

2015 年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號	160017
參展科別	物理與天文學
作品名稱	Experimental Study on Pendulum and Self-designed Multi-layer-tank Water Damper for Mitigation of Structural Response
得獎獎項	大會獎：四等獎

就讀學校 臺南市立後甲國民中學
指導教師 蔡錦俊
作者姓名 陳彥辰

關鍵字 Damper、Resonance、Energy dissipation

作者簡介



大家好，我是陳彥辰。今年是第五年做科展，雖一路跌跌撞撞，但過程中有許多意外收穫，不僅思考能力強化了，為突破研究瓶頸，還主動學習不少數學、物理的背景知識。現在每週固定向學校請假做實驗，收集資料、分析數據成為每日例行工作！可主動發掘問題，再以問題為導向自我學習，嘗試解答心中的疑惑，這歷程是最令人著迷的！

摘要

設計震動台和可調單擺模擬 101 大樓和調諧質量阻尼器的振動模式；並設計多層容器盛水與單擺比較，探討水深/容器長(Depth Ratio)、振幅、質量對減振效應的影響。實驗使用「振動參數」(週期、衰減係數、時間)量化減振效應。當單擺與震動台週期相近時，減振效應較佳。調整 Depth Ratio 使水自然擺盪週期(T_n)接近震動台週期(T_v)($PR = T_n / T_v \doteq 1$)，易產生碎波，造成系統能量消散，減振效應顯著。震動台振幅越大，碎波發生可能性越高，減振效應越佳。當 $PR \doteq 1$ ，水質量變化對減振效應影響不顯著；若 $PR \neq 1$ ，水質量越小，減振效應越差。實驗證實多層容器盛水的液體阻尼器可有效減振且效果優於單擺。

Abstract

A homemade vibration device and a tunable pendulum are constructed to simulate the vibration behavior of a structure with a tuned mass damper, e.g. Taipei 101. In addition, a self-designed multi-layer-tank water damper is built to compare the efficiency of vibration mitigation with the tunable pendulum. This study evaluates the effects of the depth ratio of water depth to tank length, the amplitude, and the mass ratio of water to the structure on vibration mitigation. The vibration parameters, including time period of vibration, damping coefficient and consuming time are utilized to characterize the effects of vibration mitigation. The optimal vibration mitigation can be achieved by tuning the pendulum length and make the period of pendulum that approximately equals to the vibration device. Also, tuning the depth ratio to make the natural time period of water (T_n) that approximately equals to the vibration device (T_v)(Period Ratio / $PR = T_n / T_v \doteq 1$) will significantly enhance the energy dissipation due to the wave break phenomenon. Furthermore, the larger the excitation amplitude of vibration device is, the more occurrence of wave break is observed, and the better vibration mitigation can be achieved. When the $PR \doteq 1$, the mass ratio has little influence on vibration mitigation. On the contrary, when the $PR \neq 1$, the less the mass ratio is, the less the vibration mitigation will be measured. Finally, this study illustrates that the multi-layer-tank water damper is significantly effective to the vibration mitigation of structure, and also evidently superior to the pendulum.

壹：前言

一、研究動機

台北 101 大樓總高 508 公尺，屬超高層建築，於 2004 年完工時曾是舉世矚目的世界最高大樓。其中最令人讚嘆的是位於 87 至 92 層樓，重達 660 公噸的金色鋼球(圖 1 a)，如同單擺般吊掛於擺長 11.5 公尺(約四層樓高)的鋼索下方(圖 1 b)，擺動週期約 6.8 秒^{1,2}。到底是什麼奇幻奧秘的科學原理可以解釋這顆稱為「調諧質量阻尼器」(Tuned Mass Damper / TMD)的金色鋼球對 101 大樓的減振效應？是否有其他取代設計可產生更佳的減振效應？因而引發本實驗研究的動機。

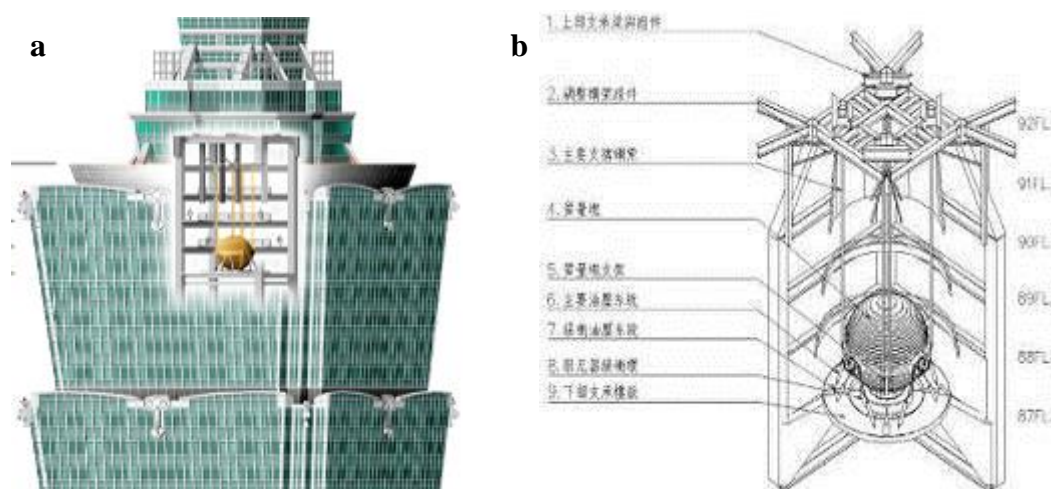


圖 1： a. 101 大樓調諧質量阻尼器，金色鋼球重約 660 公噸，擺動週期約 6.8 秒 b. 101 大樓調諧質量阻尼器結構，擺長約 11.5 公尺(約四層樓高)

二：研究目的：

由台北 101 官網²線上資料查詢得知：在大樓受到地震或風力引起振動時，調諧質量阻尼器的減振效應最高可減少大樓百分之 40 的振動^{1,2}。根據上述資料，本實驗主要目的如下：

- 一、自行設計組裝簡易型震動台和可調單擺，來模擬 101 大樓與調諧質量阻尼器(TMD)的力學振動模式；並嘗試量化比較參數來評估其減振效應³。
- 二、另自行設計多層盛水容器，控制水在相同質量條件下，調整水深度(D)與容器長度(L)的比值(D / L；Depth Ratio)，藉以評估 Depth Ratio、振幅、質量等參數對減振效應的影響。

貳：研究方法及過程

一：研究設備及器材：

(一)、自製震動台來模擬大樓建物的振動模式

自製震動台設計圖如圖 2 a，使用五根不鏽鋼彈簧(S)(直徑 4 公分、長 30 公分)，上、下使用鐵片(F)(長 30 公分、寬 20 公分、厚 0.3 公分)焊接固定成震動台(總重 4.26 公斤)，往後實驗將以此裝置模擬大樓建物受力時的振動。右側另設計 45 度斜坡軌道(T)、基準台(H)及中隔擋板(P)皆由木板製作，可控制鉛球沿斜坡固定距離落下撞擊震動台。成品實體如圖 2 b。

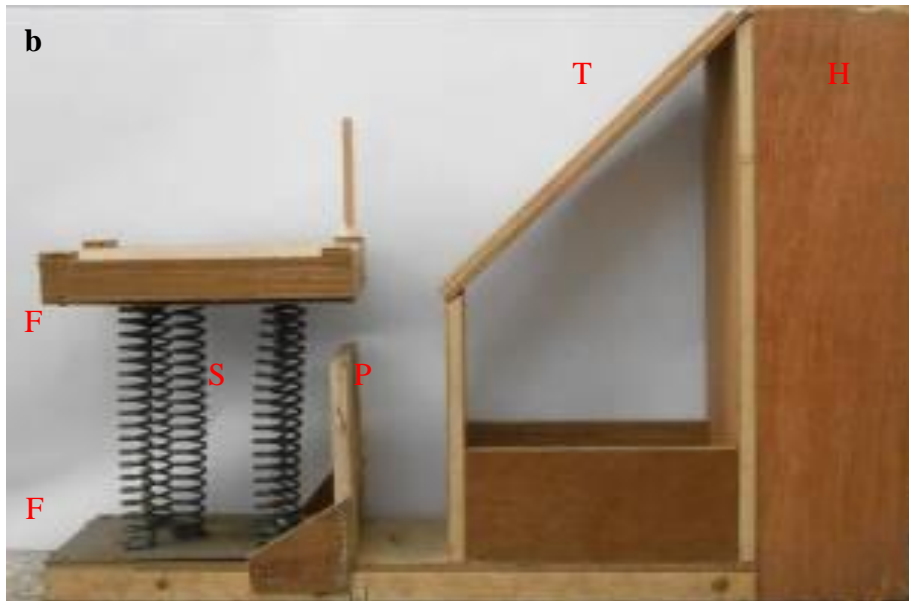
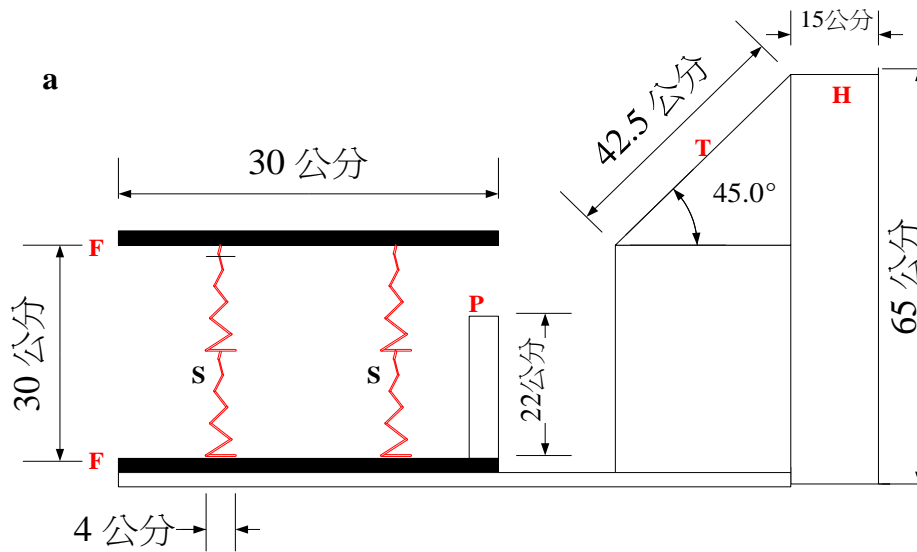


圖 2： a. 自製震動台設計圖 F 鐵片(長 30 公分、寬 20 公分、厚 0.3 公分)； S 彈簧(直徑 4 公分、長 30 公分)； T 45 度斜坡軌道，長度 42.5 公分； H 基準台； P 中隔擋板 b. 震動台實體圖片

(二)、影像錄製、測量方式及分析軟體

震動台受力後左右擺動時，數位相機(Nikon)於定點用腳架固定後錄下其振動過程，影像(MPEG 格式)再匯入微軟 Window Movie Maker/Win XP 軟體，以預設值固定時間間隔(Δt)每 0.07/ 0.06/ 0.07 秒(圖 2 c)的重複順序進行影像擷取(每秒約可擷取 15 張圖片)，每張圖片內參考線與橫尺刻度可測量相對應時間的位置資料，再鍵入 Excel(微軟 Window office 2003)軟體繪圖及資料分析(在本文實驗方法中，上述這些步驟皆以「影像錄製、測量及分析」來簡述)。

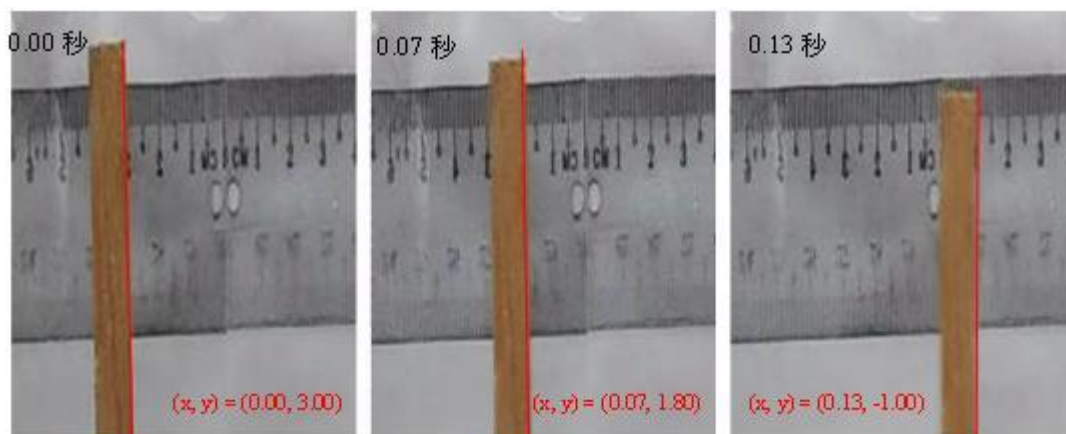


圖 2 c：參考線(紅線)與橫尺刻度，測量相對應時間-位置(x,y)資料

(三)、自製可調單擺來模擬調諧質量阻尼器的單擺效應

自製可調單擺設計圖如圖 3 a，木製單擺支架(長 70 公分，質量 0.6 公斤)在高度 50 公分處固定 L 型鐵片(L_1)，作為單擺固定處。擺垂砝碼(P)以細鐵線吊掛其上，擺長可依實驗條件需要自由調整長度。下方另 L 型鐵片(L_2 、 L_3)固定支架於震動台上部，藉此來模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的單擺效應。成品實體圖如圖 3 b。

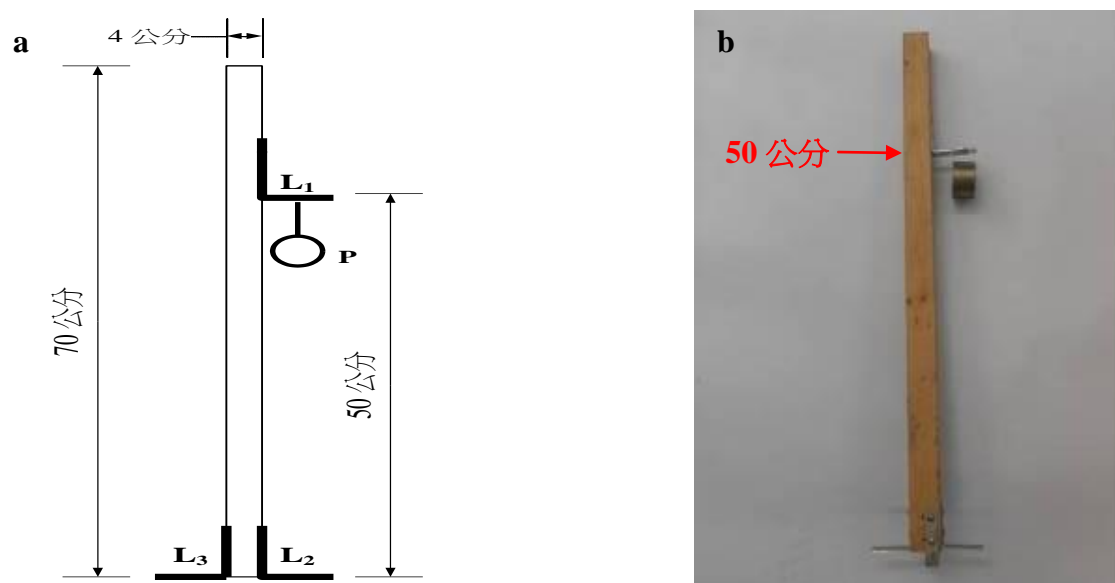


圖 3： a. 自製可調單擺設計圖 P：砝碼 L_1 、 L_2 、 L_3 ：L 型鐵片 b. 自製可調單擺實體圖片

二：研究方法及過程：

【前置實驗】

(一)、決定如何產生震動台週期運動的方式

為了模擬震動台如同建築物在地震時的左右擺動模式，震動台上部可用固定外力撞擊或手推檯面固定距離等兩種方式製造振動，為了評估哪一種方式可產生較為信賴的結果？我們執行了下述前置實驗。

1、控制撞擊力(Force)參數，製造震動台週期運動

六磅鉛球(Pb)自基準台沿 45 度斜坡滾下 42.5 公分距離後(圖 4 a)，側方撞擊震動台上方檯面(圖 4 b)，再沿中隔擋板落下(圖 4 c)，藉此產生固定撞擊力來製造震動台的週期運動，經影像錄製、測量及分析，重複實驗三次後繪製前 2 秒時間-位置曲線(圖 5)，測得振動週期(T_v)平均值(a)(表 1)約 0.311 秒，平均差(d / 註 1)約 0.029 秒，平均差(d)與平均值(a)之比值(簡稱「差值比」(d / a) 註 2) 約 9.32 %；最大振幅(A)平均值(表 1)約 5.10 公分(平均差約 0.13 公分；差值比約 2.55 %)。
(註 1：平均差⁴ (d)= 測量值(x)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n)

$$= \frac{1}{n} \sum |x - a| ; \text{藉以評估測量資料的變異性(deviation)，可用}$$

Excel 軟體 AVEDEV 函數自動計算，平均差越大，代表測量結果變異性越高)

(註 2：差值比(d / a) = 平均差(d)/平均值(a)；用以評估測量結果的信賴度(precision)，可用 Excel 軟體 AVEDEV/ AVE 函數自動計算，本文中定義若差值比小於 5%，表示測量的誤差在可接受的範圍內，測量結果變異性佔平均值百分比比較低，或信賴度較高。)

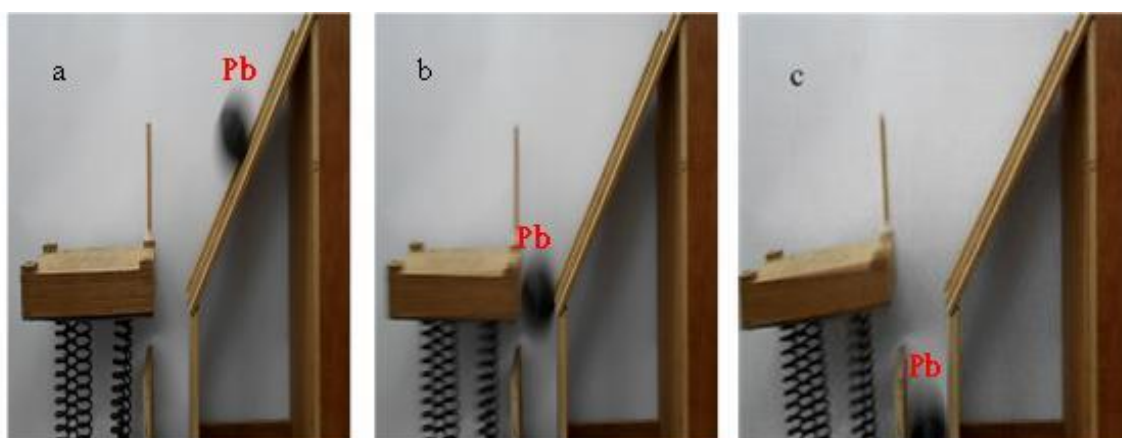


圖 4：六磅鉛球(PB)自 45 度斜坡滾下 42.5 公分距離(a)後撞擊震動台(b)產生振動(c)

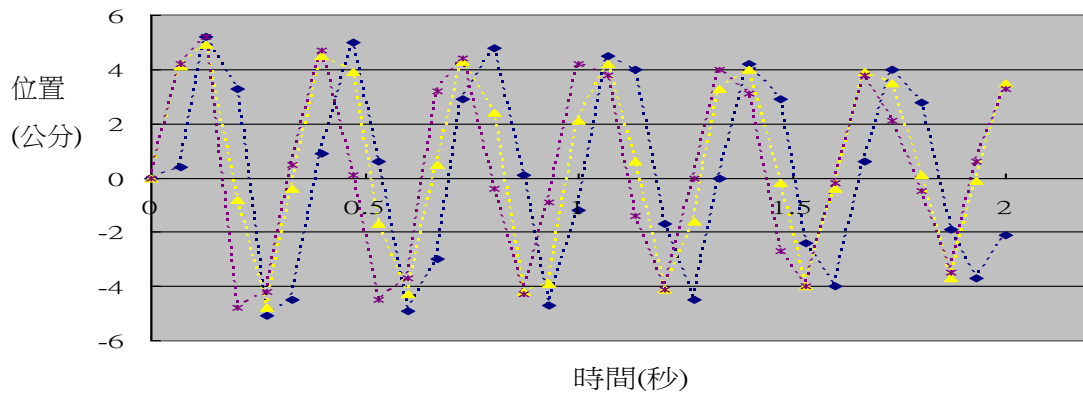


圖 5：以鉛球撞擊震動台方式測得之時間-位置曲線(前 2 秒/重複實驗三次)

表 1：鉛球撞擊震動台測得振動週期與最大振幅之平均值/平均差/差值比						
	第一次 (X ₁)	第二次 (X ₂)	第三次 (X ₃)	平均值 (a)	平均差 (d)	差值比 (d/a)
振動週期 (秒) / T _v	0.333	0.267	0.333	0.311	0.029	9.32 %
最大振幅(公分) / A	5.20	4.90	5.20	5.10	0.13	2.55 %

平均差：測量值(x_n)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n) $d = (\frac{1}{n} \sum |x_n - a|)$

差值比：平均差/平均值(d/a)

2、控制振幅長度(Length)參數，製造震動台週期運動

製造振動方法改以定位擋板(PP/圖 6 a)，置於震動台左側 5.1 公分(參考表 1 中最大振幅平均值 5.10 公分)，將震動台上部平推至定位擋板(圖 6 b)，放開後製造震動台週期運動，經影像錄製、測量及分析，重複實驗三次繪製前 2 秒時間-位置曲線(圖 7)，測得振動週期(T_v)平均值(表 2)約 0.333 秒(平均差 0.000 秒，差值比 0.00 %)與最大振幅(A)平均值(表 2)5.10 公分(平均差 0.00 公分，差值比 0.00 %)。



圖 6 a：定位擋板/ PP(左)與震動台(右)

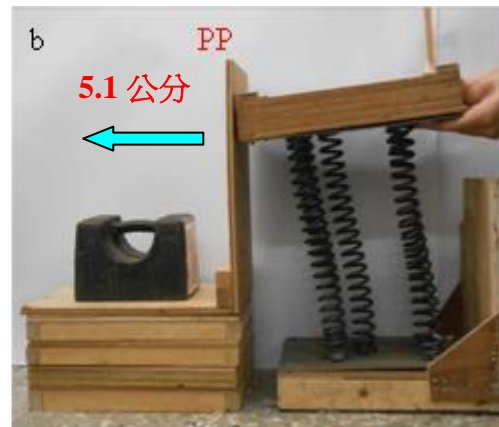


圖 6 b：以手平推震動台至定位擋板(PP)，控制震動台振幅長度 5.1 公分

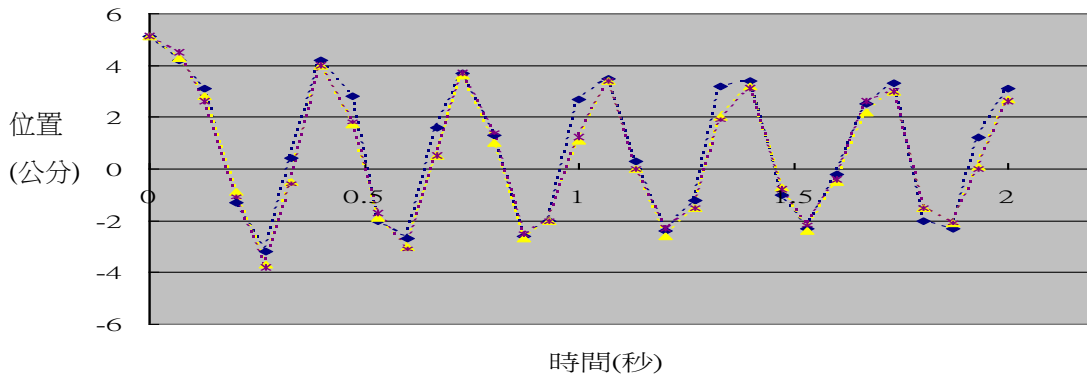


圖 7：以手平推震動台方式測得之時間-位置曲線(前 2 秒/重複實驗三次)

