

# 2015 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號 160026  
參展科別 物理與天文學  
作品名稱 超高疏水表面水珠碰撞之探討  
得獎獎項 大會獎：三等獎

就讀學校 國立武陵高級中學

指導教師 張峰誌

作者姓名 溫皓良

關鍵字 實驗及模擬、水珠碰撞、超疏水表面

## 作者簡介



吾名乃溫皓良也，歲十八。自幼好學，尤邏輯鑽研更甚，詩書藝，皆有所涉。詩，月黑風高時，乃而吟詩自娛；書，閒而無所事事時，乃拾「費曼」之作，時俯而仰，能感嘆其奧妙也；藝，於初中之時，成天攜一皮衣與鞋，吞吐於國標舞之曼妙。今能造訪於士林，其功為父之汗、母之血、師之不棄也，吾乃感恩於之不盡中。願君能置余愚之不笑，懇請露三手教之。

## 摘要

本研究中探討的是，超高疏水表面上微小水珠結合後並發生向上彈跳的物理現象。此現象近年來被視為能夠應用在眾多領域上，包括增加導熱效率、anti-icing surface 等等。本研究從實驗和數值模擬的層面對此現象進行研究，探討水珠在結合中的表面能的振盪行為以及結合過程中受到的作用力，並提出了一套力學振盪模型來解釋水珠的複雜運動，並且將利用模型討論的結果與模擬結果比較。

在模型驗證之中，我將建立模型中使用的假設給與理論上的誤差，並從兩種觀點進行和實驗數據比較，其中以受力觀點討論水珠碰撞，我所建立的模型誤差在 2% 以內。最後，對於水珠碰撞在增加導熱效率的應用，我以實驗結果推論並提出了在未來實際應用時應注意的細節。

## **Abstract**

This research is to investigate the phenomenon of droplets collision and jumping up from the super-hydrophobic surface. Recently, this topic is seen to be applied in many fields, such as increasing heat and mass transfer efficiency, anti-icing surface, etc. I have conducted four main experiments and done numerical study to analyze the evolution of surface energy and the force acting on droplet when coalescing. In addition, I proposed an oscillating model and explained complicated fluid motion in two points of view; however, when verifying my model with experiment result, the model has a great agreement with experiment. Besides, comparing my model with simulation, I found out that there're differences and similarities between them, I gave them my reasonable explanations. In the end, based on my experiment result, I proposed several detail precautions to future people when applying droplet collision in increasing heat transfer efficiency.

## 參數表(SI 制)

參數	代數式/數值	名稱
x		笛卡爾坐標
y		笛卡爾坐標
Z		笛卡爾坐標
t		時間
i		x 計算格點
j		y 計算格點
n		t 計算格點
$\vec{n}$		邊界的法向量
$\vec{r}$		位置向量
$\vec{U}$	$u\hat{x} + v\hat{y}$	流場
u	$\partial x / \partial t$	X 方向速度
v	$\partial y / \partial t$	Y 方向速度
p		壓力
$\rho$		密度
$\rho_l$	1000	水之密度
$\rho_a$	1.138	空氣之密度

$\Delta\rho$	$\rho_l - \rho_a$	密度差
$\sigma$	0.07423	表面張力
$\varphi$		等位函數
$\Gamma$		固液邊界
$\varepsilon$		介面厚度
$\mu$		黏滯係數
$\mu_l$	1.308E-3	水黏滯係數
$\mu_a$	1.9103E-5	空氣黏滯係數
$\theta$		欲求解之物理量
$H(\varphi)$		Heaviside 函數
$\delta_\varepsilon$	$\partial H(\varphi)/\partial\varphi$	$H(\varphi)$ 函數的一階導數
L	$2D_1, 2D_2$	特徵長度
U	5	特徵速度
$P_c$	$\rho_l U^2$	特徵壓力
T	$L/U$	特徵時間
$\theta_c$	$175^\circ$	接觸角
$R_1, R_2$		結合前水珠之半徑
$D_1, D_2$		結合前水珠支直徑
D		結合後水珠之直徑

$\alpha$	$\frac{R_1}{R_2}, R_1 > R_2$	兩水珠半徑比例
$\Delta E$	$D^2 \pi \sigma (2^{1/3} - 1) - iK.E.$	能量差
$iK.E.$	$Mv_0^2 / 2$	初動能
$x_i, y_i$		初位移
$x_f, y_f$		末位移
$\Delta d$		兩金屬板間距
$\Delta V$		兩金屬板電位差
$\Delta t$		時距
$\theta_E$		電場與水平面夾角
$\theta_i$		初始夾角
$\theta_f$		末夾角
$M$	$\rho_l D^3 \pi / 6$	結合後水珠質量
$S$	$d(nm) / dt$	凝結速率
$n_e$		水珠分布密度 ( $kg/m^2$ )
$\bar{m}$		水珠平均質量
$r$		水珠球心至接觸面之距
$m_1, m_2$	$4\rho_l R_1^3 \pi / 3, 4\rho_l R_2^3 \pi / 3$	結合前水珠質量
$R'(r)$		結合過程中之水珠半徑 函數
$M^*$	$-(1/2 + 2/\pi)^3 / 27$	計算因子

$k$		實驗彈力常數
$k'$		未加入電力之理論彈力常數
$k''$		考慮電力後之理論彈力常數
$\Delta k$		理論誤差
$m$		分布圖之斜率
$Q$		水珠帶電量
$1/4\pi\epsilon_0$	9E9	庫倫常數
$\epsilon_k$ 、 $\epsilon_k'$	$(k'+\Delta k)/k$ 、 $\Delta W + \delta W / \Delta E$	準確參考參數
$\Delta W$		理論能量差
$\delta W$		理論能量誤差
$N$		正向力
$v_0$		水珠向上彈跳之初速度
$P_0$		水珠向上彈跳之初動量
$w$	$(k'/m)^{1/2}$	自然振盪頻率
$t_u$		水珠受衝力作用時間
$f_y$		在 y 方向由壓力差造成的淨力
$\bar{p}_o$		外部平均壓力
$\bar{p}_i$		內部平均壓力
$F_y$	$f_y - Mg$	垂直方向上淨力



$\Delta z$		Z 方向上厚度
$F_p$		氣室部分提供之淨力
$F_u$		水珠上半部分受到的淨力
$F_d$		水珠下半部分受到的淨力
$We$	$\rho U^2 L / \sigma$	韋伯數
$Re$	$\rho UL / \mu$	雷諾數
$Fr$	$U / \sqrt{gL}$	福祿數
$I$	$b / (R_1 + R_2)$	碰撞參數
$b$		碰撞間距
$B_o$	$\rho g L^2 / \sigma$	Bond Number

# 壹、前言

## 一、研究動機

有一次在網路上看到的 MIT 最新的研究成果，看到了一部有關水珠彈跳的影片。發現水珠能夠在自由結合後向上彈跳，我感到非常有趣。又此研究是在近來才被看到應用的價值，研究也還不完整，為了更了解水珠向上彈跳的機制，我也就開始著手此研究。

## 二、研究目的

- (一) 了解在自然情況下水珠彈跳發生的條件
- (二) 比較不同大小水珠的彈跳結果
- (三) 了解水珠在結合中內部壓力的演變
- (四) 評估應用的可能性
- (五) 以實驗方法求得水珠帶電與質量關係
- (六) 比較不同顆數水珠的碰撞結果

### 三、 理論基礎

水珠碰撞的結果，主要分成四種狀況<sup>[3]</sup>：

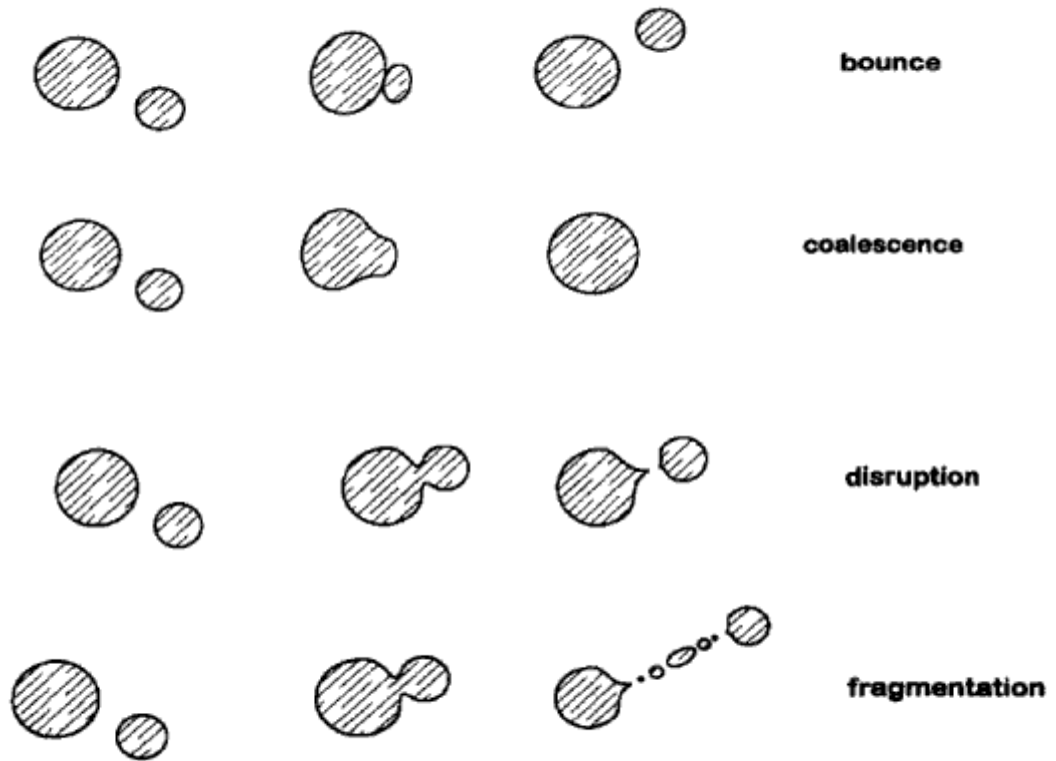


圖 1-1 水珠的各碰撞結果<sup>[3]</sup>

碰撞結果又主要受到兩個參數所影響：

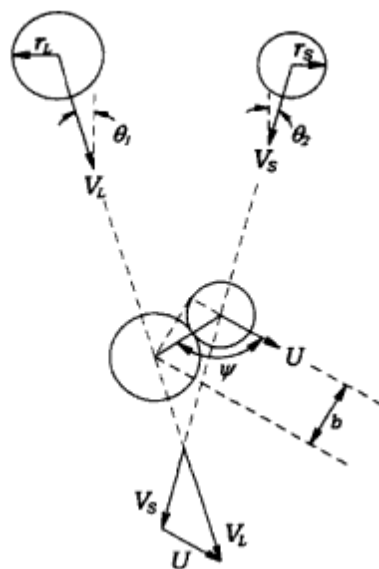


圖 1-2 水珠碰撞各參數示意圖<sup>[3]</sup>

(一) 韋伯數 ( Weber number )

$$We = \rho U^2 D_s / \sigma$$

(二) 碰撞參數(圖 1-2)

$$I = b / (R1 + R2)$$

在過去的研究中，科學家將在空間中兩顆水珠的碰撞結果與上述兩參數的對應關係圖找出，也是水珠碰撞中最顯著的研究結果，如下圖：

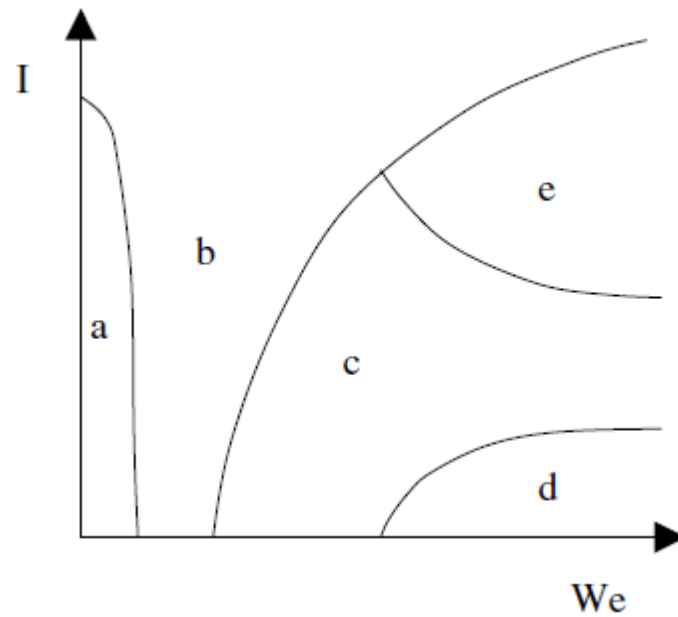


圖 1-3<sup>[5]</sup> 韋伯數(We)與碰撞參數(I)和碰撞結果關係圖，a 為 coalescence, b 為 bounce, c 為 coalescence, d 為 disruption, e 為 fragmentation

在本研究裡，是研究在高疏水性的表面上的水珠結合，也就是 coalescence，在定義疏水性，所採用的方法是比較接觸角的大小。

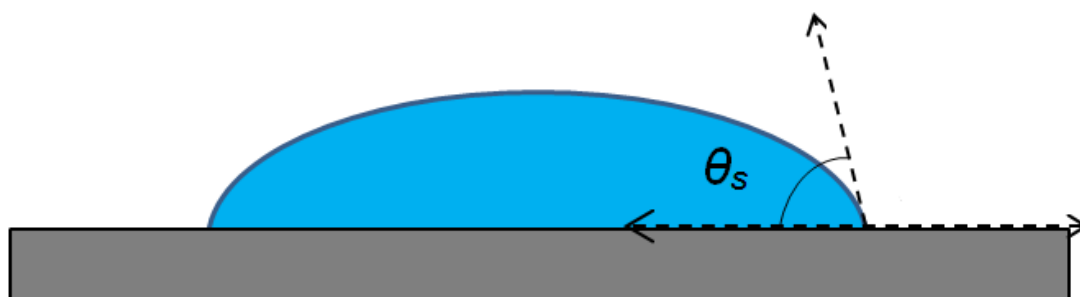


圖 1-4 接觸角示意圖<sup>[4]</sup>

若一個表面的接觸角在 140 度以上，就會被定義成是超高疏水表面，液滴在這種表面上能夠形成較完整的球形，並且在水珠結合前後，能夠形成較大的表面能差，這些多餘的能量就能夠使水珠進行表面的變形並且跳離疏水表面。

由於在圖 1-3 中並未考慮到水珠和超疏水表面的交互作用，而在實驗的結果中也並非所有的 coalescence 都會發生彈跳，因此本研究欲藉由實驗以及計算流體力學來了解 coalescence 與向上彈跳的發生條件。

另外在閱讀文獻<sup>[1][2]</sup>的時候，我們發現到水珠會和超疏水表面形成電雙層(EDL)，因此本研究也藉由實驗測量水珠的帶電，並在架設模型時考慮帶電量的影響。

在分析實驗的時候，我會將水珠碰撞中的一項參數的物理性質納入考慮：

Bond number :

$$Bo = \frac{\Delta\rho g L^2}{\sigma}$$

Bond number 是用來比較重力與表面張力影響系統程度比值的參數，如果這個參數小於 1 的話，表示在整個系統中，表面張力的影響遠大於重力，而在我的物理系統中，分別探討了兩種大小的水珠，其 Bond number 分別是  $1.31 \times 10^{-5}$  &  $1.31 \times 10^{-3}$ ，表示在以下的物理實驗，其重力是可以忽略的。

## 貳、 研究過程及方法

### 一、 研究設備

- (一) 高速攝影機 (10000fps 以上)
- (二) 高壓電直流電源供應器(10kv 以下)
- (三) 顯微鏡(圖 3-5)
- (四) 數位相機

### 二、 研究器材

- (一) 疏水噴霧(接觸角 $>160$  度)
- (二) 載玻片
- (三) 銅片、銅板
- (四) 水平儀
- (五) 乾冰
- (六) 溫度計、溼度計

### 三、 實驗方法

- (一) 製作實驗用之超疏水表面

我向 ultra Tech 公司購買了 ultra-ever-dry 的高疏水噴霧，噴在載玻片上面，完成疏水表面的製備。從實驗結果與簡介

(見附錄五黃色標線)能夠發現，此噴霧能夠達到接觸角 150 度以上的高疏水性(圖 2-1)。

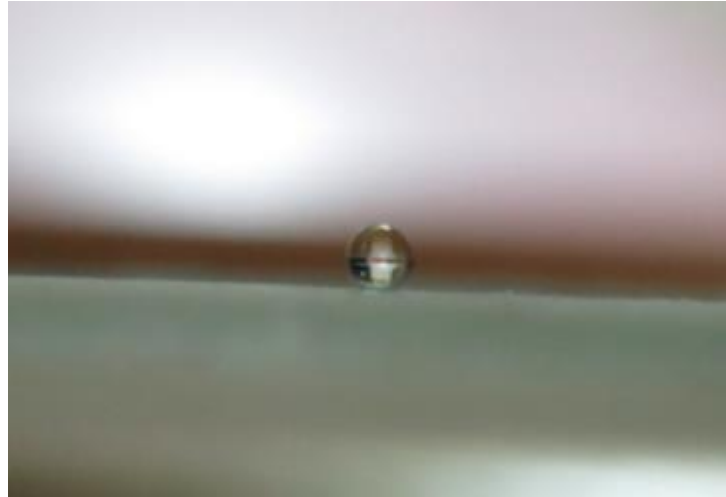


圖 2-1 超疏水表面

## (二) 統計發生彈跳的直徑分布(圖 2-2)

將玻片置於放有乾冰的金屬盒表面，放置在顯微鏡頭底下。我在不利用高速攝影機攝影的情況下，分析由普通攝影機拍下水珠在疏水表面上的凝結情形，並找出兩顆非常靠近的水珠突然間一起消失的情形，作為一組發生彈跳的數據，並利用已知的比例尺，將這兩顆水珠的直徑大小記錄下來。



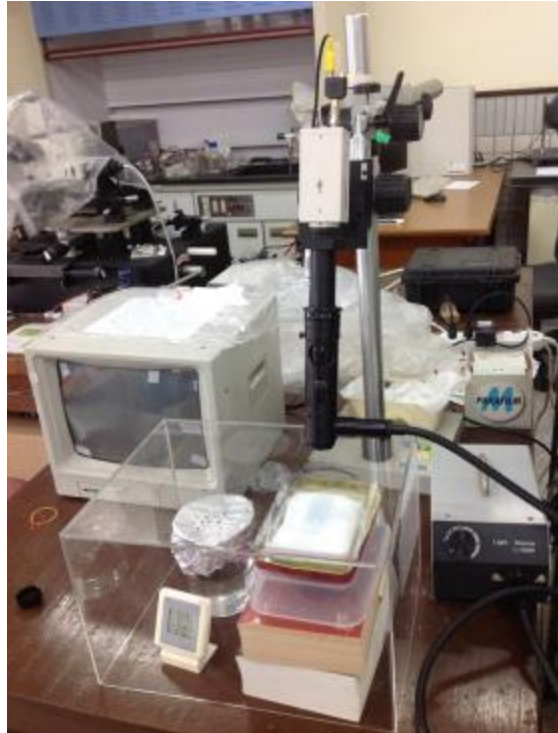


圖 2-2 實驗架設圖

### (三) 拍攝水珠彈跳之實驗(圖 2-3)

我將製備好的疏水表面放置於金屬長方體盒子上，並在盒子裡面放置乾冰。待整個系統達到熱穩定後，測量疏水表面的溫度，再以水平儀測量，以確認水平，並完成實驗樣品的配置。

將配有顯微鏡頭的高速攝影機，對準實驗樣品上的疏水表面。由於表面和室溫的溫差，使得水氣會在疏水表面上自然地凝結，當表面上兩個位置相近水珠結合後，便會向上彈跳。我即利用高速攝影機( $\sim 10000\text{fps}$ )並搭配顯微鏡頭來記錄此一現象。



圖 2-3 實驗架設圖

#### (四) 測量水珠之帶電量

為了測量水珠的帶電量，我採取的方法是分析水珠在外加電場下的運動情形。我將實驗樣品置於兩片大的金屬銅片(20cmx15cm)之間，再利用高電壓電源供應器在金屬板兩側產生的電位差來產生外加電場。我也在金屬盒子外貼上數層絕緣膠帶，以防金屬盒子影響電場之分布。

將配有顯微鏡頭的高速攝影機對準置於外加電場下正在冷卻的玻璃片，並將水珠在電場中加速的影片加以分析，得到水珠之帶電量。

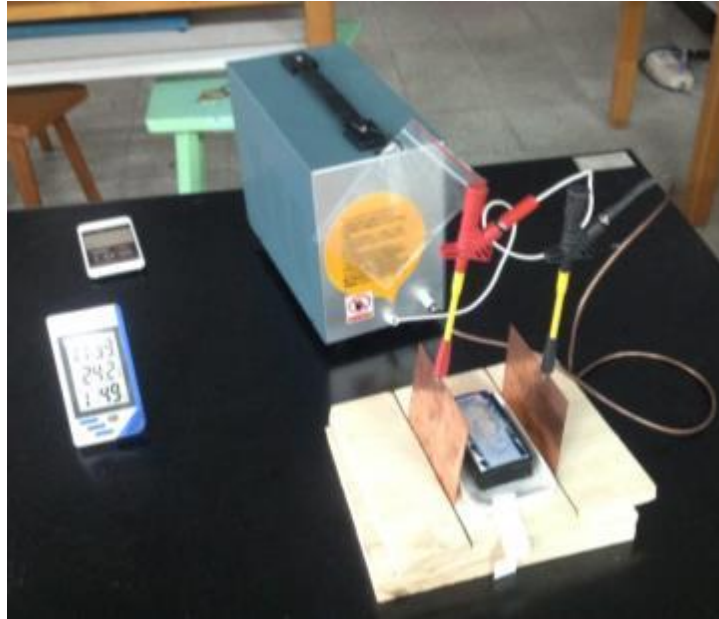


圖 2-4 外加電場示意圖

#### (五) 測量凝結效率

將玻片置於不同外加電場下(圖 2-4)並給予穩定的低溫，在固定時距下(3min)，利用複式顯微鏡搭配數位相機拍下照片，再從照片的水珠計算在不同電場下的水珠平均直徑以及分布密度。

#### 四、 數值方法

在本研究中，關於模擬水珠碰撞的方法，並不是以商業軟體既有的計算方法進行模擬，而是自行開發一套由 Fortran 程式語言編譯而成的獨立程式碼，進行在結構性網格上物理量的演算。

首先是定義計算的邊界大小，並且在邊界內進行結構性網格配置。所謂結構性網格，意思是網格的形狀是正方形的，網格在邊界內的密度愈高，數值計算得到的結果便會愈準確，誤差將相降低，不過密度太高的話，計算時間將會變的非常長。

