

# 臺灣二〇〇八年國際科學展覽會

科 別：物理與太空科學

作 品 名 稱：金字塔附近的流體力學效應

學校 / 作者：臺北市立中山女子高級中學 陶巧妤

## 作者簡介



我自小便對各種事物充滿好奇，興趣十分廣泛。高中時有幸進入中山女高數理資優班，開始對數理方面，特別是物理，產生莫大的興趣；於是開始了我的物理專題，進行金字塔周圍流場的研究，並學習更深入的物理知識、磨練實驗技巧，參加各項物理競賽，挑戰自我。這次很高興能有機會參加國際科展，期許自己能在此次科展有所突破與斬獲。

# The Flow Field around A Pyramid

## Abstract

The pyramid on land is constantly surrounded by gas. Using the wind tunnel, we can investigate the distribution of pressure surrounding the model of pyramid; furthermore, we can discuss about the relationship between pressure and wind velocity. In addition, with the smoke wire, we can visually observe the dynamic flow field.

In our experiment, we discovered that when fluid comes, there will be obvious difference of pressure between the front and the back of the pyramidal model, causing a torque to the model. At higher parts of the model, there is less difference of the pressure, so the resulting torques of a pyramid should be less than that of a cuboid. Therefore, a pyramid can stand in the desert for a long time. Besides, when the fluid flows through the two sides of the model, it will separate, and the position of the separation points will influence the size of the turbulence area. Generally speaking, the farther the separation points are to the back, the smaller the size of the turbulence area, and the less the drag caused by the difference of pressure. With the study above, I expect to have more understanding about the complex flow field of pyramid.

## 摘要

陸地上的金字塔無時無刻沒有受到氣體的包覆，這個實驗透過風洞模擬金字塔模型，在流體中的壓力變化，並藉由煙線來觀察流體的移動情形，可具體看到當流體經過物體週遭時流場的改變。經由測量壓力，可更深入的探討風速與壓力的關係。

在實驗中，可發現當流體迎面而來，在金字塔後方形成的流場變化中，以渦流最易觀察；且透過壓力的測量，發現模型的前、後方，會有明顯的壓差，會對模型造成力矩，可能會使金字塔結構不穩定。越往金字塔上方壓差越小，因此其受阻力所產生的合力矩應較同底面積、同高的長方體小，故金字塔可以長久在沙漠中屹立不搖。此外，流體流過模型兩側會產生分離的情況，分離點的位置會影響渦流區的大小；一般而言，分離點發生在物體的越後方，尾流的尺寸越小，壓差所造成的阻力越低，實驗中發現流速對分離點的位置影響不大，金字塔的擺放形狀卻會對分離點的位置產生明顯的影響，所以越流線型的物體，其受到壓差所產生的阻力越小。希望透過以上的研究，能夠對金字塔周圍複雜的流場有更深入的了解。

## 一、前言

常在電視上及書籍中看到有關金字塔的介紹，在廣闊的沙漠中，金字塔若受到強勁風沙吹襲，會在其背面產生極大的負壓。然而金字塔竟能夠長期的站立在沙漠中，屹立不搖；後來在課本裡看到白努利定律，讓我們更想進一步了解與探討金字塔在流體中壓力的變化。我們的研究目的有下列五點：

- (一)、 藉由煙線觀察金字塔模型附近的流場變化，並加以分析探討。
- (二)、 測量不同流速下，金字塔模型背風面與迎風面壓差的關係。
- (三)、 比較流速與渦流區大小的關係。
- (四)、 探討金字塔迎風角度不同時的壓差異。
- (五)、 探討金字塔迎風角度不同時分離點的差異。

## 二、研究方法及過程

### (一)、 研究設備

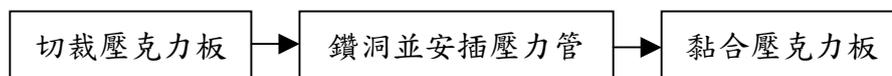
1. 風洞：實驗所用的風洞系統為 LW-9300 Open-circuit Subsonic Wind Tunnel，如圖(一)所示，測試段尺寸為 30cm×30cm，主要用來控制流速。

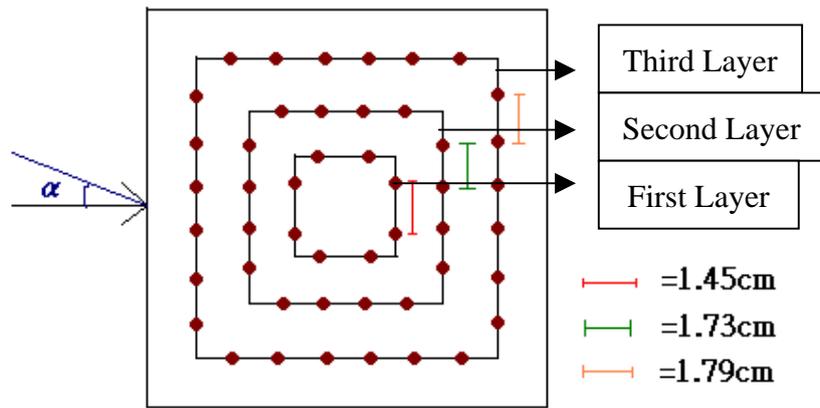


圖(一) 風洞系統

2. 煙線產生器一台：觀察流場的變化。
3. 皮托管壓力計：測量局部區域的壓力平均值。
4. 筆記型電腦：處理數據。
5. DV 攝影機：拍錄實驗過程及現象。

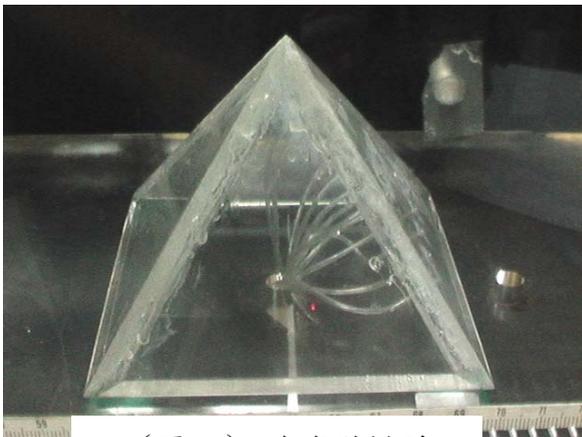
### (二)、 實驗模型



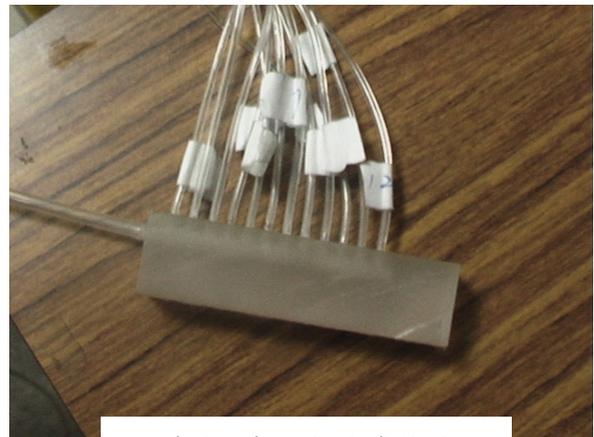


圖(二) 金字塔鑽洞示意圖(俯視)

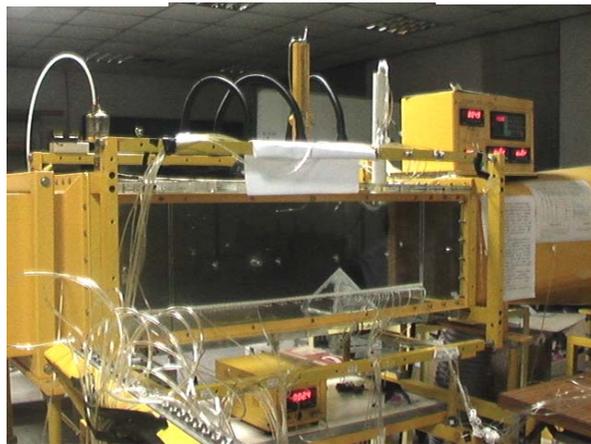
模型製作部份，先利用 1cm 厚壓克力做出邊長 15cm 的四角錐（金字塔），在某側三角形上的 1/4 處、2/4 處、3/4 處各鑽 2 個、4 個、6 個直徑 1mm 的洞，如圖(二)，並插入壓力管，與連通管連接如圖(三)、圖(四)所示，最後放入風洞測試，如圖(五)。α 角為金字塔與直線 L 平行的中心軸所夾的角度。



