

# 臺灣二〇〇八年國際科學展覽會

科 別：物理與太空科學

作 品 名 稱：培地茅根系碎形維度及抗拉力

得 獎 獎 項：第三名

學 校 / 作 者：國立高雄師範大學附屬高級中學 蔡旻真

## 作者簡介



你好！我是旻真，從小生長在熱情的南台灣，讓我充滿活力，熱愛閱讀及運動，對任何事物都充滿好奇，常喜歡東看看、西瞧瞧，或許這也是為什麼投入科展的原因吧！

其實，生活中有許多奧秘就在你、我身邊，只要用心觀察體會，從各種不同的角度思考，會發現一切是如此的不可思議，這就是科展吸引人的地方，過程中當然會有困難及挫折感，但那正是學習解決問題、提升自我能力的最佳時機，也是人生必經之路，大家一起繼續努力！

# 培地茅根系碎形維度及抗拉力

## 中文摘要

本研究首先確認培地茅根系具有碎形之基本特性，再進一步以方格覆蓋法計算之碎形維度來分析培地茅根系在不同時間及環境因素下的生長。主要探討碎形維度與抓地力之關係，並設計以實際根系模型來加以模擬，並發展出一可描述抓地力與碎形維度及深度關係的方程式。

我們的結論為：

- (1) 經由方格覆蓋法之計算，培地茅此種植物，不管是整個根系或單枝根，均具有碎形基本特性，適合進一步實驗研究。
- (2) 碎形維度會隨著培地茅生長時間增長而增加，並且在自然光照及 30℃ 左右會有較大值，而種植於土壤中根系發展較廣，其碎形維度比種植於沙耕中來的高。
- (3) 實驗結果顯示，抓地力受碎形維度及根系深度兩因素影響，而培地茅根系對土壤有較強的抓地力，推測是因為兩者根系皆又深又長，土中培地茅根碎形維度較大，接觸面積較廣，而又進一步以矽膠模型做實驗驗證。
- (4) 矽膠模型之目的在於減少難控制之自然變因，實驗之前，測量了根系模型與洋菜凍之基本性質，實驗結果顯示抓地力與碎形維度及根系深度皆呈正向關係，可用數學方程式加以描述。

# **An Analytical Fractal-Dimension Research on the Growth of Vetiver Root System and Its Pull-Out Resistance**

## **Abstract**

This project is mainly a research into the fractal dimension of the vetiver root system. First, we confirm the vetiver root system has the basic fractal structure by checking its self-similarity, then using box-counting method to calculate fractal dimension. We begin with a fundamental investigation into the relation between different time and environmental factors and fractal dimension. Then we move to our main point: the relation between fractal dimension and its pull-out resistance. In the next step, we make a fundamental silicon model, simulating the vetiver root system, to continue our experiments. In the end, we develop a formula that can describe the relation between its pull-out resistance, roots depth and fractal dimension.

Here are our conclusions:

- (1) After using box-counting method to calculate fractal dimension, we discover that not only the whole vetiver root system but also a single vetiver root has the basic fractal structure.
- (2) Fractal dimension increases when time goes on. Also the value of fractal dimension is larger in natural sunlight and the temperature at about 30°C. The vetiver root system grows more widely in soil than those in sand. That's why it has larger fractal dimension.
- (3) Data shows that its pull-out resistance is influenced by both fractal dimension and the depth of the roots. The vetiver roots, in the meantime, show greater pull-out resistance than some other plants. Thus we draw the assumption that the vetiver root system grows deep and wide, and in natural soil its fractal dimension is greater and reaches greater area. Therefore, a silicon model is constructed to further confirm the findings of the experiment.
- (4) The design of the silicon model is to reduce the uncontrollable variables in nature. Before starting the experiment, we measured some basic characteristics of the silicon model, including density and angle of repose. Furthermore, the experiment demonstrates that pull-out resistance and fractal dimension have a commensurate mutual relation: the stronger the pull-out resistance, the wider the fractal dimension and the deeper the root system. Thus we derive a math formula to describe this relation.

# 目 錄

中文摘要 .....	I
英文摘要 .....	II
目 錄 .....	III
圖 次 .....	IV
表 次 .....	V
壹. 研究動機 .....	1
貳. 研究目的 .....	1
參. 研究方法 .....	2
肆. 研究器材及設備 .....	9
伍. 實驗結果與討論 .....	13
(一) 瞭解及確認培地茅根系之碎形基本型態 .....	13
(二) 探討生長時期長短對培地茅根系碎形維度的影響 .....	14
(三) 探討生長環境對培地茅根系碎形維度的影響 .....	19
(四) 探討培地茅根系碎形維度與土、沙壤抗拉力的關係 .....	23
(五) 以培地茅根系模型探討碎形維度及根系深度與抗拉力 之關係與抗拉力之關係 .....	26
陸. 結論 .....	30
柒. 未來展望與建議 .....	31
捌. 參考資料 .....	33

## 表 次

表一：培養土中之三星期之樣本方格大小與覆蓋方格數·····	15
表二：於不同時期、不同培養基底之培地茅根系碎形維度數值·····	16
表三：自然水溫及控溫33°C裝置照片比較表·····	19
表四：控溫與不控溫之碎形維度比較表·····	20
表五：自然日照及控日照時數(2:1)裝置照片比較表·····	21
表六：控日照與不控日照之碎形維度比較表·····	21
表七：生長於不同培養基底之碎形維度比較表·····	22
表八：培養土中根系碎形維度與抗拉力·····	23
表九：培養砂中根系碎形維度與抗拉力·····	24
表十：培養沙中碎形維度、根系深度與抗拉力之比較表·····	25
表十一：洋菜凍與矽膠模型安息角及密度量測數據表·····	27
表十二：根系模型碎形維度與抗拉力數據表·····	28
表十三：根系模型深度與抗拉力數據表·····	27

## 圖 次

圖一：植物根系之碎形結構圖 .....	3
圖二：根系照片彩色及黑白圖 .....	4
圖三：格子覆蓋圖 .....	4
圖四：計算碎形維度之Log圖 .....	4
圖五：植株照 .....	5
圖六：植株照 .....	5
圖七：根系模型製作流程圖 .....	7
圖八：洋菜凍製作流程圖 .....	7
圖九：實驗裝置圖 .....	8
圖十：實驗裝置示意圖 .....	8
圖十一：自我相似掃描圖 .....	13
圖十二：電腦程式作業圖 .....	13
圖十三：電腦程式模擬圖 .....	13
圖十四：培養土中培育之培地茅根系相片 .....	14
圖十五：培養砂中培育之培地茅根系相片 .....	14
圖十六：培養液中培育之培地茅根系相片 .....	15
圖十七：培養土中之三星期之樣本之碎形維度回歸計算 .....	16
圖十八：培地茅根系碎形維度與生長時間長短之關係圖 .....	17
圖十九：以培養土為基底之碎形維度回歸曲線 .....	17
圖二十：以培養液為基底之碎形維度回歸曲線 .....	18
圖二十一：以培養砂為基底之碎形維度回歸曲線 .....	18
圖二十二：水溫對碎形維度之影響比較圖 .....	20
圖二十三：日照對碎形維度之影響比較圖 .....	21
圖二十四：生長於不同培養基底之碎形維度比較圖 .....	22
圖二十五：彈簧秤測量示意圖 .....	23
圖二十六：碎形維度與抗拉力之關係圖 .....	24
圖二十七：沙耕培地茅根系深度與抗拉力之關係圖 .....	25
圖二十八：不同尺寸之矽膠模型抗拉力比較圖 .....	27
圖二十九：根系模型碎形維度與抗拉力關係圖 .....	28
圖三十：根系模型深度與抗拉力關係圖 .....	29

# 培地茅根系碎形維度與抗拉力---

## 以碎形維度觀點分析培地茅根系成長與抗拉力之研究

### 壹、研究動機

之前在網路上讀到中興大學物理系廖思善教授對於花豹身上的圖紋的研究。他雖然研究的是生物的花紋，卻是透過物理定義與數學程式來進行研究。讓我對大自然中隱藏的數學與物理特性深感興趣。而廖老師最近出版了關於碎形的著作「動手玩碎形」，閱讀後發覺自然界蘊含著許多碎形現象，比方說樹木有碎形的枝樑和樹葉來攫取陽光、抵禦強風、雪花的結晶弧線、身體內血管分歧的依據、閃電的分支型態…等，讓我想去了解是否真的此種現象，面對形貌複雜的大自然時，希望能用一種不同的角度來解釋及探討。而且植物根系除具維繫植物生命之生理作用外，更具有抓住土粒之機械功能，其作用能力主要取決於根系的分布狀態及力學強度，故植物地下部之研究至為重要。於是我選擇了植物的根系在發展時的分支來進行這次的研究。

### 貳、研究目的

本研究希望探討以碎形維度分析培地茅根系在不同時期與環境因素下生長的差異，並探討培地茅根系碎形維度與沙、土壤抗拉力的關係。

基於此研究目的，我們擬探討以下研究問題：

- 一、了解並確認培地茅之基本碎形型態。
- 二、探討生長時期長短對培地茅根系碎形維度之影響。
- 三、探討生長環境對培地茅根系碎形維度之影響：
  - (一) 探討水溫對培地茅根系碎形維度之影響。
  - (二) 探討日照時間對培地茅根系碎形維度之影響。
  - (三) 探討不同培養基底對培地茅根系碎形維度情形的影響，並比較其差異性。
- 四、探討培地茅根系碎形維度抗拉力的關係。
  - (一) 探討培地茅根系碎形維度與沙、土壤抗拉力的關係。
  - (二) 以自製根系模型探討碎形維度及根系深度與抗拉力之關係。

## 參、研究方法

由於本研究涉及碎形、培地茅、抗拉力等概念，故本節將分別以碎形的概念、培地茅的選擇、碎形維度的計算等做說明，再介紹研究所需的器材及方法。以下分別做說明：

### 一、碎形的概念

Benoit Mandelbrot(1982) 首先提出了碎形的概念，把自然界看似複雜其實有某種規律的幾何現象，用有系統的方式來解釋，提供了另外一種方式來描述、分析大自然中的複雜圖案，以一般的碎形來說，有(1)自我相似(Self-Similarity) (2)處處不可微分 (3)非整數維度。以微觀的方式看，會發現它其實和整體是相似的，但是整個外型看起來卻是破碎、無規則體，也就是說，碎形是種沒完沒了的轉折。因此，對於傳統歐幾里德幾何之整數維度無法完整描述自然界的幾何現象，藉由碎形幾何便可以近乎自然的方式來描述自然界中有秩序但不規則的性質。

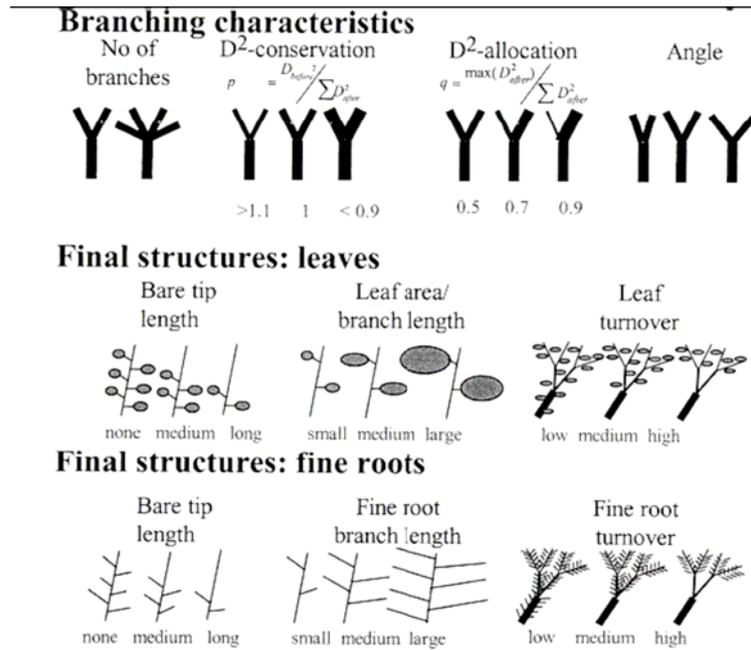
以下為歐幾里德維度與碎形維度的比較情形：

對於直線： $dE = 1$	線段集合： $0 < D < 1$
對於平面： $dE = 2$	不規則曲線： $1 < D < 2$
對於體積： $dE = 3$	不規則表面： $2 < D < 3$

