴和冷銅片(-29°C)接觸處凝固的冰凹向上，30 秒時，冰液界面成水平狀態，60 秒後冰面開始凹向上，105 秒水滴頂端形成圓錐形，測量不同高度的接觸角，結果如圖八所示。
- (2). 取接觸角 $\phi = 90^\circ$ ，代入公式(1)得到

$$\rho = \frac{M/(V_1 + V_3)}{M/(V_1 + V_2)} = \frac{\frac{(1 - \cos\theta)^2(2 + \cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{(1 - \sin\theta)^2(2 + \sin\theta)}{\cos^3\theta}}{\frac{(1 - \cos\theta)^2(2 + \cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} \dots(2)$$

(3)用電腦軟體 Mapple15 作 $\rho - \theta$ 圖
 ，如圖五所示， $\theta = 65^\circ$ 時， $\rho = 0.917$ 。



圖九：公式(2)的
 $\rho - \theta$ 關係圖

(三)、實驗三 :測量冰與水的密度比值 ρ

1.目的：： 測量冰與水的密度比值 ρ

2.實驗器材 :銅杯、電子天平、刀片、溫度計、乾冰。

3.實驗步驟：

(1).以電子天平量出銅杯質量 M_0 ，注滿水(以刀片沿杯面刮過，去除因表面張力而凸起的水面)拭乾銅杯後，量得質量 M_1 。用紅外線溫度計測得水溫 $t^\circ\text{C}$ 。

(2)盛滿水之銅杯置於乾冰之上，水逐漸結冰時，以刀片刮除杯面凸起的水，水全部結冰時，用刀片刮除杯面的冰，拭乾銅杯，以電子天平量得冰加銅杯之總質量 M_2 ，紅外線溫度計測得冰的溫度 $t_0^\circ\text{C}$ 。

$$\rho = \frac{(M_2 - M_0)/V_2}{(M_1 - M_0)/V_1}, V_2 = V_1[1 - \gamma(t - t_0)] \therefore \rho = \frac{M_2 - M_0}{M_1 - M_0} [1 - \gamma(t - t_0)] \dots (3)$$

由測量得到的 M_1 ， M_2 ， M_0 及 t ， t_0 查得銅的膨脹係數 γ ，並利用公式(2)求出冰水密度比值 ρ 。

表一:測量冰水密度比值

(3)結果：. 測量冰
 與水的密度比值 ρ
 $= 0.919$ ，和公認值 ρ
 $= 0.917$ 差 0.22%。

M_0 (g)	M_1 (g)	M_2 (g)	t ($^\circ\text{C}$)	t_0 ($^\circ\text{C}$)	γ ($\frac{1}{^\circ\text{C}}$)	ρ
21.23	92.35	86.59	25	-2.0	1.70×10^{-5}	0.919

(四)、實驗四 :底部直徑大小不同的水滴凝成的冰錐

1.目的：：比較不同大小的水滴凝成

的冰錐，圓錐角是否相同。

2.實驗器材：和實驗一相同

3.實驗步驟：

(1).銅片放置於桌面上，滴入一水滴
底部寬度 6.4mm，放到乾冰上方，
用攝影機拍下凝固過程，在電腦上
擷取圖形。



(a)

(b)

圖十:(a)水滴底部寬 6.4mm (b) 寬 4.3mm

(2)從圖片量取圓錐角 θ 。

(3).改滴入另一滴底部寬度 4.3mm

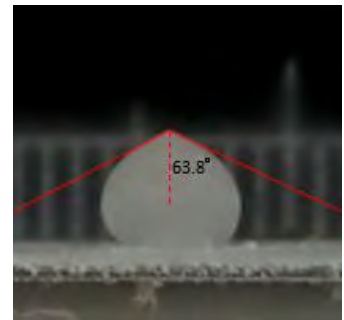
的水滴重做實驗。

4.結果及討論：

(1).圖十(a)、(b)分別為底部寬度 6.4mm 及 4.3mm 的水滴凝成
的冰錐。

(2).冰錐圓錐角，圖十 (b)為 63.8° 。

(3).上述測量得到的圓錐角代入公式(1)得到的冰水相對密度
比值=0.911，小於 0.917。水滴凝固過程時，水中有直徑大小
約 0.1mm 的氣泡在移動，這些氣泡的存在使得冰水的相 對密度比 0.917 小，所以量到的圓
錐角小於 65° 。



