

臺灣二〇〇八年國際科學展覽會

科 別：物理與太空科學

作品名稱：甩毛巾與音爆

學校 / 作者：國立臺南第一高級中學
國立臺南第一高級中學

黃智昇
劉仕元

作者簡介



我是劉仕元（圖左），就讀於台南一中二年級。對於物理方面的實驗，有著不小的興趣。研究這次科展最重要的是，該如何使用毛巾來甩出音爆。在練習當中，找出最適合的方法，這個過程雖然乏味，但成功時會感到喜悅。過程中，要隨時查找資料，並運用軟體來處理數據，能在這當中學習到許多的經驗。

我是黃智昇（圖右），就讀於台南一中二年級。在高中所有課程裡，物理算是我比較熟悉的科目。這次第三次參加科展，藉著每次參展機會，都能在實驗過程中，學習到許多課堂外的知識。這次藉著毛巾這日常生活用品，來研究音爆，還滿趣味的。尤其是聽到「ㄅㄨ」的一聲，會感到很有成就感。

甩毛巾與音爆

Snap Towel And Sonic Boom

壹、摘要

在網路上看到甩毛巾、皮鞭的影片，會產生巨大的聲響，查找了資料，我們知道當發聲體超過音速時便會產生音爆。部分文獻提到，毛巾或皮鞭生成音爆原因是來自於角動量守衡理論，我們想利用實驗方法來驗證其正確性，因此利用 video point 來分析影片討論手的加速度和毛巾末端質量、長度的關係，並用 crocodile physics 做電腦模擬，我們發現毛巾長度與音爆產生無關，這樣和角動量理論模型有所不同。所以我們嘗試利用能量守恆及自由端反射駐波理論來解釋毛巾產生音爆關係，並利用影片分析及 crocodile physics 驗證其正確性。

We saw the film clippings on the Internet about snapping towels and whips, which made a big noise. After going through related literature, we found out that it is called the sonic boom .Some papers say that the sonic boom results from the Location momentum conservation theory. To prove its accuracy, we used a kind of computer software called Video Point to analyze in the clippings the movement of the hand, understanding the relationship between the mass of the towel end and the length of the towel. We also used another software called Crocodile Physics to simulate the whole process. We discovered that there is no connection between the length of the towel and the sonic boom. It does not conform to the Location momentum conservation theory. We then in turn employed energy conservation theory and the trait of the standing wave (specific wave length) to explain, when we also used Video Point and Crocodile Physics to prove.

貳、研究動機

拿著濕毛巾用力往前甩，“B o o m—”的聲音產生了；馬戲團的馴獸師甩出手中皮鞭的“霹啪”聲，這些聲音是如何產生的？在網路與圖書館查閱了大量的資料，我們已確定毛巾與皮鞭的末端，的確有可能超過音速。部分理論以角動量守衡理論作解釋，甩動毛巾後圓形波因傳遞半徑變小，圓形波速度變大而超過音速進而產生音爆，因此我們想要討論這個理論是否正確。我們試過利用閃頻儀(最大值為 10^5 r.p.m)來證實毛巾末端是否超越聲速，但經計算若要測量超音速，測量的間隔至少要 20cm 以上(討論八)，所以我們決定換個方式來研究。利用分析手的動作(加速度)來推測音爆產生是否和毛巾性質有關聯。

參、研究目的

- 一、快速甩動毛巾產生音爆，討論手動作與音爆關係。
- 二、改變毛巾長度，討論手的加速度與音爆關係。
- 三、改變毛巾末端質量，討論手的加速度變化與音爆關係。
- 四、利用電腦模擬上述兩項情況，討論各物理量與音爆關係。

肆、實驗理論

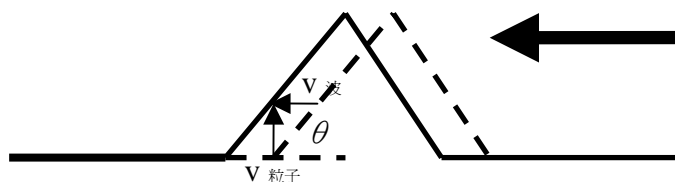
一、音爆理論：

當飛機以超過音速的速度飛行，飛機所發出的疏密狀的音波無法跑在飛機方，所以就全部疊在機身後方，形成了圓錐形狀的音錐。當這種爆震波傳到時，我們就聽到所有累積起來的聲音，在聽覺上，這就是一聲轟然巨響的音爆。

其實當物體向前移動時，即向前方產生一壓縮波，此壓縮波無論物體本身移動速度如何，均以音速向前飛奔(此即生活中常見的物理現象--都卜勒效應)，且波前後會有微壓差，當物體持續前進，即持續向前產生源源不絕的壓縮波，這些波不快不慢，就是以音速向前傳遞，當物體同樣以音速前進的時候，物體持續移動，持續產生壓縮波，而這些壓縮波卻跑得不比物體本身快，於是這些壓縮波在物體的前端累積，累積起來的波就是物體以音速前進時，都會產生的震波，而壓縮波前後的微壓差也累積成震波前後的壓差，於是神奇的，隔著薄薄的震波，居然有大大的壓差。所以不論飛行器造型如何流線，當它近音速飛行時，它就像頂著汽球前進，自然而然產生速度難以提昇的感覺，這是就音障，而當這大汽球被戳破的瞬間(穿音速)，音爆就出現了。

