

臺灣二〇〇七年國際科學展覽會

科 別：物理學

作 品 名 稱：垂直水柱的成節機制探討

得 獎 獎 項：佳作

學校 / 作者：國立高雄師範大學附屬高級中學 徐悅群
國立高雄師範大學附屬高級中學 楊亭亭

作者簡介



姓名：楊亭亭

我是亭亭，興趣是思考生活中的哲學問題。我喜歡給自己不同的挑戰，因此決定以科展來測驗自己的能耐。在做實驗這一段時間當中，很高興能夠有這樣的機會可以和伙伴一起去摸索未知的世界，一起設計不同的方法去尋找答案。在研究過程當中，我發現了許多平時不會注意到的事物，從中更是獲得了無比的興趣。

作者簡介



姓名：徐悅群

我的興趣是看書、彈鋼琴、聽音樂。在許多科學領域中都很有興趣嘗試。在這些研究過程中可以進一步知道解決問題的方式，在思考問題的同時增進自己的耐力與毅力，不只是在科學領域上，在對於處理事情方面也是有所成長，另外也可以對自己以後未來發展有所了解、更清楚如何做研究、以及作研究所應該具備的條件。所以對於有這些難得的經驗感到非常的感激！

垂直水柱成節機制探討

中文摘要

本研究欲探討垂直水柱遇障礙物成節的形成機制。以數位照相機、光電計時器等進行觀測。

實驗結果如下：

- (一) 因往返水柱波速不同，而且節無波腹大幅振動現象，故節不是駐波現象。
- (二) 細針插入水柱表面時，當針上方超過某長度後，針下方產生V字形震波。但不論針相對水柱的速度是否超過波速，針上方都有節，故不是震波所產生的現象。
- (三) 根據水波槽模擬實驗，不論木條是否超過波速，木條前方均產生波紋。木條前方的水受到木條推動，往前方加速，因此顯現出波紋了。

我們認為，在水柱中所看到的節，不是震波或駐波，而是相對於木條往前傳遞的波。波源是撞擊物，改變了水柱表面的壓力，而成為波源，水柱的水因受撞擊，某個範圍內流速會小於波速，使得撞擊物前方存在波紋。

目錄

一、研究動機	1
二、研究目的	1
三、研究設備與裝置	1
四、研究過程	2
實驗一：觀察水柱及其成節的形狀和條件	2
實驗二：水柱表面的擾動	7
實驗三：水柱上的波速	9
實驗四：水波槽波	13
五、研究結果	17
六、研究結論	18
七、討論	18
八、參考資料	18

Discussing the mechanism of node forming on spouts

Abstract

This experiment uses digital camera and photoelectric timer to discuss the mechanism of causing spouts to form nodes on its surface.

Because the downward wave velocity of the spout is different from that upward and there are no significant vibrations of antinodes, standing waves are not the mechanism of causing nodes.

In the experiment of inserting a needle into the spout, we found out that while the needle was inserted above a certain length of the spout, v shaped bow waves emerged. However, no matter the velocity of the needle related to the spout is over the wave velocity, there are always nodes above the needle. Therefore, bow waves are not the mechanism of causing nodes.

According to the ripple tank simulating experiment, no matter whether the speed of the wooden stick is faster than the wave velocity or not, there are always waves forming in front of the wooden stick. The wooden stick pushes water in front of it and causes the water to accelerate forward. Therefore, waves appear.

We think that the nodes we see on spouts are neither standing waves nor bow waves. The nodes are rather caused by the relatively moving wooden stick. The object, which impacted the spout (wooden stick), changed the pressure of the spout's surface and became the source of wave. Because of the impact, the velocity of the water current of a certain area became slower than the wave velocity and causes nodes forming on the surface of the spout.

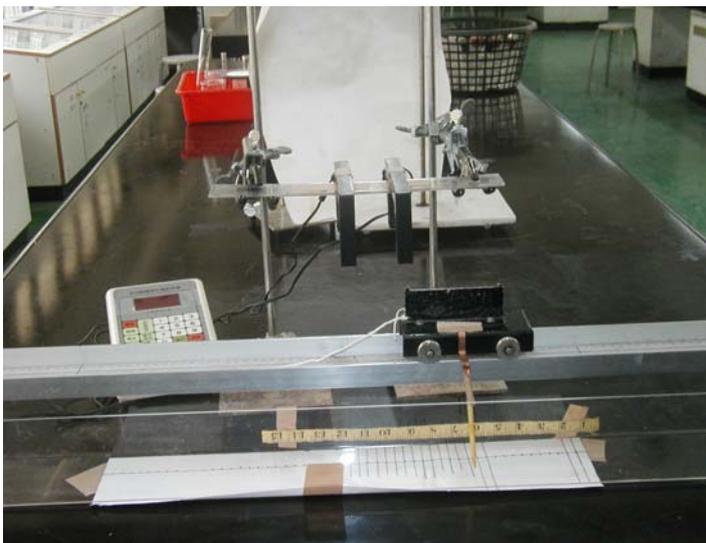
一、研究動機

曾經看過學姊研究的有關水柱會成節的科展作品，在親身試驗、觀察過後覺得深感興趣，並在本實驗中換了不同的方法更仔細的觀察水柱成節，及探討水柱會成節的可能原因。

二、研究目的

- (一) 觀察水柱會產生什麼形狀的節
- (二) 歸納水柱成節的條件。
- (三) 探討水柱成節的原因。
- (四) 觀察水柱上的震波。
- (五) 水波槽中模擬節的形成。

三、研究設備及裝置：



左上圖、左圖：
水波槽模擬（實驗四）

上圖：
水柱撞擊實驗（實驗一、實驗二、實驗三）

四、研究過程

實驗一：觀察水柱及其成節的形狀和條件

(一)實驗目的：

- (1)水柱什麼時候會成節？影響它成節的變因？
- (2)觀察節的形狀

(二)實驗步驟：

- (1)調整平滑水柱。
- (2)放置玻璃棒、水面、針尖在水柱下方，並改變水柱出口與撞擊點的距離。
- (3)拍攝影像，觀察、測量節的狀態。

(三)實驗結果：

1. 不論出水口口徑多大，當水流速度太大時，水柱表面就會失去光滑表面，調節至約比水流停止流出時的流量大一些，水柱表面最光滑，水柱撞擊時最容易形成節。如附圖(一)



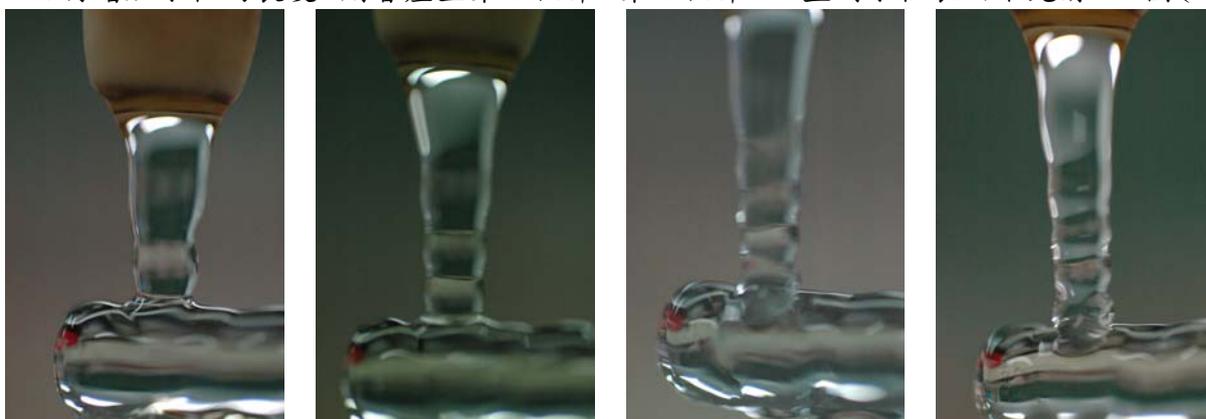
附圖(一)



附圖(二)

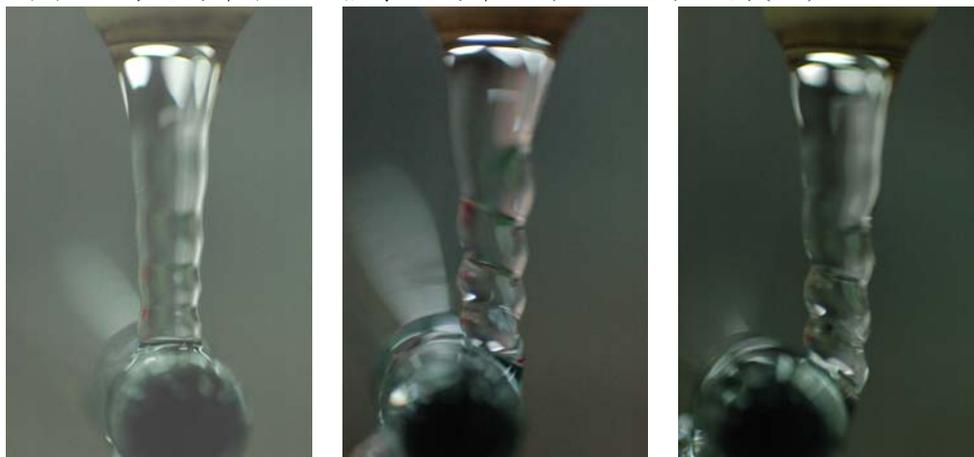
2. 水柱撞擊玻璃棒時，從水柱長從 0 cm，逐漸增長，直到產生第一個節，如附圖(二)。

