

臺灣二〇〇三年國際科學展覽會

科 別：物理科

作品名稱：漩渦之美

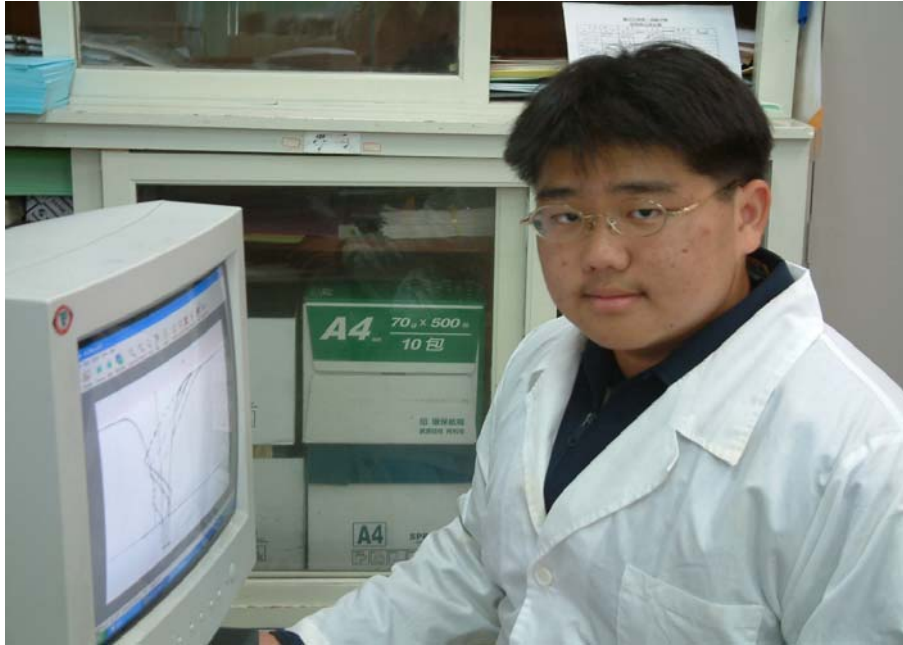
得獎獎項：物理科第三名

新加坡第廿六青年科學節

學 校：國立台南第一高級中學

作 者：陳奕中

作者簡介



我是陳奕中目前就讀於台南一中。而我在空閒時，我總是做些有趣的實驗，並積極充實科學新知。在因緣際會，我參加了此次科展，但這是一條無窮盡的困難道路，我曾數度有放棄的念頭。但我的父母總是從旁激勵我。直至實驗完成，這雖然是個簡單的實驗，但對我來說卻是意義深遠，因為它讓我學會了堅忍不拔的性格。

My name is Yi-Chung Chen. I am now studying in Tainan First Senior High School. I choose to do scientific experiment at my leisure to satisfy my desire for science knowledge. With this ambition, I decide to participate in science fair. In the difficult process, I gave up several times. But my parents always inspired me to go on with my research. So I finally finished the experiment. It is a small experiment but it means a lot to me. I have learned perseverance from this experiment.

漩渦之美

一、中英文作品摘要

(一) 中文摘要：

本研究探討自由渦流中的穩定漩渦，自然界的漩渦分為強制渦流和自由渦流兩大類，自由渦流又可分為不穩定漩渦與穩定漩渦兩種。不穩定漩渦的水流不斷的從放流口流出，水面無法保持穩定。穩定漩渦因為有水源補充流出的水，水面則可保持恆定。

本研究的測量方式有別於別的研究。我們將漩渦周邊的水壓利用儀器轉變為電壓，再利用流體力學的公式及一些自導公式將這些數值轉變為漩渦的各項數據，如水壓、流速。另外，我們也用攝影機來觀察漩渦的形狀及流線，最後總合而為漩渦周邊的結構。

(二) English Abstract

This study investigates vortex type 4—stable free vortices. Vortices can be classified into two main categories: force vortices and free vortices. Free vortices can further be subcategorized into unstable free vortices and stable free vortices, the difference between which is that the surface and structure of unstable free vortices do not maintain a stable condition because the water runs outward while those of stable free vortices do because the water circulates with abundant water supply within the container.

The study employed different means of measuring the vortices from those used by previous studies. The water pressure of the spiraling vortex water flow was measured, transformed into electric power and then into exact values of water pressure and flow velocity by applying equations in flow mechanism and some self-derived equations. Besides, video cameras are also used to observe the patterns and streamlines of the vortices. Based on the figures achieved, this study obtained a comprehensive account of the structure of the spiraling vortex water flow of stable free vortices.

(三) 二、內文

(一) 前言

1、研究動機

在日常生活中我們常可以發現漩渦的存在，但其存在的形體與性質卻不盡相同。大略來說，漩渦分為兩種，一種是強制渦流，如同洗衣機內的漩渦；而另一種是存在自然界中，稱自由渦流，如龍捲風、浴缸放水後產生之漩渦。經筆者分析自由渦流，發現其中又有兩種系統，其差異在於周圍有無水流補充。有流水補充者（以下簡稱穩定漩渦）在經過一段時間後，漩渦會達到動態穩定。相對的，無流水補充者（以下簡稱不穩定漩渦），水將不斷流出，直至容器內水用盡為止。而筆者將針對穩定漩渦進行剖析。

針對穩定漩渦，筆者分析出兩種會影響漩渦的因素：漩渦起始高度及放流洞口大小。另外，在漩渦構造中，不同的位置有不同壓力、流速。筆者也將其列為研究對象。相信在此實驗中，我們除了能了解漩渦的結構外，尚可體會到漩渦所表現出自然界力與美的一面。

2、研究目的

設計一個漩渦的實體模型，來探討液體的螺旋狀運動。研究項目如下

- (1) 設計實驗研究漩渦的結構。
- (2) 設計實驗探討不同起始高度對漩渦結構的影響。
- (3) 設計不同尺寸的放流洞口探討漩渦結構的變化。

(二) 研究方法

1、研究器材：

水槽
碼錶
燒杯
量筒
粉筆
數位攝影機
壓力感應器
漩渦產生器（圖 34）
壓力對照槽（圖 35）
水流緩衝器（圖 36）
壓力感測管（圖 37）
雙極電源供應器（圖 38）
自製壓力訊號放大器（圖 39）
電腦軟體：Data studio，excel