二、波的基本性質：

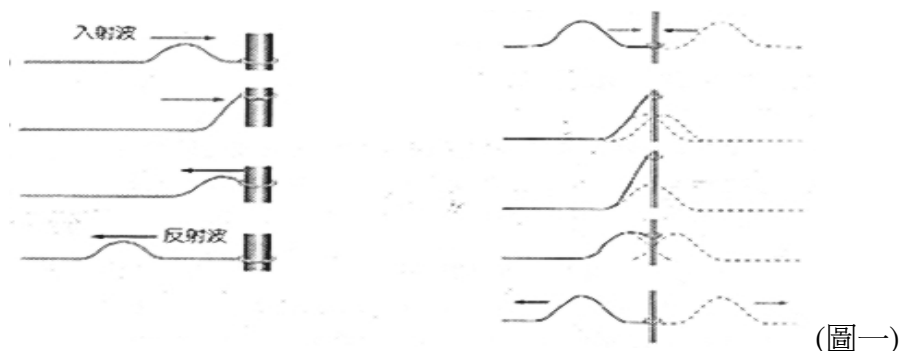
當一橫繩波向前傳遞時，波上粒子會上下振盪將能量往前傳播，而且振動速度經過計算大約為 $v_{\text{粒子}} = v_{\text{波}} \tan \theta$ ，所以若生成波的斜率夠大，波上的粒子是有可能超過音速進而產生音爆。假設音速 340m/s，波動傳遞速度為 10m/s，經過計算波動斜率($\tan \theta$)超過 34 便可產生音爆。



三、自由端反射：

毛巾波動向右傳遞時，末端地方類似自由端反射，所以會有反射波和入射波互相堆疊，會形成建設性干涉，此時能量相加粒子的速度更可能超過音速。經過上一段理論計算，入射波的斜率只要超過 17，合成波的斜率便會到達 34，而自由端的速度即可超過音速 340 m/s 。(如

圖一)

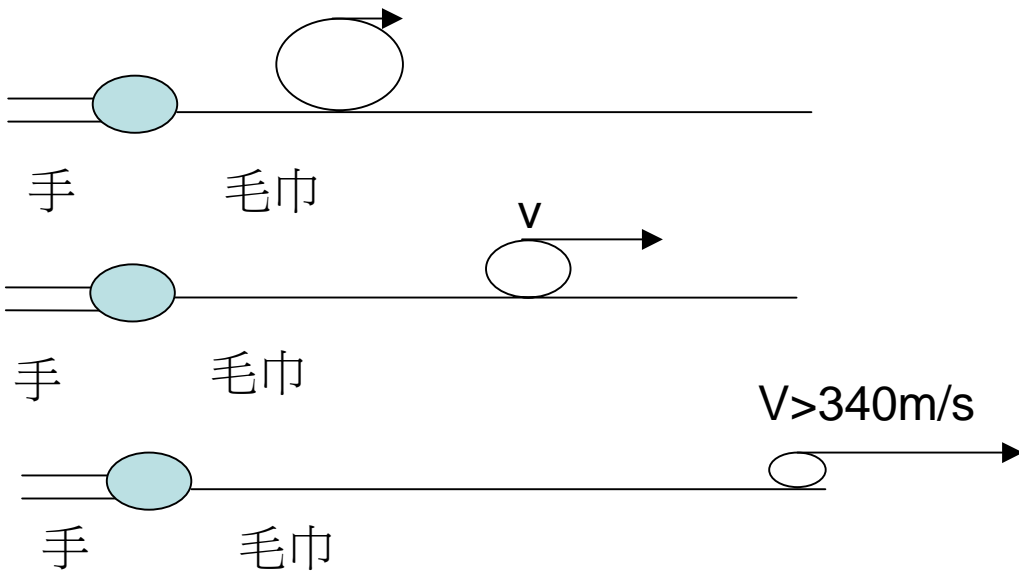


四、駐波：

當兩個方向相反波長頻率相同兩個週期波相會時，便會產生駐波，會將能量留在兩個節點中，波腹的部分質點的振動的速度非常的快。若繩子有一端的綁在固定端或自由端，另一頭輸入一週期波，經過另一端反射波合成，且符合固定端或自由端的邊界條件，也會造成駐波。所以在特定入射週期波頻率下，是有可能會生成駐波，將能量保存於駐波中。

五、角動量守衡：

在 PHYSICAL REVIEW LETTERS--Shape of a Cracking Whip 中提到毛巾波動傳遞時，因波傳遞距離變長而傳遞能量波半徑逐漸縮小，根據角動量守恆 $L = I\omega = mr^2\omega = mrv = \text{定值}$ ，若毛巾傳遞過程中，當 r 夠小， m 亦夠小，介質速度 v 便有可能突破音速。

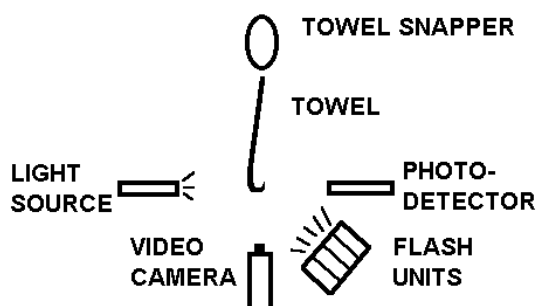


圖二

六、能量守衡：

如果能量在毛巾甩動的傳遞過程中，未喪失能量，那麼全部的能量將傳遞至毛巾末端，又因毛巾末端的質量極小，根據 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，所以末端速度將有機會超過音速。傳遞能量的介質(圓圈)半徑、質量逐漸變小，根據能量守衡，速度將會變大。

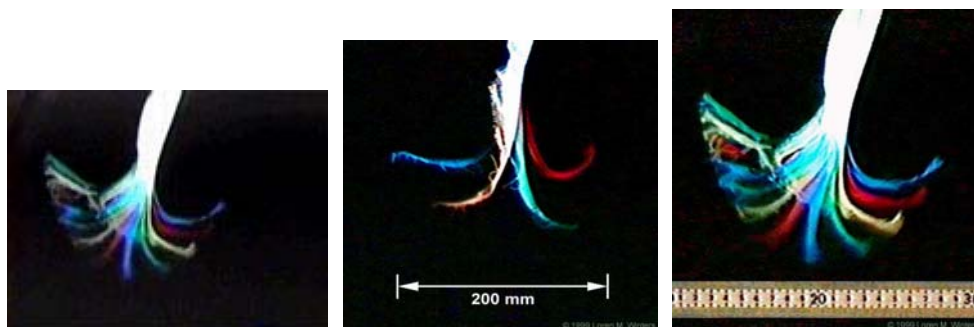
七、下圖是國外的三位學生在暗室利用閃頻儀(flash units)在極短的時間擷取毛巾末端通過一光束的影像的裝置。(如圖三)