網格配置完成之後，緊接著就是在網格上的變數配置，也就是初始條件的設定。總共有六項變數需要進行配置：

$$\rho、\mu、u、v、p、\phi$$

分別代表密度、黏滯係數、流場在兩個方向的分量、壓力以及等位函數，將上述各物理量的演算法編譯至程式碼內，以及設定程式繪圖的頻率。

在繪圖方面，在本研究中是搭配既有的軟體 tecplot 來進行各物理量在計算邊界內的分布情形，如此一來便能夠分析模擬的結果。

在本研究中，我所定義的計算邊界是  $6.0 \times 3.0$ ，其單位無因次化(如下所述)，網格密度是  $500 \times 250$ ，每 500 個計算時距做一張圖，以下將詳細說明各物理量的演算法：

## (一) Level set method

### 1. 等位函數與平滑化

Level set method (LSM) 是由 Osher and Sethian 提出<sup>[10]</sup>，他們利用 Hamilton-Jacobi Equation

$$\frac{d}{dt} \varphi + \bar{U} \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (2-1)$$

來追蹤界面的運動情形。該方法是將邊界的封閉函數  $\Gamma$  做為等位函數的零位面，作為空氣和水的交界面，稱之為零等位函數。利用  $\varphi$  的正負號來區別液體和氣體。如以下表示：

$$\varphi(x, t) \begin{cases} > 0 & \text{if } \vec{r} \in \text{water} \\ = 0 & \text{if } \vec{r} \in \Gamma \\ < 0 & \text{if } \vec{r} \in \text{air} \end{cases}$$

以及密度和黏滯係數：

$$\rho(x) \begin{cases} \rho_l & \text{if } \vec{r} \in \text{water} \\ (\rho_l + \rho_a)/2 & \text{if } \vec{r} \in \Gamma \\ \rho_a & \text{if } \vec{r} \in \text{air} \end{cases} \quad (2-2)$$

$$\mu(x) \begin{cases} \mu_l & \text{if } \vec{r} \in \text{water} \\ (\mu_l + \mu_a)/2 & \text{if } \vec{r} \in \Gamma \\ \mu_a & \text{if } \vec{r} \in \text{air} \end{cases} \quad (2-3)$$

舉例來說，如果將水珠的形狀設定成圓，那在進行初始條件設定時，等位函數就是  $\varphi: x^2 + y^2 = \text{Con.}$ ，且定義一個距離函數，此函數是一個能夠給定各個級數的等位函數的距離的函數，以上述例子來說，距離函數為  $d: \sqrt{x^2 + y^2} - 1$ 。對於水體與空氣的界面而言，我們定義其界面為級數為 0 的等位函數，也就是  $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 。

在介面處  $x \in \Gamma$ ，描述介面運動的方程式，即(2-1)

$$\frac{d}{dt} \varphi + \vec{U} \cdot \nabla \varphi = 0$$

距離函數是一個能透過所在位面與零位面之距離，來判斷該點為水體或空氣的函數。所以在計算上，(2-1)中的等位函數是以距離函數進行 LSM 的計算。

從數值求解的角度而言，諸如(2-2)以及(2-3)在進行求解時，此不平滑數值將會在介面處發生數值及不穩定的情況。為了避免此不平滑造成的誤差，將此類數值做平滑化處理<sup>[6]</sup>，即：

$$\begin{aligned}\rho(x) &= \rho_l H(\varphi) + \rho_a (1 - H(\varphi)) \\ \mu(x) &= \mu_l H(\varphi) + \mu_a (1 - H(\varphi))\end{aligned}\tag{2-4}$$

其中下標 l 和 a 分別代表水體以及空氣， $H(\varphi)$  為一維的

Heaviside function，定義如下：

$$H(\varphi) \equiv \begin{cases} 0 & \text{if } \varphi < \varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\varphi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\varphi}{\varepsilon}\right) \right] & \text{if } |\varphi| \leq \varepsilon \\ 1 & \text{if } \varphi > \varepsilon \end{cases}\tag{2-5}$$

(2-5) 可以避免做離散計算時的不穩定，其物理意義是將零厚度的介面擴展成  $2\varepsilon$  的帶狀區，本研究所使用的介面厚度為三個最小計算方格的長度。

## 2. 重距離化

在進行數值求解時，(2-2)(2-3) 成立的條件為等位函數  $\varphi$  是一個距離函數。但是在計算時間愈來愈長時，雖然在初始值時等位函數滿足此需求，但隨著流場的變化或介面發生合併或破碎的現象是，等位函數將可能不再保有距離函數的特性，如  $|\nabla\varphi|=1$

在眾多的計算方法中，本研究採用 Sussman and Fatem(1999) 的建議<sup>[9]</sup>，利用下式在介面厚度上加入修正量。

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \text{sign}(\varphi)(1 - |\nabla d|) \quad (2-6)$$

$$d^{n+1} = \varphi^n + \Delta t \times \text{sign}(\varphi)(1 - |\nabla \varphi|) \quad (2-7)$$

$$\varphi^{n+1} = d^{n+1} \quad (2-8)$$

Sign 為一符號函數，定義為：

$$\text{sign}(\varphi) = 2(H(\varphi) - 1/2) \quad (2-9)$$

滿足等位函數為距離函數且具有相同零位面的條件為：

$$d(x, y, 0) = \varphi_0(x, y) \quad (2-10)$$

透過在介面厚度上 ( $\varepsilon = 3dx$ ) 的重距離化，可以將此不平滑的誤差降低。計算步驟如下<sup>[6]</sup>：

Step1: 給定初始條件， $t = t^n, \varphi^n, \vec{v}^n$

Step2: 等位函數初始化  $d(\vec{r})$

Step3: LSM 求解  $\varphi^{n+1} = \varphi^n - \Delta t \times (\vec{U} \cdot \nabla \varphi)$

Step4: 重距離化

$$d^{n+1} = \varphi^n + \Delta t \times \text{sign}(\varphi)(1 - |\nabla \varphi|)$$

$$\varphi^{n+1} = d^{n+1}$$

Step5 : update  $\varphi^n = \varphi^{n+1}$

### 3. 距離函數初始化

本研究中在設定初始值的距離函數時，如下表示：



$$\varphi(\vec{r}) = \begin{cases} 1, & \vec{r} \in \text{water} \\ -1, & \text{otherwise} \end{cases}$$

在這樣的初始條件下，並不是一個距離函數，因此需要對

整個計算空間進行一次上述的重距離化((First time

Only Re-distance)，以下為初始化的步驟<sup>[6]</sup>:

Step1: 給定初始條件  $\varphi^0 = \varphi(t=0)$

Step2: 計算  $|\nabla\varphi|$

$$\begin{cases} D_x^+ \varphi \equiv (\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j})/\Delta x \\ D_x^- \varphi \equiv (\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j})/\Delta x \end{cases}$$

$$\frac{\partial \varphi^n}{\partial x} \begin{cases} D_x^+ \varphi^n, & \text{if } [D_x^+ \varphi^n \text{sign}(\varphi_0) < 0 \text{ and } (D_x^+ \varphi^n + D_x^- \varphi^n)\text{sign}(\varphi_0) < 0] \\ D_x^- \varphi^n, & \text{if } [D_x^- \varphi^n \text{sign}(\varphi_0) > 0 \text{ and } (D_x^+ \varphi^n + D_x^- \varphi^n)\text{sign}(\varphi_0) > 0] \\ D_x^+ \varphi^n + D_x^- \varphi^n, & \text{if } [D_x^+ \varphi^n \text{sign}(\varphi_0) \geq 0 \text{ and } D_x^- \varphi^n \text{sign}(\varphi_0) \geq 0] \end{cases}$$

同理可得  $\partial\varphi^n/\partial y$

$$\text{得到 } |\nabla\varphi^n| = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi^n}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi^n}{\partial y}\right)^2}$$

Step3: 計算  $\text{sign}(\varphi_0)(1 - |\nabla\varphi^n|)$

Step4: 重距離化

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \Delta t \times \text{sign}(\varphi)(1 - |\nabla\varphi|)$$

$$\Delta t = 0.005dx, \text{ until } |\nabla\varphi| = 1$$

## (二) 擴散項以及對流項的計算<sup>[6]</sup>

對於對流加速項的計算，如  $u \frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $v \frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $u \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $v \frac{\partial u}{\partial y}$  由於這類的計算包含方向性，即其所計算的結果會被上游的值所影響，所採取的計算方法為 QUICK ( Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics )，如下表示：

$$\begin{aligned}\theta^{i+1/2} &= \frac{3}{4}\theta^i - \frac{1}{8}\theta^{i-1} + \frac{3}{8}\theta^{i+1} \quad \text{if } \bar{U} > 0 \\ \theta^{i+1/2} &= \frac{3}{8}\theta^i + \frac{1}{4}\theta^{i+1} - \frac{1}{8}\theta^{i-1} \quad \text{if } \bar{U} < 0\end{aligned} \quad (2-11)$$

$\theta$  為要計算的數值， $\bar{U}$  表示為流動的方向， $i$  則是計算網格的座標。QUICK 的計算概念是假設物理量在空間中是二次變化的，並且在離散化的計算中，將欲求值的網格以上游座標做差分運算。

對於黏滯擴散項，包含  $\nabla^2 U$  的計算，由於此二階導數並無包含方向性，因此所採取的計算方法為中央差分法，如下表示：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} U = \frac{U_{i+\frac{3}{2},j} - 2U_{i+\frac{1}{2},j} + U_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x^2} \quad (2-12)$$

## (三) 控制方程式：

在計算水珠碰撞時，須計算水與空氣的流動，其流動均滿足下列計算方程式，也就是控制方程式：

$$\rho \frac{D}{Dt} \vec{U} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{U} - \sigma \kappa(\varphi) \delta_\varepsilon(\varphi) \nabla \varphi + \rho \vec{g} \quad (2-13)$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (2-14)$$

其中  $\rho$  為密度、 $D/Dt = \partial/\partial t + (\vec{U} \cdot \nabla)$ 、 $p$  為壓力、 $\sigma$  為表面張力、

$\delta_\varepsilon = \partial H(\varphi)/\partial \varphi$ 、 $\mu$  為黏滯係數、 $\vec{U} = u\hat{i} + v\hat{j}$

(3-13) 為 Navier-Stokes 的不可壓縮流形式，而(3-14)為質量守恆。

#### (四) 無因次化

在求解流體力學問題時，常利用無因次化來簡化問題。如此以來能夠藉由特徵因子的關係來判斷控制方程式各項的對系統的影響程度，另一方面也能夠減少控制變數，達到問題的簡化。

簡化的方法，是將控制方程式中各變數組合成具有物理意義的無因次組，如雷諾數(Reynolds number)、福祿數(Froude number)、馬赫數(Mach number)、韋伯數(Weber number) 等等。

為了簡化數值計算，對方程式(3-13)作無因次化時，選擇下列四項特性參考尺度：

$$L = 2D ; U = 5m/s ; P_c = \rho U^2 ; T = L/U$$

以上述參考尺度後，無因次化參數得：

$$t^* = t/T ; x^* = x/L ; y^* = y/L ;$$

$$u^* = u/U ; v^* = v/U ; \rho^* = \rho/\rho_l$$

$$p^* = p/\Gamma ; \nabla^* = \nabla/l ; g^* = g/g ;$$

$$\sigma^* = \sigma/\sigma ; \mu^* = \mu/\mu_l$$

得到的無因次化控制方程式為

$$\frac{\partial U^*}{\partial t^*} + U^* \cdot \nabla U^* = -\nabla^* \frac{p^*}{\rho^*} + \frac{1}{\rho^* \text{Re}} \nabla^{*2} (\mu^* U^*) - \frac{1}{\rho^* \text{We}} \kappa(\varphi) \delta(\varphi) \nabla^* \varphi - \frac{1}{\text{Fr}^2} \hat{j} \quad (2-15)$$

#### (五) 壓力校正法

根據壓力校正法<sup>[11]</sup>(Pressure-correction Method)來計算 2D

不可壓縮層流，其計算步驟如下<sup>[6]</sup>：

Step1: 給定初始條件  $t = t^n$ ,  $U^n = \bar{U}$ ,  $p^n = p$ ，與邊界條件。

Step2: 給定  $t = t^{n+1}$  時合理的猜測值  $\bar{U}^{n+1}$  和  $p^{n+1}$ ，一般為 0，或為  $t^n$  時的值。將上述猜測值代入離散後的動量方程式，得到新的近似速度  $\bar{U}^*(n+1)$ 。

Step3: 將新的近似速度  $\bar{U}^*(n+1)$  代入連續方程式，計算得到壓力修正量  $\Delta p^*$  以及速度修正量  $\Delta \bar{U}^*$ ，得到  $\tilde{p} = p^n + \Delta p^*$  以及  $\tilde{U} = \bar{U}^* + \Delta \bar{U}^*$

Step4: Update  $\bar{U}^{n+1} = \tilde{U}$  ,  $p^{n+1} = \tilde{p}$  重複步驟 2~3 , 直到收斂滿足為止 , 完成此 dt 的壓力計算

## (六) 邊界條件

### 1. 固體邊界條件

#### A. No-slip 條件

$$\vec{U} = 0, \text{ on the wall}$$

#### B. Hydrophobic effect

在水珠碰撞中，接觸角扮演了非常重要的角色，因此在水珠與固體的介面處，本研究考慮了接觸角( $\theta_c$ )對其等位函數( $\varphi$ )的影響<sup>[8]</sup>，也就是疏水性影響，：

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{n}} = -\cos(\theta_c), \text{ at } y=0 \quad (2-16)$$

### 2. 開放的邊界條件

由於在計算空間中，除了固體邊界外，其餘的邊界均不是限制空間的邊界，所以各物理量均不應受邊界所影響，即：

$$\frac{\partial}{\partial \bar{n}} (p, u, v, \varphi) = 0 \quad (2-17)$$

### (七) 初始條件

在真實環境，兩水珠進行結合的原因是在自然凝結時，水珠逐漸變大的過程中，偶然與另外一顆水珠接觸的結合，並發生彈跳。

所以在本研究中的初始條件設定，定義兩水珠在  $t=0$  時為相切，接觸角設定為  $175$  度，且水珠各大小一樣。初始的速度應設定為  $0$ ，但為了方便進行計算，我將速度設定為  $1E-10$ 。如此微小的速度並不會影響碰撞結果，也使程式能夠容易收斂。

在真實環境中，水珠的結合不一定是兩顆發生碰撞，也有可能是三顆或四顆水珠，所以在初始條件的設定，我也將不同顆數水珠結合後的結果進行比較(兩顆-五顆)。

水珠的大小也是碰撞結果的重要變因，所以在我的研究中，也比較了直徑大小與碰撞結果的關係。

### (八) 程式碼校正

在利用自行開發程式碼研究水珠碰撞時，本研究先執行了文獻<sup>[4]</sup>中的碰撞結果(figure21)，並與其實驗結果比對。

t=0.2ms



t=0.6ms



t=1.2ms



t=1.6ms



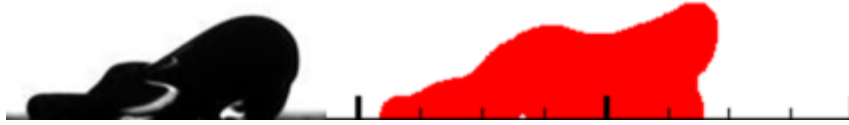
t=2.2ms



t=2.8ms



t=3.4ms



t=6.2ms



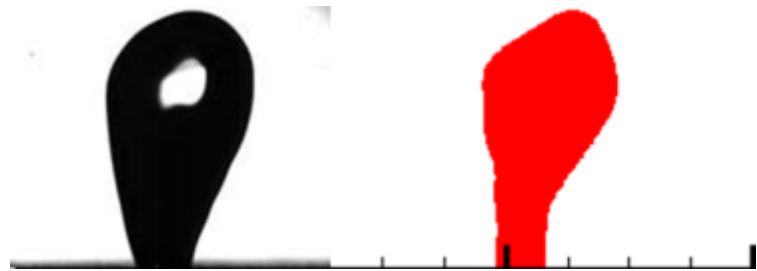
t=8.2ms



t=19.6ms



t=24.6ms



t=46.4ms





由於文獻中的圖檔格式曾進行縮小，在  $t=6.2\text{ms}$ ，可以明顯發現，文獻中實驗結果的圖片與  $t=0.2\text{ms}$  時質量不同，又由於我們所進行的研究目前還處在二維，而文獻的實驗結果是三維空間的，因此仍有些微差異。不過從上方的資料比對來看，本研究所開發的程式碼是成功的，模擬結果已經和實驗結果有非常高的相似度。

## 參、 實驗結果

### 一、 實驗一 找出發生彈跳的直徑分布

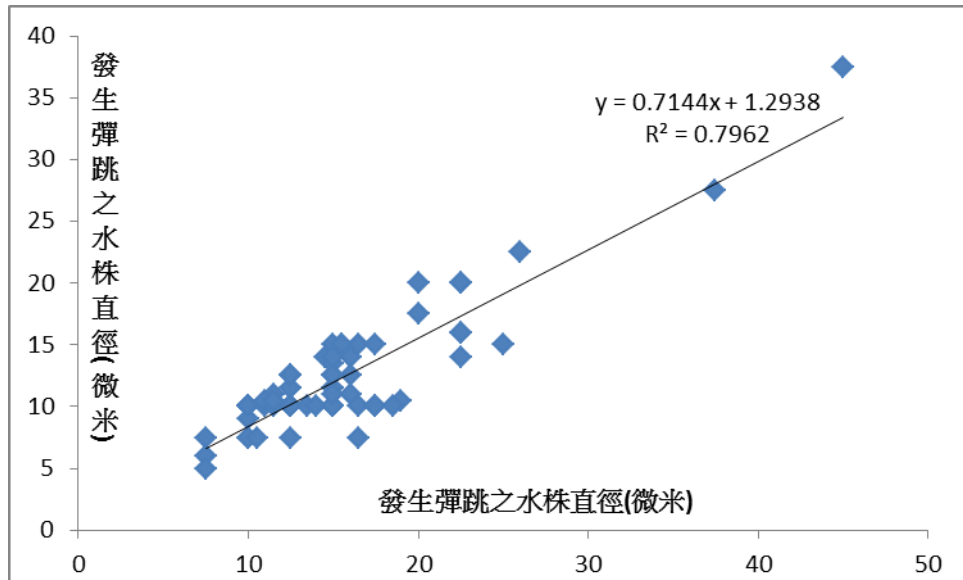


圖 3-1 兩水珠發生彈跳的直徑分布

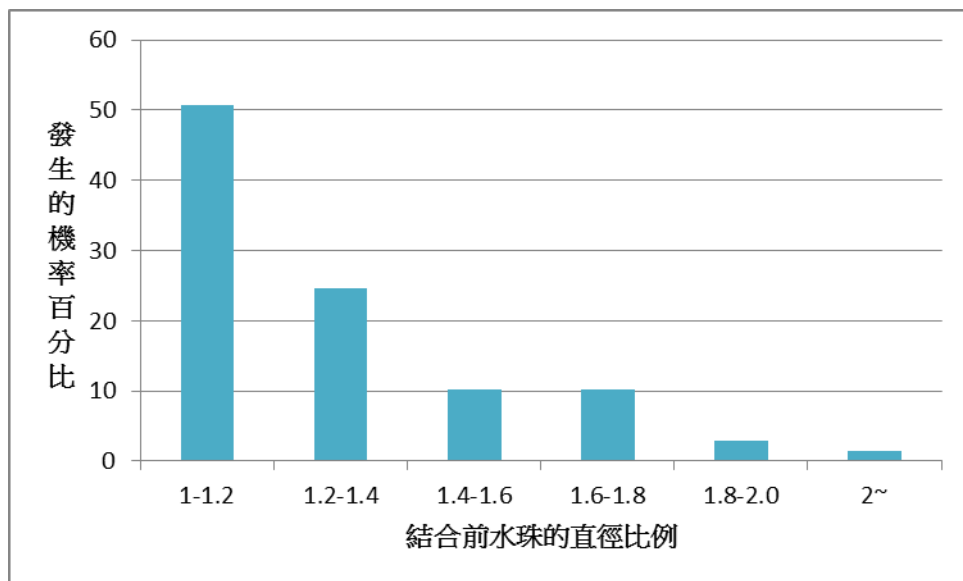


圖 3-2 兩水珠發生彈跳的的直徑比值

從圖 3-1 可以發現，在自然凝結情況下，發生向上彈跳的水珠其直徑的分布主要落在 10-25 微米，在直徑大於 50 微米的水珠發生彈跳的現象是幾乎沒有被發現的。

又從圖 3-2 可以發現，兩水珠的直徑比值大多落在 2~1 之間，其中又以 1~1.5 最多；在直徑比值超過 2 的水珠，發生彈跳的機率也是非常低的。

## 二、 實驗二 拍攝水珠彈跳

拍攝的影像部分擷取如下：

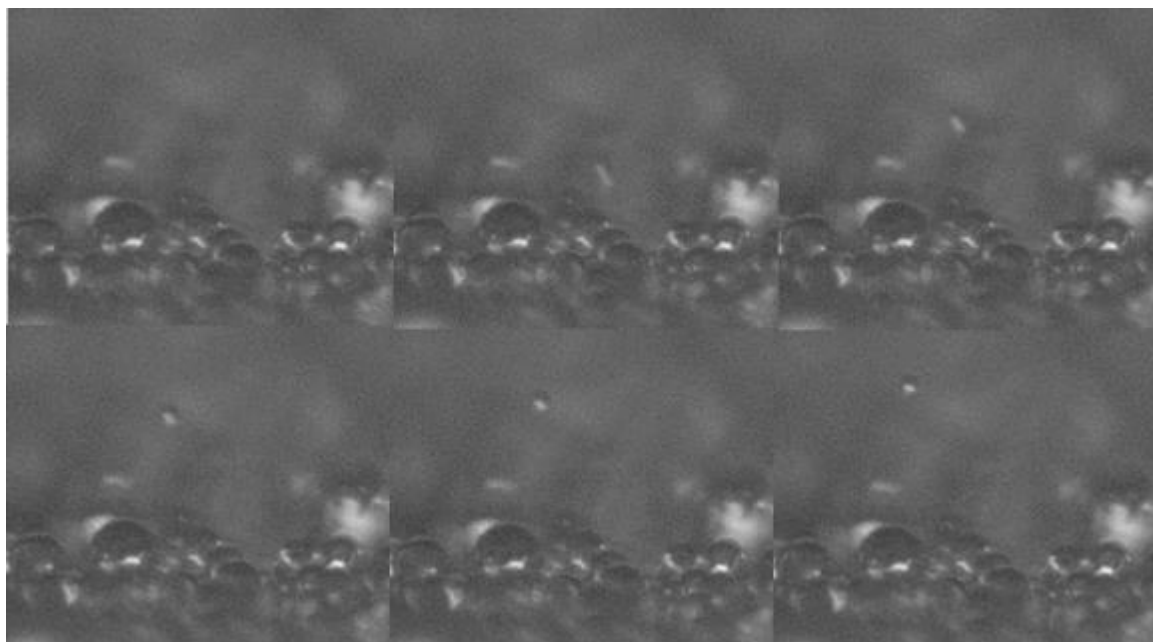


圖 3-3 水珠向上彈跳的截圖(由左而右，由上而下，相鄰兩畫面的時距為 0.26 毫秒)