(圖三) 金字塔模型

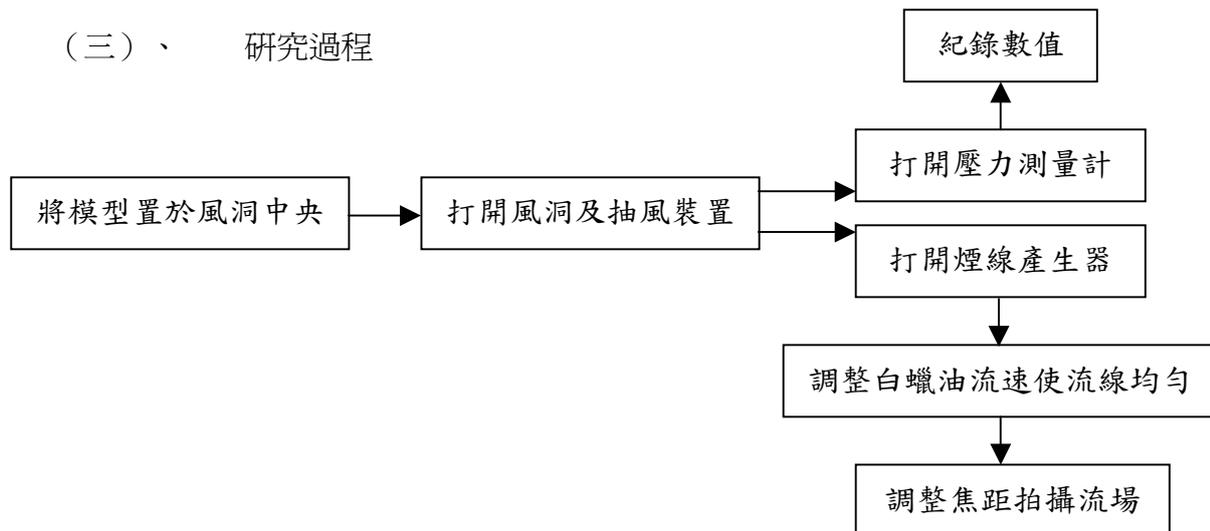


(圖四) 連通管接法



(圖五) 風洞測試段

### (三)、研究過程



### (四)、研究方法

#### 1. 雷諾數 (Reynold number)

雷諾數為一個無因次量，它常被拿來區分流體在不同狀況下的不同表現。其定義為慣性力和黏性力（流體在受到單位面積剪力後變形的難易程度）的比值：

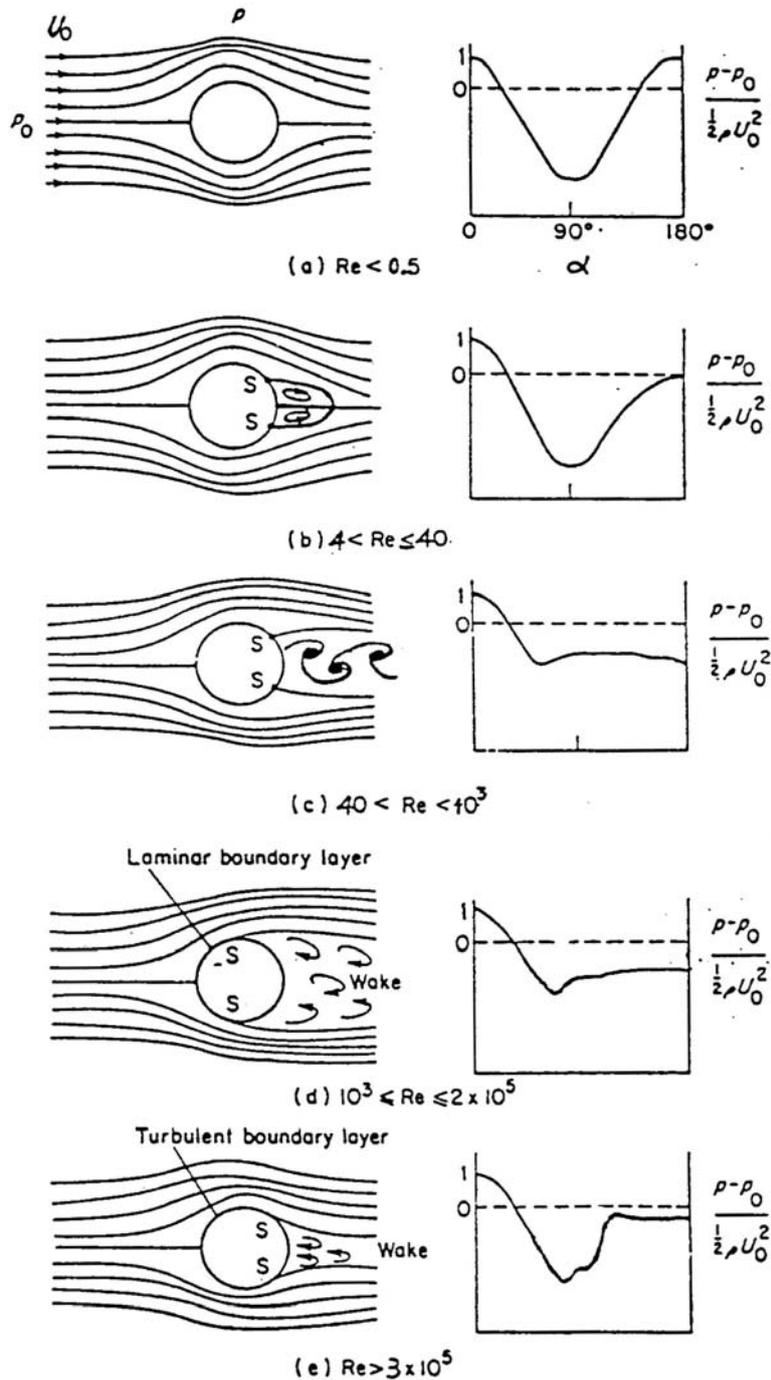
$$\text{Re} = \frac{\text{慣性力}}{\text{黏性力}} = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu \frac{V}{L} L^2} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

，其中  $\rho$  為密度， $L$  為長度， $V$  為速度， $\mu$  為動力黏滯係數。

不同的形體在不同的雷諾數下，會表現出不同的分離流、紊流及擾流等。

在真實的流場中，由於黏滯力的影響，會產生一薄層稱為邊界層。由於有邊界層的影響，當流場到達一定流速時，邊界層會發生剝離的現象，產生分離流(separation flow)，其中會產生渦流 (vortex)，產生一前一後的狀態，其原因是流場不穩定。

以圓柱為例，在不同雷諾數下會有不同的表現，如圖(六)所示：當  $\text{Re} < 0.5$  時，流場穩定且平穩； $4 < \text{Re} \leq 40$  時，流線由於邊界層的因素開始自分離點分離； $40 < \text{Re} < 10^3$  時，在圓柱後的分離流內剝離出一前一後的渦流； $10^3 \leq \text{Re} \leq 2 \times 10^5$  時，一前一後剝離的渦流開始轉變成尾流 (wake)；當  $\text{Re} > 3 \times 10^5$  時，原本各自能量獨立的層流 (laminar flow) 在高速之下能量互相傳遞，形成紊流層 (Turbulent boundary layer)，尾流減少，分離點延後。



圖(六) 不同雷諾數下圓柱附近流場表現示意圖

## 2. 白努利方程式(Bernoulli's Equation)

1738年由白努利(Daniel Bernoulli)導出。由於當流速增快時，壓力會減少；也就是動能與位能維持能量守恆的關係，以此可推導出白努利方程式： $\frac{1}{2}\rho v^2 = \Delta p$ ， $\rho$ 為流體密度， $\mu$ 為流速， $\Delta p$ 為總壓及靜壓之差，即動壓。此方程式適用於理想流體。