表 2：以手平推震動台測得振動週期與最大振幅之平均值/平均差/差值比

	第一次 (X ₁)	第二次 (X ₂)	第三次 (X ₃)	平均值 (a)	平均差 (d)	差值比 (d/a)
振動週期 (秒) / T _v	0.333	0.333	0.333	0.333	0.000	0.00 %
最大振幅 (公分) / A	5.10	5.10	5.10	5.10	0.00	0.00 %

平均差：測量值(x_n)減平均值(a)之絕對值總和，再除以其樣本數(n) $d = (\frac{1}{n} \sum |x_n - a|)$

差值比：平均差/平均值(d/a)

3、比較上述兩方法測量結果的信賴度

表 2 中振動週期與最大振幅的差值比皆為 0.00 %，確定振動模式為週期 0.333 秒、最大振幅 5.10 公分之穩定週期運動，結果明顯優於表 1 中振動週期差值比(約 9.32 %)與最大振幅差值比(約 2.55 %)；且圖 7 中波峰波谷曲線三次結果的重疊性較高，而圖 5 中波峰波谷曲線三次結果較為分散。藉此推論以控制振幅長度方式，可測得信賴度較佳的穩定資料。故下述實驗方法，皆採用控制振幅長度方式來製造震動台的週期運動，而震動台之週期則以 T_v表示；最大振幅以 A 表示。

4、由於震動台振動時除水平分量之位移，亦有微量垂直分量上的位移；測量平推 3.0 公分振幅之垂直位移約 0.30 公分，在此範圍內測量分析需有更精密的儀器。故本實驗僅探討水平分量的影響，並未討論垂直分量的影響。

(二)、選擇「振動參數」來評估減振效應

1、量化時間-位置曲線波峰衰減效應的數學原理

震動台上部負載 1 公斤砝碼，再依前述方式平推 1 公分的振幅，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(圖 8 a)，觀察其波峰隨著時間增加逐步衰減，其彈力位能(力學能)亦隨時間增加逐步減低，推測應有阻滯力存在才會造成波峰衰減效應及能量的消散。為了量化阻滯力造成波峰衰減的程度，我們將每個週期的波峰點連線並延伸 30 個週期(圖 8 b)，觀察波峰自 1 公分緩慢逐步衰減漸趨近

於 0；意即若時間無限延長，振幅最終衰減為 0(彈力位能 = 0)，振動則完全停止(力學能 = 0)。這圖形約略呈**指數關係**遞減效應，約可用方程式(式 1)模擬：

$$y = ke^{-cx} \quad (1)$$

(y：波峰位置，x：時間；c、k 為常數，c>0、k = y₀)

為了驗證指數關係是否合理，故將上式對數處理：

$$\ln y = \ln(ke^{-cx}) = \ln e^{-cx} + \ln k = -cx + \ln k \quad (2)$$

意即波峰位置對數值(ln y)與時間(x)在數學上呈線性相關，且式(2)之 c 值約可量化其衰減效應。故我們針對 ln y 與 x 繪圖(圖 8 c)，其連線應約呈直線關係，並可用 Excel 軟體**趨勢線(迴歸線)**功能模擬直線的對應方程式(圖 8 d)：

$$\ln y = -0.1488x - 0.2183 \quad (R^2 = 0.9824 \text{ 註}) \quad (3)$$

(註：R²值在 Excel 中表示「**決定係數**」，決定係數介於 1 與 0 之間，**趨勢線(迴歸線)**越適合圖形，則 R²值越趨近 1，反之則 R²值越趨近 0。資料來源：微軟 Office 2003 線上說明(F1)/ 詳細定義請參考本文末附錄一)。

式(3)之 c 值 0.1488 約可量化振幅的衰減效應，故 c 值越大，代表振幅衰減效應越顯著。上述數學式中，時間(x)與初始 30 個週期波峰位置自然對數(ln y)的線性斜率絕對值(c)約可用來描述**初始 30 個週期振幅的衰減效應**，我們以「**衰減係數(c)**」來簡述。若有某種裝置設計，可讓 c 值明顯變大，則推測此裝置振幅衰減效應較顯著，且若 R²值越趨近 1 (R² ≥ 0.9)，則波峰振幅規則地逐步衰減的信賴度越高，換句話說可讓建築物受力後，振幅規則性逐步下降，振動較穩定，且 c 值的信賴度亦較高；反之，若 R²值越趨近 0 (R² < 0.9)，則振幅可能忽大忽小，呈不規則衰減，高低波浪狀起伏，振動亦較不穩定，且 c 值的信賴度亦較低。故下述實驗模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的減振效應，即評估是否可讓 c 值明顯變大，且 R²值越趨近於 1。

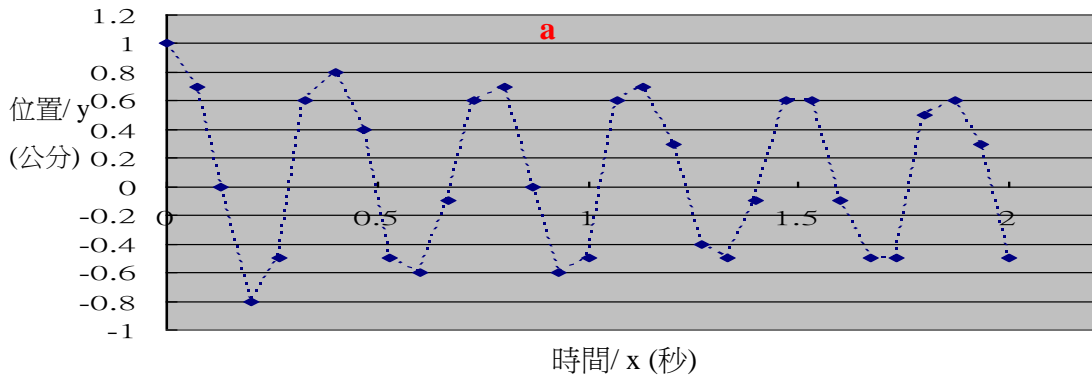


圖 8 a：震動台振動時間-位置(x,y)曲線(前 2 秒)

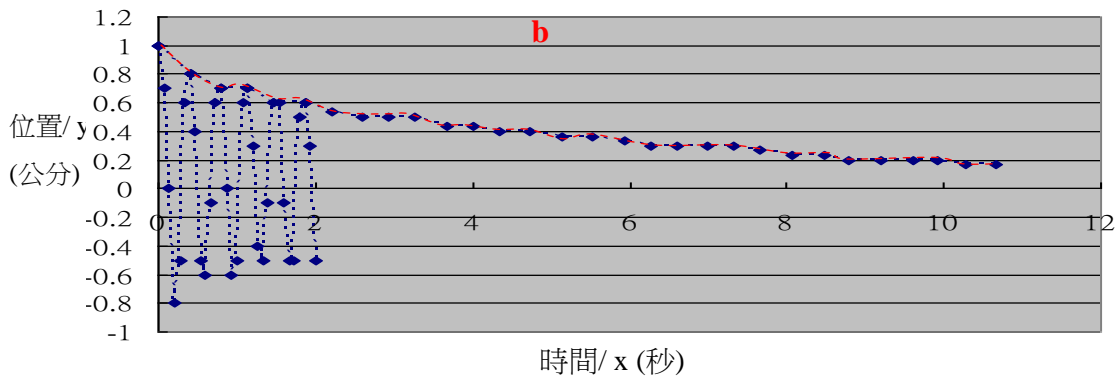


圖 8 b：波峰(y)連線(紅虛線)並延伸 30 個週期，波峰自 1 漸趨於 0；意即若時間無限延長，振幅最終衰減為 0，振動則完全停止

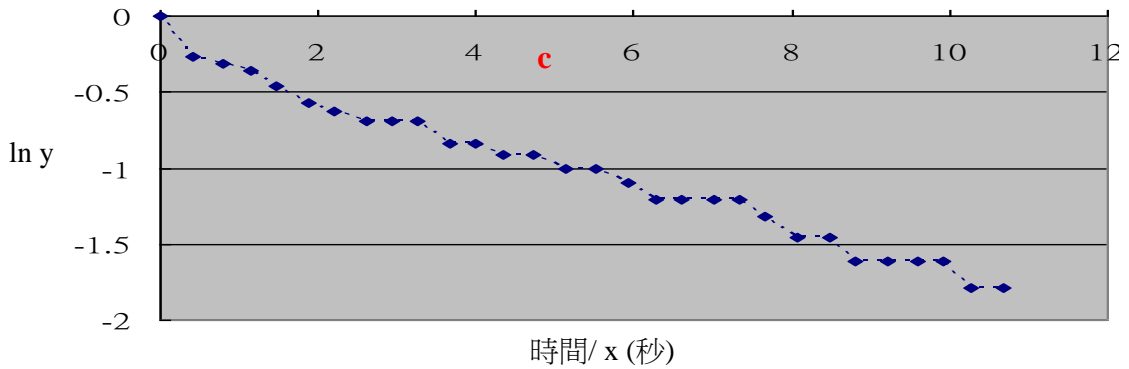


圖 8 c：初始 30 週期之波峰位置對數值(ln y)與時間(x)關係圖

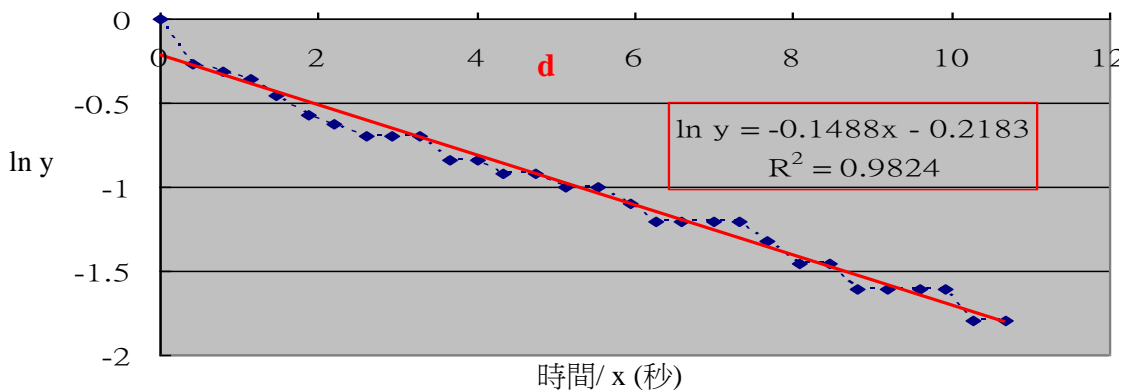


圖 8 d：初始 30 週期之波峰位置對數值(ln y)與時間(x)關係圖(藍虛線)，並以趨勢線(紅線)來模擬表示

平推 1 公分振幅重複實驗 3 次，比較衰減係數 c/R^2 值之平均值/平均差/差值比如表 3 (由於 R^2 值會影響 c 值模擬振幅規則性衰減的信賴度，兩者之間互有邏輯相關性，故以 c/R^2 值成對表示)。

表 3：衰減係數 c/R^2 值之平均值/平均差/差值比						
	第一次	第二次	第三次	平均值(a)	平均差(d)	差值比(d/a)
衰減係數(c)	0.149	0.148	0.149	0.149	0.001	0.33 %
R^2 值	0.982	0.983	0.975	0.980	0.003	0.35 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ R^2 值：決定係數 差值比：平均差/平均值

2、定義最大振幅衰減百分之 60 所需時間(秒)以 D60 來簡述(圖 8 e)。D60 越大，則代表在相同振幅條件下建物振動的時間越久；反之則建物振動越快停止。另 D90 之定義則如前述同理可推。平推振幅 1 公分，重複實驗三次，測量 D60、D90 之平均值、平均差、差值比如表 4。

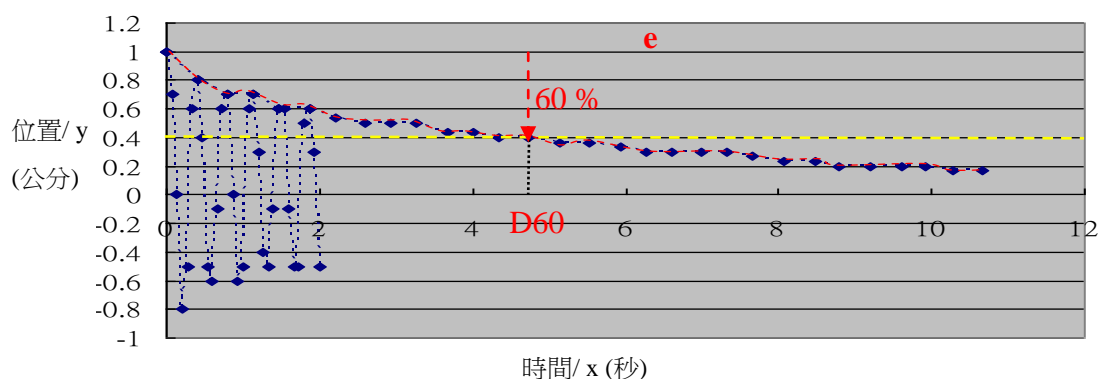


圖 8 e：最大振幅衰減百分之 60 所需時間(D60)

表 4：最大振幅衰減百分之 60 (90)所需時間 D60 (D90)之平均值/平均差/差值比						
	第一次	第二次	第三次	平均值(a)	平均差(d)	差值比(d/a)
D60(秒)	4.330	4.000	4.330	4.220	0.147	3.50 %
D90(秒)	51.070	52.200	52.930	52.067	0.664	1.28 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比：平均差/平均值

3、由於表 2、3、4 中，各項參數分析之差值比皆小於 5%，信賴度皆在可接受的範圍內。故後續正式實驗中，我們即套用前述三項分析方式(T_v 、 c/R^2 值、D60 或 D90)來評估震動台振動模式的減振效應，因而將 T_v 、 c/R^2 值、D60 (D90) 三項合稱「振動參數」。故最佳化的減振效應意即減振裝置可讓震動台之 T_v 變長(振動較緩慢)、 c 值變大(振幅衰減效應較佳)，且 D60 (D90) 變小(相同振幅條件下振動時間減短)。 R^2 值越趨近於 1 ($R^2 \geq 0.9$)，則表示波峰連線趨勢線($x, \ln y$)模擬的準確度較高，振幅規則地由高到低逐步衰減，且 c 值的信賴度亦較佳。

【實驗一】 評估震動台平推振幅大小對振動參數的影響

為了比較震動台平推振幅大小是否會產生不同的振動模式？於震動台上靜置總重 1.5 公斤砝碼(三顆 0.5 公斤砝碼)(圖 9 a)，控制固定質量負荷。將震動台上部檯面分別平推 1、2、3 公分振幅(圖 9 b)，每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：13 a 至 c)，並比較平推振幅對振動參數(T_v 、 c/R^2 值、D60)的影響(研究結果：表 5)。

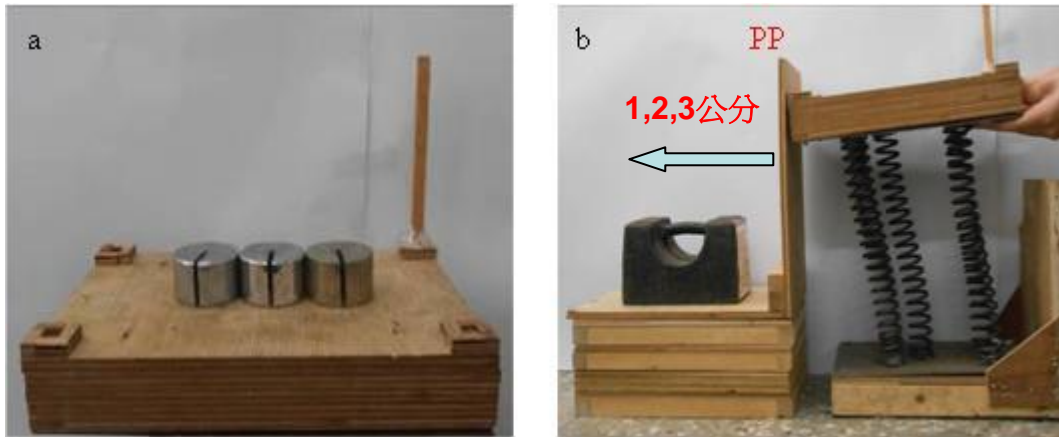


圖 9： a. 震動台上靜置總重 1.5 公斤砝碼(三顆 0.5 公斤砝碼)，控制固定質量負荷 b. 以手平推震動台至定位擋板(PP)，控制平推振幅分別為 1、2、3 公分

【實驗二】 評估質量效應對振動參數的影響

實驗組震動台上分別靜置 0.5、1.0、1.5、10.0、20.0 公斤的砝碼，平推震動台振幅 1 公分，對照組則不放置砝碼(0.0 公斤)。每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖 15 a 至 f)，比較質量效應對振動參數(T_v 、 c/R^2 值、D60)的影響(研究結果：表 6)。

【實驗三-1】 評估擺長效應對單擺週期的影響/ 單擺支架固定於桌面

為了模擬 101 大樓調諧質量阻尼器的單擺效應減振效果，本實驗中意即評估單擺擺動週期(T_p)與震動台振動週期(T_v)的相關性對震動台振動參數的影響？故先測量單擺擺長長度(L)對單擺擺動週期(T_p)的影響。

將單擺支架固定於桌面(圖 10 a)，使用 4 條細鐵線(圖 10 b)吊掛 0.5 公斤的砝碼於單擺支架 50 公分高處，並調整擺長(L)為 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，將砝碼置於鐵線與支架呈 90 度垂直位置(圖 10 c)，自由施放，每組實驗三次，分別測量週期(T_p)平均值、平均差、差值比(研究結果：表 7)來驗證單擺週期測量結果的信賴度。實驗結果將與下述【實驗三-2】將單擺固定於震動台上部，比較單擺擺長效應對震動台振動參數(T_v 、 c/R^2 值、D60)的影響。

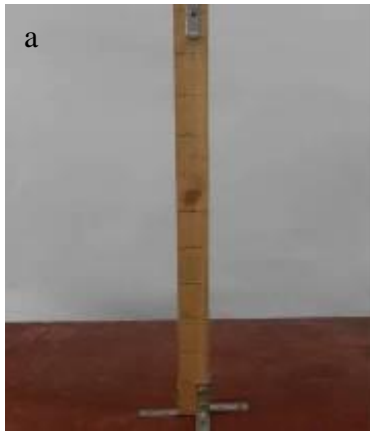


圖 10 a：單擺支架固定於桌面



圖 10 b：吊掛砝碼之鐵線

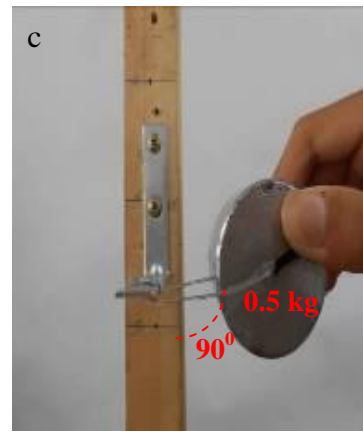


圖 10 c：以鐵線吊掛 0.5 公斤砝碼，於支架 90 度垂直位置施放；擺長分別為 1.5、3.0、4.5、6.0 公分

【實驗三-2】評估擺長效應對振動參數的影響/ 單擺支架固定於震動台

將單擺支架(0.6 公斤)與砝碼(0.5 公斤) (砝碼未吊掛單擺支架)，皆靜置震動台上部(圖 11 a)當對照組，控制固定質量效應。實驗組將 0.5 公斤砝碼吊掛於單擺支架 50 公分高處(圖 11 b)，並分別調整擺長長度(L)為 1.5、3.0、4.5、6.0 公分。平推震動台振幅 3 公分，每組實驗三次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖 16 a 至 e)，於固定砝碼質量條件下比較擺長長度(L)對振動參數(T_v 、 c/R^2 值、 D_{60})的影響(研究結果：表 8)。並繪製各組瞬間加速度(影像擷取預設值 $\Delta t = 0.06/0.07$ 秒，請參閱 P. 5)(研究結果：圖 17、表 9)，評估振動力量大小。



圖 11 a：單擺支架與 0.5 公斤砝碼靜置於震動台當對照組(砝碼未掛上支架)，控制固定質量效應

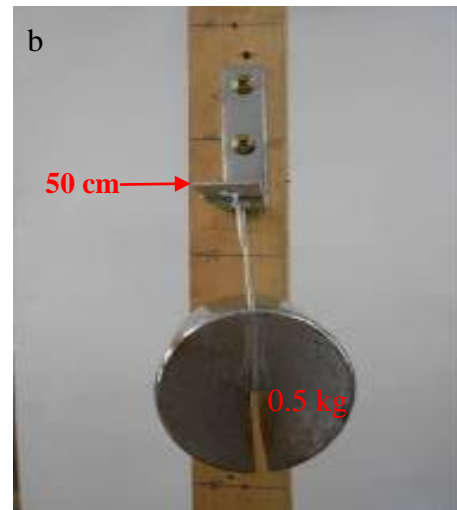


圖 11 b：0.5 公斤砝碼使用鐵線吊掛於單擺支架；擺長分別為 1.5、3.0、4.5、6.0 公分

【實驗三-3】以慣性定律(保特空瓶裝水)驗證單擺效應對振動參數的影響

為了進一步確認單擺週期(T_p)與震動台振動週期(T_v)相符時，是否可產生最佳的減振效應？故我們橫置 1.0 公升保特空瓶(26 公克)，內裝 0.5 公升自來水(組 II)，控制與 0.5 公斤砝碼等同的質量效應，再與單擺支架一起固定於震動台上方(圖 12 b)。震動台平推 3 公分振幅產生週期運動，空瓶中的水亦因慣性定律的影響，產生與震動台振動週期(T_v)相同的反向運動。對照組(組 I)為空瓶外置 0.5 公斤砝碼(圖 12 a)。組 III(圖 12 c)則選擇 3.0 公分擺長，其單擺擺動週期(T_p)約等同震動台振動週期(T_v)(參考研究結果：表 7、表 8 中 * 標示)，再將 0.5 公斤砝碼垂吊掛於單擺支架 10 公分高處，約與寶特瓶等高，控制位置效應的影響。每組實驗三次，經過影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線(研究結果：圖 20 a、b、c)，並比較上述三組振動參數(T_v 、 c/R^2 值、 D_{60})的差異(研究結果：表 10)。為了進一步比較空瓶裝水與 3.0 公分單擺的振幅衰減效應，故各自延伸 30 個週期(研究結果：圖 21 a、b)，同時比較最大振幅衰減百分之 90(D_{90})所需時間(研究結果：表 11)。