2、研究原理

- (1) 角動量守恆定律： $mV_1r_1 = mV_2r_2$
 m =質量

- V=速度
r=曲率半徑
- (2) 伯努利方程式： $p_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho g y_2$
p=該點壓力，且視大氣壓為 0
 ρ =液體密度
v=流速
g=重力加速度
y=高度
- (3) 托里切利原理： $v_{(t)} = 0.600 \sqrt{2gh_{(t)}}$
 $v_{(t)}$ =流速
g=重力加速度
h=高度
- (4) 環流： $\Gamma = \oint c v d c = v_{\theta} 2 \pi r = \text{定數} \rightarrow v_{\theta} = \Gamma / 2 \pi r$
 Γ =環流
V=水平速度
r=流體中的定點到漩渦中心的距離
- (5) 連續方程式： $A_1 v_1 = A_2 v_2$
 A_1 =進水口的截面積
 v_1 =進水口的流速
 A_2 =出水口的截面積
 v_2 =出水口的流速
- (6) 能量守恆定律： $mgh_1 + 1/2 m v_1^2 + E_1 = mgh_2 + 1/2 m v_2^2 + E_2$
m=質量
g=重力加速度
h=高度
v=速度
E=內能

3、測量原理

- (1) 分別在漩渦產生器、壓力對照槽中，裝置壓力感測管 A、B。
- (2) 將壓力感測管 A、B 接在壓力感測器上。
- (3) 利用排線將壓力感測器與自製壓力訊號放大器連接。
- (4) 以雙極電源供應器做自製壓力訊號放大器的電源，並連接放大訊號至電腦上。
- (5) 在實驗開始時，啟動 Data studio 軟體，就可紀錄實驗過程。
- (6) 在實驗過程中，我們可測得該點之動壓（以下稱為漩渦壓）。

4、數據處理

- (1) 先計算出該次實驗的平衡水高與測量管高度的差距 X。
- (2) 再計算出該次實驗的 X 會產生多少電壓 v_1 。
- (3) 將 v_1 加上該次實驗之零位點電壓 v_0 ，得無漩渦影響時應測得電壓 v_2 。
- (4) 將 v_2 減掉數據所得之電壓 v_3 ，所得之值為漩渦壓所造成之電壓 v_4 。
- (5) 將 v_4 帶入壓力校正曲線公式，可得漩渦壓與靜水位之壓力差 Δp 。

註：X=平衡水高減測量管高度

- v_0 =零位點電壓
- v_1 =平衡高度所產生之電壓（靜水壓）
- v_2 =無漩渦影響時應測得的電壓
- v_3 =實驗所測得的電壓
- v_4 =漩渦壓所造成之電壓
- Δp =漩渦壓

(5) 處理範例

- 某次實驗得 $v_0 = -4.778$ 伏特、 $v_3 = -5.341$ 伏特、平衡水高=8 公分。
- a. 將平衡水高減測量管高度得 x 。
 - b. 將 x 帶入壓力校正曲線公式： $v_1 = (-0.0033x - 0.00007)$ ，可得 $v_1 = -0.015$ 伏特。
 - c. 再將 v_1 加上 v_0 ，得 $v_2 = -4.793$ 伏特。
 - d. 接著，將 v_2 減掉 v_3 ，得 $v_4 = 0.548$ 伏特。
 - e. 最後，將 v_4 帶入壓力校正曲線公式： $\Delta p = (\Delta v_4 + 0.00007) / -0.0033$ ，得 $\Delta p = -166.106$ 公分水柱。
 - f. $\Delta p = -166.106$ 公分水柱 $= -1.628 \times 10^5 \text{ Nt/m}^2$ 。

5、研究過程及方法

實驗一：對水壓做校正曲線

- (1) 在壓力對照槽中放水至 20 公分。
- (2) 將壓力感應器的兩端分別固定於不同高度。
- (3) 利用 Data studio 軟體測量電壓。
- (4) 繪出水壓差與電壓之關係圖。

實驗二：漩渦橫截面之壓力測量

- (1) 在壓力對照槽及漩渦產生器中分別加水到指定高度（壓力對照槽 15 公分、漩渦產生器 14 公分）。
 - (2) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中，並開始測量電壓。
 - (3) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。
 - (4) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）測量其平衡水高及電壓。
 - (5) 利用平衡水高及電壓換算出漩渦所造成之壓力。
 - (6) 改變測量管距漩渦中心的距離，並重複 1 至 5 之步驟。
- 註：放流口徑 2.5 公分，壓力測量管距底部 3.5 公分。

實驗三：漩渦剖面圖之測量

- (1) 在壓力對照槽及漩渦產生器中分別加水到指定高度（壓力對照槽 15 公分、漩渦產生器 14 公分）。
- (2) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中，並開始測量電壓。
- (3) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。
- (4) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）測量其平衡水高及電壓。
- (5) 利用平衡水高及電壓換算出漩渦所造成之壓力。

(6) 改變測量管之高度，重複 1 至 5 之步驟。

註：放流口徑 2.5 公分，壓力測量管距漩渦中心 6 公分（應該為 5 公分，但在某些高度時無法產生漩渦，故改用 6 公分）。

實驗四：起始高度對漩渦結構的影響

- (1) 在壓力對照槽及漩渦產生器中分別加水到指定高度。
- (2) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中，並開始測量電壓。
- (3) 漩渦產生器之水高達預定之起始高度時拔開橡皮塞。
- (4) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）測量其平衡水高及電壓。
- (5) 利用平衡水高及電壓換算出漩渦所造成之壓力。
- (6) 改變起始高度，重複 1 至 5 之步驟。

註：放流口徑 2.5 公分，壓力測量管距底部 3.5 公分；距漩渦中心 5 公分。

實驗五：漩渦流量對漩渦的影響

- (1) 在壓力對照槽及漩渦產生器中分別加水到指定高度（壓力對照槽 15 公分、漩渦產生器 14 公分）。
- (2) 開啟水源補充器，調整水量後，注水進入漩渦產生器中，並開始測量電壓。
- (3) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。
- (4) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）測量其平衡水高及電壓。
- (5) 利用平衡水高及電壓換算出漩渦所造成之壓力。
- (6) 利用水槽、碼錶、燒杯測量其水量。
- (7) 改變流量，重複 1 至 5 之步驟。

註：放流口徑 2.5 公分，壓力測量管距底部 3.5 公分；距漩渦中心 5 公分。

實驗六：漩渦放流口徑對漩渦結構的影響

- (1) 在壓力對照槽及漩渦產生器中分別加水到指定高度（壓力對照槽 15 公分、漩渦產生器 14 公分）。
- (2) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中，並開始測量電壓。
- (3) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。
- (4) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）測量其平衡水高及電壓。
- (5) 利用平衡水高及電壓換算出漩渦所造成之壓力。
- (6) 改變放流口徑，重複 1 至 5 之步驟。

註：壓力測量管距底部 3.5 公分；距漩渦中心 5 公分。

實驗七：漩渦流線測量

- (1) 將粉筆敲碎後依重量分為石灰粉、小石灰粒及大石灰粒。
- (2) 在漩渦產生器中，加水到 15 公分。
- (3) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中。
- (4) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。
- (5) 漩渦出現，並呈動態穩定後（Data studio 所測量之電壓維持一定）

