

2009 年臺灣國際科學展覽會

優勝作品專輯

編號： 140022

作品名稱

顆粒體對流現象之探討

得獎獎項

物理與太空科學科大會獎第一名

美國團隊正選代表：美國第 60 屆國際科技展覽會

學校名稱： 國立高雄師範大學附屬高級中學

作者姓名： 葉哲嘉 林中冠

指導老師： 簡聿成

關鍵字： 圓形顆粒體、固流體對流、渾沌現象

摘要

本研究藉由固流體對流中不同的變因控制，以探討在強制振動下顆粒體對流之情形。研究者自行設計一振動平台模擬固流體的強制振動，並討論其線性(linear)及非線性(non-linear)的對流情況。(在研究中我們稱欲觀察顆粒為「目標顆粒」，其餘顆粒為「背景顆粒」)。

實驗結論為：

- (1) 在垂直振動下，目標顆粒的體積、摩擦程度以及容器內壁的摩擦程度、振動平台的頻率與振幅均與目標顆粒之上升速率呈正向關係。但目標顆粒的質量卻與目標顆粒之上升速率呈負向關係。
- (2) 在水平週轉振動中，目標顆粒與容器內側的摩擦程度以及振動平台的頻率均與目標顆粒之上升速率呈正向關係。但目標顆粒的質量、體積卻與目標顆粒之上升速率呈負向關係。
- (3) 在水平週轉振動中，振動平台的頻率與目標顆粒單層水平循環速率呈正向關係。
- (4) 在水平週轉振動中，目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期會受到背景顆粒深度的影響。在分別改變背景顆粒深度 3.5.7 cm 的情況下，背景顆粒繞行週期分別會呈現 12.17.20 次的循環規律。
- (5) 我們歸納出一個參數式：

$$T(x) = R \left| \sin\left(\frac{\pi}{N} x\right) \right| + T_{min}$$

來大略描述循環週期。式中的 R 是最大振幅的平均值，N 是發生循環對流規律的週期，而 T_{min} 是最小繞行週期的平均值。經由 X 軸數值的代入，這個參數式可以讓我們得知循環週期。

Discussion of the convective grains

Abstract

This research mainly discusses the factors which cause the convection of the grains via different experiments. (such as mass, volume, friction, etc...)

We design a machine by ourselves which can imitate the shake of grains, and then we discuss the linear and non-linear appearances through the convection of the grains. In our experiments, we call the grain we want to observe “target grain”, and the others “background grains”.

The experimental results are as follows :

- (1) In the shake of vertical situation, we find the target grain's volume, friction, the friction inside the vessel, platform's frequency and amplitude showing the positive relations to the speed of the target grain. However, the target grain's mass shows the negative relations to the speed of the target grain.
- (2) In the shake of horizontal situation, we find the target grain's friction, the friction inside the vessel, and the platform's frequency showing the positive relations to the speed of the target grain. However, the target grain's mass and volume show the negative relations to the speed of the target grain.
- (3) In the shake of horizontal situation, we find the platform's frequency showing the positive relations to the speed of the target grain's horizontal circulation.
- (4) In the shake of horizontal situation, we find the background grains' depth will influence the target grain's repetitive circulation. After changing the

background grains' depth(3.5.7cm), we find the target grain will detour in the background grains every 12,17, and 20 times repetitive circulation.

(5)We conclude a parameter equation : $T(x) = R \left| \sin\left(\frac{\pi}{N} x\right) \right| + T_{min}$ to describe

the repetitive circulation's period. In the parameter equation,R represents the maximum period's average value, N stands for the repetitive circulation's period, and T_{min} represents the minimum period's average value. Throughout importing the value of X-axis, this parameter equation can proof the value of the circulation's period.

顆粒體對流現象之探討

壹、研究動機

在國家科學委員會和國立科學工藝博物館所舉辦的「週日閱讀科學大師」講座中，我們去聽了第一場講座，在主講人廖思善教授中興大學物理系的網頁中，我們了解到非線性物理的有趣之處。其中「顆粒物體對流」的實驗引起我們的興趣，雖然在物理科的學習中曾經學習過液體與氣體的對流，但固體對流的現象倒是我們從前所不曾留意的有趣現象。在查閱相關資料後，我們更確認我們的研究方向，進而探討其中的原因，期待能解答其中的奧秘。在我們所查閱的資料中顯示，目前仍無任何一位物理學家能夠提出完整的理論來說明此固體對流的現象（賈魯強，黎璧賢，2001），因此更刺激了我們研究的動力，希望透過這次的研究瞭解影響固體顆粒對流的一些基本因素。

貳、研究目的

本研究希望藉由固流體對流中不同的變因控制與改變，探討影響固流體對流的相關物理現象。

基於此研究目的，我們擬探討以下研究問題：

一、探討垂直振動中影響目標顆粒上升速率的因素

- （一） 質量對目標顆粒上升速率的影響
- （二） 粒徑對目標顆粒上升速率的影響
- （三） 振動台振動振幅與頻率對目標顆粒上升速率的影響
- （四） 容器內側材質對目標顆粒上升速率的影響

(五) 目標顆粒材質對目標顆粒上升速率的影響

(六) 目標顆粒的上升軌跡與容器的影響

二、探討水平偏心周轉中影響目標顆粒上升速率的因素

(一) 質量對目標顆粒上升速率的影響

(二) 粒徑對目標顆粒上升速率的影響

(三) 振動台振動振幅與頻率對目標顆粒上升速率的影響

(四) 容器內側材質對目標顆粒上升速率的影響

三、探討水平偏心周轉中影響目標顆粒單層水平循環速率的因素

(一) 振動台振動頻率對目標顆粒的單層水平循環速率的影響

(二) 目標顆粒與圓心距離對目標顆粒的單層水平循環週期的影響

四、探討連續水平周轉振動中目標顆粒循環週期的不規律性與規律性

(一) 目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期的不規律性與規律性

(二) 目標顆粒於背景顆粒外部（空中）跳動之時間的規律性與不規律性

參、研究器材與設備

一、器材設計說明：

本研究主要希望透過對顆粒體的強制振動而形成對流，並探討在顆粒對流中的影響因素。故設計一可控制振動頻率與振幅的振動平台將是本系列研究中最重要之實驗器材。本振動平台可依需求改變型態為水平方向圓周振動之使用。

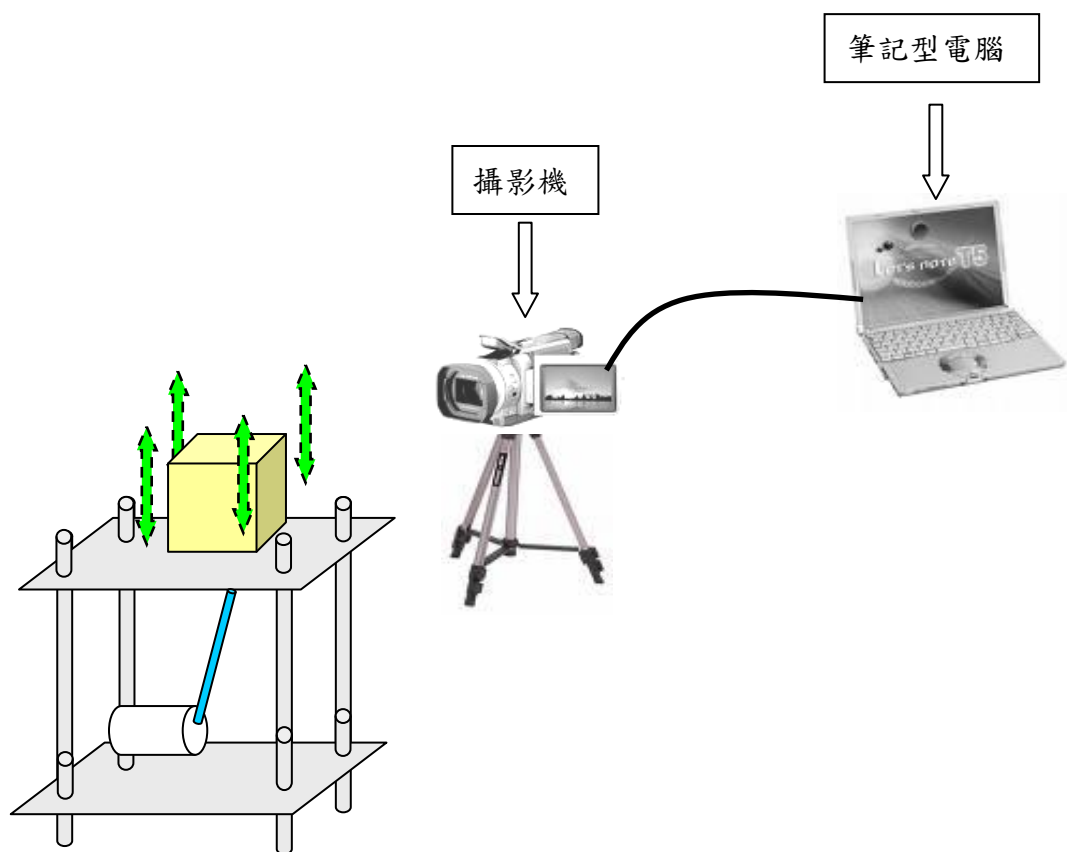
另外為探討顆粒體的強制振動流動，不同類型的顆粒體即為必須的設計。本研究中將顆粒分為兩種：

（一）目標顆粒：即為在實驗中可供觀察之不同操縱變因之顆粒；實驗中主要是觀察此可供觀察之目標顆粒之運動型態與移動速率。

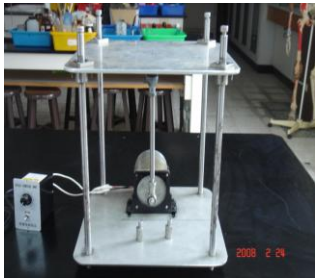
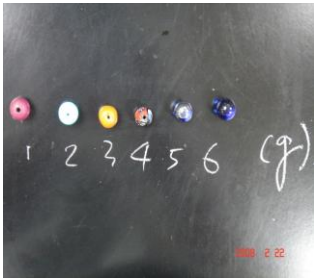
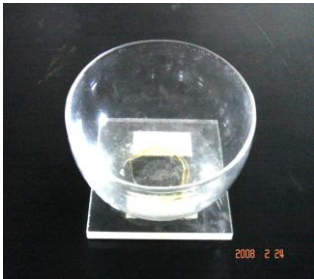
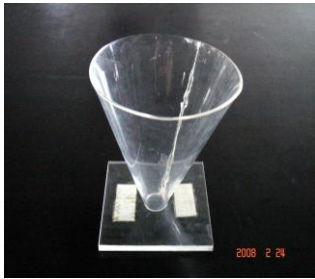
（二）背景顆粒：本研究以透明塑膠材質（直徑 10mm）作為背景顆粒，主要是希望藉由其透明之特性，提供研究可明確觀察目標顆粒運動之目的功能。



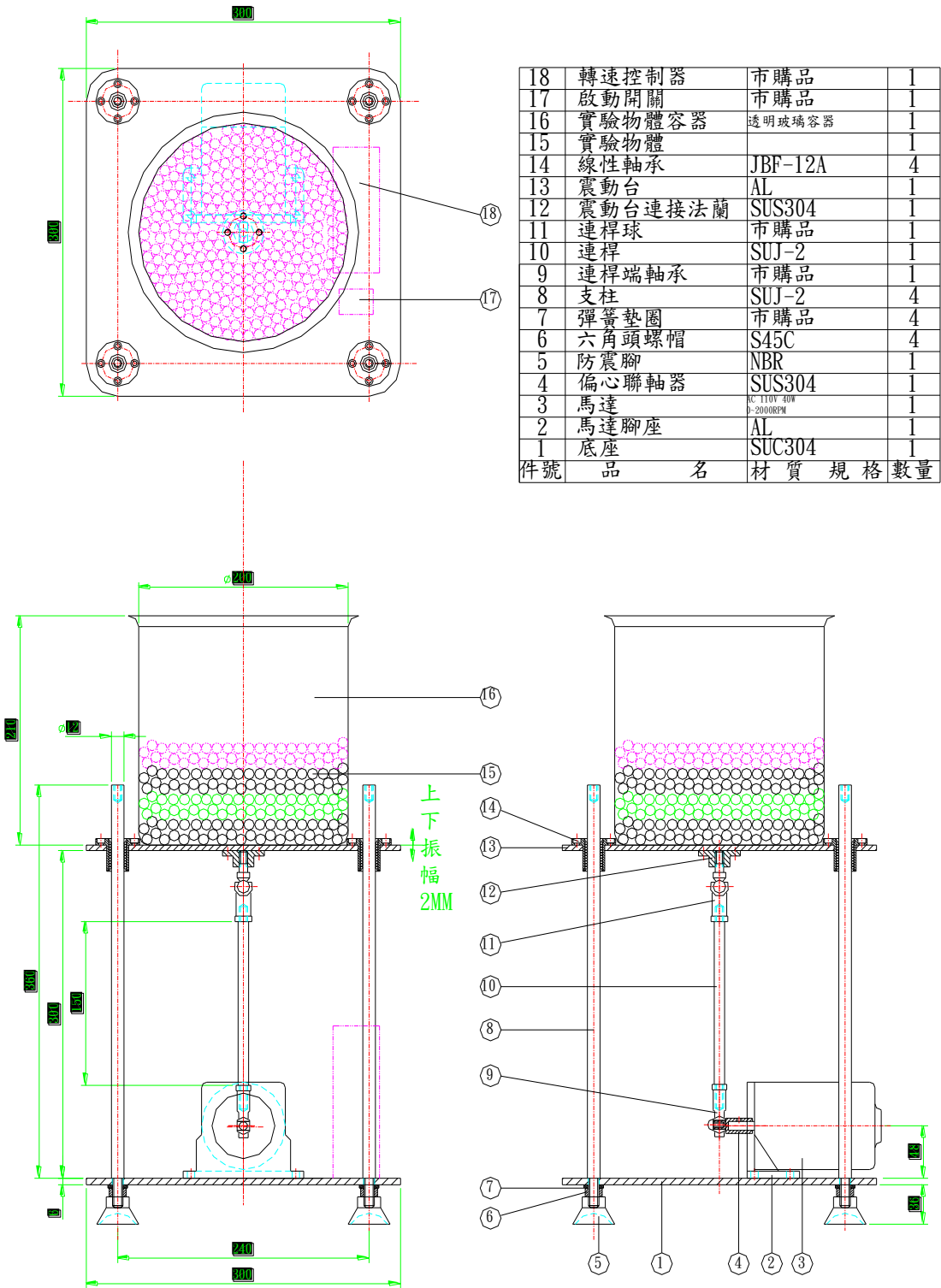
二、實驗裝置示意圖：



三、器材說明：

實驗儀器	振動平台	目標顆粒	背景顆粒
儀器照片			
規格說明	規格詳述如下節	不同材質（木頭、玻璃、塑膠、橡膠、保麗龍） 大小的球型顆粒	透明塑膠材質 （直徑 10mm）
實驗儀器	正立方容器	圓柱體容器	半圓球體容器
儀器照片			
用途說明	8cm×8cm×8cm 13.5cm×13.5cm×13.5cm 正方體壓克力透明容器	內直徑 10.5cm、 高 19.5cm 塑膠透明圓筒	直徑 20.0cm、高 10.0cm 塑膠透明半圓球體容器
實驗儀器	倒圓錐體容器	正圓錐體容器	正八邊形容器
儀器照片			
用途說明	上方直徑 20.0cm 下方直徑 2.0cm	上方直徑 10.0cm 下方直徑 20.0cm	每邊 3.5cm 正八角形 塑膠透明容器

四、振動平台設計規格



肆、研究步驟與結果

本研究希望藉由固流體對流中不同的變因控制與改變，探討影響固流體對流的相關物理現象。基於此研究目的，我們擬探討以下研究問題。

在研究過程中，均採用受控實驗方式，將子實驗中的控制變因加以控制，再依序改變研究子問題中的操縱變因。每次的數據均重複五次並錄影分析，再改變不同之操縱變因而重複步驟。以下即不再重複敘述。