圖 12 a：單擺支架、橫置 1.0 公升寶特空瓶外置 0.5 公斤砝碼於震動台，控制固定質量效應(對照組/ 組 I)



圖 12 b：橫置 1.0 公升寶特瓶，內裝 0.5 公升自來水，與單擺支架共同置於震動台上(組 II)

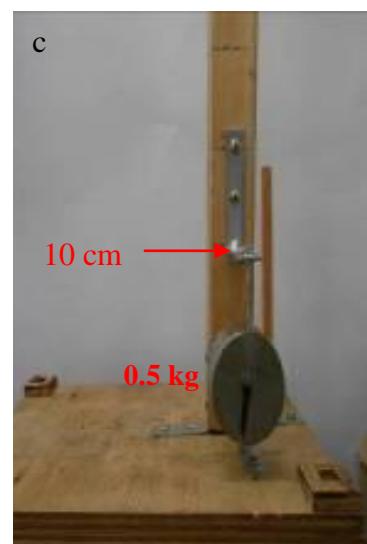


圖 12 c：單擺支架 10 公分高處(約與寶特瓶等高)吊掛 0.5 公斤砝碼，擺長 3.0 公分(組 III)

參：研究結果及討論

【實驗一】 評估震動台平推振幅大小對振動參數的影響

一、實驗結果

震動台分別平推 1、2、3 公分振幅，每組實驗三次，繪製時間-位置曲線(圖 13 a、b、c)，表 5 中顯示， T_v 、 c 、 $D60$ 並不因振幅(amplitude)變化而造成影響，各組 T_v 、 c 、 $D60$ 之差值比(between amplitude)皆小於 5%(* 標示 / 表 5)，表示三組皆為週期相近之穩定週期運動，且振幅衰減效應亦相似， R^2 值亦皆大於 0.9，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步衰減的信賴度高；振幅衰減 60%所需時間亦相近。

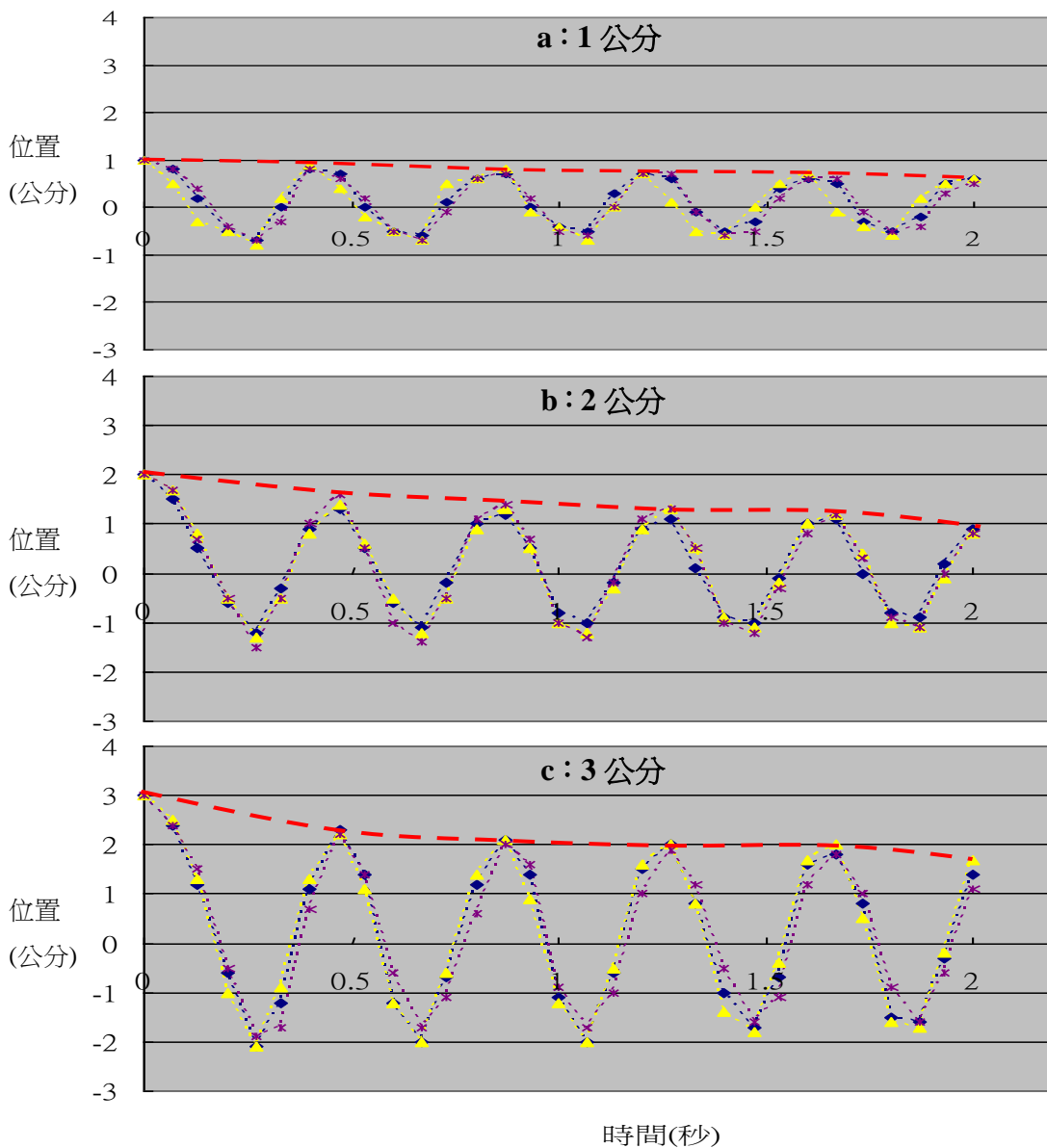


圖 13：振幅為 1 公分(a)、2 公分(b)、3 公分(c)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

表 5：比較平推振幅大小對振動參數的影響				
	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	差值比 / between amplitude
T _v (秒)	0.390	0.400	0.400	1.12 % *
c	0.098	0.095	0.096	1.15 % *
R ² 值	0.939	0.946	0.958	0.73 % *
D60(秒)	5.870	6.400	6.470	4.01 % *

T_v：震動台平均振動週期 c：衰減係數 R²值：決定係數

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間 差值比：平均差/平均值

*：差值比(between amplitude) < 5%，代表平推振幅對振動參數影響不顯著

二、討論

由於平推振幅 1、2、3 公分對震動台振動週期(T_v)、衰減係數(c)、R²值與 D60 並不產生影響(表 5)，故在無任何其他外加因素的影響下，可視實驗需要選擇平推振幅大小。若 1 公分即可比較出差異(如實驗二)，則可不選擇 3 公分；反之，則可選擇 3 公分振幅，進一步比較差異；D60 與 D90 之選擇概念亦同前述。而平推振幅 1、2、3 公分各組間之 T_v、c/R²值、D60 之差值比(表 5)分別為 1.12%、1.15%、0.73%、4.01%，皆小於 5%(* 標示 / 表 5)，故信賴度皆在可接受的範圍內。

表 5 中振幅增加對震動台週期並無影響(T_v差值比(between amplitude) = 1.12%)，仍為穩定之週期運動，此特性與單擺相似，故震動台模擬建築物的振動可假想為倒置的單擺⁵(圖 14 a 至 c)；此特性也可應用於解釋下述【實驗三-2】中的討論。

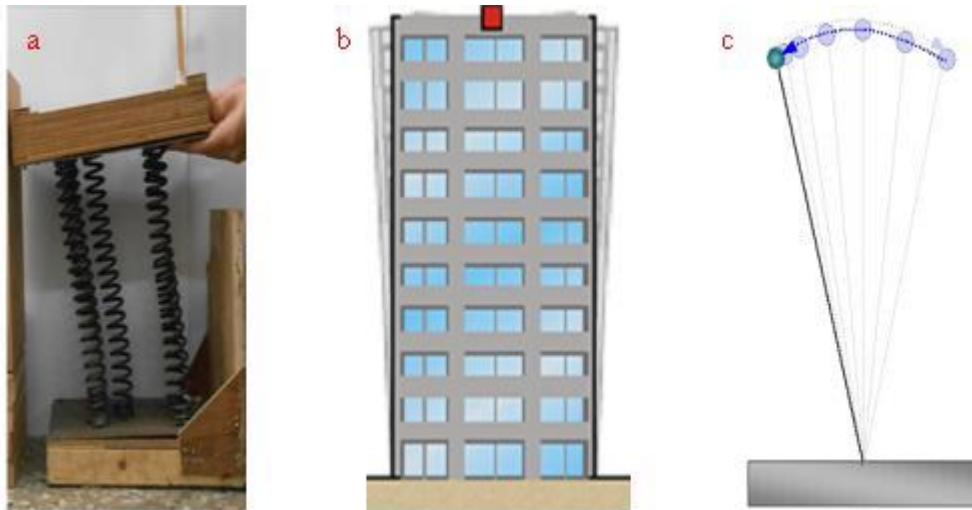


圖 14：震動台(a)模擬建築物(b)的振動可假想為倒置的單擺(c)

【實驗二】評估質量效應對振動參數的影響

一、實驗結果

震動台上分別靜置 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5、10.0、20.0 公斤砝碼，控制相同振幅 1 公分，繪製時間-位置曲線(圖 15 a 至 f)，表 6 中顯示，當質量效應越大，則 T_v 隨之增加， c 值隨之越小，代表週期越長且振幅衰減效應變差，故可說明 $D60$ 亦隨之增加。各組 c 值之 R^2 值亦皆 0.9 以上，表示趨勢線模擬振幅規則性逐步衰減的信賴度高。

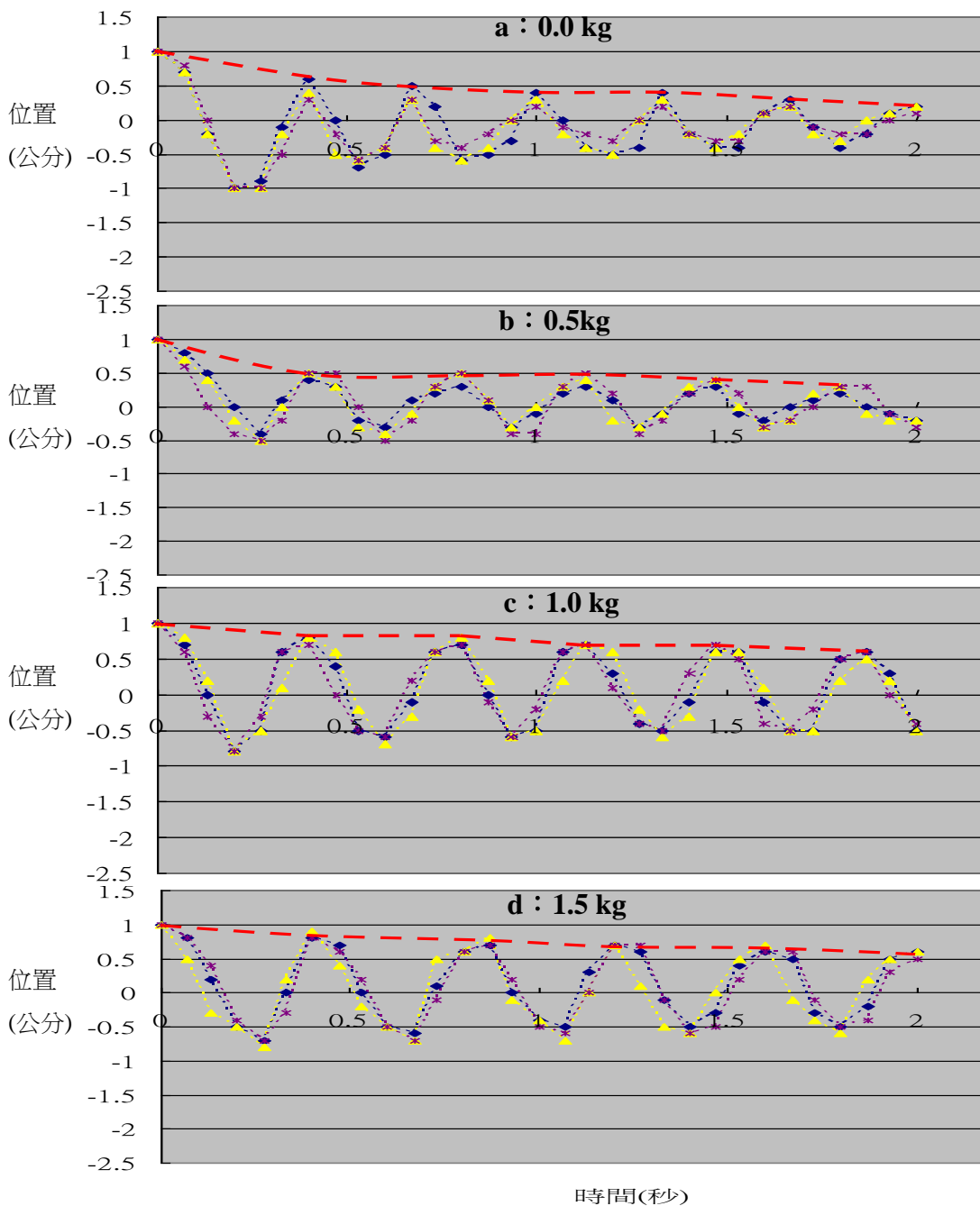


圖 15： a. 對照組(無砝碼) b. 震動台上靜置 0.5 公斤砝碼 c. 震動台上靜置 1 公斤砝碼 d. 震動台上靜置 1.5 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

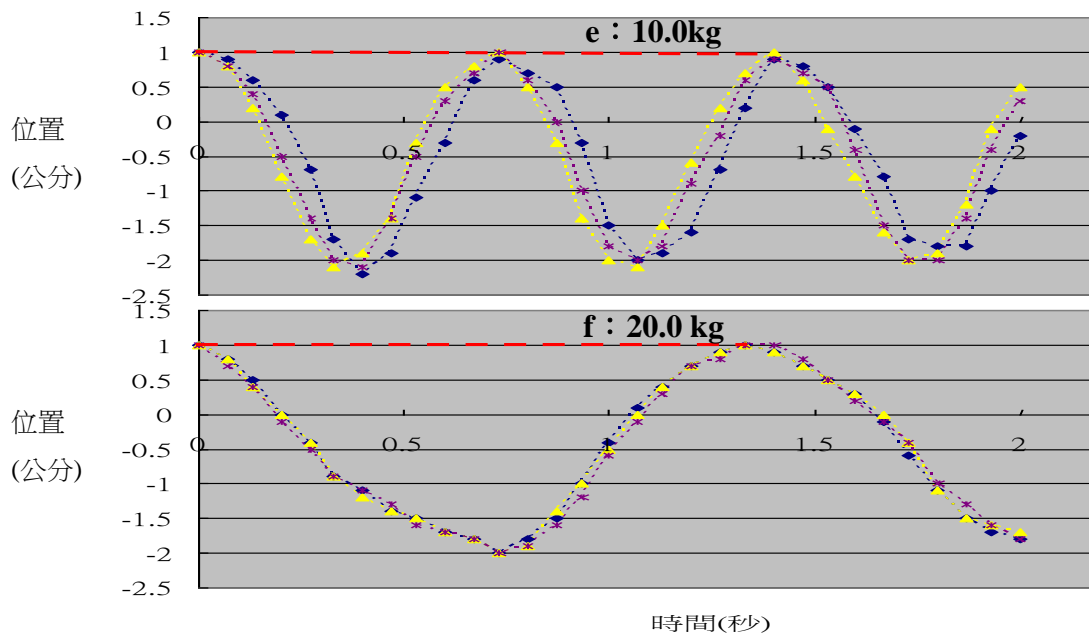


圖 15： e. 震動台上靜置 10.0 公斤砝碼 f. 震動台上靜置 20.0 公斤砝碼之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

表 6：比較質量效應對振動參數的影響				
砝碼質量(公斤)	T _v (秒)	c	R ² 值	D60(秒)
0.0 (對照組)	0.317	0.301	0.910	0.670
0.5	0.350	0.295	0.955	1.130
1.0	0.370	0.149	0.982	4.330
1.5	0.390	0.098	0.939	5.870
10.0	0.710	0.047	0.950	17.800
20.0	1.320	0.024	0.934	33.130

T_v：震動台平均振動週期 c：衰減係數 R²值：決定係數

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

二、討論

震動台上靜置 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5、10.0、20.0 公斤砝碼，平推 1 公分振幅，每組之 T_v、D60 皆隨質量效應增加而變大，c 值隨之變小(表 6)，代表振動變慢，振幅衰減效應變差且總振動時間更長，但 0.0 (對照組)、0.5、1.0、1.5 公斤前四組之第一波谷皆小於平推振幅 1 公分(圖 15 a 至 d)；唯獨後兩組 10.0、20.0 公斤之第一波谷(圖 15 e、f)卻接近 2 公分(大於平推振幅 1 公分)，代表後兩組之振動振幅變大，搖得更不穩定。因震動台總重約 4.26 公斤，後兩組明顯負荷過重，可能因重心不穩、頭重腳輕的力矩效應，故搖的範圍增大。故推論介於 1.5 公斤與 10.0 公斤之間可能存在一臨界值？使得震動台振動之第一波谷皆小於平推振幅 1 公分，而此一臨界值約可推測為震動台之安全負重範圍。此結果亦可應用解釋當建築物頂樓違建加蓋負重大於臨界值時，於地震時可能會增加建築物的振幅與延長振動時間，對建築物的安全性影響甚大。

【實驗三-1】評估擺長效應對單擺週期的影響/ 單擺支架固定於桌面

一、實驗結果

單擺支架固定桌面，吊掛 0.5 公斤砝碼，分別調整擺長長度 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，表 7 中顯示擺長越長， T_P 則相對越長；且各組之差值比皆小於 5%，代表測量結果的信賴度皆在可接受的範圍內。

表 7：比較單擺擺長(L)與擺動週期(T_P)的相關性/ 單擺固定於桌面						
L(公分)	第一次(秒)	第二次(秒)	第三次(秒)	T_P (秒)	T_P 平均差	T_P 差值比
1.5	0.357	0.333	0.333	0.341	0.010	3.04 %
3.0 *	0.400	0.400	0.418	0.406 *	0.008	1.92 %
4.5	0.530	0.530	0.540	0.533	0.004	0.83 %
6.0	0.600	0.600	0.600	0.600	0.000	0.00 %

L：單擺擺長 T_P ：單擺平均擺動週期 *：擺長 3.0 公分之單擺週期(T_P)約等同表 8 之對照組震動台週期 T_V (*) 平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比：平均差/平均值

二、討論

(一)、由於擺長的長度與彈性係數皆可能影響單擺的週期，故本實驗採用 4 條平行鐵線作為吊掛擺垂的材料，吊掛 0.5 公斤砝碼時，長度並未增加，藉此控制彈性係數的變因，僅探討長度與週期的相關性。

(二)、表 7 中各組之擺動週期(T_P)的差值比(0.00 % - 3.04 %)皆小於 5%，故各組皆是穩定之週期運動；也驗證了自製單擺裝置的信賴度。並同時比較表 7 與表 2(【前置實驗】)，震動台週期(T_V)的差值比(0.00 %)明顯優於單擺週期(T_P)的差值比(0.00 % - 3.04 %)，故推論自製震動台測量結果的信賴度優於單擺。

【實驗三-2】評估擺長效應對振動參數的影響/ 單擺支架固定於震動台

一、實驗結果

以控制質量效應，砝碼未吊掛為對照組，砝碼吊掛後分別調整擺長 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，繪製時間-位置曲線(圖 16 a 至 e)，實驗組之波峰連線，前 2 秒內僅 1.5、3.0 公分兩組約呈逐步衰減(圖 16 b、c)，其餘兩組 4.5、6.0 公分(圖 16 d、e)呈不規則衰減，高低波浪狀起伏。表 8 中對照組(* 標示)震動台振動週期($T_V = 0.400$ 秒)，約接近上述【實驗三-1】表 7 中三公分擺長(* 標示)單擺週期($T_P = 0.406$ 秒)。當 T_V 約等同 T_P 時即表 8 中擺長三公分(# 標示)這組之 T_V (0.650 秒)最長，表示振動最慢；D60 亦是最小，表示振幅衰減所需時間最短。 R^2 值僅對照組、擺長三公分兩組大於 0.9，表示趨勢線模擬振幅規則性衰減的信賴度較佳，且擺長三公分這組之 c 值(0.160)較對照組(0.108)大，表示振幅衰減效應較對照組佳；其餘各組 R^2 值皆小於 0.9，可解釋波峰連線呈不規則衰減，高低波浪狀起伏，非逐步

衰減。另繪製各組之瞬間加速度($\Delta t = 0.06/0.07$ 秒)(圖 17)，其中擺長 3 公分(表 9 中 # 標示)這組之最大瞬間加速度最小，表示振動力量較小；反之，其餘各組之最大瞬間加速度皆較大，表示振動力量較大，但實驗組整體而言，還是皆比對照組低。

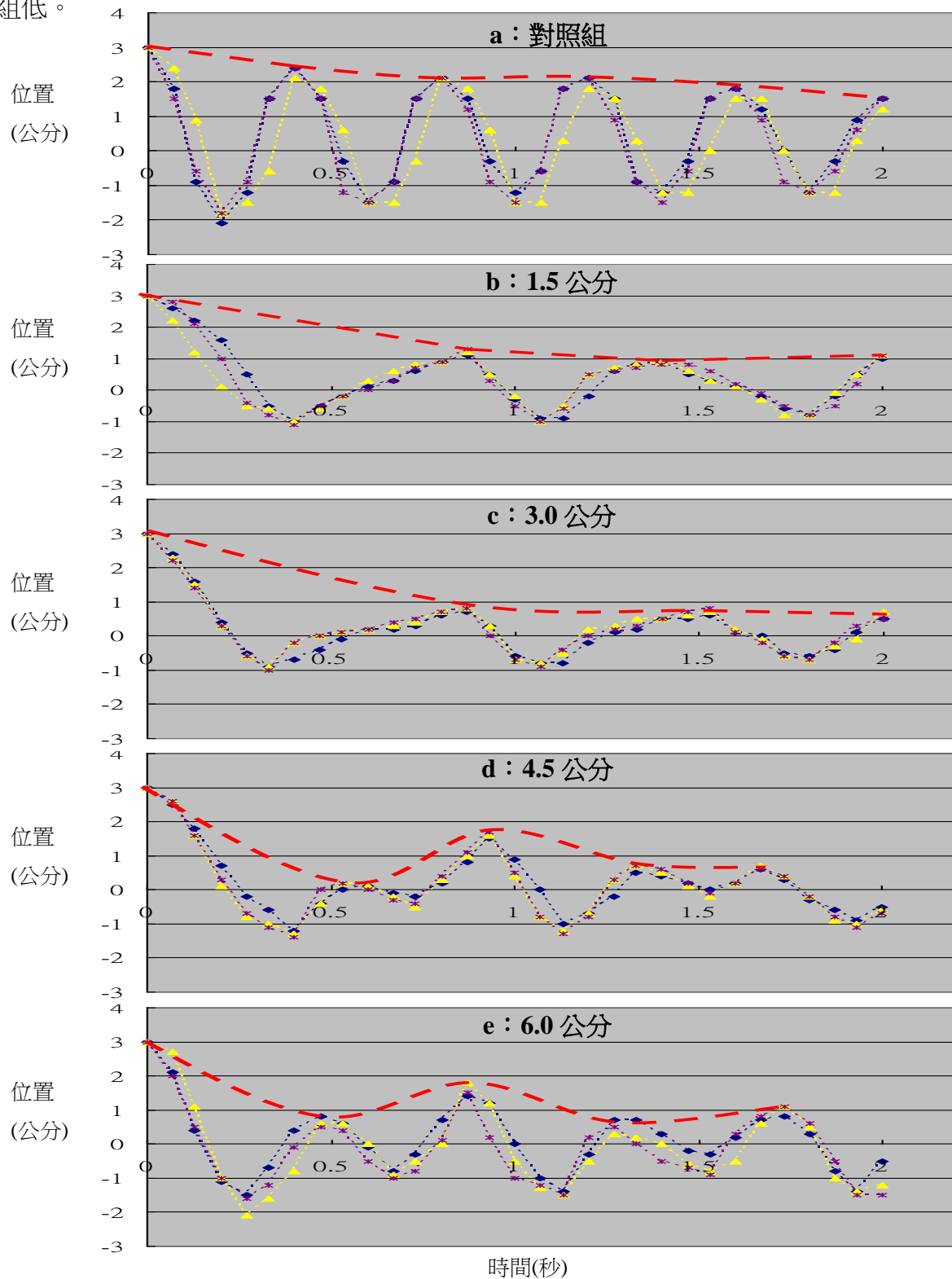


圖 16： a. 對照組震動台靜置單擺支架與 0.5 公斤砝碼(未吊掛) b. 0.5 公斤砝碼吊掛擺長 1.5 公分單擺 c. 0.5 公斤砝碼吊掛擺長 3.0 公分單擺 d. 0.5 公斤砝碼吊掛擺長 4.5 公分單擺 e. 0.5 公斤砝碼吊掛擺長 6.0 公分單擺之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