圖三

下面三個圖是他們擷取到的影像，他們在幾個月反覆實驗中，爲了證實毛巾尾端速度大於聲速，做了許多次實驗，雖然最後可能是因爲閃頻儀(flash units)的時間間距還不夠小，仍然

無法證實毛巾尾端的速度大於聲速，不過因為發表到 *The Physics Teacher* journal September, '93 issue (vol. 31, p. 376)而引起一些注意。(如圖四、五、六)



圖四、五、六

不過在其後的PHYSICAL REVIEW LETTERS Shape of a Cracking Whip中有證實毛巾尾端的速度的確是可以超越音速的。所以我們就不證明它，取而代之的，我們就研究如何比較容易產生音爆。

伍、研究設備及器材

毛巾(77cm×32cm、135cm×70cm)

數位攝影機

個人電腦

軟體 Video point

軟體 Crocodile physics

剪刀、美工刀、紙、筆、尺(100cm)

陸、實驗步驟

一、毛巾長度對音爆的影響

1. 裁剪浴巾成寬 32cm，長各為 90cm、110cm、130cm 之毛巾各 2 條，其中有預留 10cm 為手握住處。
2. DV 拍攝甩毛巾過程。
3. 記錄產生炸裂音爆時的影片。
4. 利用 video point 分析產生音爆的影片片段之手的加速度等物理量。
 - a. 利用攝影機拍攝甩毛巾生成音爆影片，並記錄實際成功的次數。
 - b. 將影片載入 video point 程式，並定義影片內的長度和實際實驗長度。
 - c. 在每格畫格定義手的位置，取出每畫格手的位置。
 - d. 將各點的位置對時間取微分得到每個音爆影片平均加速度等物理量。
5. 以 crocodile physics 模擬簡略模型，分析最末端小球的速度。(如圖七)

模型介紹

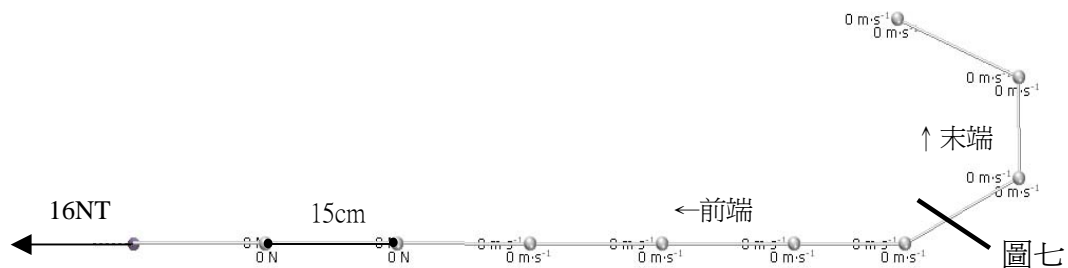
crocodile physics 只能設定單一固定力量或速度來模擬一個系統的運動狀態，所以我們嘗試用簡單的模型來模擬產生音爆時末端質點的速度，我們實際量取毛巾的原寬度 32cm，而生成音爆後毛巾末端會有一些小鬚鬚，其寬度約 0.2cm，相當於 160 克小球和給 1 克小球碰撞而能量轉移。所以我們模擬時，剛開始用 160 克小球模擬

毛巾前端，利用 1 克小球模擬毛巾末端，去討論其關係。

我們要分析波傳遞距離和末端質量速度（音爆關鍵點）的影響，所以我們在前端串上不同顆數 160g 小球，分別做出密度相同而長度不同的模型。

控制變因

- 前端球質量：160g
- 末端球顆數、質量：3 顆、1g
- 前端桿長：15cm
- 末端桿長：25cm
- 拉力：16NT



6. 更改前端球的顆數為 6.7.8.9.10 顆(密度相同、總長度不同)，重複以上實驗。

二、毛巾末端質量對音爆的影響

1. 準備寬為 32cm，長為 77cm 的一般毛巾。
2. 在毛巾尾端裁剪寬各為 0.3cm、0.5cm、1.0cm、1.5cm 的細條。(如圖八、九)