一、探討垂直振動中影響目標顆粒上升速率的因素

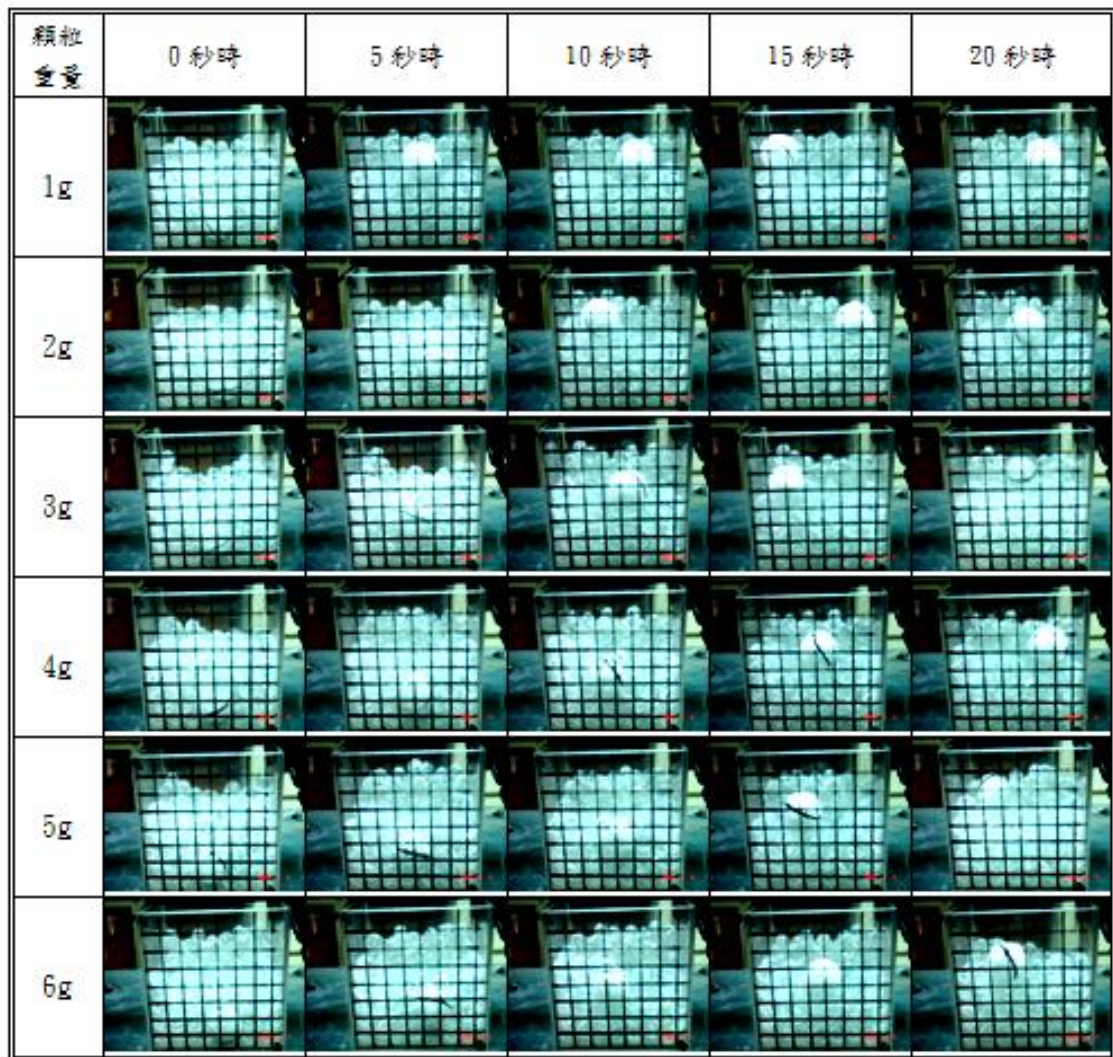
（一）質量對目標顆粒上升速率的影響

1. 變因說明

- （1）控制變因：振動台頻率（4Hz）、振幅（6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）及深度（50 mm）、目標顆粒體積（直徑 30 mm）
- （2）操縱變因：將直徑 30 mm之保麗龍目標顆粒挖洞，並填入黏土，以改變目標顆粒質量（1、2、3、4、5、6g）。

2.實驗結果

(1)實驗相片



(2)實驗數據

顆粒重量	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
1g	5.85	5.93	5.77	4.20	4.79	5.31	9.42
2g	7.20	9.09	8.44	9.68	9.13	8.71	5.74
3g	10.68	11.50	11.44	10.72	11.21	11.11	4.50
4g	12.54	12.11	13.24	11.96	12.37	12.44	4.02
5g	16.58	15.11	15.80	14.83	17.27	15.92	3.14
6g	18.31	16.82	16.36	16.46	18.11	17.21	2.91

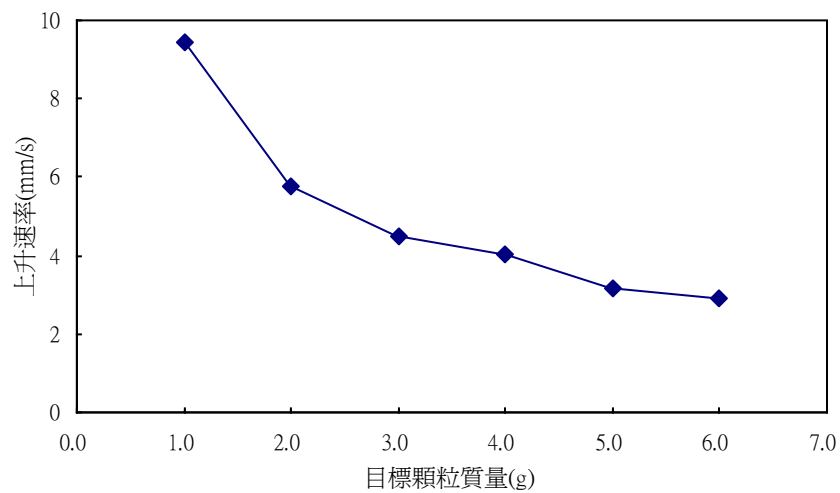


圖 2 目標顆粒質量與上升速率關係圖

(3) 實驗結果討論：

- a. 由實驗中的數據可以看出，若目標顆粒位置相同、質量相同，則五次之上升速率均為接近之值，顯示上升速率為規則可預測討論之因素。
- b. 由數據作圖上可以看出(如圖 2 所示)，隨著目標顆粒的質量增加，其上升速率則逐漸減慢，且似乎與反比曲線相似，嘗試做出一目標顆粒質量與上升時間關係圖(如圖 3 所示)：

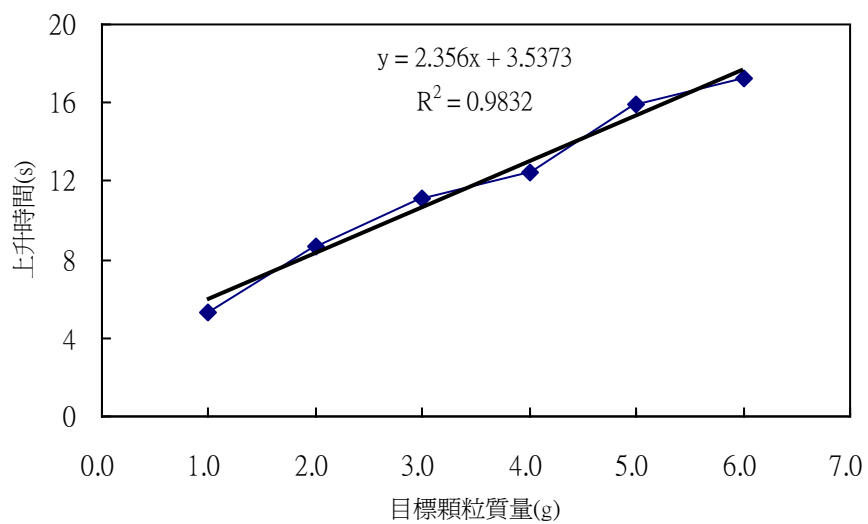


圖 3 目標顆粒質量與上升時間關係圖

由圖 3 所示可以看出，隨著目標顆粒的質量增加，其目標顆粒由底部上升至表面的時間有粗略的線性關係。

c.對於此現象，我們認為，由於目標顆粒的大小相同，故在振動中受到背景顆粒的推擠的合力均接近，而由於質量越大，所可產生之加速度即較小，可產生的位移量也隨之減少，故產生質量越大上升速率越小之現象。

d.為了瞭解目標顆粒體積是否為影響目標顆粒上升速率之因素，即設計了以下的實驗，改變目標顆粒體積，控制其他因素來加以討論。

（二）體積對目標顆粒上升速率的影響

1.變因說明

（1）控制變因：振動台頻率（4Hz）、振幅（6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）及深度（50 mm）、目標顆粒質量（2g）

（2）操縱變因：將不同目標顆粒體積（直徑 15、20、25、30mm）的保麗龍目標顆粒挖洞，以控制其質量相同。

2.實驗結果

（1）實驗數據

顆粒 直徑mm	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
10	22.7	23.1	24.6	24.4	23.8	23.72	2.11
15	17.3	18.0	17.8	18.2	17.5	17.76	2.82
20	15.4	17.1	16.6	15.3	16.9	16.26	3.08
25	11.2	11.9	10.8	11.3	12.0	11.44	4.37
30	9.6	9.9	8.6	7.5	8.7	8.86	5.64

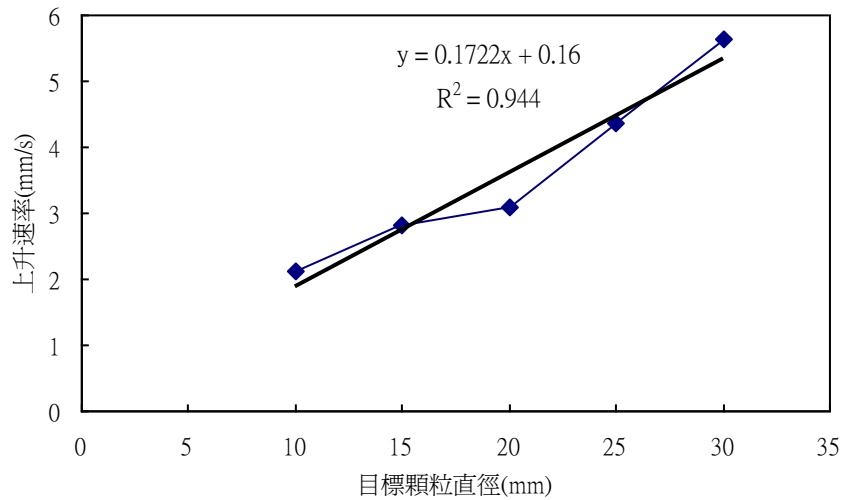


圖 4 目標顆粒直徑與上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

- a. 由實驗中的數據可以看出，若目標顆粒位置相同、體積相同，則五次之上升速率均為接近之值，顯示上升速率為規則可預測討論之因素。
- b. 由數據作圖上可以看出(如圖 4 所示)，隨著目標顆粒的粒徑直徑增加，其上升速率則逐漸增加，且似乎有正向關係。但回到當初想探討「體積」與上升速率關係，故嘗試做出一目標顆粒體積與上升速率關係圖(如圖 5 所示)：

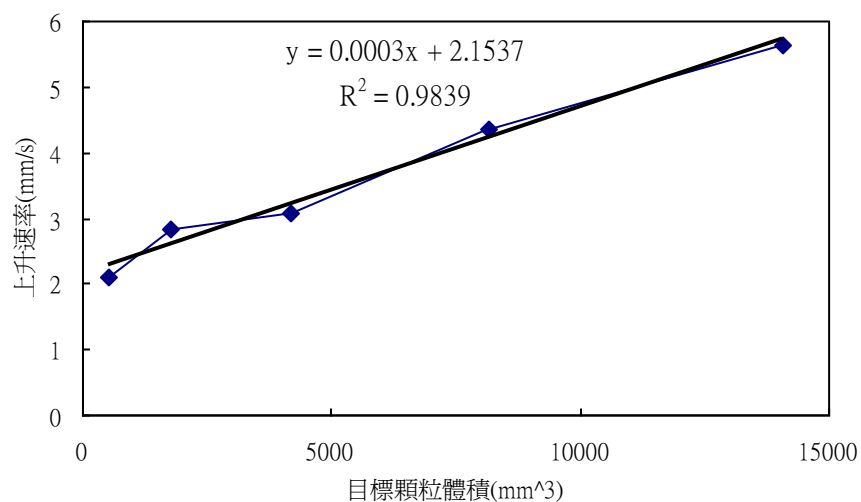


圖 5 目標顆粒體積與上升速率關係圖

由圖 5 所示可以看出，隨著目標顆粒的體積增加，其目標顆粒由底部上升至表面的速率，其線性方程式可描述的部分較以直徑來作為預測參數更為貼切（體積 $R^2=0.9839 >$ 直徑 $R^2=0.944$ ）。故我們認為以體積作為預測目標顆粒上升速率是一個可行的方向，也支持了我們之前的猜測。

- c. 我們發現在振動時目標顆粒都會往中間浮出，其產生的空隙位置都是在目標顆粒左右的下方，而背景顆粒會從旁補入，因而造成顆粒的對流。若是如此，振動台的振幅大小是否應為影響上升速率的因素？我們猜測，振動台的振幅若越大，其下面所空出的空間將越大，補入的背景顆粒也將越多，將造成目標顆粒上升速度更快。以下將設計實驗加以驗證猜測。(如圖 6 所示)

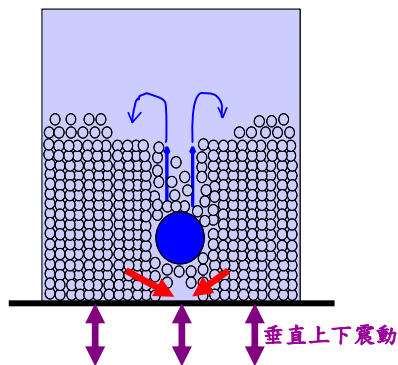


圖 6 垂直振動示意圖

（三）振動台的振幅與頻率對目標顆粒的上升速率的影響

1. 變因說明

- （1）控制變因：目標顆粒體積（直徑 30mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）及深度（50 mm）、目標顆粒質量（2g）
- （2）操縱變因：振動台頻率（3.5、4.0、4.5Hz）、振幅（4、5、6 mm）。

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

a. 〈振幅 4 mm〉

頻率	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
3.5Hz	29.61	30.24	29.69	29.74	29.97	29.85	1.68
4.0Hz	10.47	9.45	10.10	8.94	9.07	9.61	5.20
4.5Hz	2.88	2.97	3.32	3.54	2.61	3.06	16.34

b. 〈振幅 5 mm〉

頻率	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
3.5Hz	27.15	26.86	27.76	27.05	26.58	27.08	1.85
4.0Hz	8.44	7.92	8.02	7.65	7.15	7.84	6.38
4.5Hz	2.51	2.38	1.98	2.23	2.48	2.32	21.55

c. 〈振幅 6 mm〉

頻率	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
3.5Hz	23.33	24.42	23.71	23.92	24.09	23.89	2.09
4.0Hz	6.52	6.97	7.01	6.42	6.13	6.61	7.56
4.5Hz	1.32	1.29	1.43	1.25	1.01	1.26	39.68

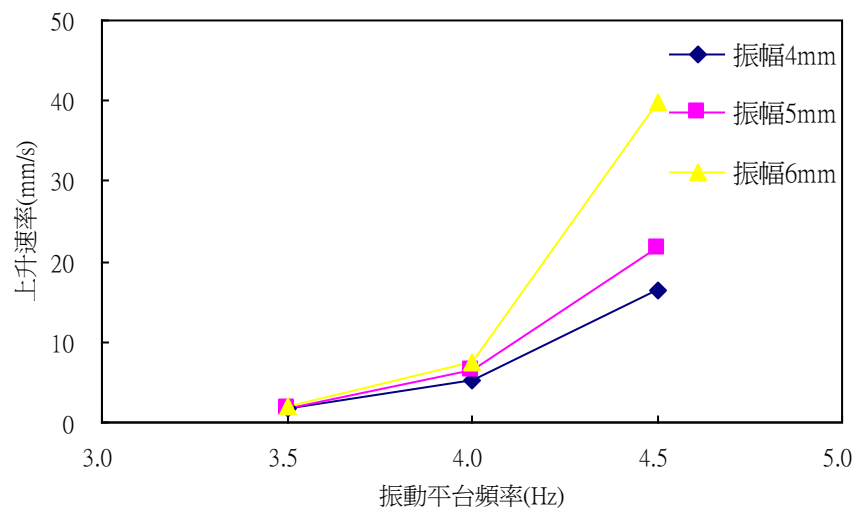


圖 7 振動平台頻率與目標顆粒上升速率關係圖

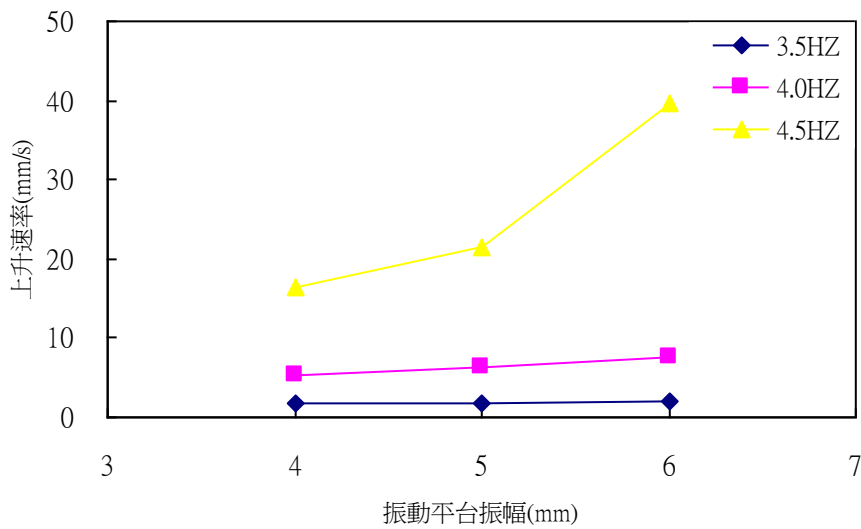


圖 8 振動平台振幅與目標顆粒上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

- 由實驗中的數據可以看出，在固定頻率與其他因素之下，振動台振幅越大確實會使目標顆粒上升越快。在改變檢驗了三種不同頻率下，此趨勢依然存在，但並不是線性關係。因此我們認為振幅越大，將使背景顆粒與目標顆粒均有更大的空間產生，而產生之空間將提供背景顆粒一適當填補的空間，有利於目標顆粒的上升速率。
- 若在固定振幅的情形下，振動台的頻率應該反映出其在單位時間內的振動次數，所以若上升速率只受振動次數影響，則頻率越高因其單位時間振動次數越多，上升速率將越快。由實驗圖中，在不同振幅中，均可看出支持這樣推理的資料。
- 在實驗中，我們觀察到目標顆粒下方的空間是由背景顆粒所填上，但背景顆粒是與容器內側相互摩擦而流動。所以我們希望能瞭解背景顆粒與器內側的摩擦程度是否有所影響。