表 8：比較擺長長度(L)對振動參數的影響/ 單擺固定於震動台

L(公分)	T _v (秒)	c	R ² 值	D60(秒)	D60 排序 (由小到大)
0.0 * (對照組)	0.400 *	0.108	0.908	3.200	5
1.5	0.565	0.554	0.734	0.870	2
3.0 #	0.650	0.160	0.944	0.700	1
4.5	0.429	0.457	0.065	1.330	3
6.0	0.419	0.578	0.294	1.730	4

對照組：砝碼未吊掛於支架上，靜置於震動台上控制相同質量效應 L：單擺擺長

T_v：震動台平均振動週期 c：衰減係數 R²值：決定係數

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間 *：對照組(砝碼未吊掛)之震動台週期(T_v)約等同表 7 中擺長 3.0 公分單擺週期 T_p(*) #：單擺週期(T_p)約等同震動台週期(T_v)時對振動參數的影響，與其他組相較，有最佳化的減振效應

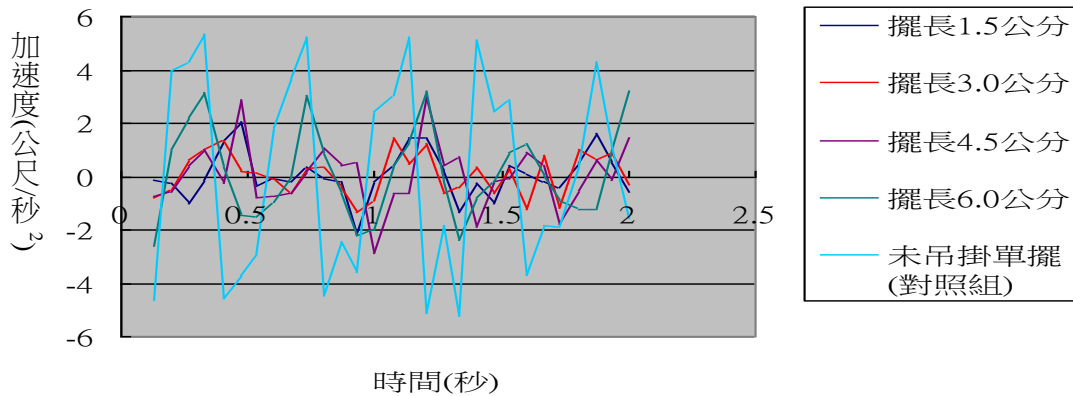


圖 17：比較震動台吊掛不同擺長單擺之瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)曲線(前 2 秒)

表 9：比較擺長長度(L)對震動台最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)的影響

L(公分)	最大瞬間加速度(公尺/秒 ²)	排序(由小到大)
0.0 (對照組)	5.357	5
1.5	2.041	2
3.0 #	1.429 #	1
4.5	2.993	3
6.0	3.265	4

對照組：砝碼未吊掛於支架上，靜置於震動台上控制相同質量效應 L：單擺擺長

#：單擺週期(T_p)約等同震動台週期(T_v)時，最大瞬間加速度(Δt = 0.06/ 0.07 秒)則是各組中最低

二、討論

(一)、以控制固定質量效應(砝碼未吊掛)為對照組，砝碼吊掛後分別調整擺長 1.5、3.0、4.5、6.0 公分，平推振幅 3 公分，表 8 中對照組(* 標示)震動台振動週期(T_v = 0.400 秒)約接近【實驗三-1】表 7 中單擺(支架固定於桌面)擺長 3 公分(* 標示)之週期(T_p = 0.406 秒)，若分別將兩者(T_v、T_p)之時間-位置曲線一起繪圖比較(圖 18)，

結果亦發現兩者週期幾乎一致。故當擺長 3.0 公分之單擺吊掛於震動台上時，應用上述【實驗一】(圖 14)之討論，震動台可視同倒置之單擺，當兩者同時一起置放，若週期相同，可能會產生反向的共振，故由擺垂產生的反向拉力可使震動台的振幅規則性的衰減並使週期增長，故可解釋表 8 中擺長 3.0 公分(# 標示)這組之 T_v (0.650 秒)最大，表示振動較慢； c 值(0.160)較對照組大，振幅衰減效應較佳；且 R^2 值為 0.944，表示振幅規則性衰減的信賴度甚高，振動穩定減緩，可合理解釋 D60 (0.700 秒)最小，振動時間最短；亦可解釋表 9 中(# 標示)最大瞬間加速度⁶ (1.429 公尺/秒²， $\Delta t = 0.06/0.07$ 秒)亦最小，振動力量最小。如此可印證 101 大樓調諧質量阻尼器的擺長 11.5 公尺、週期(T_p)約 6.800 秒，剛好等同 101 大樓建物的自然振動週期¹⁻²($T_v = 6.800$ 秒)！意即本實驗之震動台週期(T_v)與單擺週期(T_p)相等時可以模擬出上述減振效應。

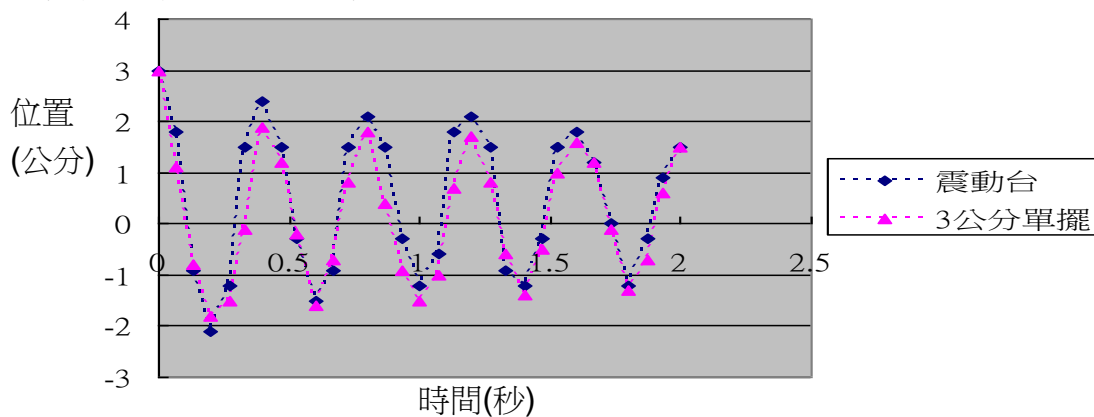


圖 18：對照組震動台(藍虛線)與 3 公分擺長單擺(紫虛線)前 2 秒時間-位置曲線，兩者週期幾乎一致

(二)、表 8 中擺長為 1.5、4.5、6.0 公分三組之 R^2 值皆小於 0.9，表示振幅規則性衰減的信賴度較低，如此可解釋圖 16 d、e 波峰連線為不規則衰減，高低波浪狀起伏，產生 coupled oscillation 的現象，意即震動台將其振動時的能量傳給單擺，單擺又將其能量傳回震動台，兩振盪系統能量相互傳遞，造成震動台振幅不規則衰減的結果。若分別將 6.0 公分擺長單擺與震動台之時間-位置曲線一起繪圖比較(圖 19)，結果發現兩者(T_v 、 T_p)週期互不相符。故可說明單擺週期(T_p)不等於震動台週期(T_v)時，振動時力量可能產生相互反向抵銷或同向放大的效應，故振幅波峰連線亦較不規則。

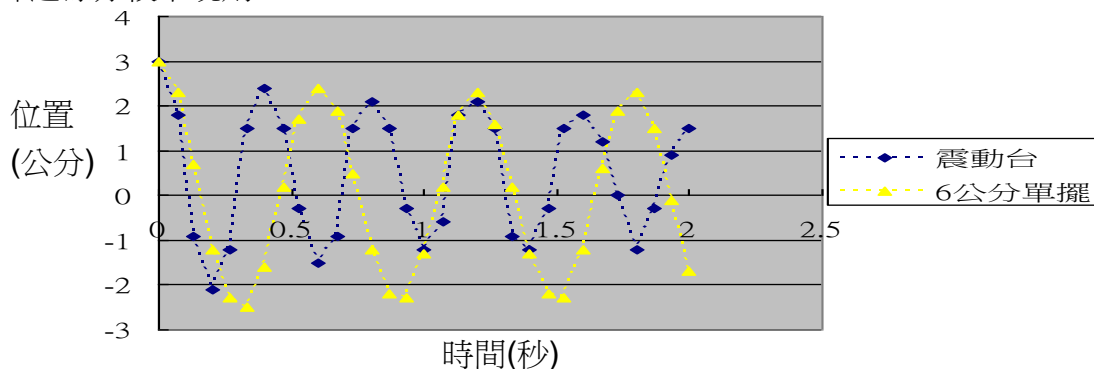


圖 19：對照組震動台(藍虛線)與 6 公分擺長單擺(黃虛線)前 2 秒時間-位置曲線，兩者週期不相符合

【實驗三-3】以慣性定律(保特空瓶裝水)驗證單擺效應對振動參數的影響

一、實驗結果

將 1.0 公升保特空瓶內裝 0.5 公升自來水(組 II)，取代單擺置於震動台上，對照組(組 I)則為 1.0 公升空瓶與 0.5 公斤砝碼，控制質量效應。另選擇擺長 3.0 公分，擺垂 0.5 公斤單擺位置與保特空瓶等高(組 III)，控制位置效應，繪製時間-位置曲線(圖 20 a、b、c)。表 10 中顯示將砝碼質量改變成保特空瓶裝水(組 II)與 3.0 公分擺長單擺(組 III)，則振動週期(T_v)僅稍縮短，但差異不大，而 c 值皆變大(R^2 值皆大於 0.9)，但以空瓶裝水(組 II)這組 c 值($c = 0.251$)最大，表示其振幅衰減效應更明顯優於單擺效應($c = 0.170$)。但 D60 則以單擺效應這組最短(組 III：1.530 秒)，略低於空瓶裝水(組 II：2.070 秒)，兩者相差僅 0.540 秒。若將兩組各自再延伸 30 週期(圖 21 a、b)，表 11 中則反而空瓶裝水 D90 (組 II：7.600 秒/ 縮短 92.22 %)優於單擺效應(組 III：10.330 秒/ 縮短 89.43 %)，兩者相差擴大為 2.730 秒。

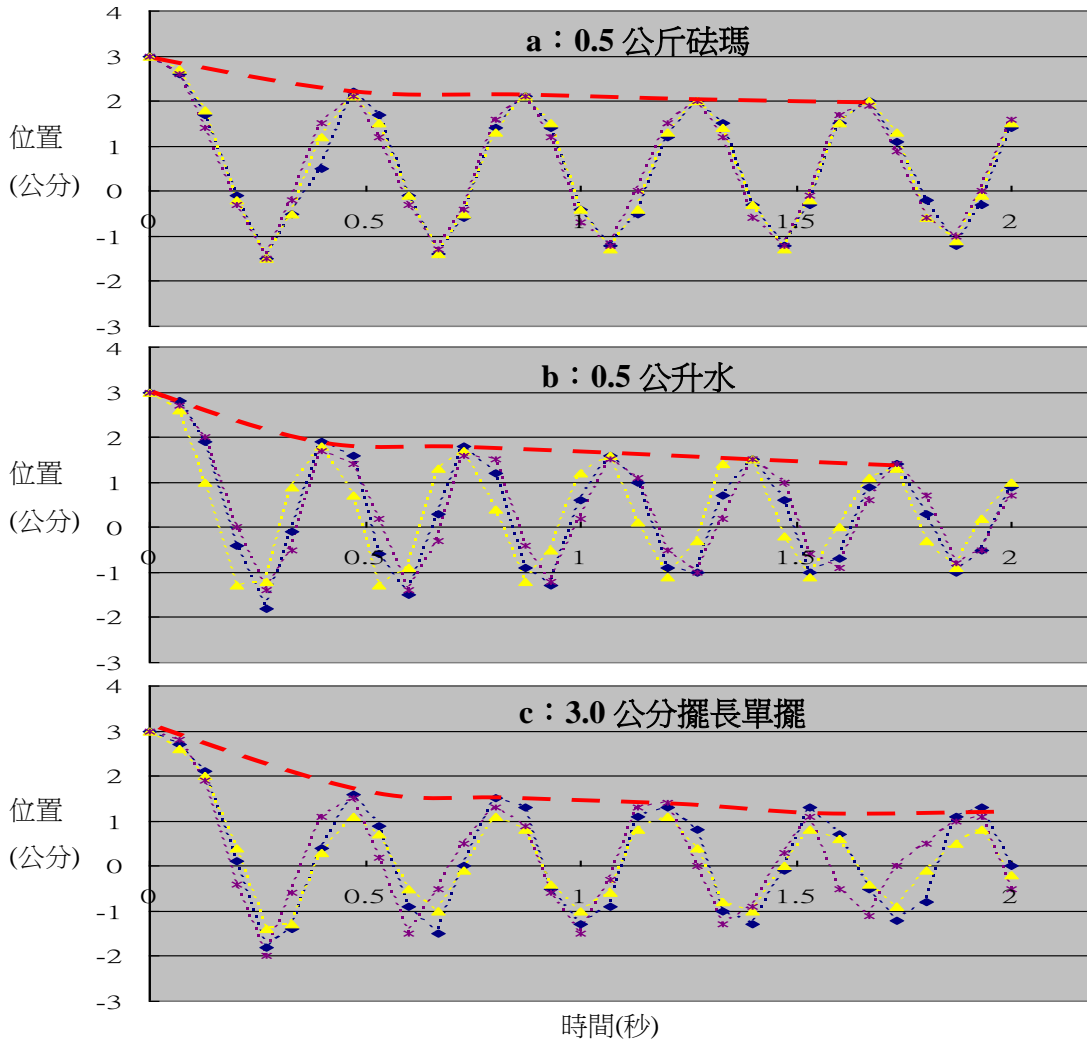


圖 20: a. 對照組中震動台上固定單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼(組 I) b. 震動台上固定單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水(組 II) c. 震動台上吊掛擺長 3.0 公分單擺(位置與寶特瓶等高)(組 III)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紅虛線)

表 10：比較空瓶裝水(組 II)與單擺(組 III)對振動參數的影響

組別	T _v (秒)	c	R ² 值	D60(秒)	D60 排序 (由小到大)
I (對照組)	0.400	0.116	0.962	2.870	3
II	0.340	0.251	0.983	2.070	2
III	0.360	0.170	0.932	1.530	1

組 I：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼 組 II：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
 組 III：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長 3.0 公分單擺(位置與寶特瓶等高) T_v：震動台平均振動週期
 c：衰減係數 R²值：決定係數 D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

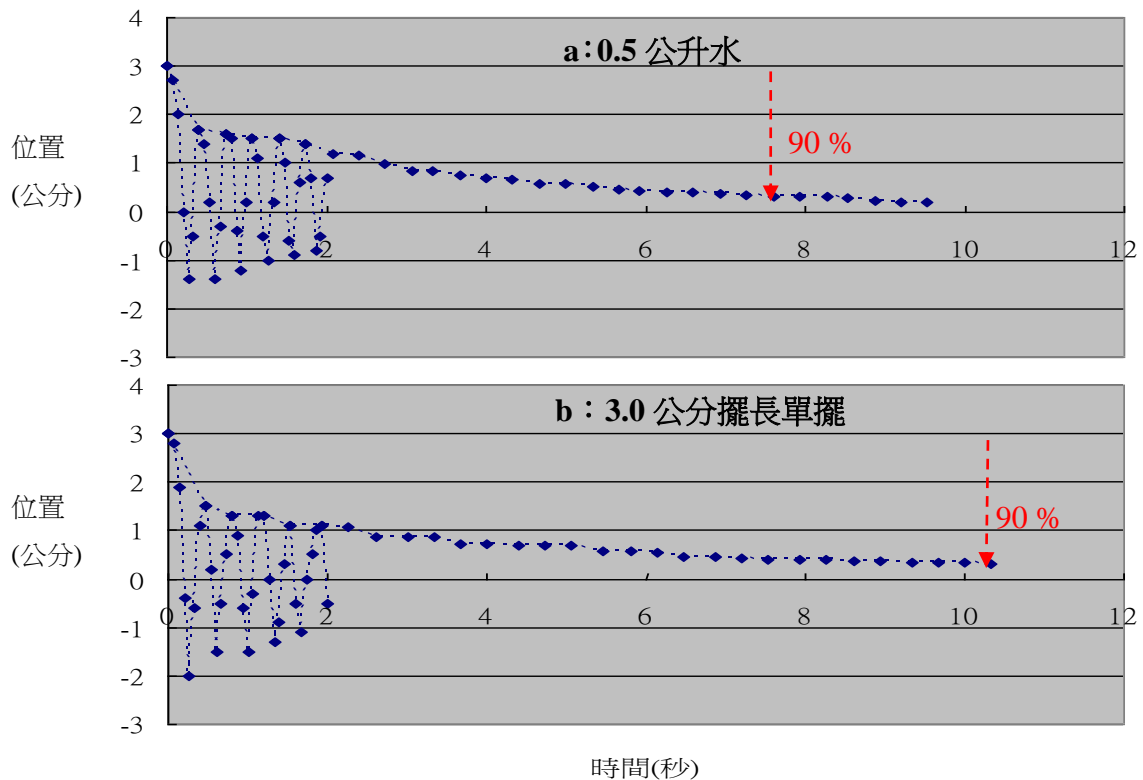


圖 21： a. 震動台上固定單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水(組 II) b. 震動台上吊掛擺長 3.0 公分單擺(組 III)(位置與寶特瓶等高)之時間-位置曲線(前 2 秒)及波峰連線(紀錄初始 30 週期)

表 11：震動台振幅衰減百分之 90 (D90)所需時間

組別	D90(秒)	D90 排序(由小到大)	D90 縮短百分比(%)
I (對照組)	97.730	3	---
II	7.600	1	92.22 %
III	10.330	2	89.43 %

組 I：單擺支架與空寶特瓶外置 0.5 公斤砝碼 組 II：單擺支架與寶特瓶內裝 0.5 公升水
 組 III：擺垂 0.5 公斤砝碼擺長 3.0 公分單擺(位置與寶特瓶等高)

D90 縮短百分比： $(| \text{實驗組(II/ III)} - \text{對照組(I)} | / \text{對照組(I)}) \times 100 \%$

二、討論

為了進一步驗證上述反向共振力學行為是否因慣性定律所造成，故以容量 1.0 公升保特空瓶內裝 0.5 公升自來水(組 II)，固定於震動台上部平推 3 公分振幅，瓶內的水即因慣性定律的影響會產生反向運動，且水來回反向運動週期剛好等同震動台週期(T_v)，以此方式再與擺長 3.0 公分單擺(組 III)固定於支架 10 公分高處(約與寶特瓶等高)互相比較，表 10 中兩組與對照組(組 I)相較 T_v 僅稍變小，但差異不大； c 值則變大，且組 II 大於組 III，表示空瓶裝水振幅衰減效應更佳，兩組 R^2 值皆大於 0.9，表示振幅規則性衰減的信賴度皆高，振動穩定減緩；D60 兩組皆變短，表示振動時間皆變短，但兩組僅相差 0.540 秒；若以 D90 評估(表 11)，則組 II 較組 III 短，兩組相差 2.730 秒，意即空瓶裝水之振動時間較短，故推測當震動台振幅逐漸變小時(時間介於 D60 與 D90 之間)，水(液體)因慣性所產生的反向拉力仍較單擺(固體)顯著。比較表 10 與表 8 中兩對照組(參考圖 20 a、16 a)， $T_v(0.400)$ 約相等， c 值差異不大(分別為 0.116、0.108)，故若忽略空瓶質量(26 克)與振動時空瓶產生空氣阻力的影響，水因受慣性定律影響，振動時產生來回反向的拉力，可減弱震動台振幅，可輔助說明【實驗三-2】中，單擺擺垂與震動台的反向共振行為可能與慣性定律有關。

【推論】

由於上述【實驗三-2】中，實驗結果顯示當單擺擺動週期約等同震動台週期時有較佳的減振效應，故推論如下：

(1).空瓶中水波的自然擺盪週期(T_n)，亦應約等同震動台的振動週期時，減振效應最佳？

另參考流體力學線性波理論(linear wave theory⁷)：

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}}$$

($\omega: \sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}$ D : 水深 L : 容器長度 T_n : 水波自然擺盪週期)

意即容器中水又寬又淺(D / L 越小)，水波來回擺盪所需時間(T_n)越長。

(2).容器中水深(D)與容器長度(L)之比值($\frac{D}{L}$ = Depth Ratio，簡稱 DR)會影響水的自然擺盪週期(T_n)，是否進而影響減振效應？

為了驗證上述推論，故設計進一步實驗探討。

由【實驗二】結果顯示：震動台負重質量效應變化會影響振動參數(T_v 、 c 值、 $D60$ / 表六)。為了評估 Depth Ratio(D/L)的變化對振動參數的影響，同時又控制水在相同質量，故只能藉由改變容器的寬度(W)來符合上述條件。因此我們自行設計直立式多層盛水容器(圖 22 a)，以壓克力製作內徑長(L)18 公分、高 36 公分的長方體盛水容器(圖 22 b)，容器前後方向的寬度(W)則設計多層分隔。正中央 2 格以 0.5 公分分格，其餘前後各六格，每格 1 公分，總共 14 層分格。如此可在調整 Depth Ratio 的同時，配合寬度注水格數改變，控制各組質量效應相等。容器底座雙側固定支架共 6 個鑽孔，藉此將容器以螺絲鎖緊固定於震動台上部。