圖八、九

3. DV 拍攝甩毛巾過程。
4. 記錄產生炸裂音爆時的影片。
5. 利用 video point 分析產生音爆的影片片段之手的加速度等物理量。
6. 以 crocodile physics 模擬簡略模型，分析最末端小球的速度。(如圖十)

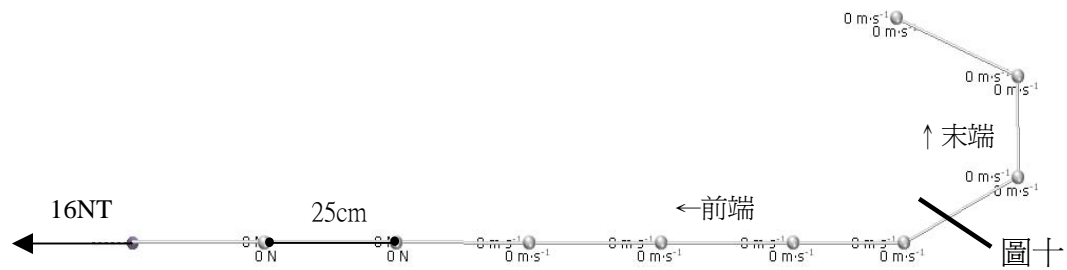
模型介紹

使用相同的模型來模擬產生音爆時末端質點的速度關係，去改變末端小球的質量，模擬末端質量大小對音爆生成關係。

控制變因

- 前端球顆數、質量：7 顆、160g
- 末端球顆數：3 顆
- 前端桿長：25cm
- 末端桿長：25cm

拉力：16NT



7. 更改末端 3 顆球的質量為 1 至 10g(末端質量不同)，重複以上實驗。

柒、實驗結果

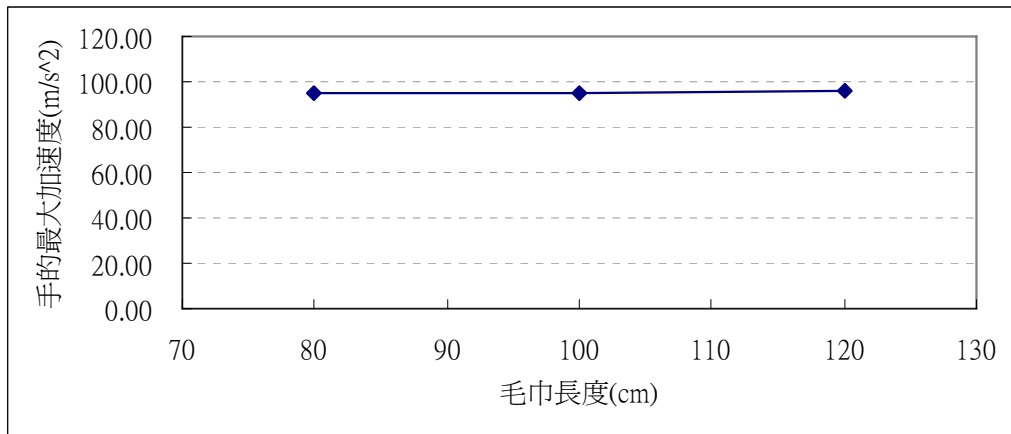
一、毛巾長度與手的加速度關係

1. Video Point

首先我們利用 Video Point 分析手的最大的平均加速度，由加速度量值正比於手施力的大小，可以推論不同的毛巾長度下要產生音爆的難易度(手施力大小)。

長度(cm)	80	100	120
最大加速度(m/s^2)	95.99	80.33	76.31
	92.66	101.9	94.31
	89.89	78.89	96.6
	95.57	101.9	91.61
	102.6	94.64	107.7
	83.29	100.8	101.9
	80.85	100.3	87.11
	97.82	93.49	91.81
	107.9	83.76	84.89
	106.5	92.4	96.56
	106.2	90.94	86.94
	93.42	90.13	108.4
	91.78	88.93	110.4
	103.6	103.8	91.92
	88.95	110.6	96.13
	97.2	95.26	81.58
平均值(m/s^2)	94.95	94.59	95.54

表一



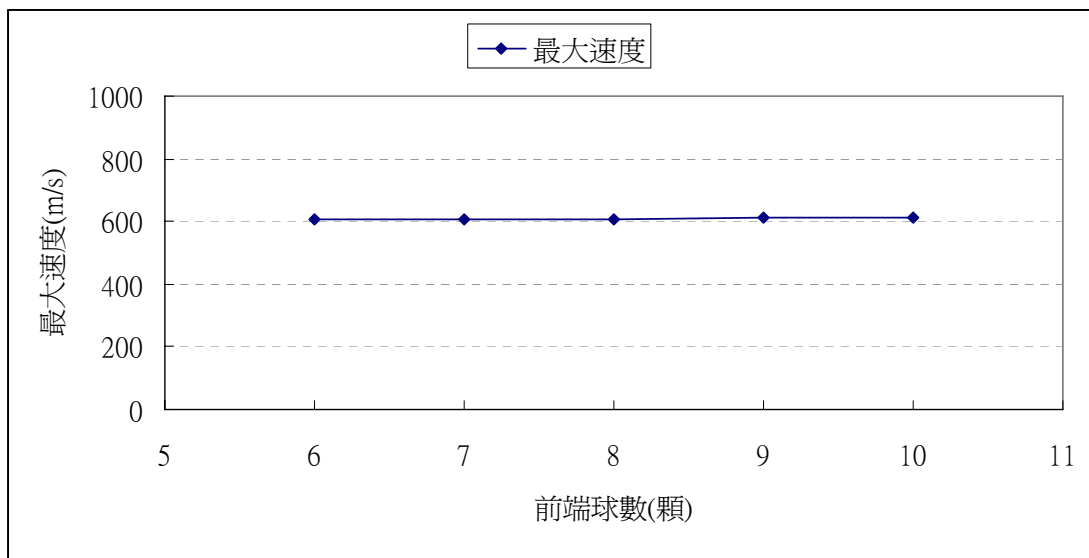
圖十一

結論：毛巾長度與手的加速度(音爆產生的難易度)無關聯。

2.Crocodile physics 模擬 前端球顆數(不同毛巾長度)與最大速度關係

前端球數(顆)	最大速度(m/s)
6	608
7	608
8	608
9	610
10	615

表二



圖十二

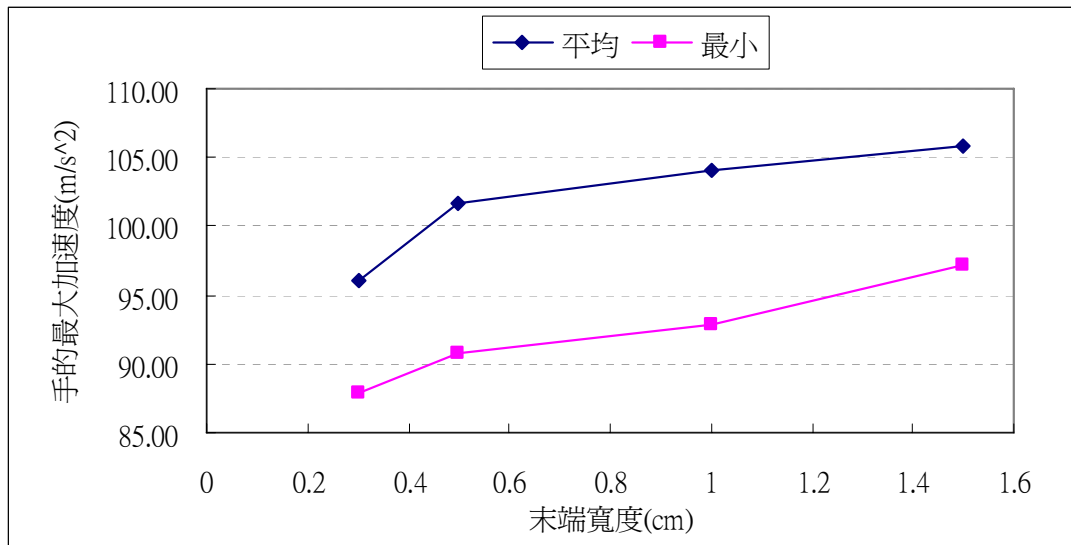
結論：前端球顆數(毛巾長度)與最大速度無關聯，在 video point 模擬結果符合。