3. 再增加水柱的長度，則會產生第 2 個節、第 3 個節、...直到水柱表面不光滑。如圖(三)



附圖(三)

4. 調整水柱離開玻璃棒中心，撞擊玻璃棒傾斜面，結果如圖(四)。



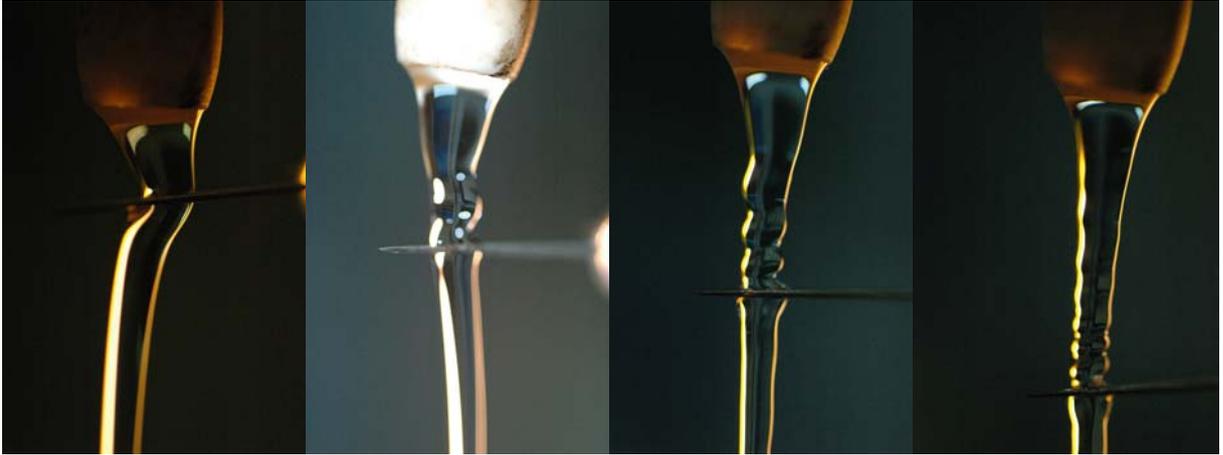
附圖(四)

5. 水柱碰撞水面(試管中的水面)，結果如附圖(五)



附圖(五)

6. 水柱碰注射針，結果如附圖(六)。



附圖(六)

(四)結論:

1. 因為水是不可壓縮的，它的密度會保持一定，所以在流動時，體積不會改變的。所以符合流體的連續定律，即水柱通過某個截面的體積流率一定。

$$A_1V_1=A_2V_2=\frac{\pi R^2 \Delta x}{\Delta t}=\pi R^2 v=k$$

假如水的黏滯效果不大，則可以當成自由落體考慮，末速 $v^2=v_0^2+2gy$

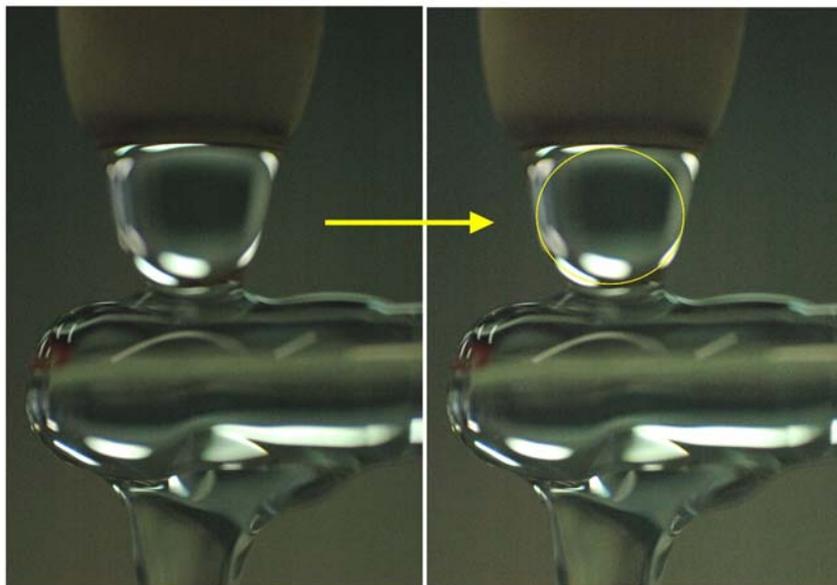
綜合上面兩式，得 $k^2=\pi^2 R^4 v^2=\pi^2 R^4 (v_0^2+2gy)$

y 為水柱到管口的距離， R 為水柱半徑。 y 愈大， R 愈小。

2. 當玻璃棒離水柱出口由 0cm 逐漸增長，到生成第一個節時，所生成的節，與圓球非常接近，尤其是下半部分，如附圖(七)所示；

節與玻璃棒接觸的面積，已經縮得很小，有如健美先生得腰身，這應該是水的表面張力的作用，在水的流速不快狀況下(剛流出，還未為重力加速)，表面緊縮的結果，假如水不繼續流出，那它就會變成一顆水珠懸掛在水管管口了。

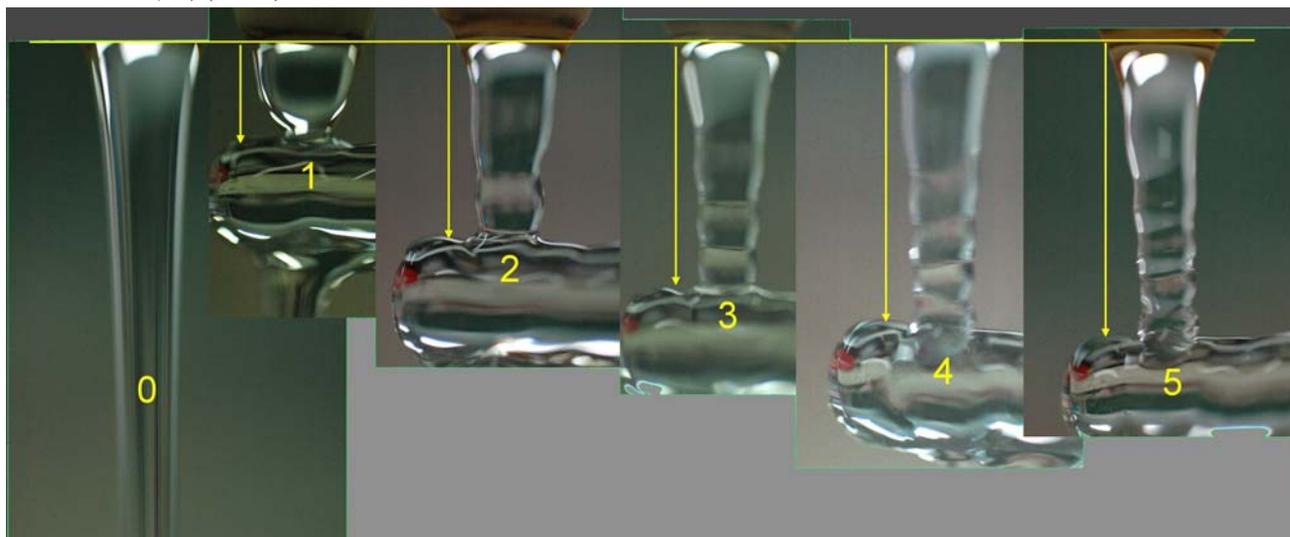
因為水緩慢的流出，流入水珠的水量，全部由下方狹小的接觸截面流出，根據連續定律，此時的水流速率應該是相對的快速的。再依據白努利定律知道，當水流速率變大時，垂直於水流流動方向的壓力會變小；因此在表面張力、白努利效應交相作用下形成第一個節。



m

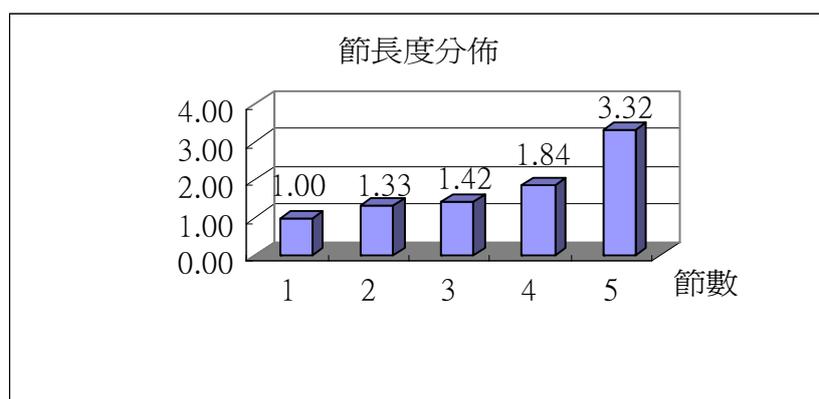
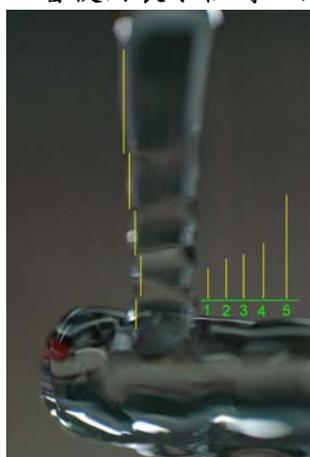
附圖(七)