由實驗一的結果顯示，能夠藉由結合並發生彈跳的水珠比例，大約是 1:1；因為我無法同時拍到水珠結合前與結合後的影像，所以在此藉實驗一的結果，分析水珠彈跳。

欲拍攝水珠結合前的影像，攝影機的空間解析度至少要落在百奈米，以及時間解析度必須達到十萬分之一秒才能夠清楚拍攝到水

珠結合前的影像。欲得到一台上述空間以及時間尺度都能如此微小的攝影機，在本研究中是相當困難的，所以在本研究中便直接假設水珠在結合前比例是 1:1，往後也會探討由此假設造成的誤差。

定義「能量差」為水珠表面能差與結合後水珠彈跳初動能之差，定義此參數目的在於，欲找出在能量守恆的情況下，表面能差究竟以甚麼樣的形式散失。

$$\text{能量差} = \Delta E = D^2 \pi \sigma (2^{1/3} - 1) - iK.E.$$

分析各組數據的能量差之後，將其與水珠結合後直徑做全對數作圖：

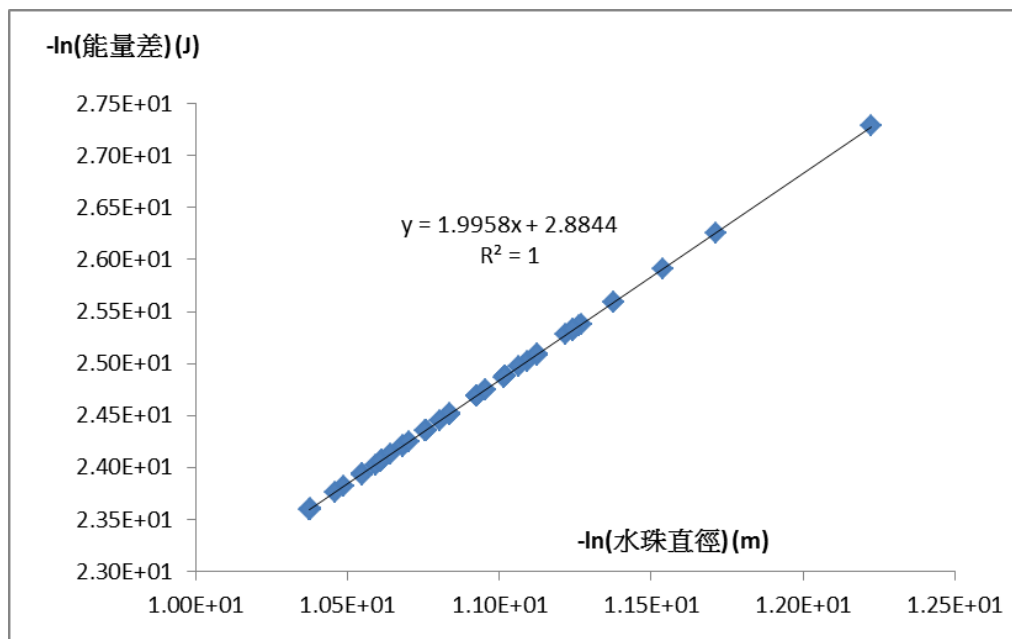


圖 3-4 能量差與水珠直徑全對數作圖

從圖 3-4 發現，除了動能以外的能量和水珠直徑的關係，有著良好的比例關係，即能量和水珠直徑平方成正比。因此我們推測，除了動能之外的能量，可能為貯存在表面振盪的一種位能。

### 三、 實驗三 測定水珠之帶電量

計算水珠帶電時，所使用的方法是利用已知的外加電場數值，計算水珠的加速度來反推電量。假設兩金屬版間距  $\Delta d$ 、電位差  $\Delta V$ 、水珠質量為  $m$ 、初位移及末位移  $x_i$ 、 $x_f$ ，兩位移與水平夾角  $\theta_i$ 、 $\theta_f$  時距為  $\Delta t$ ，電場與水平夾角為  $\theta_E$

$$m \frac{(-x_i \cos \theta_i + x_f \cos \theta_f)}{\Delta t^2} = Q \frac{\Delta V}{\Delta d} \cos \theta_E$$

$$m \frac{(-y_i \sin \theta_i + y_f \sin \theta_f)}{\Delta t^2} = Q \frac{\Delta V}{\Delta d} \sin \theta_E - mg$$

$$Q = \frac{m\Delta d}{\Delta V \Delta t^2} \sqrt{(-x_i \cos \theta_i + x_f \cos \theta_f)^2 + (-y_i \sin \theta_i + y_f \sin \theta_f + g\Delta t^2)^2} \quad (3-1)$$

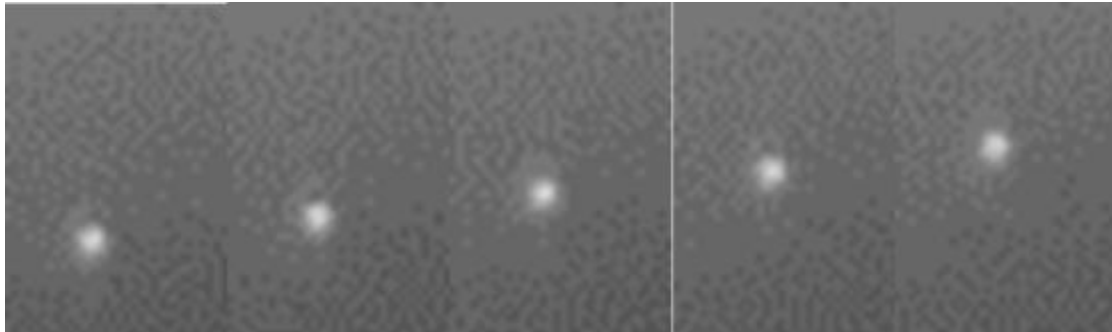


圖 3-5 水珠在電場中加速的部分截圖(兩張圖時距為 0.267 毫秒)

利用 3-1 式，將帶電量與水珠直徑作全對數作圖得：

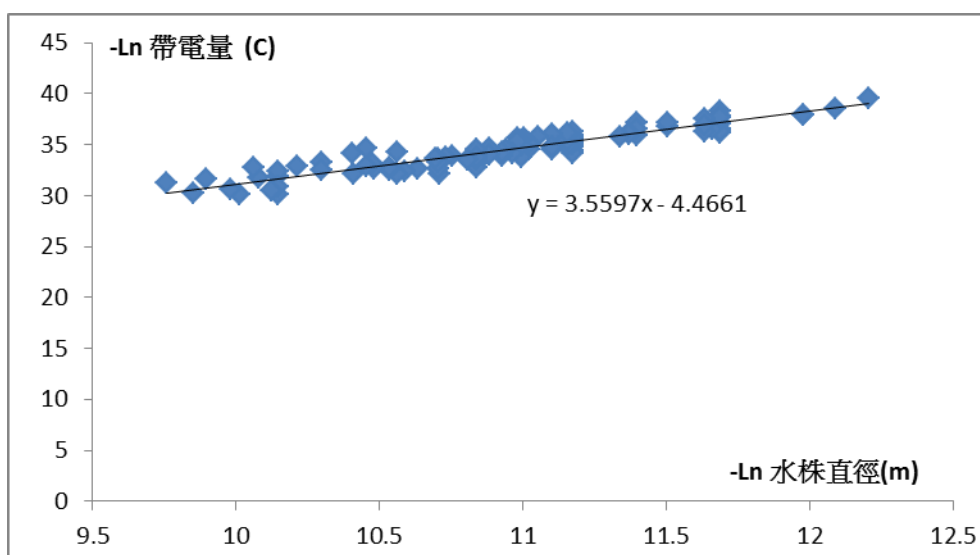


圖 3-6 水珠帶電量與直徑之全對數作圖

從圖 3-6 可以看見，水珠與疏水表面交互作用的結果，將使水珠帶有非常微量的電荷，以庫倫為單位的話，其大小約落在  $10^{-17}C$ ，並以全對數的斜率來看，帶電量與水珠直徑成比例關係。

#### 四、 實驗四 測定凝結速率與電場關係

欲將凝結速率量化，我將「水珠分布密度」以及「水珠平均大小」兩項參數納入考慮，並以此兩參數的乘積再除以時距定義為凝結速率，所得到的結果如下：

$$S = \frac{d}{dt}(n_e \bar{m}) = \frac{\Delta(n_e \bar{m})}{\Delta t} \quad (3-2)$$

$n_e$  : 水珠分布密度

$\bar{m}$  : 水珠平均質量

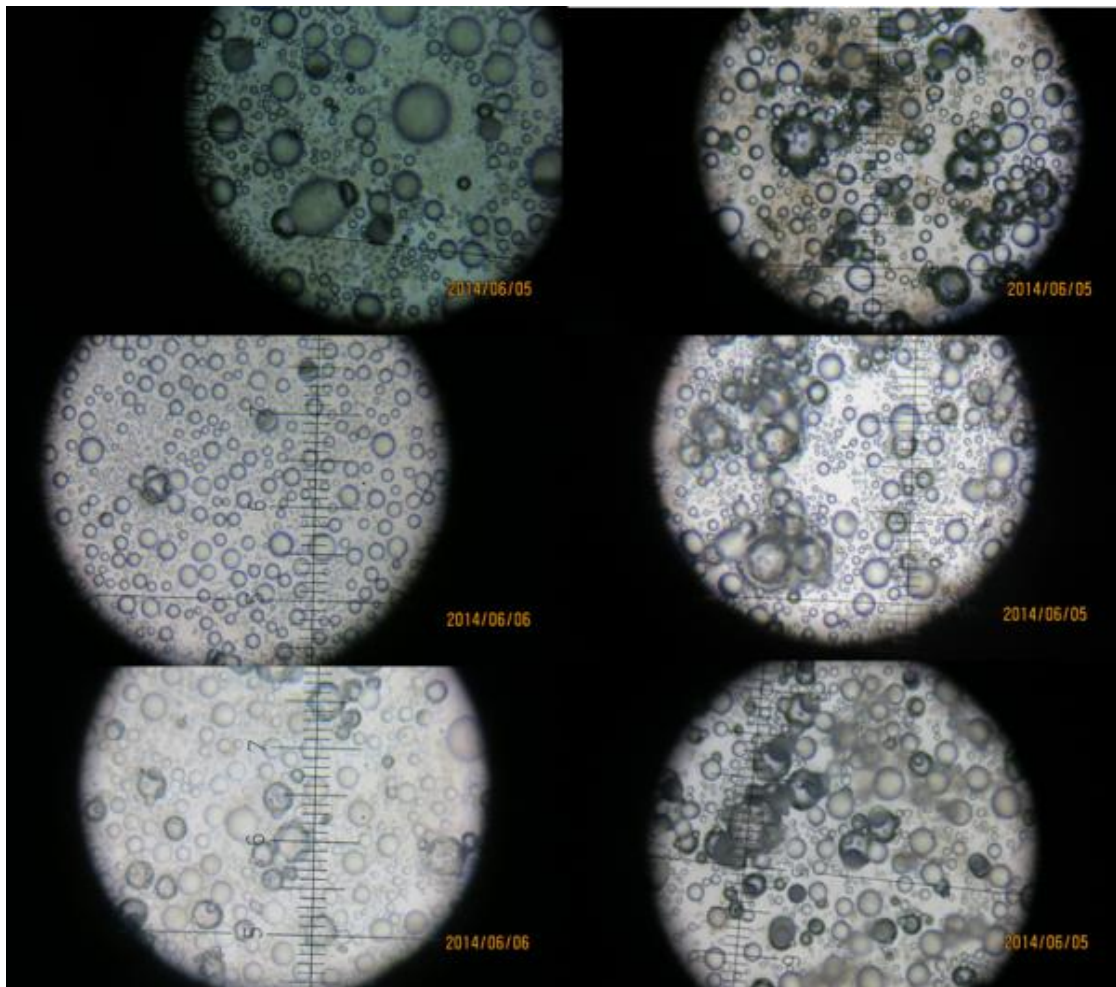


圖 3-7 部分水珠分布照片(由上而下,由左而右,電壓依次為 600V;1200V;1800V ; 2400V ; 3000V ; 4000V)

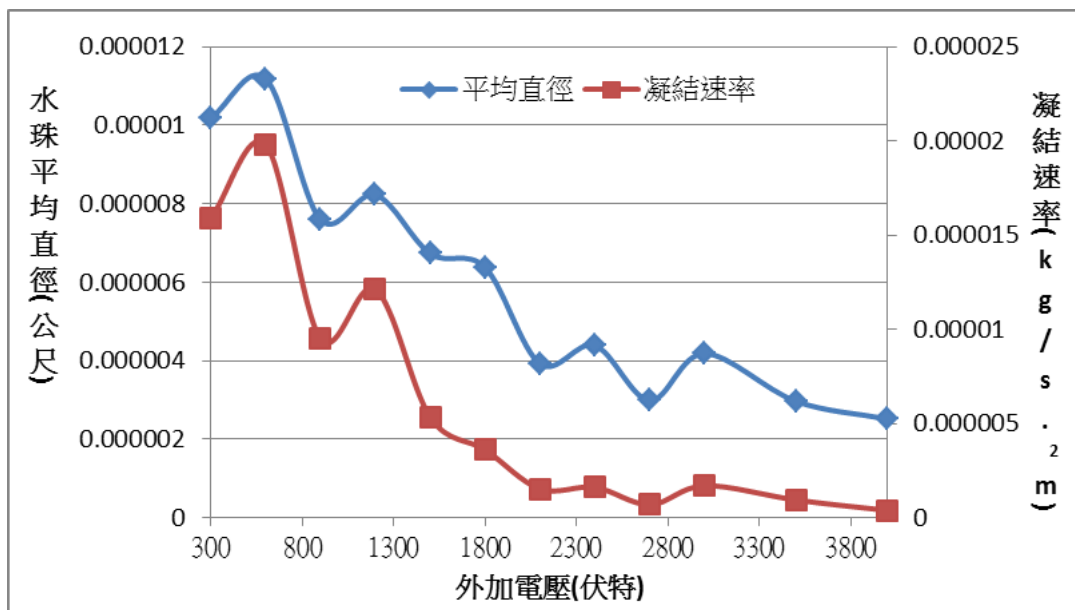


圖 3-8 水珠平均直徑大小、凝結速率與外加電壓的作圖

## 五、 建立模型

從圖 3-4 可以看出，除了動能之外，其餘能量的形式與水珠直徑平方有很好的線性關係，這與在經典力學中所學到的振盪位能非常相似，因此我欲架設一個簡易的力學振盪模型來討論水珠彈跳前的物理行為。

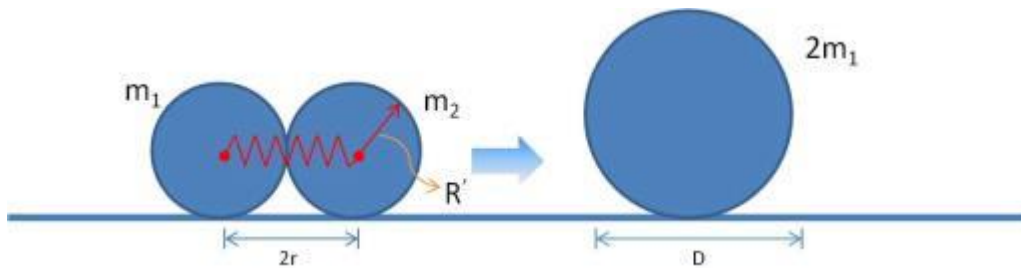


圖 3-9 振盪模型示意圖

### (一) 以受力觀點探討水珠碰撞

依受力的觀點，我希望能夠利用剛體運動的方式簡易的將水珠在結合並向上彈跳的過程中，將所受到的水平淨力予以量化。

進行模型計算時，我對此模型做了幾項假設：

1. 水珠除了在結合面外，其餘部分均保持完美的球形。
2. 為了避免處理複雜的流體，我將單一水珠視為剛體。
3. 水珠結合中的運動狀態可視為一簡諧振盪。
4. 兩水珠在結合前是一樣大的。



由於已經假設水珠是作簡諧振盪，圖 4-4 中的斜率應是與彈力常數有關的常數，現在我要推導此一模型的理論彈力常數，並與實驗比較之。

水珠在振盪時所受到的線性力是源自表面張力，表面張力會使得水珠在內部與外部形成壓力差，然而在水珠結合之後，此一壓力差就會在結合面崩解，這就是淨力的來源。

$$\frac{1}{6}D^3\pi = \frac{4}{3}R'^3\pi \times \frac{\cos^{-1}(r/R')}{\pi} \times 2 + \frac{1}{3}(R'^2 - r^2)r\pi \quad (3-3)$$

式(3-3)是質量守恆下必須滿足的條件，將此一元三次解得如下：

$$R' = \left[ (1+M^*)r^3 + \frac{1}{4}D^3 + \sqrt{(1+2M^*)r^6 + \frac{1}{2}(1+M^*)D^3r^3 + \frac{1}{16}D^6} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[ (1+M^*)r^3 + \frac{1}{4}D^3 - \sqrt{(1+2M^*)r^6 + \frac{1}{2}(1+M^*)D^3r^3 + \frac{1}{16}D^6} \right]^{\frac{1}{3}} + M^{*1/3}r$$

$$M^* = \frac{1}{-27} \left( \frac{2}{\pi} + \frac{1}{2} \right)^3 \quad (3-4)$$

依第三條假設，所以水珠半徑的變化可以予以線性化，故令

$$r = R_0 - \Delta x = 2^{-4/3}D - \Delta x ; R' = aD - b\Delta x$$

代入式(3-4)，經化簡得到  $a=0.387$ ， $b=3.394$ 。在解得水珠半徑與距離的關係後，就能夠寫下源自表面張力所得的水平淨力：

$$F = \Delta pA = \frac{2\sigma}{R'} \times (R'^2 - r^2)\pi = \frac{2\sigma}{(aD - b\Delta x)} \times \left[ (aD - b\Delta x)^2 - (R_0 - \Delta x)^2 \right] \pi \quad (3-5)$$

$$F \approx F_0 + \left[ \left( \frac{2\pi\sigma}{a} \right) \left( -3ab + 2^{-8/3} \frac{b}{a} + 2^{-1/3} \right) \right] \Delta x$$

$$k' = - \left[ \left( \frac{2\pi\sigma}{a} \right) \left( -3ab + 2^{-8/3} \frac{b}{a} + 2^{-1/3} \right) \right] \quad (3-6)$$

式(3-5)便是水珠藉由表面張力而形成內部與外部界的壓力差，  
 乘上結合面的面積等於水平上的淨力。化簡(3-5)最後可以得到  
 (3-6)，也就是理論的彈力常數。

不過(3-6)的彈力常數還少考慮了電力以及第四條假設所造成的  
 誤差，現在我先將電力重新考慮至(3-5)式，得到：

$$m\ddot{x} = F_0 - k'\Delta x + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{(D-2\Delta x)^2} \quad (3-7)$$

$$m\ddot{x} = F_0 - \left( k' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q^2}{D^3} \right) \Delta x = F_0 - k''\Delta x$$

$$k'' = \left( k' - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q^2}{D^3} \right) \quad (3-8)$$

(3-7)式是水珠在進行振盪時所受到的力，經化簡得(4-8)，即新的  
 理論彈力常數，現在要來計算(4-8)括弧中第二項，也就是電  
 力的部分。從圖 3-6 可以發現，水珠的帶電量與質徑成比例的關  
 係，從趨勢線的方程式我們可以得到：

$$Q \approx 1.156 \times 10^{-2} D^{3.5}$$

$$\frac{Q^2}{D^3} = 1.336 \times 10^{-4} D^4 \quad (4-9)$$

從(3-9)可以看出，新的理論彈力常數(3-8)的大小會因水珠的大  
 小而有所變異，在此我僅以水珠的平均大小來討論之，其平均直  
 徑大小為 20 微米。代入(3-8)式中的電力項後，可以得到：

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{D^3} \approx 1.9238 \times 10^{-13} \ll k' = 2.097 \quad (4-10)$$

從(3-10)式可以看出，在(3-8)中的理論常數的電力項是幾乎可以忽略的，也就是說電力幾乎不會影響水珠的運動。

現在，我要來計算因為第三條假設所造成的誤差，考慮一組水珠在結合前的直徑比例為  $1:\alpha$ ，並代入到能量守恆的式子(3-11)：

$$D^2\pi\sigma\left[(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)^{-2/3}-1\right]-i.K.E.=\frac{1}{8}kD^2\left(\frac{\alpha^3}{\alpha^2-\alpha+1}\right)^2(\alpha^3+1)^{-2/3} \quad (3-11)$$

在(3-11)式的兩邊各取差量運算，可得(3-12)：

$$\begin{aligned} & 16\pi\sigma\alpha(1+\alpha^3)^{-1}\left[(1+\alpha^3)^{1/3}-(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)^{-2/3}\right]\Delta\alpha \\ & =\left(\frac{\alpha^3(1+\alpha^3)^{-1/3}}{\alpha^2-\alpha+1}\right)^2\Delta k+2k(1+\alpha^{-2/3})\left(\frac{\alpha^3}{\alpha^2-\alpha+1}\right)^2\left[\frac{3\alpha^{-1}(\alpha^2-\alpha+1)-(2\alpha-1)}{(\alpha^2-\alpha+1)}-\frac{\alpha^2}{1+\alpha^3}\right]\Delta\alpha \end{aligned} \quad (3-12)$$