圖十一：圖九(b)的圓錐角

(五)、實驗五 :乙醇水溶液凝成冰錐

1.目的：探討乙醇水溶液形成冰錐之情形，以及其冰及乙醇水溶液相對密度、接觸角和頂角
的關係。

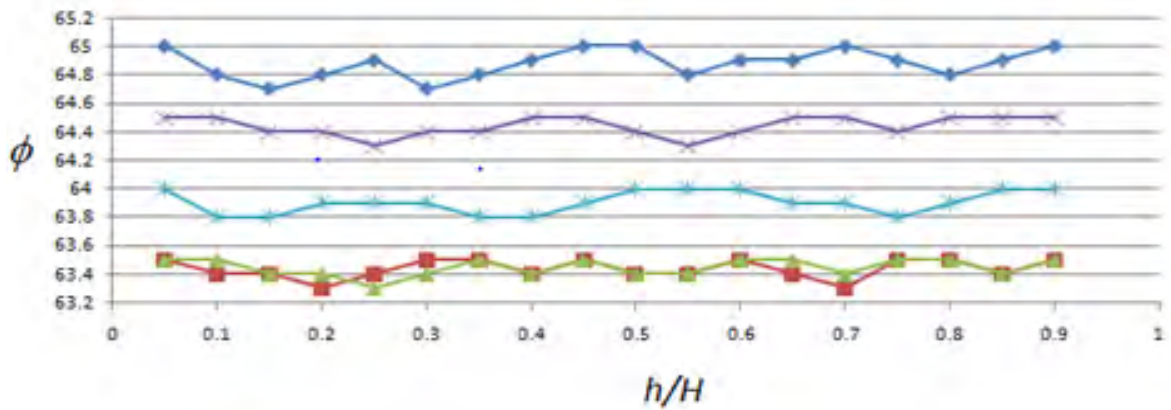
2 研究器材：(1)3m、2m、1.5m、1m 及 0.75m 之乙醇水溶液(2)其餘器材與實驗二相同。

3 實驗步驟：與實驗一相同。另用實驗三的方法測量冰液相對密度。

4 結果及討論：



圖十二:乙醇水溶液凝成的冰錐，溶液濃度由左至右依次為 0.75m,1m,1.5m,2m,3m



圖十三: 乙醇水溶液凝固過程，接觸角(ϕ°)隨高度比(h/H)的變化。 H : 液滴高度， h : 測量接觸角處的高度。數列由上而下濃度依次為:0.75m、1m、1.5m、2m、3m

- (1).五種不同濃度乙醇水溶液凝成的冰錐，全部呈現圓錐形。圓錐角列於表二。
- (2).圖十三為五種不同濃度的乙醇水溶液利用 Hele Shaw Cell 測量接觸角隨液滴高度的變化；水溶液含乙醇的濃度愈高漸增，分子力愈小，所以接觸角愈小。測量得到接觸角列於表一。
- (3).由圖十四:Hele Shaw Cell 內的凝固過程中同一濃度的乙醇水溶液的接觸角不隨高度改變。
- (3).將上兩列的圓錐角 θ 值及接觸角 ϕ 分別代入公式(1)

$$\rho = \frac{M/(V_1 + V_3)}{M/(V_1 + V_2)} = \frac{\frac{(1 - \cos\theta)^2(2 + \cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{[1 - \sin(\theta + \phi)]^2[2 + \sin(\theta + \phi)]}{\sin^3(\theta + \phi)}}{\frac{(1 - \cos\theta)^2(2 + \cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} \dots(1)$$