二、毛巾末端寬度(質點大小)與手的加速度關係

1.Video point

末端寬度(cm)	0.3	0.5	1	1.5
最大加速度(m/s^2)	107.9	96.98	99.65	109.9
	92.07	103.8	115.9	103.5
	102.7	104.2	92.84	103
	91.09	96.03	113.6	103.7
	87.81	90.74	112.5	100.3
	92.34	121.4	104	129.5
	97.65	101.5	93.09	99.41
	96.3	99.2	101.5	97.23
最小值	87.81	90.74	92.84	97.23
平均值	96.31	102.19	104.23	105.82

表三



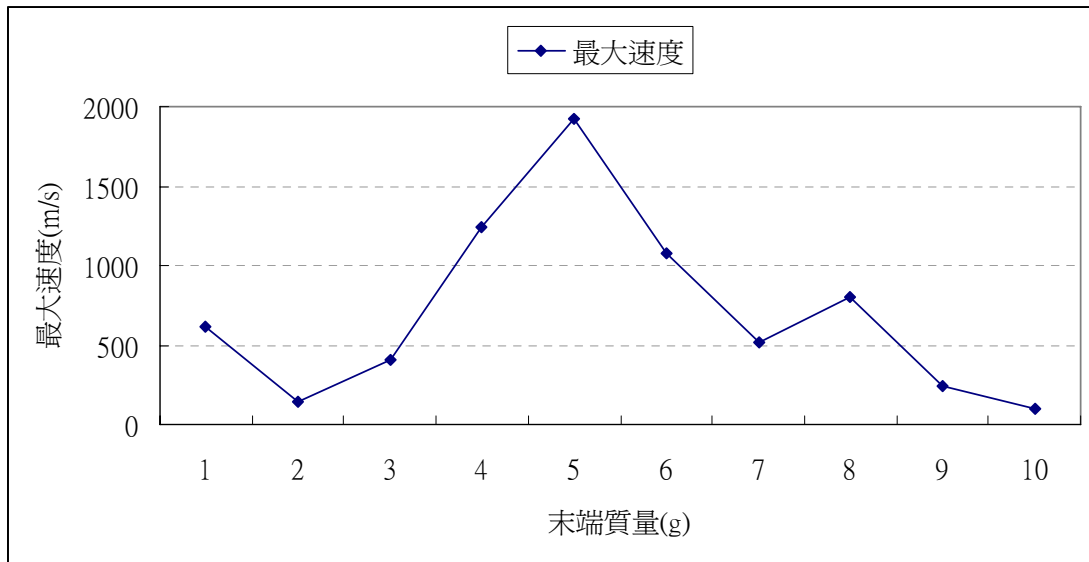
圖十三

結論：毛巾末端寬度越大，甩出音爆時，手的加速度須要越大（愈難甩出音爆）。

2. Crocodile physics 模擬 末端質量與最大速度關係

末端 3 顆質量(g)	最大速度(m/s)
1	610
2	140
3	406
4	1240
5	1925
6	1073
7	518
8	802
9	242
10	103

表四

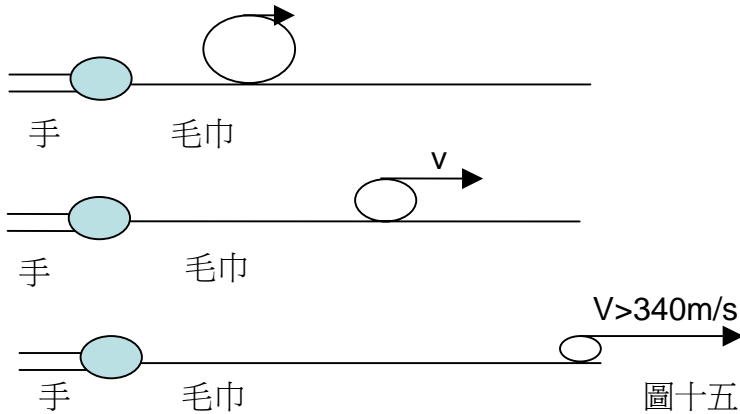


圖十四

結論：末端質量與最大速度在末端質量 5 克明顯有個峰值(最易產生音爆)，表示質量太大或太小都不容易產生音爆。

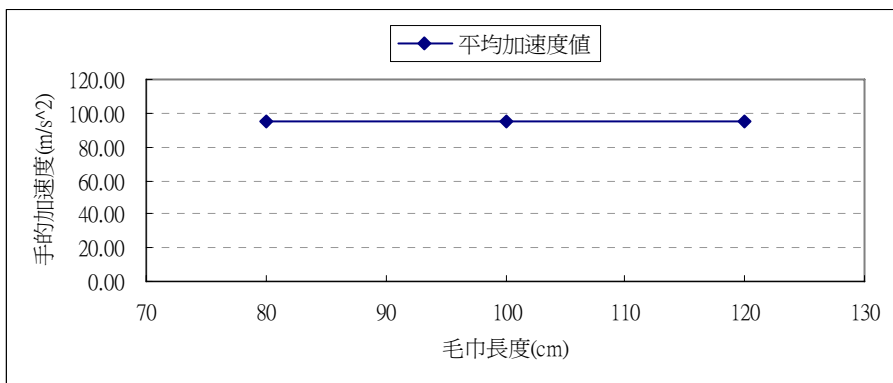
捌、討論

一、由 **Physical Review Letters**，有人猜測毛巾末端速率能超越音速，是因為角動量守衡 ($L = mrv = \text{定值}$)。圓形波半徑 r 逐漸變小，所以圓形波上質點 v 逐漸變大，而當毛巾被甩動而運動到尾端時，隨著傳遞長度(毛巾長度)越長，半徑 r 變小，此時 v 即有可能超越音速。所以一開始我們預估使用較長的毛巾可以更容易產生音爆，但是經過實驗影片的分析發現，