將實驗所得到的平均比例以及修正前的理論彈力常數(3-8)代入

即可得到理論的誤差  $\Delta k$

完成了理論彈力常數的計算後，就只剩下實驗彈力常數了。從圖

3-4 可以得到能量差和水珠平方直徑是呈線性的關係，將能量差

與平方直徑作圖，可得：

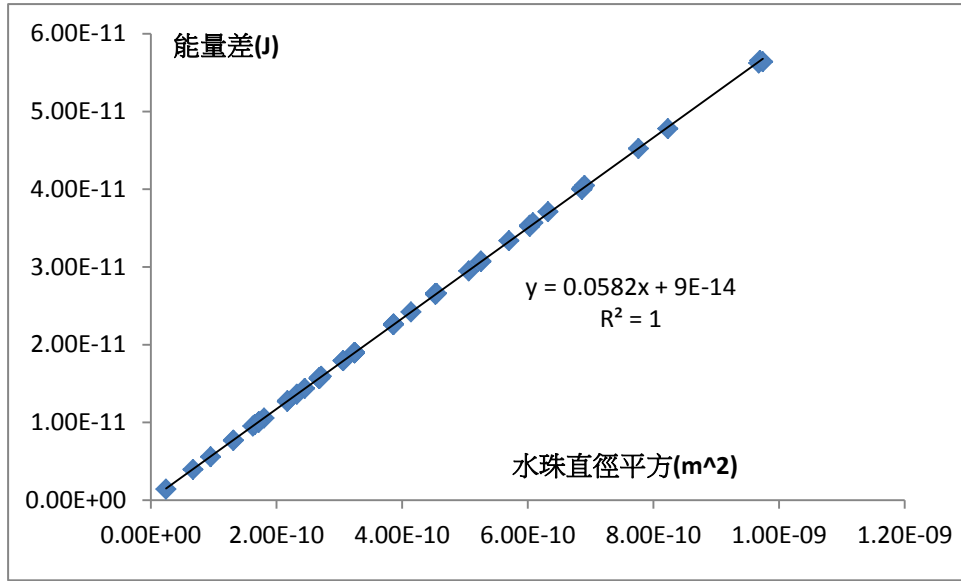


圖 3-10 能量差與水珠平方直徑作圖

從圖 3-10 的斜率可以得到：

$$\Delta U - \text{K.E.} = \frac{1}{2} k R^2 = \frac{1}{2} k (2^{-3} D^2)$$

$$m = 2^{-\frac{11}{3}} k \quad (3-13)$$

式(3-13)中的 k 就是實驗彈力常數。現在定義參數  $\varepsilon_k$  為理論彈力常數和實驗彈力常數之間的比值：

$$\varepsilon_k = \frac{k' + \Delta k}{k} = \frac{-\left[\left(\frac{2\pi\sigma}{a}\right)\left(-3ab + 2^{-8/3} \frac{b}{a} + 2^{-1/3}\right)\right] + \Delta k}{2^{\frac{11}{3}} m} = 1.02 \quad (3-14)$$

其中  $\frac{k'}{k} = 2.79$ ，可見幾何對於整個系統運動的影響是非常地大，

對於模型的第三條假設，從實驗中所得到的平均水珠比例為 1.27，

僅和理論差 0.27，就使得理論上的誤差  $\frac{\Delta k}{k} = -1.77$  達到 180%，顯

示幾何對水珠彈跳的重要性。

從(3-14)的結果顯示，將水珠結合中的運動情形以簡諧振盪模型來討論之，能夠達到相當的準確度，其中以彈力常數作為參考參數的結果顯示，從受力的觀點，此一模型可達到 2% 誤差的水準。

## (二) 以能量的觀點探討水珠碰撞

在由受力觀點探討水珠的碰撞時，我做了四項假設，其中在第三項假設中，我假設水珠在結合中過程中是「簡諧振盪」，也就是將水珠所受到的淨力線性化，但若不把淨力線性化時，水珠的運動就不會是「簡諧振盪」，而是「振盪」。

現在我就要由能量的觀點來證明水珠在結合過程中的運動是振盪。同樣地，在計算開始之前，我做了幾項假設：

1. 水珠在結合過程中，除了接觸面外其餘皆保持完美的球形。
2. 為了避免處理複雜的流體，我將單一水珠視為剛體。
3. 兩水珠的直徑比例為 1:1

在水珠碰撞的過程中，系統質量保持守恆，水珠的半徑與球心至接觸面的距離  $x$  的函數為(3-4)式，而在碰撞的過程中，水珠的總表面積為

$$4\pi R(x)^2 \times \left( \frac{2\pi \times ((R-x)/R'(x)+1)}{4\pi} \right) + 4\pi \alpha^2 R'^2 (x/\alpha^3) \times \left( \frac{2\pi \times ((\alpha R - x/\alpha^3)/\alpha R'(x/\alpha^3))}{4\pi} \right)$$

(3-15)

(4-15)式中含有兩水珠比例  $\alpha$ ，由第三條假設，為 1，將(3-15)式乘上表面張力就是表面能，將其對連心距(x)作圖得：

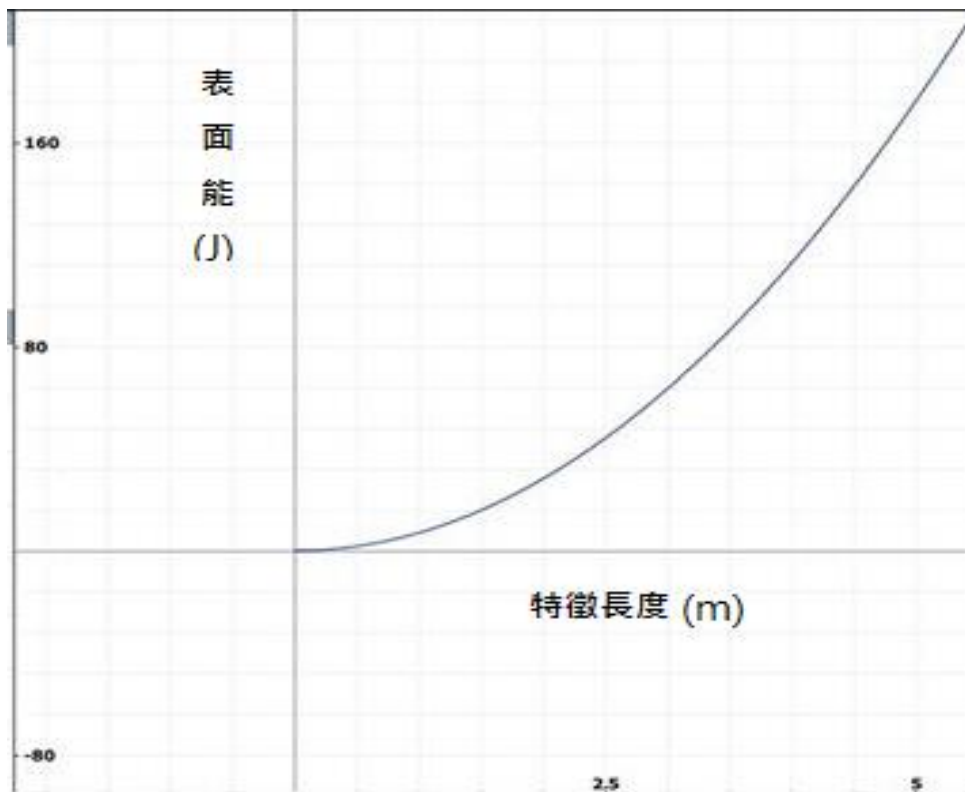


圖 3-11 水珠表面能與特徵長度(水珠連心距) 的作圖

可以發現到，表面積確實在結合原點具有最小值，也就是說表面能在結合原點有最小值，最小的位能具有較高的穩定性，所以水珠在結合中的運動確實是一個振盪的系統。

現在我要來計算水珠在振盪過程中，水平淨力在整個過程中對水珠做功，理論上所作的功應等於前述定義能量差。從(3-5)和(3-4)我們可以得到水珠在水平受力過程中未被線性化的淨力，即：

$$R' = \left[ (1+M^*)r^3 + \frac{1}{4}D^3 + \sqrt{(1+2M^*)r^6 + \frac{1}{2}(1+M^*)D^3r^3 + \frac{1}{16}D^6} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[ (1+M^*)r^3 + \frac{1}{4}D^3 - \sqrt{(1+2M^*)r^6 + \frac{1}{2}(1+M^*)D^3r^3 + \frac{1}{16}D^6} \right]^{\frac{1}{3}} + M^{*1/3}r$$

$$F = \Delta p A = \frac{2\sigma}{R'} \times (R^2 - r^2) \pi$$

(3-4)&(3-5)

將積分範圍設為從水珠原始半徑至 0，即可得到在水珠比例是 1:1 下，理論上水珠系統的能量差，可下式表示之：

$$\Delta W = \int_0^R \frac{2\sigma}{R'} \times (R'^2 - x^2) \pi dx \quad (3-16)$$

另外我們也必須計算假設水珠的比例是 1:1 時所造成的理論誤差，考慮兩個水珠比例是 1:α，在結合的過程中同樣除了接觸面其餘均保持完美的球形，並假設較小水珠球心至接觸面的距離為 x，如下圖所示：

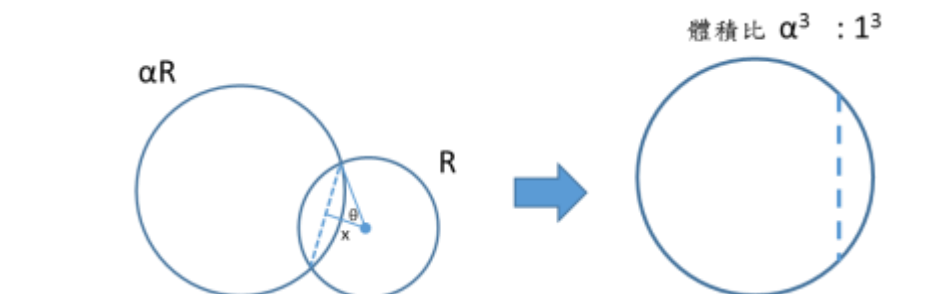


圖 3-12 水珠結合示意圖

定義誤差是因水珠比例不同而造成淨作功的差值，如下式：

$$\delta W = \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_R^{R' \cos \theta} \left( \frac{1}{R'} + \frac{1}{\alpha R'} \right) \sigma \pi (R'^2 - x^2) dx \times \Delta \alpha \quad (3-17)$$

以水珠直徑 20 微米為例，定義  $\varepsilon'_k$  為理論能量差和實驗能量差的比值，結果如下：

$$\varepsilon'_k = \frac{\Delta W + \delta W}{\Delta E} = 0.79 \quad (3-18)$$

其中因幾何所造成的誤差， $\delta W / \Delta E = -1.04$ ，達到了 105%，表示從能量觀點探討依力學振盪模型解釋水珠碰撞時，幾何影響了整個模型的準確度。式 (3-18) 的結果顯示，由能量觀點討論，以力學振盪模型解釋水珠碰撞時，模型有 20% 的誤差。

## 六、 力學振盪模型討論水珠碰撞

### (一) 水珠受疏水表面的衝力作用時間

從(3-14)式我們得到了理論上彈力常數和實驗彈力常數的比值是 1.02，顯示提出的力學振盪模型已達相當的完備程度。現在便以這個模型，來討論在向上彈跳的過程中，水珠受到垂直方向衝力的作用時間，在這裡我會以受力的觀點採用力學振盪模型：



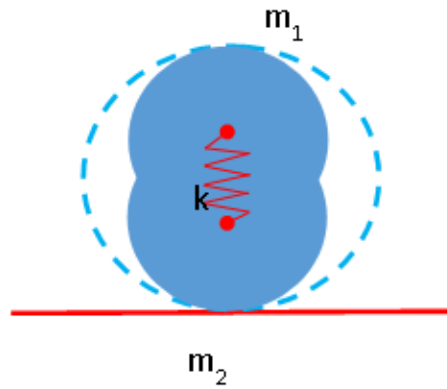


圖 3-13 水珠向上彈跳示意圖

首先，我們先寫下水珠的運動方程式(4-18)

$$m_1 \ddot{x} = kx - m_1 g ; m_2 \ddot{x} = N - kx - m_2 g \quad (3-19)$$

其中(3-19)式中的  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $N$  分別是結合前水珠的質量，以及圖 3-13 中下方水珠受到固體表面所給的正向力。由於 Bond number 的結果顯示重力是可以忽略的，又因在水珠向上彈跳的過程中，兩水珠的加速度是幾乎一樣的，因此將將上述條件考慮之後化簡(3-19)得：

$$N = 2kx = 2kR \sin(\omega t) \quad (3-20)$$

將(4-20)代入到水珠受力的積分式：

$$\int_0^t N dt = 2mv_0 \quad (3-21)$$

得到：

$$t_u = \sqrt{\frac{2m}{k}} \left[ \sin^{-1} \left( \frac{2^{1/3} P_0}{\sqrt{2mk}} \right) \right] \quad (3-22)$$