(四) 容器內側摩擦程度對目標顆粒上升速率的影響

1. 變因說明

(1) 控制變因：振動台頻率 (4Hz)、振幅 (6 mm)、背景顆粒大小 (直徑 10 mm) 及深度 (50 mm)、目標顆粒質量 (2g)、目標顆粒體積

(2) 操縱變因：容器內側材質 (光滑、白紙、砂紙、菜瓜布、橡膠皮)

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

置入 材質	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
不置入	9.56	9.19	8.87	7.72	8.16	8.70	5.75
白紙	5.73	6.61	5.78	6.12	5.65	5.98	8.36
砂紙	4.22	4.41	4.95	5.24	4.88	4.74	10.55
菜瓜布	2.48	3.19	3.00	2.59	2.41	2.73	18.32
橡膠皮	2.23	1.46	2.01	2.25	1.96	1.98	25.25

(2) 實驗結果討論

a. 由實驗中的數據可以看出，在固定其他因素之下，容器內側與背景顆粒接觸之的材質確實對目標顆粒的上升有所影響。且由數字的趨勢上似乎可以看出越粗糙的接觸材質，會使目標顆粒上升的速率越快。

b. 為了更精確的確認上面的推測，我們設計了一個實驗量測材質的摩擦係數。在平板上貼上 5 cm×5 cm 的砂紙，再將彈簧秤上的鉤子固定在準備好的木塊上(木塊的重量為 55g、4cm×8cm×4cm)拉動彈簧秤觀察其讀數 F。再依序完成白紙、光滑平板、橡膠皮、菜瓜布貼上平板的實驗。由於在斜面中，會產生 $mg\sin\theta$ 的下滑力，以及 $mg\cos\theta$ 的正向力。所以我們量測出的 F 即為可克服此斜面之下滑力與最大靜摩擦力的值(如圖 9 所

示)。

$$F = mgsin\theta + mgcos\theta\mu$$

$$\mu = \frac{F - mg \sin 30^\circ}{mg \cos 30^\circ}$$

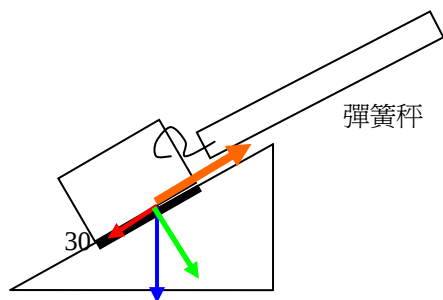


圖 9 測量摩擦係數示意圖

c. 摩擦係數量測結果與上升速率討論

材質	摩擦係數	平均速率(mm/s)
不置入	0.052	5.75
白紙	0.186	8.36
砂紙	0.267	10.55
菜瓜布	0.400	18.32
橡膠皮	0.490	25.25

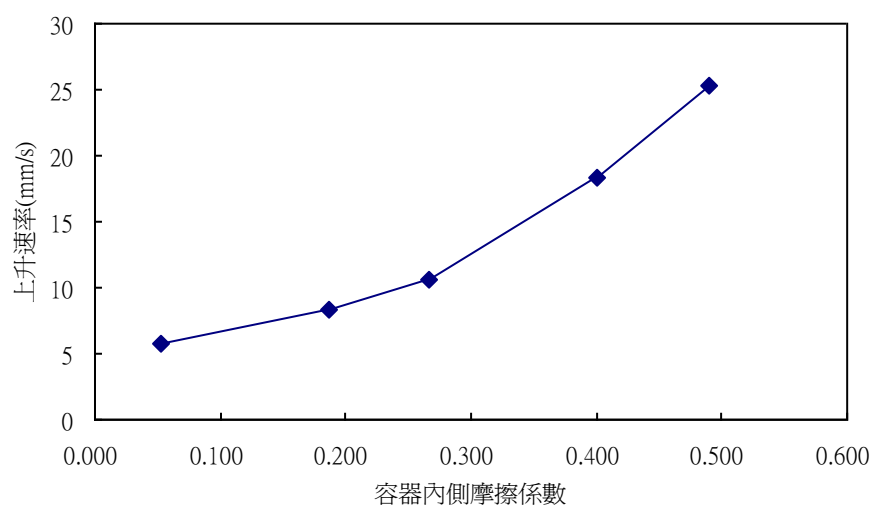


圖 10 容器內側材質摩擦係數與目標顆粒上升速率關係圖

由圖 10 所示可以出，隨著摩擦係數的增加，可使目標顆粒有更大的上升速率。我們認為，在強制垂直振動中，背景顆粒將受來自底部向上推動的力量(如圖 11 所示)，但在下降過程中，下方底部將以更大的加速度離開，而使背景顆粒以類似懸空的方式受重力下降(如圖 11 中藍色力)。但若此時受到來自容器兩側的摩擦力(如圖 11 中紅色力)，將可使背景顆粒有更大的下拉力而產生更大的加速度，進而產生更快的對流速度。

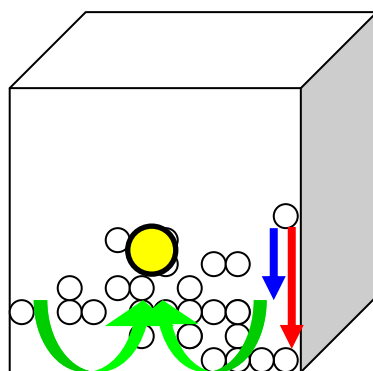


圖 11 目標顆粒與背景顆粒對流示意圖

d.由以上的實驗推測，顆粒體與容器的摩擦力將影響顆粒體的對流速率，而不同材質之間的目標顆粒與背景顆粒，其摩擦力也因材質之不同。若是對流與摩擦力有關，則推測若目標顆粒的摩擦程度越大，其上升速率將越快。以下即設計此實驗加以探討。

(五) 目標顆粒摩擦程度對其上升速率的影響

1.變因說明

- (1) 控制變因：振動台頻率 (4Hz)、振幅 (6 mm)、背景顆粒大小 (直徑 10 mm) 及深度 (50 mm)、目標顆粒質量 (3g)、目標顆粒體積 (直徑 10mm)、容器內側材質 (光滑)
- (2) 操縱變因：目標顆粒材質 (塑膠、塑膠表面黏沙子、塑膠表面黏氣球皮)

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

顆粒 材質	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時 間 (s)	平均速率 (mm/s)
塑膠表面	37.56	37.64	35.20	38.60	39.97	37.19	1.34
沙子表面	26.63	25.28	27.56	24.63	25.66	25.95	1.93
氣球皮表面	17.18	15.93	17.20	16.33	18.14	16.96	2.95

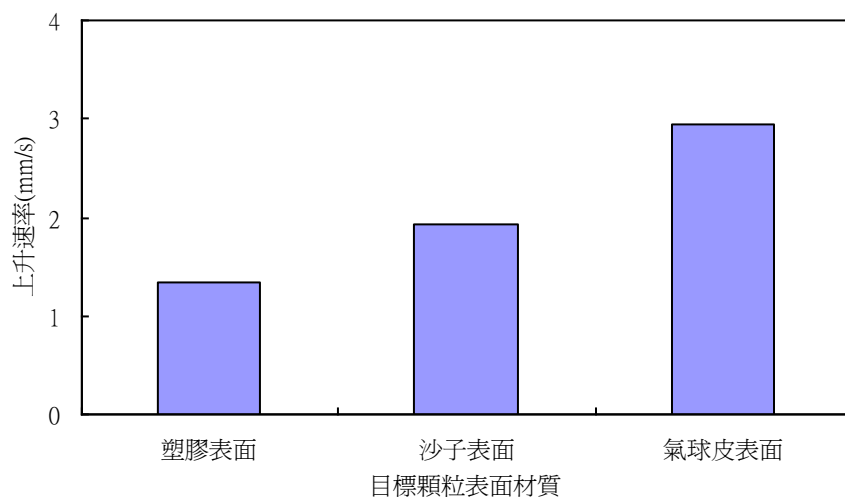


圖 12 目標顆粒表面材質與其上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

a. 由實驗可知，目標顆粒表面摩擦程度，確實與上升速度成正相關的關係，表面摩擦程度越大，其上升速度越快。我們推測速率較快原因為若目標顆粒本身表面摩擦力越大，背景顆粒與其之間的摩擦推動力即越大，因此更容易推動。

b. 我們使用塑膠目標顆粒，而不用之前實驗的保麗龍材質，是因為我們要在目標顆粒表面黏上沙子還有氣球皮，而選擇的黏著劑為強力膠，我們發現保麗龍碰上強力膠會融化，所以使用塑膠材質。

(六) 目標顆粒上升軌跡與容器的影響

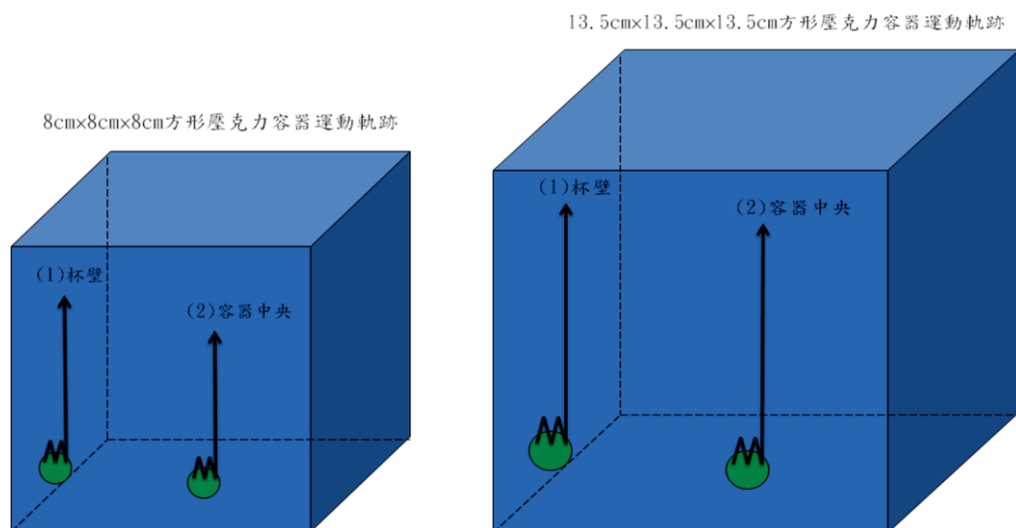
1. 變因說明

(1) 控制變因：振動台頻率 (4Hz)、振幅 (6 mm)、背景顆粒大小 (直徑 10 mm) 及深度 (50 mm)、目標顆粒質量 (3g)、目標顆粒體積 (直徑 30mm)、容器內側材質 (光滑)、目標顆粒材質

(2) 操縱變因：不同形狀大小之容器。

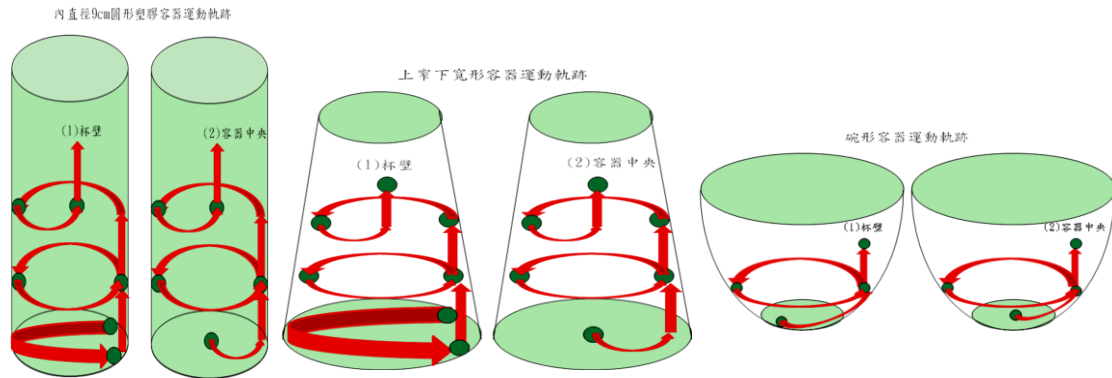
2. 實驗結果

(1) 正方體形狀容器



實驗結果討論：我們觀察到，若以正方體容器作為垂直振動實驗之容器，不管目標顆粒的初始位置為何，其上升的軌跡均為直線上升，再由邊緣下降，並不會產生水平位移。

(2) 圓弧杯壁容器



實驗結果討論：

- 我們觀察到，只要是容器邊緣為圓弧狀，不論是圓柱體容器、上窄下寬容器、半圓球體容器都會使目標顆粒在上升的過程中產生水平位移。且水平方向圍繞著容器壁逐漸以螺旋狀軌跡上升。
- 若考慮目標顆粒的初始位置，我們發現不論目標顆粒的初始位置是位於正中央還是位於底部邊緣，運動的軌跡均相似。

二、探討水平偏心周轉中影響目標顆粒上升速率的因素

(一) 質量對目標顆粒上升速率的影響

1. 變因說明

- 控制變因：振動台頻率 (4Hz)、順時針周轉 (偏心軸 6 mm)、背景顆粒大小 (直徑 10 mm) 及深度 (50 mm)、目標顆粒體積 (直徑 30 mm)
- 操縱變因：將直徑 30 mm之保麗龍目標顆粒挖洞，並填入黏土，以改變目標顆粒質量 (1、2、3、4、5、6g)。

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

顆粒重量	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間(s)	平均速率(mm/s)
1g	8.64	7.54	7.34	6.99	6.94	7.49	6.68
2g	9.54	8.43	9.84	8.45	9.41	9.13	5.48
3g	10.58	11.53	10.46	13.12	9.79	10.33	4.84
4g	13.46	12.49	10.43	12.94	10.22	11.91	4.20
5g	13.42	11.53	14.67	15.83	13.46	13.78	3.63
6g	15.61	18.45	15.66	13.92	16.66	16.06	3.11

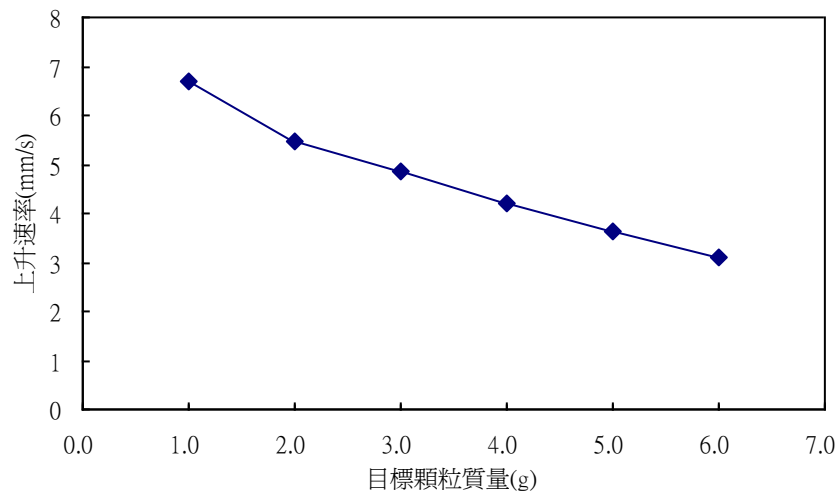


圖 13 目標顆粒質量與上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

a. 由實驗結果可知目標顆粒越重其上升速率將越慢。此結果與垂直振動的結果相同，推測原因為由於目標顆粒的大小相同，故在振動中受到背景顆粒的推擠的合力均接近，而由於質量越大，所可產生之加速度即較小，可產生的位移量也隨之減少，故產生質量越大上升速率越小之現象。

b. 為了瞭解目標顆粒體積是否為影響目標顆粒上升速率之因素，即設計了以下的實驗，改變目標顆粒體積，控制其他因素來加以討論。

(二) 體積對目標顆粒上升速率的影響

1. 變因說明

(1) 控制變因：振動台頻率 (4Hz)、順時針周轉 (偏心軸 6 mm)、背景顆粒大小 (直徑 10 mm) 及深度 (50 mm)、目標顆粒質量 (2g)