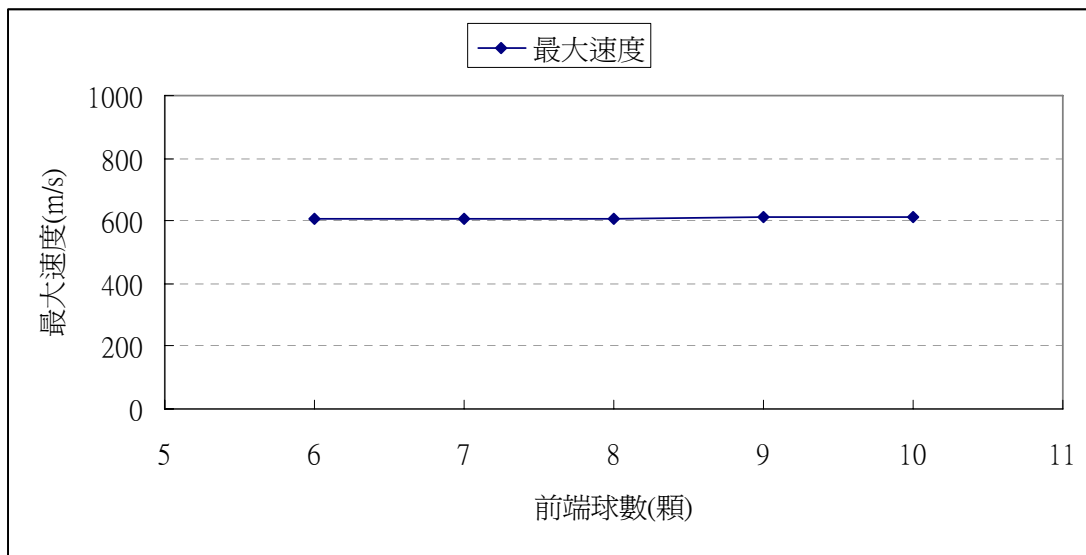
圖十五

改變不同毛巾長度所甩出音爆的影片，經 Video Point 分析手的動作，發現毛巾長度對手運動最大加速度大約在 95m/s^2 影響並不大(如圖 16)，我們推測手力量(音爆產生的難易度)與毛巾長度無關，與我們之前猜測角動量守衡的模型(圖 15)相抵觸。



圖十六

二、爲了更進一步證明角動量守衡對毛巾產生音爆沒有關聯，我們利用 crocodile physics 模擬改變毛巾長度對於最大加速度(率)的影響(圖 17)



圖十七

我們發現 Crocodile physics 模擬的結果發現改變不同個長度與毛巾末端質點的速度約在 600m/s 並無直接關係，也推論證實毛巾長度與音爆產生的難易度無關。

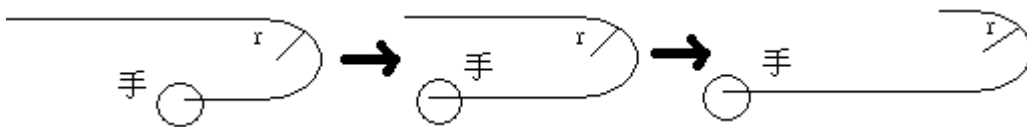
三、我們又回去探討實際上的模型應該為何？所以我們回去用 Video Point 觀察毛巾的實際運動畫格。

實際上的畫格如下



圖十八

我們發現畫格中的毛巾尾端半徑改變量並沒有明顯縮小，此結果和角動量守恆的模型有所不同。在毛巾產生振動波傳到末端其波的半徑並無變化，所以我們將毛巾產生音爆的模型修正如下圖 19，當手將能量傳入毛巾，毛巾會利用波傳遞方式，將能量傳到末端，但是過程中生成的半徑並無明顯的變化，但是隨著傳遞能量介質變少，所以能量會累積在末段質量上，由於動能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，因此末端質量會擁有極大的速度，因可能超過音速進而生成音爆。接下來的實驗，我們將研究毛巾末端質量是否對音爆生成有關