(3-22) 中  $P_0$ : 系統初動量，將從實驗二得到的水珠初動量帶到

(3-22) 後，作全對數作圖得：

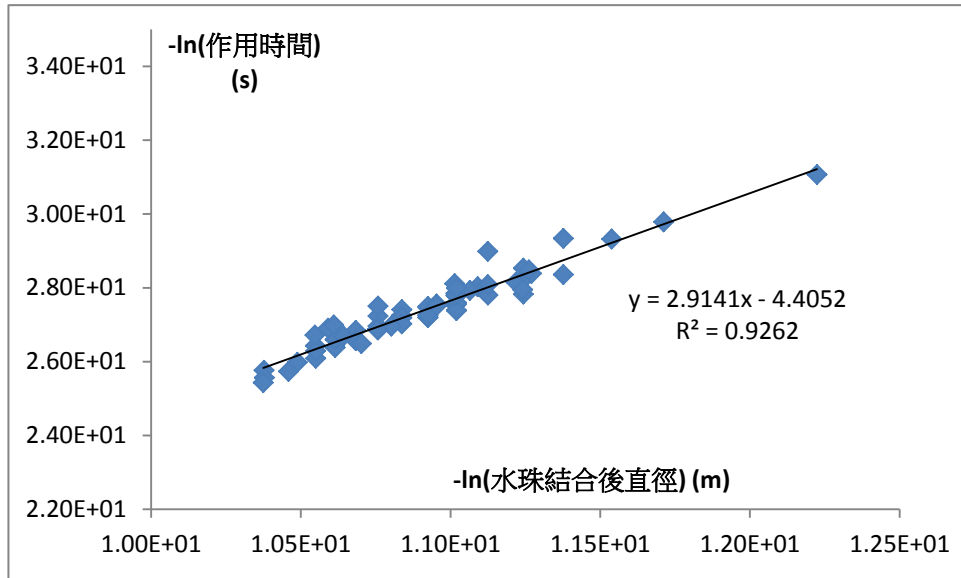


圖 3-14 水珠受衝力作用時間與直徑全對數作圖

從圖 3-14 中的趨勢可以看到，水珠在向上彈跳受作用的過程中，其作用時間大致上與直徑三次方成正比，也就是和質量成正比。

## 肆、 模擬結果

定義  $t=0$  時，水珠為彼此相切，單位為無因次化後的結果：

### 一、 水珠的幾何(黑色邊界)以及壓力演變

#### (一) 直徑 10 微米

##### 1. 兩顆水珠結合

以下壓力皆  
為無因次化  
後的單位

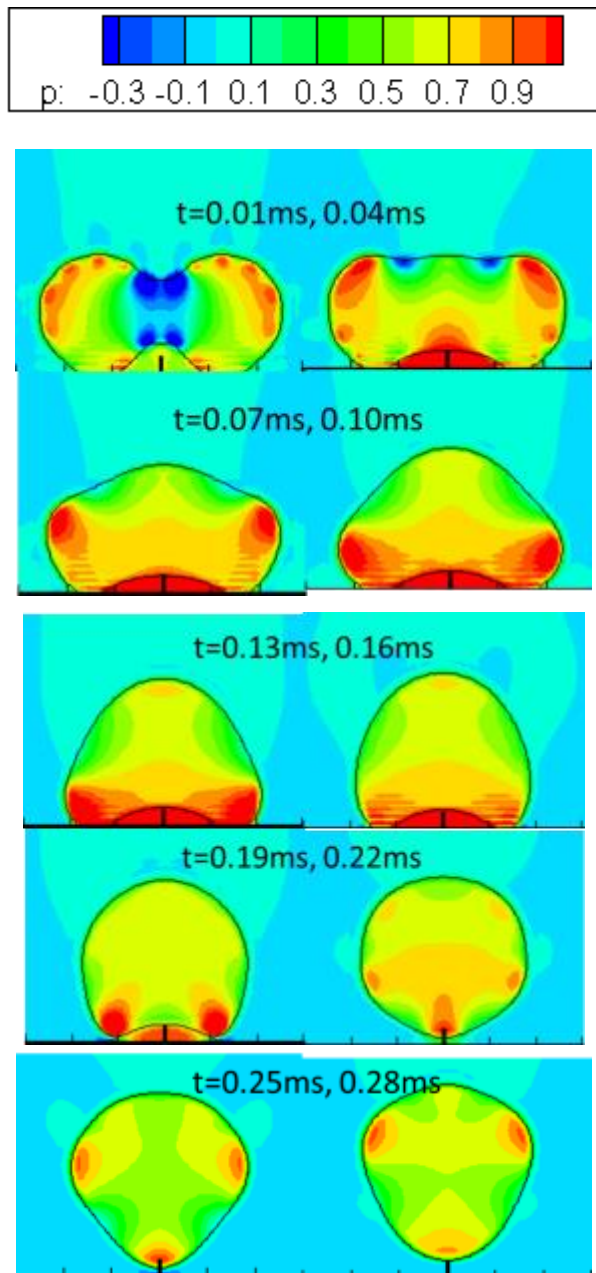


圖 4-1 兩顆直徑 10 微米的水珠結合

## 2. 三顆水珠結合

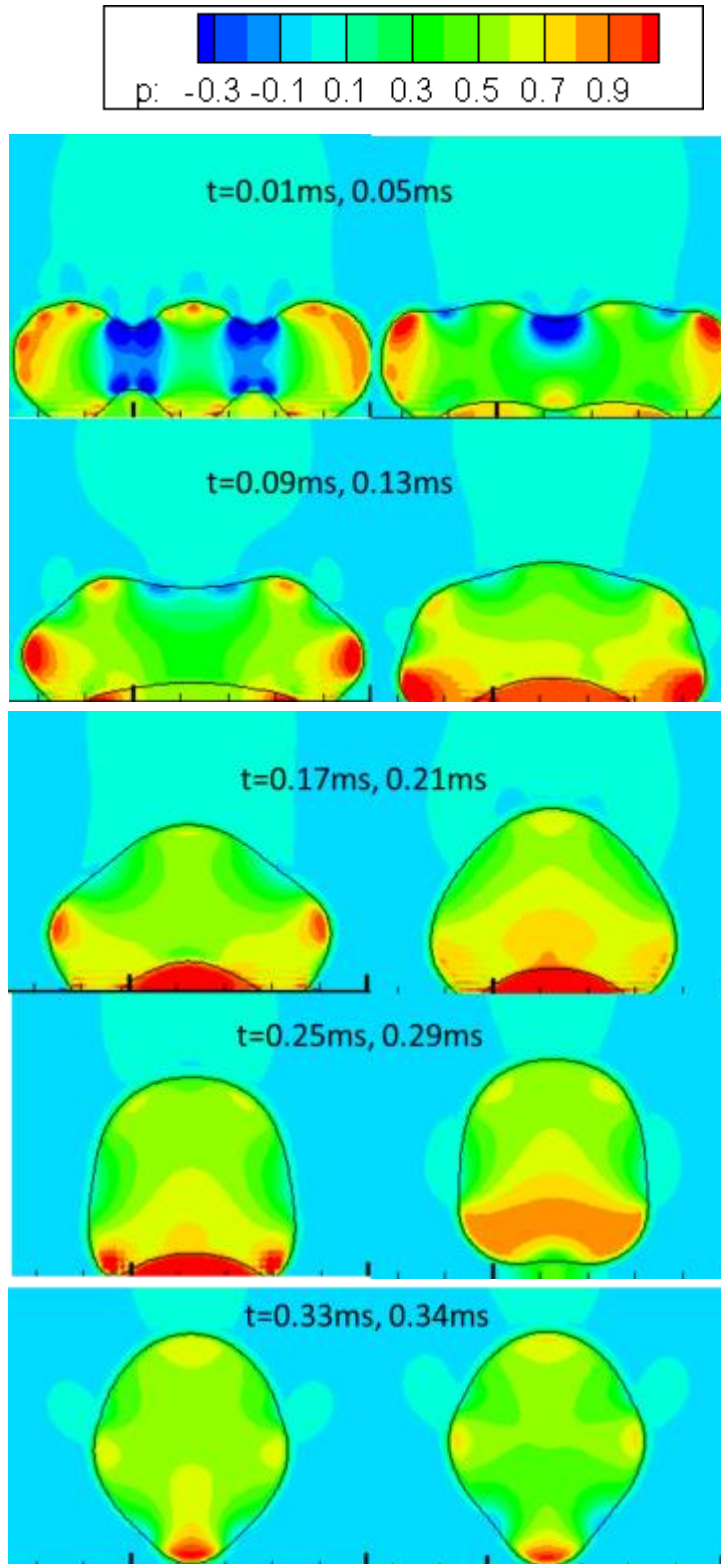


圖 4-2 三顆直徑 10 微米水珠結合

### 3. 四顆水珠結合

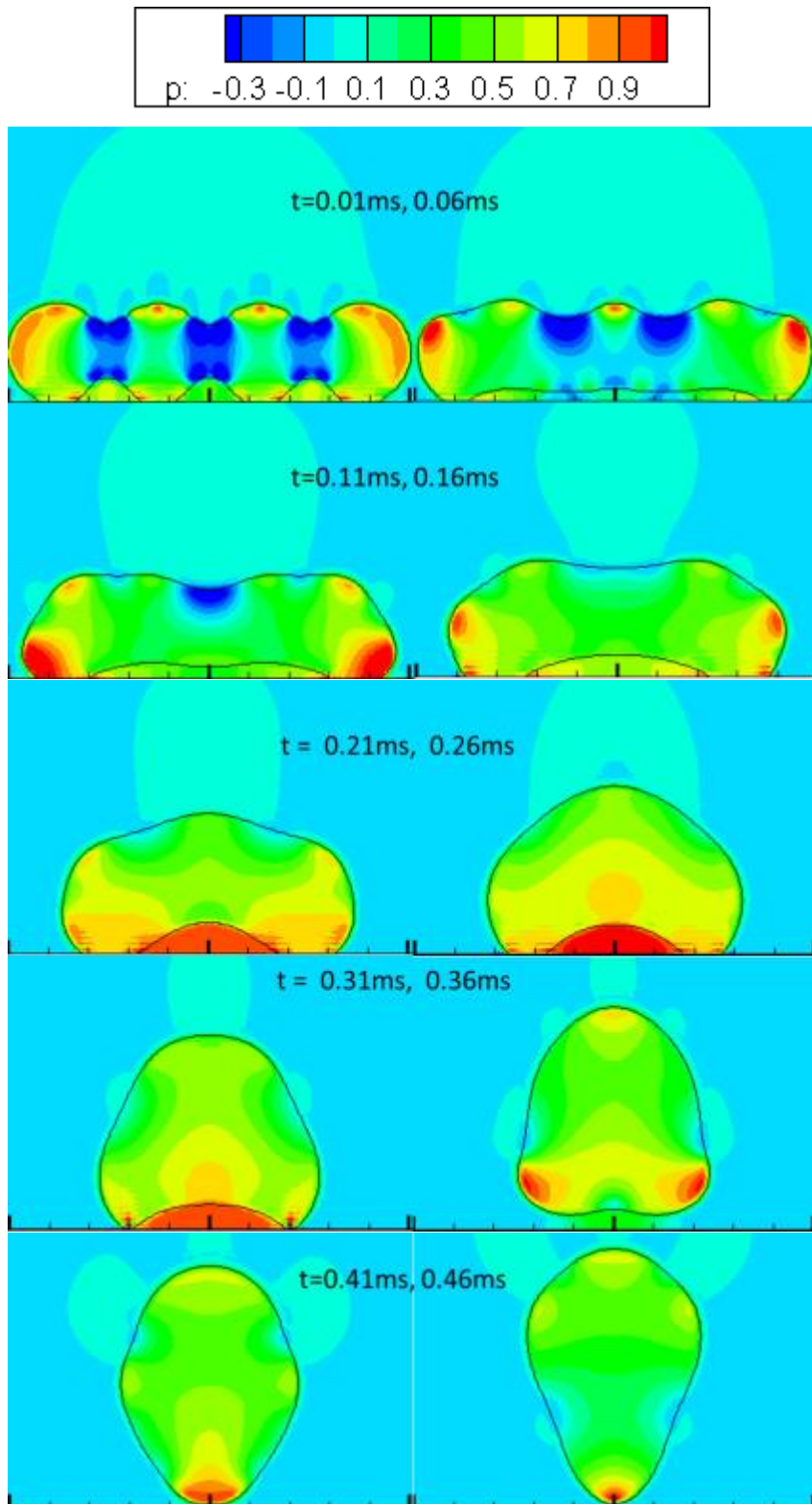


圖 4-3 四顆直徑 10 微米水珠結合

#### 4. 五顆水珠結合

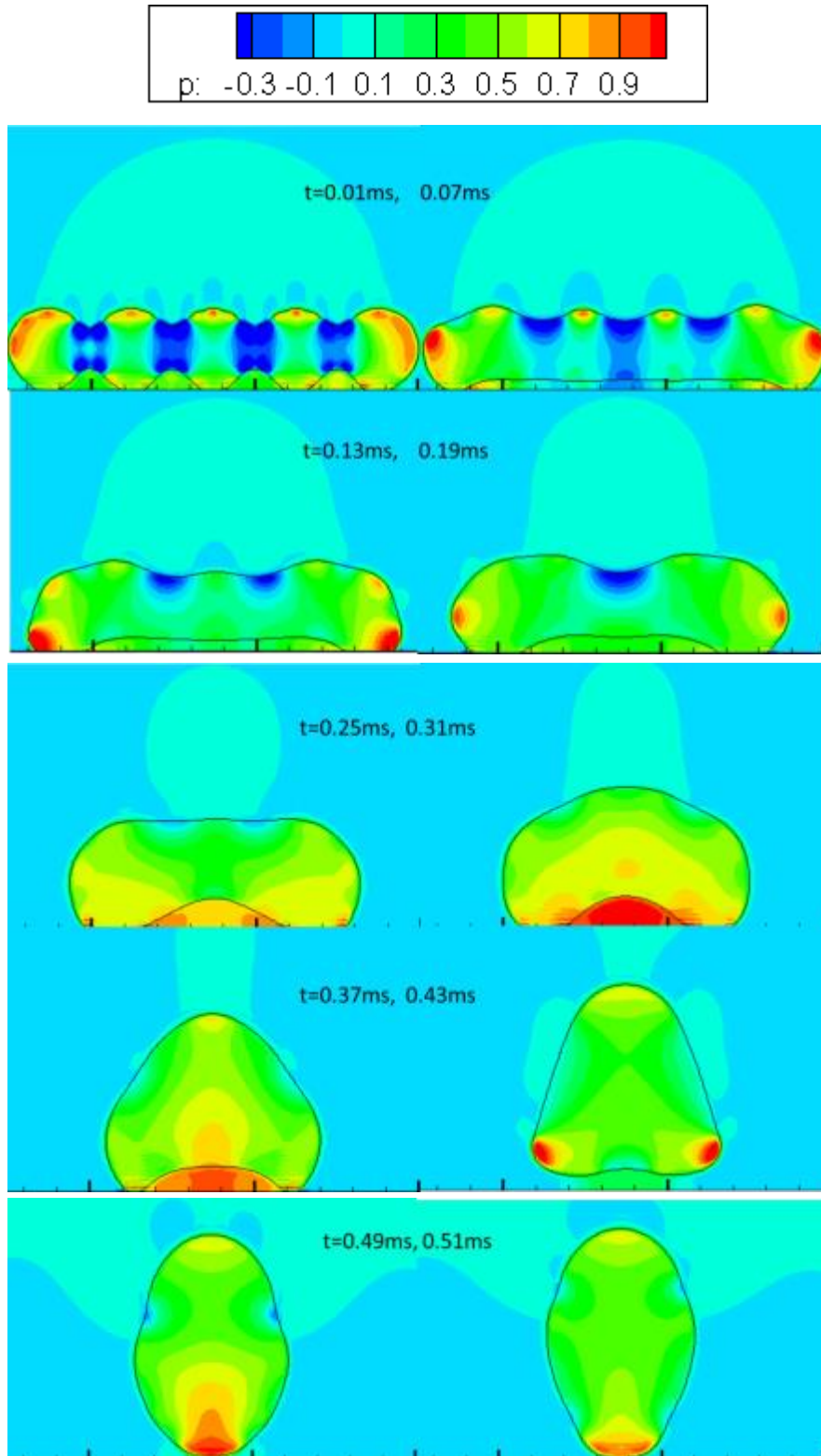


圖 4-4 五顆直徑 10 微米水珠結合

(二) 直徑 100 微米水珠

1. 兩顆水珠結合

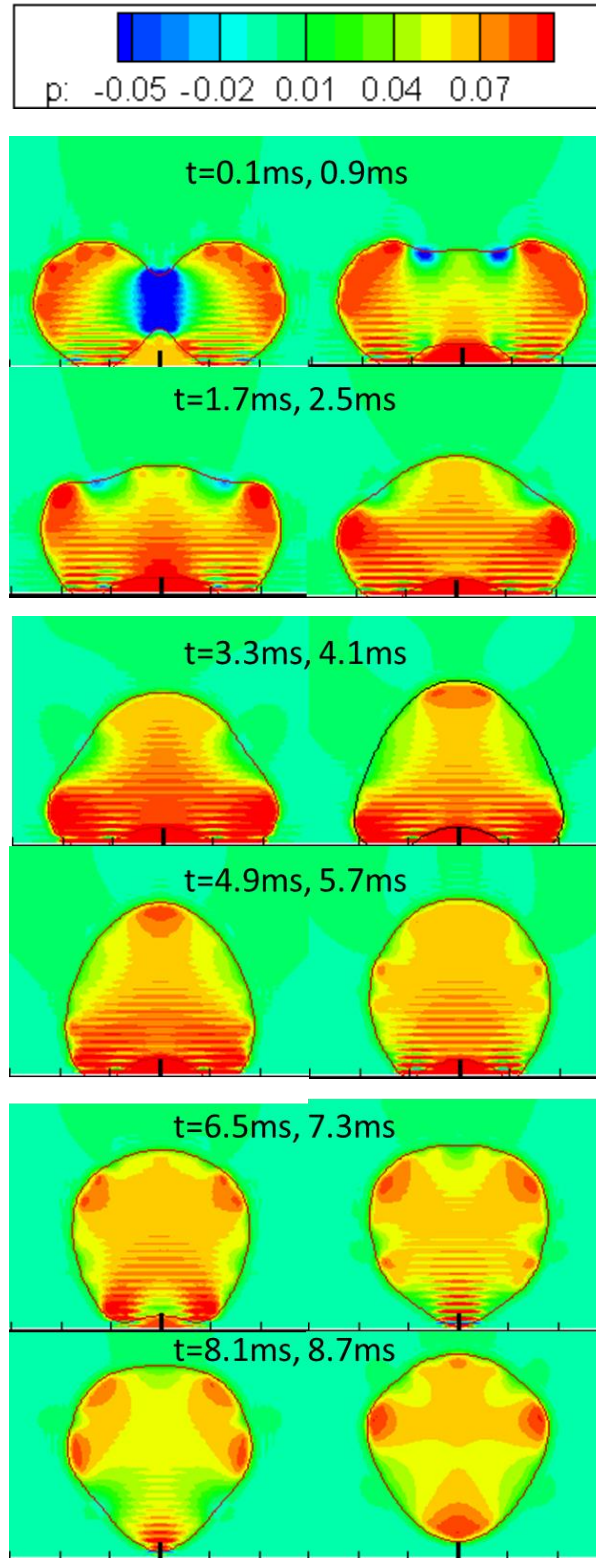


圖 4-5 兩顆直徑 100 微米水珠結合

## 2. 三顆水珠結合

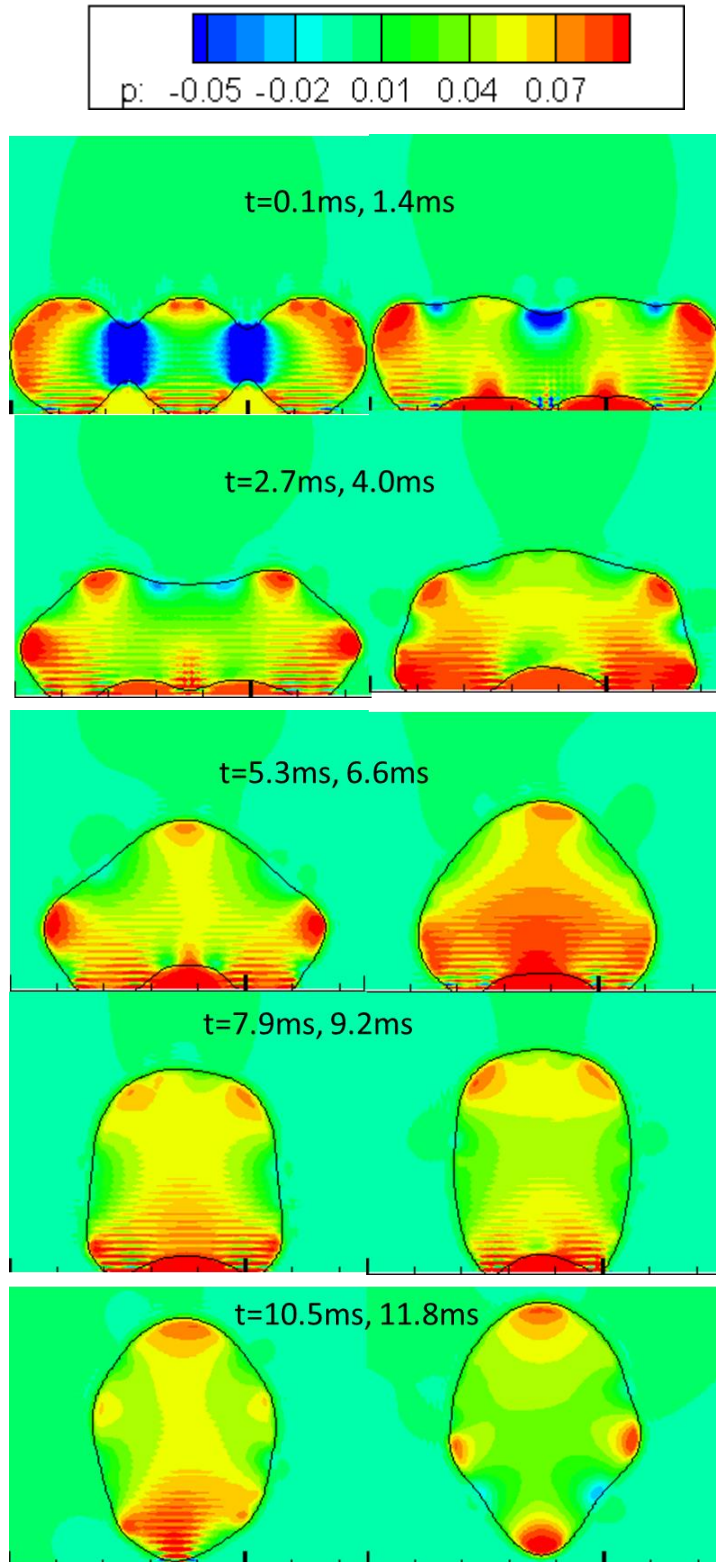


圖 4-6 三顆直徑 100 微米水珠結合



### 3. 四顆水珠結合

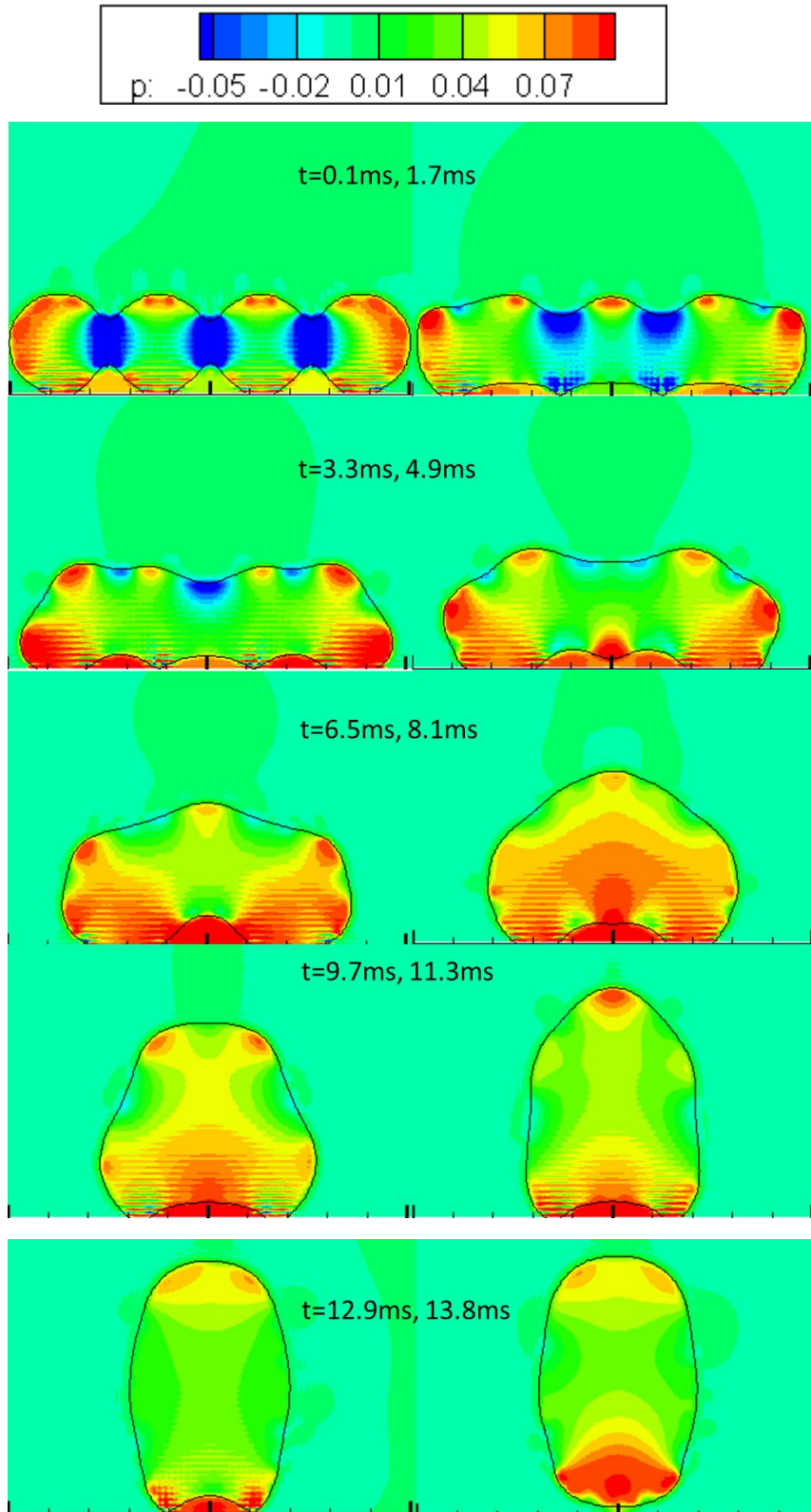


圖 4-7 四顆直徑 100 微米水珠結合

#### 4. 五顆水珠結合

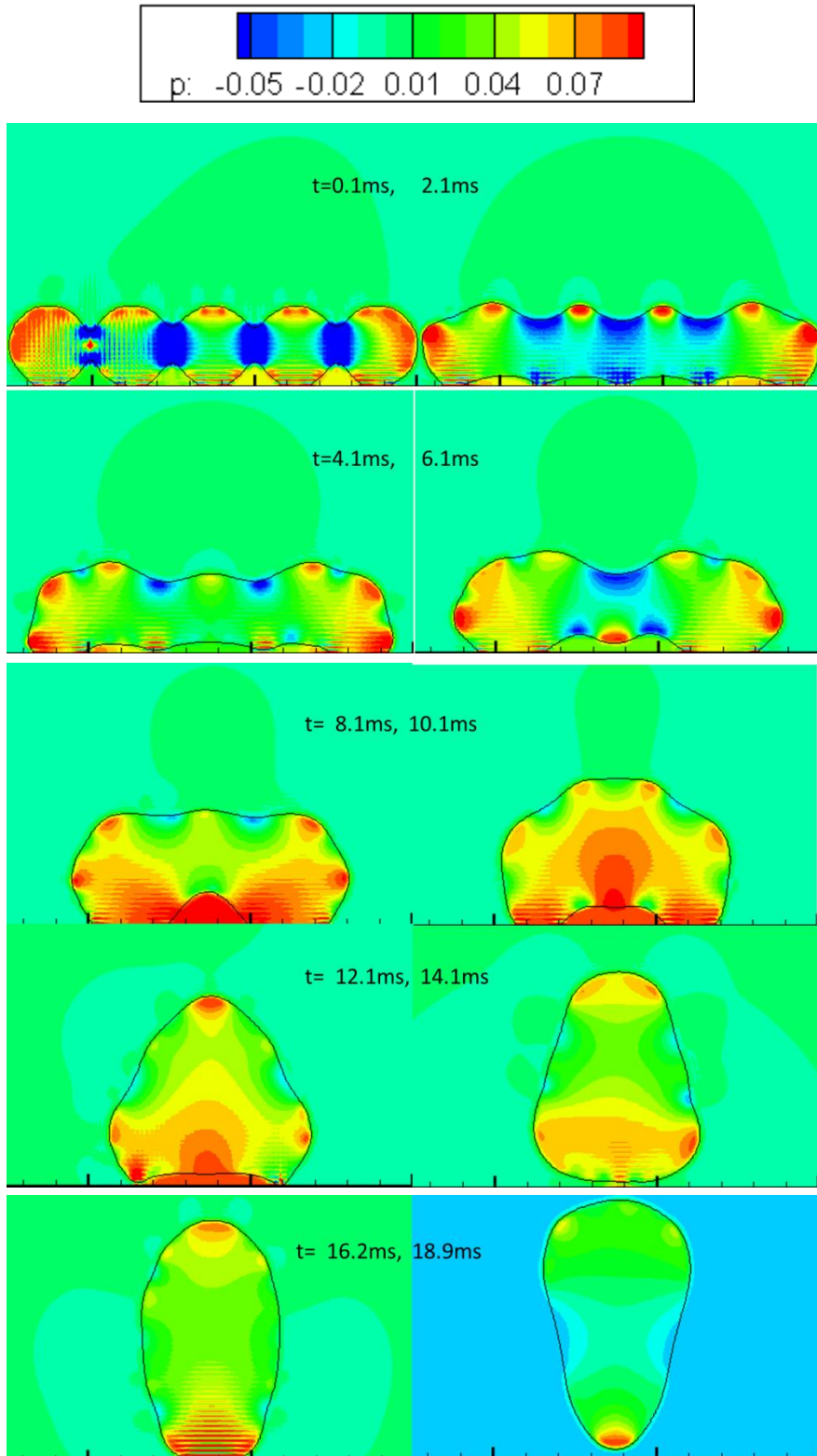


圖 4-8 五顆直徑 100 微米水珠結合

## 二、 結果分析

在分析水珠碰撞之前，由於模擬結果是 2D 的，為了討論 3D 計算，在討論各物理性質對碰撞結果影響時，我會以直徑 10 微米水珠結合為對照組，因為此情況在實驗中最常發生。

在圖片敘述方面，由於有 8 種情況，以直徑 10 微米兩顆水珠結合為例，將會以 10x2 代表之。

### (一) 水珠結合的過程

在水珠結合時初期，水珠會先在結合處形成負壓，而在水珠的最外兩側具有因表面張力而形成的正壓，使最外側的兩水珠在結合後主要是在水平上作加速。

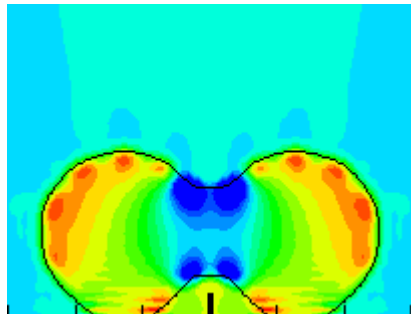


圖 4-9 負壓示意圖，在  $t=0.01\text{ms}$  時， $10\mu\text{m} \times 2$

由於水珠加速的結果使得兩側的質量會往中央集中，兩側的質量在中央匯集之後，便會轉往上下分散，使得水珠開始向上下變形。

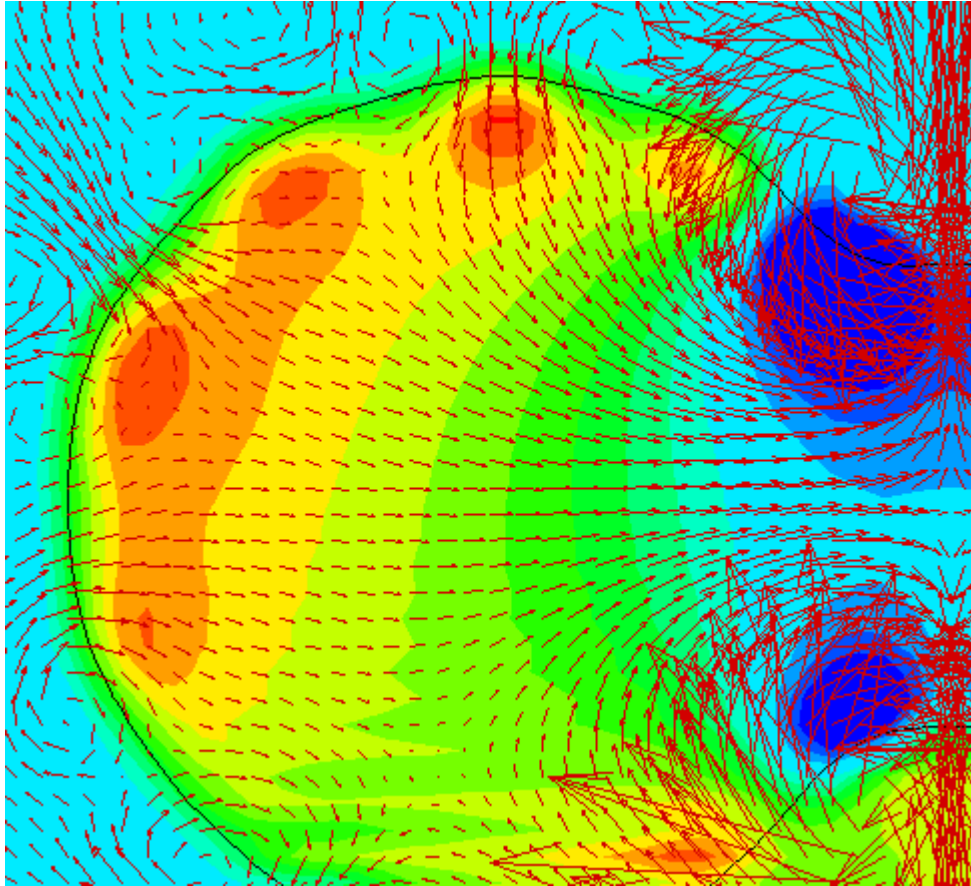


圖 4-10 水珠結合初期流場圖

在水珠向上下變形的過程中，向下流動的質量由於接觸到固體表面，以及氣室壓力的影響，所以會形成一個正壓的環境，而向上流動的質量由於無法擺脫表面張力的影響，而處於一個相對負壓的狀態。