(2) 操縱變因：將不同目標顆粒體積 (直徑 15、20、25、30mm) 的保麗龍目標顆粒挖洞，以控制其質量相同。

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

顆粒直徑mm	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間(s)	平均速率(mm/s)
10	1.98	2.97	1.34	1.76	2.04	2.02	24.75
15	3.97	2.99	2.56	3.06	2.76	3.07	16.29
20	3.21	4.32	3.78	4.63	3.02	3.79	13.19
25	3.51	3.47	5.99	4.50	3.47	4.19	11.93
30	4.69	3.35	4.14	5.15	4.53	4.37	11.44

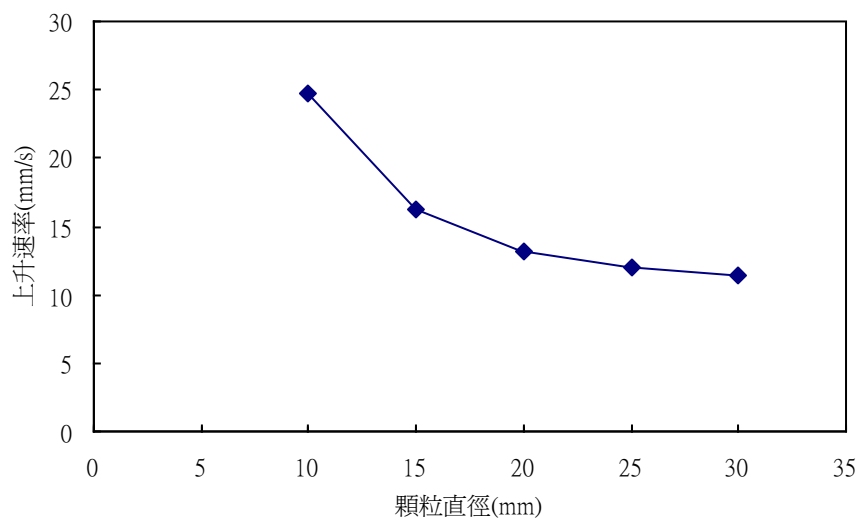


圖 14 目標顆粒直徑與上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

- a.由數據作圖(如圖 14 所示)上可以看出，隨著目標顆粒的粒徑直徑增加，其上升速率則逐漸減少。此點與垂直振動時的結果相反，在垂直振動時，體積越大，上升速度越快。
- b.分析水平震動時可以看出也會產生空隙，背景顆粒在產生空隙的同時，也會左右推擠目標顆粒，使得它向上運動。但目標顆粒的運動主要是因為周邊背景顆粒的合力而產生運動。在體積小的時候，兩側的背景顆粒數量較少，若因個別顆粒所產生的力量差異較大，故較容易產生運動。而在體積較大時，兩側的背景顆粒數較多，產生的力量差異較小，可能產生的推擠力量也較小，而使得目標顆粒的上升速度較慢。

(三) 水平周轉振動台的頻率對目標顆粒上升速率的影響

1.變因說明

- (1) 控制變因：目標顆粒體積（直徑 30mm）、順時針周轉（偏心軸 6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）及深度（50 mm）、目標顆粒質量（2g）。
- (2) 操縱變因：振動台頻率（3.5、4.0、4.5Hz）。

2.實驗結果

(1) 實驗數據

頻率	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
3.5Hz	12.62	11.45	11.17	10.41	14.25	11.98	4.17
4.0Hz	4.65	4.66	5.28	5.91	4.98	5.10	9.80
4.5Hz	3.76	3.69	3.56	4.43	3.16	3.72	13.44

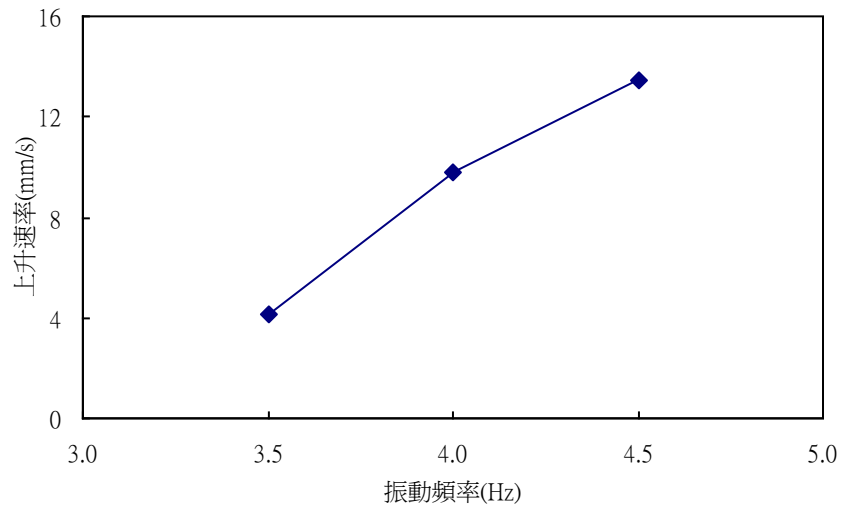


圖 15 水平振動平台頻率與目標顆粒上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

a.若在固定水平偏心振幅的情形下，振動台的頻率應該反映出其在單位時間內的振動次數，所以若上升速率只受振動次數影響，則頻率越高因其單位時間振動次數越多，上升速率將越快。由實驗圖中，在不同頻率中，均可看出支持這樣推理的資料。

b.在實驗中，我們觀察到雖然振動台是**以水平圓周方式旋轉，但仍能因合力的差異而使目標顆粒上升而產生下方的空間並由背景顆粒所填上。**但背景顆粒是與容器內側相互摩擦而流動。所以我們希望能瞭解背景顆粒與容器內側的摩擦程度是否有所影響。

(四) 容器內側摩擦程度對目標顆粒上升速率的影響：

1.變因說明

(1) 控制變因：目標顆粒體積（直徑 30mm）、順時針周轉（偏心軸 6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）及深度（50 mm）、目標顆粒質量（2g）、目標顆粒體積

(2) 操縱變因：容器內側材質（光滑、白紙、砂紙、菜瓜布、橡膠皮）

2. 實驗結果

(1) 實驗數據

置入 材質	實驗 1 (s)	實驗 2 (s)	實驗 3 (s)	實驗 4 (s)	實驗 5 (s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)	摩擦係數
不置入	7.69	7.72	7.94	8.02	8.13	7.90	6.33	0.052
白紙	7.19	7.27	7.05	7.46	7.52	7.30	6.85	0.186
砂紙	6.27	6.86	6.13	5.99	6.32	6.31	7.92	0.267
菜瓜布	5.00	5.82	4.24	4.73	4.78	4.91	10.18	0.400
橡膠皮	2.88	3.97	3.83	3.86	3.24	3.56	14.04	0.490

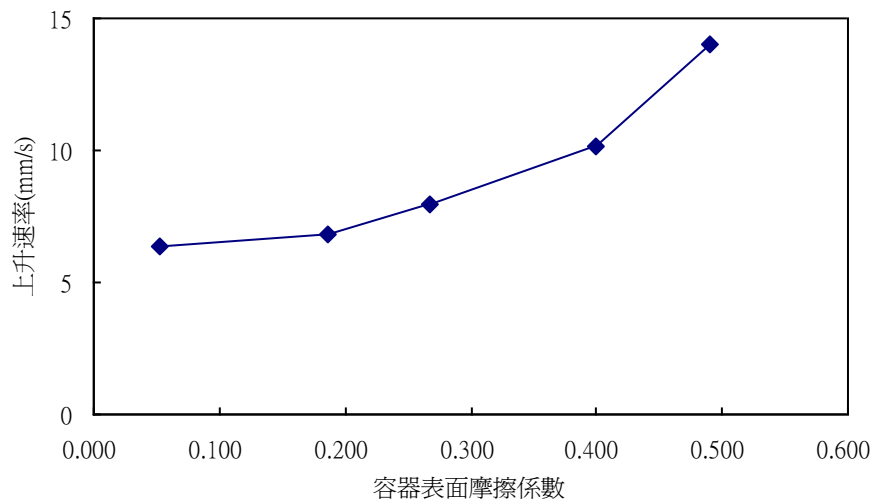


圖 16 容器內側材質摩擦係數與目標顆粒上升速率關係圖

(2) 實驗結果討論

- 由實驗中的數據可以看出，在固定其他因素之下，容器內側與背景顆粒接觸之的材質確實對目標顆粒的上升有所影響。且由數字的趨勢上似乎可以看出越粗糙的接觸材質，會使目標顆粒上升的速率越快。
- 這與垂直振動時的結果相似，顯示目標顆粒的上升確實與容器與背景顆粒的摩擦程度呈現正向關係。

三、探討水平偏心周轉中影響目標顆粒單層水平循環週期的因素

本階段研究將探討以一圓盤容器鋪上一層背景顆粒及一目標顆粒後，進行水平方向周轉，以討論影響目標顆粒循環一周之週期之因素。

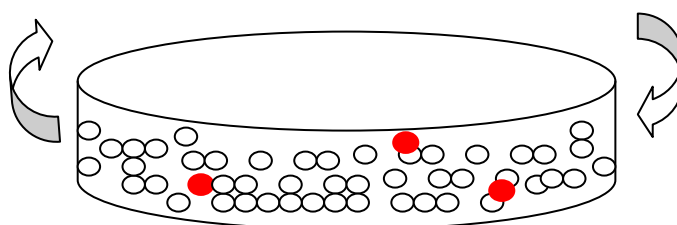


圖 17 單層水平循環示意圖

(一)探討目標顆粒在單層水平循環中軌跡之影響：

1.變因說明：

- (1) 控制變因：目標顆粒體積（直徑 15mm）、順時針周轉（偏心軸 6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）、目標顆粒質量（2g）、目標顆粒體積、圓形容器杯壁（圓形容器的直徑為 145mm）、水平周轉頻率（3.0、3.25、3.5、3.75、4.0、4.25、4.5Hz）
- (2) 操縱變因：背景顆粒佔總面積（1/5、2/5、3/5、4/5、5/5）
- (3) 將背景顆粒依不同比例置放，並於顆粒底部鋪設複寫紙，透過複寫紙的軌跡來觀察目標顆粒的運動軌跡。

2.實驗結果：

(1) 實驗相片：

				
將容器中的單層空間放滿背景顆粒，目標顆粒幾乎貼著容器壁循環	將容器中的單層空間放置4/5滿，以複寫紙紀錄，發現其軌跡有趨向圓心的變化。	將容器中的單層空間放置3/5滿，發現其軌跡變化更明顯，並以撞及容器壁方式畫圓前進。	將容器中的單層空間放置2/5滿，發現其軌跡撞擊畫橢圓地情況更明顯	將容器中的單層空間放置1/5滿，發現其軌跡的橢圓地情況更明顯

(2) 實驗結果討論：

- 由上述實驗觀察，我們發現，若背景顆粒覆蓋面積較大，目標顆粒僅僅能依著邊緣運動，但若背景顆粒覆蓋面積較少，則可產生目標顆粒有較大幅度的運動，但仍會規律的回到邊緣再次週期運動。
- 無論背景顆粒多寡，目標顆粒均無法在單次的運動中通過圓心，應該與震動的頻率有關。於是我們想關心若是改變頻率，是否會對目標顆粒的循環週期造成影響。

(二)振動台振動頻率對目標顆粒的單層水平循環週期的影響

1.變因說明

- 控制變因：目標顆粒體積（直徑 15mm）、順時針周轉（偏心軸 6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）、目標顆粒質量（2g）、目標顆粒體積、圓形容器杯壁(圓形容器的直徑為 145mm)
- 操縱變因：水平周轉頻率（3.0、3.25、3.5、3.75、4.0、4.25、4.5Hz）

2.實驗結果

(1) 實驗數據

頻率 Hz	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
3.00	71.11	74.45	78.40	80.38	81.93	77.25	5.89
3.25	30.44	34.25	38.16	37.80	36.34	35.40	12.86
3.50	17.58	18.44	18.94	18.88	18.35	18.44	24.69
3.75	14.62	17.09	17.49	18.63	16.04	16.77	27.15
4.00	發生不規律跳動以致於無法測量						
4.25	發生不規律跳動以致於無法測量						
4.50	發生不規律跳動以致於無法測量						

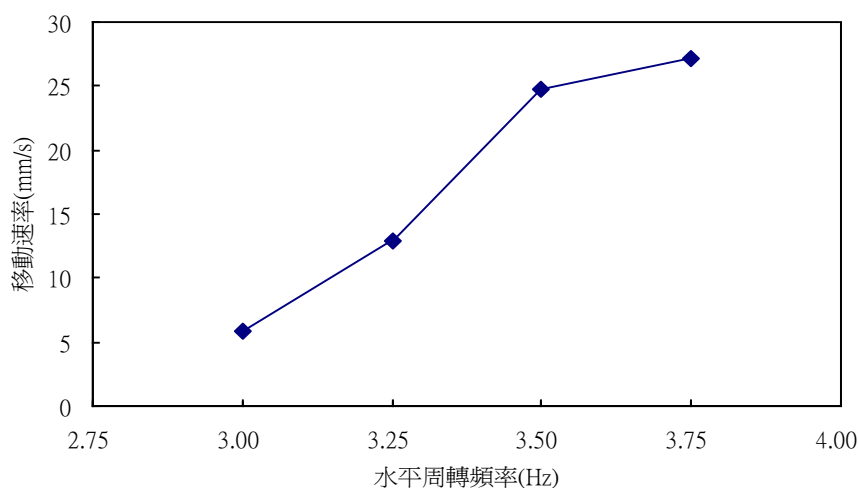


圖 18 單層水平周轉頻率與目標顆粒周轉速率關係圖

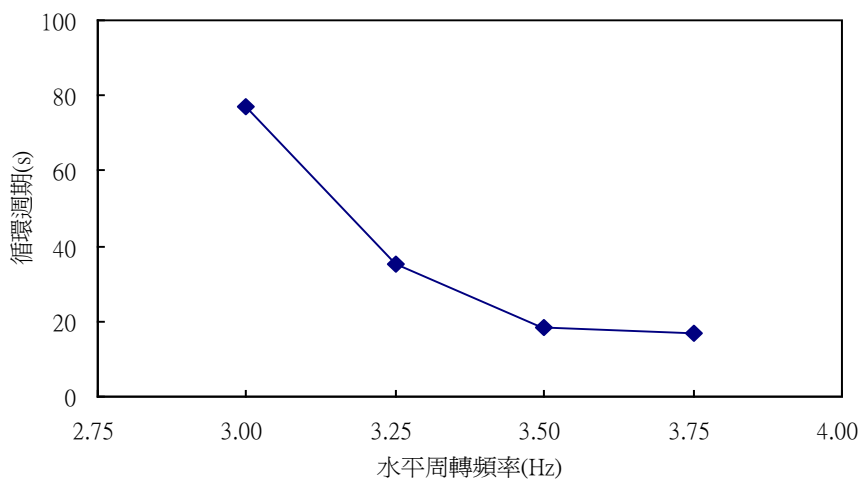


圖 19 單層水平周轉頻率與目標顆粒周轉時間關係圖

(2) 實驗結果討論

- a. 我們發現當水平震動時，目標顆粒彼此的相對距離都沒有改變。我們推測應是震動平台順時針轉時，會使得容器內顆粒體產生慣性而逆時針旋轉，我們觀察到顆粒體間會互相帶動而沿著容器杯壁做逆時針旋轉，由於有空隙的存在，顆粒體間的互相推動使得顆粒體會向前補入空隙，因而有顆粒體沿著容器杯壁逆時針旋轉的情形。因為顆粒體並不會往容器中央移動，只會沿杯壁一顆接著一顆帶動旋轉，所以我們可以知道目標顆粒間的相對距離不會改變。
- b. 在實驗中，頻率超過 4Hz 後，顆粒即呈現上下不規則跳動，而無法在單層上完整緩慢前進，故無法量測得其速率與週期。
- c. 在頻率 3.0Hz 到 3.75Hz 之間，繞圓周的週期呈現性的遞減，故振動頻率越大，繞圓周的速率越大。但為了確定此為一線性運動，我們決定改變目標顆粒繞圓周運動的半徑，我們猜測若繞圓周運動的半徑越小，所需週期也越小。

(三) 目標顆粒與圓心距離對目標顆粒的單層水平循環週期的影響

1. 變因說明

- (1) 控制變因：目標顆粒體積（直徑 15mm）、順時針周轉（偏心軸 6 mm）、背景顆粒大小（直徑 10 mm）、目標顆粒質量（2g）、目標顆粒體積、圓形容器杯壁（圓形容器的直徑為 145mm）
- (2) 操縱變因：目標顆粒繞圓周半徑（離圓心 12.5、32.5、52.5、72.5 mm）