## 三、 研究結果與討論

由於風洞內流速的限制，我們們只改變三種流速 0.39m/s 、0.96m/s、1.57m/s，同時拍下不同流速時的流場變化，其中以流速為 0.39m/s 的拍攝效果最佳，所以我們們先以此流速下的流場圖多作說明，再比較不同流速下，流場的相同及相異處。

(一)、 流速為 0.39 m/s 的情形

由圖(七)中可以清楚的看到在金字塔的背側，煙線往下方捲，推測應是金字塔背風面壓力較低的緣故。



圖(七) 流速 0.39 m/s 下的流場

在圖(八)中，我們們可以觀察到金字塔背後產生的明顯渦流，呈現不均勻的流線且氣場擾動嚴重。



圖(八) 流速 0.39 m/s 下的流場

另外，我們們也在金字塔的背後看見兩個渦流，但渦流呈現一前一後不斷消長，並不會互相影響，如圖(九)所以這種情況應該是不同維度的渦流彼此影響所造成的。



圖(九) 流速 0.39 m/s 下的流場

(二)、 流速為 0.96m/s 的情形

當流速變高，流體獲得的能量較高，流場也較為穩定；我們們可以從圖(十)中看到金字塔的背側流線略為向下，並有一大片的煙線，此原因為渦流互相影響，同時往低壓處遞補，而無法清楚呈現。



圖(十) 流速 0.96 m/s 下的流場

由圖(十一)中可以觀察到煙線在金字塔正面前段並不均勻，而是略為往上，此應是上方有少量空氣往下遞補影響正常流線的分布。



圖(十一) 流速 0.96 m/s 下的流場

(三)、 流速為 1.57 m/s 的情形

由圖(十二)中可以看出在金字塔背側流線向金字塔捲來，在其背側形成渦流，但因為同樣是一大片範圍，推測也是有不同維度的流線交互作用。因為流速高、能量高，所以渦流的影響範圍更大，但因彼此的界線更加不明顯，所以無法很清楚的拍攝到交互作用的渦流。



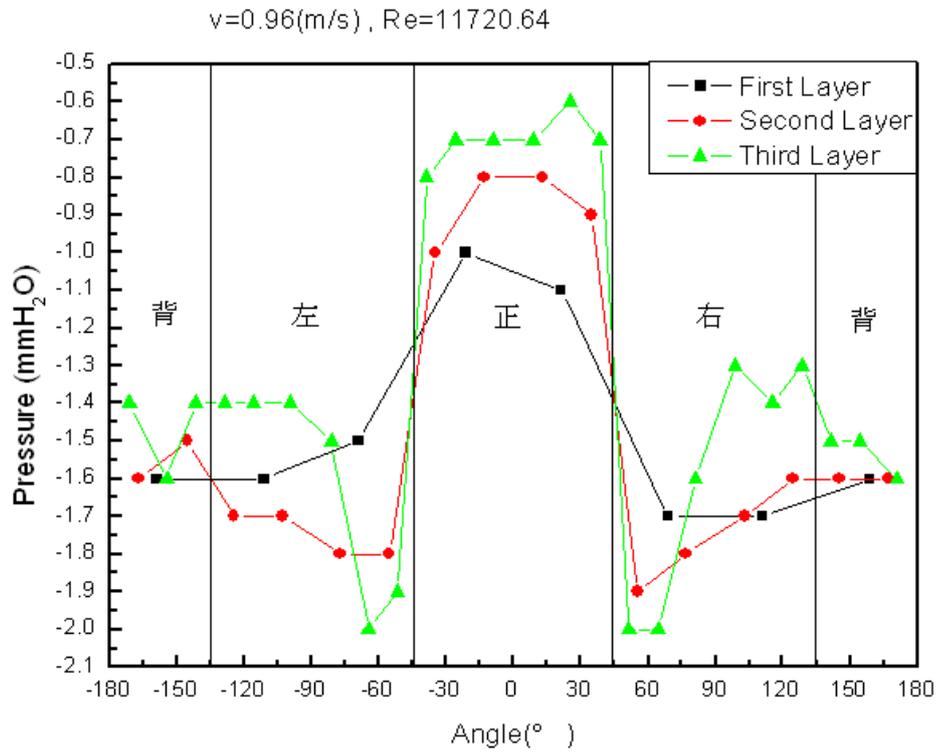
圖(十二) 流速 1.57 m/s 下的流場

(四)、 比較金字塔模型各面於不同流速下與壓差之關係 ( $\alpha=0^\circ$ )

我們們改變六種不同流速，分別為 0.96m/s、1.57m/s、2.16m/s、2.84m/s、3.41m/s、4.02m/s，並利用連通管量測壓力，而此時的壓力計顯示壓力，即是與大氣壓力比較的壓差  $\Delta P$ 。橫座標的角度則是以金字塔迎風的中點為  $0^\circ$ ，然後將各點換算成角度，向右為正，向左為負。

### 1. 流速為 0.96 m/s 的情形

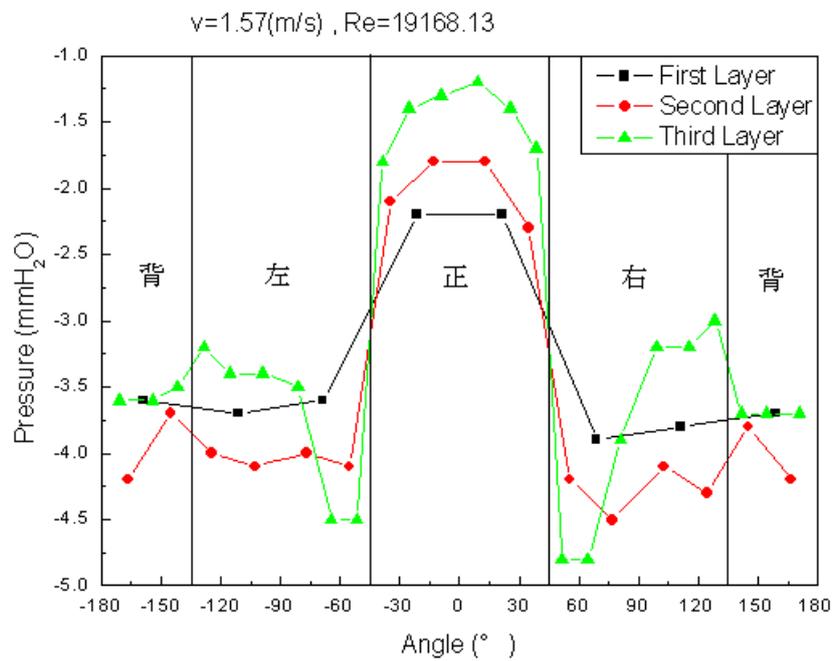
由圖(七)中我們們可以看到，當風速為 0.96m/s 時，在金字塔的正面（迎風面）之壓力最大（負壓最小），上、中、下三層皆然；當風吹到金字塔的左右兩側時，壓力開始減少，並在 $\pm 60^\circ$ 左右的位置產生最低壓，即分離點的位置，此處因為邊界層在此處剝離，造成氣壓特別低；到了背面時，形成低壓區，但由於流速過低，所以推測是不穩定氣場的擾動，造成兩側及背側壓力不均等，如圖(十三)。