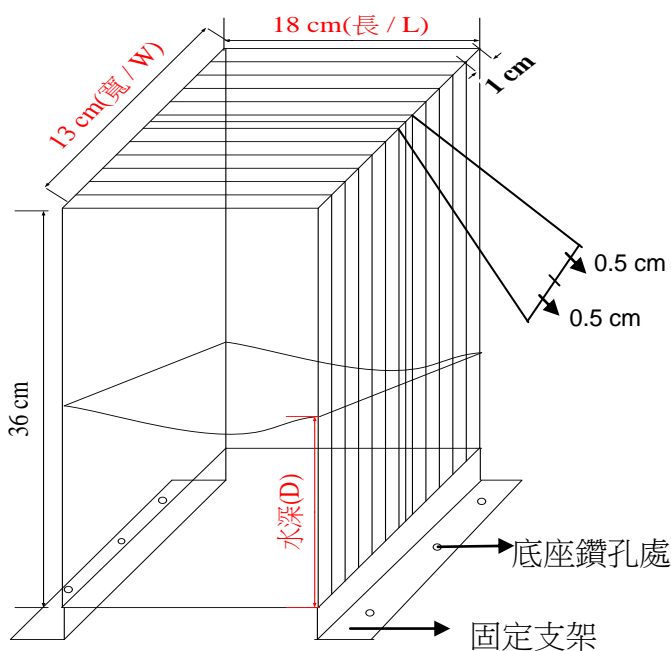


圖 22 a：自製多層盛水容器設計圖



圖 22 b：自製多層盛水容器實體圖片

一、同質量條件下，水依 Depth Ratio(DR)分組，評估平推振幅對減振效應的影響

應用上述設計之容器，可將水 162 毫升依 Depth Ratio 分組如表 12，在容器固定長(L)18 公分的條件下，改變水深(D)可將水依 Depth Ratio 分組為 0.125、0.167、0.200、0.250、0.333、0.500、1.000 共七組，同時配合寬度(W)注水格數的調整，控制各組質量效應相等(圖 23 a)。另將質量為 162 克的砝碼置於空容器底座 L 型支架懸空處位於平台正中央當對照組(圖 23 b)，在左側以定位擋板控制平推振幅分別為 1、2、3 公分(圖 23 c)，每組實驗五次，經影像錄製、測量及分析，繪製時間-位置曲線之波峰連線(初始 30 週期)(圖 24 a 至 h)，發現每組 Depth Ratio 在振幅增加的條件下，波峰衰減效應亦較顯著，且每組波峰連線皆呈規則性逐步衰減，並無高低起伏變化。再進一步依振動參數分析， T_v 並不因振幅(amplitude)或 Depth Ratio 分組而造成影響(表 13 / 圖 25)， T_v 差值比(between amplitude) < 5 % (*

標示 / 表 13)，代表相同 Depth Ratio 條件下，平推振幅對 T_v 影響不顯著； T_v 差值比(between Depth Ratio) $< 5\%$ (# 標示 / 表 13)，代表相同振幅條件下，Depth Ratio 分組對 T_v 影響亦不顯著，各組測得震動台週期皆相近。但 c 值(表 14 / 圖 26)與 $D60$ (表 15 / 圖 27)則皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，不論平推振幅大小，分別出現極值(critical value)。c 極值最大，代表 Depth Ratio 為 0.200 時，振幅衰減效應最顯著； $D60$ 極值最小，表示 Depth Ratio 為 0.200 時，振幅衰減 60 %所需時間最短。且在相同 Depth Ratio 條件下，減振效應(c 值與 $D60$)皆隨振幅增加而較顯著(3 公分 $>$ 2 公分 $>$ 1 公分)。

表 12：水深度(D)、長度(L)、寬度(W) / 依 Depth Ratio(D/L)分組(水 162 毫升)

Depth Ratio (D/L)	深度(D) (公分)	長度(L) (公分)	寬度(W) (公分)	水量(毫升) (D × L × W)
0.125	2.25	18.00	4.00	162.00
0.167	3.00	18.00	3.00	162.00
0.200	3.60	18.00	2.50	162.00
0.250	4.50	18.00	2.00	162.00
0.333	6.00	18.00	1.50	162.00
0.500	9.00	18.00	1.00	162.00
1.000	18.00	18.00	0.50	162.00

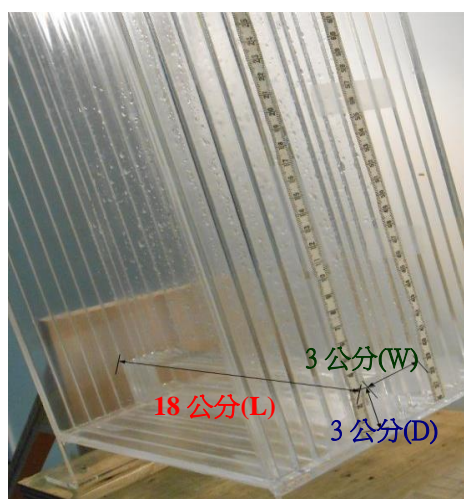


圖 23 a：在容器固定長(L)18 公分的條件下，改變水深(D)，改變 Depth Ratio；同時配合寬度(W)注水格數的調整，控制各組質量效應相等(條件：Depth Ratio = 0.167)



圖 23 b：質量為 162 克的砝碼置於容器底座 L 型支架懸空處當對照組

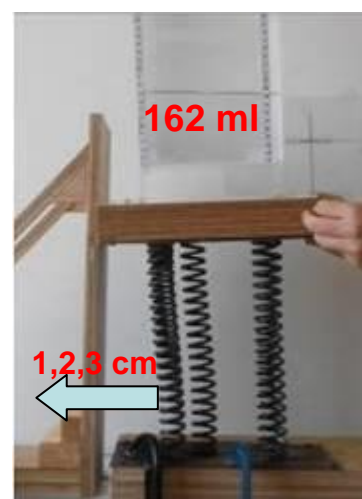


圖 23 c：以定位擋板控制平推振幅分別為 1、2、3 公分

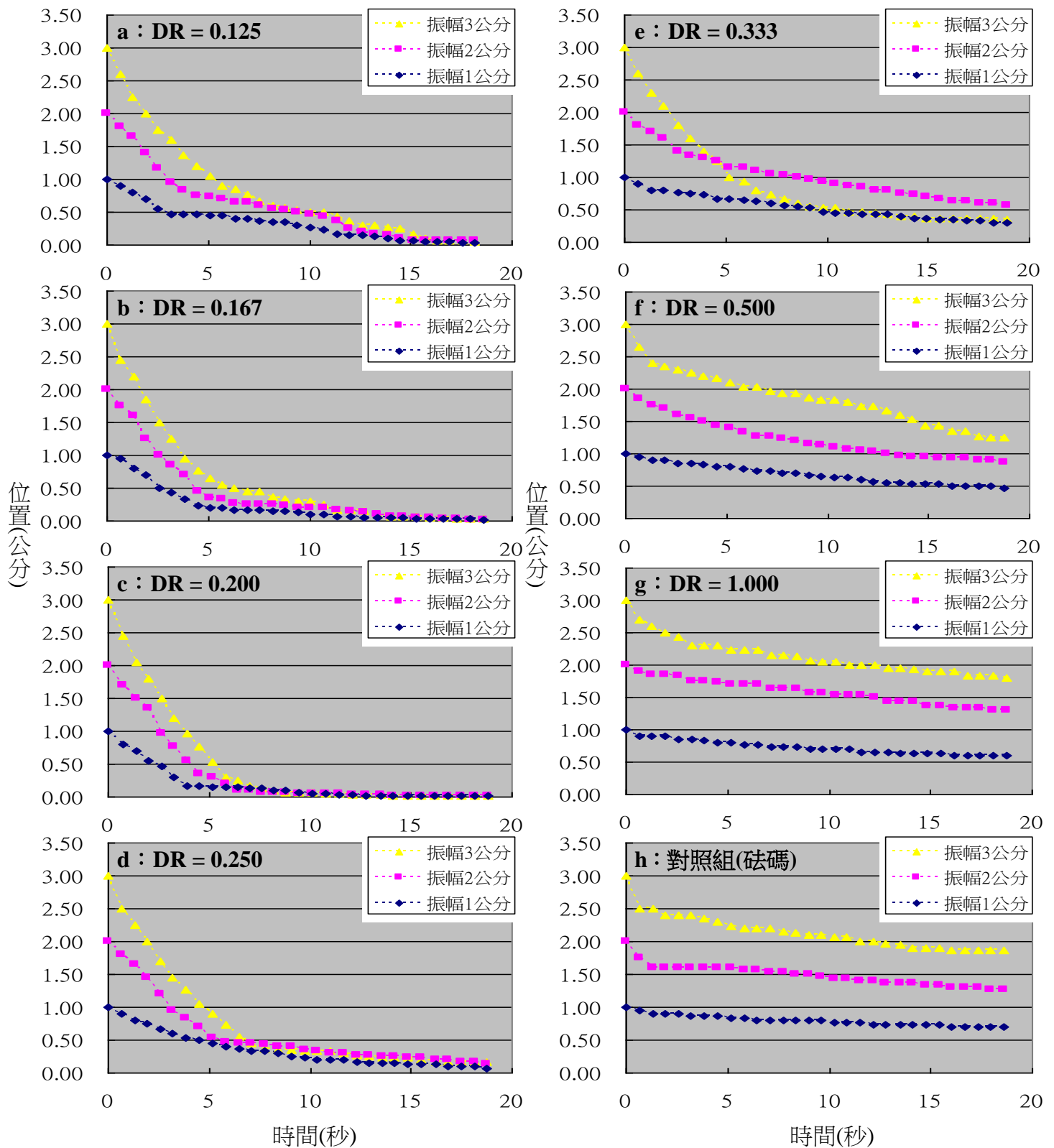


圖 24：水 162 毫升，平推振幅 1、2、3 公分，依 Depth Ratio(DR)分組為 0.125(a)、0.167(b)、0.200(c)、0.250(d)、0.333(e)、0.500(f)、1.000(g)及對照組(容器 + 162 克砵碼)(h)之時間位置曲線之波峰連線(紀錄初始 30 個週期)，平推振幅越大，振幅衰減效應亦較顯著，且每組波峰連線皆呈規則性逐步衰減

表 13：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 162 毫升)

Depth Ratio	振幅 1 公分 平均值/平均差/差值比	振幅 2 公分 平均值/平均差/差值比	振幅 3 公分 平均值/平均差/差值比	Tv 差值比(%) / between amplitude
0.125	0.636 / 0.007 / 1.132 %	0.630 / 0.008 / 1.217 %	0.625 / 0.000 / 0.000 %	1.167 % *
0.167	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.074 % *
0.200	0.652 / 0.003 / 0.388 %	0.645 / 0.009 / 1.354 %	0.647 / 0.001 / 0.165 %	0.689 % *
0.250	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.651 / 0.000 / 0.000 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.293 % *
0.333	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.002 / 0.247 %	0.220 % *
0.500	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.235 % *
1.000	0.643 / 0.001 / 0.166 %	0.644 / 0.001 / 0.145 %	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.244 % *
對照組(砵碼)	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.000 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	0.565 % #	0.805 % #	0.774 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5%，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5%，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

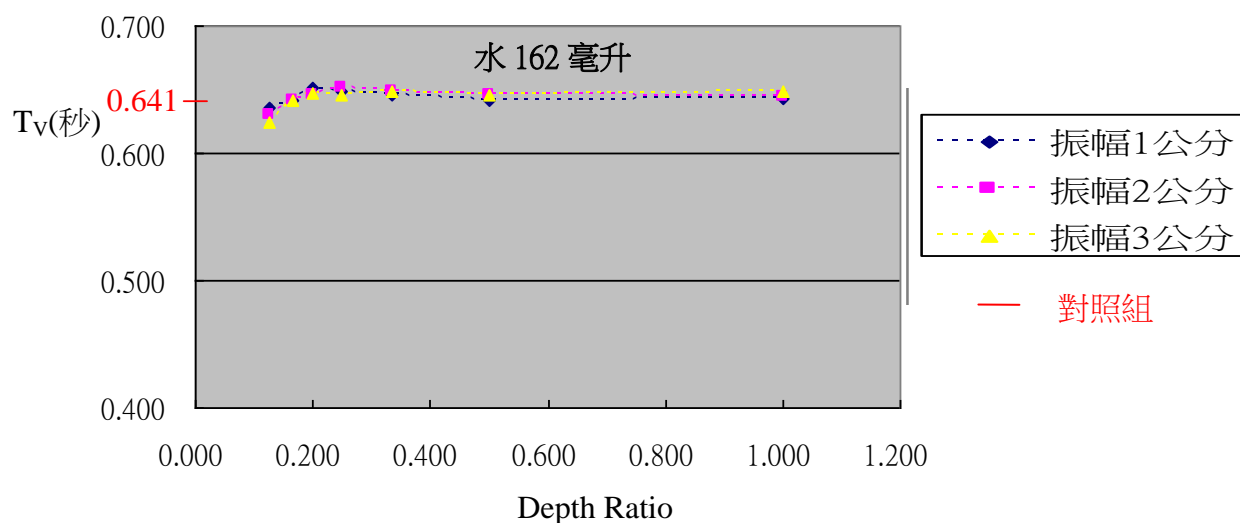


圖 25：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 162 毫升)，因 Tv 差值比 (between amplitude) < 5% (參考表 13 中 * 標示)，故三條虛線幾乎重疊，表示在相同 Depth Ratio 條件下，Tv 並不因振幅變化而產生明顯差異

表 14：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 c 值的影響(水 162 毫升)				
Depth Ratio	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	c 值差值比(%) / between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.176 / 0.002 / 0.959 %	0.193 / 0.001 / 0.644 %	0.203 / 0.001 / 0.394 %	5.169 %
0.167	0.200 / 0.001 / 0.333 %	0.233 / 0.002 / 0.678 %	0.247 / 0.001 / 0.279 %	7.846 %
0.200	0.252 / 0.001 / 0.415 %	0.304 / 0.002 / 0.497 %	0.326 / 0.001 / 0.368 %	9.521 %
0.250	0.130 / 0.001 / 1.079 %	0.132 / 0.003 / 1.959 %	0.158 / 0.001 / 0.816 %	8.693 %
0.333	0.063 / 0.001 / 1.552 %	0.061 / 0.000 / 0.000 %	0.112 / 0.001 / 1.114 %	28.318 %
0.500	0.041 / 0.001 / 1.478 %	0.041 / 0.000 / 0.000 %	0.040 / 0.001 / 1.654 %	1.618 % *
1.000	0.025 / 0.001 / 2.602 %	0.022 / 0.000 / 0.000 %	0.022 / 0.001 / 4.028 %	6.012 %
對照組(砵碼)	0.017 / 0.000 / 0.000 %	0.017 / 0.001 / 4.453 %	0.018 / 0.001 / 3.388 %	4.332 % *

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 c：衰減係數

*：c 值差值比(between amplitude) < 5%，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 c 值影響不顯著

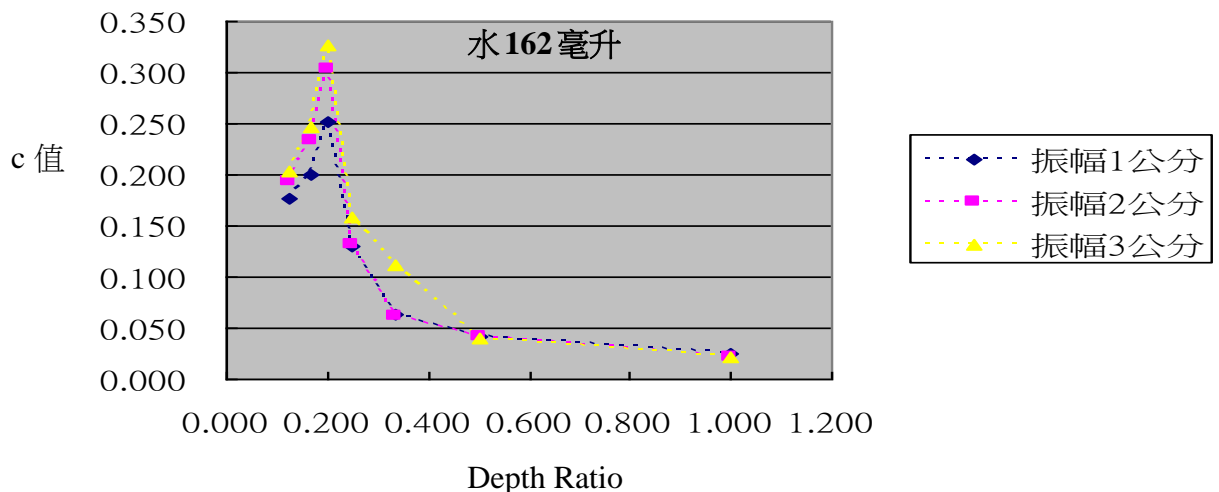


圖 26：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 c 值的影響(水 162 毫升)，不論振幅大小，c 值皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，分別出現最大極值；且在相同 Depth Ratio 條件下，c 值隨振幅增加而變大(3 公分 > 2 公分 > 1 公分)

表 15：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 D60(秒)的影響(水 162 毫升)

Depth Ratio	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	D60 差值比(%) / between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	6.290 / 0.027 / 0.424 %	4.423 / 0.031 / 0.703 %	4.447 / 0.031 / 0.700 %	16.315 %
0.167	3.800 / 0.000 / 0.000 %	3.823 / 0.031 / 0.814 %	3.870 / 0.000 / 0.000 %	0.902 % *
0.200	3.247 / 0.031 / 0.958 %	3.223 / 0.031 / 0.965 %	3.270 / 0.000 / 0.000 %	0.958 % *
0.250	5.867 / 0.044 / 0.758 %	4.553 / 0.031 / 0.683 %	4.470 / 0.000 / 0.000 %	12.133 %
0.333	14.000 / 0.267 / 1.905 %	12.330 / 0.000 / 0.000 %	5.177 / 0.031 / 0.601 %	33.806 %
0.500	36.377 / 0.251 / 0.690 %	24.290 / 0.280 / 1.153 %	21.733 / 0.709 / 3.262 %	21.626 %
1.000	51.487 / 0.904 / 1.757 %	49.913 / 1.762 / 3.531 %	46.100 / 0.267 / 0.578 %	5.015 %
對照組(砵碼)	78.190 / 3.407 / 4.357 %	79.110 / 2.060 / 2.604 %	78.820 / 2.193 / 2.783 %	3.276 % *

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值 D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

*：D60 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 D60 影響不顯著

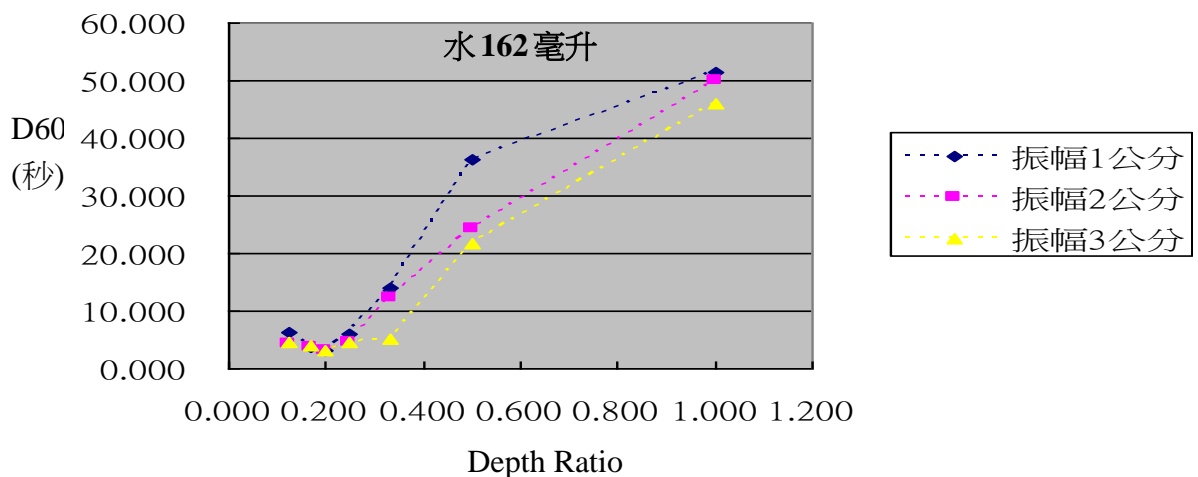


圖 27：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 D60(秒)的影響(水 162 毫升)，不論振幅大小，D60 皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，分別出現最小極值；且在相同 Depth Ratio 條件下，D60 隨振幅增加而變小(3 公分 < 2 公分 < 1 公分)

二、水的質量變化，依 Depth Ratio(DR)分組，評估平推振幅對減振效應的影響

上述多層盛水容器藉由改變 Depth Ratio 產生振動參數極值，若水的質量改變，亦即 Mass Ratio($\frac{\text{水質量}}{\text{總質量}}$ / MR)變化是否對振動參數產生影響？因此另外以 324

ml(Mass Ratio = 3.14 % / 表 17)和 486 ml(Mass Ratio = 4.63 % / 表 18)的水，Depth Ratio 的分組如同前述 162 ml(Mass Ratio = 1.59 % / 表 16)的分組條件，沿用上述相同實驗方法，平推振幅 1、2、3 公分，每組實驗五次，亦即評估 Mass Ratio 的變化，依 Depth Ratio 分組，在振幅改變的條件下，分析對振動參數的影響。

表 16：水深度(D)、長度(L)、寬度(W) / 依 Depth Ratio(D/L)分組				
Mass Ratio = 1.59 % (水 162 毫升)				
Depth Ratio (D/L)	深度(D) (公分)	長度(L) (公分)	寬度(W)(公分)	水量(毫升)/ M_w (D × L × W)
0.125	2.25	18.00	4.00	162.00
0.167	3.00	18.00	3.00	162.00
0.200	3.60	18.00	2.50	162.00
0.250	4.50	18.00	2.00	162.00
0.333	6.00	18.00	1.50	162.00
0.500	9.00	18.00	1.00	162.00
1.000	18.00	18.00	0.50	162.00

Mass Ratio = M_w / M ; M_w : 水質量、M : 總質量

表 17：水深度(D)、長度(L)、寬度(W) / 依 Depth Ratio(D/L)分組				
Mass Ratio = 3.14 % (水 324 毫升)				
Depth Ratio (D/L)	深度(D) (公分)	長度(L) (公分)	寬度(W)(公分)	水量(毫升)/ M_w (D × L × W)
0.125	2.25	18.00	8.00	324.00
0.167	3.00	18.00	6.00	324.00
0.200	3.60	18.00	5.00	324.00
0.250	4.50	18.00	4.00	324.00
0.333	6.00	18.00	3.00	324.00
0.500	9.00	18.00	2.00	324.00
1.000	18.00	18.00	1.00	324.00

Mass Ratio = M_w / M ; M_w : 水質量、M : 總質量

表 18：水深度(D)、長度(L)、寬度(W) / 依 Depth Ratio(D/L)分組				
Mass Ratio = 4.63 % (水 486 毫升)				
Depth Ratio (D/L)	深度(D) (公分)	長度(L) (公分)	寬度(W)(公分)	水量(毫升)/ M_w (D × L × W)
0.125	2.25	18.00	12.00	486.00
0.167	3.00	18.00	9.00	486.00
0.200	3.60	18.00	7.50	486.00
0.250	4.50	18.00	6.00	486.00
0.333	6.00	18.00	4.50	486.00
0.500	9.00	18.00	3.00	486.00
1.000	18.00	18.00	1.50	486.00