2.實驗結果

(1) 實驗數據

〈頻率 3.0Hz〉

離圓心 距離 mm	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
12.5	43.24	44.92	44.22	45.13	45.49	44.60	1.76
32.5	56.53	57.92	60.29	59.90	62.09	59.35	3.44
52.5	60.25	60.93	58.71	62.00	61.56	60.69	5.43
72.5	61.31	62.12	59.24	59.09	60.17	60.39	7.54

〈頻率 3.5Hz〉

離圓心 距離 mm	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
12.5	15.03	13.82	14.73	13.45	13.42	14.09	5.57
32.5	18.87	17.55	19.64	18.74	18.52	18.66	10.94
52.5	20.78	21.82	21.70	21.51	20.33	21.23	15.53
72.5	24.44	24.11	21.72	21.66	24.04	23.19	19.63

〈頻率 4.0Hz〉

離圓心 距離 mm	實驗 1(s)	實驗 2(s)	實驗 3(s)	實驗 4(s)	實驗 5(s)	平均時間 (s)	平均速率 (mm/s)
12.5	8.68	9.57	10.33	9.97	10.45	9.80	8.01
32.5	15.10	13.56	13.22	13.41	15.13	14.12	14.45
52.5	14.80	13.84	15.11	13.41	15.61	14.55	22.66
72.5	15.11	14.50	14.85	15.64	16.33	15.29	29.79

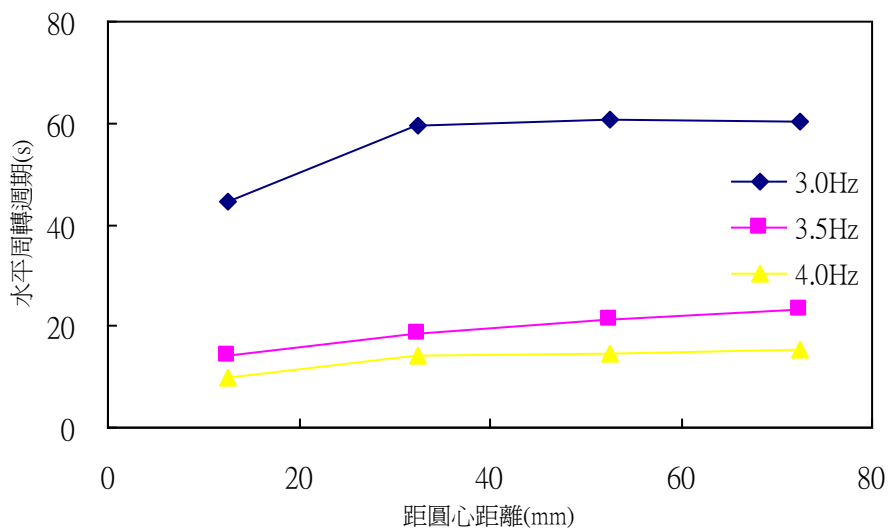


圖 20 單層水平周轉距圓心距離與目標顆粒周轉時間關係圖

(2) 實驗結果討論

- a.在改變距圓心半徑上，距離越遠，除了較靠近圓心的 12.5mm 的數據點之外，其餘的週期均十分接近。這樣的現象在不同頻率上都有出現。這是一個很有趣的現象，距離圓心越遠，其目標顆粒繞行週期並未有所改變。但由於距離圓心越遠，其繞行周長越長，也就是其速率亦越快。

四、探討連續水平周轉振動中目標顆粒循環週期的規律性與不規律性

本部分的研究是一個有趣的發現。之前我們研究上升速率時，都是把目標顆粒固定放置於固定位置，然後開始進行振動台的振動。在這樣的控制變因之下，每次的振動將目標顆粒往上帶的時間均十分接近，也因此可進行前面的實驗。

但我們嘗試以連續的循環來觀察，將目標顆粒放置於水平周轉振動平台上，使其連續的沈浮於背景顆粒中。我們記錄下目標顆粒浮出背景顆粒時之時間以及沈入背景顆粒時間。連續觀察一段時間，使其有達連續 90 多次的沈浮週期。我們發現：

(一) 目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期(背景顆粒深度 5cm)

1.將目標顆粒一沒入時開始計時至目標顆粒重新浮出背景顆粒停止計時稱之為繞行週期。我們發現，每次的週期並不一致，不像是之前那樣的有一致性。表示每次的繞行週期會隨著發生次數而有所改變。

2.雖然如此，但我們將實驗順序依序與其繞行週期作圖。如圖 21 所示，我們意外發現了一個有趣的重複關係。如圖 21 所示中紅色虛線，大約每 17 次的繞行，其週期由時間短而逐漸變長，最終又回到週期較短的時間。這樣的週期循環，每 17 次即發生一次，在第二次的循環亦在第 34 次的循環時發生。這樣在週期上「不規律中的規律」的現象，確實是我們所未曾期待的。

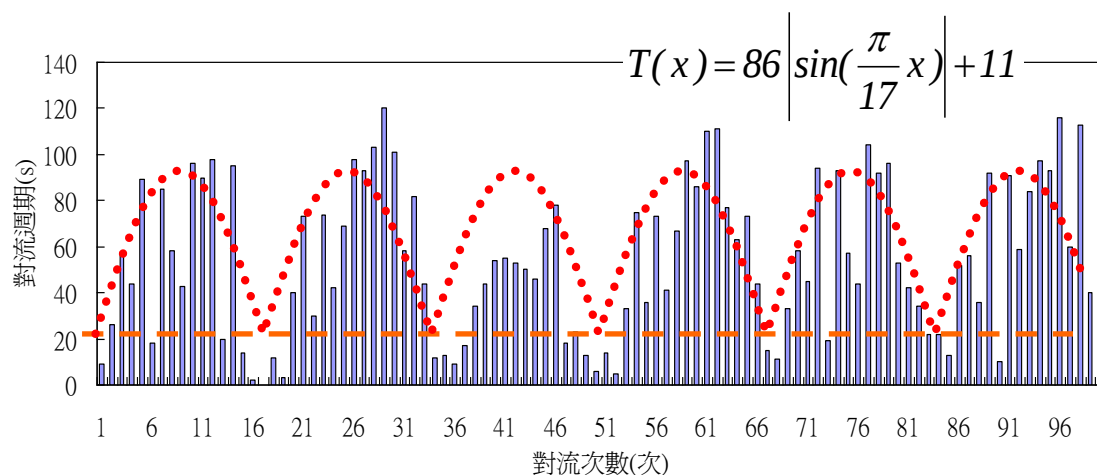


圖 21 目標顆粒於背景顆粒中循環對流(深度 5 cm)週期關係圖

3.由圖 21 所示中紅色虛線我們發現，週期會由時間短而逐漸變長，最終又回到週期較短的時間，恰近似於 Sin 函數圖形的正值部分，於是我們歸納出一個參數式：

$$T(x) = R \left| \sin\left(\frac{\pi}{N} x\right) \right| + T_{min}$$

來大略描述循環週期。式中的 R 是最大振幅的平均值，N 是發生循環對流規律的週期，而 T_{min} 是最小繞行週期的平均值。經由 X 軸數值的代入，這個參數式可以讓我們得知循環週期。

在諸多對流週期中，雖然找不到一定的規律，但如此描述如勞倫茲系統的方程式，都可以設參數來表示，我們在週期中找到變數和常數，將變數進一步分析，再設一次參數。如同花豹身上的斑紋可以用碎型方程式描述般，抑或在熱對流的例子裡，就有一項參數決定流體黏滯程度，參數的巨幅改變會導致系統的重大變化，舉例來說，會從穩定狀態跳動到周期性震盪，物理學家假設，參數極小的改變只會造成極小的差異，大體行為應該極其類似。因此我們用函數描述此一週期變化。

- 4.在之前所探討的實驗，我們背景顆粒深度均放置 5 cm，我們想探討背景顆粒深度這個變因是否會對循環對流週期造成什麼影響。

(二) 目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期(背景顆粒深度 3cm)

- 1.將目標顆粒一沒入時開始計時至目標顆粒重新浮出背景顆粒停止計時稱之為繞行週期。我們發現，每次的週期並不一致，不像是之前那樣的有一致性。表示每次的繞行週期會隨著發生次數而有所改變。
- 2.雖然如此，但我們將實驗順序依序與其繞行週期作圖，如圖 22 所示。我們意外發現了一個有趣的重複關係。大約每 12 次的繞行，其週期由時間短而逐漸變長，最終又回到週期較短的時間。這樣的週期循環，每 12 次即發生一次，在第二次的循環亦在第 24 次的循環時發生。

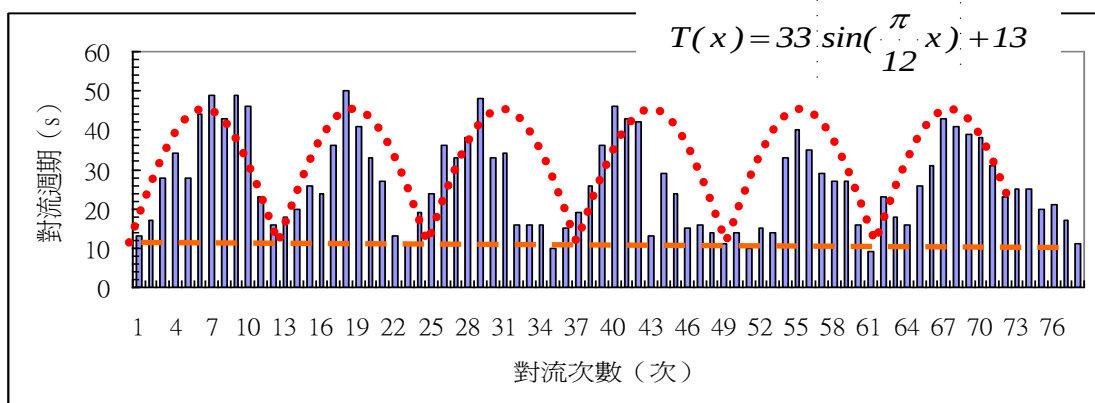


圖 22 目標顆粒於背景顆粒中循環對流(深度 3 cm)週期關係圖

3.在做完 5cm 深的背景顆粒深度週期測量，我們試著改變深度為 3cm，並觀察其週期變化，發現週期平均變短，且波峰之最大值也隨之減少為 37(s)

4.因此我們也可以用函數來描述此一週期變化，我們假設，參數極小的改變只會造成極小的差異，大體行為應該極其類似，所以在改變深度後我們仍發現此一現象，我們猜想，這應該是諸多改變系統變化的其中一個變因。

(三) 目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期(背景顆粒深度 7cm)

1.將目標顆粒一沒入時開始計時至目標顆粒重新浮出背景顆粒停止計時稱之為繞行週期。我們發現，每次的週期並不一致，不像是之前那樣的有一致性。表示每次的繞行週期會隨著發生次數而有所改變。

2.雖然如此，但我們將實驗順序依序與其繞行週期作圖，如圖 23 所示。我們意外發現了一個有趣的重複關係。大約每 20 次的繞行，其週期由時間短而逐漸變長，最終又回到週期較短的時間。這樣的週期循環，每 20 次即發生一次，在第二次的循環亦在第 40 次的循環時發生。

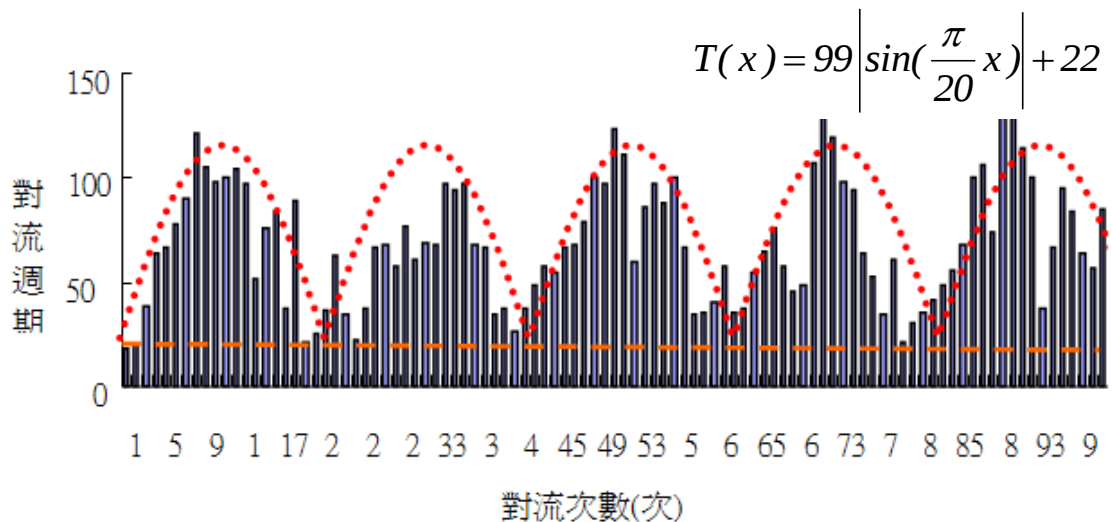


圖 23 目標顆粒於背景顆粒中循環對流(深度 7 cm)週期關係圖

3.在做完 3cm 深的背景顆粒深度週期測量，我們試著改變深度為 7cm，並觀察其周期變化，發現週期平均變短，且波峰之最大值也隨之增加為 99(s)，如此便有 3、5、7cm 的變化可以比較。

4.因此我們也可以用函數描述此一週期變化，我們假設，參數極小的改變只會造成極小的差異，大體行為應該極其類似，所以再改變深度後我們仍發現此一現象，我們猜想，這應該是諸多改變系統變化的其中一個變因。

但由以上三個循環對流週期圖中，我們嘗試做了背景顆粒深度與繞行週期規律、最大振幅平均值(R)及最小週期平均值(T)3 張圖，我們發現背景顆粒深度與繞行週期的規律和最大振幅平均值(R)會呈現正向關係，但對最小週期平均值($T_{\min}$)卻看不出規律現象。