將石灰粉、小石灰粒及大石灰粒分別放入漩渦上之指定位置，並用數位攝影機錄下，觀察其流線。

(6) 將其流線繪於紀錄本上。

註：放流口徑 2.5 公分。

實驗八：漩渦曲面方程式測量

(1) 在漩渦產生器中，加水到 15 公分。

(2) 開啟水源補充器，注水進入漩渦產生器中。

(3) 漩渦產生器之水高達 15 公分時拔開橡皮塞。

(4) 漩渦出現，並呈動態穩定後 (Data studio 所測量之電壓維持一定) 用數位攝影機錄下，觀察其曲面。

(5) 將其曲面從電腦中列印下來分析。

註：放流口徑 2.5 公分。

(三) 研究過程與結論

1、主要數據及結果

(1) 壓力校正曲線

表 1、壓力校正曲線紀錄表

水高差	所測量之電壓	與零位點差距
0.0	-6.838	0.000
3.0	-6.848	-0.010
6.0	-6.859	-0.021
9.0	-6.868	-0.030
12.0	-6.875	-0.037
15.0	-6.889	-0.051
18.0	-6.898	-0.060

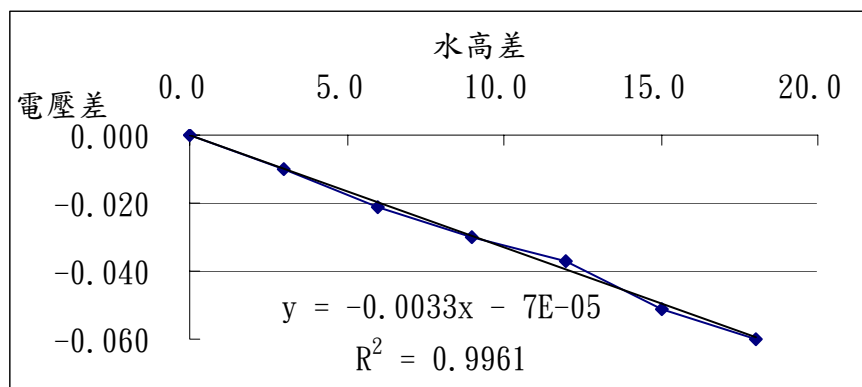


圖 1、壓力校正曲線圖

所得公式： $\Delta p = -0.0033 \times \Delta v - 7 \times 10^{-5}$

Δp = 水壓差

Δv =電壓差

(2) 漩渦橫截面之結構

表 2、漩渦橫截面壓力測量表

測量管距漩渦中心 (cm)	漩渦壓 (Pa)
3.0	-24163
3.5	-20447
4.0	-17900
4.5	-15194
5.0	-14176
5.5	-16655
6.0	-16953
6.5	-18626
7.0	-19728
7.5	-20863

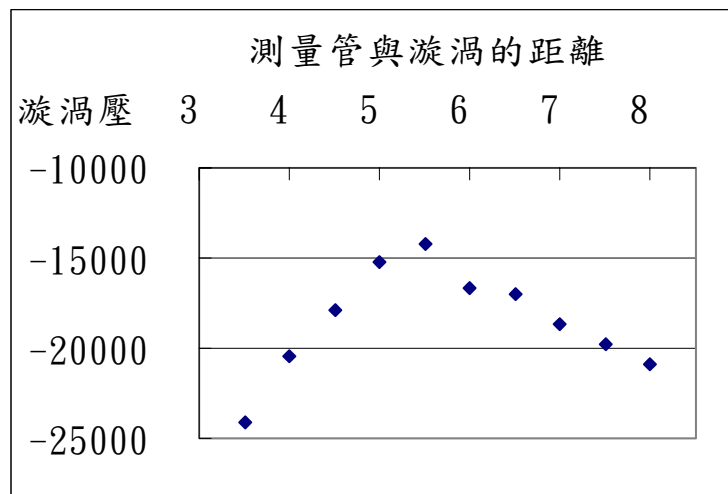
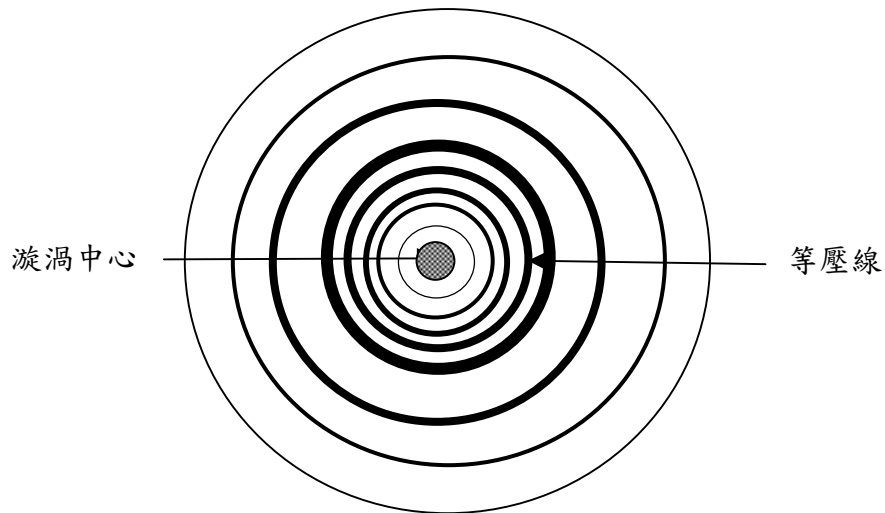


圖 2、漩渦橫截面壓力測量圖

因為上圖趨勢線的相關係數太小，所以暫不列出趨勢線與公式，待討論時再行討論。



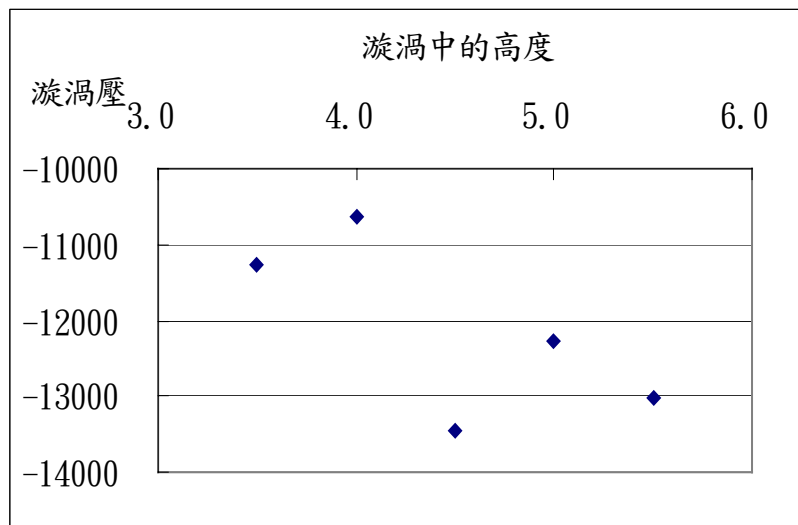
漩渦橫截面壓力示意圖(線條越深，代表壓力越大。)