3. 當水柱逐漸增長時，節的數目逐漸增加，節的形狀、大小逐漸的改變了。如附圖(八 A)。



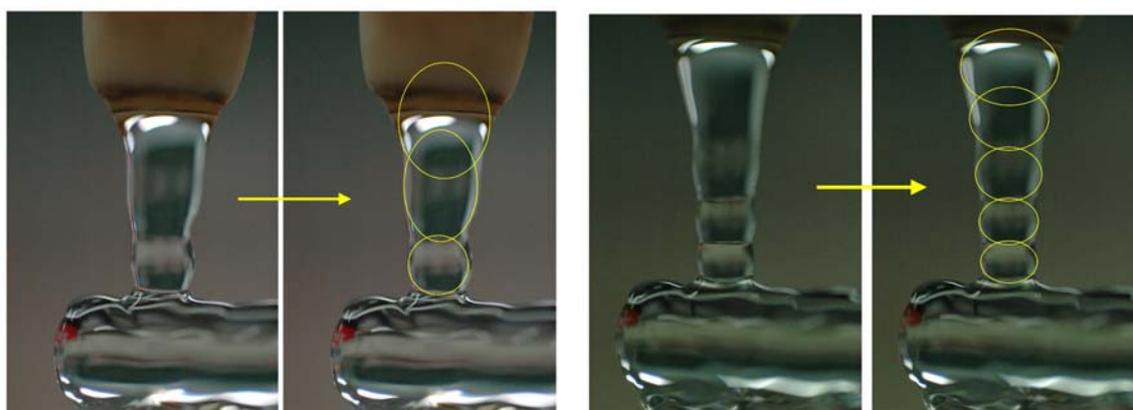
附圖(八 A)

當使用長水柱時，節在愈高處，長度愈大，比例如附圖(八 B)



附圖(八 B)

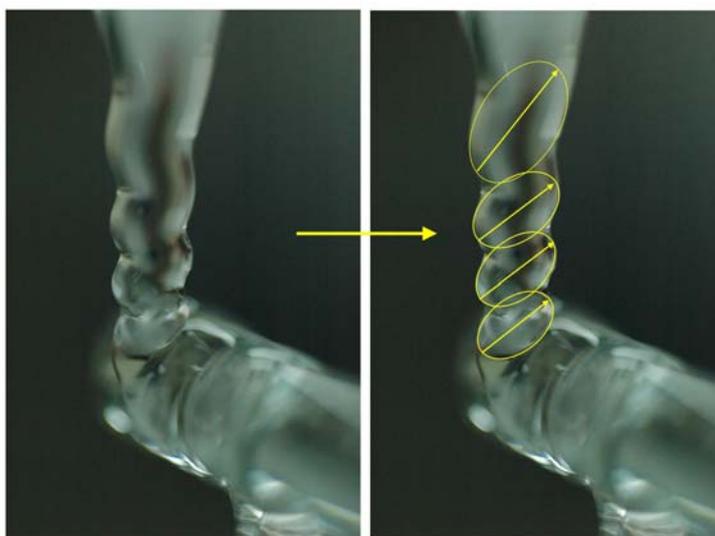
當水柱逐漸變長時，節的形狀由圓形逐漸變為扁的橢圓了。如附圖(九)。



附圖(九)

圓形水珠的影子仍然存在，表面張力作用的效果仍然存在，但為什麼是扁橢圓形呢？水柱長度愈長，下方水流速度受重力加速變成快速流動，當碰撞玻璃棒後，玻璃棒給水珠向上的反作用力，使得水珠扁了。

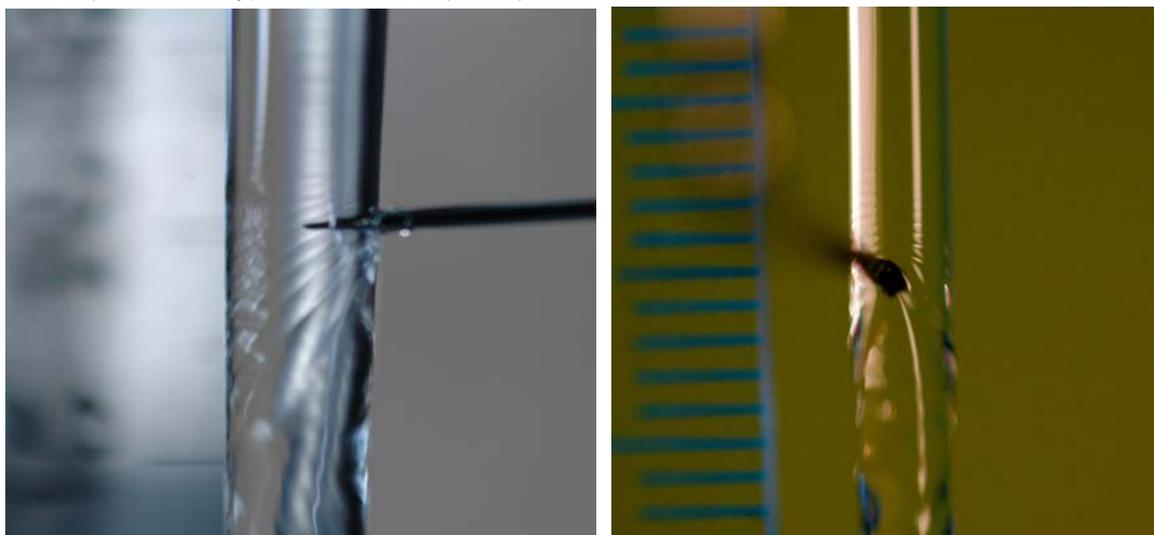
4. 當水柱由碰撞玻璃棒的中心，逐漸的偏移碰撞玻璃棒的邊緣時，水柱仍然成節，節的數目沒有改變，但形狀變成傾斜的橢圓了，如附圖(十)。



附圖(十)

由分析圖可以看出，橢圓的長軸幾乎和接觸面平行，因此可說玻璃棒的反作用力方向影響了節的形狀。

5. 當水柱碰撞水面時，仍然產生節，水柱長度和節的形狀、數目的關係大致相同。但因為本實驗使用小口徑試管裝水，水面不一定水平，及水面會因水柱衝撞而晃動，所以所成的節形狀就隨水面方向變化了。如附圖(五)，但有一個特色，與水面接觸的節，「腰身」縮小得很明顯。
6. 當水柱碰撞細針時，水柱仍然成節(附圖六右圖)，也會造成彎曲的水柱，(附圖六左圖)。當水柱長度逐漸增長時，節的數目也增加了，水柱愈長，下方的節的長度愈短。這個特徵與水柱碰撞玻璃棒、水面等都相同。
7. 在無意中，細針的針尖刺在較快速流動的水柱表面時，未貫穿水柱時，發現在水柱光滑表面上形成花紋，如附圖(十一)。



附圖(十一)

(五)討論:

1. 水柱成節的原因到底是什麼呢?是駐波嗎?

我們知道形成駐波的條件必須是兩個波形、波長和頻率均相同以及方向相反的波動，彼此干涉而形成。

(1)但在水柱中，因為水一直穩定的流，所以往上、往下的波動速度必然不同，因此

無法形成駐波。

(2)形成駐波時，波腹會以更大的振幅振動，但是在水柱的節中，看不出有這個現象。

(3)水柱撞擊所形成的節，沒有形成駐波的基本條件，也沒有駐波的現象，因此肯定不是駐波。

2. 水柱往下流動，碰觸到玻璃棒、水面、細針，我們可以認為，玻璃棒、水面、細針是波源，對介質—水柱產生擾動，波在水柱上傳播，因為水柱持續的往下流動，可以看成波源在靜止的水柱往上移動，水在碰撞點的流速，即是波源往上移動的速度。