Mass Ratio = M_w / M ; M_w : 水質量、M : 總質量

(1).在相同 Mass Ratio 條件下，Tv 並不因振幅(amplitude)或 Depth Ratio 分組而造成影響(表 19 / 圖 28、表 20 / 圖 29、表 21 / 圖 30)。Tv 差值比(between amplitude) < 5 % (* 標示 / 表 19、20、21)，代表相同 Depth Ratio 條件下，平推振幅對 Tv 影響不顯著；Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 % (# 標示 / 表 19、20、21)，代表相同振幅條件下，Depth Ratio 分組對 Tv 影響亦不顯著，各組測得震動台週期皆相近。

表 19：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 162 毫升，Mass Ratio = 1.59 %)

Depth Ratio	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	Tv 差值比(%) / between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.636 / 0.007 / 1.132 %	0.630 / 0.008 / 1.217 %	0.625 / 0.000 / 0.000 %	1.167 % *
0.167	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.074 % *
0.200	0.652 / 0.003 / 0.388 %	0.645 / 0.009 / 1.354 %	0.647 / 0.001 / 0.165 %	0.689 % *
0.250	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.651 / 0.000 / 0.000 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.293 % *
0.333	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.000 / 0.000 %	0.648 / 0.002 / 0.247 %	0.220 % *
0.500	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.235 % *
1.000	0.643 / 0.001 / 0.166 %	0.644 / 0.001 / 0.145 %	0.648 / 0.001 / 0.165 %	0.244 % *
對照組(砝碼)	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.641 / 0.000 / 0.000 %	0.000 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	0.565 % #	0.805 % #	0.774 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

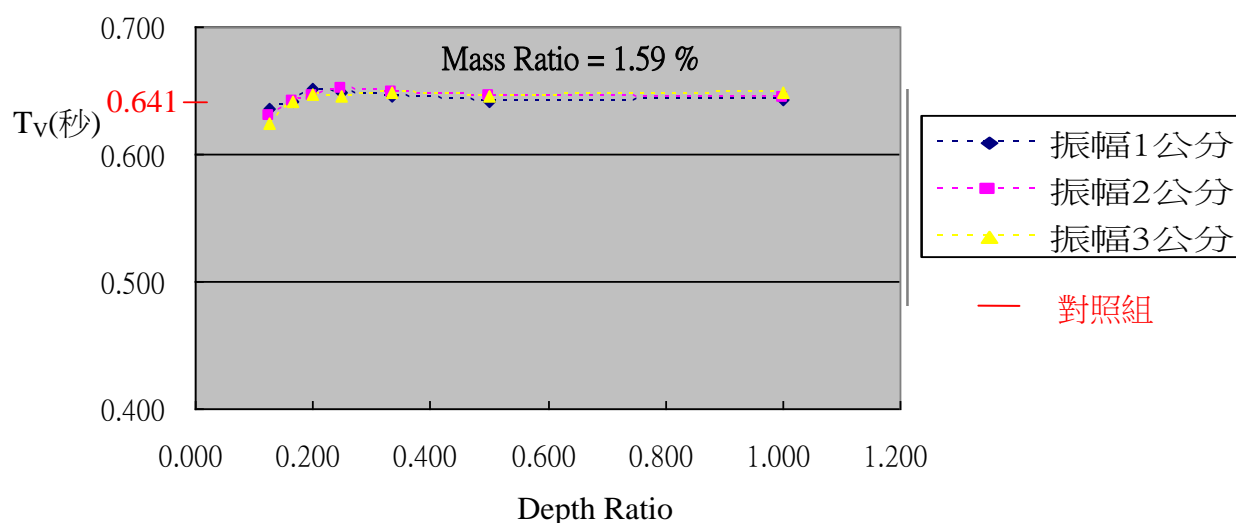


圖 28：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 162 毫升 / Mass Ratio = 1.59 %)，因 Tv 差值比(between amplitude) < 5 % (參考表 19 中 * 標示)，故三條虛線幾乎重疊，表示在相同 Depth Ratio 條件下，Tv 並不因振幅變化而產生明顯差異

表 20：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 324 毫升，Mass Ratio = 3.14 %)

Depth Ratio	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	Tv 差值比(%) / between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.631 / 0.007 / 1.130 %	0.629 / 0.008 / 1.303 %	0.625 / 0.000 / 0.000 %	1.032 % *
0.167	0.661 / 0.007 / 1.090 %	0.658 / 0.005 / 0.770 %	0.629 / 0.008 / 1.303 %	2.077 % *
0.200	0.664 / 0.006 / 0.923 %	0.668 / 0.005 / 0.768 %	0.666 / 0.007 / 1.001 %	0.853 % *
0.250	0.664 / 0.001 / 0.161 %	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.662 / 0.000 / 0.000 %	0.210 % *
0.333	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.659 / 0.003 / 0.384 %	0.662 / 0.002 / 0.242 %	0.572 % *
0.500	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.654 / 0.001 / 0.163 %	0.655 / 0.000 / 0.000 %	0.163 % *
1.000	0.651 / 0.002 / 0.236 %	0.652 / 0.001 / 0.143 %	0.653 / 0.002 / 0.235 %	0.241 % *
對照組(砝碼)	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.645 / 0.001 / 0.145 %	0.646 / 0.000 / 0.000 %	0.112 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	1.237 % #	1.410 % #	1.893 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

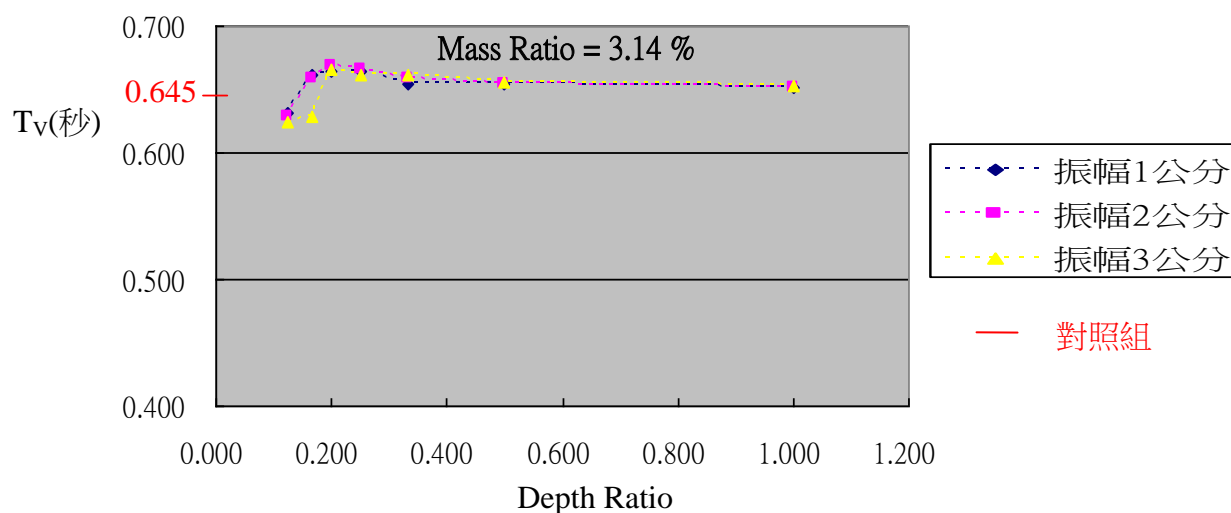


圖 29：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 324 毫升 / Mass Ratio = 3.14 %)，因 Tv 差值比(between amplitude) < 5 % (參考表 20 中 * 標示)，故三條虛線幾乎重疊，表示在相同 Depth Ratio 條件下，Tv 並不因振幅變化而產生明顯差異

表 21：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 486 毫升，Mass Ratio = 4.63 %)

Depth Ratio	振幅 1 公分	振幅 2 公分	振幅 3 公分	Tv 差值比(%) / between amplitude
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.642 / 0.001 / 0.166 %	0.637 / 0.008 / 1.214 %	0.527 % *
0.167	0.661 / 0.001 / 0.161 %	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.671 / 0.007 / 0.977 %	0.579 % *
0.200	0.679 / 0.004 / 0.534 %	0.681 / 0.004 / 0.528 %	0.682 / 0.007 / 1.030 %	0.710 % *
0.250	0.678 / 0.000 / 0.000 %	0.680 / 0.003 / 0.369 %	0.681 / 0.001 / 0.163 %	0.262 % *
0.333	0.671 / 0.000 / 0.000 %	0.673 / 0.001 / 0.132 %	0.676 / 0.002 / 0.243 %	0.255 % *
0.500	0.665 / 0.001 / 0.140 %	0.666 / 0.001 / 0.140 %	0.667 / 0.002 / 0.300 %	0.227 % *
1.000	0.662 / 0.002 / 0.242 %	0.665 / 0.000 / 0.000 %	0.667 / 0.000 / 0.000 %	0.234 % *
對照組(砝碼)	0.651 / 0.002 / 0.236 %	0.651 / 0.001 / 0.143 %	0.651 / 0.001 / 0.143 %	0.171 % *
Tv 差值比(%) / between Depth Ratio	1.486 % #	1.460 % #	1.727 % #	

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 Tv：震動台平均振動週期

*：Tv 差值比(between amplitude) < 5 %，代表相同 Depth Ratio，平推振幅對 Tv 影響不顯著

#：Tv 差值比(between Depth Ratio) < 5 %，代表相同振幅依 Depth Ratio 分組，對 Tv 影響不顯著

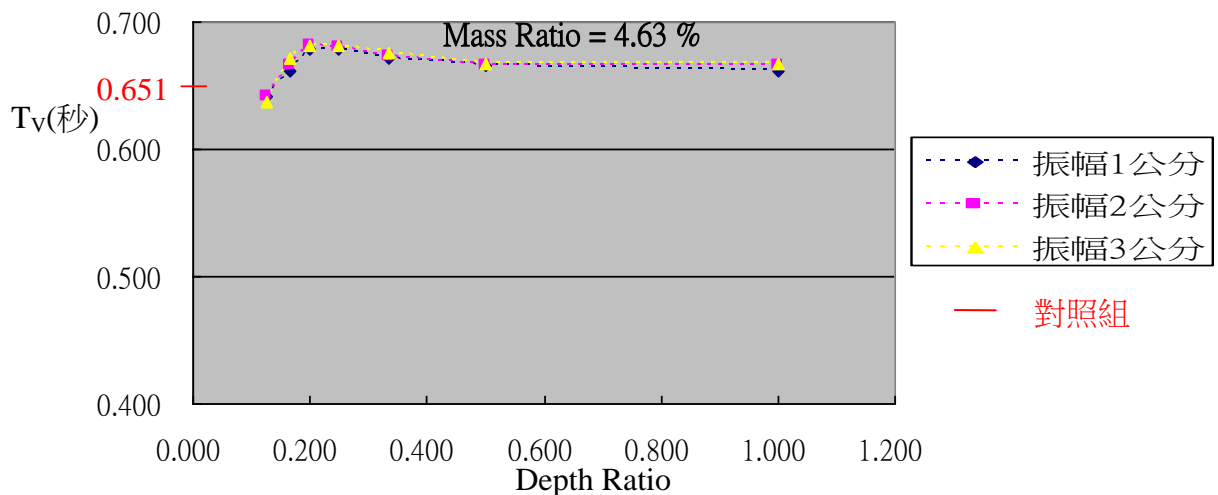


圖 30：依 Depth Ratio 分組，評估平推振幅對 Tv(秒)的影響(水 486 毫升 / Mass Ratio = 4.63 %)，因 Tv 差值比(between amplitude) < 5 % (參考表 21 中 * 標示)，故三條虛線幾乎重疊，表示在相同 Depth Ratio 條件下，Tv 並不因振幅變化而產生明顯差異

(2).不論振幅為 1 公分(圖 31)、2 公分(圖 32)、3 公分(圖 33)，三組 Mass Ratio 的 c 值皆在 Depth Ratio 約為 0.200 時出現最大極值，表示振幅衰減效應於 Depth Ratio = 0.200 時較顯著；在振幅固定的條件下，另依 Depth Ratio 分組比較三組 Mass Ratio 的 c 值，在極值(Depth Ratio = 0.200)的條件下，差異不顯著(* 標示：表 22 / 圖 31、表 23 / 圖 32、表 24 / 圖 33)。反之，在 c 值非極值(Depth Ratio ≠ 0.200)的條件下，Mass Ratio 越小，c 值亦較小，表示振幅衰減效應亦較差。若以平推振幅為優先考量條件，比較三組 Mass Ratio 的 c 值(表 22、23、24)，不論 Depth Ratio 分組為何，c 值皆隨振幅增加而變大(3 公分 > 2 公分 > 1 公分)。

表 22：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 1 公分)				
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	c 值差值比(%) / between Mass Ratio
0.125	0.176 / 0.002 / 0.959 %	0.252 / 0.001 / 0.592 %	0.252 / 0.002 / 0.751 %	14.816 %
0.167	0.200 / 0.001 / 0.333 %	0.257 / 0.002 / 0.900 %	0.249 / 0.001 / 0.411 %	9.972 %
0.200	0.252 / 0.001 / 0.415 %	0.270 / 0.001 / 0.321 %	0.259 / 0.001 / 0.507 %	2.534 % *
0.250	0.130 / 0.001 / 1.079 %	0.124 / 0.001 / 0.537 %	0.163 / 0.004 / 2.543 %	11.656 %
0.333	0.063 / 0.001 / 1.552 %	0.068 / 0.002 / 3.547 %	0.093 / 0.002 / 2.209 %	16.527 %
0.500	0.041 / 0.001 / 1.478 %	0.040 / 0.001 / 1.776 %	0.050 / 0.001 / 2.528 %	9.978 %
1.000	0.025 / 0.001 / 2.602 %	0.034 / 0.002 / 4.916 %	0.033 / 0.001 / 3.614 %	12.748 %
對照組(砵碼)	0.017 / 0.000 / 0.000 %	0.010 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	31.582 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值 c：衰減係數

*：c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，代表相同 Depth Ratio，Mass Ratio 對 c 值影響不顯著

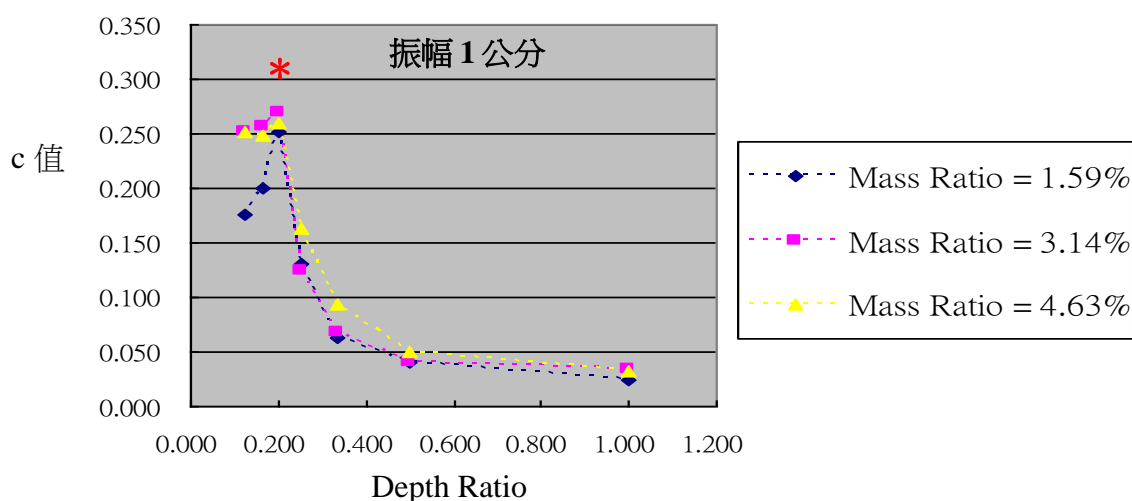


圖 31：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 1 公分)，三組 Mass Ratio 的 c 值皆在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最大極值。且 Depth Ratio = 0.200 時(*)，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異(參考表 22 中 * 標示)；當 Depth Ratio ≠ 0.200 時，Mass Ratio 越小，c 值亦較小，表示振幅衰減效應較差

(*：當 Depth Ratio = 0.200 時，c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異)

表 23：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 2 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	c 值差值比(%) / between Mass Ratio
0.125	0.193 / 0.001 / 0.644 %	0.273 / 0.001 / 0.513 %	0.293 / 0.002 / 0.661 %	15.744 %
0.167	0.233 / 0.002 / 0.678 %	0.266 / 0.000 / 0.000 %	0.290 / 0.002 / 0.812 %	7.676 %
0.200	0.304 / 0.002 / 0.497 %	0.295 / 0.001 / 0.505 %	0.297 / 0.000 / 0.000 %	1.152 % *
0.250	0.132 / 0.003 / 1.959 %	0.134 / 0.001 / 0.696 %	0.170 / 0.004 / 2.163 %	11.235 %
0.333	0.061 / 0.000 / 0.000 %	0.078 / 0.002 / 2.538 %	0.094 / 0.000 / 0.000 %	15.069 %
0.500	0.041 / 0.000 / 0.000 %	0.046 / 0.000 / 0.000 %	0.051 / 0.001 / 2.193 %	6.995 %
1.000	0.022 / 0.000 / 0.000 %	0.032 / 0.001 / 2.963 %	0.032 / 0.001 / 3.220 %	15.811 %
對照組(砵碼)	0.017 / 0.001 / 4.453 %	0.009 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	36.778 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 c：衰減係數

*：c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，代表相同 Depth Ratio，Mass Ratio 對 c 值影響不顯著

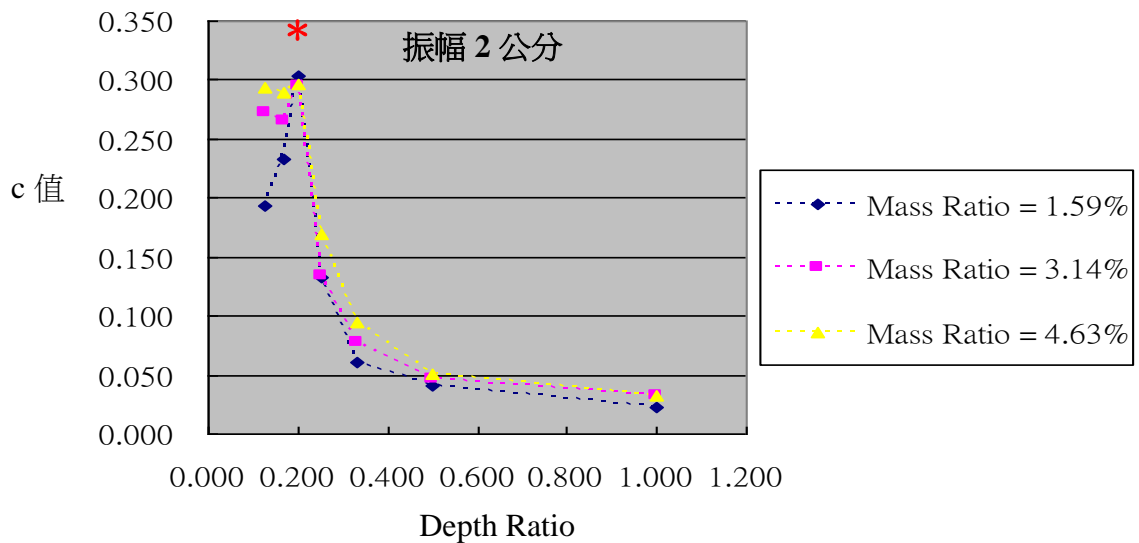


圖 32：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 2 公分)，三組 Mass Ratio 的 c 值皆在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最大極值。且 Depth Ratio = 0.200 時(*)，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異(參考表 23 中 * 標示)；當 Depth Ratio ≠ 0.200 時，Mass Ratio 越小，c 值亦較小，表示振幅衰減效應較差

(*：當 Depth Ratio = 0.200 時，c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異)

表 24：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 3 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	c 值差值比(%) / between Mass Ratio
0.125	0.203 / 0.001 / 0.394 %	0.274 / 0.001 / 0.309 %	0.296 / 0.001 / 0.495 %	14.075 %
0.167	0.247 / 0.001 / 0.279 %	0.295 / 0.000 / 0.000 %	0.296 / 0.003 / 0.937 %	7.700 %
0.200	0.326 / 0.001 / 0.368 %	0.326 / 0.003 / 0.832 %	0.308 / 0.003 / 1.038 %	2.455 % *
0.250	0.158 / 0.001 / 0.816 %	0.142 / 0.001 / 0.722 %	0.174 / 0.006 / 3.597 %	7.163 %
0.333	0.112 / 0.001 / 1.114 %	0.085 / 0.003 / 3.098 %	0.097 / 0.002 / 1.694 %	9.737 %
0.500	0.040 / 0.001 / 1.654 %	0.051 / 0.000 / 0.000 %	0.051 / 0.002 / 3.227 %	10.118 %
1.000	0.022 / 0.001 / 4.028 %	0.034 / 0.001 / 2.770 %	0.032 / 0.002 / 4.920 %	16.420 %
對照組(砵碼)	0.018 / 0.001 / 3.388 %	0.009 / 0.000 / 0.000 %	0.007 / 0.000 / 0.000 %	39.704 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值 c：衰減係數

*：c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，代表相同 Depth Ratio，Mass Ratio 對 c 值影響不顯著

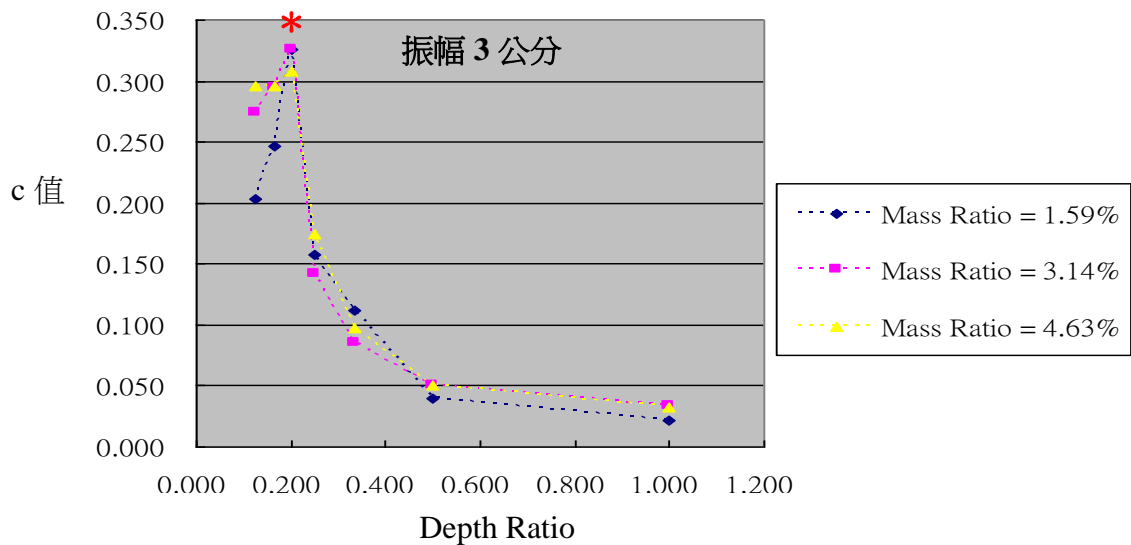


圖 33：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 c 值的影響(振幅 3 公分)，三組 Mass Ratio 的 c 值皆在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最大極值。且 Depth Ratio = 0.200 時(*)，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異(參考表 24 中 * 標示)；當 Depth Ratio ≠ 0.200 時，Mass Ratio 越小，c 值亦較小，表示振幅衰減效應較差