因此，測量一個幾何圖形之前，要先決定用什麼作為「測度」，如果將長度的測度記為 $L^1$ 、面積的測度是 $L^2$ ...，則測量 $D$ 維幾何圖形維度的測度就記為 $L^D$ ，用在歐式幾何的體系時， $D$ 值是整數，而用在碎形幾何的體系， $D$ 值將會具有非整數的特性。

碎形除了自我相似碎形之外，還有一種「隨機碎形」，自然界中的碎形，絕對不可能像寇赫曲線，擁有絕對自我相似的特性，因為自然形成的事物，必定會有隨機性，就如同Mandelbrot發現的海岸線，他發現利用不同尺度的 $\delta$ 去量測英國海岸線時會得到不同的海岸線長度 $L$ ，其關係式可寫成： $L = Nr(1-D)$ 將上述資料點繪於雙對數座標時，可得一直線，此直線之斜率即為 $1-D$ ，而 $D$ 即為碎形維度。

Noordwijk(2002)等人，研究出植物根系或是葉片分支皆會有一定規則，並且可以從其分枝解析FBA(Functional Branch Analysis)討論出其規則，進而推論反映出整體的高度、尺寸...等等。Oppelt(2003)探討田麻木、馬錢等四種植物，確實發現當植物年齡越大，其根系分佈擴大，而造就碎形維度 $D$ 越大，所以成長期長短與 $D$ 為正相關關係，這也是我們研究所感興趣的部分。



圖一：植物根系之碎形結構圖

## 二、碎形維度之量測

關於碎形維度的計算方法有許多種，且各個計算方法之維度的定義也有所不同。我們採用**方格覆蓋法**的方式來計算碎形維度，依照各種不同網格尺寸的大小，計算出根系覆蓋到的方格數，再將方格尺寸與覆蓋的格數，轉畫成雙對數關係，並且回歸成一直線方程，其斜率即為根系碎形維度(方格維度) D值。

本研究所用方格尺寸 $\delta$  為2、1、0.5cm，在各種不同網格尺寸 $\delta$  大小下，計算根系覆蓋到的格數 $N_b$ ，再將方格尺寸 $\delta$  與覆蓋格數 $N$ ，畫成雙對數關係並以一直線方程回歸之斜率即為反應根系複雜度之碎形維度(方格維度) D值，而其回歸直線之線性程度(linearity)則代表根系是否具碎形特性的一個指標。

假設方格的邊長是  $\delta$ ，而碎形圖案佔據了  $N_b(\delta)$  個方格，當 $\delta$ 的值很小的時候，我們可以將  $\delta$  與  $N_b(\delta)$  的關係寫成這樣：

$$N_b(\delta) = k \times (1/\delta)^D \text{ 的 } D \text{ 次方，也可以寫成}$$

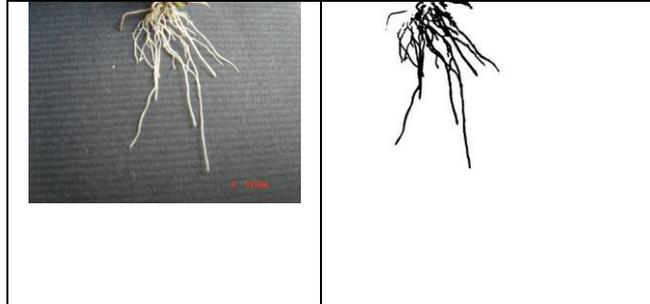
$$\log(N_b(\delta)) = \log(k) + D \times \log(1/\delta)$$

當 $\delta$ 趨近於零，可將 $k$ 忽略，而形成 $\log(N_b(\delta)) = D \times \log(1/\delta)$ 的關係。

其中， $\log(1/\delta)$  與  $\log(N_b(\delta))$  呈線性關係，其直線斜率即是 $D$ ，而 $D$ 我們就稱做「盒子維度」。

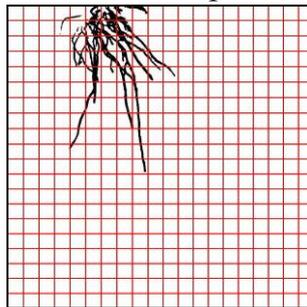
我們選取這種計算方式的原因是自然界中的碎形，絕對不可能擁有絕對自我相似的特性，必定會有其隨機性，故我們並不是觀察其清楚自我相似分支的特性來歸納其D值，而是算覆蓋面積的格子數值。

(步驟一)：把選取的圖片轉為黑白檔



圖二:根系照片彩色及黑白圖

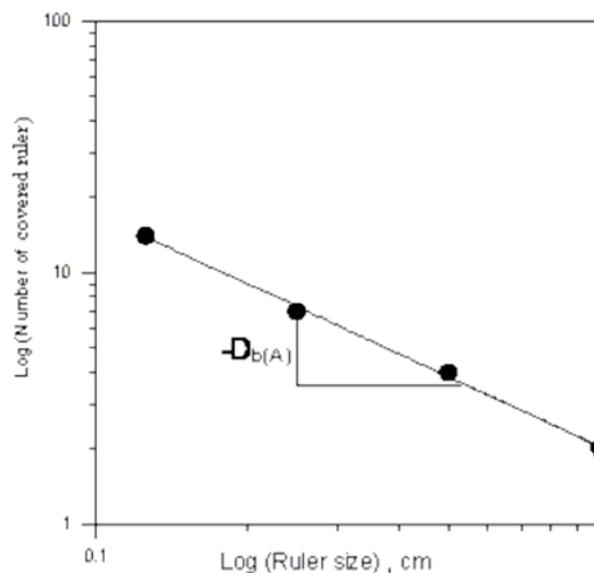
(步驟二)：利用繪圖軟體PhotoImpact繪出許多的小方格



圖三:格子覆蓋圖

(步驟三)：計算在不同方格尺寸下其格子的覆蓋數目

(步驟四)：再由格子數計算其碎形維度D值



圖四:計算碎形維度之Log圖

### 三、 培地茅的選擇

培地茅(學名：*Vetiveria zizanioides*) (英文俗名：Vetiver，印度俗名：Khus-khus)，為目前聯合國在第三世界國家大力推行的水土保持植物。本次研究所需之培地茅植株，取自行政院農委會畜產試驗所-新竹分所提供之幼苗。培地茅在植物分類學上的地位：植物界 胚胎植物門 顯花植物亞門 單子葉植物綱 穎花類亞門 早熟禾目 牧草科。



圖五:植株照



圖六：植株照

#### (一) 培地茅外表植株型態特徵：

培地茅外型類似檸檬草、香茅草或五節芒，叢生狀，一般環境下株高可達一公尺，開花抽穗後株高約為1.5公尺到2公尺，在合適的環境條件下其株高可達3公尺。

培地茅這類的禾本科植物其生長點是埋在距離土表下約1-2 公分處，近鄰的培地茅植株其地下根部會互相糾結，大量的根系在地表下形成根籬，所能提供穩固土壤的強度超過一般的森林樹種，這也是其被用來當做水土保持植物的原因之一。網路 (<http://www.vetiver.org>) 資料顯示，其根系生長快速，三個月可達一公尺深，一年可達三公尺深，平均長成的根系可達五公尺。在35°C日溫30°C夜溫的條件下，在砂土介質內20天也可達80公分。

我們選擇了培地茅，來做這次實驗的對象，因為其生長快速，並且適應環境能力強，可以生長的範圍極廣：在全日照到近乎完全遮陰的環境、沙地，壤土、黏土等各種質地的土壤、pH 3~9.5的土壤酸鹼適應度、最低降雨量達到250公厘，最高降雨量達到5000公厘的地區內、地表結霜溫度達到攝氏零下14°C，當熱浪溫度達到攝氏45°C時仍然可存活在25°C以上可達到最高的生長效率。

## (二) 培地茅之栽種方式

### (一) 水耕

1. 準備一個透明的水族箱
2. 稀釋調好的水養液，加入水族箱至 4/5 滿
3. 逐日以清水補足水位，每 2~3 週更新培養液一次
4. 架設一塊珍珠板在箱口，把培地茅植株種入打好的小孔



### (二) 培養液

1. 把培地茅養在無菌培養液中，密封起來
2. 置於光照下生長



### (三) 土耕

1. 先取培養土
2. 置於透明的壓克力容器(30cm/30cm/60cm)
3. 種植培地茅植株 15 株於容器內
4. 每天定時澆水養液一次



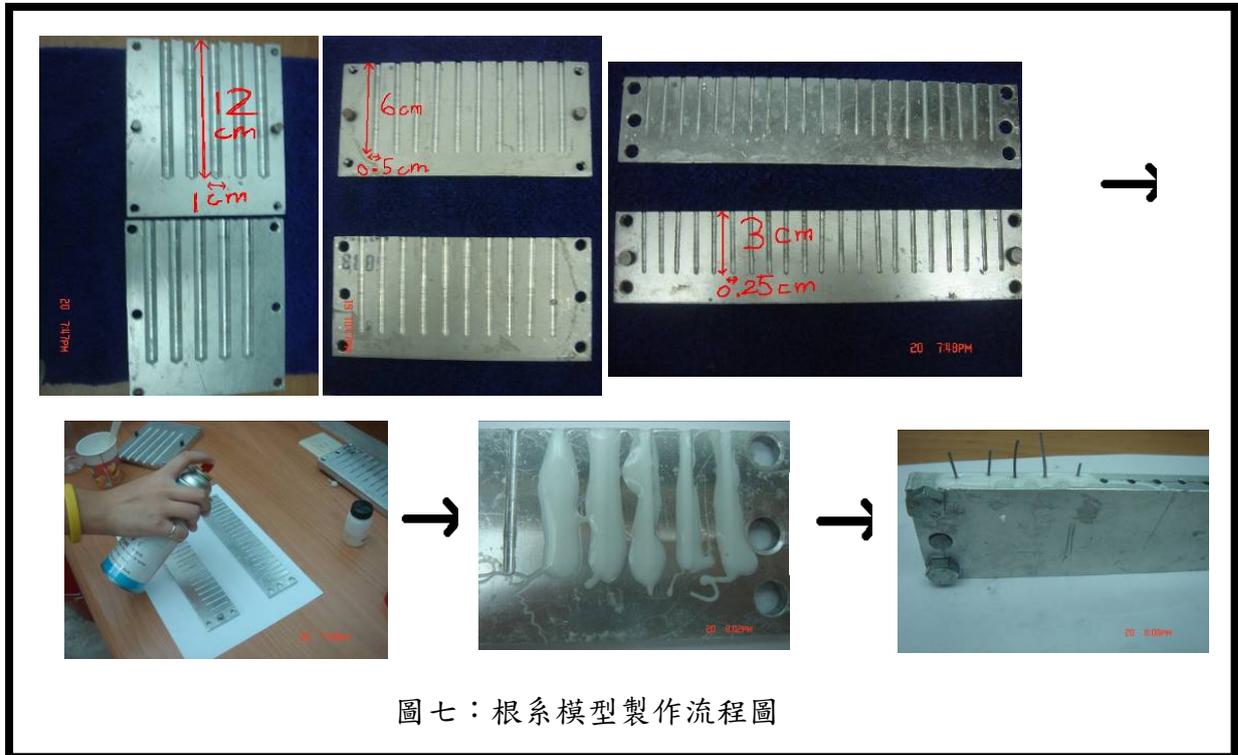
### (四) 沙耕

1. 先取河沙(學校工地用)
2. 置於透明的壓克力容器內(30cm/30cm/60cm)
3. 種植培地茅植株 15 株於容器內
4. 每天定時澆水養液一次



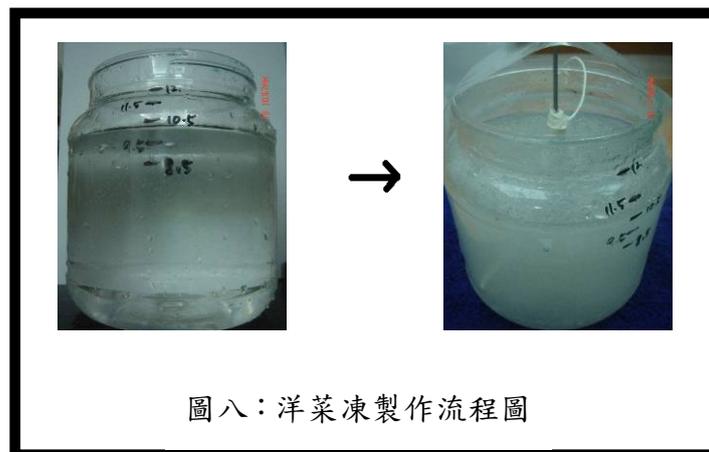
#### 四、 培地茅根系矽膠模型製作

1. 製作三不同大小的鐵製模型基底 (長 12, 直徑 1/長 6, 直徑 0.5/長 3, 直徑 0.25)
2. 噴灑離型劑至模型基底
3. 倒入 RTV 矽膠, 放置鐵絲於中央固定
4. 把模型基底鎖緊, 直立放置, 矽膠乾燥凝固即成