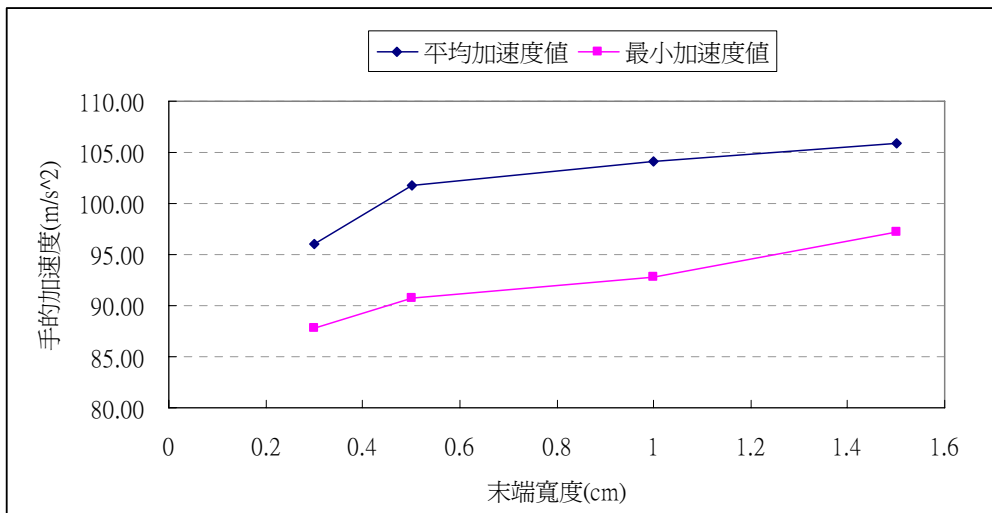
圖十九

四、我們推測音爆產生的難易度與毛巾末端質量有關，而且實驗過程中發現甩出音爆後的毛巾末端會有細絲出現，當細絲出現時(圖 20)，音爆更容易產生。根據能量守衡，動能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，如果能量在毛巾甩動的傳遞過程中，喪失能量極小，那麼全部的能量將傳遞至毛巾末端，又因毛巾末端的質量極小，所以末端速度將有機會超過音速。



圖二十

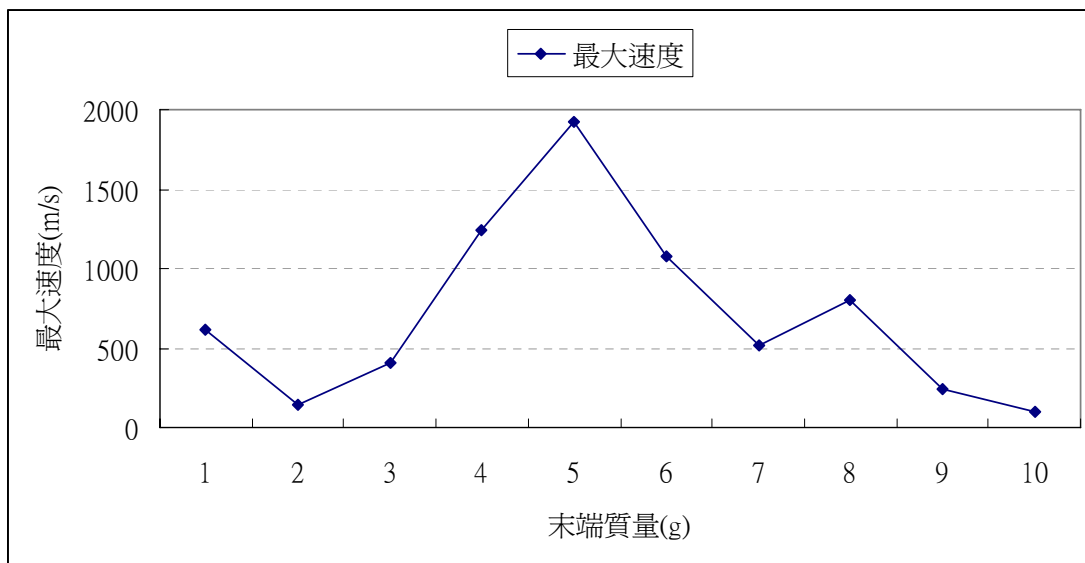
所以我們改變不同毛巾末端寬度(質量)所甩出音爆的影片，經 Video Point 分析手的動作發現毛巾末端質量對手運動最大加速度有影響(圖二十一)



圖二十一

我們發現當毛巾末端質量越大時，分析出來的手的最大加速度，無論最大加速度平均值或最小值隨著毛巾末端寬度增加都有變大的趨勢。所以我們證實毛巾末端質量越小時，越容易產生音爆。

五、我們也用 Crocodile physics 模擬改變毛巾末端質量對於加速度(率)的影響，發現有以下趨勢。



圖二十二

由此可以注意到 5-10 克(末端質量)時，為一遞減圖形，意義是末端質量越大時，越難超過聲速，由於 Crocodile physics 模擬是作用固定力量去模擬的，此結果跟 Video Point 分析結果能相符合，這項證據和我們提出的模型(圖 19)也是符合的。

六、由圖 22，末端質量 0-5 克部分圖形是遞增的，表示隨末端質量增加越不易生成音爆，但在實際上 Video Point 模擬影片部分，卻沒有發現這樣的現象，但實驗過程中我們發現若全新毛巾剛甩時，在尾端未有小細絲(圖 22)出現前是不易產生音爆，除非開始有小絲產生，音爆才容易甩出，此現象和 Crocodile physics 末端質量 0-5 克模擬是一樣的。我們也嘗試利用人工方式但並無法剪裁如此小的質量(0.3 公分已最小剪裁質量)，而無法實際使用 Video Point 觀察隨末端質量遞增最大加速度遞增現象。

七、在 Crocodile physics 模擬改變毛巾末端質量對於加速度(率)的影響(圖 22)部分，我們發現在末端質量 5 克有明顯的峰值，根據我們提出模型(圖 19)，在末端質量越小時末端速度

越大也有部分的不相同。此種狀況應該和波自由端反射生成駐波有很大關係，當我們施一振波於毛巾時，當波傳到毛巾末端有類似自由端反射和原入射波有疊加而生成駐波，振動介質振動速度變的更快，更有可能超過音速。但是利用自由端反射生成駐波必須有特定頻率才可生成，所以在 Crocodile physics 模擬末端質量 5 克會有應該是達到駐波條件，所以才會有此峰值存在。因此我們將形成音爆的原因除圖 19 能量守衡模型並還不夠，還要外加末端自由端生成駐波讓末端質點快速的振動而生成音爆。

八、在實驗初期發現有團隊利用閃頻儀嘗試判斷毛巾末端是否超過音速，我們也尋找最高頻率 10^5 r.p.m 閃頻儀嘗試觀察毛巾末端運動，但是若末端速度為 340m/s，閃頻頻率 $10^5/60$