(3) 漩渦剖面之結構

表 3 在漩渦中不同高度之壓力測量表

漩渦中不同高度 (cm)	漩渦壓 (Pa)
3.5	-11275
4.0	-10624
4.5	-13450
5.0	-12273
5.5	-13032

圖 3、在漩渦中不同高度之壓力測量圖



因為上圖趨勢線的相關係數太小，所以暫不列出趨勢線與公式，待討論時再行討論。

(4) 起始高度與漩渦結構之關係

表 4、不同起始高度，同一位置之壓力測量表

起始高度	漩渦壓
13	-11179
15	-15348
17	-18696
19	-22708
21	-28687
23	-33677

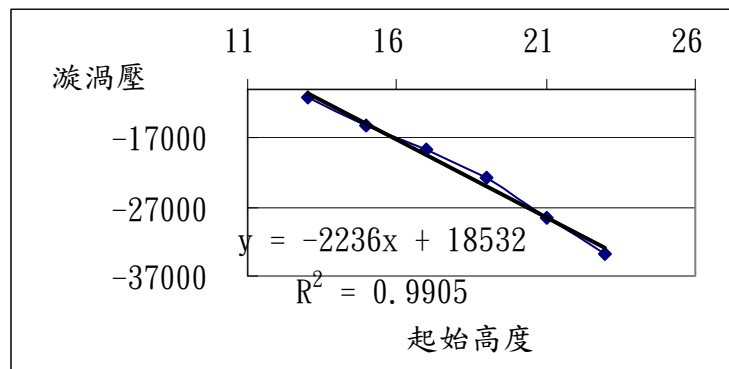


圖 4、不同起始高度，同一位置之壓力測量圖

所得公式： $\Delta p = -2236xh + 18532$

Δp = 漩渦壓

h = 實驗的起始高度

(5) 流量與漩渦結構之關係

表 5、不同流量，同一位置之壓力測量表

流量 (ml/s)	漩渦壓
216	-29352
225	-27966
250	-26561
270	-26857
271	-26230
288	-25483
309	-20960
332	-19673
346	-18397
352	-16219
384	-15022

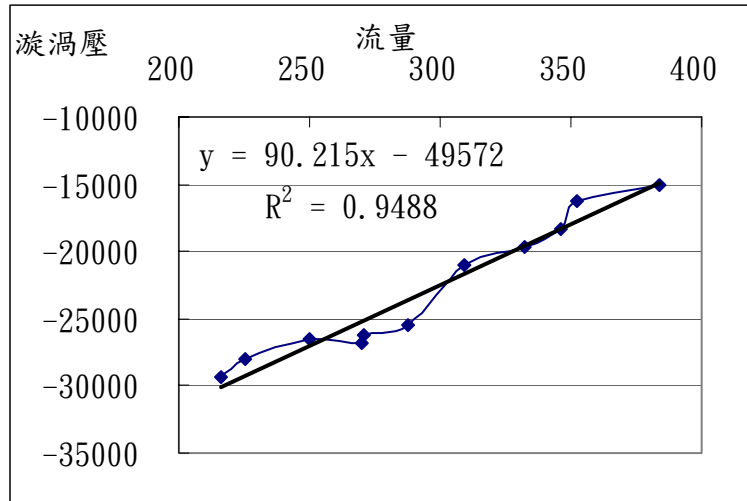


圖 5、不同流量，同一位置之壓力測量圖

所得公式： $\Delta p = 90.215 \times \Delta s - 49572$

Δp = 漩渦壓

Δs = 漩渦平衡流量 = 水源補充器每秒出水量

(6) 放流孔洞大小與漩渦結構之關係

表 6、不同放流孔洞大小，同一位置之壓力測量表

孔洞大小 (直徑【cm】)	漩渦壓 (Pa)
1.5	無法做出
2.0	無法做出
2.5	-14978
3.0	-19687
4.0	-19303

(7) 曲面方程式

因為數據太龐大，僅在此列出同條件，不同次實驗的兩組曲面方程式
第一組數據：漩渦曲面圖如圖 6 所示



圖 6：漩渦曲面圖 (一)

表 7：漩渦曲面上 X、Y 關係表

X (與漩渦中心的距離, cm)	Y (與底面的距離, cm)	X (與漩渦中心的距離, cm)	Y (與底面的距離, cm)
-1.00	6.60	0.18	0.00
-0.80	6.60	0.18	0.63
-0.76	6.58	0.18	1.74
-0.66	6.21	0.20	2.50
-0.61	6.00	0.21	3.53
-0.50	5.53	0.24	3.89
-0.39	5.08	0.26	4.74
-0.34	4.74	0.26	5.08
-0.32	3.89	0.34	5.53
-0.29	3.53	0.39	6.00
-0.25	2.50	0.45	6.21
-0.20	1.74	0.50	6.58
-0.19	0.63	0.80	6.60
-0.18	0.00	0.90	6.60