#### 五、 洋菜凍製作

1. 量測需要的水量, 並以中火煮 2 分鐘
2. 洋菜粉與水以 1000 cc : 15g 比例混合
3. 調和好的洋菜水容易放置冰箱中, 冷卻凝固成凍狀後即成

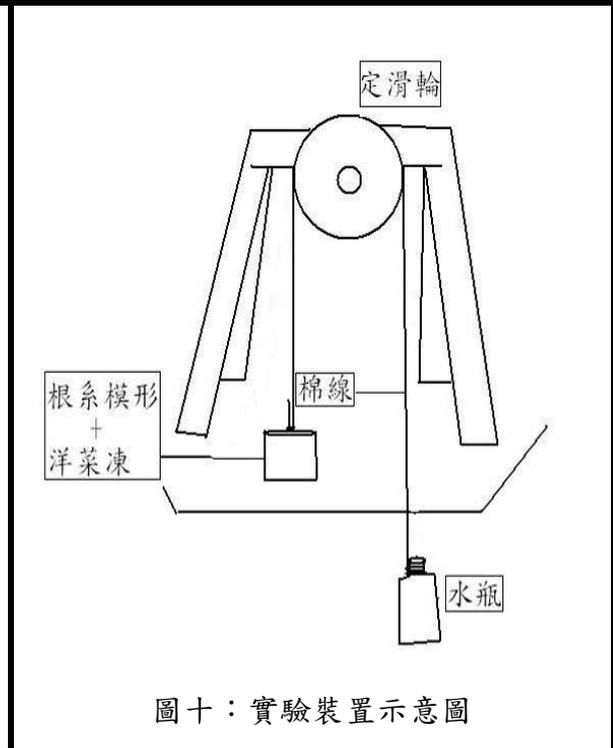


## 六、 測量根系模型抗拉力之實驗裝置架設

1. 架設一定滑輪於椅子上
2. 用棉線連接待測的根系模型及洋菜凍與水瓶
3. 緩慢的將水加入水瓶中
4. 直到水瓶的下拉力使根系模型從洋菜凍中脫離
5. 用電子秤測量水瓶之重量



圖九：實驗裝置圖



圖十：實驗裝置示意圖

## 七、 洋菜凍與根系模型之安息角量測

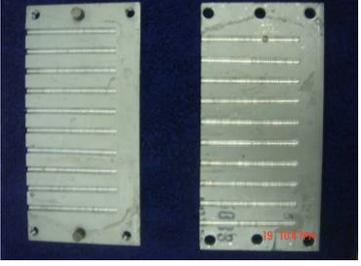
1. 準備相同的洋菜凍及矽膠模型各三個
2. 將其中兩者並排，一個至於兩者之上
3. 緩慢的將底部兩者傾斜，直到上方的洋菜凍或模型下滑
4. 量測其與桌面之夾角



## 肆、研究器材及設備

實驗儀器	儀器照片	用途說明	備註
培地茅植株		測量碎形維度實驗 樣品	取自行政院農委會 畜產試驗所新竹分 所
水族箱		培養水耕	
壓克力箱		培養土 沙耕	30cm x 30cm x 60cm
魚缸加熱器		控制水溫	
溫度計		量測水溫	

<p>生物培養箱</p>		<p>控溫 控日照</p>	
<p>彈簧秤</p>		<p>測抗拉力</p>	<p>3kg, 1kg 各一</p>
<p>培養土</p>		<p>種植土耕</p>	<p>購買自特力屋</p>
<p>河砂</p>		<p>種植沙耕</p>	<p>取自學校工地</p>
<p>珍珠板</p>		<p>固定植株</p>	
<p>花寶牌 (HYPONEX) 速效花寶二號</p>		<p>調製培養液</p>	<p>製造廠：美國花寶公司 輸入業者：台和園藝股份有限公司 使用方法：一克花寶溶於一公升的水，7~10天使用一次</p>

棉線		架設量測抗拉力之裝置	取自學校實驗室
定滑輪		架設量測抗拉力之裝置	取自學校實驗室
洋菜粉		製作洋菜凍	
模型基底		製作根系矽膠模型	鋁製品
鐵絲		製作根系矽膠模型	三種不同尺寸
RTV 矽膠		製作根系矽膠模型	

電子秤		量測抗拉力量值	
PhotoImpact10		轉黑白檔畫格線	
一般數位相機		拍植株照	
600 cc寶特瓶		量測抗拉力	

## 伍、實驗結果與討論

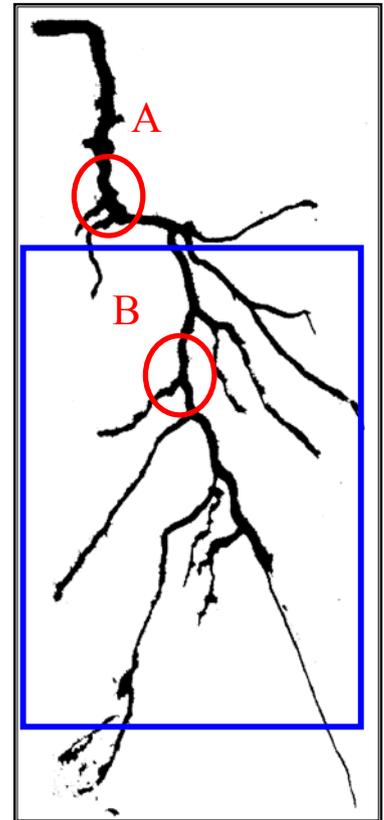
### 一、瞭解及確認培地茅根系之碎形基本型態。

#### (一) 檢驗是否具有碎形之自我相似性：

本階段是為了瞭解及確認本實驗所選取之樣本（培地茅）是否具有碎形之條件：自相似性。自相似性是指某圖形的任意部分經放大或縮小後，仍然可以展現出原來的型態，也就是指整體圖形和部分圖形都具有相似型態。

由掃描之右圖可以看出，培地茅之根都具有在一點處（如A、B處等）進行一支側分支。同樣的情形亦出現在其他的分支點。

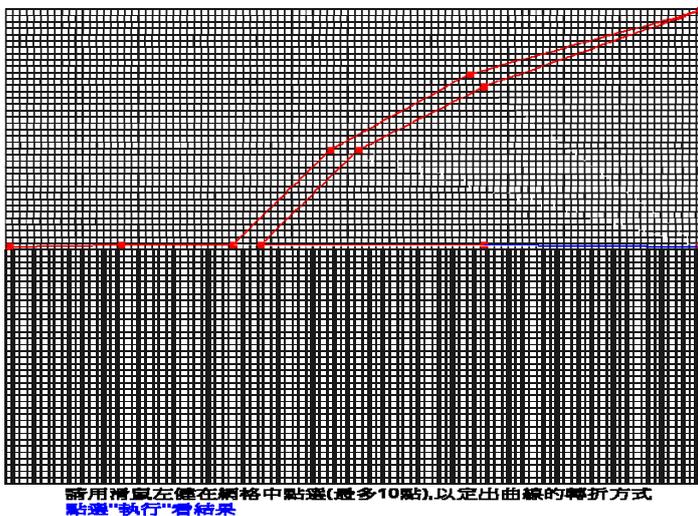
另外，若以 B 點作為分支點，作為切割，而形成藍色框線區域，亦可看出與原始根系相似的结果。所以我們認為，可將培地茅根系視之為具有碎形維度之型態。



圖十一：自我相似掃描圖

#### (二) 探討培地茅根系碎形之基本型態：

為瞭解培地茅根系自相似之基本型態，我們採用參考書目「動手玩碎形」所附之電腦程式，嘗試以不同基本型態來產生類似培地茅根系之圖形。在嘗試幾種之後，我們發現，若以下左圖作為基本型態，以固定規則、經過三階段之執行之後，可得到下右圖的圖形。雖然未能完全相同，但亦能充分描述此根系之特性及型態。



圖十二：電腦程式作業圖



圖十三：電腦程式模擬圖

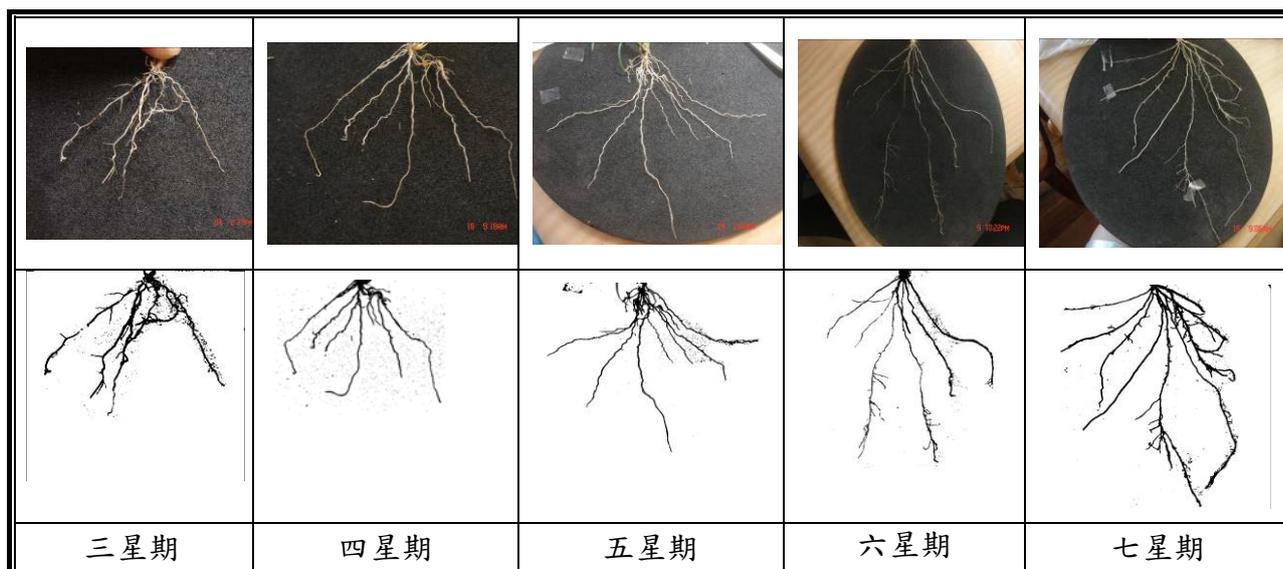
## 二、 探討生長時期長短對培地茅根系碎形維度的影響。

本階段希望探討生長時期長短對培地茅根系碎形維度的影響，由於根系於土壤中成長，無法在量測後重新植入繼續成長，故本階段實驗選擇以同時植入多株後，於相同時段內移出測量後，計算平均值做為本階段之碎形維度。