得到的冰水相對密度 ρ 值和文獻所記載的結果相同。



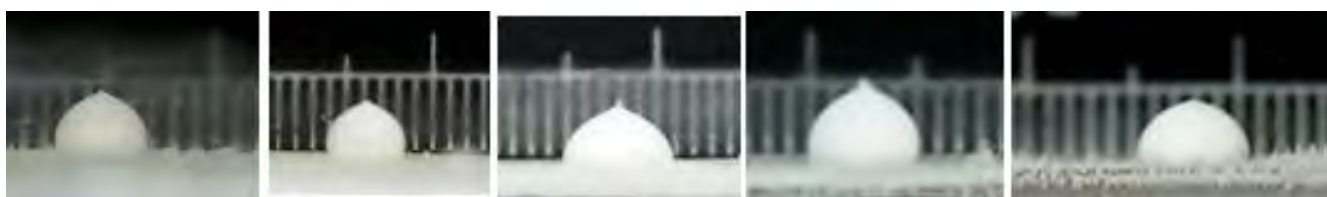
圖十四:同一濃度的乙醇水溶液凝固時，接觸角不隨高度改變

表二：不同濃度乙醇水溶液的物理量值

乙醇水溶液	液滴寬度 (mm)	凝固時間 t(s)	圓錐角 θ°	接觸角 ϕ°	相對密度 ρ (測量值)
0.75m	5.60	20	64.7	65	0.910
1m	4.40	16	61.7	63.5	0.900
1.5m	5.67	14	57.3	63.5	0.873
2m	5.59	14	48.6	64.5	0.818
3m	4.76	13	46.4	64	0.801

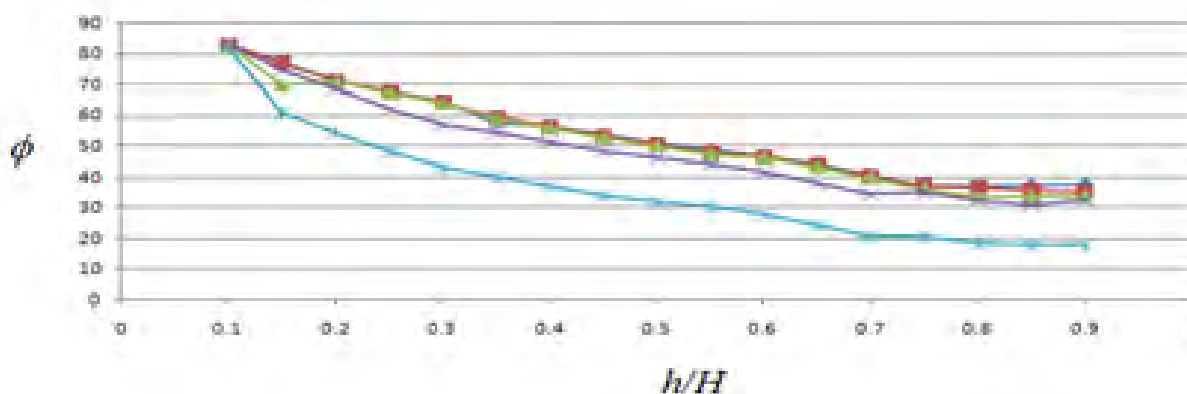
(六)、實驗六：葡萄糖水溶液凝成冰錐

- 目的：探討葡萄糖水溶液形成冰錐之情形，以及其冰及水溶液相對密度、接觸角和頂角的關係。
- 研究器材：(1)3m、2m、1.5m、1m 及 0.75m 之葡萄糖水溶液(2)其餘器材與實驗一相同。
- 實驗步驟：與實驗一相同。
- 結果及討論：



圖十五：葡萄糖水溶液凝成的冰錐，溶液濃度由左至右依次 0.75m, 1m, 1.5m, 2m, 3m

- 圖十五為濃度 0.75m，1m，1.5m，2m，3m，五種不同濃度的葡萄糖水溶液凝成的冰錐，全部呈現圓錐形。測量其圓錐角 θ 分別為 59.5° 、 61° 、 61.8° 、 63.5° 和 72° 。