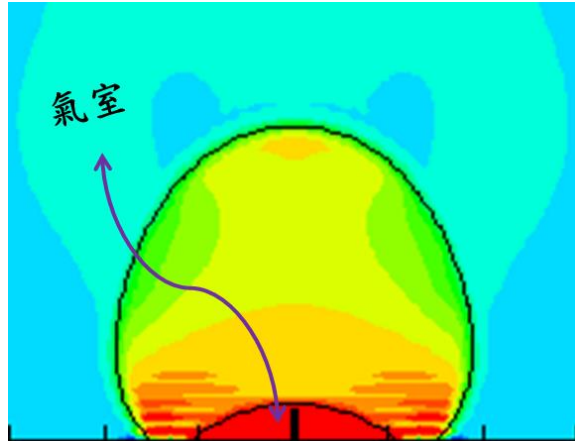


圖 4-11 氣室示意圖，  $t=0.16\text{ms}$ ， $10\mu\text{m}\times 2$

氣室內的壓力由於兩側質量向內加速的結果，使得氣室的體積愈來愈小，壓力也就愈來愈大。氣勢壓力增大所引發的結果就是，水珠系統的質心就更容易向上提升。等到向下流動的質量無法抵抗氣室壓力時，氣室就會因為內部壓力過大而爆裂，使水珠短暫離開表面。

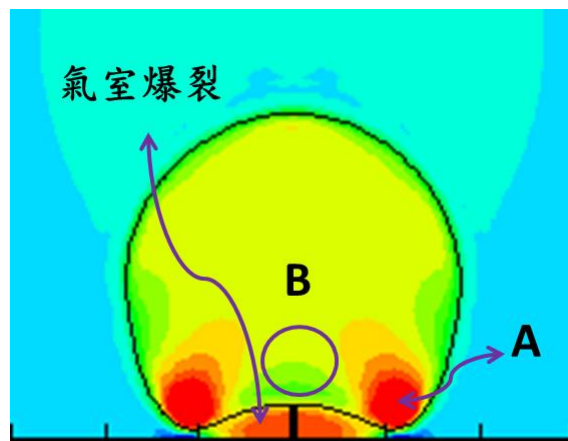


圖 4-12 氣室爆裂室意圖， $t=0.19\text{ms}$ ， $10\mu\text{m}\times 2$

在水珠短暫固體表面時，由於 A 側的壓力大於周遭的壓力，所以 A 側的質量會向外擴散，結果使得 B 側的質量愈來愈多，便向下

擴展直到接觸固體表面。接觸至固體表面時，由於反作用力的緣故，使水珠跳離疏水表面。

## (二) 水珠在垂直方向上的淨力

從水珠結合過程的剖析可以發現，系統質心在垂直方向上的受力事實上是很複雜的，同時受到了水珠內部質量的流動以及內部與外部的壓力差影響。定義水珠所在的平面為  $xy$  平面，上方為  $y$ ， $z$  方向為射出紙面。利用下式，計算系統在垂直方向上的淨力：

$$f_y = \int df_y = \int \Delta p d\bar{a} \cdot \hat{j} = \Delta z \int \Delta p d\bar{l} \cdot \hat{i} = \Delta z \int (\bar{p}_o - \bar{p}_i) d\bar{l} \cdot \hat{i} \quad (4-1)$$

其中  $\Delta z$  為  $Z$  方向上的厚度，在分析前的假設應為 1，

$\bar{p}$  為平均壓力，下標  $o$  與  $i$  分別代表水珠外部與內部。

解得(4-1)之後再扣掉重力，得到淨力。

$$F_y = f_y - mg \quad (4-2)$$

利用(4-2)得到的結果，將每一個時間點水珠受到的作用力進行分析，得到四種作用力  $F_y$ 、 $F_u$ 、 $F_d$ 、 $F_p$ ，分別代表系統在垂直方向上的淨力，由上半部分壓力差而獲得的垂直淨力、由下半部分壓力差而獲得的淨力、以及由氣室壓力差而獲得的淨力。

將(4-2)與氣室部分提供的淨力( $F_p$ )比較得：

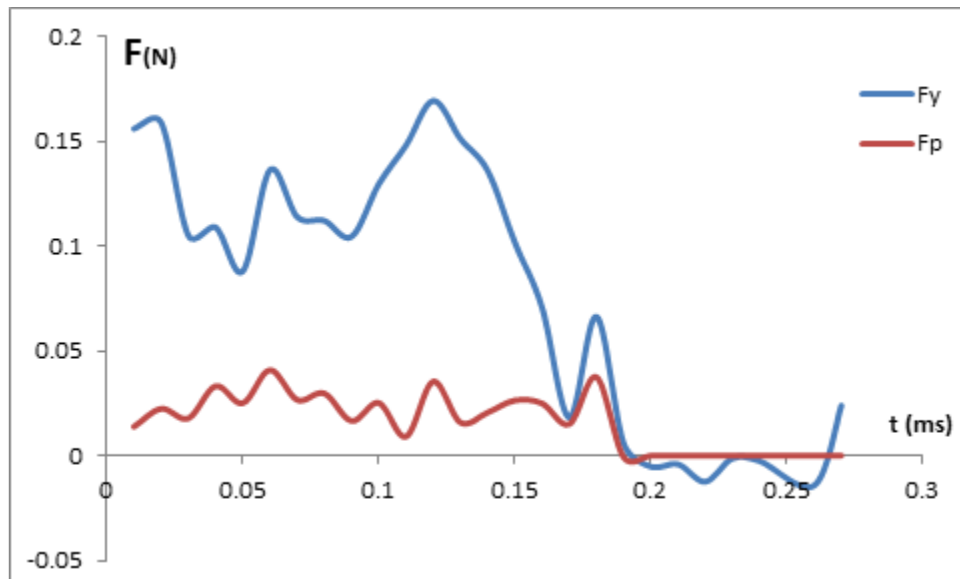


圖 4-13  $F_y$  與  $F_p$  比較圖(10x2)

從圖 4-13 可以發現到，在 0.15-0.20ms 中， $F_p$  與  $F_y$  都有一個相對極大值，表示水珠受到的淨力與氣室有很大的關係。在氣室爆裂之後， $F_p$  下降至 0，而  $F_y$  也受到  $F_p$  的影響而下降。在水珠彈跳前，此時  $F_y < 0$ ，也就是剛所提到的，水珠短暫離開表面的階段。而在接觸固體表面之後，向上彈跳。

在進一步分析水珠上半部分( $F_u$ )以及下半部分( $F_d$ )分別給水珠系統的淨力，得：

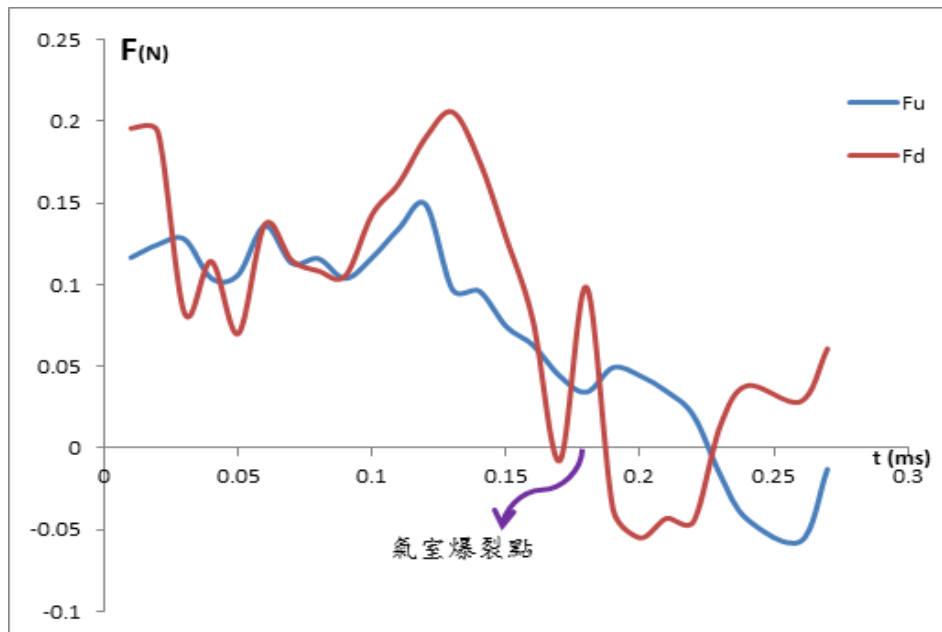


圖 4-14 水珠上半部分以及下半部分受到的淨力(10x2)

從圖 4-14 可以看到，在  $t=0.2\text{ms}$  附近的區域，上半部分的水珠受到向上淨力，但下半部分的水珠受到向下的淨力。此為圖 4-12 中 A 側質量向外擴散的結果，可以發現到上半部分的水珠受到的淨力在氣室爆裂之後，並沒有很大的變化率，但是下半部分的水珠卻急劇下降，此為 A 側和 B 側均靠近水珠下方的關係。

然而在  $t=0.22\text{ms}$  附近，可以看到  $F_d$  急劇上升， $F_u$  也急劇下降。 $F_d$  上升的原因係受到固體表面所給的反作用力，而  $F_u$  的下降乃水珠在變形之後受到表面張力影響的結果，兩力在此時間點的變化，使水珠向上彈跳並跳離表面。



### (三) 水珠表面能的變化

水珠的表面能隨著時間的變化，我在(4-15)式有簡單的以力學振盪模型討論，現在我便以模擬的結果來討論表面能。

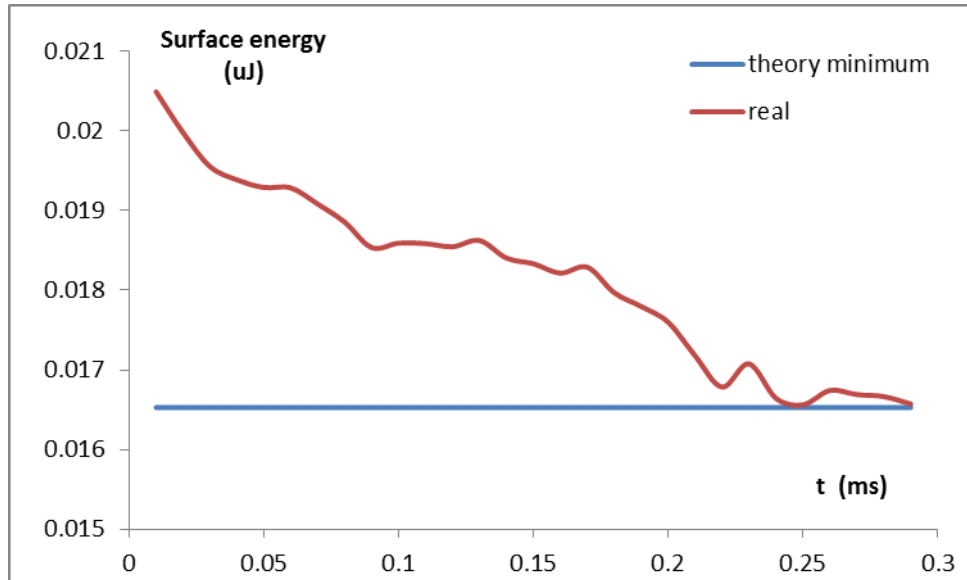


圖 4-15 水珠表面能(微焦耳)與時間(毫秒)關係圖(10x2)

圖 4-15 中，theory minimum 為理論上表面能的最小值，real 為模擬結果。從圖中可以發現，水珠的表面能確實是隨著時間而漸漸變小，且是一個振盪的系統。

### (四) 結合水珠數量的影響

以兩顆和五顆結合為比較標準，同樣分析水珠的在垂直方向上的淨力：

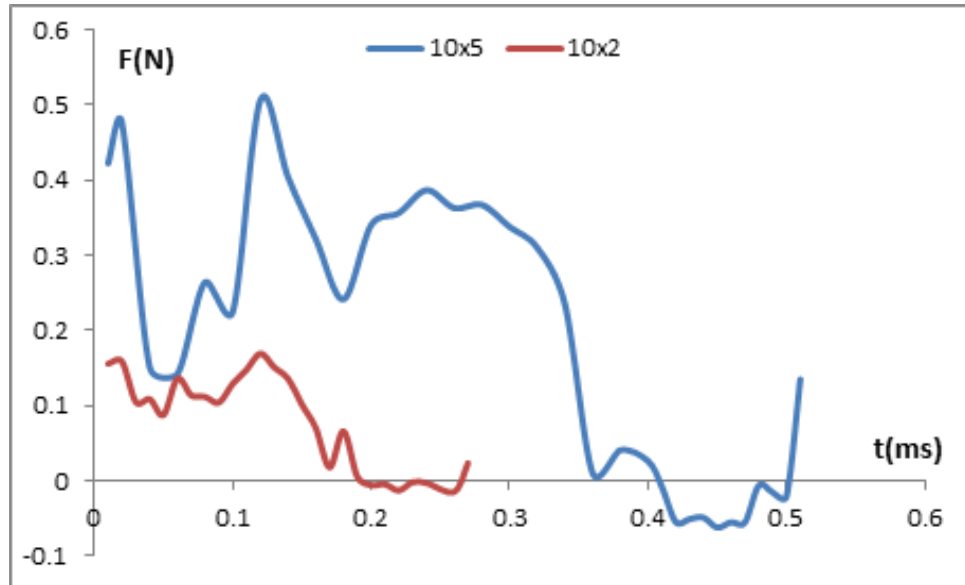


圖 4-16 垂直淨力( $F_y$ )比較圖(10x2, 10x5)

從上圖中可以發現，在兩顆水結合與五顆水珠結合時。系統均有相同的受力趨勢，在結合初期垂直淨力受到氣室與內部質量流動的影響，而呈現不穩定狀態。

在後期時由於氣室趨於穩定，所以淨力也趨於穩定。在氣室爆裂之後，兩者的淨力同樣均下降，並且在接觸表面之後，得到一個能夠使得水珠系統跳離疏水表面的反作用力。

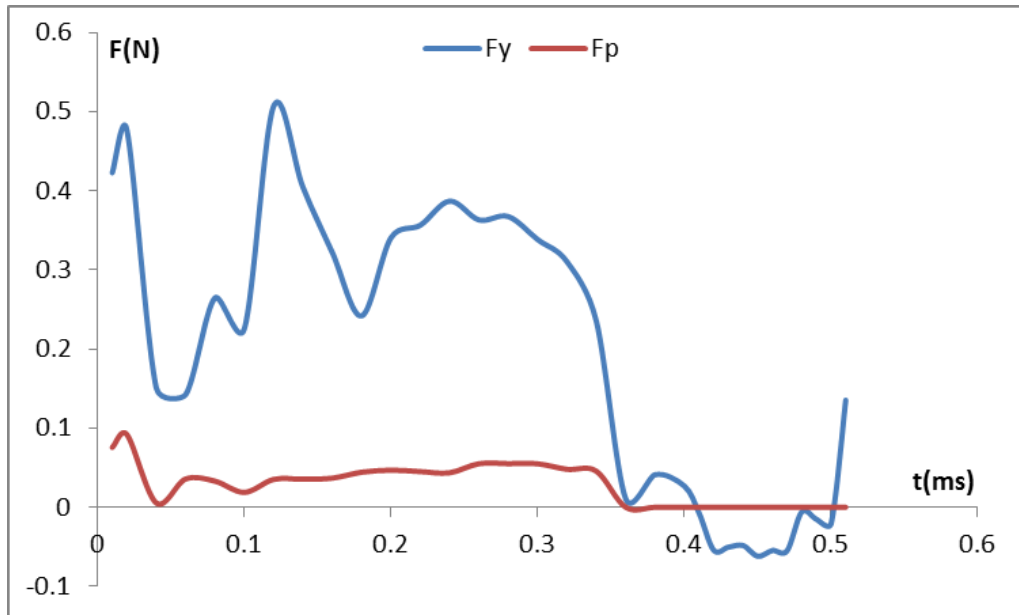


圖 4-17  $F_p$  與  $F_y$  比較圖(10x5)

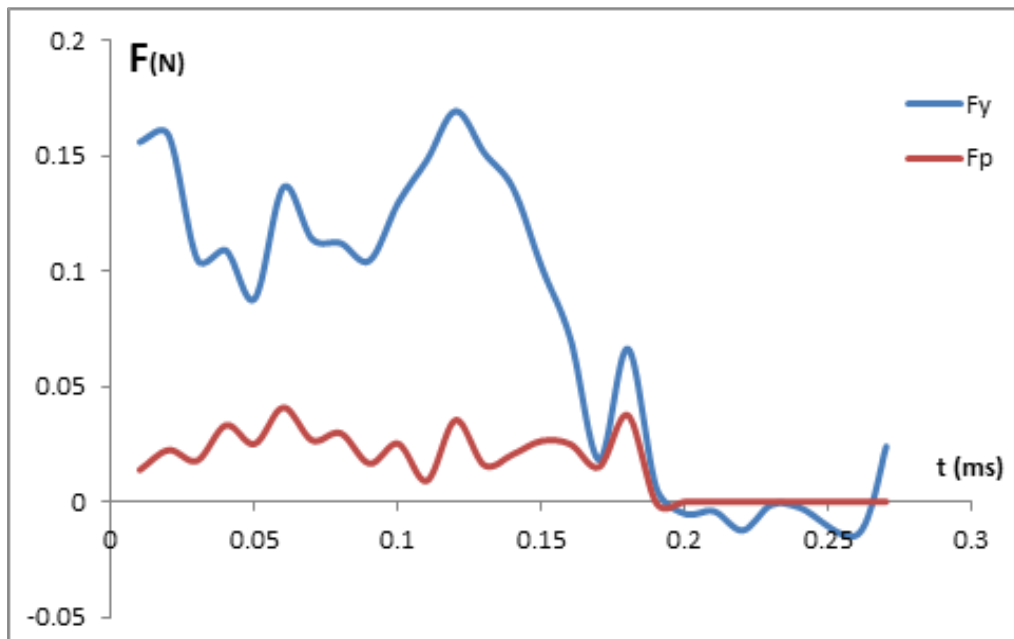


圖 4-13  $F_p$  與  $F_y$  比較圖(10x2)

將五顆水珠結合時，氣室部分給的淨力( $F_p$ )與系統受到淨力( $F_y$ )分析得到圖 4-17，與圖 4-13 比較之後，可以發現隨著總系統質量的增加，氣室部分提供的淨力影響淨力程度降低。

在圖 4-13 中， $F_y$  與  $F_p$  在氣室爆裂前有著明顯的相對極大值，但是在圖 4-17 卻較不明顯。且從圖 4-13 中可以發現，當氣室爆裂之後， $F_p$  急遽降低， $F_y$  也下降至小於 0，但圖 4-17 中，氣室爆裂之後， $F_y$  經過了數毫秒之後才下降。

因此可以推論，五顆水珠結合的情況， $F_y$  下降的原因已不是氣室爆裂，而是質量流動的緣故。由於系統的總質量增加，表面張力的影響就會相對變小，換而代之以是慣性，內部質量的流動反而影響愈來愈大。

質量的增加，在力學振盪模型中，意味著系統不易改變原運動狀態，在振盪運動中被影響是「自然共振頻率」，此頻率隨著質量增加而下降。

由於五顆水珠結合以及兩顆水珠結合時系統慣性的大小不同，物理上自然振盪頻率也應不同，從圖 4-17 及圖 4-13 中受力的曲線也可以發現，分別的受力從相對極大值變化相對極小值時，所經過的時距隨著質量增加而增加，與力學振盪模型中的自然共振頻率有著極相似的關係。

### (五) 單位水珠質量的影響

從圖 4-6 可以發現，兩顆直徑 100 微米結合所經過的時距遠大於兩顆直徑 10 微米結合所需，為了方便討論此兩組數據，我將直徑 100 微米所經過的時距統一減去一個數量級。將直徑 100 微米以及直徑 10 微米的水珠系統受到的垂直淨力( $F_y$ )作圖得到：

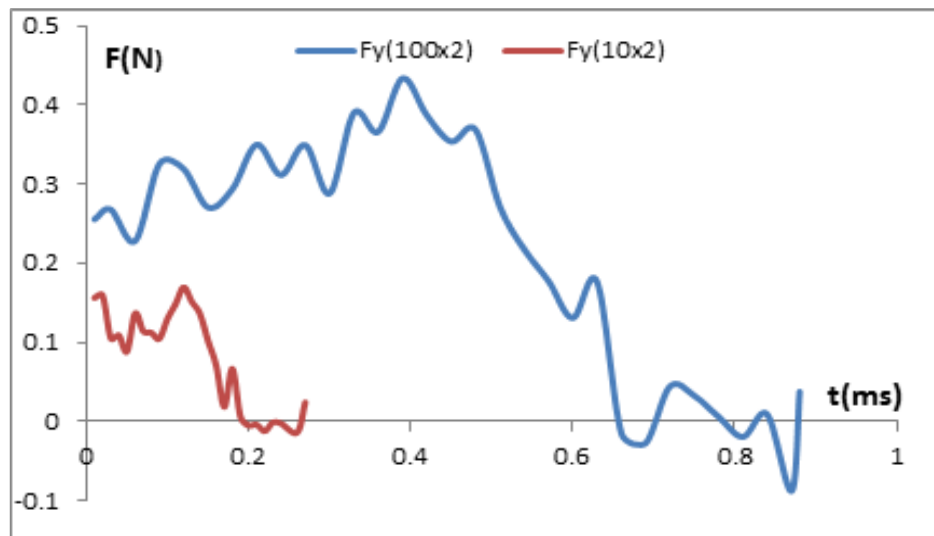


圖 4-18 100x2 與 10x2,  $F_y$  比較圖  
(100x2 時間尺度被縮小十倍後的比較圖)