那麼，水波波速是多少呢？

3. 無意中，當細針只插入水面一點點，看到了水面上的波紋不一樣，如附圖(十一)，當水流速變快時，明顯的在細針下方形成V字形的波紋，那是什麼？

持續設計以下實驗二加以驗證。

實驗二：水柱表面的擾動

(一)實驗目的：

觀察細針尖刺入水柱表面產生的擾動。

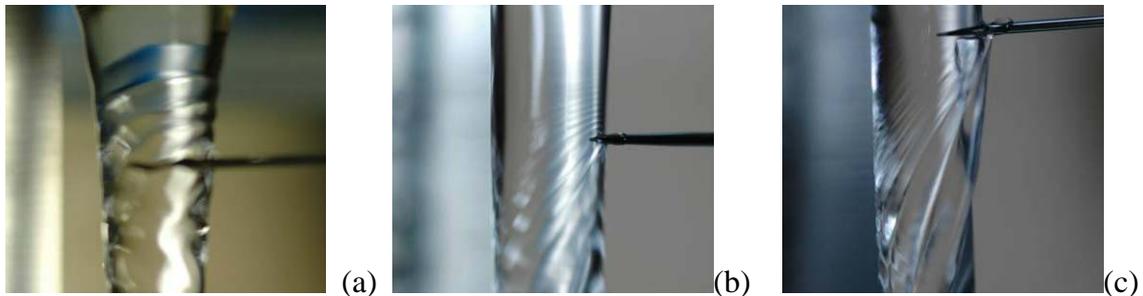
(二)實驗步驟：

1. 將細針尖插入水柱表面，觀察波紋的形狀。
2. 移動針尖插入水柱的位置，比較波紋有何改變。
3. 改變水柱從管口流出的體積流速，重複步驟(1)(2)(3)。

(三)實驗結果：

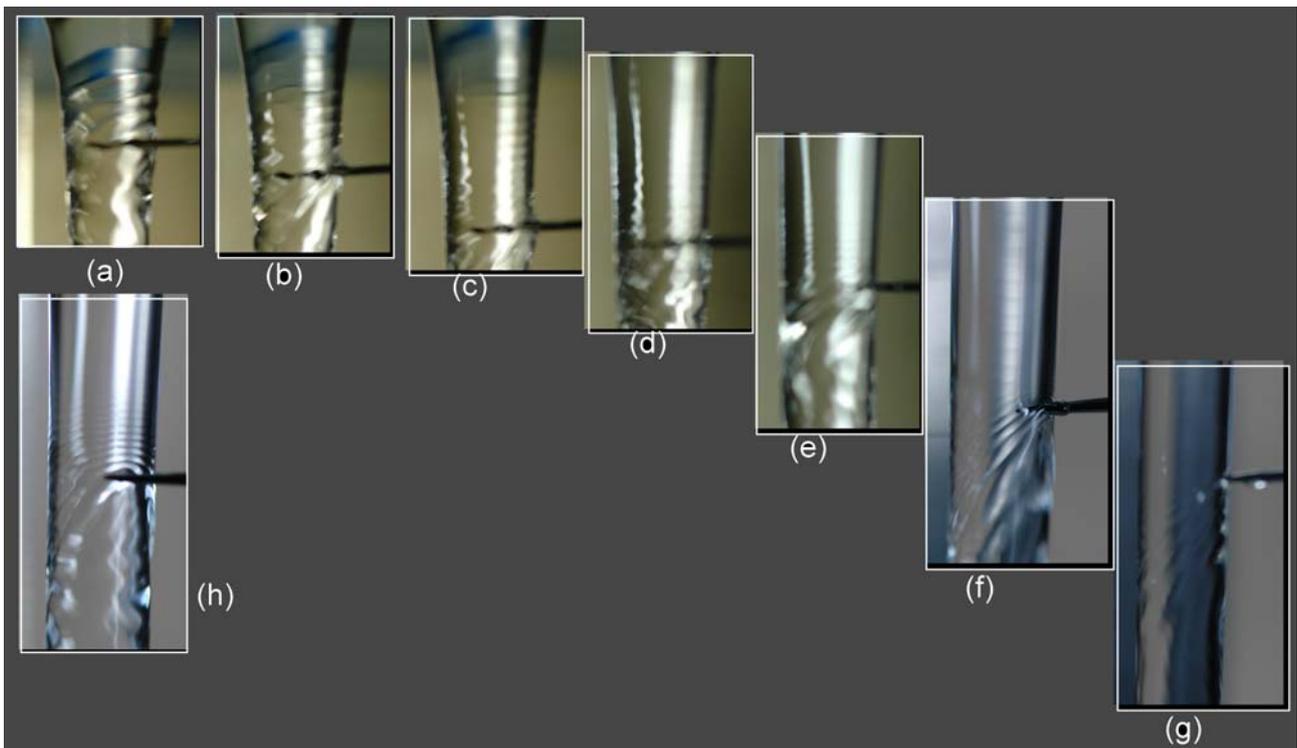
1. 當細針插入水柱表面時，從側面看到水柱表面的條紋，如附圖(十二)。

(a)的水柱長度最短，(c)的水柱長度最長。



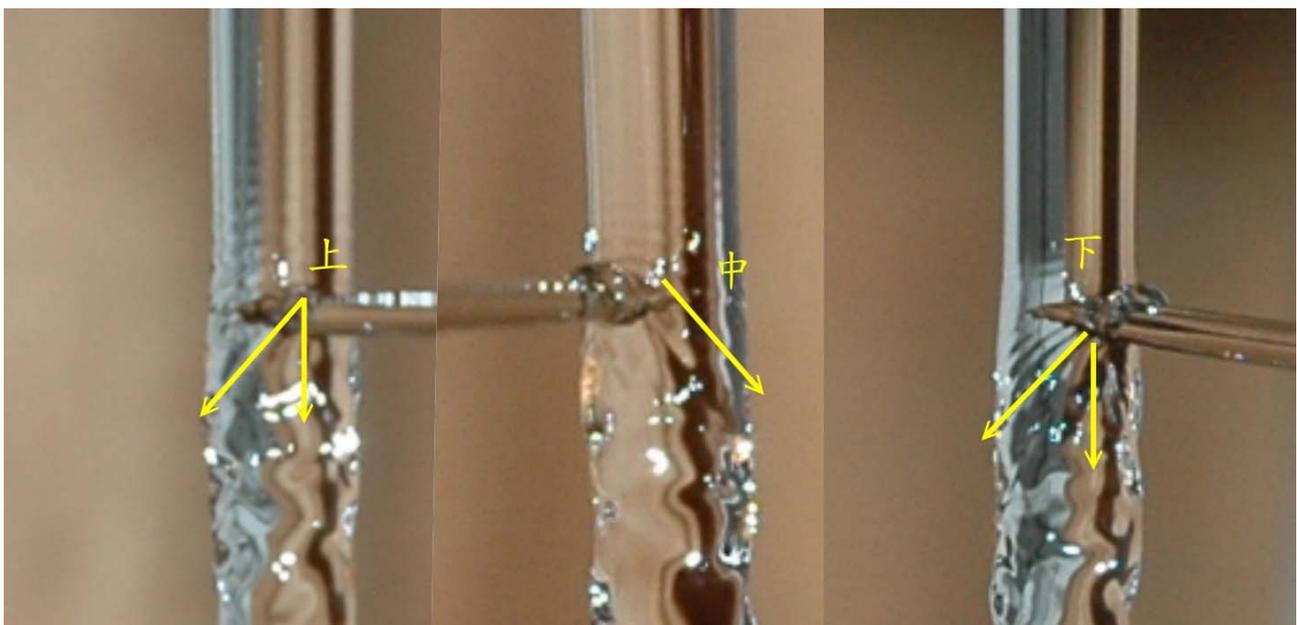
附圖(十二)

2. 針尖由水柱高處往低處移動時，水柱表面產生的條紋如附圖(十三)



附圖(十三)

3. 利用近攝攝影技巧，再描寫水柱條紋。如附圖(十四)



附圖(十四)

(四)結論:

1. 圖十二中，(a)細針插入點離水柱出口最近，亦即水柱最短，流速最慢，細針上方的條紋很明顯清楚，而且成傾斜狀，而下方則無明顯的條紋。(b)圖中的細針插入點，上方水柱較(a)長，水的流速較快，細針上方形成的條紋密集，細針下方有明顯的斜向條紋，(c)圖中細針上方的水柱最長，水在細針處的流速最快，而在細針下方所形成的條紋最清楚。
2. 圖十三中，由圖(a)至圖(g)，細針在同一水柱中逐漸的往下移動，可以看到細針上方的條紋逐漸密集，波幅逐漸變小。而細針下方的條紋逐漸明顯，而且條紋與水柱邊緣

與水共跳肚皮舞

夾角逐漸變小(偏向鉛垂)。圖(h)中拍攝的角度從側面偏移向細針方向，幾乎也可以同時看到另一側的條紋了。

3. 圖(十四)中，將細針下方的條紋描邊，發現它類似於V字形，很像波源超波速時在介質中所產生的震波。
4. 在由圖(十三)中，(a)至(g)水柱在細針處的流速逐漸變快，相當於細針在靜止的水柱中向上移動，速度由(a)到(g)逐漸變快，而所看得的V字形夾角逐漸變小，符合馬赫角與波速、源速率的關係。

(五)討論：

1. 圖(十三)中，由圖(a)至圖(g)，相當於波源速率逐漸變快，V字形夾角變小，符合震波產生的原理， $\sin\theta = \frac{V}{V_s}$ 。
2. 波速與介質特性有關，波在水柱中傳，水柱的直徑應該是影響波的傳播速率的變因。
3. 因此設計以下實驗，以震波的原理歸納波速與水柱直徑的關係。

實驗三：水柱上的波速

(一)實驗目的：

1. 歸納波速與水柱直徑的關係。
2. 驗證細針下方的條紋是震波。



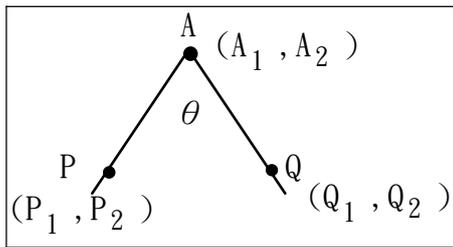
附圖(十五)