圖十六：葡萄糖水溶液凝固過程，接觸角(ϕ°)隨高度比(h/H)的變化。數列由上到下依次為 0.75m、1m、1.5m、2m、3m

- (1).五種不同濃度葡萄糖水溶液凝成的冰錐，全部呈現圓錐形。圓錐角列於表三。
- (2).圖十六為五種不同濃度的葡萄糖水溶液利用 Hele Shaw Cell 測量接觸角隨液滴高度的變化；水溶液含葡萄糖的濃度愈高，分子力愈小，所以接觸角愈小。測量得到接觸角列於表三。
- (3).圖十七:Hele Shaw Cell 內的凝固過程中同一濃度的葡萄糖水溶液因凝固時溶解度隨溫度下降而減少，水溶液含葡萄糖的比例漸增，分子力漸小，所以接觸角漸小。
- (4). 圖十六為濃度 0.75m, 1m, 1.5m, 2m, 3m, 五種不同濃度的葡萄糖水溶液利用 Hele Shaw Cell 測量接觸角隨液滴高度的變化，測量得到接觸角 ϕ 分別為 37.5°、35°、33.5°、32°和 18°。
- (5).將上兩列的圓錐角 θ 值及接觸角 ϕ 分別代入公式(1)

$$\rho = \frac{M/(V_1+V_3)}{M/(V_1+V_2)} = \frac{\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2[2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)}}{\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} \dots(1)$$

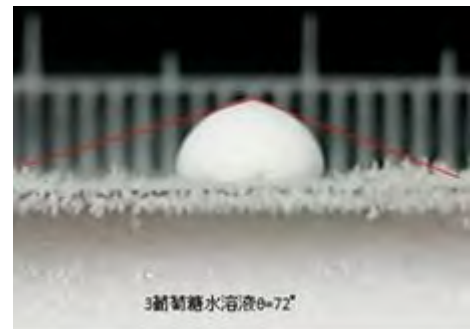
得到的冰液相對密度 ρ 值和文獻所記載的結果相同。

表三：不同濃度葡萄糖水溶液之比較

葡萄糖水溶液	液滴直徑(mm)	t(s)	θ°	ϕ°	ρ
0.75m	4.10	10	59.5	37.5	0.786
1m	4.17	14	61	35	0.788
1.5m	5.90	15	61.5	33.5	0.790
2m	4.77	19	63.5	32	0.792
3m	4.88	14	72	18	0.800



圖十七:同一濃度的葡萄糖水溶液凝固時，接觸角隨高度遞減



圖十八:3m 葡萄糖水溶液結成的冰錐 $\theta = 72^\circ$

- (6). 葡萄糖水溶液所結成的冰結冰後用手壓觸，軟綿綿的像雪糕，因為葡萄糖溶在水中時較不均勻，混合物在急速結冰時不易形成穩定晶型，量得的相對密度(ρ)亦偏低。

(七)、實驗七：氯化鈉水溶液凝成煙囪狀冰錐

- 1.目的：探討氯化鈉水溶液形成冰錐之情形。
- 2.研究器材：(1)3m、2m、1.5m、1m 及 0.75m 之氯化鈉水溶液，其餘器材與實驗一相同。
- 3.實驗步驟：與實驗一相同。
- 4.結果及討論：



圖十九: (a)至(e)依次為 0.75m，1m，1.5m，2m，3m 的氯化鈉水溶液凝固形成的冰錐，(a)，(b)頂端為煙囪狀，(c)(d)為圓錐狀，(e)圓弧形