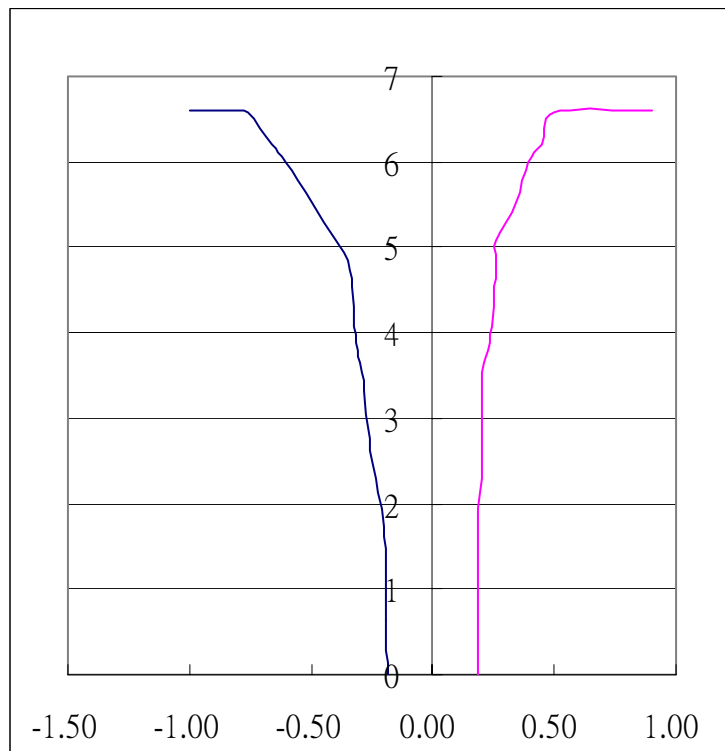


圖 7：漩渦曲面上 X、Y 關係圖

第二組數據：漩渦曲面圖如圖 8 所示



圖 8：漩渦曲面圖（二）

表 8：漩渦曲面上 X、Y 關係表

X (與漩渦中心的距離, cm)	Y (與底面的距離, cm)	X (與漩渦中心的距離, cm)	Y (與底面的距離, cm)
-0.90	6.81	0.90	6.81
-0.85	6.81	0.85	6.81
-0.76	6.79	0.75	6.79
-0.63	6.58	0.66	6.58
-0.53	6.37	0.58	6.37
-0.50	6.16	0.53	6.16
-0.45	5.92	0.47	5.92
-0.41	5.58	0.42	5.58
-0.37	5.37	0.37	5.37
-0.34	5.11	0.31	5.11
-0.32	4.79	0.31	4.79
-0.27	4.57	0.26	4.57
-0.27	4.07	0.24	4.07
-0.27	3.49	0.21	3.49
-0.27	3.01	0.21	3.01
-0.27	2.81	0.18	2.81
-0.26	2.55	0.18	2.55
-0.25	1.95	0.16	1.95
-0.23	1.21	0.16	1.21
-0.21	0.97	0.16	0.97
-0.19	0.53	0.16	0.53
-0.16	0.29	0.16	0.29
-0.16	0.00	0.16	0.00

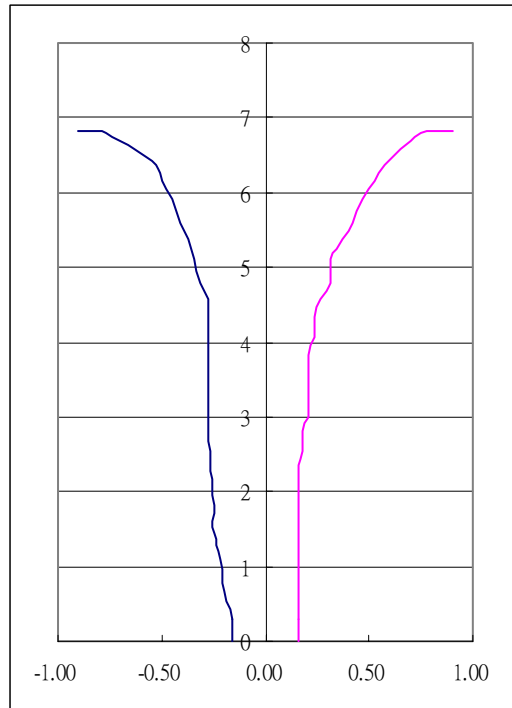


圖 9：漩渦曲面上 X、Y 關係圖

2、討論

(1) 漩渦產生之條件

- a、流場中必存在速度梯度，若無速度梯度，則不產生漩渦，如禁止之流體不產生漩渦。
- b、必為旋流（質點在運動過程中必須旋轉），若為非旋流（質點在運動過程中不旋轉）則無法產生漩渦

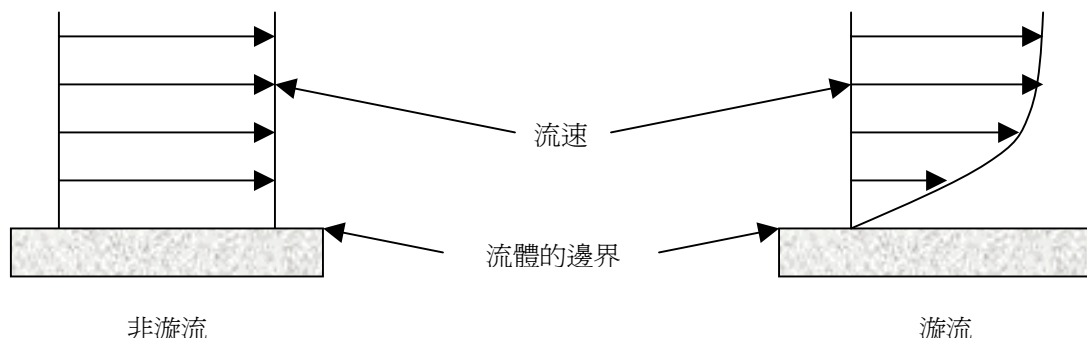


圖 10：漩流、非漩流示意圖

但在自然界中，所有流體幾乎皆為旋流，其原因如下：設在一截面上，其流線皆有相同速度 v 。當此截面之 A 部分（厚度趨近於 0）接觸到某固定之物體時，其速度必減緩。又由於流體具有黏滯性，故 B 部分（厚度趨近於 0）的速度亦減緩。如此類推，使 v 成為 y 的函數（如圖 11），而形成渦流。

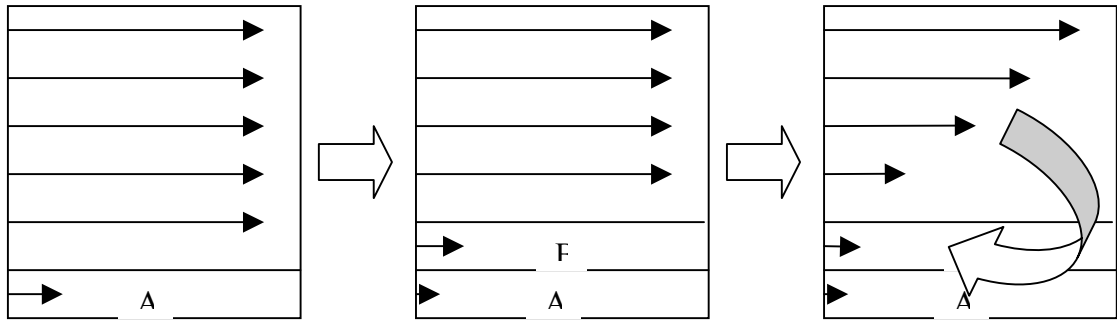


圖 11：渦流形成示意圖

(2) 漩渦產生之因

- a、開始流放時，a 部分之水分子受到重力的影響而鉛直落下（如圖 12 所示）。
- b、由於 a 部分之水流出水槽，故 b 部分之水流向中心補充。
- c、b 部分之水分子擁有水平速度 v_t ，所以會受到科氏力的作用向右偏轉。但在進入漩渦影響範圍時，受到壓力差的急遽變化，而又朝向中心流去（形成流線半徑 r_t ）（如圖 13）。

註：雖然此時水分子所受之科氏力極小，但在實驗中，我們可排除其他會造成水平力的因素，如：容器的傾斜，放流孔起初放開時的不均勻、、、等。因此，我們可視為水分子此時只受科氏力的影響而向逆時針轉動，因而形成漩渦。