(二)實驗步驟：

1. 調整水柱流速，使水柱流動穩定，表面光滑。以量筒、停錶測量穩定水柱的體積流率 Q (單位： cm^3/s)
2. 水柱旁豎立一直尺，以細針插入水柱表面(裝置如圖十五)，插入點由上而下逐次移動，以相機特寫水柱條紋(直尺入鏡)。
3. 在看圖軟體中(PhotoImpact)，由滑鼠指標讀取細針插入處水柱直徑(以畫素為單位)，再讀取直尺1cm的畫素值，將水柱直徑d單位轉為cm。

$\lambda = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v$ ， v 即為水柱在細針插入點的速率，也是細針相對於水柱的速率 V_s 。

4. 以滑鼠讀取 V 字形的三點坐標，如附圖(十六)



附圖(十六)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} &= |\overrightarrow{AP}| \cdot |\overrightarrow{AQ}| \cdot \cos \theta \implies \\ &= (P_1 - A_1) \cdot (Q_1 - A_1) + (P_2 - A_2) \cdot (Q_2 - A_2) \\ &= \sqrt{(P_1 - A_1)^2 + (P_2 - A_2)^2} \cdot \sqrt{(Q_1 - A_1)^2 + (Q_2 - A_2)^2} \cdot \cos \theta \end{aligned}$$

由上式即可轉求出 $\sin \frac{\theta}{2}$ ， $\rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{v}{V_s}$

5. 經步驟(4)(5)即可求出水柱半徑 d 時的波速 v 。

(三)實驗結果：

1. 數據：

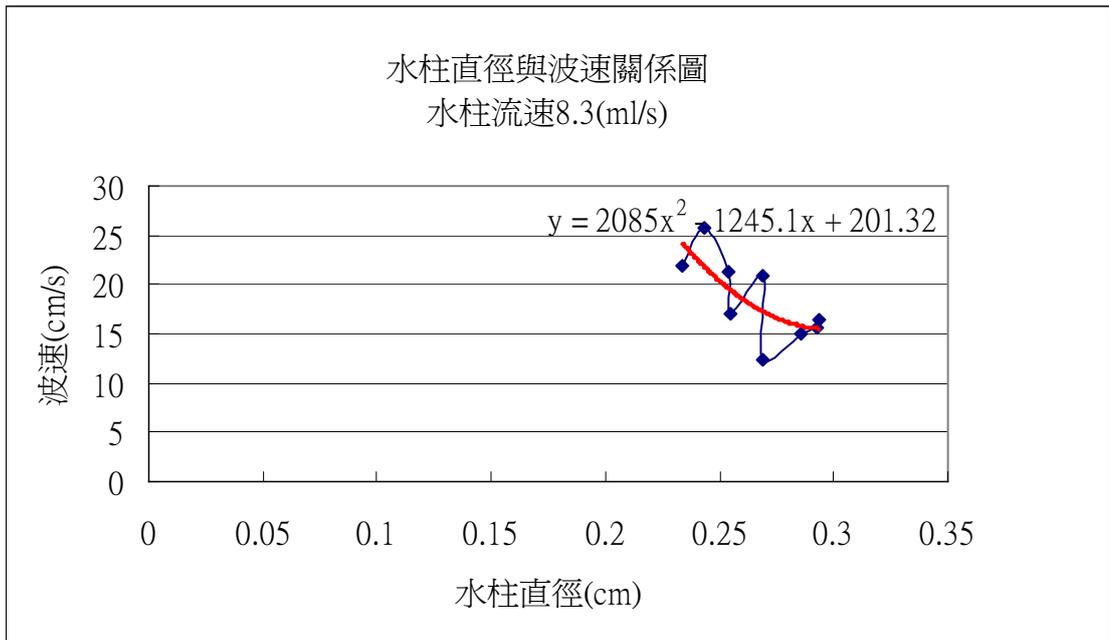
水柱流速 $8.3\text{cm}^3/\text{s}$

pic	直徑(cm)	波速(cm/sec)
97	0.23	21.85
63	0.24	25.81
72	0.25	21.38
79	0.25	17.03
57	0.27	20.82
107	0.27	12.46
45	0.29	15.05
26	0.29	15.68
29	0.29	16.348

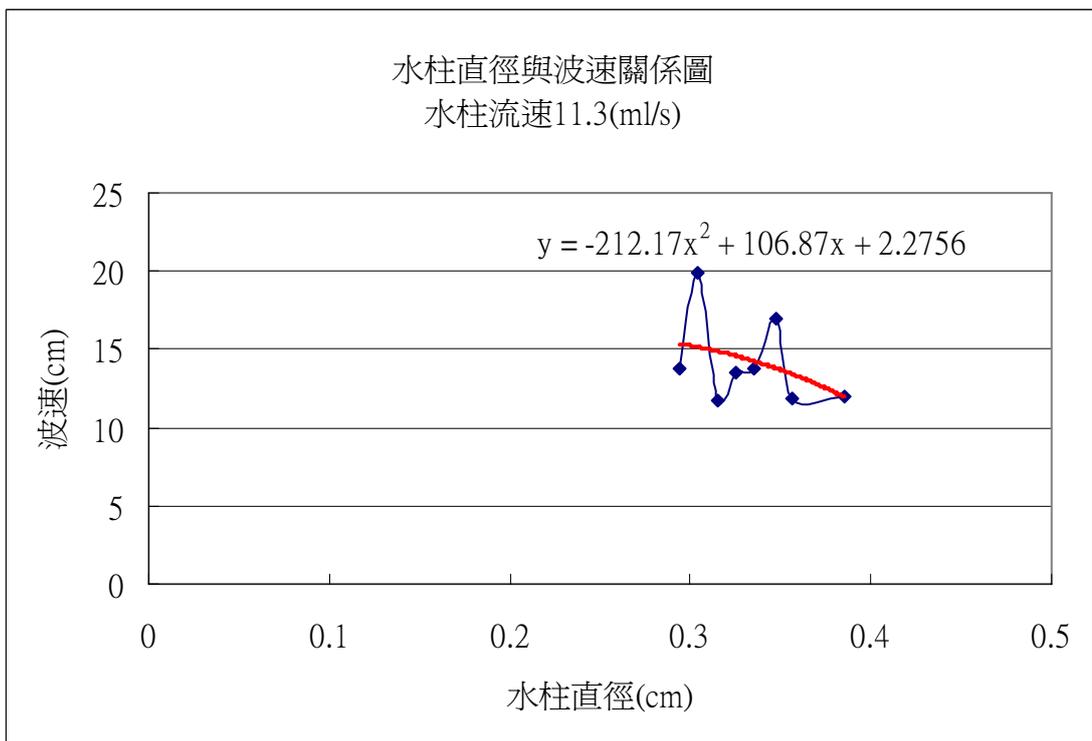
水柱流速 $11.3\text{cm}^3/\text{s}$

pic	直徑(cm)	波速(cm/sec)
163	0.294195	13.7488
176	0.304528	19.91706
205	0.314685	11.6732
159	0.325034	13.56729
148	0.335077	13.78977
126	0.347714	16.95391
138	0.356796	11.82666
189	0.384775	11.94815

2. 分析：



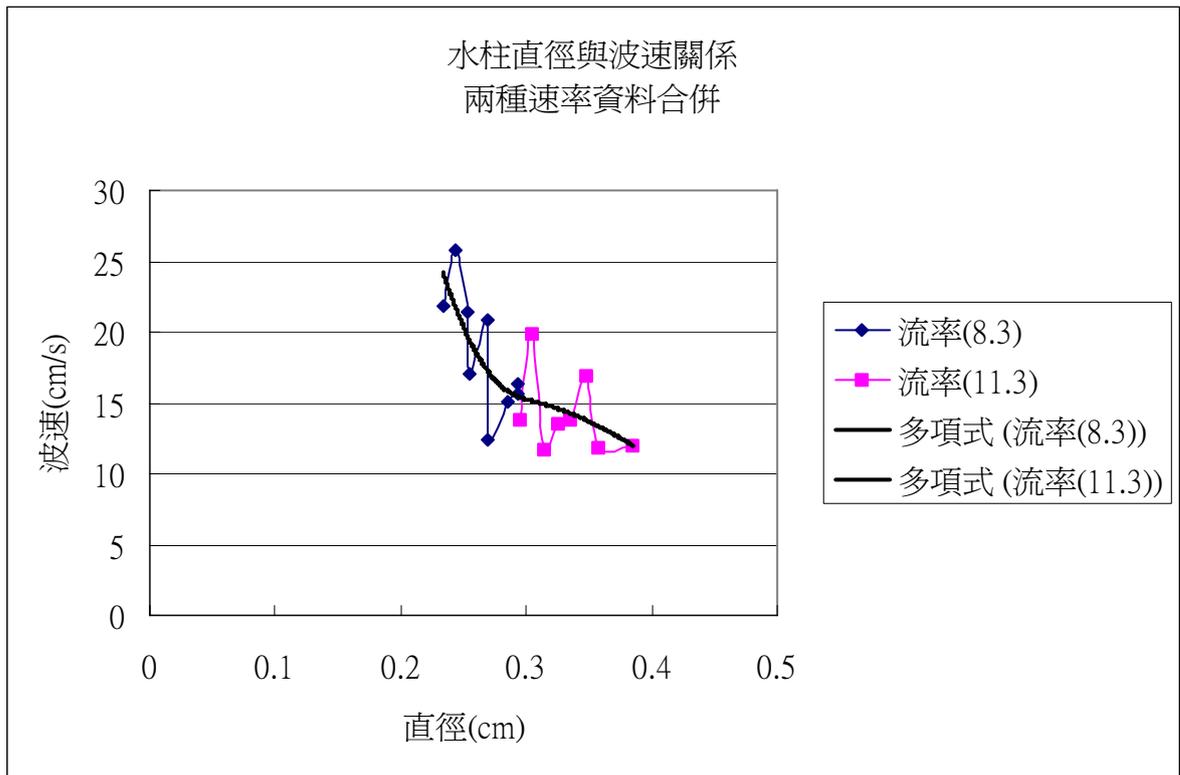
關係圖(一)