圖(十三) 風速 0.96m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

## 2. 流速為 1.57 m/s 的情形

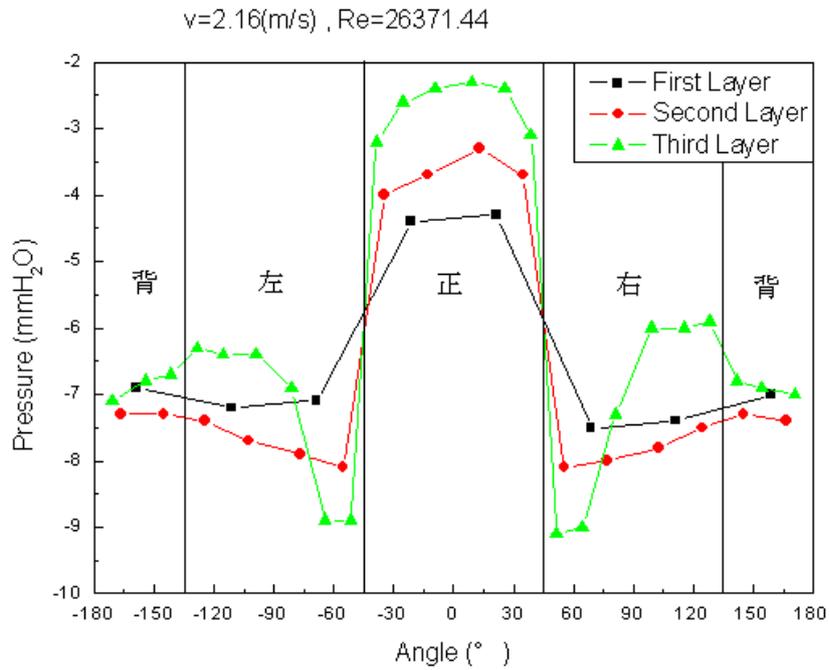
當流速增加到 1.57m/s 時，我們們可以從圖(十四)中看到第三層的正面中間點數值明顯較高，是由於風碰到了金字塔，層流急速往上，造成金字塔正面靠近風洞邊界層附近的區域低壓，此時此處上方的部分空氣會迴流遞補低壓；而正面左右兩側的部分則因氣流已往後而未能遞補；造成正面底層中間區域壓力高於其他正面受風的地方。左右兩側亦可以看到分離點的壓力最低。此時金字塔的背側已經開始形成渦流，如圖(十二)，但由於金字塔高度不同，第一層氣流受障礙物的影響較少，壓差（即最高壓及最低壓之差）較小；第三層氣流則因障礙物前後距離大，低壓區明顯，壓差較大。



圖(十四) 風速 1.57m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

### 3. 流速為 2.16 m/s 的情形

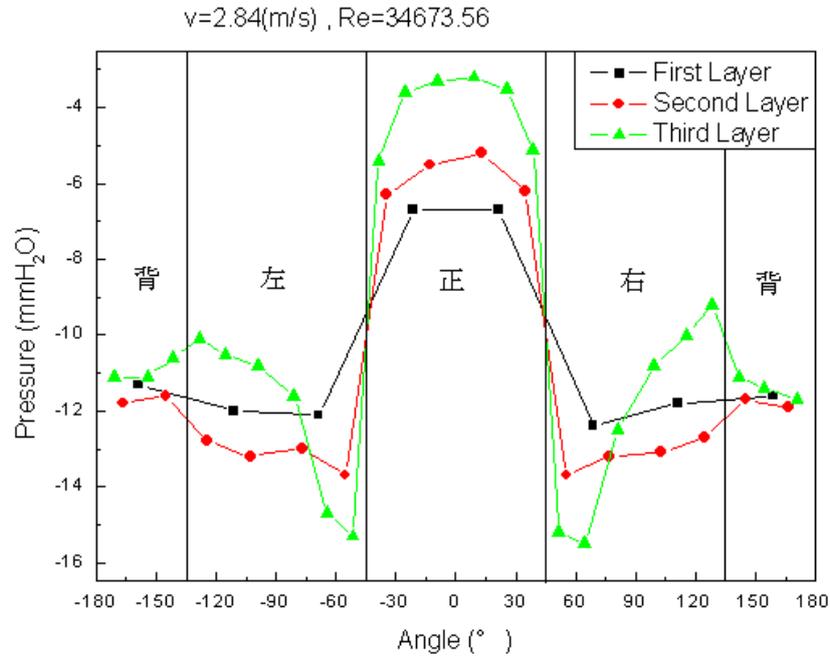
當流速到了 2.16m/s，較高流速使金字塔背後渦流明顯，而且渦流在垂直及水平方向捲入，使流場混亂，而無法清楚觀察到氣流的剝離。由圖(十五)中可以看出，在此風速下，正面仍維持較高壓力，第二、三層可以明顯看出其受到較高的壓力，壓力由下往上遞減；當風來到左右兩側，可以發現氣流的分離點。往後壓力漸增，轉至背側時，壓力又略為降低，為一低壓區。



圖(十五) 風速 2.16m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

#### 4. 流速為 2.84 m/s 的情形

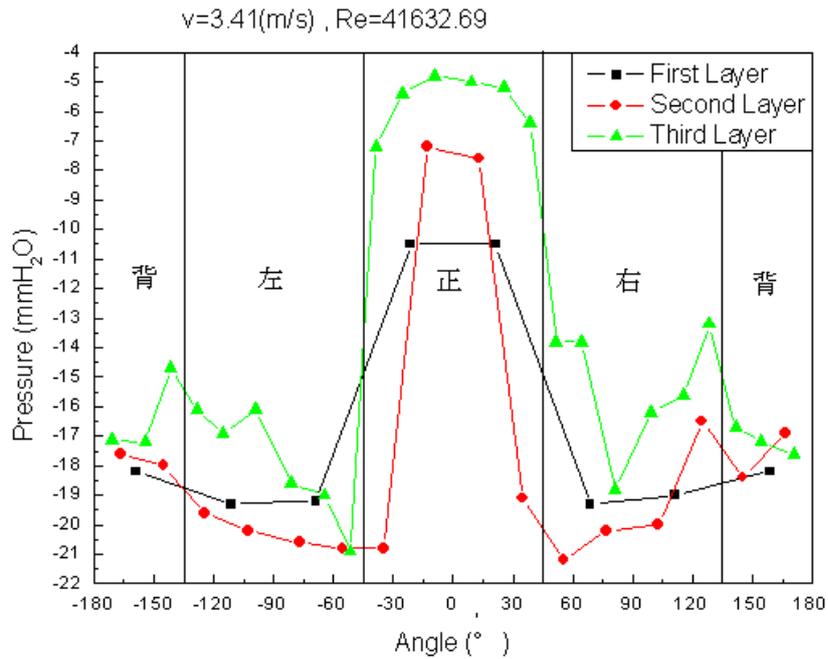
當流速升高到 2.84m/s 時，我們們可以從圖(十六)中清楚觀察到在正面的部分各層壓力依高度遞減，也可以在左右兩側觀察到分離點；而第一二三層在左右兩側的壓力表現不同：第一層金字塔特徵長度小，壓差小；第二層分離點的低壓稍微明顯；第三層，則可清楚發現壓力由前往後遞增。其背側反而呈現一致的低壓。在此風速下，分離流後已產生不均勻的尾流。



圖(十六) 風速 2.84m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

## 5. 流速為 3.41 m/s 的情形

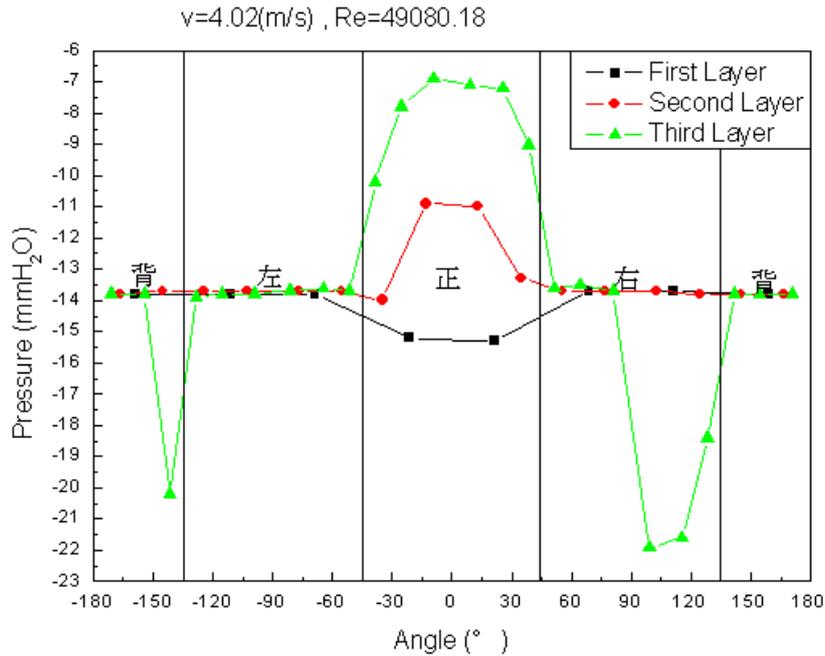
在流速為 3.41m/s 時，我們們可以從圖(十七)中看到最高壓與最低壓的差距加大，正面壓力最大，但當流速增高時，第二層的壓差變得明顯，同時也可以在左右兩側觀察到分離點，第二層的分離點亦較流速低時明顯；由圖中來看，此流速下左右兩側的壓力數值起伏較大，應是尾流區逐漸由後往前擴大至左右兩側的後端所造成。