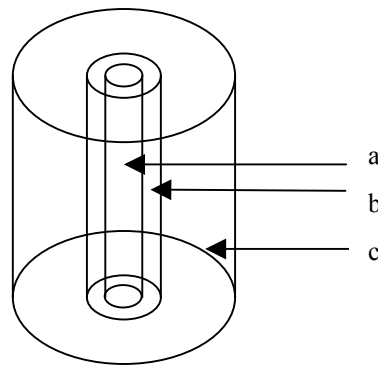


圖 12:漩渦周圍之水流圖

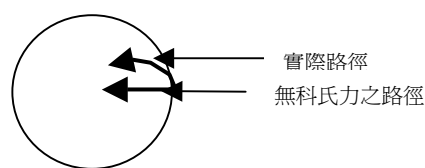


圖 13：b 部分之水受科氏力影響圖

(3) 流量平衡之原因

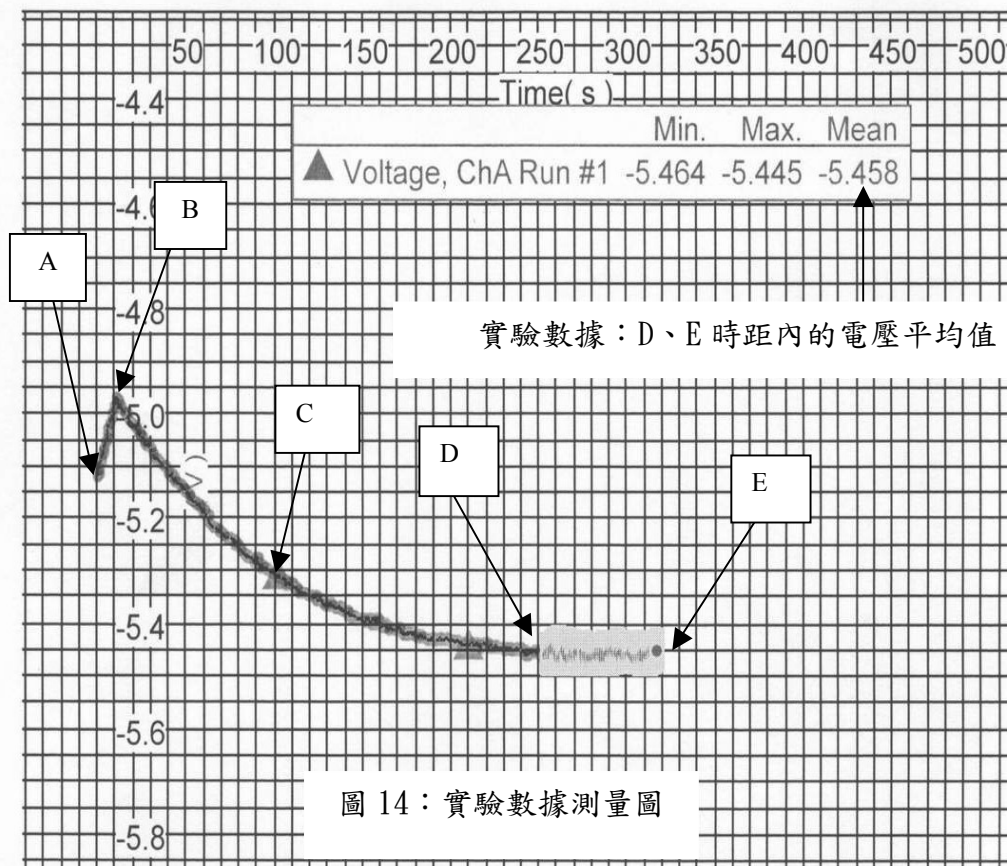
依托里切利原理 $v(t) = 0.600\sqrt{2gh(t)}$ ，由於 h 隨時間增加而降低，所以 v 也隨時間增加而降低，直至流出水量與所補充之水量相等，水面高度即維持恆定。

(4) 實驗圖表分析

在 AB 點間，我們開啟水源補充器，並等待起始水高達到指定高度後放流（點 B）。而點 B 就是此實驗的零位點，因為此時漩渦產生器與壓力對照槽之間無水壓差，所以測得之電壓亦為壓力差等於零的電壓。

自 B 點以後，橡皮塞被拔開，漩渦產生器中的水快速流出，於是與壓力對照槽間的水壓差越來越大，電壓之絕對值也越來越大。但，隨著水高的降低，流速亦慢慢降低，所以電壓絕對值的增加也越來越慢，我們可以很清楚的在圖 0 中看到 B 點與 C 點（漩渦出現之點）間的割線斜率絕對值（ $\approx 13/18$ ）大於 CD 點（水高平衡之點）間的割線斜率絕對值（ $\approx 1/5$ ）。

最後，在 DE 間的數據變化不大，表示漩渦已呈動態穩定，而其中的數據也就是我們所紀錄的數據。



(5) 實驗數據分析

設在漩渦產生器中，有兩點 A、B，其中 A 點在距漩渦無限遠的靜止水面上，B 點為漩渦影響範圍內的任一點，今將 A、B 兩點的狀態代入伯努利方程式（將大氣壓視為 0）

$$\begin{aligned}
p_A + 1/2 \rho v_A^2 + \rho g y_A &= p_B + 1/2 \rho v_B^2 + \rho g y_B \\
0 + 0 + 0 &= p_B + 1/2 \rho v_B^2 + \rho g y_B \\
1/2 \rho v_B^2 &= - (p_B + \rho g y_B) \\
v_B &= \sqrt{2P_B / \rho - g y_B} \tag{1}
\end{aligned}$$

根據 (1) 式，我們可將實驗中所得之壓力轉換為該點速度

(6) 漩渦橫截面之討論

根據實驗所得壓力、平衡水高及 (1) 式，可得同截面上之速度數據及圖 15 及圖 16。

表 9：漩渦中橫截面上不同位置的速度表

測量管距漩渦中心 (cm)	測量點的流體速度 (m/s)
3.0	6.95
3.5	6.39
4.0	5.98
4.5	5.50
5.0	5.31
5.5	5.77
6.0	5.81
6.5	6.09
7.0	6.28
7.5	6.45

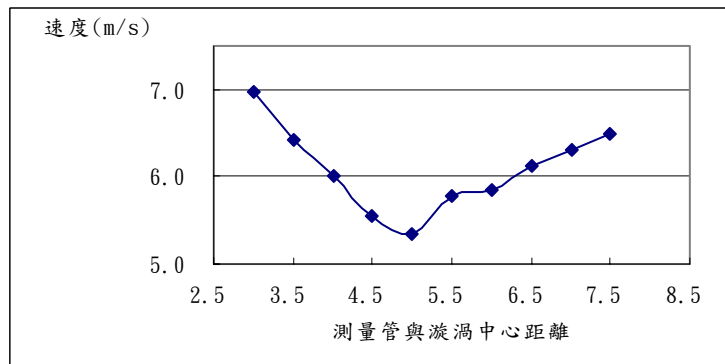


圖 15：漩渦中橫截面上不同位置的速度圖

對於實驗圖形，我們可以將其分為兩個部分討論，A 部分的水受到漩渦影響而轉動（以下稱漩渦影響範圍）；而 B 部分的水僅受 A 部分的擾動而轉動（以下稱漩渦影響範圍外的剛體）（如圖 17）