(一) 實驗結果：

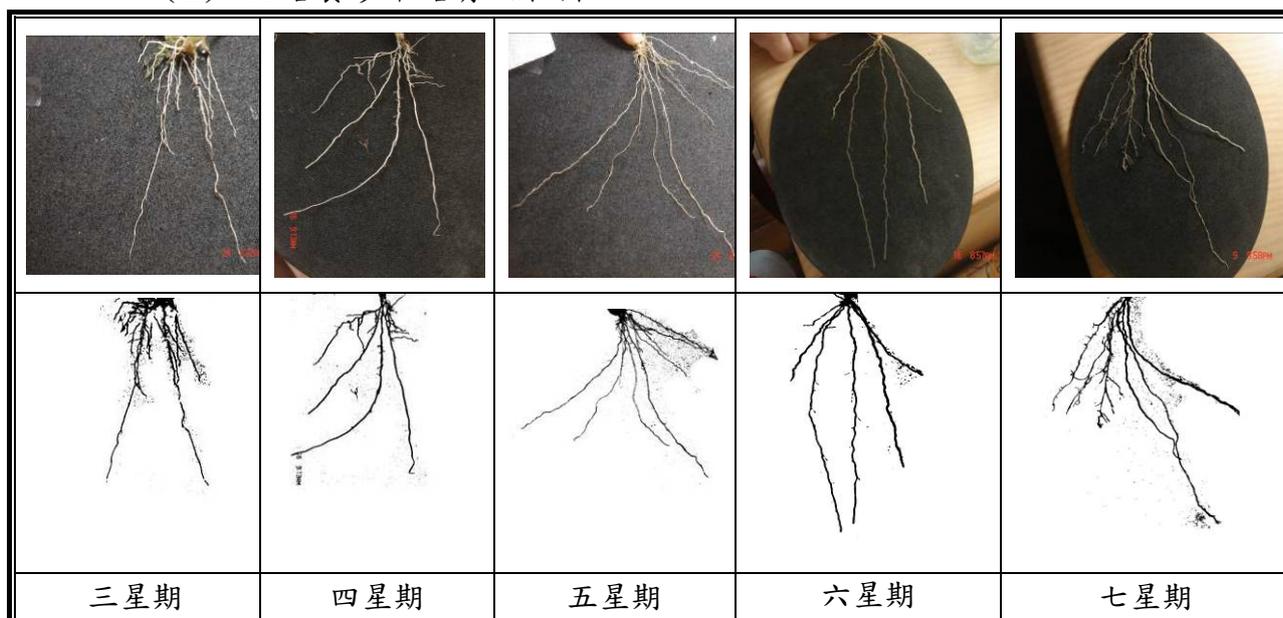
1. 不同生長時期之培地茅根系相片結果：

(1) 於培養土中培育之相片：



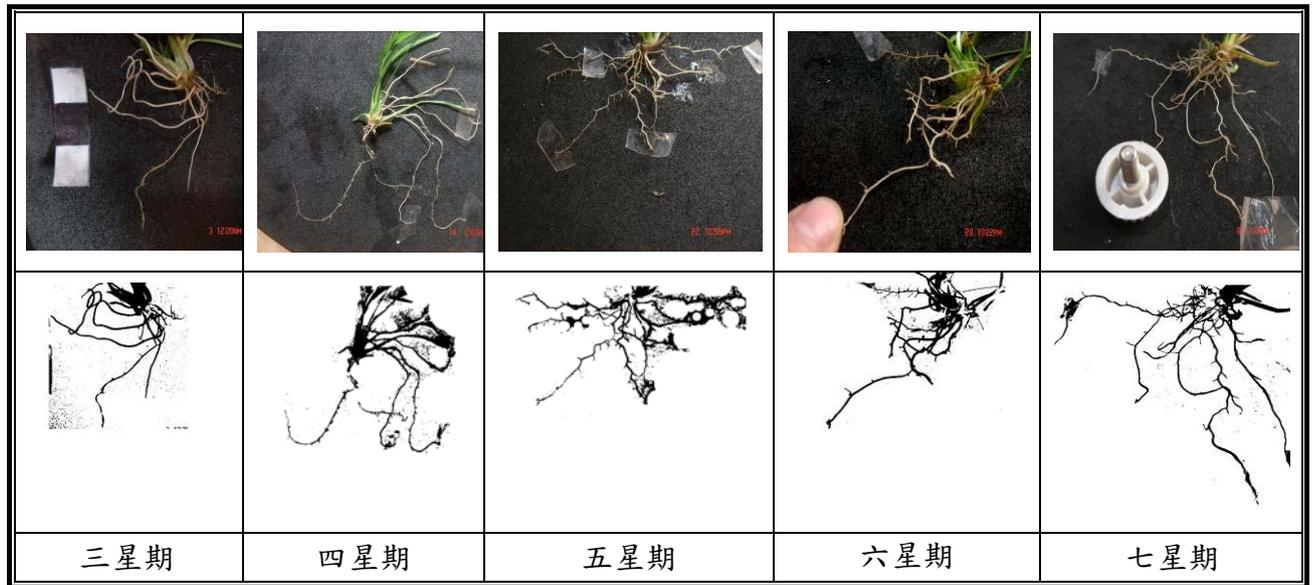
圖十四：培養土中培育之培地茅根系相片

(2) 於培養砂中培育之相片：



圖十五：培養砂中培育之培地茅根系相片

(3) 於培養液中培育之相片：



圖十六：培養液中培育之培地茅根系相片

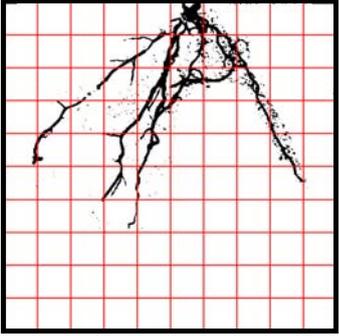
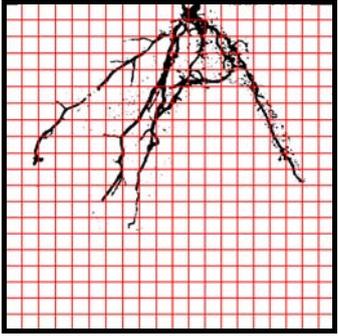
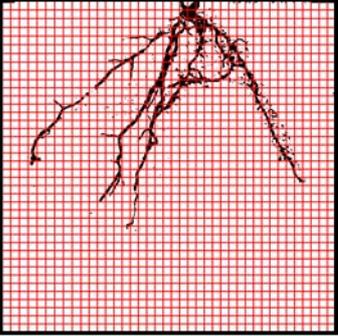
2. 計算碎形維度：

運用覆蓋方格法計算樣本之平均碎形維度（計算方式說明於第三章研究方法一）結果如下：

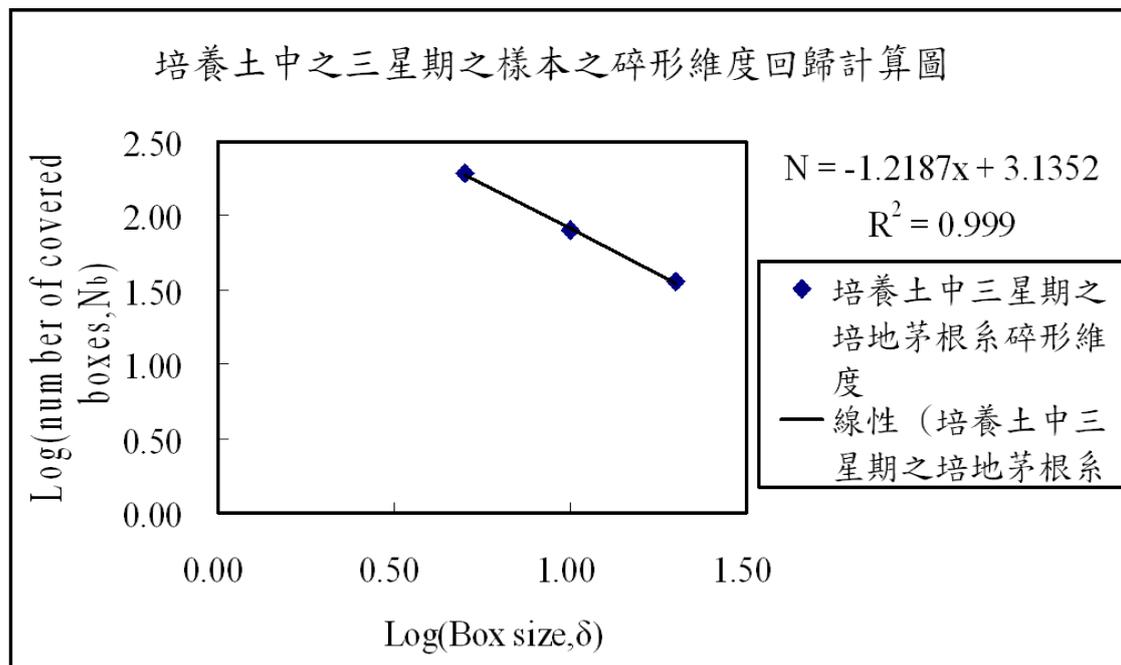
(1) 計算各樣本之碎形維度：

選取培養土中之三星期之樣本進行計算結果如下：

表一：培養土中之三星期之樣本方格大小與覆蓋方格數

	1	2	3
方格圖			
方格大小 (mm)	5	10	20
覆蓋方格數 N	36	80	195

將上述計算結果進行對數計算得下圖：



圖十七:培養土中之三星期之樣本之碎形維度回歸計算

說明：

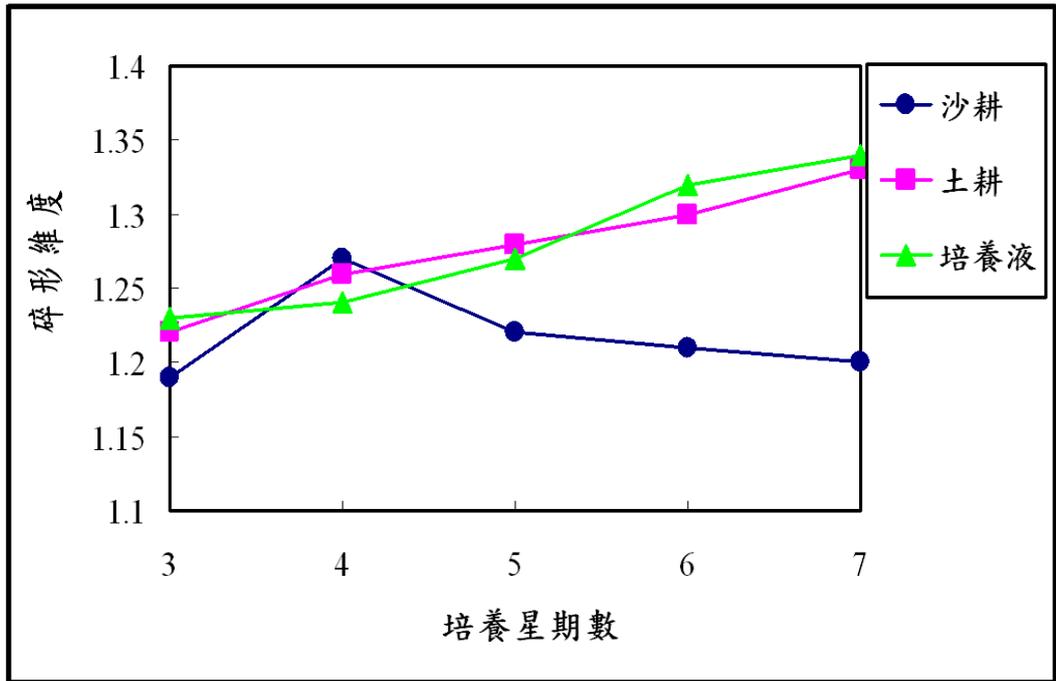
將圖十四中依不同方格大小之覆蓋方格數進行對數值的計算後，所得之各點，進行線性回歸計算後之斜率即為此樣本之碎形維度。此例樣本之碎形維度為 (1.22)。

(2) 計算不同時期、不同培養基底之各樣本之碎形維度：

依上述方式將不同時期、不同培養基底之各樣本進行拍照計算之後得到其所對應之碎形維度如下表二：

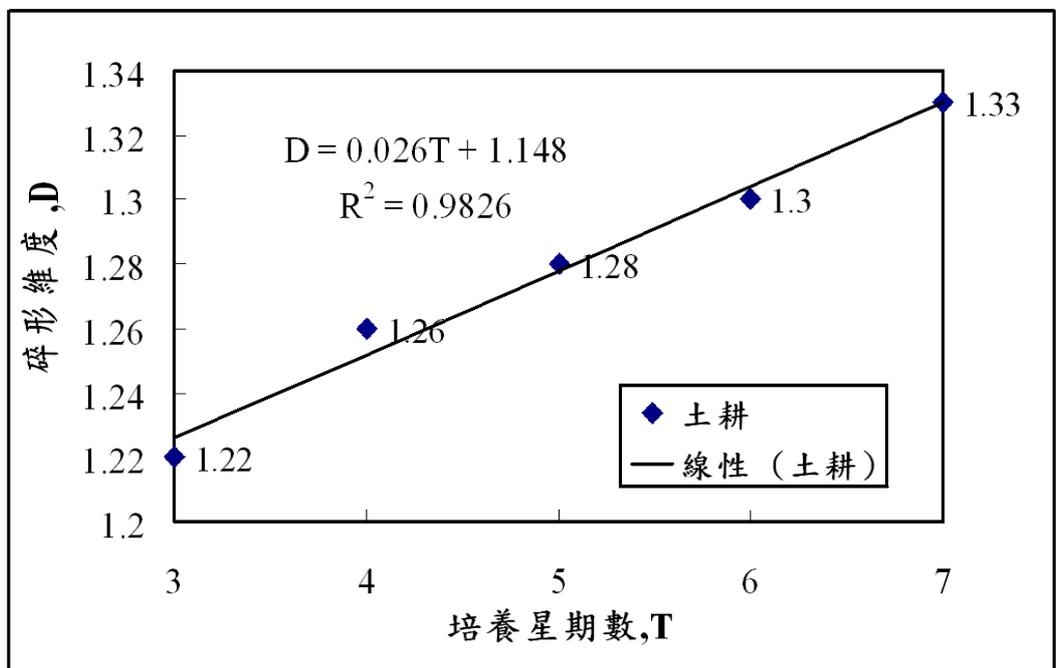
表二:於不同時期、不同培養基底之培地茅根系碎形維度數值

	培養土	培養液	培養砂
三星期	1.22	1.23	1.19
四星期	1.26	1.24	1.24
五星期	1.28	1.27	1.22
六星期	1.30	1.32	1.21
七星期	1.33	1.34	1.20