- (1).圖十九: (a)至(e)依次為 0.75m，1m，1.5m，2m，3m 的氯化鈉水溶液凝固形成的冰錐，(a)及(b)濃度分別為 0.75m 及 1m 氯化鈉水溶液頂端凝為煙囪形，(c)1.5m 氯化鈉水溶液頂端凝成圓錐形，(d) 2m 氯化鈉水溶液頂端凝成圓錐形，(e) 3m 氯化鈉水溶液頂端凝圓弧形。換言之，氯化鈉水溶液的液滴頂端可凝成煙囪形、圓錐形和圓弧型三種不同的奇異形狀。
- (2).圖二十為:3m 的氯化鈉水溶液在 Hele Shaw Cell 內的凝固過程，21 秒末液滴分成三層，最下方的一層是冰，中間層是濃稠液(Mushy layer, Peppin 2008)，最上方一層是氯化鈉水溶液液。



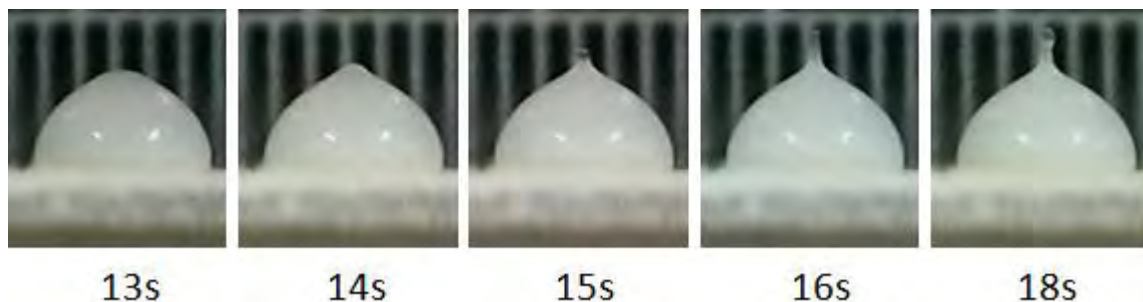
圖二十:3m 氯化鈉水溶液在 Hele Shaw Cell 內的凝固過程

- (3).氯化鈉水溶液滴在冷金屬板時，因凝固點低(3m 的氯化鈉水溶液凝固點為 -11.2°C)，使得水溶液物理性質改變成濃稠層。濃稠層的折射率和冰以及水溶液不同，因此圖二十顯現出三層；濃稠液有多孔性(porous)及高滲透性，會有對流(mass convection)現象，濃稠液中的水下移結冰，使得濃稠液的濃度漸增分子力漸減。(氯化鈉水溶液的分子力隨著濃度的增加而遞增，濃稠層的多孔性卻使得分子力隨著濃度的增加而遞減)。
- (4). 圖二十 48 秒末剩下兩層，下層是冰，上層是濃稠液，濃稠層的濃度漸增分子力漸減，冰液的接觸角漸減，到頂端時接觸角 0° ，圓弧形圓錐角為 90° ，頂端呈圓弧形。
- (5).2m 的氯化鈉水溶液滴在冷金屬上先凝成濃稠液往上升，濃稠液的接觸角隨高度的變化，凝固狀況和和葡萄糖水溶液類似，形成圓錐形，圓錐角 $\theta = 49^{\circ}$ ，冰液相對密度 $\rho = 0.835$

分別代入公式(1)

$$\rho = \frac{M/(V_1+V_3)}{M/(V_1+V_2)} = \frac{\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{[1-\sin(\theta+\phi)]^2[2+\sin(\theta+\phi)]}{\sin^3(\theta+\phi)}}{\frac{(1-\cos\theta)^2(2+\cos\theta)}{\sin^3\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} \dots(1)$$

得到的接觸角=46°。



圖二十一: 0.75m 的氯化鈉水溶液凝固成煙囪形

(6).圖二十一為:0.75m 的氯化鈉水溶液開始凝固後 14 秒末頂端開始凸起，15 秒變成煙囪形而且頂端有液滴。16 秒後煙囪漸高，最後部分未凝固的濃稠液從煙囪口流下。