從圖 4-18 可以得到直徑 100 微米兩顆水珠結合時，系統受到淨( $F_y$ )的演變趨勢，可以發現其趨勢仍滿足過去所提及的結合過程：兩側質量水平加速、質量流動與氣室壓力變化、水珠短暫離開表面以及受到反作用力跳離固體表面。

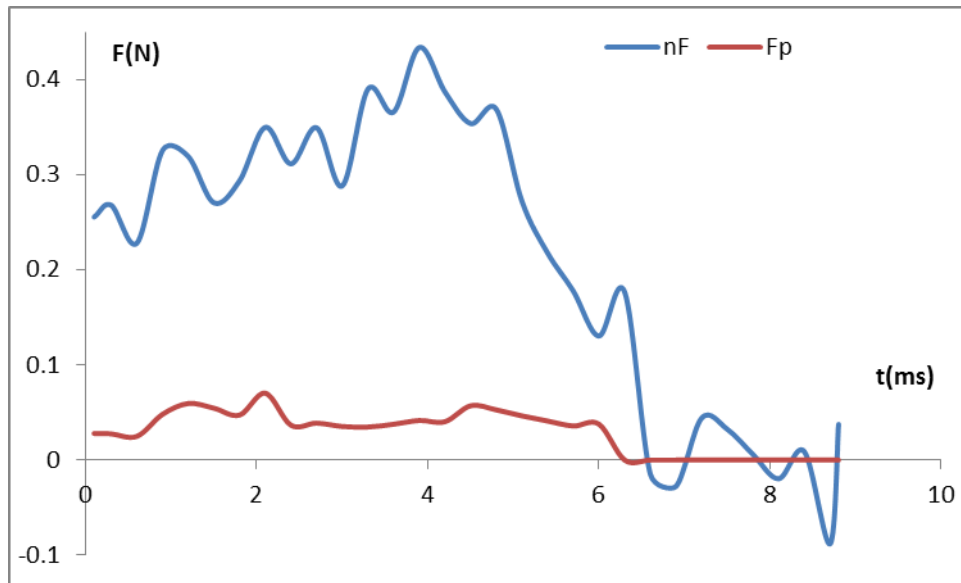


圖 4-19  $F_y$  與  $F_p$  比較圖(100x2)

從圖 4-19 可以發現，在氣室爆裂期間，水珠向上的淨力仍有一個明顯的相對峰值，而在氣室爆裂之後，淨力也有明顯下降趨勢。

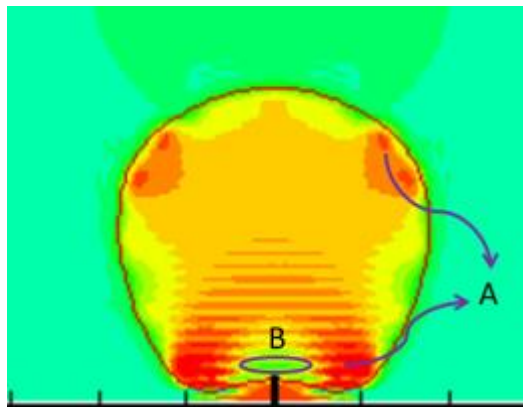


圖 4-20 A 側與 B 側示意圖(100x2,  $t=6.5\text{ms}$ )

在氣室爆裂之後，水珠系統短暫離開固體表面，A 側質量開始向外擴展。與直徑 10 微米兩顆水珠不同的是，直徑 100 微米的水珠具有兩個 A 側，分別在水珠上方以及水珠下方。下方的 A 側是由於水平加速而樣中央集中的質量在中央匯集之後，往下流的質

量部分與氣室抵抗造成的正壓環境，上方的 A 側則是表面振盪的結果。

在水珠結合之後，在水珠的表面會有表面振盪，從壓力的分部就能夠判斷出在水珠表面有一起一落的情形，如下圖：

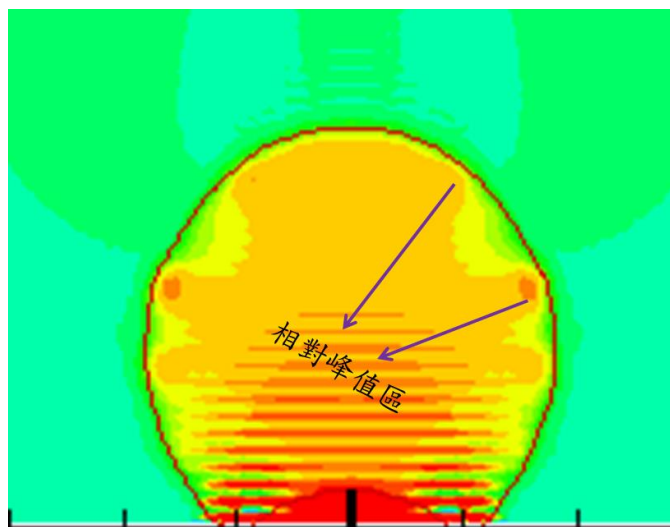


圖 4-21 表面振盪示意圖( $t=5.7\text{ms}$ ,  $100\times 2$ )

當圖 4-21 中的兩個相對峰值匯集在彼此間的相對谷值時，就會造成一個正壓的環境，下圖顯示兩相對峰值附近的流場，可預期經過數毫秒之後會匯集成圖 4-20 的上方 A 側。

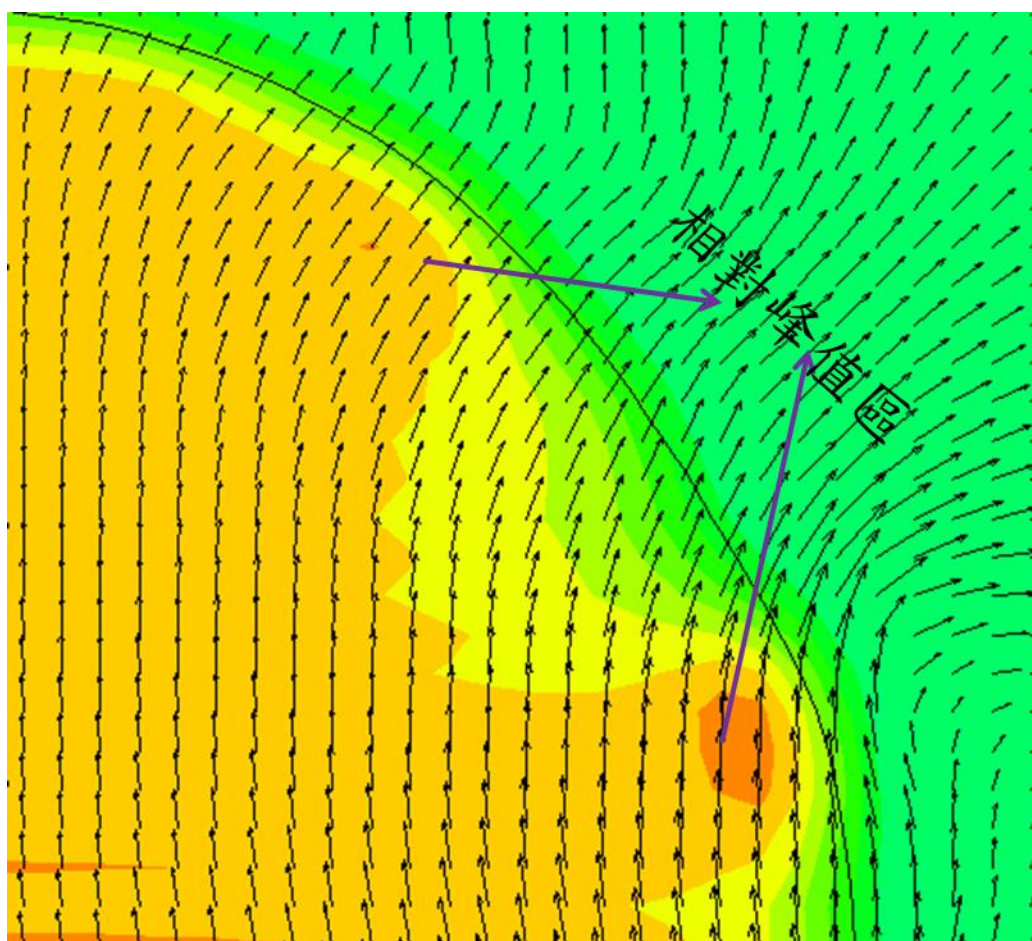


圖 4-22 圖 4-21 中相對峰值附近的流場

表面振盪在大直徑的水珠能夠進行到水珠幾乎要彈跳時仍能繼續進行，從振盪的觀點來看的話，大質量的水珠具有較小的自然振盪頻率。

在高頻率的阻尼振盪中，能量耗損的較快，在直徑 100 微米與直徑 10 微米的兩組水珠中，單位水珠質量相差了 1000 倍，在力學振盪中頻率就差了 10 倍以上，因此在小水珠的表面振盪中，便一下子就消失了，而大質量的水珠的表面振盪卻能夠繼續，便是因為頻率較低的緣故。



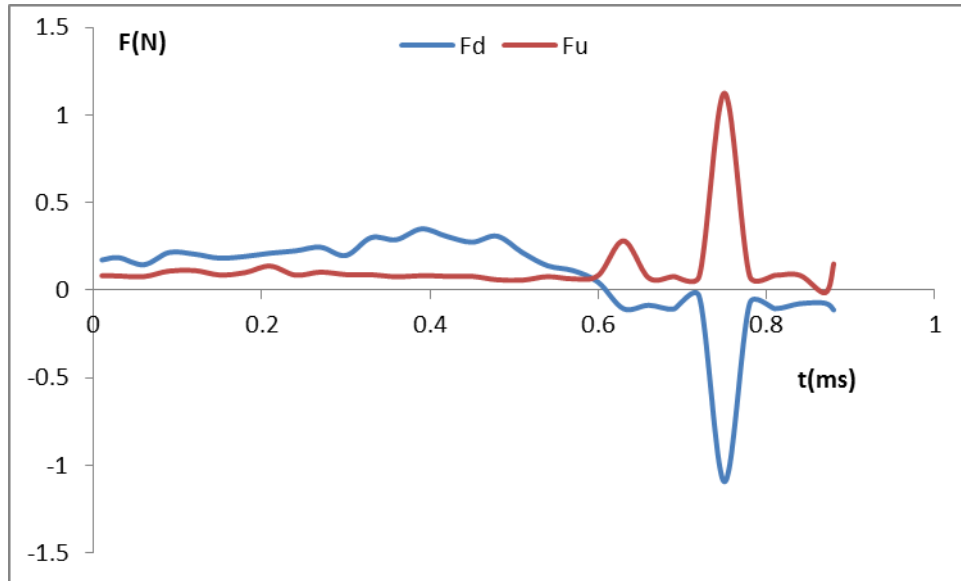


圖 4-22  $F_u$  與  $F_d$  隨時間的變化圖(100X2)

由於在直徑 100 微米的數據組中，在氣室爆裂之後會形成兩個 A 側，使得有大量的質量被帶往系統上方，直徑 100 微米的數據組的  $F_u$  會明顯上升，見圖 4-22。

## 伍、 討論

### 一、 實驗與模擬結果比較

#### (一) 水珠發生彈跳的直徑分布

從實驗一的結果得到，在兩顆水珠結合的情況下，結合前水珠的直徑分布是落在 10~25 微米之間，但是從模擬的結果來看，即使是五顆直徑 100 微米的水珠也能夠跳離疏水表面。

在實驗中我們並沒有看到直徑 100 微米的水珠向上彈跳的數據點，但是並不表示直徑 100 微米的水珠無法向上彈跳，只能夠推論在自然界發生的機率極低。

在模擬的結果雖然直徑 100 微米的水珠能夠向上彈跳，但是從控制方程式(2-15)可以發現，我們只考慮的黏滯力、壓力、重力以及表面張力，在邊界條件(2-16)也只考慮了疏水性的影響，即使在驗證程式碼時，與前人的實驗數據形狀相符，也無法代表我們所設計的程式是完全符合真實世界的複雜情況，諸如摩擦力、相變化甚至是 EDL 的存在。

## (二) 水珠彈跳系統的振盪性質

從實驗數據所建立的力學振盪模型中，我為了避免處理過多的流體問題而在探討表面能時做了許多假設，而得到了水珠在向上彈跳前為一個振盪系統，其根據是表面能再結合原點是最低的(圖 3-10)。

而在模擬的結果中，從表面能與時間的變化關係圖(圖 5-14)，發現到水珠的表面能隨著時間越長而愈來愈達到理論的最低值，因此不管是從我所建立的簡易力學振盪模型，抑或是模擬的數值計算結果，水珠在結合並向上彈跳之前確實是一個振盪系統。

## (三) 水珠的受力

從實驗結果所建立的力學振盪模型，我將水珠在結合後所受到的力線性化，並依據 Bond Number 的物理意義將重力忽略之後，得到了水珠在向上彈跳的過程中所受到的力是一個的規律變化的外力(3-20)。

但是從模擬結果來看(圖 4-12)，水珠所受到的力並非是規律變化的，雖然所受的到外力再結合初期有明顯的起伏變化，但是卻能夠明顯的判斷出，水珠受到的外力並非如簡協振盪的彈簧力如此容易定量計算出。

#### (四) 水珠的受衝力作用時間

從(3-22)與圖 3-14，我利用自己建立的力學振盪模型來計算水珠受向上衝力作用的時間。將所建立的力學振盪模型與實驗數據結合後，得到了水珠受衝量時間是和質量成正比的結果。

將模擬的結果中，同樣分析水珠受衝力作用時間，先定義水珠在結合瞬間為計算受衝力時間起始點，在水珠受到反作用力而向上彈跳時為計算結束點，並定義一顆直徑 10 微米水珠為一單位質量，將結果做全對數分布圖得：

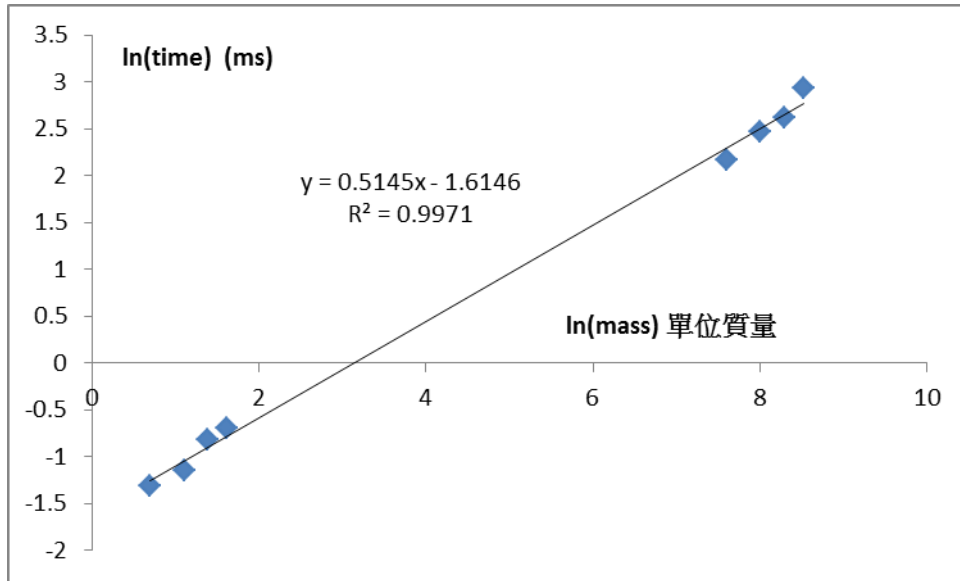


圖 5-1 水珠受沖力作用時間與質量全對數分布圖

將圖 5-1 與圖 3-14 比較，數值計算的結果顯示，水珠受衝力作用時間與質量的方根成正比，而從力學振盪模型與實驗數據得到的結果是水珠受衝量時間( $\Delta t$ )與質量( $M$ )成正比，如下表示：

$$\Delta t \begin{cases} \propto M & (\text{model's result}) \\ \propto \sqrt{M} & (\text{numerical result}) \end{cases}$$

表示由力學振盪模型所得到的結果，與數值計算仍有所誤差，即使在力學振盪模型中曾以理論彈力長數與實驗彈力常數的比值，以及理論能量差和實驗能量差的比值作為力學振盪模型的參考參數，力學振盪模型仍有待加強。

## (五) 水珠結合的時間尺度

在所有實驗中，我所拍到的水珠均是在水珠結合後的結合後的影像，我曾嘗試以每秒十萬張的高速拍攝正在凝結的液片，但由於時間尺度變小，曝光的時間也就大幅縮減，因此光源的問題變得無法解決。

而在模擬的結果中，結果發現直徑 10 微米的水珠從結合到跳離固體表面所發的時間，若要利用實驗儀器，至少需要用到每秒 10 萬張以及超強的光源並搭配 20 倍的放大倍率，才能夠清楚拍下水珠在結合中的過程。

由於物理儀器的問題很難解決，因此我才著手進行數值求解的研究，以了解水珠在結合中的物理機制。

## 二、 應用評估

關於水珠彈跳的應用，其中之一是提升導熱效率，此應用主要是設法降低表面上的質量增加率。

在提升導熱效率方面，是在傳統的發電方式中，蒸氣渦輪機需要蒸氣來推動，同時也需要使蒸氣在發電系統中循環利用，在液化蒸氣的步驟中，需要將蒸汽的熱導至散熱面，並使蒸

氣凝結。如果蒸氣大量凝結在凝結表面的話，會使得導熱面上覆蓋了一層水膜，如此一來，在熱的傳導過程中，就必須先經過水膜再傳至散熱面上。如此會增加系統總熱容，並降低導熱效率。

從圖 3-7 可以看到，水珠在一個表面上的凝結速率隨著外加電場增加而降低，我將整個凝結速率降低的過程敘述如下：

- (一) 靠近疏水表面上的水氣因為溫度差的關係，開始在疏水表面上凝結成水滴，並會隨著時間而增大。
- (二) 當水珠的尺寸大到能夠和周圍的水珠結合時，便會進行彈跳，由於水珠本身帶有微量電荷，受到外加電場的影響，會在水平方向上加速。
- (三) 在(二)中的水珠，因為結合並跳離原處，該處就會回到(一)並繼續凝結。

在上述的過程中，(二)是非常重要的關鍵，且深受電場大小影響，我在這裡假設了兩種情況，即強電場與弱電場：

#### 1. 強電場：

- (四) 在水珠落到疏水表面前，水珠已經受到外加電場而有了相當大的水平速度，並足以落在凝結表面外。

## 2. 弱電場:

(五) 由於水平方向上的速度不夠大，而無法跳離凝結表面，在經過一段水平距離之後，和該處的水珠進行結合。

(六) (五)中的水珠結合後，如果水珠質量過大便無法繼續彈跳，而在結合原處形成超大水滴。

若水珠結合後仍能夠向上彈跳，那便會繼續(五)直到不能再跳而達到(六)，但由於總質量必定大於上一次(二)的水珠，(五)中的水平位移將會小於上一次。

在強電場與弱電場的結果比較中，我推測在強電場的作用下，凝結在疏水表面上的水珠能夠藉由向上彈跳之後，受到外加電場而水平加速，並落至凝結表面外。

在弱電場的情況下，則不然。由於水珠無法跳離凝結表面，便會在凝結面之內形成大水珠。經重複的(一)(二)(三)(五)(六)過程之後，整個疏水表面就會被水覆蓋。

如果能夠將強電場外加於正在凝結的疏水表面，從實驗的結果顯示，的確能夠大幅降低凝結效率。但是外加電場若不夠強的話，我預測凝結速率反而會被提升。



綜合上述的結果，若未來欲發展此應用的條件，本研究提出了幾項

注意事項：

(一) 外加電場必須高於一臨界值，此臨界值與凝結表面寬度有關。

(二) 凝結表面最佳的狀態是，疏水性愈高愈好，其幾何形狀最好是沿著電場方向上的邊長要窄。

在本研究中，在電場方向上的邊長為 3.5 公分，外加電壓則是 4000 伏特，成功降低了 80% 的凝結效率，顯示其應用的可能性。關於第二點的要求是為了能夠讓水珠容易跳離凝結表面，否則邊長太長，則會導致增加表面質量增加率的可能。

## 陸、 結論

### 一、 實驗結果

- (一) 水珠在自然凝結並發生彈跳，最可能發生的直徑分部落在 10~25 微米之間。
- (二) 水珠在結合前後的表面位能差的表現形式，除了動能以外，其餘能量與水珠平方直徑有極佳的線性關係。
- (三) 水珠的帶電量與直徑的 3.5 次方成正比。
- (四) 隨著外加電場的增加，在超疏水表面上的平均凝結速率能夠成功降低 80%，但預測如果電場不夠強，反而會增加平均凝結速率。

### 二、 力學振盪模型分析結果

- (一) 將水珠在結合瞬間之後所受到的水平淨力，以簡諧振盪的形式將其線性化，將理論所得的彈力常數與實驗所推得的彈力常數比較，得到約有 2% 的誤差。
- (二) 在避免處理流體的情況下，得到水珠在結合中的運動的形式卻實為振盪。
- (三) 將從理論分析得到水珠受到的力積分得到理論作分，與實驗所得的能量差比較，得到約有 20% 的誤差。

(四) 從受力觀點討論水珠受衝量的時間，得到其受衝量時間  
大約與質量成正比。

### 三、 模擬結果

(一) 直徑 10 微米與直徑 100 微米的水珠，無論是兩顆、三顆、四顆以及五顆，都能夠跳離固體表面。

(二) 水珠的結合過程為：

1. 水珠發生結合。
2. 由於壓力差，兩側質量向結合處加速。
3. 在中間匯集的質量分上下流動。
4. 向上流動的質量由於無法擺脫表面張力的束縛，而漸漸停止、向下流動的質量則受到固體表面以及氣室影響，形成一正壓環境。
5. 氣室的壓力持續升高，直到破裂。
6. 水珠暫時離開固體表面，在內部由於壓力不均勻分布，使水珠向上下變形。
7. 系統向下變形的過程中，碰觸到固體表面，受到反作用力而跳離表面。

(三) 隨著結合水珠的顆數愈多，水珠在垂直方向上的淨力受到氣室的影響愈低，而質量流動的影響程度愈來愈高。

(四) 隨著單一顆水珠的質量增高，系統的自然振盪頻率下降，使表面振盪維持的時間增加。在水珠暫時離開固體表面的階段，表面振盪形成的相對壓力峰值使水珠向上下變形成度增加。