關係圖(二)

(四) 結論：

1. 由關係圖(一)(二)可以看出，實驗數據點跳動偏離趨勢線，代表測量誤差不小，雖然如此，數據分布顯示，水柱直徑愈大，波速愈慢。這傾向在兩組數據是一致的。
2. 水柱流率會影響波速嗎？這值得顧慮，於是把不同流率的兩組數據資料合併，結果如下關係圖(三)。

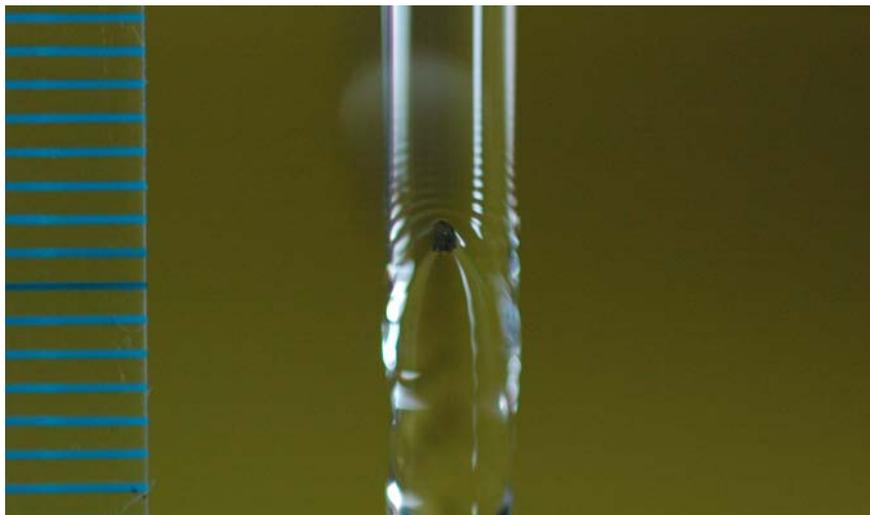


關係圖(三)

合併的結果頗令人驚訝，兩組數據的趨勢線連接的天衣無縫，而趨勢也大致相同，這顯示什麼，就是水流速度不影響波速，只有水柱直徑影響波速，直徑愈大，波速愈慢。

(五)討論：

1. 由實驗一的觀察比較知道，當水流速率緩慢時，短水柱構成的節確實由水的表面張力及白努利效應造成。由實驗二、三的觀察測量，證實細針尖下方的條紋確實是因超波速而形成震波，水柱中的波速隨著水柱直徑減少而變快。
2. 但我們發現形成 V 字形波時，針尖再往下移動，形成的 V 字形波夾角變小，符合震波理論，代表針尖在水柱中移動的速度超過水波波速，但在針尖上方仍然可見到節，只是此時的節變得很密集，條紋比較不明顯。如附圖(十七)。



附圖(十七)

也就是說，不論水流的速度是否超過波速，水柱受阻後都會產生節，這到底又是什麼呢？因此我們想用水波槽模擬，以物體在水面上推動，仔細觀察物體前方是否會有和水柱的的節相同的現象出現？

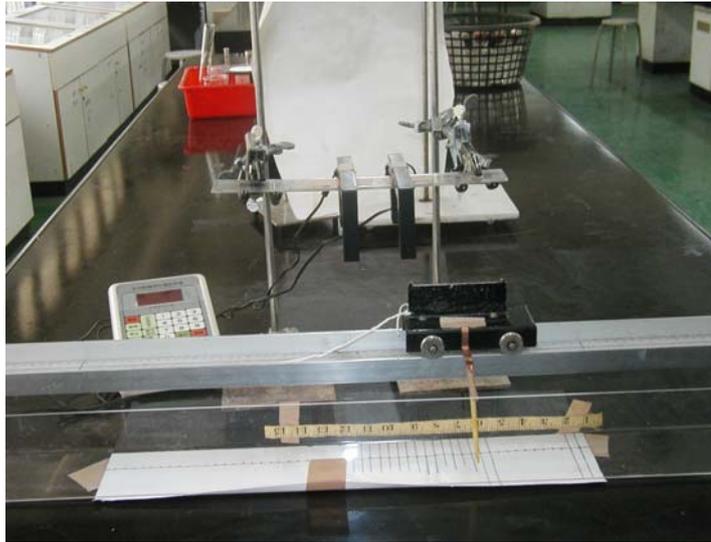
實驗四：水波槽模擬

(一)實驗目的：

1. 觀察物體在水面上穩定推動時(未振動)，物體前方是否產生波形。
2. 假如產生波形，波長和什麼變因相關？是什麼關係？

(二)實驗步驟：

1. 訂製長方體壓克力水波槽，高 10cm，寬 10cm，長 100cm。調整水平再裝入高度 h cm 的水。
2. 水槽上方放置軌道，軌道上的滑車側面向下黏上木條，滑車運動時同時木條也推動下方的水槽中的水；將光電計時器的兩個感光器固定在軌道上方，且兩個感光器相隔 5cm，藉以測得滑車的車速，如裝置圖。