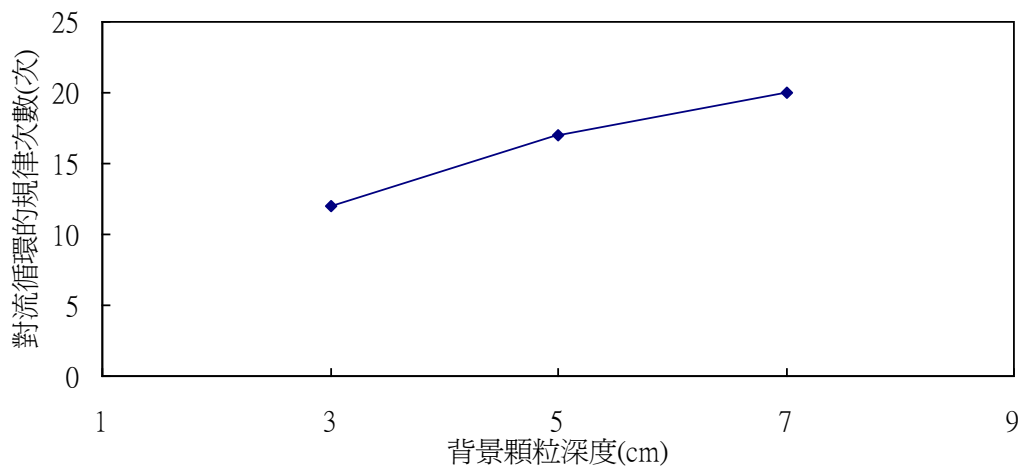


圖 24 背景顆粒深度與循環對流週期關係圖

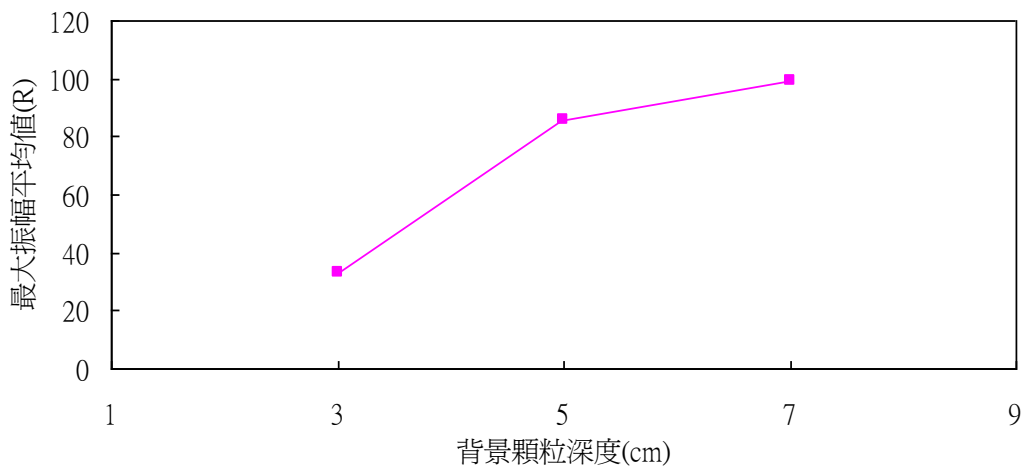


圖 25 背景顆粒深度與最大振幅平均值(T)關係圖

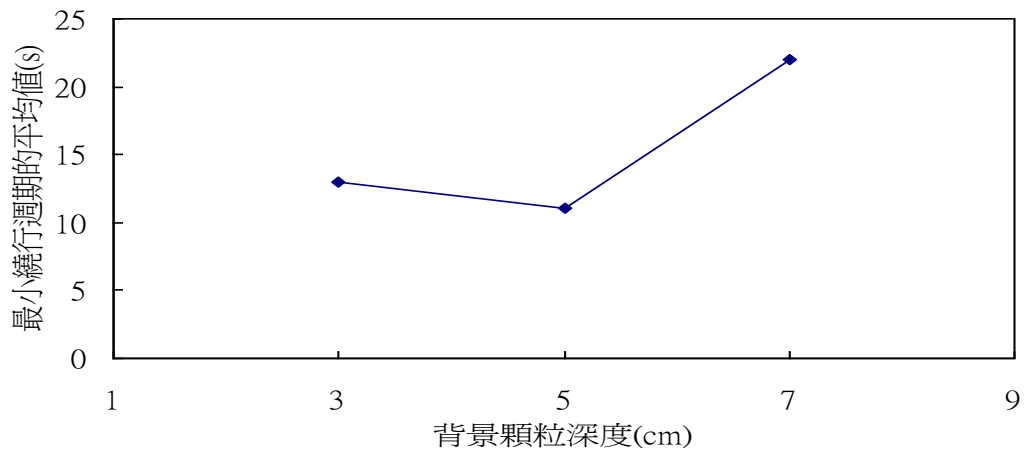


圖 26 背景顆粒深度與最小繞行週期平均值(T)關係圖

(四) 目標顆粒於背景顆粒外部(空中)跳動之時間

1.如同上述，我們將目標顆粒浮出背景顆粒到沒入背景顆粒的時間間距做紀錄。

同樣發現，每次的時間間距並不一致，不像是之前那樣的有一致性。表示每次的繞行週期會隨著發生次數而有所改變。

2.同樣，我們嘗試將實驗順序依序與其空中時間間距作圖，如圖 27 所示。我們又發現了一個有趣的重複關係。如圖 27 中紅色虛線，大約每 23 次的繞行，其時間間距由時間短而逐漸變長，最終又回到時間間距較短的時間。這樣的週期循環，每 23 次即發生一次，在第二次的循環判斷應於第 46 次發生，由圖形中的趨勢大約如此。在這裡同樣發生了上小節中所談的「不規律中的規律」的現象，的確是我們面對不規則的現象時，讓我們很有興趣且可以進一步觀察的部分。

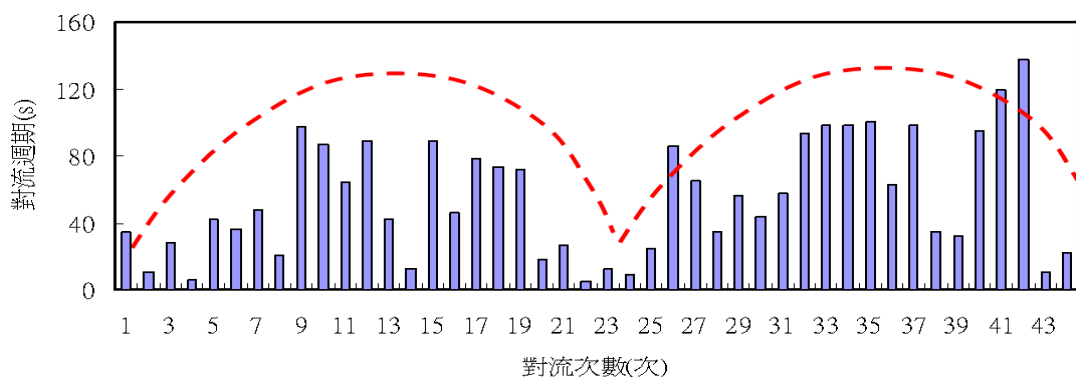


圖 27 目標顆粒於背景顆粒外部(空中)跳動時間關係圖

3.在兩個圖形中，我們都可以看到不論是在背景顆粒中的循環週期或是在空中彈跳的時間間距都不會無窮的增加或減少。在持續增加了一段時間達到極大值之後，其數值又會逐漸下降。若我們將這樣的型態粗略的與生態圈中的物種增減的型態相比擬：若食物供給充足，則族群會逐漸增加；而因族群增加，致使食物資源減少，造成族群數量又將逐漸減少，而形成一生態的循環。

4.上述的比擬，仍有其生態因素（成長、資源）可供解釋，但在本研究中產生如此型態的原因，卻是我們還無法提出說明的部分。

伍、結論

本研究中探討了圓形顆粒體的對流情形，並探討影響目標顆粒上升之因素：

一、影響垂直振動時之上升速率

- （一）正向關係：目標顆粒體積、振動平台振幅、振動平台頻率、容器內側摩擦程度、目標顆粒摩擦程度等因素的增加將造成目標顆粒上升速率的增加。
- （二）負向關係：目標顆粒質量的增加將造成目標顆粒上升速率的減少。

二、影響水平周轉振動時之上升速率

- （一）正向關係：振動平台頻率、容器內側摩擦程度等因素的增加將造成目標顆粒上升速率的增加。
- （二）負向關係：目標顆粒質量、目標顆粒體積等因素的增加將造成目標顆粒上升速率的減少。

三、影響水平偏心周轉中目標顆粒單層水平循環週期的因素

- (一) 負向關係：振動頻率越大，繞圓周的速率越大，週期越小。
- (二) 無關：目標顆粒距圓心距離與其繞行週期無關，但因距離較遠，故速率亦較大。

四、連續水平周轉振動中目標顆粒循環週期的不規律性與規律性

- (一) 目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期在不同深度下會有不同的結果，在背景顆粒深度分別為 3.5.7 cm 的情況下，目標顆粒分別會呈現 13.17.20 次的循環規律。
- (二) 目標顆粒於背景顆粒外部（空中）跳動之時間：呈現每 23 次重複的增減趨勢。
- (三) 若改變背景顆粒之深度，假設參數極小的改變只會造成極小的差異，大體行為應該極其類似，所以再改變深度後我們仍發現此一現象，我們猜想，這應該是諸多改變系統變化的其中一個變因。
- (四) 週期會由時間短而逐漸變長，最終又回到週期較短的時間，恰近似於 Sin 函數圖形的正值部分，於是我們歸納出一個參數式：
$$T(x) = R \left| \sin\left(\frac{\pi}{N} x\right) \right| + T_{min}$$
來大略描述循環週期。式中的 R 是最大振幅的平均值，N 是發生循環對流規律的週期，而 T_{min} 是最小繞行週期的平均值。經由 X 軸數值的代入，這個參數式可以讓我們得知循環週期。
- (五) 我們在如諸多對流週期中，雖然找不到一定的規律，但如此描述如勞倫茲系統的方程式，都可以設參數來表示，我們在週期中找到變數和常數，將變數進一步分析，再設一次參數。如同花豹身上的斑紋可以用碎型方程式

描述般，抑或在熱對流的例子裡，就有一項參數決定流體黏滯程度，參數的巨幅改變會導致系統的重大變化，舉例來說，會從穩定狀態跳動到周期性震盪，物理學家假設，參數極小的改變只會造成極小的差異，大體行為應該極其類似。因此我們用函數描述此一週期變化。

陸、未來展望與建議

一、研究設計之建議

- (一) 改善振動台的限制：本實驗以自行設計的振動台進行實驗，但因轉速馬達的限制，使得實驗時的頻率與振幅受限，而限制了實驗時的討論範圍。我們希望能進一步改良以達到更大的討論範圍。
- (二) 容器上的改進：由於振動平台的限制，造成容器大小也受限制。我們希望能改進這一點，進而討論更大或更小容器範圍之下，影響固體流動的型態。

二、研究問題之展望

- (一) 背景顆粒的性質影響：在研究中，尚未討論背景顆粒大小、表面材質等因素對於對流運動的影響。由於對流中主要是依靠背景顆粒的碰撞與摩擦所造成的，故我們認為對於背景顆粒的討論有其必要，希望在下個階段的研究可以加以討論。
- (二) 對於不規則中的規律的探討：在第四部分的研究中，我們看到了連續水平周轉振動中目標顆粒於背景顆粒中的繞行週期、目標顆粒於背景顆粒外部（空中）跳動之時間均巧妙且意外的在不規則下的變動下呈現規律。而什麼條件下會產生這樣的情形？其重複週期又受到哪些因素的影響？振動頻率？振動週期？容器大小？顆粒深度？這些的問題一一的浮現在我們的腦中，也讓我們很有興趣的想進一步加以討論這有趣的現象。

柒、參考資料

1. 西成活裕(2008)。壅塞學。究竟出版社，台北。
2. 賈魯強、黎壁賢 (2001)。漫談顆粒物理，物理雙月刊，廿三卷四期
3. 許虔禎(1992)魚目混珠如何有效分離--震動、攪動、簸動對固體對流影響之探討(32 屆科展)
4. 蔡幸耕、蔡長蓉、唐明慈(2006)。扶搖直上--固態粒子的流體化現象(第46屆科展)。
5. James Gleick(1991)。CHAOS-Making a New Science(混沌-不測風雲的背後)。

評語

這是一個老題目，研究上也相當完整，故若只是呈現已有之結果將不會入選。而該組同學發現表面粒子會因震動而發生上下沈浮之週期，該週期之變化呈現某種規律性的起浮，此發現相當新，值得更深入研究。

Abstract

The motions of a grain, embedded in an assembly of background grains, initiated by shaking have been investigated. Migration of this target grain may be created when the size, mass, or materials of the target grain is different from that of the background-ones. It is the imbalance in the friction around the target grain that triggers the motion. We focus on discussing the physical parameters that control the granular convection. The migration speed of the target grain is found to be increased as the friction around the grain or the shaking frequency is increased. It is also realized that a heavier target grain will reduce the speed of its motion. On the other hand, a bigger target grain results in a reduction, rather than an increase, in the migration speed in horizontal shaking. An up-and-down circulation of the target grain in the background-ones may also be created by horizontal shaking. The time required for each circulation of this kind may be described by using a sinusoidal function plus a baseline constant, with a period that is sensitive to the depth of assembly. The baseline constant indicated the minimum depth that the target grain will reach, that however, is insensitive to the depth of the assembly.

I. Introduction

It is known that larger or heavier grains in an assembly of solid grains in a container may move up to the top by shaking. This phenomenon is known as the Brazil Nut effect. Based on this effect, scientists try to control the size segregation that occurs when mixing different kinds of powdered materials. In this study, we observe that larger or heavier grains may not only migrate to the top surface of the assembly but can also repeatedly emerge into it. The time period of each convection manifest periodic variations which may be strongly correlated to complex couplings between the geometry of the grains assembly and the way of shaking. We investigate the physical parameters that control the granular convection of this kind, and study the effects on the convection flow when the background grains are subjected to confinements.

II. Materials and methods

1. Setup

The experimental setup is presented below.

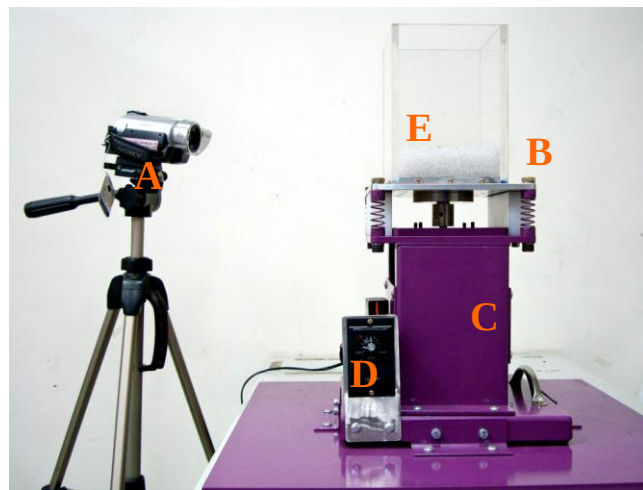


Figure 1. Schematic of experimental setup.

A: Digital camera (Sony DCR-SR300)

B: Shaking platform

C: Motor (AC 110V 40W 500~2,000 rpm)

D: Frequency controller

E: Container

A shaking platform is defined to stimulate horizontal circular shaking. The larger or heavier grains may not only migrate to the top of the assembly but can also embed into it via shaking. The experiments during processing are recorded with the digital camera, so that the motions of the grains can be clearly observed.

In order to further discuss” granular convections,” grains with different sizes are needed. The grains which we use in this study are listed below.

(1) Target grains: The particles which we observe in this study are defined as the “target grains.”



(2) Background grains: We define the smaller particles as the “background grains.” These limpid background grains are made of plastics, more easily to observe.



In this study, we also use different shapes of the containers. Following are the containers used in this study.

(1) Cubic container:



(2) Cylindrical container:



2. Experimental procedures for the migration speed of target grains

- (1) Load various target grains one at a time at the bottom of the cubic container, and then pour the background grains to 5cm in depth.
- (2) Set the digital camera ready.
- (3) Turn on the shaking platform at a specific rpm and start recording.
- (4) Calculate the average time needed for target grain to appear at the top surface of the assembly.
- (5) Repeat the experiment for the same target grain at least five times.
- (6) Averaging the average time calculated in procedure (4).

Experimental procedures for periodic grain convection

- (1) Pour the background grains to 5cm in depth at first, and then load the target grain at the middle surface of the cubic container.
- (2) Set the digital camera ready.
- (3) Turn on the shaking platform at a specific rpm and start recording.
- (4) Record the period of each convection of the target grains for at least 100 times of convections.
- (5) Analyze the number of circulation periods.

3. Experimental parameters

It is observed that the target grain may migrate to the top of the assembly by horizontal shaking. The following parameters are used to investigate the migration speed of the target grain.

- (1) Mass of target grain
- (2) Diameter of target grain
- (3) Shaking frequency of platform
- (4) Materials of container wall

Interestingly, we observe that the target grain not only migrates to the top surface of the assembly but also embeds into the assembly. The emerging and surfacing of target grains happened back and forth. We define this phenomenon as a convection. In order to understand more about the time period of convections, several experiments with systematically change of parameters were conducted.

- (1) Depth of background grains
- (2) Shaking frequency of the platform
- (3) Shapes of containers

III. Results and discussion

1. Migration speed of the target grain

(1) Mass of target grain

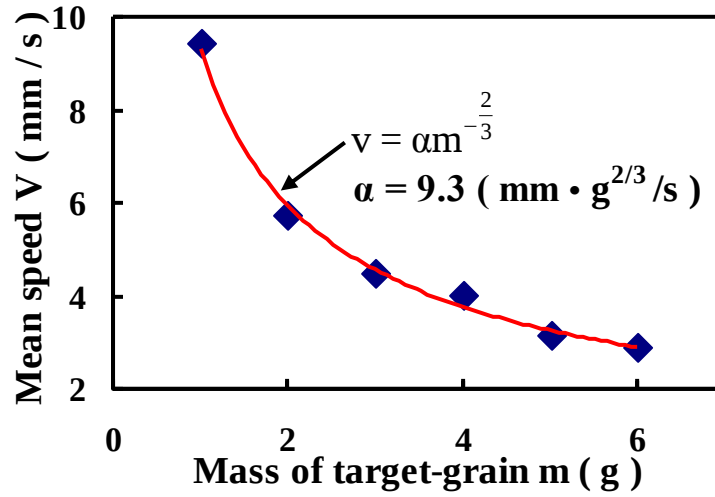


Figure 2. Dependence of the mean migration speed on the mass of the target grain.

(a) Figure 2. shows that when the mass of the target grain increases the migration speed of the target grain decreases.

(b) As expected, heavier grains are found to migrate at lower speed. Our results further reveal that the mean migration speed of the target grain depends on its mass as $m^{-2/3}$, showing that the net impulse exert on the target grain is inversely proportional to the square root of the mean speed, i.e. $F\Delta t \propto V^{-\frac{1}{2}}$

(c) In this phenomenon, it indicates that because the surface areas of each target grain are equal, so that the resultant forces receive from the background grains that affect on the target grain are the same as well. The heavier target grain exhibits a smaller acceleration and slower migration speed.

In order to understand the effect of the surface area, in the next experiment, the target grain with various diameters with a constant mass are used.