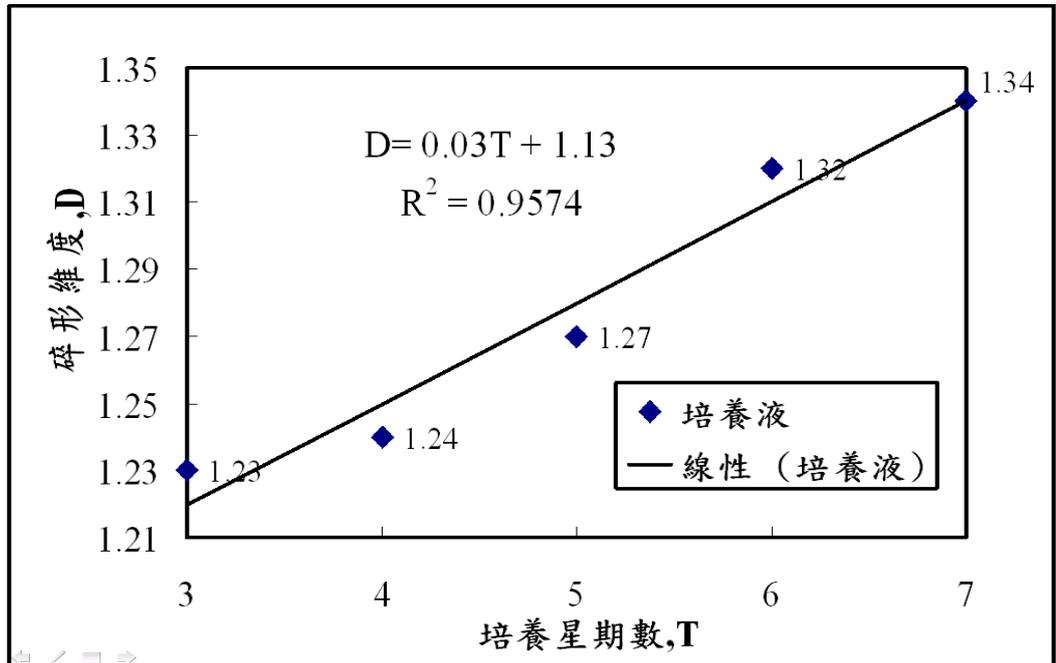
圖十八: 培地茅根系碎形維度與生長時間長短之關係圖

土耕培地茅根系碎形維度與時關係圖及其回歸方程式：



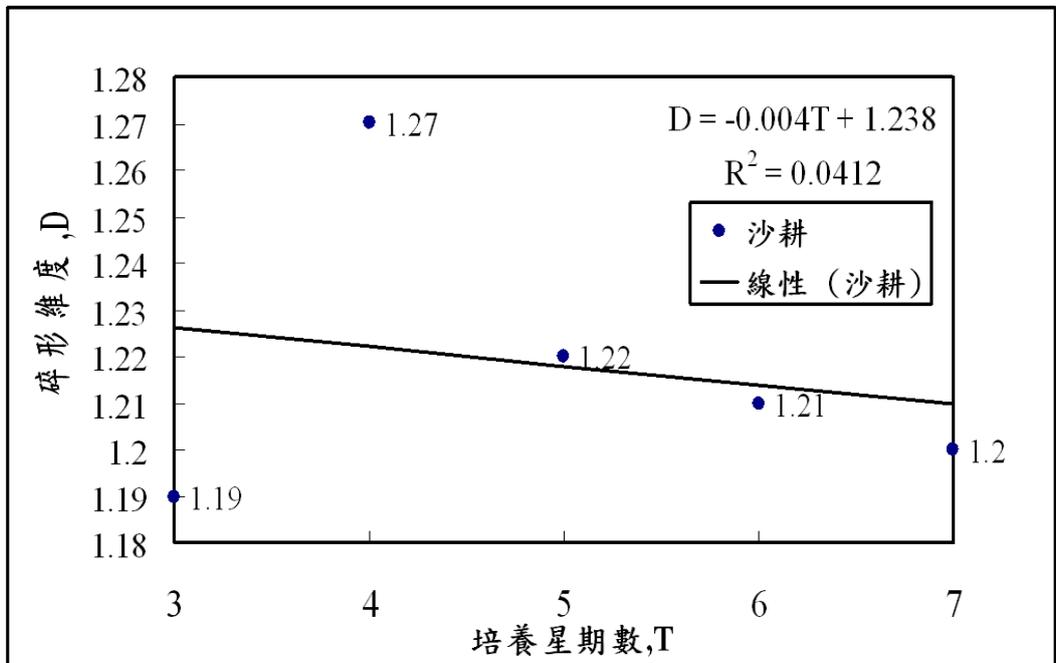
圖十九: 以培養土為基底之碎形維度回歸曲線

培養液中培地茅根系碎形維度與時關係圖及其回歸方程式：



圖二十:以培養液為基底之碎形維度回歸曲線

沙耕培地茅根系碎形維度與時關係圖及其回歸方程式：



圖二十一:以培養砂為基底之碎形維度回歸曲線

(二) 討論：

1. 由表二作得圖十八中可以看到，在三種不同的培養基底之下，培地茅根系之碎形維度除了沙耕以外，其餘在培養土及培養液中的根系碎形維度值均隨著生長期間之增加而增加。顯示培地茅根系之成長並非為一次線性的型態，而是隨著生長而形成更多側分支，而造成碎形維度之改變。
2. 一開始的幾個禮拜時，培養液中的培地茅根系碎形維度增加幅度較平緩，而隨著時間越來越長，其根系之碎形維度隨之增加，反而稍超越了土耕，也可看出照片上其長出的側分枝比土耕來的多；故其回歸方程式之斜率也較土、沙耕來的高。
3. 沙耕的碎形維度值並不會隨著生長時間增長而增加的原因，可從照片上推論得知，沙中培地茅根系的照片幾乎很少側分枝的出現，而都是垂直往下生長，故其碎形維度值並不會有所明顯變化；且其回歸方程式，無法有效描述其規律性，所以  $R^2$  也很低。

三、 探討生長環境對培地茅根系碎形維度的影響。

(一) 探討水溫對培地茅根系碎形維度之影響。

1. 研究步驟

- (1) 準備兩個水族箱
- (2) 以上述水耕之方式分別種植6棵培地茅植株於其中
- (3) 其中一箱以加溫器控制水溫於 $33^{\circ}\text{C}$ ，另外一箱保持室外常溫
- (4) 每隔一段時間單位，便分別取出利用方格覆蓋法計算其碎形維度
- (5) 把結果製作成圖表並比較之：

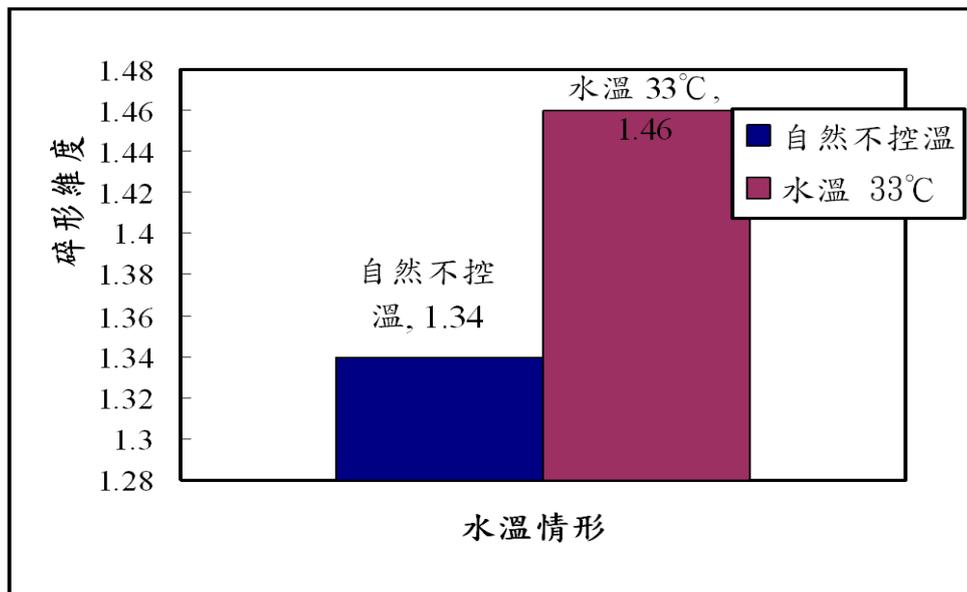
表三：自然水溫及控溫  $33^{\circ}\text{C}$  裝置照片比較表

控水溫 $33^{\circ}\text{C}$	自然未控溫
	
	

2. 在固定成長時間（三星期）、固定日照、固定成長基底（水）之下，水溫與碎形維度之關係如下：

表四：控溫與不控溫之碎形維度比較表

	自然環境不控溫	水溫（33°C）
碎形維度	1.34	1.46



圖二十二：水溫對碎形維度之影響比較圖

### 3. 討論：

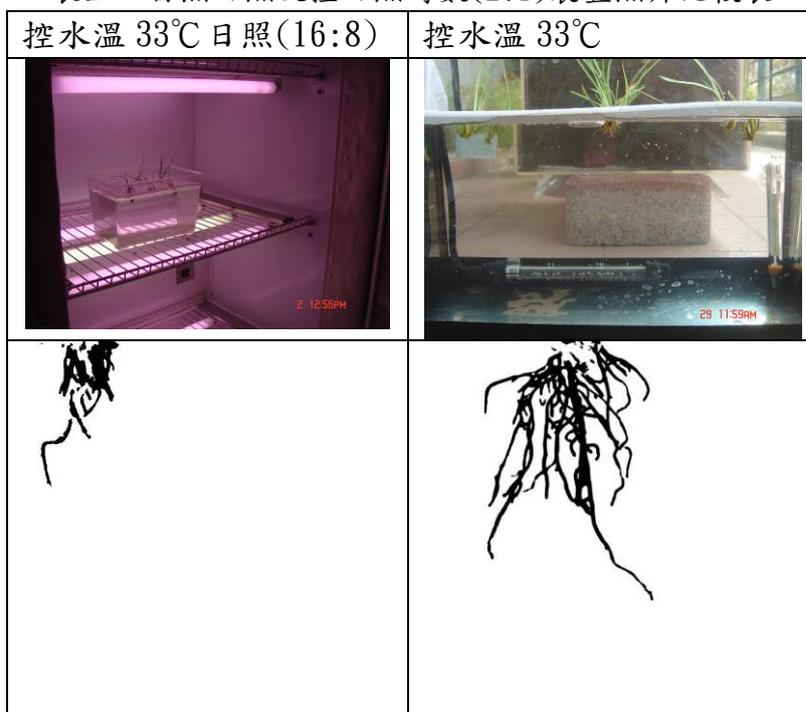
- (1). 由圖二十二所示，當水溫控制在33°C，在水中生長三星期的培地茅根系碎形維度是 1.46，比自然不控溫的高出0.12，顯示當水溫越高，碎形維度隨之增加。
- (2). 其原因可能是因為培地茅是熱帶性的植物，在25°C以上可達最佳的生長速率，所以在33°C水中生長的根系會有較高的碎形維度值；但水溫也不可過高，太高植物會無法存活。
- (3). 控溫方式是採取水族箱加熱器，所以溫度有其不穩定性，可能會造成數據之誤差影響。

## (二) 探討日照時間對培地茅根系碎形維度之影響。

### 1. 研究步驟

- (1) 準備兩個水族箱
- (2) 以上述水耕之方式分別種植6棵培地茅植株於其中
- (3) 其中一箱以生物培養箱控制日照為16：8(單位：小時)，另外一箱保持室外正常日照，兩箱溫度皆為33°C
- (4) 每隔一段時間單位，便分別取出，利用方格覆蓋法計算其碎形維度
- (5) 把結果製作成圖表並比較之