(*：當 Depth Ratio = 0.200 時，c 值差值比(between Mass Ratio) < 5%，三組 Mass Ratio 的 c 值無明顯差異)

(3).不論振幅為 1 公分(圖 34)、2 公分(圖 35)、3 公分(圖 36)，三組 Mass Ratio 的 D60 亦皆在 Depth Ratio 約為 0.200 時出現最小極值，表示振幅衰減 60 %所需時間於 Depth Ratio = 0.200 時較短。在相同 Depth Ratio 條件下，Mass Ratio 越小，D60 亦較大，表示振幅衰減 60 %所需時間較長。若以平推振幅為優先考量條件，比較三組 Mass Ratio 的 D60(表 25、26、27)，不論 Depth Ratio 分組為何，D60 皆隨振幅增加而變小(3 公分 < 2 公分 < 1 公分)。

表 25：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 1 公分)				
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 %	Mass Ratio = 3.14 %	Mass Ratio = 4.63 %	D60 差值比(%) / between Mass Ratio
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	6.290 / 0.027 / 0.424 %	3.670 / 0.000 / 0.000 %	1.870 / 0.000 / 0.000 %	39.673 %
0.167	3.800 / 0.000 / 0.000 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	31.949 %
0.200	3.247 / 0.031 / 0.958 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.070 / 0.000 / 0.000 %	22.080 %
0.250	5.867 / 0.044 / 0.758 %	7.953 / 0.031 / 0.391 %	4.777 / 0.031 / 0.651 %	18.868 %
0.333	14.000 / 0.267 / 1.905 %	13.757 / 0.058 / 0.420 %	8.977 / 0.329 / 3.664 %	17.792 %
0.500	36.377 / 0.251 / 0.690 %	23.287 / 0.771 / 3.311 %	16.353 / 0.282 / 1.726 %	29.040 %
1.000	51.487 / 0.904 / 1.757 %	32.090 / 0.993 / 3.095 %	28.023 / 0.298 / 1.063 %	25.603 %
對照組(砵碼)	78.190 / 3.407 / 4.357 %	83.380 / 1.987 / 2.383 %	96.243 / 0.829 / 0.861 %	7.995 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum |\text{測量值} - \text{平均值}|$ 差值比 = 平均差/平均值

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

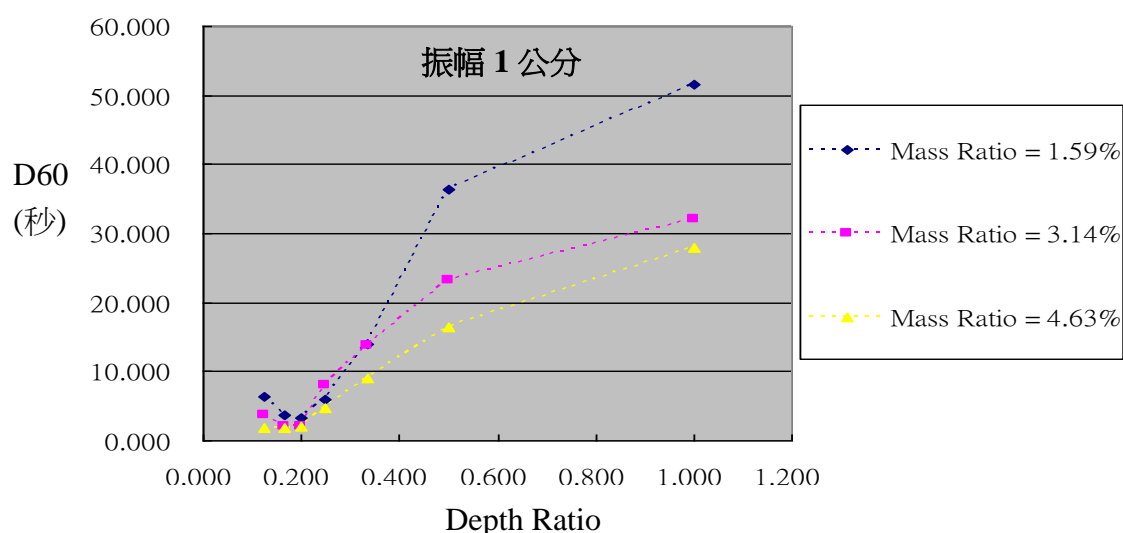


圖 34：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60 的影響(振幅 1 公分)，三組 Mass Ratio 的 D60 在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最小極值。在相同 Depth Ratio 條件下，Mass Ratio 越小，D60 亦較大，表示振幅衰減 60 %所需時間較長

表 26：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 2 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 %	Mass Ratio = 3.14 %	Mass Ratio = 4.63 %	D60 差值比(%) / between Mass Ratio
	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	平均值/平均差/差值比	
0.125	4.423 / 0.031 / 0.703 %	2.530 / 0.000 / 0.000 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	32.921 %
0.167	3.823 / 0.031 / 0.814 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	31.368 %
0.200	3.223 / 0.031 / 0.965 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	22.581 %
0.250	4.553 / 0.031 / 0.683 %	6.000 / 0.000 / 0.000 %	4.800 / 0.047 / 0.972 %	11.492 %
0.333	12.330 / 0.000 / 0.000 %	11.467 / 0.309 / 2.694 %	8.753 / 0.031 / 0.355 %	12.883 %
0.500	24.290 / 0.280 / 1.153 %	18.977 / 0.031 / 0.164 %	16.670 / 0.000 / 0.000 %	14.386 %
1.000	49.913 / 1.762 / 3.531 %	28.457 / 0.258 / 0.906 %	28.337 / 1.022 / 3.607 %	26.886 %
對照組(砵碼)	79.110 / 2.060 / 2.604 %	85.197 / 1.111 / 1.304 %	99.287 / 0.342 / 0.345 %	8.667 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

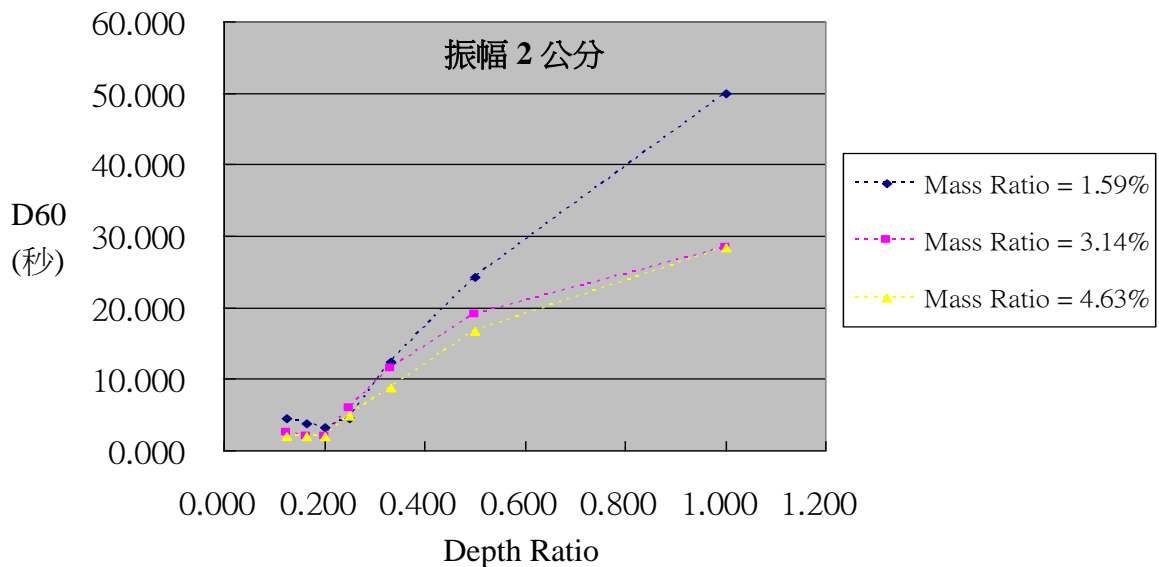


圖 35：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60 的影響(振幅 2 公分)，三組 Mass Ratio 的 D60 在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最小極值。在相同 Depth Ratio 條件下，Mass Ratio 越小，D60 亦較大，表示振幅衰減 60 % 所需時間較長

表 27：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60(秒)的影響(振幅 3 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 3.14 % 平均值/平均差/差值比	Mass Ratio = 4.63 % 平均值/平均差/差值比	D60 差值比(%) / between Mass Ratio
0.125	4.447 / 0.031 / 0.700 %	2.577 / 0.031 / 1.207 %	1.930 / 0.000 / 0.000 %	32.663 %
0.167	3.870 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	1.977 / 0.031 / 1.574 %	31.974 %
0.200	3.270 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	2.000 / 0.000 / 0.000 %	23.292 %
0.250	4.470 / 0.000 / 0.000 %	2.670 / 0.000 / 0.000 %	4.157 / 0.058 / 1.390 %	19.396 %
0.333	5.177 / 0.031 / 0.601 %	6.670 / 0.000 / 0.000 %	6.800 / 0.047 / 0.686 %	11.143 %
0.500	21.733 / 0.709 / 3.262 %	15.070 / 0.000 / 0.000 %	14.247 / 0.236 / 1.653 %	18.479 %
1.000	46.100 / 0.267 / 0.578 %	24.820 / 0.427 / 1.719 %	22.823 / 0.298 / 1.305 %	31.687 %
對照組(砵碼)	78.820 / 2.193 / 2.783 %	85.873 / 0.364 / 0.424 %	100.977 / 1.216 / 1.204 %	9.350 %

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值

D60：最大振幅衰減百分之 60 所需時間

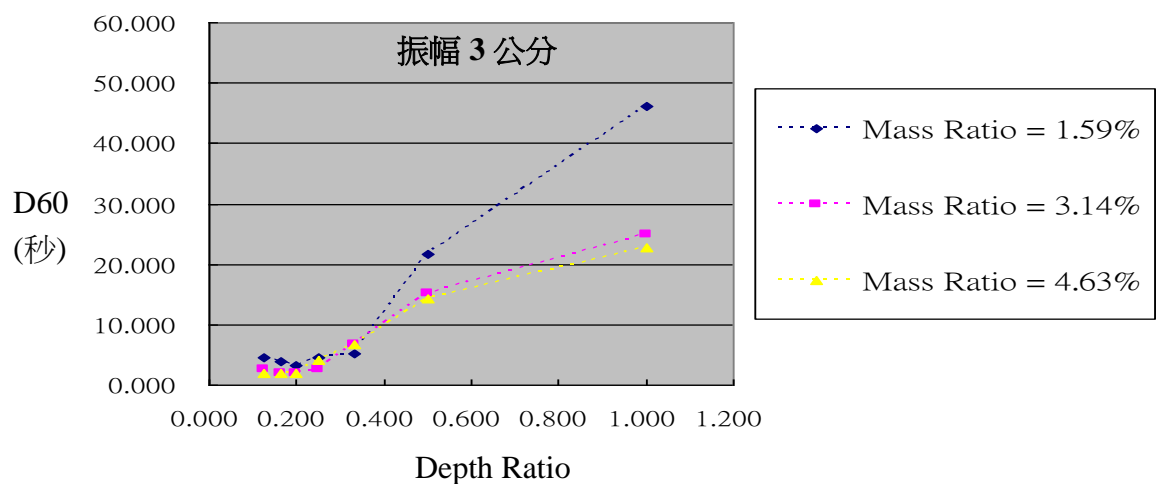


圖 36：依 Depth Ratio 分組，評估 Mass Ratio 對 D60 的影響(振幅 3 公分)，三組 Mass Ratio 的 D60 在 Depth Ratio 約為 0.200 時，分別出現最小極值。在相同 Depth Ratio 條件下，Mass Ratio 越小，D60 亦較長，表示振幅衰減 60 % 所需時間較長

三：量化容器中水波自然擺盪週期與 Depth Ratio(DR)的相關性

為了進一步解釋 Depth Ratio 接近 0.200 時，上述振動參數(c、D60)易產生極值？有必要測量容器中水波的自然擺盪週期是否受到容器長度(L)與水深(D)的影響？參考前述流體力學線性波理論(linear wave theory⁷)：

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}} \quad (D: \text{水深 } L: \text{容器長度 } T_n \text{ 水波自然擺盪週期})$$

意即容器中水又寬又淺(D / L 越小)，水波來回擺盪所需時間(T_n)越長。

為了評估 Depth Ratio(D / L)與 T_n 的相關性？我們將多層盛水容器的第一格，參考前述 Depth Ratio 分組方式(表 12)，在容器固定長度(L = 18 公分)的條件下，依序注入不同深度的水量藉以改變 Depth Ratio，再將容器左右搖晃約 2 公分三次後靜置固定，每組重複實驗五次，經影像錄製、測量及分析，得到每組 Depth Ratio 的水波自然擺盪週期(T_n / 表 28)。再分別與震動台對照組(砝碼：162 g/ 表 19、324 g/ 表 20、486 g/ 表 21)的振動週期(T_v)相比，稱為 Period Ratio($PR = T_n / T_v$ ； T_n ：水波自然擺盪週期 T_v ：對照組(砝碼質量 162、324、486 克)之震動台振動週期) (表 28)。當 Depth Ratio 為 0.200 時， PR_{162} 、 PR_{324} 、 PR_{486} 皆最接近 1(表 28 / 圖 37)。

表 28：依 Depth Ratio 分組，測量 T_n 及分析 PR(砝碼質量 162、324、486 g)

Depth Ratio	T_n (秒) 平均值/平均差/差值比	PR_{162} ($T_n / T_{V 162}$)	PR_{324} ($T_n / T_{V 324}$)	PR_{486} ($T_n / T_{V 486}$)
0.125	0.721 / 0.010 / 1.387 %	1.125	1.118	1.108
0.167	0.675 / 0.010 / 1.481 %	1.053	1.047	1.037
0.200	0.635 / 0.006 / 0.945 %	0.991	0.984	0.975
0.250	0.595 / 0.006 / 1.008 %	0.928	0.922	0.914
0.333	0.563 / 0.004 / 0.710 %	0.878	0.873	0.865
0.500	0.536 / 0.008 / 1.493 %	0.836	0.831	0.823
1.000	0.509 / 0.009 / 1.768 %	0.794	0.789	0.782

PR : T_n / T_v T_n : 水波自然擺盪週期 T_v : 震動台平均振動週期

$T_{V 162} = 0.641$ 秒 $T_{V 324} = 0.645$ 秒 $T_{V 486} = 0.651$ 秒(參考表 19、20、21 結果)

平均差： $\frac{1}{\text{樣本數}} \sum | \text{測量值} - \text{平均值} |$ 差值比 = 平均差/平均值

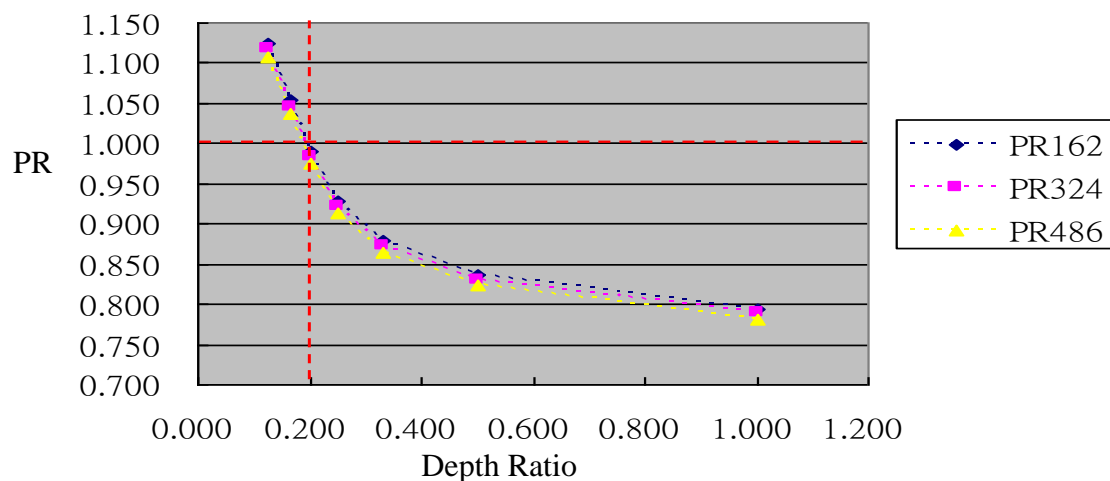


圖 37：依 Depth Ratio 分組，測量 T_n 及分析 PR(砝碼質量 162、324、486 g)，當 Depth Ratio 為 0.200 時， PR_{162} 、 PR_{324} 、 PR_{486} 皆最接近 1

(PR : T_n / T_v T_n : 水波自然擺盪週期 T_v : 震動台平均振動週期

$T_{V 162} = 0.641$ 秒 $T_{V 324} = 0.645$ 秒 $T_{V 486} = 0.651$ 秒)

表 28 中說明 Depth Ratio 會影響水的自然擺盪週期，當水的自然擺盪週期(T_n)約等同震動台振動週期(T_v)($PR \approx 1$)時，此時兩者可能因共振(resonance)現象，進而影響減振效應，如此可說明前述實驗結果皆在 Depth Ratio = 0.200 時易產生振動參數的極值。同時比較當 Depth Ratio \neq 0.200(即 $T_v \neq T_n$)時(圖 24 a、b、d 至 g)，振幅仍呈規則性逐步衰減，此實驗結果與【實驗三-2】單擺(圖 16 d、e)比較，並不會出現振幅高低起伏、不規則衰減(coupled oscillation)的現象。

為了驗證共振效應的物理現象是否存在？我們選擇了前述實驗中 Depth Ratio = 1.000 及 0.200(Mass Ratio = 1.59%，振幅 3 公分)水波擺盪的影像截圖分析：

(一)、若選擇 Depth Ratio = 1.000(圖 38 a)， $PR \approx 0.794$ ，其波形自第一週期起皆約與 \tanh 函數圖形(圖 38 b)類似，波形最高處與容器壁相交(圖 38 a)。水波約在第二或第三週期擺盪至最高處(圖 38 a)，同時比較水波自平衡點上升(H)及下降(η)距離，兩者並不相等，推測震動台振動時可能將能量傳遞至水，推升液面增高，加上水與容器接觸面的摩擦力，造成能量消散(Energy Dissipation)，達到減振的效果，而且不論 Mass Ratio 及振幅為何，都存在相同現象(表 29、30、31)。但若與測量水自然擺盪週期(T_n)時比較(圖 38 c)，在 Depth Ratio = 1.000 時，H 值約接近 η 值(水波自平衡點上升及下降距離相近)，兩者水波擺盪有差異性存在。

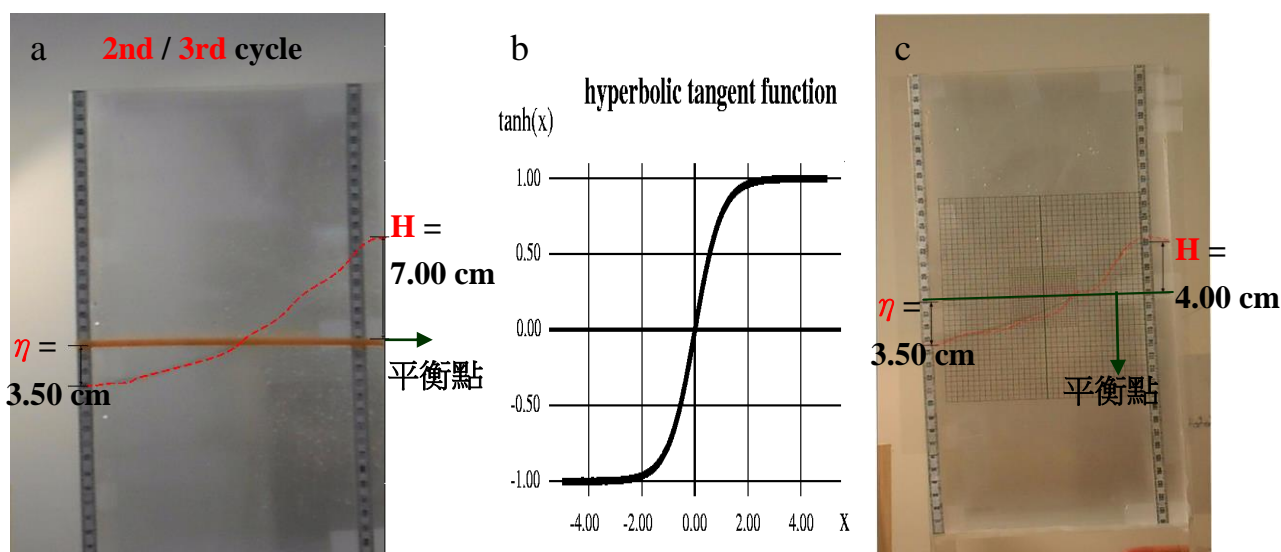


圖 38：Depth Ratio = 1.000($PR \approx 0.794$)，其水波波形(a)約與 \tanh 函數圖形(b)類似，波形最高處與容器壁相交，但水波自平衡點上升($H = 7.00$ cm)及下降($\eta = 3.50$ cm)距離並不相等，此結果與測量水自然擺盪週期(c)時比較($H = 4.00$ cm， $\eta = 3.50$ cm)有差異性存在

(二)、若 Depth Ratio = 0.200，其 PR = 0.991，在第一、二週期，其波形最高處與容器壁約呈一漸近線(圖 39 a)，水波約在第二或第三週期時擺動激盪至最高後反轉，出現水花，稱為碎波現象(wave break)(圖 39 b)，同時比較水波自平衡點上升(H)及下降(η)距離，兩者差異甚大($H > \eta$)，H 值明顯升高甚多。此現象可以共振效應(resonance)解釋。而碎波的產生再加上存在於水與容器接觸面的摩擦力，共同造成能量消散(Energy Dissipation)。故測得振動參數(c、D60)在此條件下產生極值，減振效應因而顯著。在碎波出現之後其它週期，其波形最高處又恢復成與容器壁約呈漸近線關係(圖 39 a)。不論 Mass Ratio 及振幅為何，都存在相同現象(表 29、30、31)。