次/秒，要觀察音速必須末端必須在兩次閃頻間移動 $\frac{340}{10^5/60}=0.204\text{m}$ ，但是毛巾長度 0.77m，

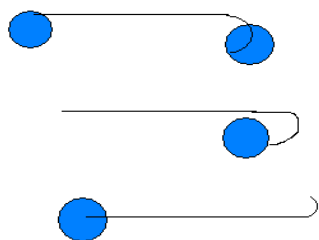
兩者數量極差不多，無法利用閃頻儀確實觀察毛巾末端是否超過音速，所以我們研究手動作觀察音爆生成難易度和毛巾物理量關係。

九、由 Video Point 部分發現，在研究不同毛巾長度以及不同毛巾末端質量兩個實驗，分析每段影片的加速度值，可以取其最大加速度的平均值和最小值討論。實際上應該要分析數值最小值會比較好，這樣才符合臨界音爆手加速度條件。因為在分析每段影片(包含最小值那段影片)，因為數位攝影機畫格時間間隔太大(0.04 秒)，所以以致於發生音爆的那瞬間無法被我們準確捕捉到手的正確位置，所以利用位置取微分方式去最大加速度會產生畫格時間誤差。最後我們採錄大量音爆影片，利用手的感覺漸漸增加力道，去尋找分析恰好發生音爆時手的最大加速度，反覆實驗並取平均值，將畫格的誤差部分降到最少。。

十、因為我們只確定毛巾是能甩出音爆(PHYSICAL REVIEW LETTERS)，但我們無法確知甩出多大的聲音是屬於音爆，因此我們大略上把我們甩出的聲音分為幾個層次，1、極小聲；2、毛巾(加水)本身的互相碰撞聲；3、飽和的爆炸聲；4、鞭炮式爆炸聲，實驗過程中我們會記錄每段影聲音，經過分析飽和的爆炸聲因為分析出的毛巾末端加速度以及速度過小，跟和音爆產生(340m/s)差異過大，所以我們所有研究的音爆都是鞭炮式爆炸聲。

十一、手的動作對音爆產生關係

我們發現一些比較容易甩出音爆的方法



(圖二十三)

(圖二十三)是我們發現比較好甩出音爆的方法(由上往下看)，藍色圈圈為手(最上圖右邊圈為右手，左邊圈為左手)，黑色細線為毛巾。一開始右手抓住一小段毛巾(右手握拳整個抓住前方毛巾一小段)，左手拉住毛巾尾端上方，之後放開左手並同時用右手將毛巾甩出(整個拳頭甩出去)，隨即用力往後拉，使的整個毛巾運動軌跡趨近於一條線。至於一開始握拳是為了解讓毛巾甩出拉回後，能在毛巾末端產生一小段彎彎的地方，即是產生音爆的地方。我們也發現在毛巾拉回到身後時也有可能產生音爆，我們認為可能是因為用力拉回產生的影響。其實只要動作正確，不用使很大的力，就會發出音爆。(如圖二十四、圖二十五、圖二十六)



(圖二十四)起始動作



(圖二十五)中間的動作



(圖二十六)收回的動作

玖、結論

在本次實驗中，我們用實驗影片分析及電腦模擬兩部分去推測證實音爆生成模型。

毛巾產生音爆跟部分人認為的毛巾生成音爆和角動量守衡有相當大關係，但是由實際上影片來看甩動時，旋轉半徑 R 其實沒有太大變化，而且利用影片分析發現毛巾長度和手施力的難易度並無太大影響，而且在 *Crocodile physics* 發現相同密度不同長度的毛巾模型也有類似現象，所以初步我們刪除掉角動量守衡模型(圖二)。

由於過程中波半徑並無明顯減少，所以我們設計一組新模型(圖十九)，當手將能量傳入毛巾，毛巾會利用波傳遞方式，將能量傳到末端，但是過程中生成的半徑並無明顯的變化，但是隨著傳遞能量介質變少，所以能量會累積在末段質量上，由於動能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ，因此末端質量會擁有極大的速度，因可能超過音速進而生成音爆。而且利用影片分析隨著發現毛巾末端質量變小和手施力會越小即可產生音爆，且在 *Crocodile physics* 發現在末端質量在 5 克到 10 克也有相同趨勢，此結果和我們新設計的模型有直接相關。

在 *Crocodile physics* 模擬發現在末端質量在 1 克到 5 克間發現毛巾末端質量變小和手施力會卻要越大，所以我們引進自由端反射生成駐波理論，必須有特定頻率搭配特定繩波才會生成駐波，所以在 5 克時應該發生自由端駐波，末端質點因駐波生成有很大的速度，超過音速進而超過音爆。

我們利用 *Video Point* 和 *Crocodile physics* 推測毛巾音爆生成的模型，引入能量守恆和駐波的理論來解釋末端質點為何會超過音速。

拾、未來與展望

- 一. 改變毛巾總質量(不同含水量毛巾)，增加毛巾質量和末端質量的差值，可以更精確去分析末端質量對毛巾音爆關係。
- 二 我們並無法直接去分析毛巾末端速度，希望可以使用高速攝影機更進一步分析毛巾末端的物理量。
- 三. 我們可以設計震盪系統來取代手的施力，使其最大加速度約為 100m/s^2 ，我們可以調整彈力常數改變最大加速度更精準的分析毛巾音爆關係。

拾壹、參考資料

Alain Goriely and Tyler McMillen, Shape of a Cracking Whip, PHYSICAL REVIEW LETTERS, 17 JUNE 2002

http://www.hiviz.com/PROJECTS/towel/towel_design.htm

<http://tw.knowledge.yahoo.com/question/question?qid=1206052715740>

<http://tw.knowledge.yahoo.com/question/question?qid=1306020716194>

http://en.wikipedia.org/wiki/Sonic_boom

<http://tw.knowledge.yahoo.com/question/?qid=1105061105940>

評語

優：實驗很完整，也有數值模擬輔助。

缺：1) 已有完整之論文發表，故實驗只是驗證他人的結論。

2) 解釋不完整。