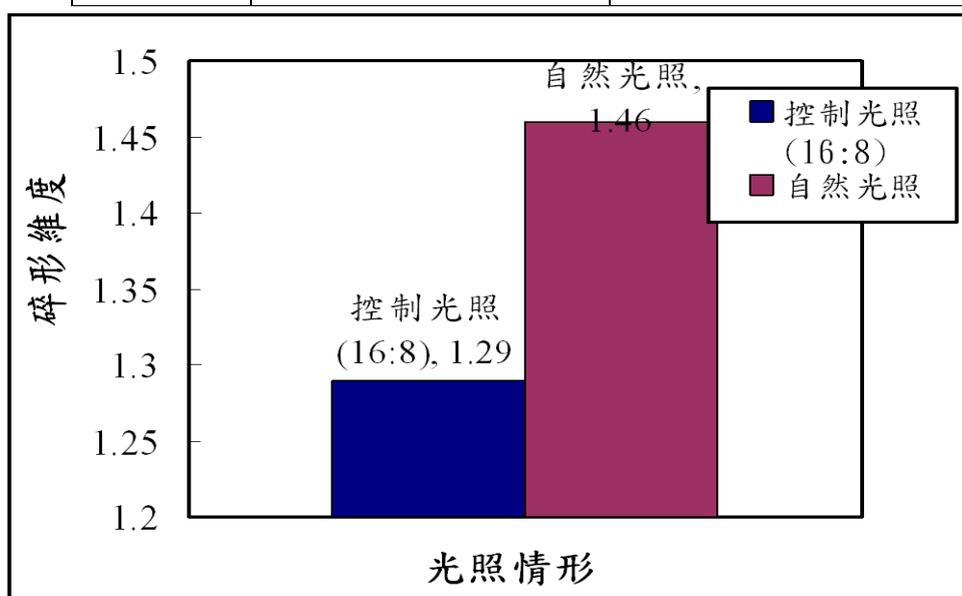
表五：自然日照及控日照時數(2:1)裝置照片比較表



2. 在固定成長時間（三星期）、同樣溫度、固定成長基底（水）之下，日照時間與碎形維度之關係如下：

表六：控日照與不控日照之碎形維度比較表

	日照時間(16:8)	自然環境不控日照
碎形維度	1.29	1.46



圖二十三：日照對碎形維度之影響比較圖

### 3. 討論：

- (1) 在同樣溫度及培養基底下生長三個禮拜的培地茅，生長於自然日照環境下的碎形維度值，比生長於控制日照(16hr：8hr)環境下的多出0.17。
- (2) 由圖表及照片中得知：植物在自然日照下，生長較長，分枝也較多，故其在自然光照環境下生長較佳。

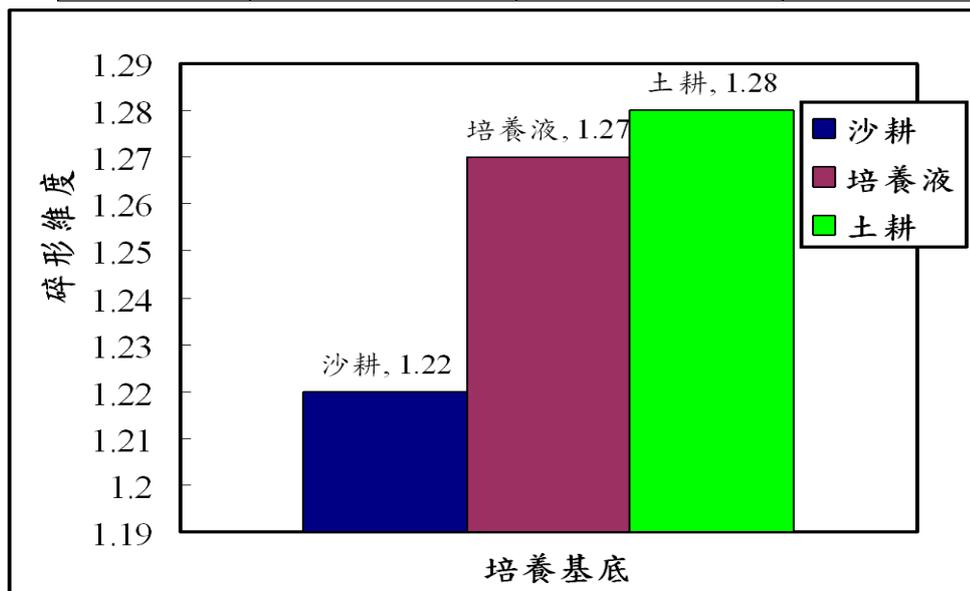
### (三) 探討不同培養基底對培地茅根系碎形維度情形的影響，並比較其差異性。

#### 1. 研究步驟

- (1) 分別以上述三種栽培方式(土耕 / 沙耕 / 培養液)種植培地茅植株
  - (2) 放置於同一地點，使用自然常溫及日照
  - (3) 每經過一段時間間隔(一週7天)
  - (4) 從沙耕、土耕、培養液中把植株取出，拍照並製成黑白圖片
  - (5) 利用方格覆蓋法計算其碎形維度並製成圖表比較之
2. 在固定成長時間(五星期)、自然日照、自然溫度之下，不同培養基底之碎形維度之關係如下：

表七：生長於不同培養基底之碎形維度比較表

	培養砂	培養液	培養土
碎形維度	1.22	1.27	1.28



圖二十四：生長於不同培養基底之碎形維度比較圖

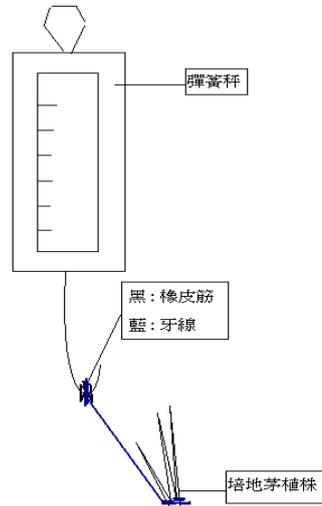
### 3. 討論：

- (1) 由圖表看出培地茅根系在沙耕的碎形維度最低，而土耕則比培養液稍高0.1，顯示出培地茅根系在土及培養液中，相對於沙中生更長出多的分枝。
- (2) 推測沙耕擁有最小碎形維度值的原因：上述照片顯示出在沙中生長的培地茅，其根系較趨向於垂直往下生長，並無像在土耕及培養液生長出那麼多的分枝，故其碎形維度較小。
- (3) 再由觀察照片得知，同一時間內生長於土及沙耕中的培地茅，其根系長的比培養液中的更長更大，故培地茅並不是個適合水耕的植物，較適合生長於土及沙中。

## 四、 探討培地茅根系碎形維度與沙、土壤抗拉力的關係。

### (一) 研究步驟：

1. 以彈簧秤測量不同生長時期土耕及沙耕培地茅的抓土、沙能力
2. 製成圖表並分析之



圖二十五：彈簧秤測量示意圖

### (二) 建構以培地茅根系碎形維度預測土壤抗拉力的方程式：

以培養土及培養砂做為樣本，將不同時期之培地茅根系碎形維度與抗拉力進行比對，如下表4-6：

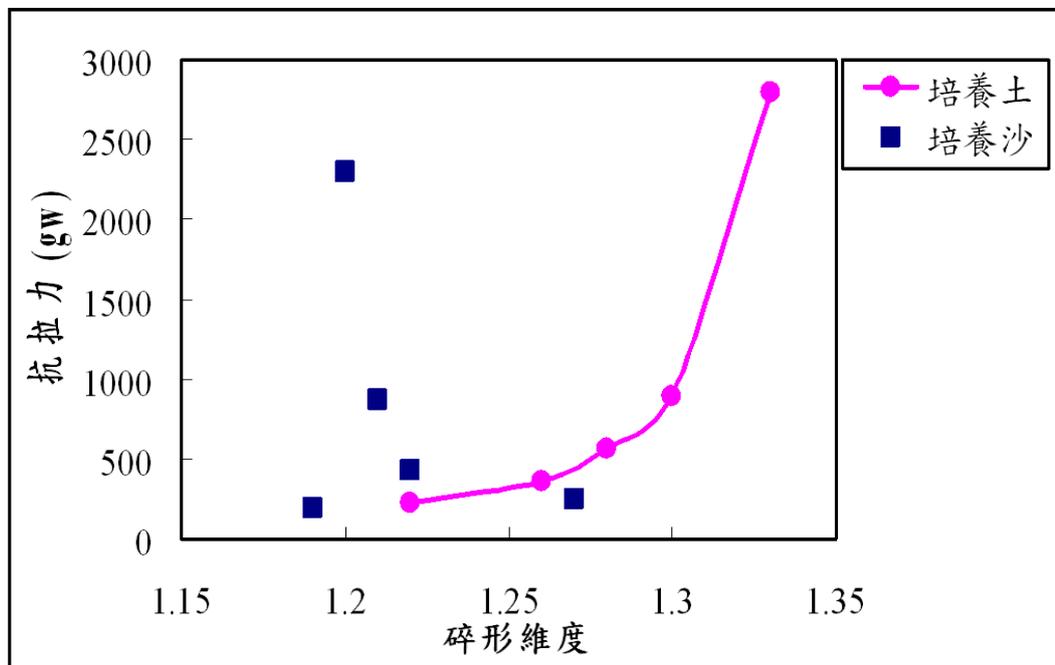
表八：培養土中根系碎形維度與抗拉力

成長時間	碎形維度	抗拉力
三星期	1.22	225gw
四星期	1.26	360gw
五星期	1.28	565gw
六星期	1.30	900gw
七星期	1.33	2800gw

表九：培養砂中根系碎形維度與抗拉力

成長時間	碎形維度	抗拉力
三星期	1.19	190gw
四星期	1.27	250gw
五星期	1.22	425gw
六星期	1.21	870gw
七星期	1.20	2300gw

將碎形維度與抗拉力製圖於下圖：



圖二十六：碎形維度與抗拉力之關係圖

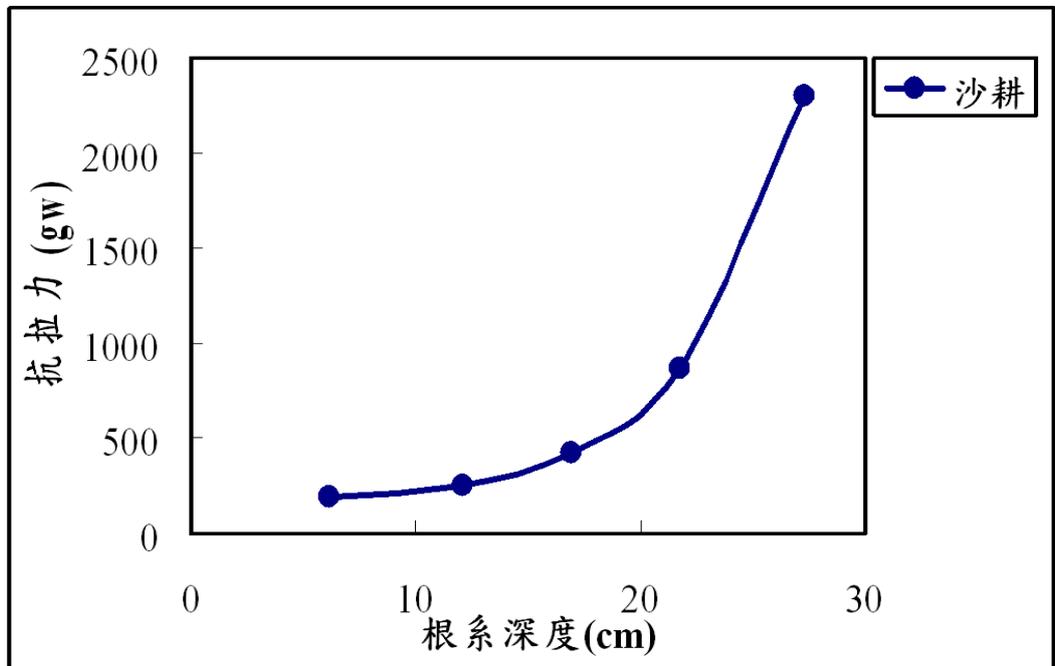
(三) 討論：

1. 由圖中之回歸方程式中可以看出土耕培地茅的抗拉力和其碎形維度值成正向關係，碎形維度越大則其抗拉力越大，而沙耕則沒有這樣的規律。
2. 故我們推測影響抗拉力的因素，除了碎形維度之外，根的深度也是其中一重要因素。