(2) Surface area of target grain

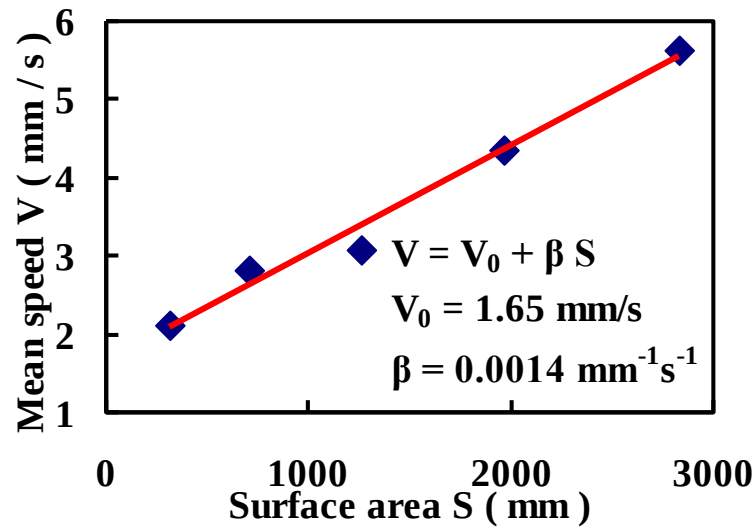


Figure 3. Dependence of the migration speed of grains on its surface area.

- (a) Figure 3. shows that the migration speed of the target grain is found to increase lineally with its surface area.
- (b) This behavior may be understood as a larger surface area allows receiving a larger amount of impulse from its surrounding grains that drive the motion of the target grain.

(c) It is found that the target grain will migrate to the top during horizontal shaking. We observe that the shaking of the platform creates the vacant space under the target grain during migration. The vacant space was then be filled up by the background grains. The filling effect can be regarded as an excess pushing acceleration to drive the target grain upward. As a result of this, it is suggested that the shaking frequency may affect the migration speed of the target grain. A higher shaking frequency should speed up the assembly. The following experiment is performed to proof our hypothesis.

(3) Shaking frequency of the platform

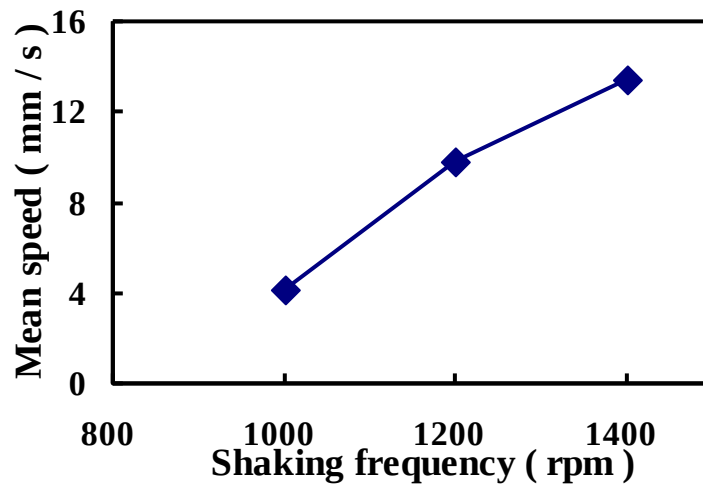


Figure 4. dependence of the migration speed on the shaking frequency.

- (a) Figure 4. shows that the migration speed of the target grain is found to increase with the shaking frequency that proves our hypothesis.
- (b) In the experiments above, we observe that the grains next to the wall behave differently to those in the center of box.
- (c) We think that the friction force between the container wall and its adjacent grains may affect the migration of the target grain. The following experiment is performed based on systematically changing the friction coefficient of the wall by using different kinds of materials.

(4) Container wall's coefficient of friction

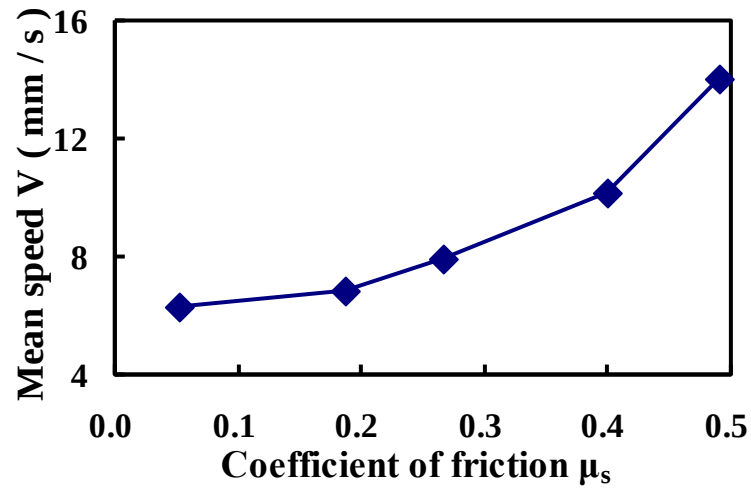
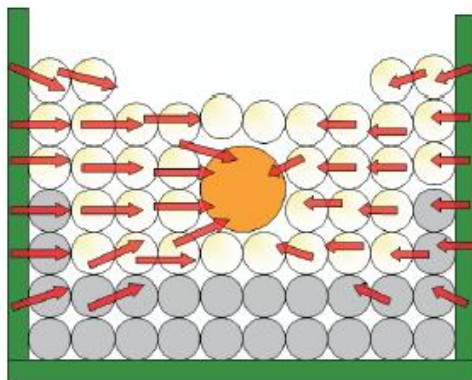


Figure 5. Dependence on the migration speed of the container wall's coefficient friction.

- (a) Interestingly, materials of the container wall can affect the migration speed of the target grain. The migration speed of the target grain is increased for the container wall with larger coefficient of friction.
- (b) A larger surface adhesion between the container wall and the neighboring grains gives rise to a higher speed for the target grain.



Apparently, the interactions between the container wall and the grains next to the wall can propagate to the target grain which is located far away from the wall as indicated in Figure 6. However, the target grain will still migrate even when frictionless walls are used.

Figure 6. Schematic showing the propagation of the surface adhesion from the wall to the target grain.

(5) Convection of grains

- (a) It is found that all grains manifests convection during shaking.
- (b) As shown in Figure 7., all grains sink into assembly at 4 corners and are convected to the surface from the center of box or where near to the center of 4 edges.

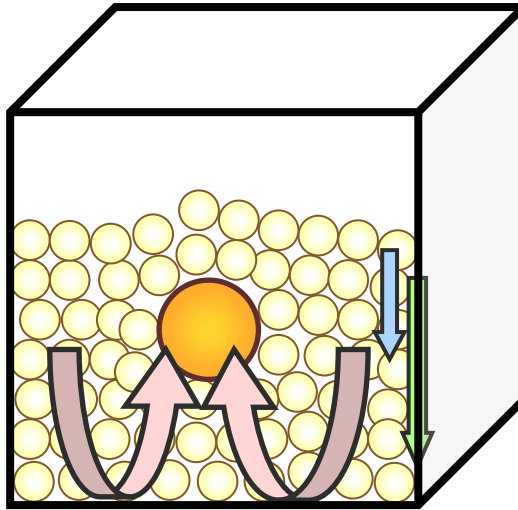


Figure 7. Schematic of convections.

2. Periodic grain convection

In the experiments above, we mainly discuss the migration speed and the convection of the target grain. But, surprisingly, we observe interesting periodic grain convection. In order to understand more about this phenomenon, further investigations are conducted. We define the time period of each circulation as a circulation time for the target grain embedding in the background grains and migrating to the top.

An up-and-down circulation of the target grain in the background grains may be created by horizontal shaking. The period of each circulation can be

noticeably affected by altering shaking frequency or the depth of the assembly.

(1) Grain convection in a cubic container

(A) Different depths of the background grains

(a) Depth of the background grains for 5 cm

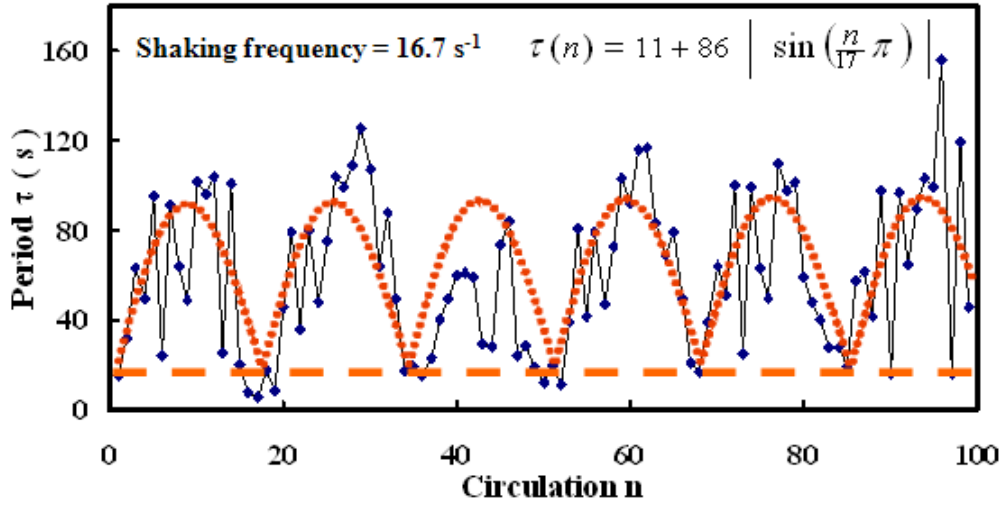


Figure 8. Plot of the period of each circulation when the assembly is 5 cm in depth.

Figure 8. shows that the time periods are short in the beginning, and become longer, then come into short spans again, forming periodic circulations. We discover that there appear to be some orders in such messiness system. The periodic circulations occur for every 17 convections.

The **periodic variation in circulation** can be described by the following sinusoidal function plus a baseline constant.

$$\tau(n) = \tau_o + \tau_a \left| \sin\left(\frac{n}{N} \pi\right) \right|$$

Where n , N , τ_0 and τ_a are the circulation, the number of circulation in a period, the shortest circulation period and the longest circulation period, respectively.

Surprisingly, the period follows a sinusoidal behavior, with a periodicity sensitive to the depth of the assembly and shaking frequency. There is a baseline constant indicates the minimum time for a circulation.

In order to further explore this interesting phenomenon, we try to alter the depth of the background grains.

(2) Depth of the background grains for 3 cm

Similar sinusoidal curve appears when the 3cm depth of background grains is shaken. But at this time, the periodic variation of circulations occur every 12 convections.

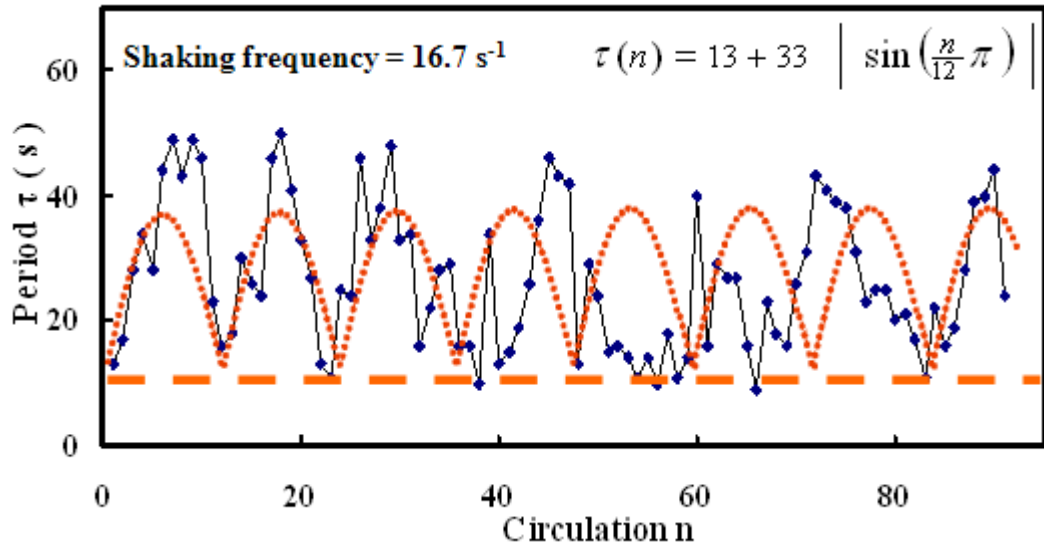


Figure 9. Plot of the period of each circulation when the assembly is 3 cm in depth.

Also, this curve can be described by using the same function. It is obvious the depth of the background grains plays an important role that leads to form different sinusoidal behaviors.

(3) Depth of the background grains for 7 cm

Interestingly, the periodic variation of circulation occurs for every 20 convections.

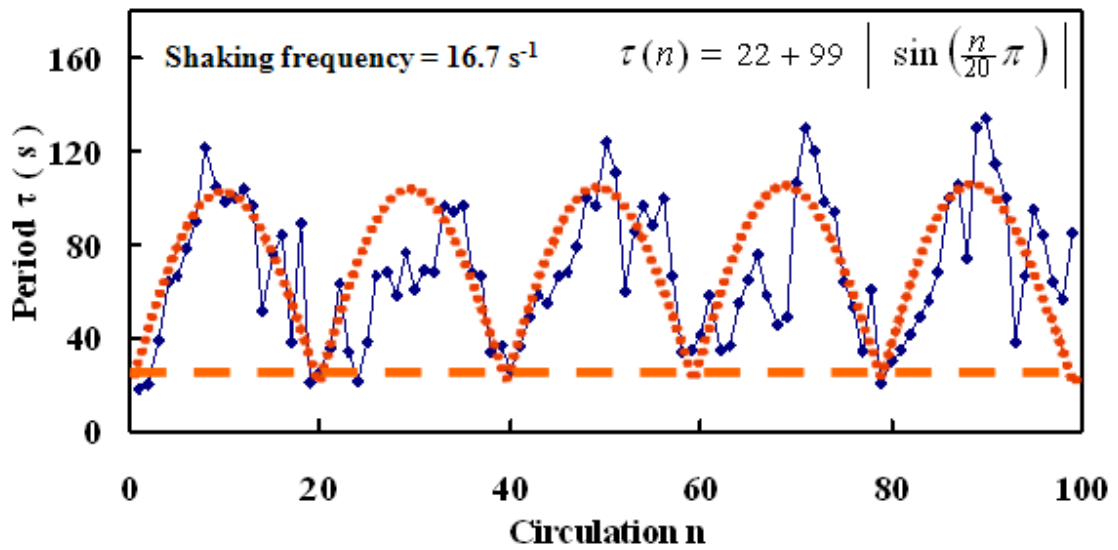


Figure 10. Plot of the period of each circulation when the assembly is 7 cm in depth.

To conclude, N and τ_a will increase with the depth of the background grains. But, the dependence of τ_0 on the depth of the background grains is not obvious.

Depth (cm)	3 cm	5 cm	7 cm
N	12	17	20
τ_a (sec)	33	86	99
τ_0 (sec)	13	11	22

In the experiments above, we observe that the target grain always embeds in the four corners of the container. So we think that the right angles may be the confinement that leads to trigger periodic convections. If our hypothesis is correct, the periodic variation of circulation should be absent for a cylindrical container for which has no right angles.

(2) Grain convection in the cylindrical container

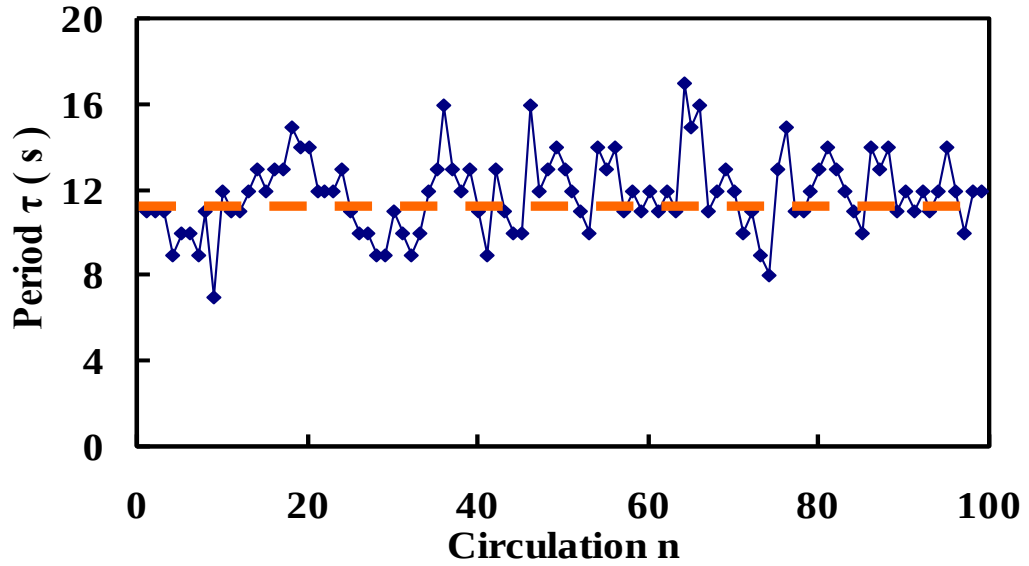
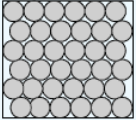
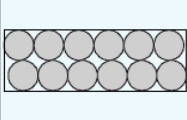
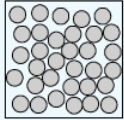
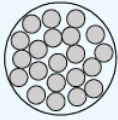


Figure 11. Plot of the period of each circulation when the assembly is confined to a cylindrical container.