(7)取圖二十一 14s 濃稠液即將全部結成冰放大成圖二十二。接觸角 103°的濃稠液分子內聚力大於濃稠液和冰間的附著力，水平線上方 V₂ 的濃稠液體積大於下方的 V₁(圖三 V₂ 小於 V₁)，液滴的上方濃稠液太多。15 秒末液滴的頂端液膜(液膜的水溶液濃度小於濃稠液，凝固點高先結冰)被上升的濃稠液擠破，成煙囪狀，濃稠液升到煙囪口。



圖二十二:即將形成煙囪的濃稠液

(八)、實驗八：氯化物水溶液凝成三種奇異形狀

1.目的：探討氯化物水溶液，液滴凝固時頂端凝成奇異形狀。

2.研究器材：氯化鉀、氯化銨、氯化鎂、等三種氯化物的水溶液，各配成濃度 3m、2m、1.5m、1m 及 0.75m 之氯化鈉水溶液其餘器材與實驗步驟均和實驗一相同。

3.結果及討論:

(1).三種氯化物的水溶液都先形成濃稠狀；溶液濃度小者凝成煙囪型，濃度較大的凝成煙囪形，更大的凝成圓弧形如表四所示。



圖二十三:3m 的氯化銨水溶液凝固時接觸角漸小

(2).圖二十三:3m 的氯化銨凝固時，接觸角漸減到頂端時，接觸角等於 0 度，頂端呈圓弧形，圓錐角 90°。

	0.75m	1m	1.5m	2m	3m
氯化鉀	煙囪	煙囪	圓錐	圓錐	圓弧
氯化鎂	煙囪	煙囪	圓錐	圓弧	圓弧
氯化銨	煙囪	煙囪	圓錐	圓錐	圓弧

(3).圖二十四:2m 的氯化銨凝固時，先凝成煙囪形，煙囪壁是由濃度較小的氯化銨水溶液凝成的冰(凝固點較高)煙囪內的濃稠液濃度比 2m 大凝成圓錐形。



圖二十四:2m 氯化銨水溶液先凝固成煙囪型，煙囪中再長出圓錐形

肆、應用

機械工業上在製造精密產品像渦輪機葉片時，如果原料中含有凝固時會產生煙囪(Chimney)的成份物質，製造出來的葉片在運轉時會產生抖動, Peppin (2008)，利用本實驗的簡易設備及方法可以找出形成煙囪的物質。

伍、結論

液滴在冷金屬上方凝固時可形成煙囪狀、圓錐狀或圓弧形。這些奇異形狀如何形成，取決於液體分子的內聚力以及冰液之間的分子附著力，也就是接觸角的大小，以及冰液相對密度的大小。水滴、乙醇水溶液和葡萄糖水溶液凝成圓錐形。氯化鈉、氯化鉀、氯化銨、氯化鎂凝固時先形成濃稠液，液滴最頂端可凝成煙囪形圓錐形和圓弧形三種不同的奇異形狀。

陸、參考資料

- Chung, C.A. & Worster, M.G. 2002 Steady state chimneys in a mush layer. *J. Fluid Mech.* **455**, 387-411
- Marin, A.G., Enriquez, O.R., Brunet, P., Colinet, P., and Snoeijer. 2014 Universality of tip singularity formation in freezing water drops. *Physical Review Letters* **113**, 054301
- Nauenberg, M. 2014. Theory and experiments on the ice-water front propagation in droplets freezing on a subzero surface. *arXiv:1409.7052*.
- NA, L. (1967). *Lange's handbook of chemistry*.
- Peppin, S.S.L., Herbert, Huppent and Woster, M.G., 2008 Steady-state solidification of aqueous chloride *J. Fluid Mech.* **599**, 465-476
- Snoeijer, J. H., & Brunet, P. 2012 Pointy ice-drops: How water freezes into a singular shape. *American journal of physics*, **80**(9), 764-771

【評語】 160027

1. 實驗技巧成熟，內容豐富。
2. 能呈現不同變因下，造成的現象變化，尤其動/靜態照片及影片，能清楚展示液滴凝成奇異果形狀的動態現象。
3. 宜定量分析實驗結果，引用相關物理，進一步探究實驗。