因此，我們進一步的將培養砂之根系深度與抗拉力做圖如下：

表十：培養沙中碎形維度、根系深度與抗拉力之比較表

成長時間	碎形維度	根系深度	抗拉力
三星期	1.19	6.2cm	190gw
四星期	1.27	12.1cm	250gw
五星期	1.22	16.9cm	425gw
六星期	1.21	21.8cm	870gw
七星期	1.20	27.3cm	2300gw



圖二十七：沙耕培地茅根系深度與抗拉力之關係圖

說明：

由圖表可知，在培養砂的情形下，根系深度與拉拔力也成現正相關的關係。有趣的是，此曲線與碎形維度對拉拔力的關係也相似。所以我們推論影響其拉拔力的原因有二，一是其根系的深度，另一個則是其根系的分佈廣度，就是其碎形維度之大小。

- 故可推論出沙耕培地茅之抗拉力比土耕小之原因：兩者都長的很深很長，但是土耕之碎形維度比沙耕大，所以其根系除了長得又深又長外，其分佈程度更為廣大，根所接觸到的面積相對的也較大，則其抗拉力自然就較沙耕的培地茅大。

五、以培地茅根系模型探討碎形維度及根系深度與抗拉力之關係。

A. 探討根系模型碎形維度與抗拉力之關係

(一) 研究步驟：

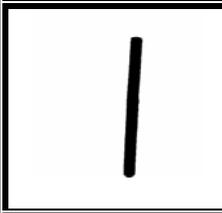
1. 製作培地茅系模擬模型，以洋菜凍作為土壤之替代
2. 測量洋菜凍與根系模型之各種基本性質
3. 植入培地茅模型於洋菜水溶液中，放於冰箱中等其冷卻成凍狀
4. 將實驗裝置中定滑輪固定好，棉線一端固定於根系模型，另一端放置一水瓶
5. 加水於水瓶中，直至根系模型被拔離洋菜凍為止
6. 將水瓶至於電子秤上測量其抗拉力數值

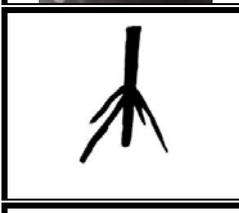
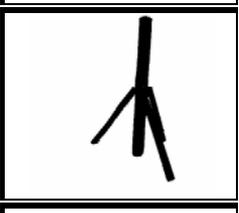
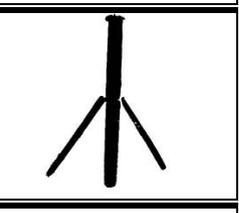
(二) 不同碎形維度之根系模型：

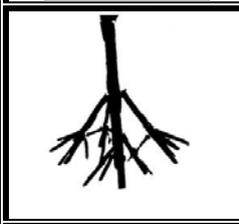
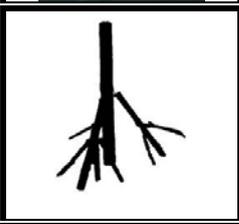
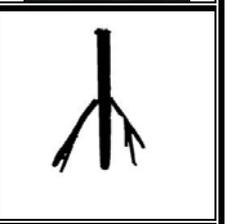
A: 第一層      B: 第二層      C: 第三層      D: 第四層

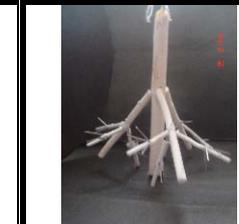
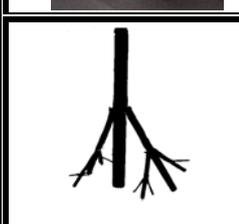
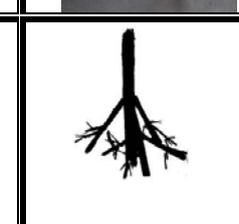
90: 側分枝之間夾 90 度    120: 側分枝之間夾 120 度    180: 側分枝之間夾 180 度角

A


1. 209

B90	B120	B180
		
		
1. 416	1. 389	1. 336

C90	C120	C180
		
		
1. 336	1. 420	1. 385

D180	D120
	
	
1. 433	1. 506

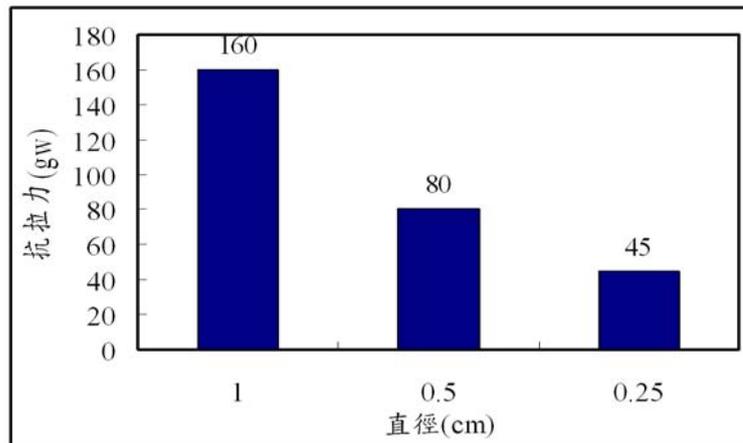
### (三) 洋菜凍與根系矽膠模型之基本性質

#### 1. 安息角與密度之量測

表十一：洋菜凍與矽膠模型安息角及密度量測數據表

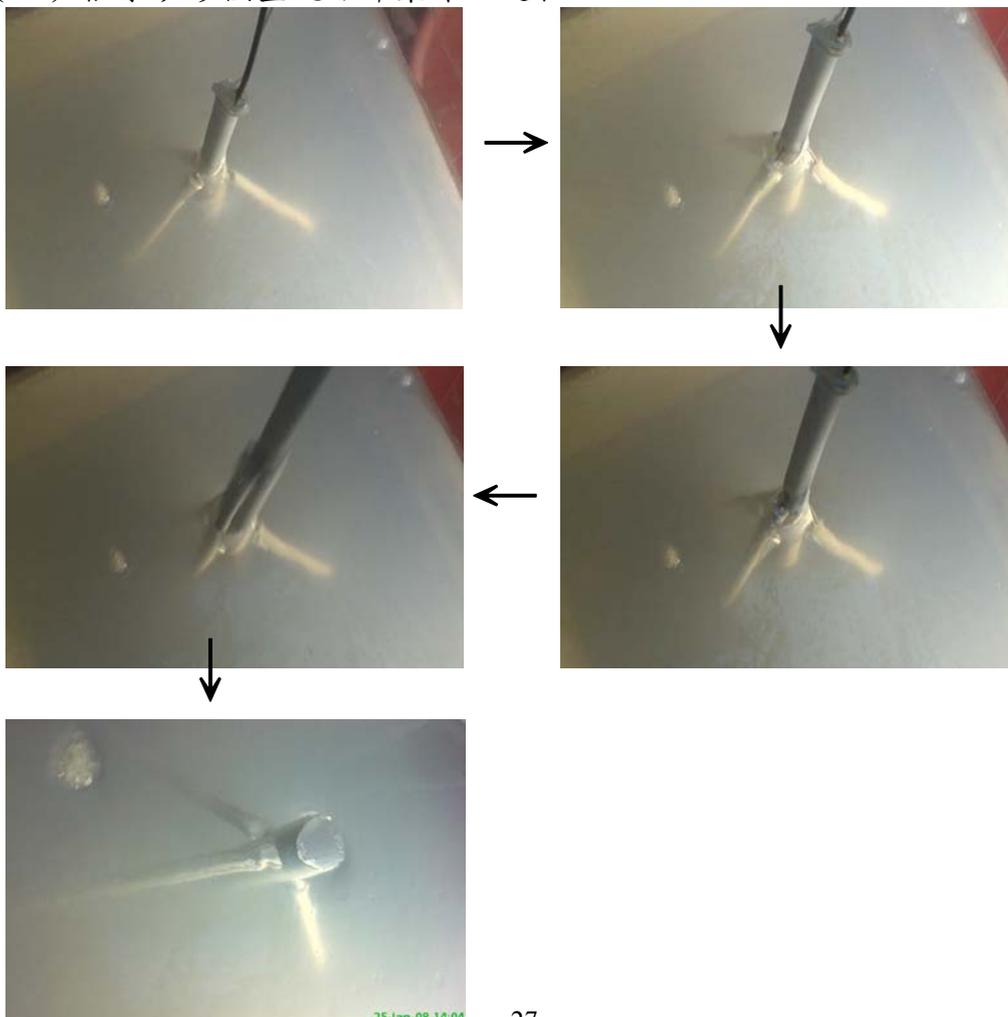
	安息角	密度(g/cm <sup>3</sup> )
洋菜凍	12.5 度	1.255(1000 cc:15g 洋菜粉)
矽膠模型	49.5 度	1.645

#### 2. 不同尺寸之矽膠模型抗拉力比較圖



圖二十八：不同尺寸之矽膠模型抗拉力比較圖

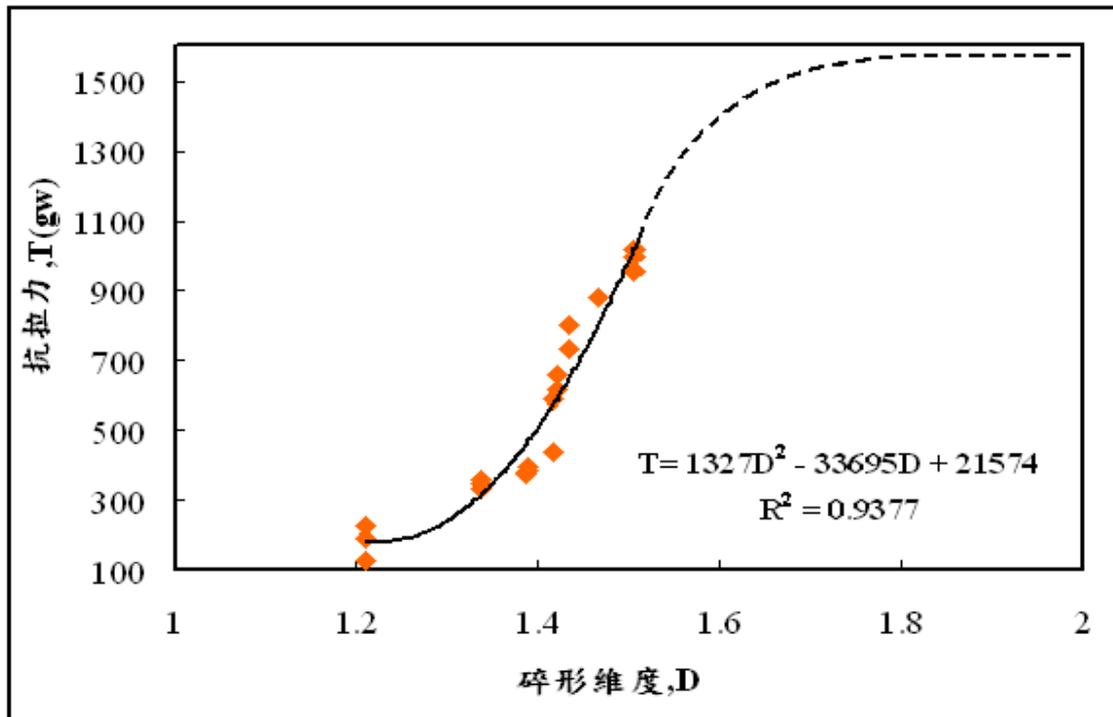
#### (四) 根系矽膠模型脫離洋菜凍之過程



根系模型被拔起時，並非直直向上，側分枝會先內縮，然後再從洋菜凍中脫離。  
 (五) 以根系模型探討碎形維度對抗拉力之影響：

表十二：根系模型碎形維度與抗拉力數據表

	碎形維度	抗拉力 (gw)
A	1.209	126.4/194.8/230.2
B90	1.416	621.4/658.6
B120	1.389	385/398
B180	1.336	332.1/349.9/357.9
C90	1.466	879.5
C120	1.420	436.3/587.9
C180	1.385	379.4/375.1
D120	1.433	736.4/802.6
D180	1.506	958.1/996.3/1020.3



圖二十九：根系模型碎形維度與抗拉力關係圖

(四) 討論：

1. 以第一層為主幹，分別於其二分之一處裝上第二層根系模型，第三層以此類推，表格中的數據顯示，同一層中，裝上越多模型側枝，其碎形維度越大。
2. 由圖表可知，在控制深度為 8.5 公分下，碎形維度越大者，則其對洋菜凍的抗拉力也較大，兩者呈正向關係，甚至可用二次方程式表示之，但當碎形維度趨近於 2 時，其抗拉力量值便不再有太大的變化，而達到一極限值，研究者自行推測其抗拉力值如圖二十九中之虛線部分，圖形將趨於平緩。
3. 推測其原因與前述土耕培地茅碎形維度與抗拉力之實驗相同，碎形維度越