圖(十七) 風速 3.41m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

## 6. 流速為 4.02 m/s 的情形

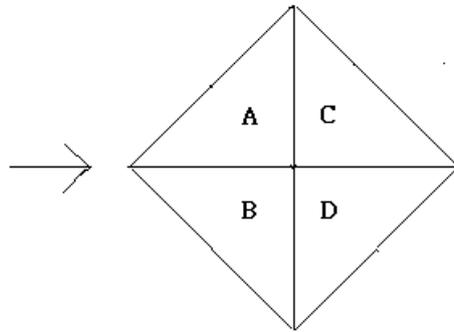
當流速來到 4.02m/s 時，如圖(十八)，第二、三層正面的壓力最大，但第一層正面的壓力小於左右側及背側，應是類似於正面下層的低壓區，因為流速增快，風直接流過金字塔頂端，在金字塔的上部形成低壓區，而金字塔背側的渦流給頂端一反向的推力所造成。此時左右側及背側呈現一致的低壓，是因為達到一定的雷諾數，已被紊流區包覆，所以平均壓力相同，約為-13.8mmH<sub>2</sub>O。同時在第三層可以觀察到明顯延後的低壓，也就是分離點，其延後原因是流速增加，雷諾數亦增加所造成。



圖(十八) 風速 4.02m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=0^\circ$ )

(五)、 比較金字塔模型各面於不同流速下與壓差之關係 ( $\alpha=45^\circ$ )

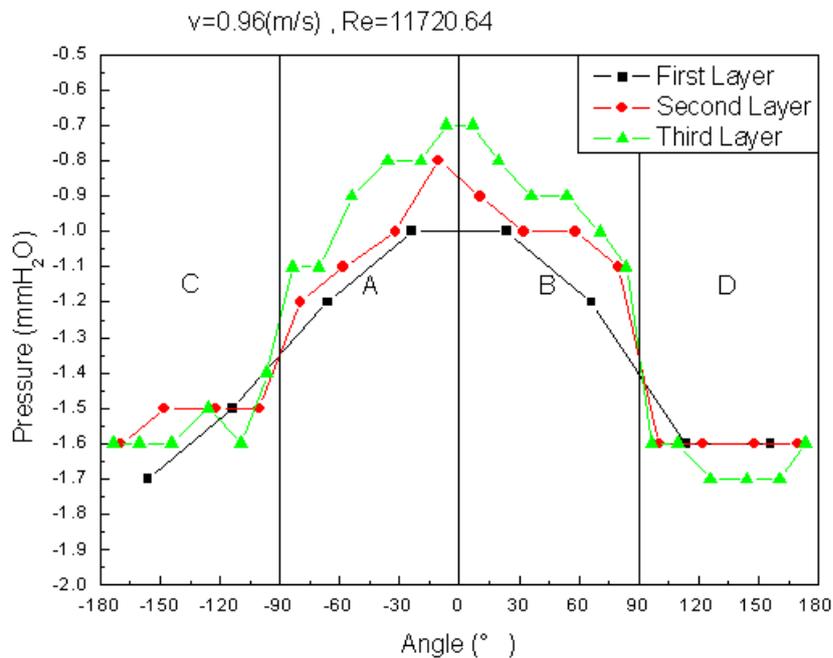
我們們改變六種不同流速，分別為 0.96m/s、1.57m/s、2.16m/s、2.84m/s、3.41m/s、4.02m/s，並改以 A、B、C、D 四個面來標示，箭頭為風向，如圖(十九)示：



圖(十九)  $\alpha=45^\circ$ 時模型位置示意圖

1. 流速為 0.96 m/s 的情形

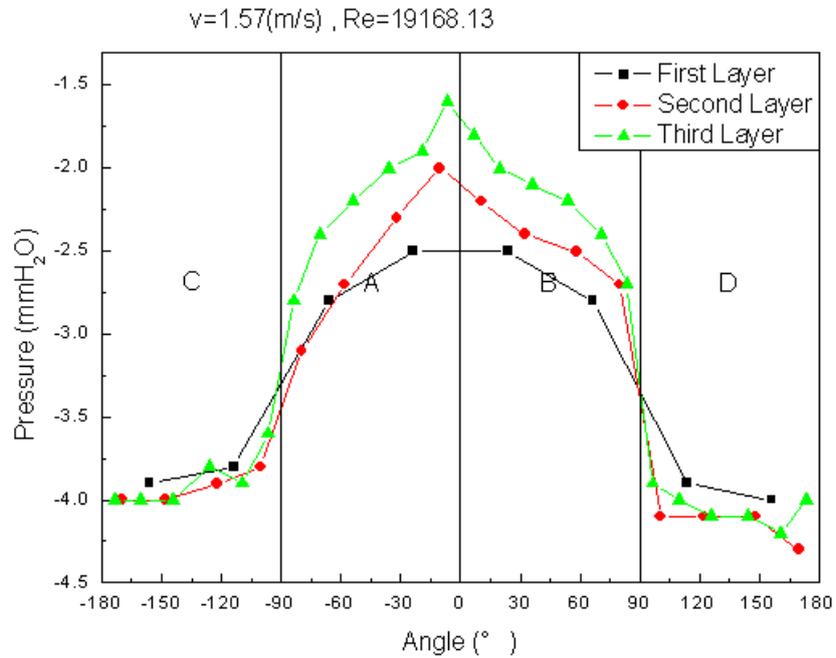
由圖(二十)中我們們可以看到，金字塔迎風的稜線附近（即 AB 交界處）壓力最大，而第三層的壓力最大，壓差也最大；第一層壓力最小，壓差也最小；而 AC 交界處和 BD 交界處壓力皆陡降，氣流應由此處剝離。而 A、B 兩面壓力數值皆由前往後遞減，C、D 兩面則不明顯，均為低壓。



圖(二十) 風速 0.96m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45^\circ$ )

## 2. 流速為 1.57 m/s 的情形

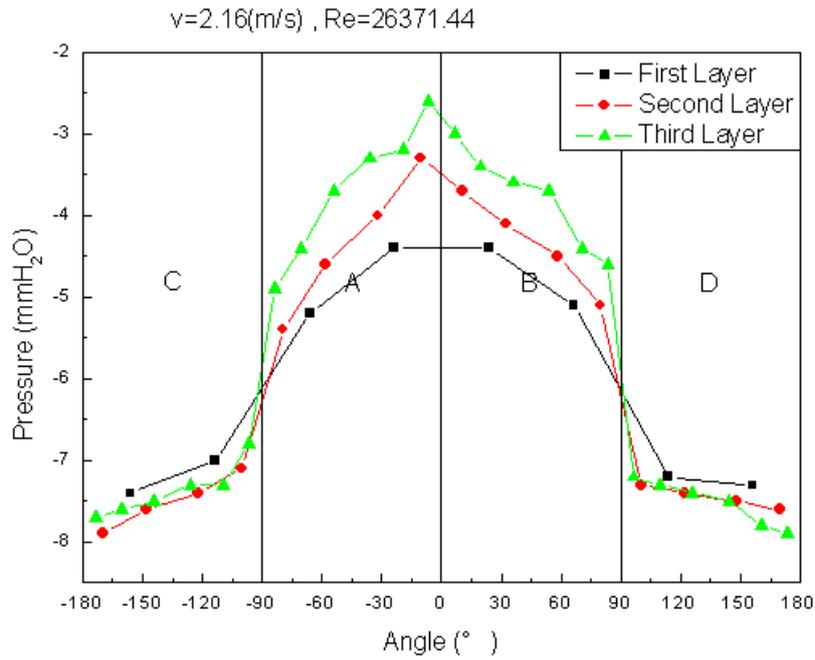
當流速增加到 1.57m/s 時，我們們可以從圖(二十一)中看到 AB 交界處壓力依然最大，AC 交界處和 BD 交界處壓差增大。A、B 兩面壓力數值皆由前往後遞減的趨勢也更明顯，C、D 兩面的壓力也略微呈現由前往後遞減的趨勢。



圖(二十一) 風速 1.57m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45$ )