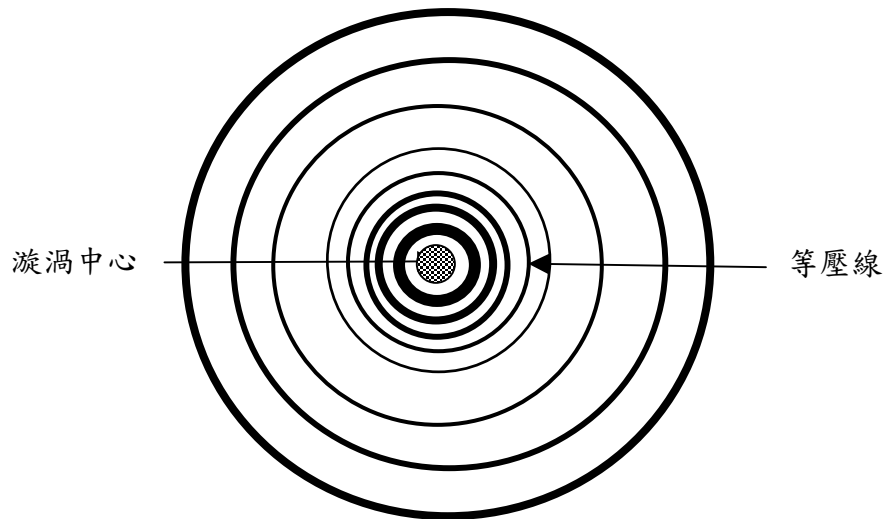


圖 16：漩渦橫截面流速示意圖(線條越深，代表流速越快。)

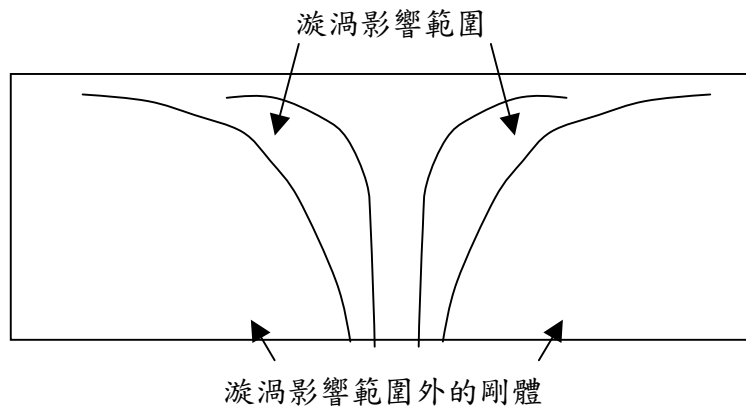


圖 17 漩渦周邊結構示意圖

a、漩渦影響範圍的討論

依照環流的公式 $v_{\theta} = \Gamma / 2\pi r$ 可知實驗曲線應為反比曲線，但我們可以從實驗圖中發現其並不是反比曲線。這是因為環流的公式的 v_{θ} 只代表水平速度，而漩渦流體模型中為一個立體的空間，除了水平速度之外應尚有垂直速度的存在。而且越接近漩渦中心，其垂直速度也越大，故其偏離理想曲線也越大。(如圖 18)

b、漩渦影響範圍外的剛體

我們可將漩渦所影響的範圍外的剛體視為一個剛體圓盤，並繞著漩渦中心以相同的角速度 ω 轉動，則依等速圓周運動公式 $v = \omega r$ 繪出圖，可知漩渦影響範圍外的剛體外圈切線速度較內圈速度大，因此可證明圖 19 的曲線，漩渦截面流速示意圖如圖 20 所示。