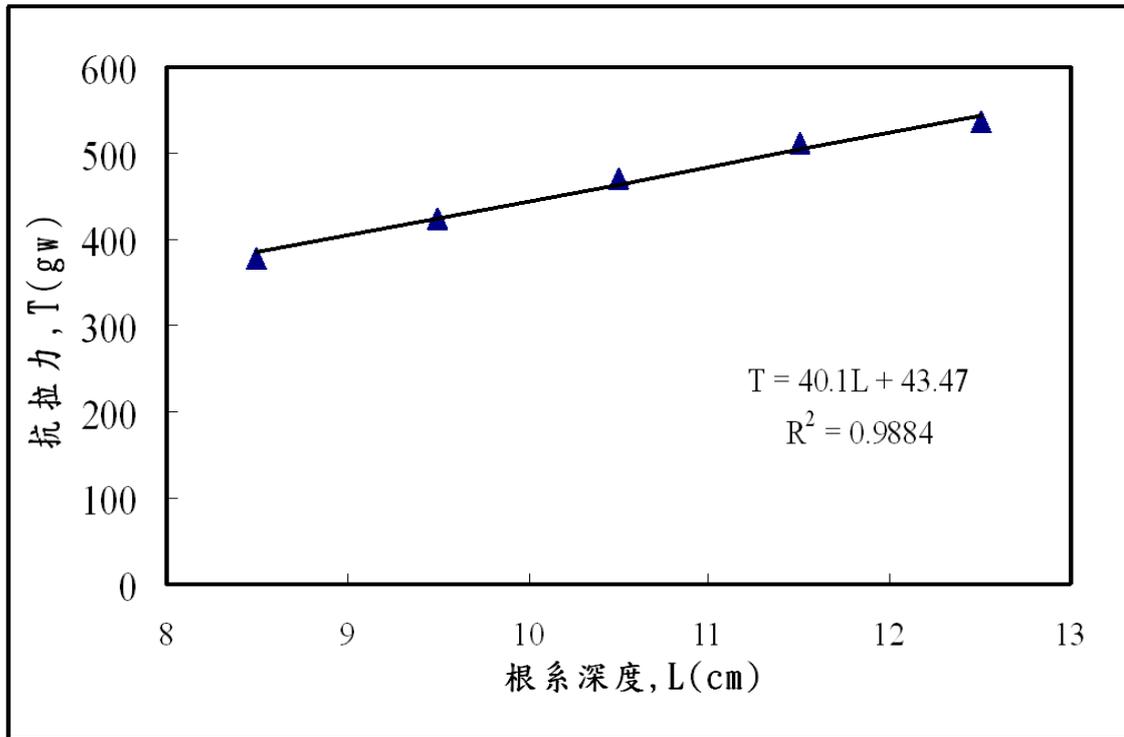
大，代表其與洋菜凍兩者摩擦之接觸面積越大，所以抗拉力自然較大。

## B. 探討根系模型深度與抗拉力之關係

(一) 以上述實驗模型C180當作基準，控制碎形維度，改變深度，得以下之數據圖表：

表十三：根系模型深度與抗拉力數據表

根系深度 (cm)	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5
抗拉力 (gw)	379	424.8	471.3	511.2	536.3



圖三十：根系模型深度與抗拉力關係圖

(二) 討論：

1. 以根系模型 C180 當作基準，控制碎形維度於 1.385，改變其在洋菜凍中的深度，發現根系模型植入越深，相對於洋菜凍之抗拉力也越大。
2. 圖表顯示培地茅根系模型之深度與其抗拉力成正向關係，還可用一線性方程式解釋之，推測其原因為深度越深，根系模型所需克服壓在其上之正向力越大，故對於洋菜凍會產生較大之抗拉力。

## 陸、結論

### 實驗一：

1. 為了瞭解及確認本實驗所選取之樣本（培地茅）是否具有碎形之條件：自相似性，掃描其單根如圖所示作為參考，亦可看出與原始根系相似的結果。所以我們認為，可將培地茅根系視之為具有碎形維度之型態。
2. 進一步採用參考書目「動手玩碎形」所附之電腦程式，嘗試以不同基本型態來產生類似培地茅根系之圖形。以固定規則、經過三階段之執行之後，雖然未能完全相同，但亦能充分描述此根系之特性及型態。

### 實驗二：

1. 在三種不同的培養基底之下，培地茅根系之碎形維度除了沙耕以外，其餘在培養土及培養液中的根系碎形維度均隨著生長期間之增加而增加。
2. 由照片推論得知，沙中培地茅根系幾乎都是垂直往下生長，很少側分枝的出現，故顯示培地茅碎形維度是隨其生長出更多側分枝而增加。

### 實驗三：

1. 當水溫控制在30°C左右及生長於自然光照環境下的培地茅，其碎形維度較大，故推論25°C以上之溫度及自然日照為其適合之生長環境。
2. 培地茅根系在沙耕的碎形維度最低，而土耕則比培養液稍高，顯示出培地茅根系在土及培養液中，相對於沙中生更長出多的分枝。

### 實驗四：

1. 土耕培地茅的抗拉力和其碎形維度值成正向關係，沙耕則沒有這樣的規律，再歸納出影響其抗拉力的原因有二，一是其根系的深度，另一個則是其根系的分佈廣度，及其碎形維度之大小。
2. 推論出沙耕培地茅之抗拉力比土耕小之原因：土耕之碎形維度比沙耕大，其根系分佈程度較廣，根地接觸面積相對的也較大，所以其抗拉力也就較沙耕的培地茅來得大。

### 實驗五：

1. 製作培地茅根系矽膠模型，並植入洋菜凍中量測抗拉力，發現碎形維度越大者，其對洋菜凍的抗拉力也較大，兩者呈正向關係，可用二次方程式表示之，但當碎形維度趨近二，圖形則趨向平緩。
2. 控制碎形維度於1.385，改變其在洋菜凍中的深度，發現根系模型植入越深，根系模型所需克服壓在其上之正向力越大，相對於洋菜凍之抗拉力也越大，而根系模型被拔起時，並非直直向上，側分枝會先內縮，然後再脫離洋菜凍。

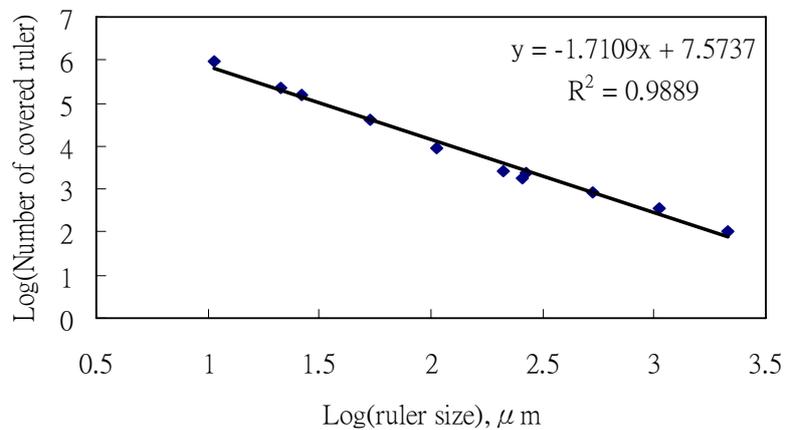
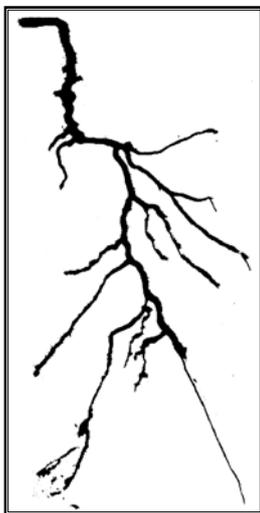
## 柒、未來展望與建議

### 一、研究設計之建議：

(一) 這次研究過後，發覺以人工方式計算格子數，效率有待改進，其精準度也不如軟體，若能找到合適的軟體幫助，就能快且精準計算出數據，以方便觀察及分析。

經過進一步的學習與探索，我們嘗試了使用 Photoshop CS2 影像處理軟體中的功能，運用軟體中的像素 (pixel) 的概念，讓電腦幫我們以一個像素為一個計量方格，透過像素顏色的數量計算，協助我們量測根系所佔之像素數目。並透過解析度的調整，調整每一個像素所佔畫面的大小，而可完成以上的改進。

而當我們發現 11 個點都在一條直線上時，我們相信這是真的物理了。



X 像素數	Y 像素數	X*Y 像素總數	黑色所佔像素 (number of covered ruler)	白色所佔像素	每一像素之真實長度 (μm)	Log(rule size) (μm)	Log(number of covered ruler)
12	24	288	109	179	2116.7	3.325652471	2.037426498
24	48	1152	358	794	1058.3	3.024622475	2.553883027
48	96	4608	857	3751	529.2	2.723592479	2.932980822
96	192	18432	2409	16023	264.6	2.422562484	3.381836800
100	200	20000	1744	18256	254.0	2.404833717	3.241546481
120	240	28800	2656	26144	211.7	2.325652471	3.424228071
240	480	115200	9340	105860	105.8	2.024622475	3.970346876
480	960	460800	40523	420277	52.9	1.723592479	4.607701590
960	1920	1843200	160504	1682696	26.5	1.422562484	5.205485860
1200	2400	2880000	230174	2649826	21.2	1.325652471	5.362056265
2400	4800	11520000	916989	10603011	10.6	1.024622475	5.962364126

- (二) 有礙於格子數計算上的不便，故只分別取 2、1、0.5 公分當作方格大小，後續研究可再取用不同大小的方格。在土耕及沙耕方面的數據，取樣上也稍嫌不足，故後續之研究可在多些數據取樣。
- (三) 在土、沙耕的種植方面，是把植株都種植在壓克力箱裡，可能會互相影響其根系發展，故造成實驗上的誤差，所以往後希望找到更合適的種植方式。

## 二、研究問題之展望：

- (一) 針對生長時間對於培地茅根系碎形維度之探討：我們這次僅對其做數據觀察上面的分析，希望後續研究可歸納出一條數學式來作於其應證。並觀察其上部莖與下部根碎形維度之關聯，並歸納方程式描述之。
- (二) 針對抗拉力的部份，由於培地茅是聯合國大力推行於第三世界之水土保持植物，希望透過培地茅上下部之關聯，及抗拉力與碎形維度之方程式，預測其對土壤之抓地力，應用於水土保持方面。
- (三) 後續研究希望能針對長短、粗細做為影響碎形維度之關係進一步做探討，並利用麻繩或其他材質發展出相似度更高之培地茅根系模型。

## 捌、參考資料

1. 桂德君(2004)。環境因素對菊花心種龍鬚菜外表形態碎形維度的影響。國立中山大學海洋生物研究所碩士論文，未出版，高雄市。
2. 黃瀚瑱(2005)。芒草根系力學之碎形分析。淡江大學土木工程研究所碩士論文，未出版，台北。
3. 廖思善(2006)。動手玩碎形。台北：天下文化出版。
4. 盒子維度 (無日期)。民96年2月21日，取自：  
<http://www.atlas-zone.com/complex/fractals/dimension/box.htm>
5. 草地研究室 (無日期)。民96年1月13日，取自：  
[http://grassland.agron.ntu.edu.tw/Vet\\_nursery.htm](http://grassland.agron.ntu.edu.tw/Vet_nursery.htm)
6. Noordijk, M. and Mulia R.(2002).Functional branch analysis as tool for fractal scaling above and below ground trees for their additive and non-additive Properties. *Elsevier Science* , 149 ,41-51.
7. Mandelbrot, B.B.(1967).How long is the coast of the Britain? Statistical self-similarity and fractal dimension. *Science* ,155, 636-638.
8. Oppelt, A.(2003).Root morphology of co-occurring African fruit tree species with contrasting strategies of exploration and exploitation. Ph.D.Dissertation, Department of Civil Engineering, Göttingen University, Germany.
9. THE VETIVER NETWORK (INTERNATIONAL). Retrieved January 25, 2006, from the World Wide Web: <http://www.vetiver.org/>.

## 評語

觀察精闢，以簡單的理論試圖分析複雜的自然世界，並且易於推廣到其他現象上，應用的潛力也相當不錯。