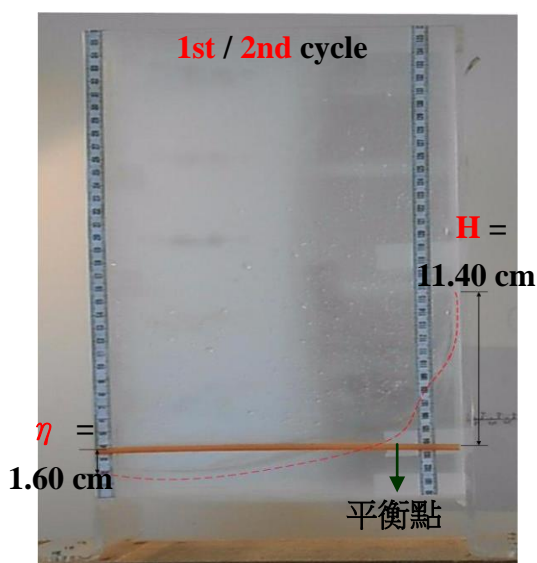


圖 39 a：Depth Ratio = 0.200(PR = 0.991)，在第一或第二週期，其波形最高處與容器壁約成漸近線關係

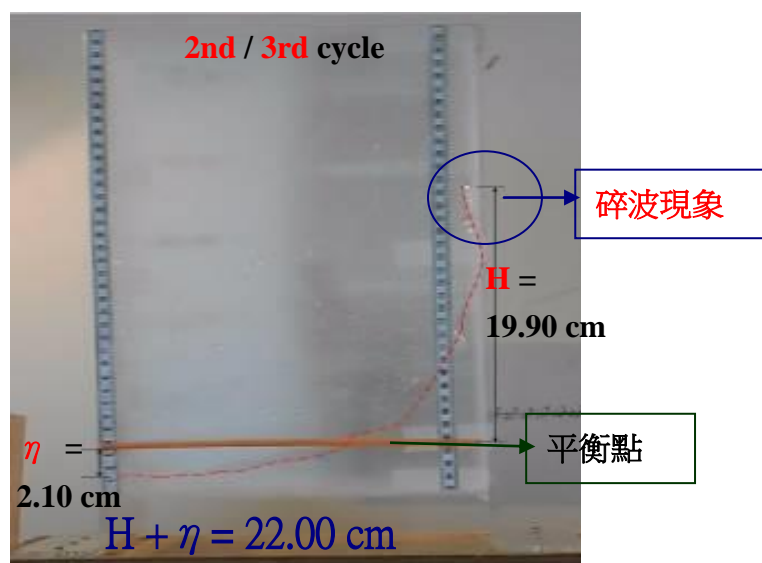


圖 39 b：Depth Ratio = 0.200，在第二或第三週期水波擺動激盪至最高後反轉，出現水花，產生碎波現象(wave break) ($H = 19.90 \text{ cm}$ ； $\eta = 2.10 \text{ cm}$ ； $H + \eta = 22.00 \text{ cm}$)

為了表示振動時容器中水波振盪反應的激烈程度，故將水波由平衡點上升至最高點的距離稱為 Wave Elevation(H)，同時對側水波由平衡點下降至最低點的距離稱為 Wave Depression(η)(圖 39 b)， $H + \eta$ 可反應兩測水波之高低落差，其值越大且 H 值亦越大，產生碎波(wave break)現象的機率越高。故若將 Depth Ratio 與 $H + \eta$ 作圖比較，在固定振幅條件下，三組 Mass Ratio 皆在 Depth Ratio = 0.200 時， $H + \eta$ 分別出現最大極值(表 29 / 圖 40、表 30 / 圖 41、表 31 / 圖 42)，且 H 值亦最大，並同時影像截圖觀察到有碎波現象(↑ 標示)。另參考表 28 在 Depth Ratio = 0.200 時，PR 值亦最接近 1，有較高的可能性產生共振效應。如此可解釋為何在 Depth Ratio = 0.200 時，易測出振動參數的極值。

平推振幅由 1 公分增至 3 公分，振幅越大則 $H + \eta$ 及 H 值亦越大(3 公分 > 2 公分 > 1 公分)，在振幅 1、2 公分時，僅 Depth Ratio = 0.200 時(PR = 1)產生碎波(wave break)(↑ 標示：表 29、30)，但若振幅為 3 公分時，Depth Ratio = 0.125、0.167、0.200 亦都有碎波產生(↑ 標示：表 31)。故在振幅越大的條件下，有較高的可能性產生碎波，因而在相同 Mass Ratio 及 Depth Ratio 條件下，減振效應皆隨振幅增加而顯著(3 公分 > 2 公分 > 1 公分)。

表 29：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %，振幅 1 公分)			
Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 %	Mass Ratio = 3.14 %	Mass Ratio = 4.63 %
	$H + \eta$ (cm)/ H (cm)/ η (cm)	$H + \eta$ (cm)/ H (cm)/ η (cm)	$H + \eta$ (cm)/ H (cm)/ η (cm)
0.125	5.00 / 4.08 / 0.92	5.00 / 4.25 / 0.75	4.63 / 3.93 / 0.70
0.167	9.17 / 8.07 / 1.00	7.17 / 6.17 / 1.00	5.20 / 4.40 / 0.80
0.200	10.33 / 9.23 / 1.10 ↑	9.00 / 8.40 / 0.60 ↑	5.40 / 4.73 / 0.67 ↑
0.250	8.00 / 6.50 / 1.50	5.84 / 4.67 / 1.17	4.60 / 3.73 / 0.87
0.333	3.33 / 2.33 / 1.00	3.83 / 2.83 / 1.00	4.53 / 3.53 / 1.00
0.500	3.16 / 2.16 / 1.00	3.67 / 2.67 / 1.00	2.87 / 1.87 / 1.00
1.000	2.83 / 1.83 / 1.00	2.50 / 1.50 / 1.00	2.73 / 1.73 / 1.00

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break) H：水波自平衡點上升距離 η ：水波自平衡點下降距離

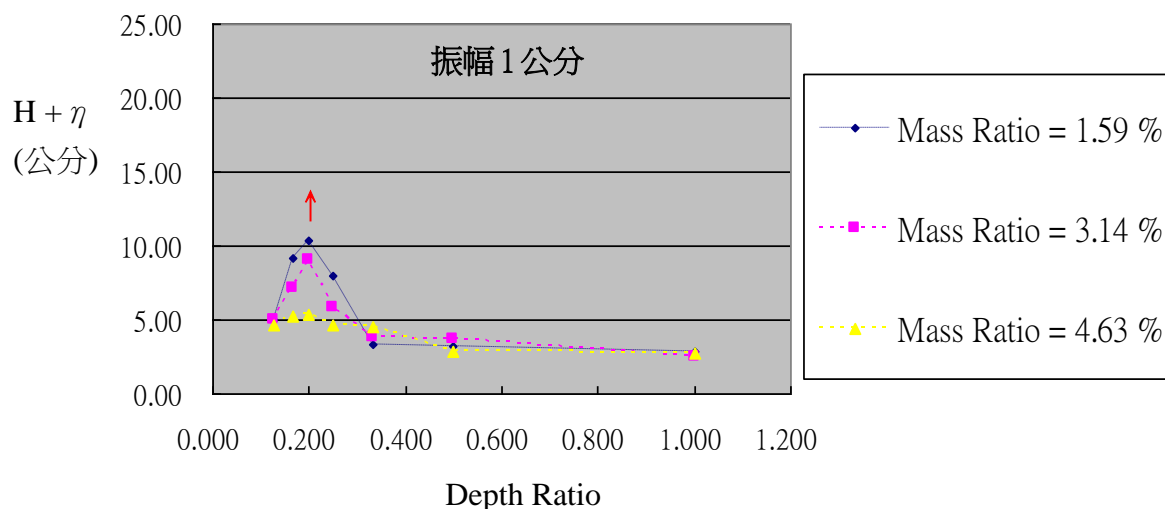


圖 40：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63 %，振幅 1 公分)，三組 Mass Ratio 的 $H + \eta$ 皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，分別出現最大極值，同時影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)(參考表 29 中 ↑ 標示)

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)

表 30：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63%，振幅 2 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 %	Mass Ratio = 3.14 %	Mass Ratio = 4.63 %
	$H + \eta$ (cm)/H(cm)/ η (cm)	$H + \eta$ (cm)/H(cm)/ η (cm)	$H + \eta$ (cm)/H(cm)/ η (cm)
0.125	10.00 / 9.25 / 0.75	13.00 / 12.25 / 0.75	14.03 / 12.43 / 1.60
0.167	13.33 / 12.00 / 1.33	13.50 / 12.50 / 1.00	14.10 / 12.50 / 1.60
0.200	14.17 / 12.57 / 1.60 ↑	14.67 / 13.57 / 1.10 ↑	14.27 / 13.07 / 1.20 ↑
0.250	12.67 / 10.67 / 2.00	13.00 / 11.33 / 1.67	13.44 / 11.57 / 1.87
0.333	12.50 / 10.17 / 2.33	10.17 / 8.17 / 2.00	9.50 / 7.50 / 2.00
0.500	8.17 / 5.67 / 2.50	6.67 / 4.67 / 2.00	9.47 / 7.00 / 2.47
1.000	8.50 / 5.17 / 3.33	6.67 / 4.67 / 2.00	9.17 / 5.50 / 3.67

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break) H：水波自平衡點上升距離 η ：水波自平衡點下降距離

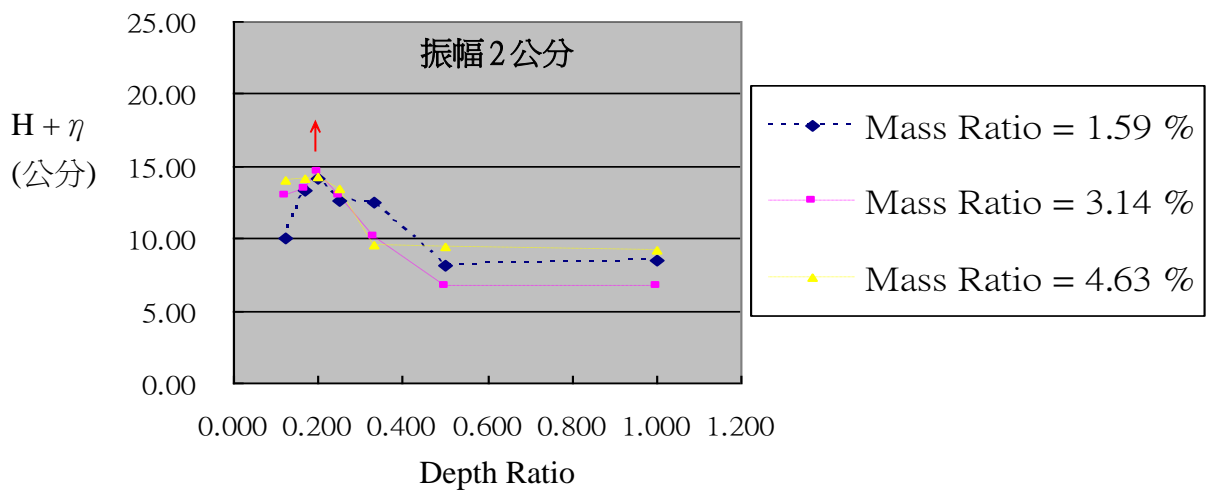


圖 41：依 Depth Ratio 分組對 $H + \eta$ 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63%，振幅 2 公分)，三組 Mass Ratio 的 $H + \eta$ 皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，分別出現最大極值，同時影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)(參考表 30 中 ↑ 標示)

↑：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)

表 31：依 Depth Ratio 分組對 H + η 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63%，振幅 3 公分)

Depth Ratio	Mass Ratio = 1.59 %	Mass Ratio = 3.14 %	Mass Ratio = 4.63 %
	H + η (cm)/H(cm)/ η (cm)	H + η (cm)/H(cm)/ η (cm)	H + η (cm)/H(cm)/ η (cm)
0.125	14.67 / 13.42 / 1.25 ↑	15.17 / 14.42 / 0.75 ↑	16.60 / 14.60 / 2.00 ↑
0.167	15.50 / 13.50 / 2.00 ↑	16.33 / 14.83 / 1.50 ↑	17.00 / 15.00 / 2.00 ↑
0.200	22.50 / 19.90 / 2.60 ↑	19.00 / 16.73 / 2.27 ↑	17.83 / 16.23 / 1.60 ↑
0.250	15.33 / 12.00 / 3.33	15.83 / 13.33 / 2.50	16.20 / 14.07 / 2.13
0.333	15.00 / 11.67 / 3.33	14.83 / 11.33 / 3.50	14.33 / 11.33 / 3.00
0.500	11.17 / 7.67 / 3.50	10.50 / 7.17 / 3.33	10.67 / 7.17 / 3.50
1.000	11.17 / 6.50 / 4.67	10.33 / 7.00 / 3.33	10.50 / 6.50 / 4.00

↑(↑)：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break) H：水波自平衡點上升距離 η：水波自平衡點下降距離

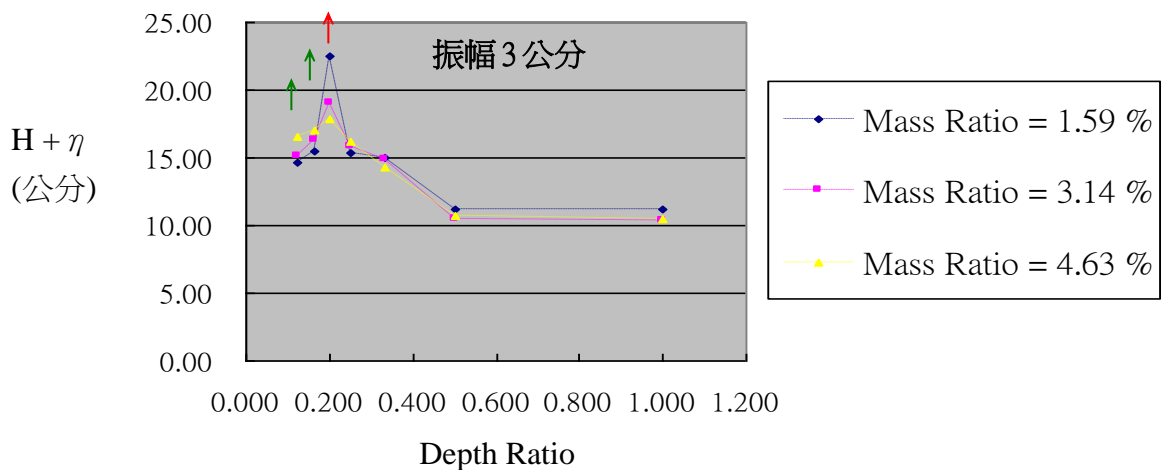


圖 42：依 Depth Ratio 分組對 H + η 的影響(Mass Ratio = 1.59、3.14、4.63%，振幅 3 公分)，三組 Mass Ratio 的 H + η 皆在 Depth Ratio 為 0.200 時，分別出現最大極值，同時影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)(參考表 31 中 ↑ 標示)

↑(↑)：影像截圖觀察到有碎波現象(wave break)

為了評估水實測自然擺盪週期(T_n)與 Depth Ratio 的相關性是否符合線性波理論⁷？

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}} \quad (D: \text{水深 } L: \text{容器長度 } T_n: \text{水波自然擺盪週期})$$

亦即評估 $y(T_n)$ 與 $x\left(\frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}}\right)$ 是否成線性相關？求出迴歸直線(圖 43)如下：

$$y = 0.3338x + 0.1835 \quad (R^2 = 0.9923) \quad (y: T_n \quad x: \frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}})$$

故 T_n 與 $\frac{1}{\sqrt{\tanh\left(\pi \times \frac{D}{L}\right)}}$ 符合線性相關的信賴度佳($R^2 = 0.9923$)。

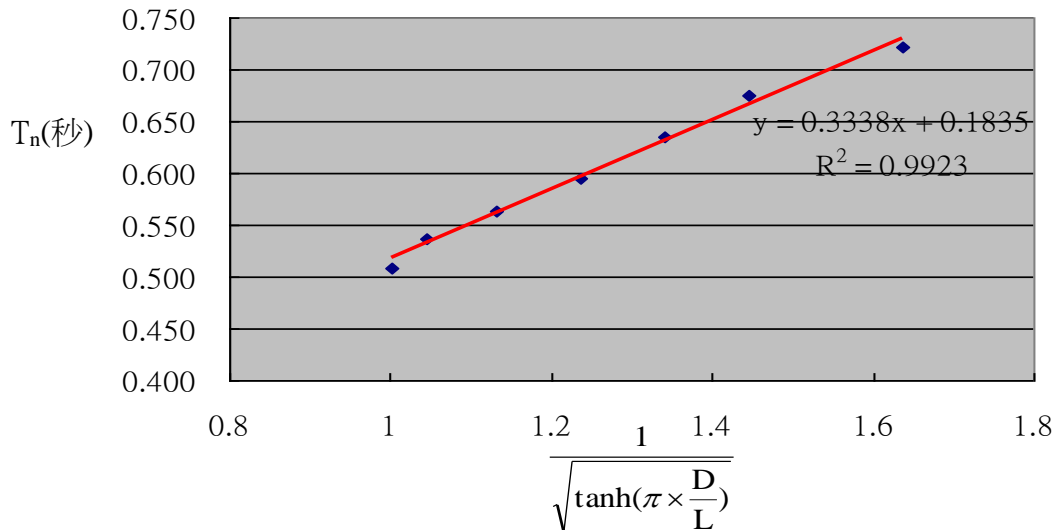


圖 43： T_n 與 $\frac{1}{\sqrt{\tanh(\pi \times \frac{D}{L})}}$ 關係圖(藍點)並以線性迴歸線(紅線)模擬表示

由於三組水質量之對照組(162、324、486 克砝碼)振幅於 1、2、3 公分時，測得衰減係數 c 值差值比分別為 31.582 % (表 22)、36.778 % (表 23)、39.704 % (表 24)， c 值因質量效應變化產生明顯差異(c 值差值比 $> 5\%$)，三組 D60 (表 25、26、27) 亦因質量效應變化也有明顯差異，此結論與【實驗二】結果相符(質量效應變化會影響 c 值與 D60)。然而三組對照組砝碼質量變化所測得的震動台振動週期(T_v)分別為 0.641 秒(表 19)、0.645 秒(表 20)、0.651 秒(表 21)，與水依 Depth Ratio 分組的自然擺盪週期(T_n)相較，在 Depth Ratio = 0.200 時之 $T_n = 0.635$ 秒(表 28)與上述三組對照組之 T_v 皆最相近，PR 分別為 0.991、0.984、0.975 (PR $\doteq 1$ / 表 28)，故可解釋三組 Mass Ratio (振幅 1、2、3 公分)皆在 Depth Ratio = 0.200 時測得振動參數極值。

當 Mass Ratio $\doteq 4.63\%$ 的條件時：

(1). 平推振幅 1 公分，Depth Ratio = 0.200 或 0.167 時；

c 值 = 0.259 或 0.249 (表 22)，兩組 c 值相近。

(2). 平推振幅 2 公分，Depth Ratio = 0.200 或 0.167 時；

c 值 = 0.297 或 0.290 (表 23)，兩組 c 值相近。

(3). 平推振幅 3 公分，Depth Ratio = 0.200 或 0.167 時；

c 值 = 0.308 或 0.296 (表 24)，兩組 c 值相近。

故進一步推論若 Mass Ratio 再增加， T_v 亦可能隨之增加(【實驗二】)，再與 T_n (表 28) 參照，可能會轉變成 Depth Ratio = 0.167 時，產生 PR $\doteq 1$ ($T_n \doteq T_v$) 的條件，屆時可能在 Depth Ratio = 0.167 測得振動參數極值？但若在該條件時， c 值變小、變大或不變，則是否存在最佳的 Mass Ratio 條件而影響減振效應？這些推論可供日後進一步實驗的研究方向。

肆：結論與應用

本實驗分析方法使用振動參數(T_v 、 c 、 $D60$)驗證自製震動台測量結果的信賴度並量化減振效應，且應用於可調單擺及自製多層容器盛水減振效應探討：

一、以自製震動台模擬建物受力時可產生穩定之週期運動，由於平推振幅大小並不影響週期，此特性可假想為倒置之單擺；再以可調單擺模擬調諧質量阻尼器之單擺效應，實驗結果驗證當單擺週期與震動台振動週期接近時，即可產生最佳的減振效應。反之，當 $T_p \neq T_v$ ，則會有類似 coupled oscillation 的振動模式產生。

二、另以空瓶裝水取代單擺，亦可產生類似且更佳的減振效果，因 Depth Ratio(容器中水深與長度比值)可影響水的自然擺盪週期(線性波理論)，為了調整 Depth Ratio 並同時控制相同質量效應，故設計多層盛水容器。藉由 Depth Ratio 分組調整，使容器中水的自然擺盪週期(T_n)接近震動台振動週期(T_v)時(Period Ratio / PR = $T_n / T_v \approx 1$)，觀察到碎波現象(wave break)可能因共振效應產生，藉此方式造成能量消散，在此條件下減振效應較顯著。且當震動台振幅越大時，觀察到 wave break 發生的可能性越高，減振效應亦較顯著。而當 Mass Ratio(水質量與總質量比值)由 1.59 % 增加至 4.63 % 時，在 PR ≈ 1 的條件下，Mass Ratio 變化對減振效應(c)影響不顯著；若在 PR $\neq 1$ 的條件下，Mass Ratio 越小，減振效應(c 、 $D60$)較差，但振幅仍呈規則性逐步衰減，此結果異於單擺，並不出現振幅高低起伏的 coupled oscillation 現象。

實驗結果驗證多層容器裝水的液體形式阻尼器可有效地達到減振的效果，且其減振效應優於單擺。在實際應用上，此種液體形式的阻尼器有多項潛在的優點，包括其成本低廉且施工困難度較低。若能將水塔或消防水箱應用上述概念融入建物設計，則可在不另行增加建物載重的條件下，同時兼具阻尼器減振效應的功能。

伍：參考文獻

- 1、王秋文(2009)。如何幫大樓抗風防震？淺談台北 101 大樓阻尼器。台灣大學土木工程學系電子報 Vol.21 (<http://epaper.ce.ntu.edu.tw/vol.21/101damper-1.html>)
- 2、台北 101 官方網站 (www.taipei-101.com.tw)。
- 3、謝秀麗(2010)。閃亮 50 科研路。行政院國家科學委員會。
- 4、楊志良(1982)。生物統計學新論。台北市：巨流圖書公司。
- 5、李政寬、張惠玲、邱世彬(2009)。安全耐震的家-認識地震工程。國家地震研究中心(brochure-eq-disaster-prev)。
- 6、盧怡利、楊秀珊(2007)。普通高級中學二上物理參考書。台南市：南一書局。
- 7、HARALD E. KROGSTAD、QIVIND A. ARNTSEN(2000)。LINEAR WAVE THEORY PART A。挪威：NORWEGIAN UNIVERSITY
- 8、蔡東和、樓建中(1999)。耐震減震與隔震。土木技術第二卷第五期。
- 9、Emily Bhattacharjee、Lipica Halder、Richi Prasad Sharma(2013)。An experimental study on tuned liquid damper for mitigation of structural response。Internation Journal of Advanced Structural Engineering 2013, 5:3
- 10、Hadi Malekghasemi (2011)。Experimental and Analytical Investigation of Rectangular Tuned Liquid Dampers(TLD)。加拿大：University of Toronto。

陸：附錄

一、Excel 2003 中 R^2 值(決定係數)之迴歸分析定義如下：

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum (Y_j - \bar{Y})^2}{(\sum Y_j^2) - \frac{(\sum Y_j)^2}{n}}$$

Y_j 測量值
 \bar{Y} 趨勢線(迴歸線)

If $Y_j = \bar{Y}$, then $SSE = 0$ and $R^2 = 1$

【評語】 160017

本研究旨在探討盛水容器和單擺各自對大樓式震盪系統的阻尼效應，自行設計實驗探討各種變因，若能將現實中的實力與實驗結果結合探討，或進一步設計應用性更高的建置，將會更好。