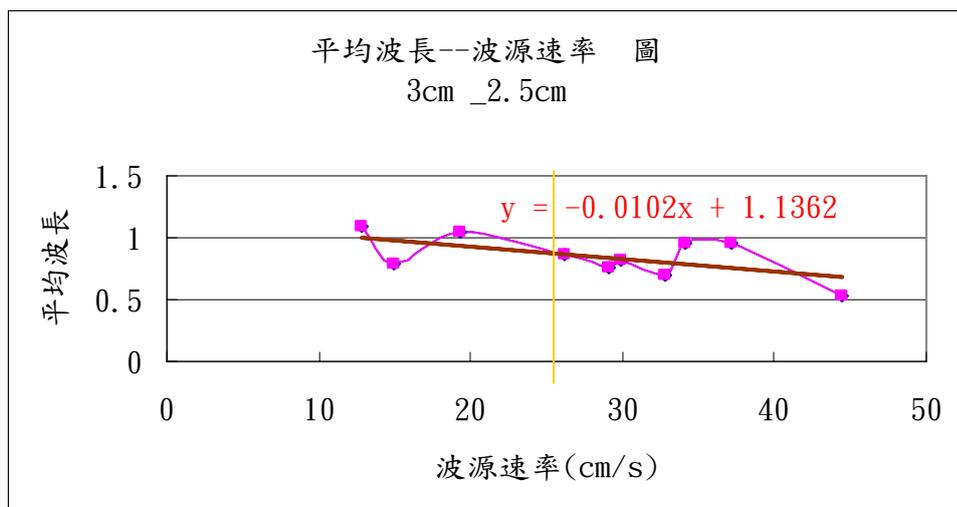
裝置圖

3. 先測量水波槽中的波速，再以不同的速率推動滑車，以攝影的方法測量水波槽中的水波波長。
4. 比較波長與滑車速度、水深、木條入水深度的關係。

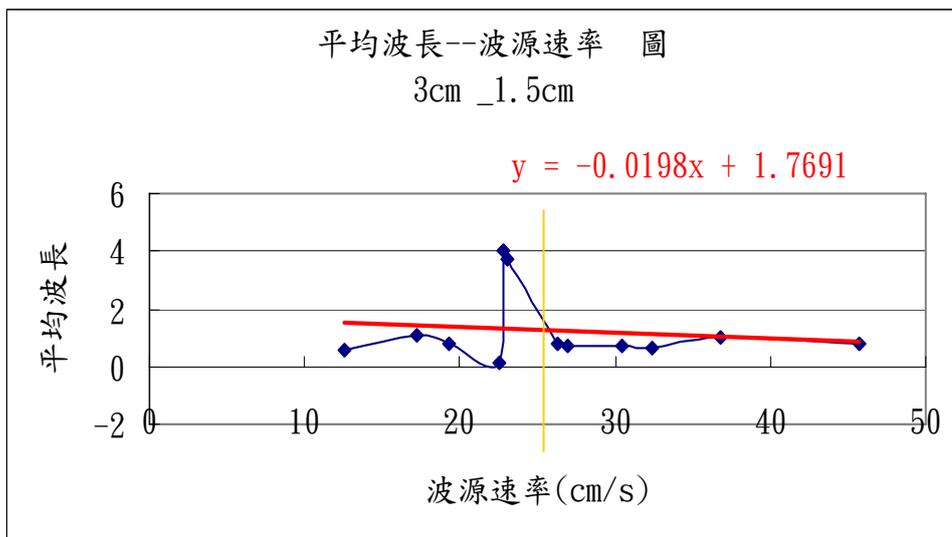
(三)實驗結果：

1. 數據(1)：

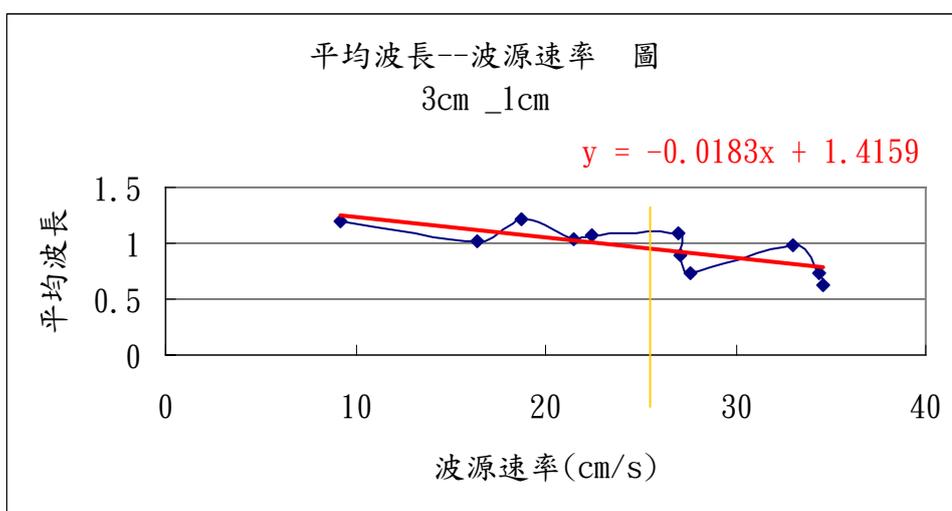
水深 3cm(水波速率 26.32cm/s)



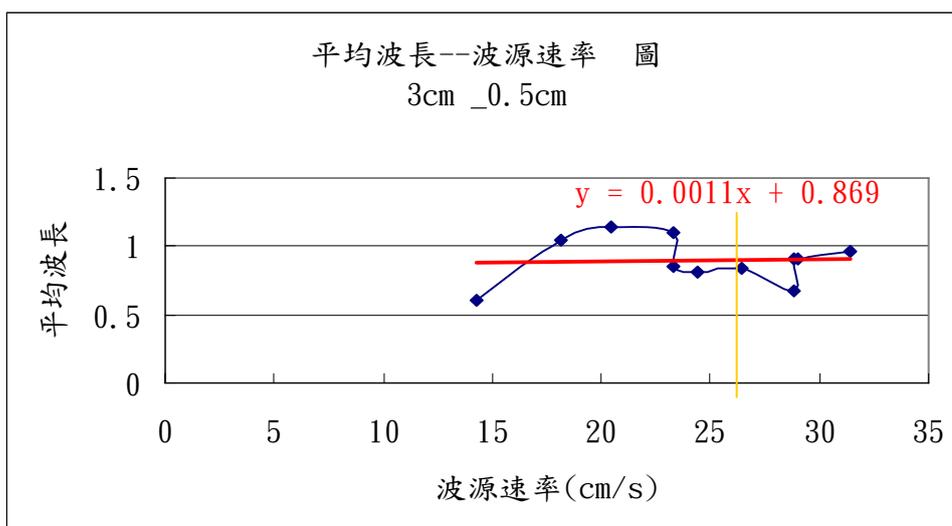
關係圖(四)



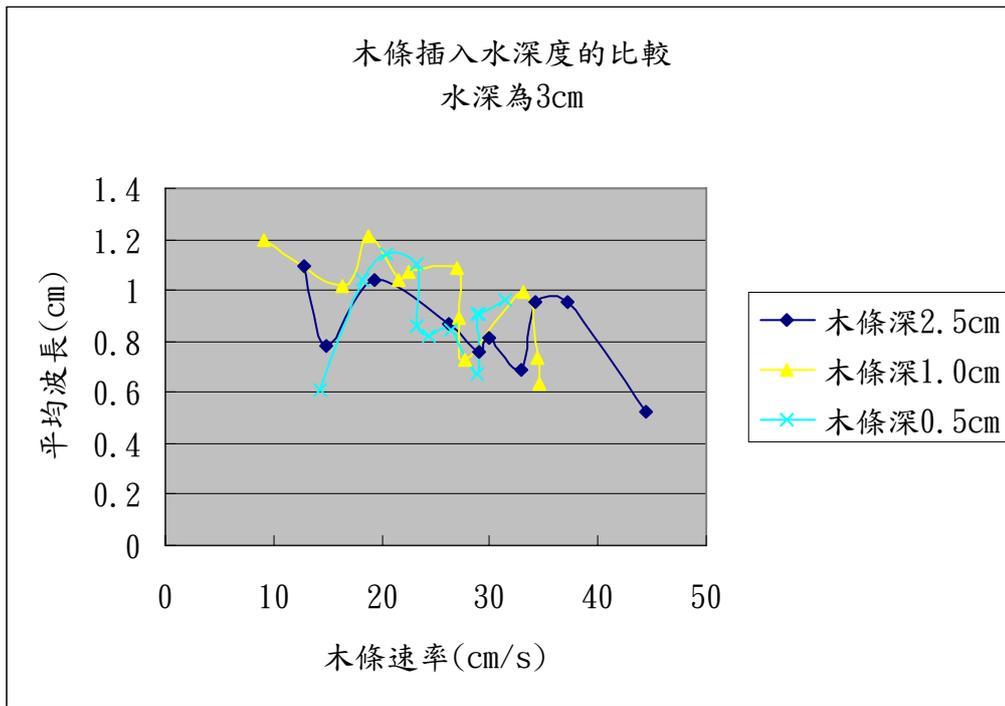
關係圖(五)



關係圖(六)

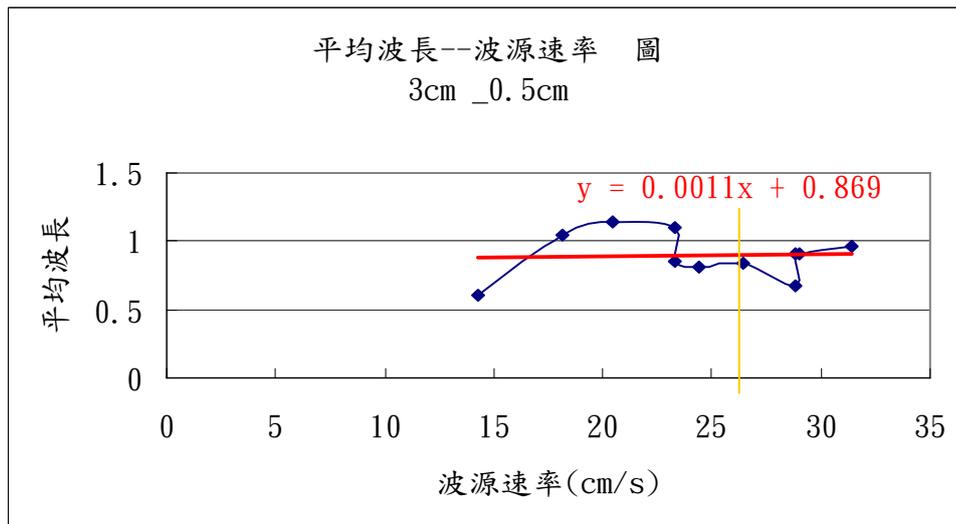


關係圖(七)

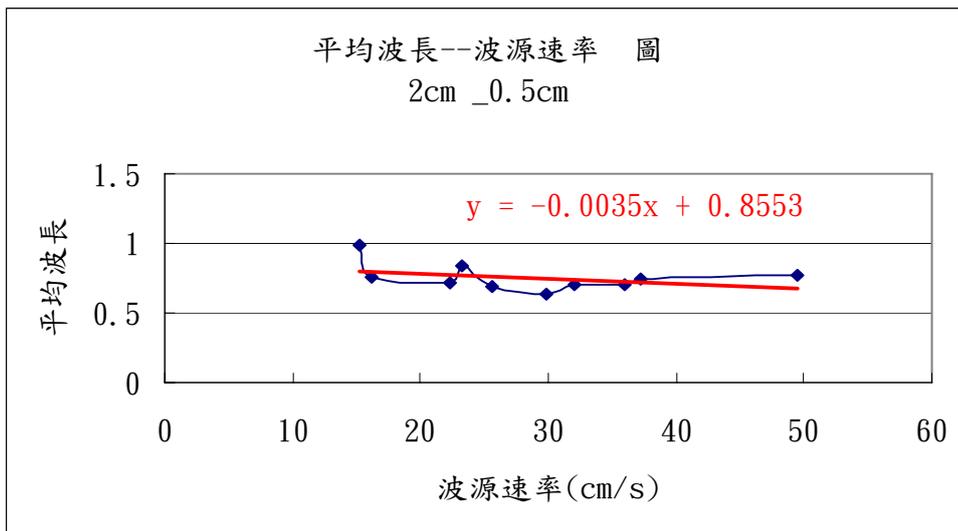


關係圖(八)