### 3. 流速為 2.16 m/s 的情形

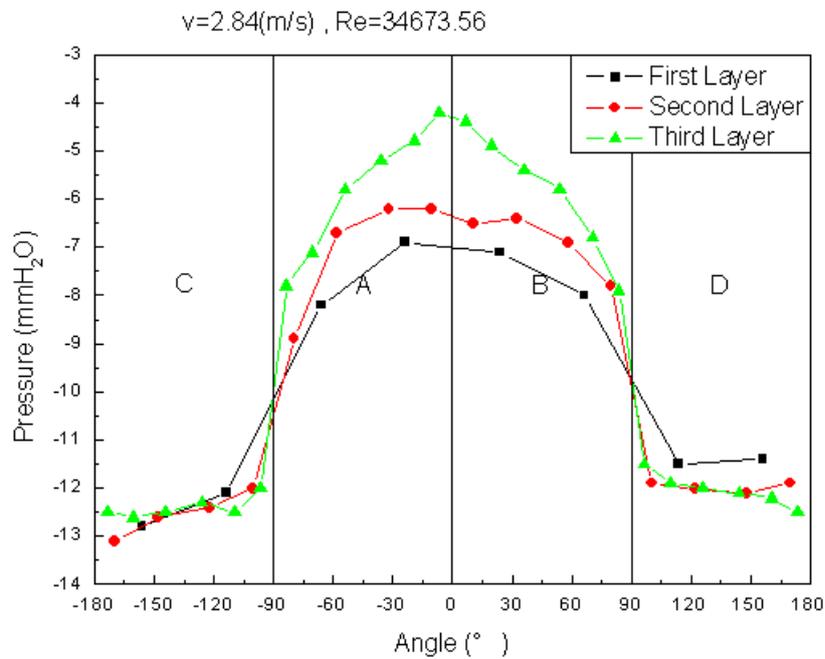
當流速到了 2.16m/s，從圖(二十二)中可以觀察出壓力最大處落在 AB 交界處，AC 交界處和 BD 交界處壓差更增大許多，壓差也明顯增加。A、B、C、D 四面壓力數值皆明顯由前往後遞減。



圖(二十二) 風速 2.16m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45^\circ$ )

#### 4. 流速為 2.84 m/s 的情形

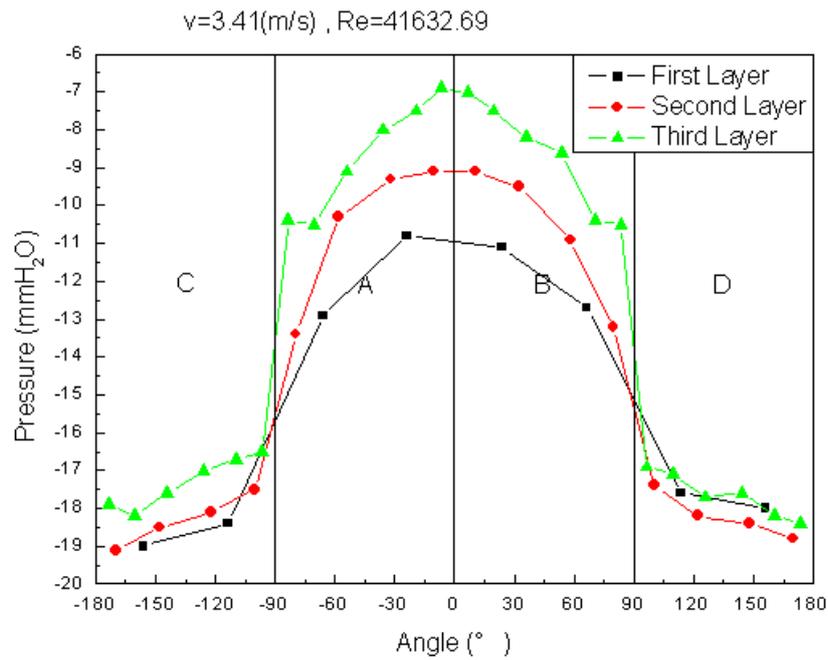
在流速為 2.84m/s 的情況下，從圖(二十三)中可以觀察出壓差變大，壓力最大處在 AB 交界處，AC 交界處和 BD 交界處壓差更增大許多。A、B、兩面壓力數值皆明顯由前往後遞減，C、D 兩面的壓力則較為一致，均為低壓。



圖(二十三) 風速 2.84m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45^\circ$ )

### 5. 流速為 3.41 m/s 的情形

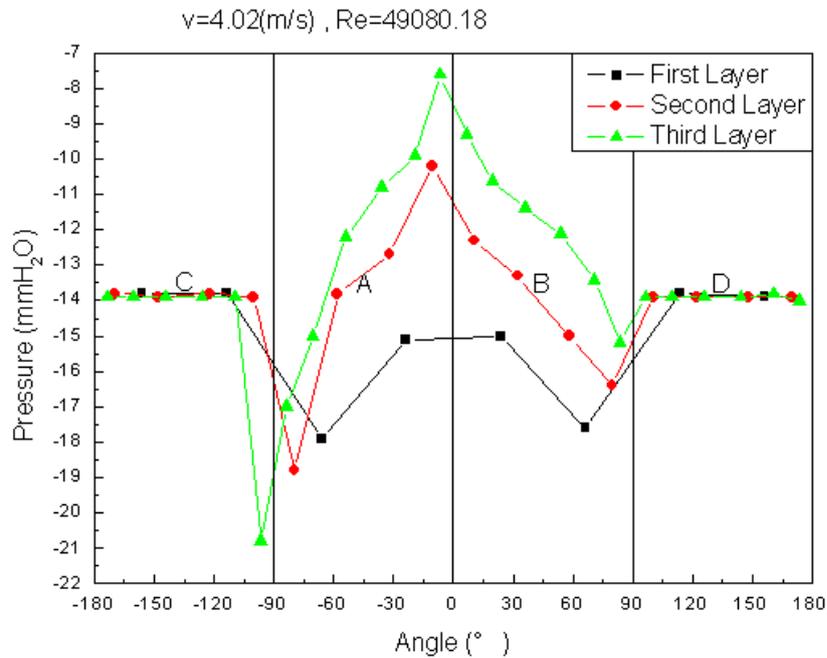
在流速為 3.41m/s 時，我們們可以從圖(二十四)中看到壓差增加，壓力最大處在 AB 交界處，AC 交界處和 BD 交界處壓差也增加許多。A、B、C、D 四面壓力數值皆明顯由前往後遞減。



圖(二十四) 風速 3.41m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45^\circ$ )

## 6. 流速為 4.02 m/s 的情形

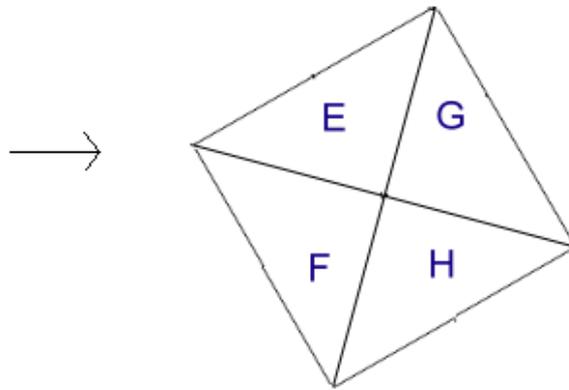
當流速到了 4.02m/s，從圖(二十五)中可以觀察出壓力最大處落在 AB 交界處，更可以清楚地看到各層的分離點（即低壓處）由第一層逐漸往後，以第三層的分離點最後面，是因為隨著特徵長度的增加，雷諾數加大，分離點也延後；C、D 兩面已經明顯包覆在紊流區中，因為性質相同，平均壓力一致，約為-13.8mmH<sub>2</sub>O。



圖(二十五) 風速 4.02m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=45^\circ$ )

(六)、 比較金字塔模型各面於不同流速下與壓差之關係 ( $\alpha=30^\circ$ )