As you can see in figure 11., the time periods remain the same with time which is totally different from the ones in the cubic container. No obvious sinusoidal variations in τ may be identified when a cylindrical container is used. This proves that our hypothesis is correct.

The periodic variation of circulation appears only in the cubic container. It indicates that the cubic shape is the “confinement” that leads to the periodic circulation.

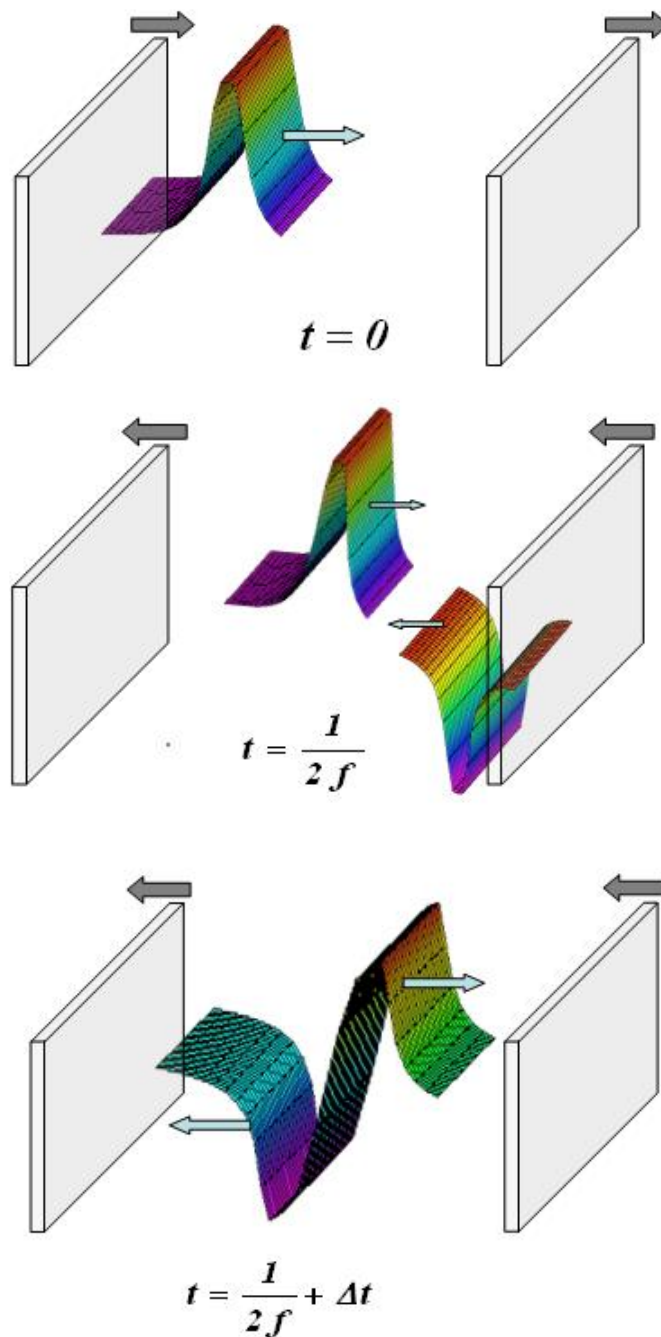
Table 1. Convections found in various filling geometries.

Bottom layer filling (top view)				
Sinusoidal convection	YES	YES	NO	NO

Periodic grain convection of this kind may be observed whenever the background grains completely fill the bottom of the container. In this case, the horizontal motion of the background grains is restricted such that the grains at the bottom stand still while the motion of the background grains on top are less violate.

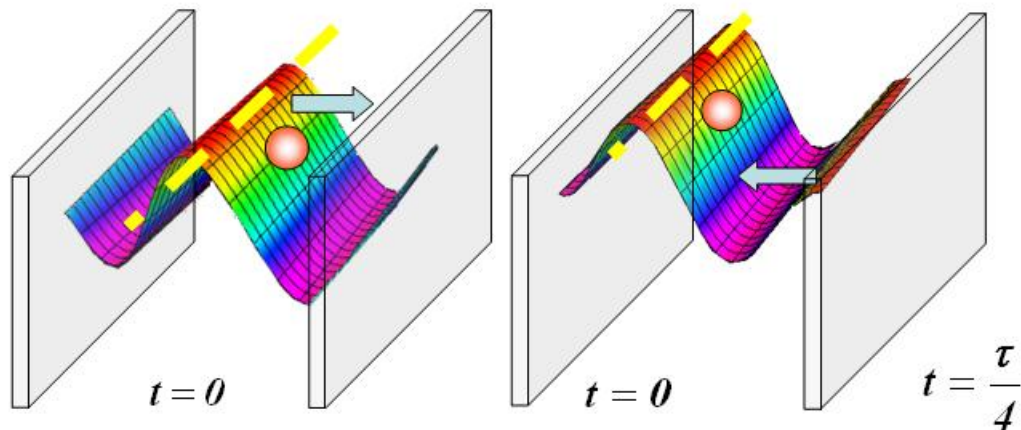
Pressure wave

These behaviors can be understood by analyzing the pressure wave generated from the container wall when shaking. In each shaking, the pressure wave generated by the walls when they are moving along this direction will interfere with that moving in the opposite direction generated later on.



A sinusoidal behavior of τ

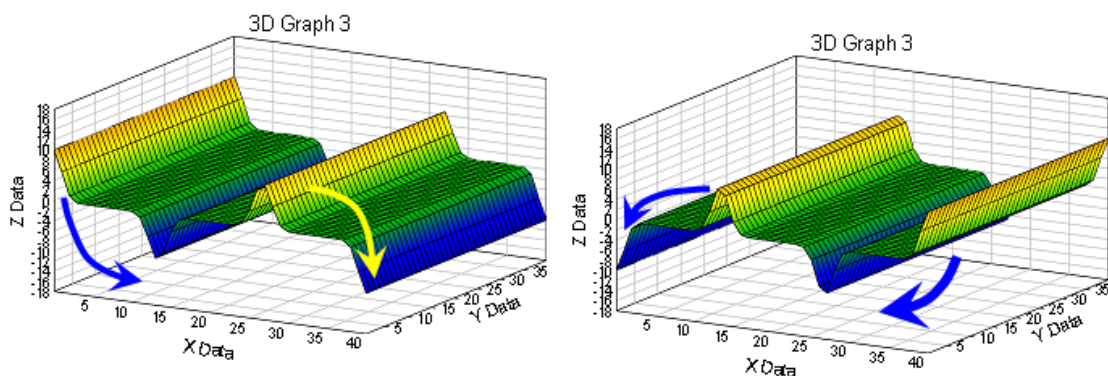
- The pressure waves from right and left panels of the walls interfere into a sinusoidal wave which is bounding back and forth between the walls with a period τ .

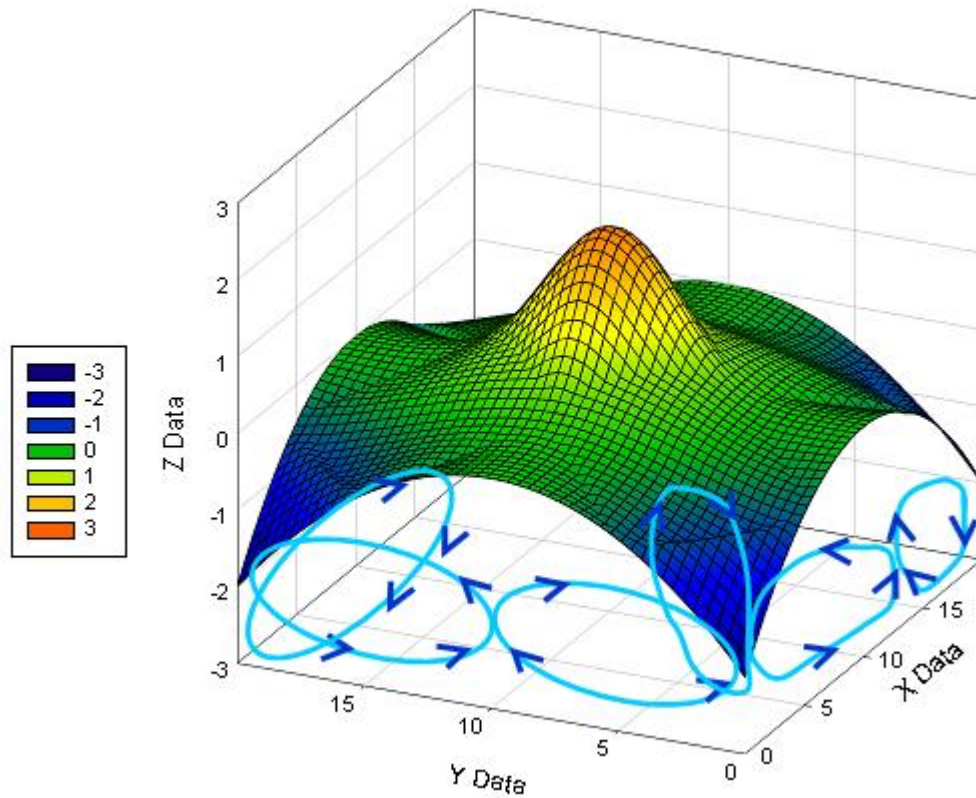


It is the confinement that produces a pressure gradient along vertical direction.

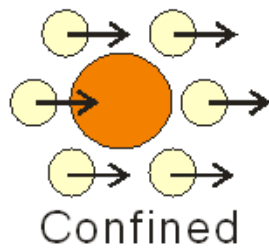
The coherent pressure waves generated at different layers can interfere into a sinusoidal profile.

This sinusoidal wave bounding back and forth between the walls gives rise to a sinusoidal behavior of τ .

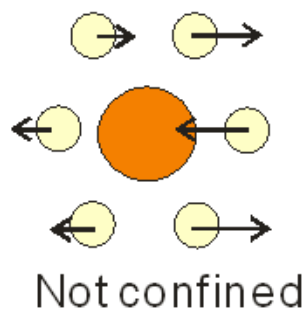




The model



- Background grains move more or less in phase.**
- **Less net vertical impulse; travel further away from the center**
- **Longer period in one circulation**



- Background grains move more or less independently.**
- **Target grain is circling around the center.**

In the confined situation, background grains move more or less in phase that generate less vertical impulse and allow the target grain to travel further away from the center, resulting in a larger circulation.

The variations in τ are mainly due to the horizontal distance that the target grain may travel.

However, a higher shaking frequency may release the restriction, which in turn destroys the sinusoidal behavior of τ . In this case, background grains move more or less independently, so the target grain is just circling around the center.

IV. Conclusions

1. The migration of the target grain is sensitive to its size.
2. The friction force from the container wall can affect the migration of the target grain.
3. Continuous up-and-down circulation can be created.
4. Sinusoidal behavior of the circulation period can be created by restricting the horizontal motion of the background grains at the bottom.
5. The pressure gradient along vertical direction is generated by the confinement and results in the sinusoidal behavior of τ .

V. Future work

1. In order to understand the properties of the particles, some other factors are needed to be known. It suggests that different sizes and materials of the

background grains may affect it. The migration of the target grain depends mainly on the friction force from its surrounding grains that drive the motion. Changing different sizes or materials of the background grains can help us investigate the variation of the properties.

2. It is so surprising that there appear to be some orders in such messiness system. Why sinusoidal behaviors in the system can be created by restricting the horizontal motion of the background grains at the bottom? We would like to further explore this phenomenon.

VI. Acknowledgement

We would like to thank

Prof. Lee, National Center University

Prof. Chou, National Sun-Yat Sen University

Prof. Chen, Institute of Physics, Academia Sinica

Mr. Chien, Affiliated Senior High School of National Kaohsiung Normal University

VII. References

1. A. Rosato, K. J. Strandburg, F. Prinz, and R. H. Swendsen, Phys. Rev. Lett. **58**, 1038 (1987).
2. E. Matthias, X. Cheng, G. S. Karczmar, S. R. Nagel, and H. M. Jaeger, Phys. Rev. Lett. **93**, 198001 (2004).

Appendix

1. Migration speed of the target grain

(1) Density of target grain

1. Illustration of the parameter:

(a) Controlling parameters: Shaking frequency (1,000 rpm), Amplitude of shaking (2 mm), Diameter of the target grain (30 mm), Depth of the background grains (50 mm)

(b) Manipulation parameters: Mass of the target grain (1~6 g)

2. Results of the experiment:

Mass of the target grain	EXP 1 (s)	EXP 2 (s)	EXP 3 (s)	EXP 4 (s)	EXP 5 (s)	Mean time (s)	Migration speed V (mm/s)
1 g	5.85	5.93	5.77	4.20	4.79	5.31	9.42
2 g	7.20	9.09	8.44	9.68	9.13	8.71	5.74
3 g	10.68	11.50	11.44	10.72	11.21	11.11	4.50
4 g	12.54	12.11	13.24	11.96	12.37	12.44	4.02
5 g	16.58	15.11	15.80	14.83	17.27	15.92	3.14
6 g	18.31	16.82	16.36	16.46	18.11	17.21	2.91

(2) Surface area of the target grain

1. Illustration of the parameter:

(a) Controlling parameters: Shaking frequency (1,000 rpm), Amplitude of shaking (6 mm), Depth of the background grains (50 mm), Mass of the target grain (2 g)

(b) Manipulation parameters: Diameters of the target grains (10~30 mm)

2. Results of the experiment:

Diameter of the target grain	EXP 1(s)	EXP 2(s)	EXP 3(s)	EXP 4(s)	EXP 5(s)	Mean time (s)	Migration speed V (mm/s)
10 mm	22.7	23.1	24.6	24.4	23.8	23.72	2.11
15 mm	17.3	18.0	17.8	18.2	17.5	17.76	2.82
20 mm	15.4	17.1	16.6	15.3	16.9	16.26	3.08
25 mm	11.2	11.9	10.8	11.3	12.0	11.44	4.37
30 mm	9.6	9.9	8.6	7.5	8.7	8.86	5.64

(3) Shaking frequency of the platform

1. Illustration of the parameter:

(a) Controlling parameters: Diameter of the target grain (30 mm) , Depth of the background grains (50 mm) , Mass of the target grain (2 g)

(b) Manipulation parameters: Shaking frequency (1000 , 1200 , 1400 rpm) , Amplitude of shaking (4 , 5 , 6 mm)

2. Results of the experiment:

Frequency	EXP 1(s)	EXP 2(s)	EXP 3(s)	EXP 4(s)	EXP 5(s)	Mean time (s)	Migration speed V (mm/s)
1,000rpm	12.62	11.45	11.17	10.41	14.25	11.98	4.17
1,200rpm	4.65	4.66	5.28	5.91	4.98	5.10	9.80
1,400rpm	3.76	3.69	3.56	4.43	3.16	3.72	13.44

(4) Container wall's coefficient of friction

1. Illustration of parameter:

(a) Controlling parameters: Shaking frequency (1,000 rpm) , Amplitude of shaking (6 mm) , Depth of the background grains (50 mm) , Mass of the target grain (2 g) , Diameter of the target grain (30 mm)

(b) Manipulation parameters: Materials of the container wall (smooth , paper , sandpaper , scrub sponge and rubber)

2. Results of the experiments:

Materials of the container wall	EXP1(s)	EXP2(s)	EXP3(s)	EXP4(s)	EXP5(s)	Mean time(s)	Migration speed V (mm/s)	Coefficient of friction μ_s
smooth	7.69	7.72	7.94	8.02	8.13	7.90	6.33	0.052
paper	7.19	7.27	7.05	7.46	7.52	7.30	6.85	0.186
sandpaper	6.27	6.86	6.13	5.99	6.32	6.31	7.92	0.267
Scrub sponge	5.00	5.82	4.24	4.73	4.78	4.91	10.18	0.400
rubber	2.88	3.97	3.83	3.86	3.24	3.56	14.04	0.490

3. How to measure coefficient of friction.

In order to measure the container wall's coefficient of friction, an experiment is conducted. We stick the sandpaper on the slope and put the object which weighs 55 gram in weight onto it. By using the spring balance, the force F can be known. After the experiment of sticking the sandpaper, we alter the paper, scrub sponge and rubber. And the following function is used to calculate the value of μ :

$$F = mg \sin 30^\circ + mg \cos 30^\circ \mu$$

$$\mu = \frac{F - mg \sin 30^\circ}{mg \cos 30^\circ}$$

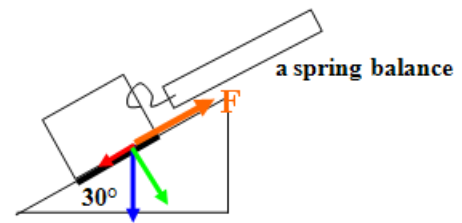


Figure 12. Schematic of measuring coefficient of friction.

4. Discussion of the coefficient of friction.

Materials	Coefficient of friction μ_s
smooth	0.052
paper	0.186
sandpaper	0.267
scrub sponge	0.400
rubber	0.490