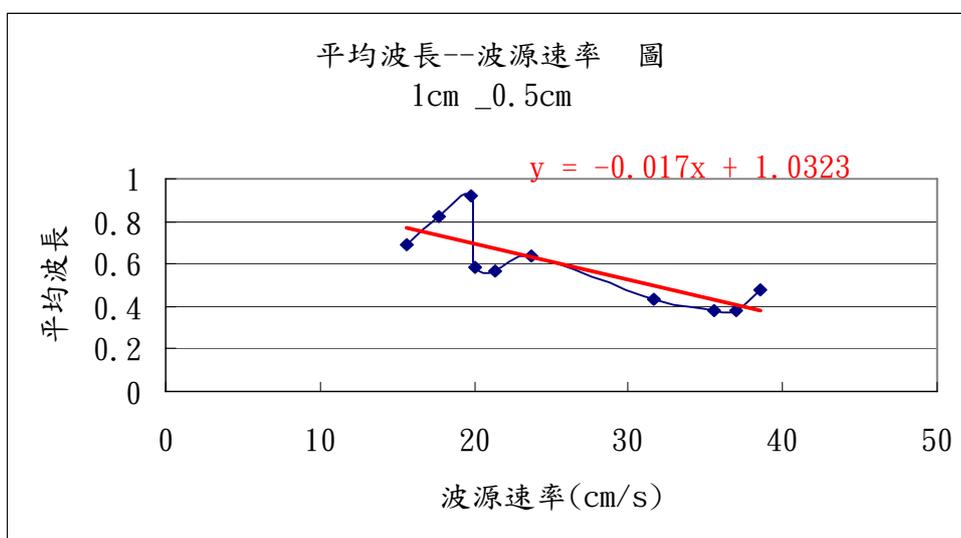
2. 數據(2) :



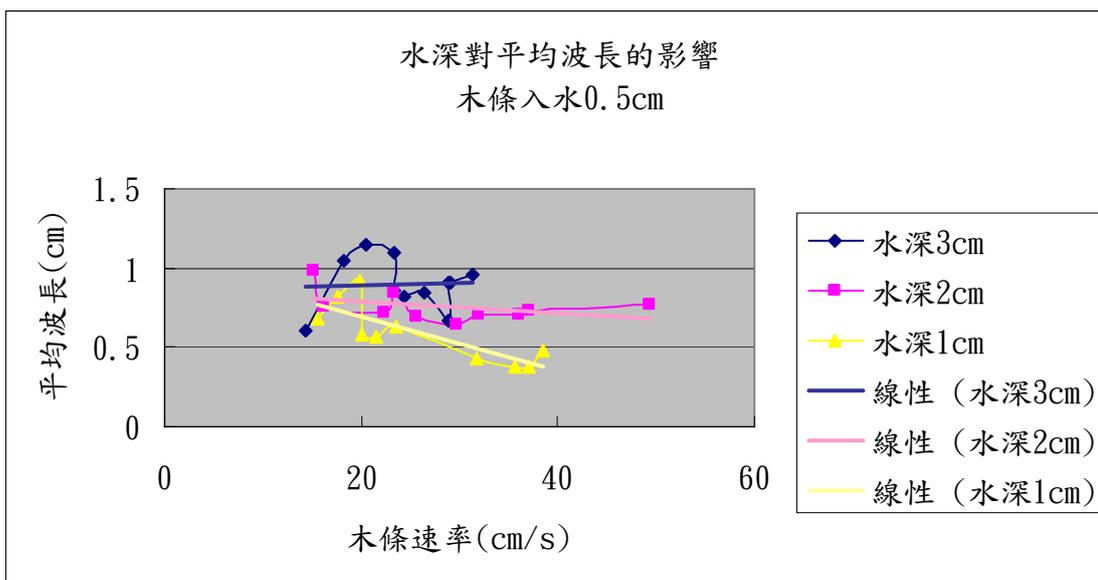
關係圖(九)



關係圖(十)



關係圖(十一)



關係圖(十二)

(四)結論:

1. 由關係圖(四)(五)(六)(七), 得知木條速率在大於或小於波速, 木條前均產生波紋。而且木條速度愈快, 木條前平均波長愈短。而由關係圖(八)中比較木條入水深度, 數據顯示, 在相同的深度的水中, 木條入水深度不同, 對木條前的平均波長並無影響。
2. 由關係圖(九)(十)(十一)中, 大致的維持木條速率愈大, 木條前波長愈短的趨勢。由關係圖(十二)中比較, 木條入水深度相同, 改變水槽水深, 得知水愈深, 木條前平均波長愈長, 水愈淺, 木條前平均波長愈短, 而且隨著木條速率增加, 平均波長減少得較快(變化率較大)。

(五)討論:

1. 不論木條速率是否超過波速, 在木條前均會產生波形, 而且波長和木條速率、水槽水深有關, 和木條入水深度無關, 但是什麼產生波最原始的原因是什麼呢?
2. 當木條在水中移動時, 木條把木條下的水刮起, 使得木條前的水隆起, 水壓變大, 木條後方的水凹陷, 水壓變小, 壓力對水面有了擾動。而且水會隨著木條往前方流動, 木條前方的水, 相對於木條就沒有超過波速, 這或許就是木條速率超過波速而仍然有波的基本原因吧!

五、研究結果

1. 當光滑的水柱以慢的速度撞擊玻璃棒、水面、細針時, 水柱上就會產生節, 節的形狀類似於球(短水柱時)或橢圓球(長水柱時)。但節的形狀會因為接觸面的方向而改變為歪斜的橢圓球。當水柱較長時, 各節間長度的比例關係則大約相同了, 水柱愈高處, 水柱截面積愈大, 節的長度愈長, 與接觸面的種類、方向無關。
2. 針插入水柱時, 針插入點上方都會產生節, 當針下移到一定距離時, 插入點下方產生V字形的條紋, 愈往下移, 水柱流愈快, V字型角度愈小, 此時V字形上方的節, 變得更密集, 但波幅變小。
3. V字形的波紋為細針相對水柱所產生的震波, 張開的角度為2倍馬赫角, 因此可以憑這個角度求出水柱中的波速。波速與水柱直徑有關, 與水柱流動速度無關。
$$V = 2085D^2 - 1245.1D + 201.3$$
 (V為波速單位 cm/s, D為水柱直徑, 單位 cm)
水柱愈上方處, 直徑愈大, 波速愈慢, 愈下方處, 直徑愈小, 波速愈快。
4. 不論細針相對水柱移動速度是否超過波速, 細針上方都有節(波紋)存在, 當細針相對細針速度愈快時, 節的長度愈小(愈密集)。
5. 在水波槽的模擬實驗得知, 木條在水中移動時, 木條插入的深度不會影響木條前方的波長, 但木條移動速度愈快時, 前方波長愈短, 水愈深時, 木條前方波長愈長。確定影響木條前方波長的因素有木條速度及水波槽水深兩個變因。
最重要的, 不論木條速度是否超過波速, 木條前方均會產生波紋, 這一點和實驗三水柱中的觀測互相吻合的。

六、研究結論

1. 水滴的表面張力會使得水滴變成圓球形，表面張力在緩慢的水柱碰撞接觸物體時，也使得水柱變形為球形、橢圓球形。
2. 節的現象，不是駐波，因為往返水柱的波速不同，無法干涉成為駐波；及節沒有波腹大幅度振動的現象。故節不是駐波現象。
3. 細針插入水柱表面時，當細針上方長度超過某長度後，細針下方產生V字形震波，依此證明，不論細針相對水柱的速度是否超過波速，細針上方都有節存在，這個節，不是震波。
4. 由水波槽模擬發現，不論是否超過波速，木條前方都會產生波紋，這是因為木條刮起前方的水，往上堆積，水壓變大，木條變成壓力的擾動的來源，也是所謂的波源。木條前方的水受到木條的推力，往前方加速，在某個範圍內，相對木條不會超過波速，因此顯現出波紋了。
5. 因此，在水柱中我們所看到的節，不論是長度大的節(因水流速慢)，或長度小的節(因水流速快)，不是震波，不是駐波，而是相對於木條往前傳遞的波而已，波源是撞擊物，撞擊物改變了水柱表面的壓力，而成為波源，而水柱的水流因撞擊，某個範圍內流速會減低而小於波速，使得撞擊物前方存在波紋，當水流速緩慢，則產生節的範圍就很大，而且節長度較長，當水流速快，則產生節的範圍就很小，節的長度很短。這是這個實驗最終的結論。

七、討論

1. 不同的液體，表面張力不一樣，對抗壓力變化的能力不一樣，因此產生節的現象也會不同，可以再設計實驗證明。
2. 應用在實驗中的攝影技巧，會增加人類眼力的極限，感謝老師提供高階數位相機。
3. 我們直接在水波槽上方拍攝水波，水底的像再經凹凸不平的水面，會產生相當大的誤差，假如將水波槽架高，水波的像投影在正下方的白紙上，再拍攝紙上的像，應該是可行的方法。

八、參考資料

1. 龍騰文化，高中物質科學物理篇下冊，第10章，流體力學。
2. 葉偉文譯，2000，物理馬戲團(1)p176, 天下遠見。
3. 四十一屆科展作品資料。

評語

垂直水柱的研究十分有趣，作者提出了自己的看法來解釋觀察到的現象，十分不錯，值得鼓勵。如能有更多的定量討論，或是理論上多一些描繪，結果會更好。