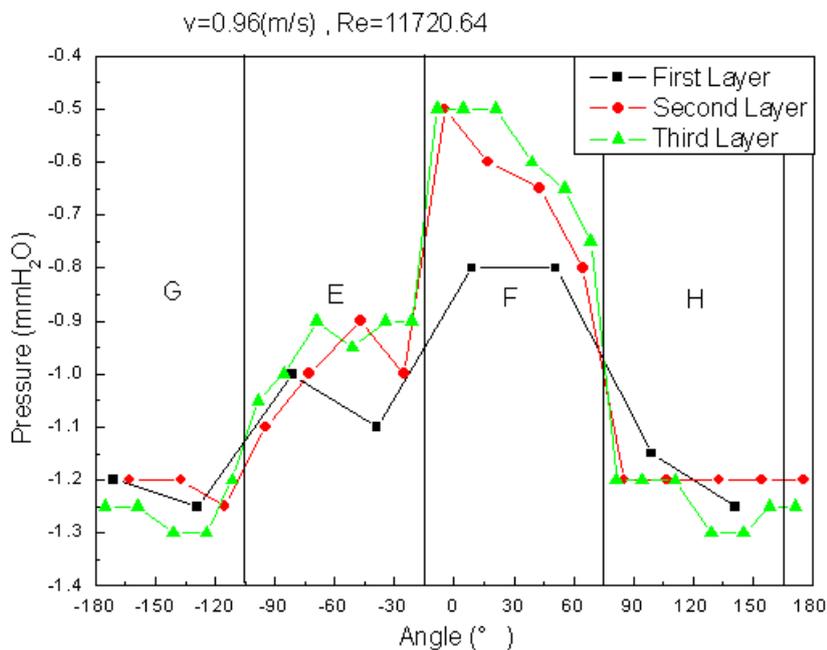
我們們改變六種不同流速，分別為 0.96m/s、1.57m/s、2.16m/s、2.84m/s、3.41m/s、4.02m/s，並改以 E、F、G、H 四個面來標示，箭頭為風向，如圖(二十六)示：



圖(二十六)  $\alpha=30^\circ$ 時模型位置示意圖

1. 流速為 0.96 m/s 的情形

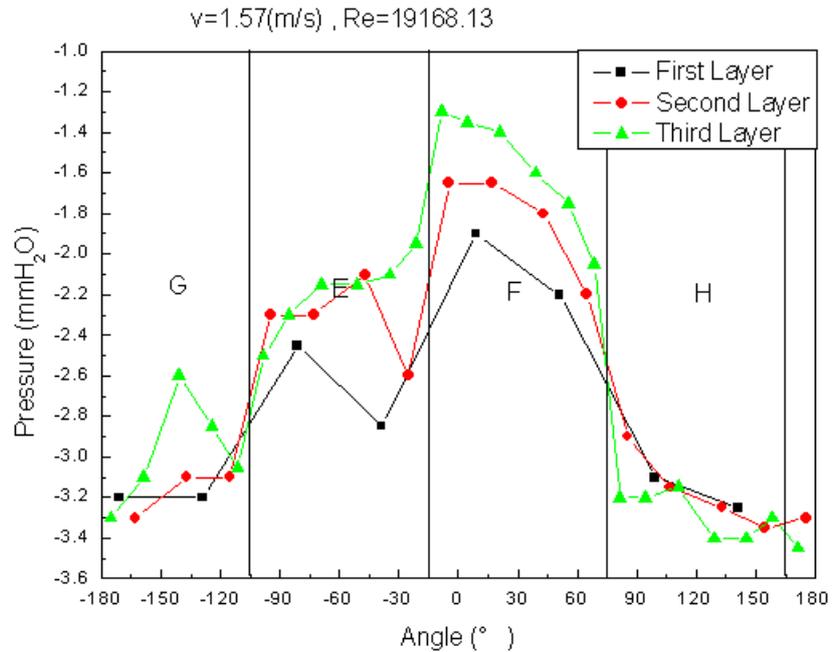
流速為 0.96 m/s 時，F 面壓力最大，E 面次之，背面的 G 和 H 面均為低壓，特徵長度較大的第三層壓差也較大。而 E、F 兩面的稜角處壓差大且壓力由 $-15^\circ$ 往 $+75^\circ$ 方向遞減，是因為模型位置相對於風向並不對稱，而大部分氣流流向 F 面所致；而背風的 H 面與 F 面壓差亦大。



圖(二十七) 風速 0.96m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

## 2. 流速為 1.57 m/s 的情形

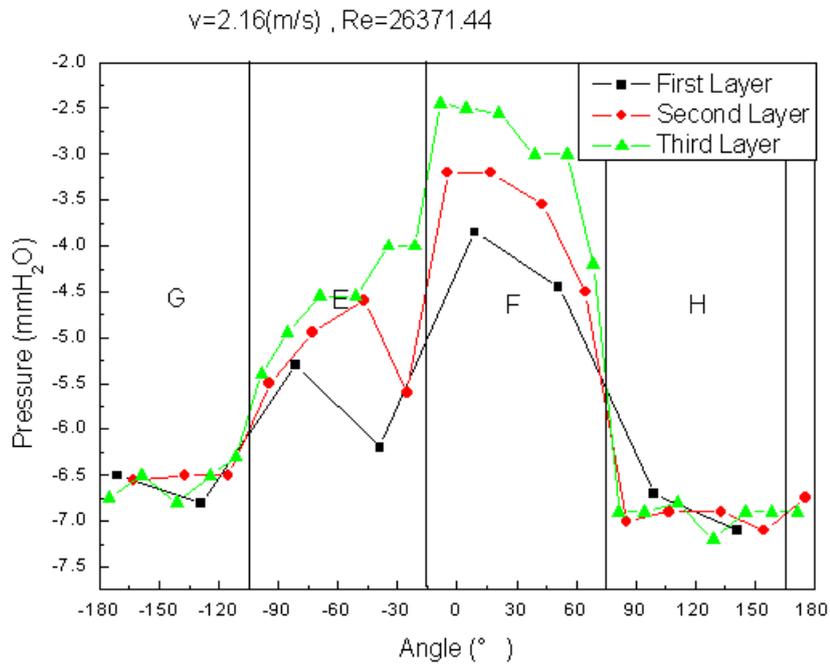
當流速 1.57 m/s 時，壓差增加。在 E 面第一、二層可看見-30°處較低壓，應是因為模型不對稱的關係，而氣流大部分流向 F 面而形成低壓；第三層於此並無明顯低壓應是受邊界層影響而壓力較大；等流至 E 面時才分離而形成 G 面的低壓區。E、F 兩面壓力為第三層大於第二層大於第一層，應是由於氣流由下往上爬升。F 面-15°處壓力最大，接著向後遞減，氣流自 F、H 交界處分離造成 H 面的低壓區。



圖(二十八) 風速 1.57 m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

### 3. 流速為 2.16 m/s 的情形

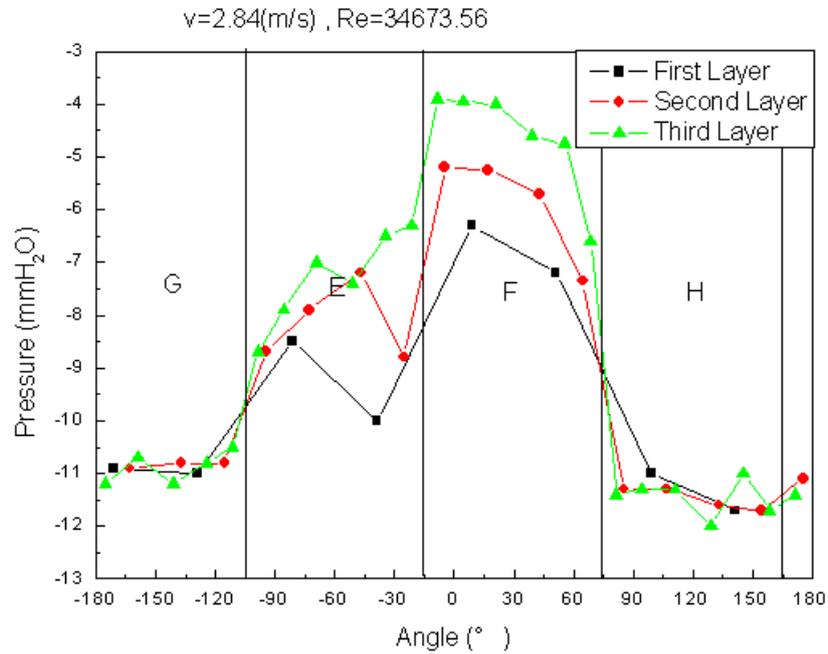
風速為 2.16 m/s 時的壓力分布趨勢，除了壓差增加外大致與前兩個流速相同；F 面壓力最大，其次為 E 面，最低壓分布在 G、H 面；E、F 面壓力以第三層最大，壓力並由 E、F 交界面往後遞減；第一、二層-30°處為一低壓區。