#### 四、 實驗與模擬比較結果

- (一) 從實驗統計發生跳離表面的水珠直徑分布，發現直徑 100 微米的水珠在實驗幾乎沒有發現，但是數值求解得到能夠跳離表面的結果。
- (二) 從數值模擬以及提出的振盪模型，都能夠解釋水珠在結合中物理行為為振盪系統。
- (三) 從提出的力學振盪模型中，水珠受到力是規律週期變化的，但數值求解的結果不是。
- (四) 從提出的模型推論，水珠在衝量時間與質量成正比，但是從數值模擬的結果則是和質量的方根成正比。
- (五) 從數值模擬的結果，發現水珠結合的時間尺度與現實中無法以實驗拍攝的原因相符。

## 柒、參考資料

1. N. Miljkovic, D. J. Preston, R. Enright, E. N. Wang. (2013). Electric-Field-Enhanced Condensation on Superhydrophobic Nanostructured Surfaces. *ACS Nano*, 7(12), p. 11043 - 11054
2. N. Miljkovic, D. Preston, R. Enright, E. N. Wang. (2013). Electrostatic charging of jumping droplets. *Nature Communications*, 4:2517
3. Melissa Orme .(1997). Experiments on droplet collisions, bounce, coalescence and disruption
4. Mehran Mohammadi Farhangi, (2012), A Thesis in the Department of Mechanical and Industrial Engineering, Numerical study of droplet coalescence and droplet shedding on surfaces with various wettabilities
5. Sébastien Tanguy, Alain Berlemont, (2005), Technopôle du Madrillet, BP 12 Avenue de l' Université , Application of a level set method for simulation of droplet collisions
6. 林家賢, (2004), 逢甲大學水利工程研究所, 以等位函數法模擬 2D 自由液面流之數值研究 Numerical Study of 2D Free Surface Flows using Level Set Method
7. 郭人豪, (2002), 逢甲大學土木及水利工程研究所, 以等位函數法求解含自由液面之流場 A Level Set Technique Applied to Free Surface Flow
8. Jianming Yang , Frederick Stern, (2009), Hydroscience and Engineering, University of Iowa, Sharp interface immersed-boundary/level-set method for wave-body interactions
9. Sussman, Mark, and Fatemi, Emad, An Efficient, (1999), Interface-Preserving Level Set Re-distancing Algorithm and Its Application To Interfacial Incompressible Fluid Flow, *SIAM, Journal on Scientific Computing*, 20, 1165-1191,
10. Osher, S. and Sethian, J. A., (1988), Fronts Propagating with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulation, *Journal of Computational Physics*, 79(1), 12-49
11. Van Doormal, J. P. and Raithby, G. D., (1984), Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, *Numerical Heat Transfer: Part B -Fundamentals*, 7, 147-163

## 捌、 附錄

### 一、 實驗一的數據

D1	D2	D1	D2	D1	D2
15.5	15	10	10	12.5	11.5
10	10	10.5	7.5	10	10
12.5	10	15	12.5	12.5	10
22.5	16	17.5	10	15	15
10	7.5	11	10	15.5	15
14.5	14	16	11	26	22.5
15	10	13.5	10	22.5	16
12.5	10	11	10.5	11.5	10.5
15	12.5	15	13.5	15	11.5
16.5	7.5	15	10	37.5	27.5
22.5	14	25	15	10	10
20	20	12.5	10	12.5	12.5
7.5	7.5	10	9	17.5	10
11.5	11	22.5	20	18.5	10
12.5	12.5	14	10	16	12.5
16	14	15	10	12.5	12.5
15	11.5	7.5	6	15	12.5
22.5	20	19	10.5	17.5	10
16.5	15	11.5	10	12.5	10
10	7.5	15	10	12.5	7.5
10	10	16.5	10	10	10
12.5	11.5	45	37.5	15	11
20	17.5	17.5	15	15	14
7.5	5	12.5	10		

## 二、實驗二的數據

結合後直徑	初速度	結合後直徑	初速度	結合後直徑	初速度
1.52E-05	2.13E-01	2.83E-05	1.82E-01	2.13E-05	1.32E-01
1.15E-05	3.61E-01	2.04E-05	2.60E-01	2.62E-05	2.39E-01
1.64E-05	2.81E-01	1.19E-05	7.65E-02	1.96E-05	2.31E-01
2.13E-05	2.57E-01	1.65E-05	1.56E-01	2.13E-05	2.28E-01
1.31E-05	2.77E-01	1.57E-05	2.17E-01	2.46E-05	1.64E-01
1.96E-05	1.85E-01	2.51E-05	1.46E-01	1.64E-05	3.28E-01
1.48E-05	9.02E-02	1.48E-05	2.22E-01	1.80E-05	2.20E-01
1.64E-05	2.08E-01	2.47E-05	1.42E-01	1.64E-05	2.64E-01
2.79E-05	2.70E-01	1.64E-05	2.16E-01	1.80E-05	2.98E-01
2.62E-05	2.07E-01	1.31E-05	3.60E-01	2.46E-05	2.65E-01
2.62E-05	2.92E-01	3.11E-05	2.94E-01	1.80E-05	2.95E-01
3.11E-05	2.40E-01	2.13E-05	2.46E-01	1.96E-05	2.73E-01
1.47E-05	2.95E-01	1.64E-05	1.79E-01	2.95E-05	2.09E-01
1.97E-05	2.15E-01	3.12E-05	3.33E-01	2.13E-05	2.52E-01
1.80E-05	2.84E-01	2.63E-05	1.54E-01	4.91E-06	3.05E-01
1.64E-05	2.22E-01	8.19E-06	2.36E-01	1.31E-05	2.03E-01
2.29E-05	2.05E-01	2.25E-05	3.09E-01	2.29E-05	2.70E-01
1.80E-05	2.27E-01	3.00E-05	4.05E-01	2.46E-05	2.13E-01
1.64E-05	2.71E-01	4.51E-05	2.16E-01	1.31E-05	4.10E-01
1.64E-05	2.76E-01	4.00E-05	7.60E-01	1.64E-05	3.25E-01
2.13E-05	1.73E-01	4.00E-05	4.19E-01	1.80E-05	2.77E-01
1.15E-05	1.35E-01	1.64E-05	3.20E-02	1.75E-05	2.25E-01
2.39E-05	2.11E-01	1.29E-05	2.25E-01	9.75E-06	2.24E-01
2.87E-05	3.16E-01	1.34E-05	2.76E-01	1.27E-05	2.55E-01
1.64E-05	2.04E-01	2.39E-05	1.29E-01	1.75E-05	2.36E-01

### 三、實驗三的數據

D(um)	delta S1(um)	theta1(rad)	dt(1/7500)	delta S2(um)	theta 2(rad)
5	25.8147	1.3521	3	23.089	1.3258
5.6	8.8544	1.249	6	11.5447	1.3258
6.261	23.9232	1.212	3	23.089	1.3258
6.261	19.799	1.4289	3	20.3843	1.2925
8.4	14.2773	1.3734	3	14.2773	1.3734
8.4	19.799	1.4289	3	19.799	1.4289
8.4	31.305	1.3909	3	22.5743	1.4464
8.4	70.5022	1.6902	3	67.2583	1.6124
8.4	29.2329	1.2973	3	28.5545	1.3734
8.4	48.8999	1.3397	3	45.5807	1.3854
8.4	30.927	1.4801	3	25.8147	1.3251
8.4	31.9249	1.3045	6	23.0894	1.3258
8.4	19.799	1.4289	6	20.3843	1.2925
8.4	40.7686	1.2925	3	34.0635	1.4056
8.4	25.8147	1.3521	3	25.8147	1.3521
8.4	25.3551	1.4601	6	25.8147	1.3521
8.6	33.7165	1.4877	3	36.8282	1.4181
8.8544	20.1911	0.9828	6	20.1911	0.9828
8.8544	19.799	1.7127	3	17.0317	1.4056
8.8544	16.8	1.5708	3	14.2773	1.3734
10.0955	11.5447	1.3258	6	14.2773	1.3734
10.0955	36.5075	1.494	6	36.5075	1.494
11.2	28.1397	1.4711	3	30.927	1.4801
11.2	31.305	1.3909	3	28.554	1.3734
11.2	40.7686	1.2925	6	43.4677	1.3102
11.5447	11.5447	1.32548	6	16.8	1.5708
11.5447	16.8	1.5708	3	17.0317	1.4056
11.8794	17.0317	1.4056	3	11.5447	1.3258
14	53.4939	1.4659	3	42.8318	1.3734
14	34.0635	1.4056	3	38.0841	1.2723
14	22.5743	1.4464	3	25.8147	1.3521
14	80.1798	1.7819	3	68.1269	1.7359
14	120.4326	1.8778	3	121.5664	1.8269
14	19.6	1.5708	3	22.4	1.5708
14	26.415	1.0122	6	23.9232	1.212
14	25.3551	1.6815	3	25.3551	16.815
14	17.7088	1.249	3	17.031	1.4056
14	61.854	1.4801	3	56.07	1.5208



D(um)	delta S1(um)	thetal(rad)	dt(1/ 7500)	delta S2(um)	theta 2(rad)
21.3242	17.0317	1.4056	3	19.799	1.4289
21.8687	28.1397	1.4711	3	22.4	1.5708
22.3	82.683	2.0647	3	64.643	1.8788
22.4	57.7235	1.3258	3	68.1845	1.2361
22.4	68.1845	1.2361	3	78.0994	1.3171
22.4	25.2	1.5708	3	19.799	1.7127
22.4	17.0317	1.4056	3	22.4	1.5708
22.5743	103.2589	1.3521	3	98.4788	1.312
24.0865	79.6894	1.8925	3	69.2682	1.8158
25.2	70.056	1.6108	3	61.854	1.4601
25.8147	36.8282	1.4181	6	36.5075	1.494
25.8147	120.4	1.5708	3	103.6378	1.5438
26.5631	28.1397	1.4711	3	25.3551	1.4601
26.5631	26.5631	1.249	3	34.6341	1.3258
26.5631	23.0894	1.3258	3	25.2	1.5708
28	68.1269	1.7359	3	63.8498	1.837
28.1397	36.8282	1.4181	3	31.305	1.3909
28.8278	53.8591	1.4142	3	47.9283	1.4537
28.8278	47.9283	1.4537	6	40.0899	1.3597
30.1569	31.9249	1.3045	3	36.5075	1.494
30.2866	30.8	1.5708	3	28	1.5708
33.6	38.9995	1.2036	6	41.3415	1.0769
33.7165	17.3672	1.494	3	17.7088	1.249
34.0635	30.1569	1.1903	6	25.044	1.1071
36.5075	68.1269	1.4056	6	62.1701	1.4353
36.5975	73.6565	1.4181	6	76.0652	1.4601
36.828	36.828	1.759	3	58.8666	1.6184
39.2	172.7171	1.9182	3	192.8751	1.8052
39.2	18.783	1.1071	3	20.3843	1.2925
39.2	17.7088	1.249	3	17.0317	1.4056
39.2	25.3551	1.4601	6	28.5545	1.3734
40.0899	45.2354	1.9513	3	30.8	1.5708
42	86.8451	1.5385	3	89.7748	1.5084
42.7401	38.0841	0.6288	9	42.7401	0.5517
44.8874	70.056	1.5308	3	89.6	1.5708
46.1788	55.7896	1.8767	3	62.6099	2
50.4	75.6518	1.6078	3	75.6	1.5708
52.6072	62.6099	1.3909	3	50.7102	1.4601

D(um)	delta S1(um)	thetal(rad)	dt(1/ 7500)	delta S2(um)	theta 2(rad)
14.2773	20.3843	1.2925	3	16.8	1.5708
14.2773	29.2329	1.2793	3	28.5545	1.3734
14.2773	31.305	1.3909	6	31.305	1.3909
15.0785	22.5743	1.4464	3	14.2773	1.3734
15.0785	28.1397	1.4711	6	28.1397	1.4711
15.0785	14	0.9273	3	17.9287	0.8961
15.8392	28.1397	1.4711	6	28.5545	1.3734
16.3267	17.0317	1.7359	3	19.6	1.5708
16.3267	34.0635	1.4056	3	31.9249	1.3045
16.6	36.8282	1.4181	6	36.8282	1.4181
16.8	110.5674	1.3567	3	112.7326	1.3198
16.8	68.8709	1.1071	3	70.835	1.249
18.783	57.7235	1.3258	3	56.6265	1.4219
19.6	126.7754	1.5057	3	137.6564	1.4893
19.6	61.854	1.4801	3	78.8487	1.4641
19.6	98.1599	1.6279	3	95.2412	1.6002
19.6	10.6547	1.1659	3	11.5447	1.3258
19.6	44.8874	1.6332	3	50.4777	1.5153
19.6	60.4437	1.3371	3	52.3083	1.2998
20.1911	61.6636	1.5254	3	53.4939	1.4659
16.8	25.044	1.1071	6	23.0894	1.3258
16.8	10.0955	0.9828	3	8.8544	1.249
17.0317	12.522	0.4636	6	12.522	0.4636
14	34.6341	1.3258	6	35.0839	1.0714
14	36.8282	1.4181	3	31.305	1.3909
14	23.0894	1.3258	3	25.8147	1.3521
14	19.799	1.4289	6	23.0894	1.3258
14	29.2329	1.2793	3	28.5545	1.3734
14	19.6	1.5798	6	22.5743	1.4464
14	17.7088	1.249	3	17.7088	1.249
57.7235	90.2973	1.0517	3	89.3371	1.0089
17.0317	22.5743	1.4464	6	25.3551	1.4601
17.3017	33.7165	1.6539	3	28.1397	1.4711
17.7088	70	1.287	3	64.643	1.2627
17.9287	58.8666	1.5232	3	50.7102	1.4601
17.9287	25.8147	1.3521	3	29.2329	1
18.783	19.799	1.4289	6	25.3551	1.4601

#### 四、實驗四的數據（註：此為部分結果）

##### 電壓大小

300      600      900      1200      1500      1800      2100      2400      2700      3000      3500

##### 水珠直徑大小

1.50E-05	3.00E-05	2.50E-05	2.20E-05	3.50E-05	3.80E-05	3.00E-05	2.00E-05	3.20E-05	2.00E-05	1.85E-05
3.00E-05	3.00E-05	2.00E-05	2.10E-05	2.50E-05	2.00E-05	3.50E-05	1.80E-05	2.00E-05	1.00E-05	1.30E-05
2.00E-05	2.50E-05	1.00E-05	8.50E-06	2.20E-05	2.20E-05	2.80E-05	2.00E-05	1.94E-05	1.60E-05	1.25E-05
2.50E-05	1.50E-05	1.00E-05	1.80E-05	4.00E-05	2.40E-05	2.20E-05	1.60E-05	1.80E-05	1.45E-05	1.35E-05
2.80E-05	1.80E-05	2.50E-06	2.00E-05	2.80E-05	2.50E-05	1.80E-05	2.50E-05	2.20E-05	1.45E-05	3.00E-05
8.50E-06	2.00E-05	2.50E-06	2.10E-05	3.00E-05	2.20E-05	2.00E-05	3.00E-05	2.10E-05	2.00E-05	2.00E-05
1.00E-05	2.00E-05	2.50E-06	2.40E-05	2.50E-05	2.30E-05	2.50E-05	1.65E-05	1.60E-05	2.85E-05	1.80E-05
2.00E-05	1.50E-05	2.40E-06	2.80E-05	2.20E-05	2.80E-05	3.00E-05	1.80E-05	1.50E-05	3.20E-05	1.25E-05
1.10E-05	1.50E-05	2.30E-06	1.80E-05	2.30E-05	3.00E-05	2.00E-05	2.20E-05	2.00E-05	3.30E-05	1.75E-05
2.50E-05	1.40E-05	2.40E-06	2.00E-05	4.00E-05	2.80E-05	2.50E-05	2.30E-05	2.20E-05	2.50E-05	1.25E-05
2.80E-05	2.00E-05	2.50E-06	1.60E-05	3.80E-05	2.00E-05	2.00E-05	2.00E-05	2.30E-05	2.45E-05	1.30E-05
2.20E-05	2.20E-05	2.50E-05	2.20E-05	3.50E-05	2.20E-05	2.20E-05	1.90E-05	2.50E-05	2.60E-05	3.50E-05
1.20E-05	2.40E-05	2.00E-05	1.60E-05	2.80E-05	1.80E-05	1.80E-05	2.00E-05	1.20E-05	2.30E-05	2.00E-05
2.00E-06	2.00E-05	2.00E-05	2.40E-05	1.80E-05	2.00E-05	2.30E-05	2.20E-05	1.30E-05	2.20E-05	2.20E-05
3.00E-06	1.40E-05	2.50E-05	2.10E-05	2.00E-05	2.20E-05	2.40E-05	2.10E-05	1.50E-05	2.00E-05	2.80E-05
5.00E-06	2.00E-05	3.00E-05	2.50E-05	3.50E-05	2.00E-05	1.40E-05	2.80E-05	1.40E-05	2.00E-05	3.00E-05
6.00E-06	4.00E-05	3.50E-05	2.10E-05	1.80E-05	1.80E-05	1.40E-05	1.20E-06	1.30E-05	1.80E-05	2.00E-05
1.00E-06	3.50E-05	2.00E-05	3.50E-05	1.50E-05	1.60E-05	1.50E-05	1.30E-06	1.60E-05	1.60E-05	1.80E-05
5.00E-06	1.50E-05	2.50E-05	1.40E-05	1.10E-05	1.50E-05	1.60E-05	1.40E-06	1.40E-05	1.80E-05	2.60E-05
2.00E-06	1.60E-05	1.80E-05	1.20E-05	1.20E-05	2.00E-05	1.80E-05	1.30E-06	1.20E-05	2.00E-05	2.40E-05
3.00E-06	2.50E-05	3.00E-05	1.35E-05	1.30E-05	2.20E-05	1.80E-05	2.40E-06	1.25E-05	1.45E-05	1.30E-05
1.20E-05	1.40E-05	2.00E-05	4.50E-06	1.20E-05	1.60E-05	1.70E-05	2.30E-06	1.10E-05	1.60E-05	1.50E-05
1.10E-05	1.45E-05	1.00E-05	3.50E-06	1.40E-05	1.50E-05	1.40E-05	2.40E-06	1.00E-05	2.20E-05	1.60E-05
5.00E-06	1.00E-05	2.00E-05	2.50E-06	1.35E-05	1.40E-05	1.50E-05	2.30E-06	1.25E-05	2.30E-05	1.70E-05
1.50E-05	1.10E-05	1.00E-05	3.00E-06	1.40E-05	1.30E-05	1.50E-05	2.40E-06	1.30E-05	2.00E-05	1.80E-05
3.00E-05	4.50E-06	2.00E-05	4.00E-06	1.35E-05	1.40E-05	1.60E-05	2.30E-06	1.50E-05	1.80E-05	1.65E-05
2.50E-05	2.50E-06	3.00E-05	3.00E-06	1.50E-05	1.50E-05	1.65E-05	2.40E-06	1.56E-05	1.85E-05	1.70E-05
1.50E-05	3.00E-06	2.00E-05	3.50E-06	1.45E-05	1.40E-05	1.50E-05	1.20E-06	1.40E-05	2.40E-05	2.00E-05
2.00E-05	2.80E-05	1.50E-05	3.50E-06	1.65E-05	1.30E-05	1.58E-05	1.30E-06	1.35E-05	2.45E-05	3.00E-05
2.20E-05	3.00E-05	1.80E-05	5.00E-06	1.50E-05	1.20E-05	2.20E-05	3.50E-06	1.40E-05	1.40E-05	1.40E-05
2.50E-05	3.50E-05	2.00E-05	4.50E-06	2.00E-05	1.40E-05	2.30E-05	4.50E-06	1.00E-05	1.30E-05	1.20E-05
7.00E-06	2.20E-05	2.80E-05	4.30E-06	1.80E-05	1.50E-05	2.35E-05	4.20E-06	1.00E-05	1.25E-05	1.30E-05
6.00E-06	3.60E-05	3.00E-05	4.00E-06	2.00E-05	1.60E-05	1.40E-05	4.30E-06	8.50E-06	1.60E-05	1.35E-05
1.50E-05	1.50E-05	3.30E-05	4.00E-06	1.40E-05	1.40E-05	1.20E-05	4.20E-06	9.00E-06	1.30E-05	1.20E-05
2.60E-05	1.20E-06	1.80E-05	2.10E-06	1.10E-05	7.50E-06	1.30E-05	1.20E-06	4.00E-06	1.35E-05	1.10E-05
2.20E-05	5.50E-06	1.90E-05	1.20E-06	1.30E-05	8.50E-06	1.30E-05	1.30E-06	7.50E-06	1.40E-05	1.20E-05

## 五、 Ultra-ever-dry產品之簡介

# Ultra-Ever Dry



SURFACE

PROTECTION

## SPECIFICATIONS

REVISED 01.06.14

### GENERAL DESCRIPTION

Ultra-Ever Dry™ Surface Protection is a two-part, air dry coating that is easily applied by spraying. The bottom coat is applied, allowed to dry for 30-60 minutes, and the top coat is then applied. The top coat usually requires about 15-30 minutes to dry.

It is suitable for indoor or outdoor use. The system offers superhydrophobic and oleophobic performance and has been shown to maintain a high level of performance under a variety of conditions and for extended time. The system is useful for non-wetting, anti-icing, self-cleaning, anti-bacteria and corrosion protection purposes.

## FEATURES

The coating produces a matte-like, textured surface. The finish is translucent, with a slightly white haze. Ultra-Ever Dry™ Surface Protection top coat will appear white if applied too heavily.

- Superhydrophobic – aqueous solutions roll off the surface quickly and form a spherical droplet with a contact angle greater than 150 degrees.

- Oleophobic – some oils bead up and roll off the surface quickly when the surface is angled 5 degrees or more.

- Chemical Resistance – Excellent: acids, alkalines, pollutants. Good: Refined oils with low solvent content. Poor: Solvents, fluids with values of surface tension below 30 mN/m.

- Abrasion Resistance – Abrasion will reduce or eliminate effectiveness.

Ultra-Ever Dry has better abrasion resistance than most superhydrophobics.

## RECOMMENDED FOR

Woods, metals, glass, plastics, rubber, concrete, stone, over some paints and other coatings. Not recommended for use on acrylics due to the high solvent

content in Ultra-Ever Dry™.

## LIMITATIONS

- Excessive abrasion will lessen or eliminate superhydrophobic performance.
- Soaps and alcohols applied to surface will cause the surface to “wet-out” until the soap and alcohol is removed using low pressure water. It will then resume its superhydrophobic performance.
- The coating can be removed or its effectiveness diminished when most solvents are applied to it.
- Exposure to ultraviolet (UV) light will reduce the coating longevity to one year or less.

## 【評語】 160026

本作品討論兩粒水滴結合的機制，提出自己的理論模型來描繪觀察到的現象，作者也用模擬將自己發展的模型算出結果再加觀察的數據進行比較，整個作品完整是難得之作，值得鼓勵。