圖(二十九) 風速 2.16 m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

#### 4. 流速為 2.84 m/s 的情形

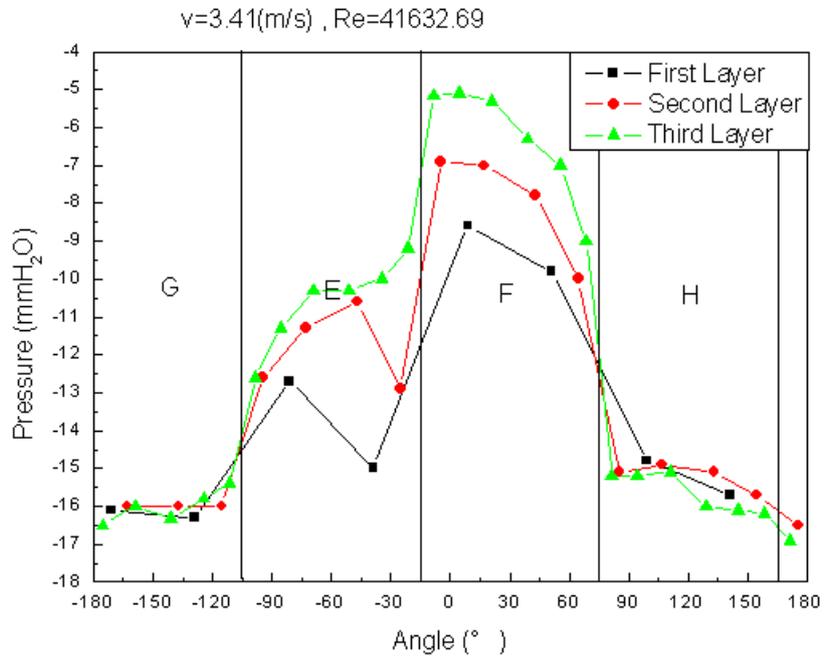
流速為 2.84 m/s 時，壓差增加，F 面壓力大於 E 面大於 G、H 面；-30°處第一、二層壓力較低，為一低壓區；其壓力分布與 F 面相同，壓力呈現由前往後遞減的趨勢，且第三層壓差大於第二層大於第一層；G、H 面呈現低壓。



圖(三十) 風速 2.84 m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

5. 流速為 3.41 m/s 的情形

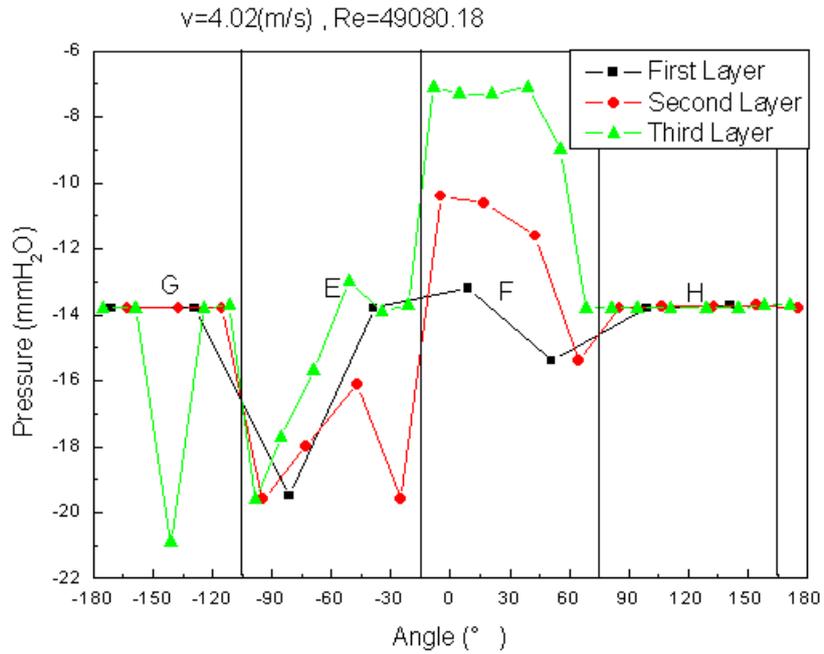
當流速為 3.41 m/s 時，壓差增加；F 面壓力最大，並自 E、F 交界面向後遞減；E 面次之，第一、二層的-30°處壓力較低，壓力大致呈現向後遞減的趨勢；G、H 面為低壓區。第三層壓差大於第二層大於第一層。



圖(三十一) 風速 3.41 m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

6. 流速為 4.02 m/s 的情形

當流速 4.02 m/s 時，G、H 面壓力數值大約為-13.8mmH<sub>2</sub>O，與  $\alpha=0^\circ$  及  $\alpha=45^\circ$  時、流速 4.02 m/s 的壓力相近，推測應是模型特徵長度加長，雷諾數變大，在金字塔後方產生紊流區，使整區流體性質相近，平均流速也相近，造成平均壓力也相近的緣故。而 F 面的壓力分布依然是最高，且壓力大小由前往後遞減；E 面壓力較小，壓力也略為呈現由前往後遞減的趨勢。



圖(三十二) 風速 4.02 m/s 各點壓力分布圖 ( $\alpha=30^\circ$ )

#### 四、 結論與應用

- (一)、 流速越小，流場越不穩定；流速越大，流場越穩定且壓力分佈對稱。
- (二)、 從照片中可以觀察出不同維度產生的渦流交互作用。
- (三)、 不同  $\alpha$  角時，迎風面可以觀察出氣流往邊界層低處遞補的情形，使第三層壓力大於第二層大於第一層。
- (四)、 在不同  $\alpha$  角時，流速由 0.96m/s 增加到 3.41 m/s，風速越大，壓差越大；且第三層的壓差大於第二層大於第一層。
- (五)、 由實驗可知，在不同  $\alpha$  角時，金字塔壓力自迎風面向後遞減，並在後方形成低壓區，故前後壓差造成力矩；且金字塔由下而上特徵長度變小，壓差也變小，所造成的力矩和較底面積相同、高度相同的長方體小，故較為穩定。
- (六)、 在  $\alpha=0^\circ$  時、不同流速下，分離點固定在  $\pm 60^\circ$  (約在稜角處)，可知流速改變對分離點的影響不大。
- (七)、 當  $\alpha=45^\circ$  時，在 AC 或 BD 交界處壓力值急劇變化，但因交界處無法鑽洞，所以無法測量壓力。然而依照金字塔形狀的流線性，推測氣流應在交界處剝離，即分離點約在  $\pm 90^\circ$  處；同理，在  $\alpha=30^\circ$  時，推測分離點約在  $-105^\circ$  及  $+75^\circ$  處。
- (八)、 在相同流速、不同  $\alpha$  角的實驗比較中，可知物體形狀對分離點有明顯的影響。
- (九)、 物體形狀如較為流線型，分離點會發生在物體的更後方處，尾流的尺寸減小，壓差所造成的阻力可因而降低，所以金字塔的稜角處做成圓弧型可引導氣流減低壓差，減低流體阻力對建築物產生的損壞。
- (十)、 在流速 4.02m/s、不同  $\alpha$  角時，其分離點位置不明顯，因為後方產生紊流區，區內流速、壓力相近，對金字塔產生合力較小，故壓差降低。
- (十一)、 金字塔底部雷諾數大，易產生紊流，區內氣體分子速度變化量大，動量變化亦大，產生的力對建築物損壞也大，欲達到相同防護效果，下層抗侵蝕的措施應較上層為好。

#### 五、 參考文獻

- (一)、 Milton Van Dyke *An Album of Fluid Motion* 版次 Stanford, California The Parabolic Press p176 (1982)
- (二)、 朱佳仁 工程流體力學 初版 台灣 成陽出版 338 頁 (2001)
- (三)、 方中 簡明流體力學 初版 台灣 五南出版 225 頁 (2000)

## 評語

優：結果清楚。

缺：只是重覆參考文獻中的部分結果。