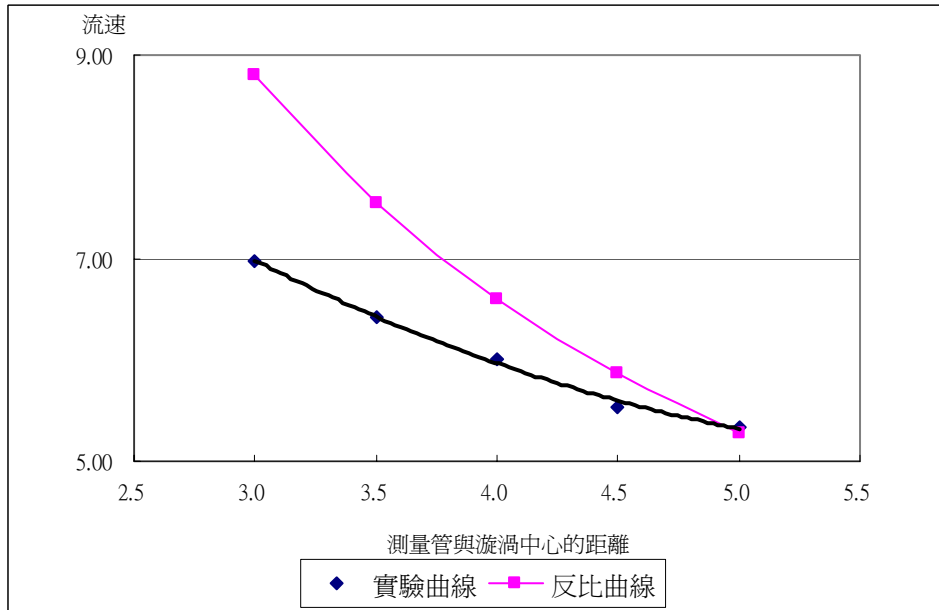


圖 18：漩渦中的流速實驗曲線與理想曲線的比較

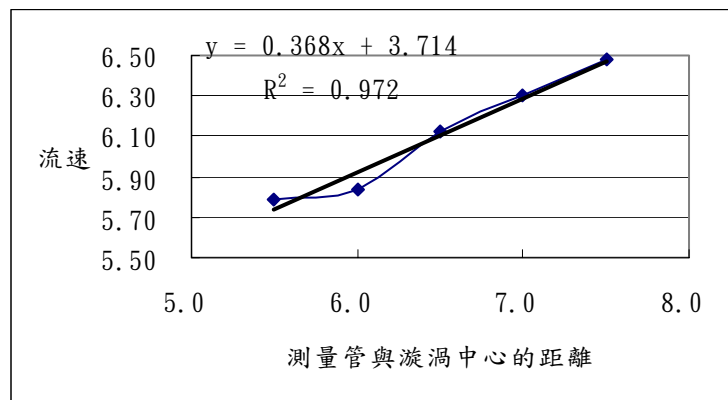


圖 19:測量管與漩渦中心距離與流速的關係圖

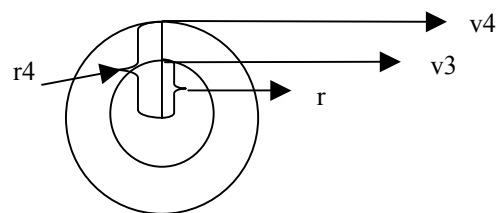


圖 20 漩渦截面流速示意圖

(7) 漩渦剖面之討論

根據實驗所得壓力、平衡水高及 (1) 式，可得漩渦剖面上之速度數據

表 10：漩渦中剖面上不同位置的速度表

漩渦中不同高度 (cm)	測量點流體流速 (m/s)
3.5	4.74
4.0	4.60
4.5	5.18
5.0	5.05
5.5	5.10

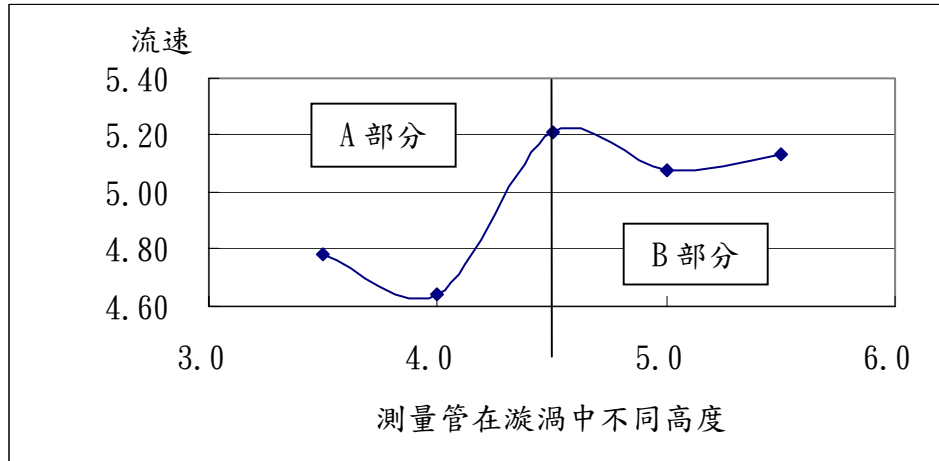


圖 21：漩渦中剖面上不同位置的速度圖

在實驗中得的曲線圖，因為測量管的擺設問題（應該距漩渦中心 5 公分，但在高 4.5 公分時漩渦無法出現，故把測量管裝置在距漩渦中心 6 公分處），所以數據出現非常大的變動。

現在將實驗結果分三部分討論：由於測量管距漩渦中心太遙遠，所以所得數據是漩渦影響範圍外的剛體運動所造成。而速度在高 4.5 公分時突然劇增，是因為在此處測量管恰位於漩渦影響範圍與漩渦影響範圍外剛體的交接帶，其速度 v 會突然增大。但漩渦流體模型是立體空間，我們又可將 v 分為 v_{θ} （水平速度）及 v_z （鉛直速度），又依環流的公式 $v_{\theta} = \Gamma / 2\pi r$ 知 v_{θ} 與 r 成反比，若 r 相同則 v_{θ} 相同，所以可得知在同一剖面上， v_{θ} 皆相同，只有 v_z 影響速度。

故可得知在此點水分子會突然受到一極大的向下力量而被捲入漩渦之中，這也是為什麼船會捲進漩渦之中。而在 4.5 公分以上，其鉛直速度又逐漸降低。

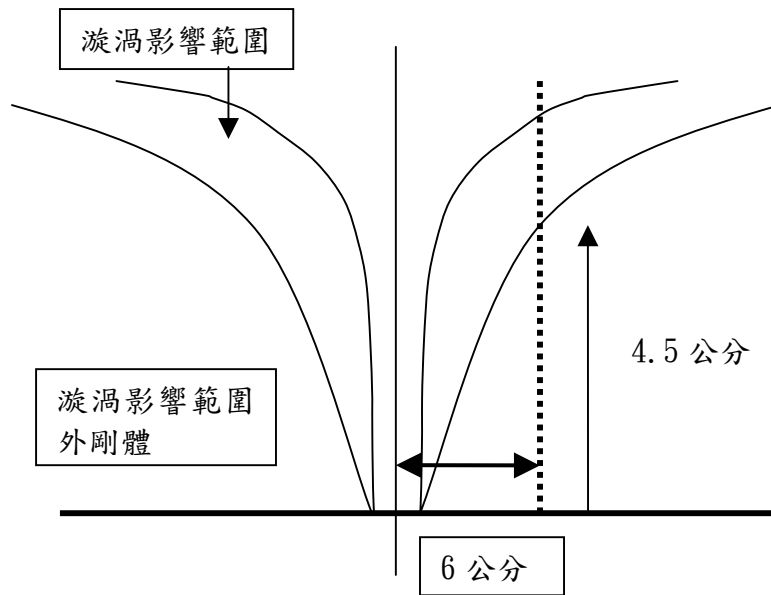


圖 22：漩渦剖面示意圖

(8) 起始高度與漩渦結構之關係

根據實驗所得壓力、平衡水高及 (1) 式，可得不同起始高度與速度的關係及圖 23。

表 11：不同起始高度與速度的關係表

不同起始高度 (CM)	測量點流體流速 (m/s)
13	4.73
15	5.53
17	6.10
19	6.73
21	7.56
23	8.20

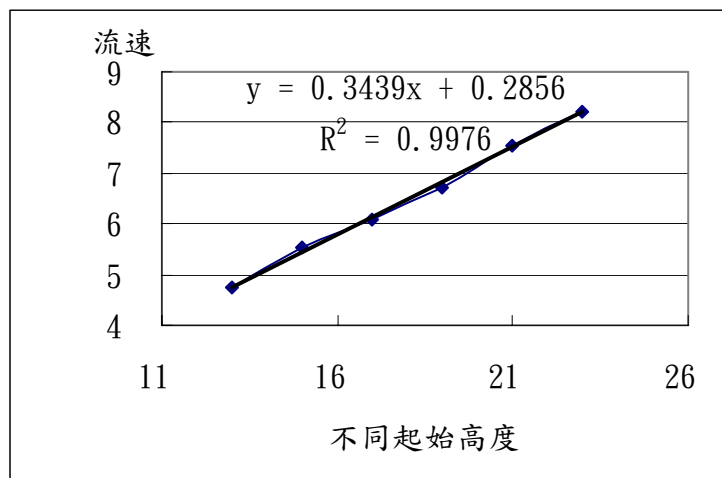


圖 23：不同起始高度與速度的關係圖

在此實驗中，我們可以用伯努利方程式來解釋為什麼起始高度越高，在測量點所得的速度就越快。

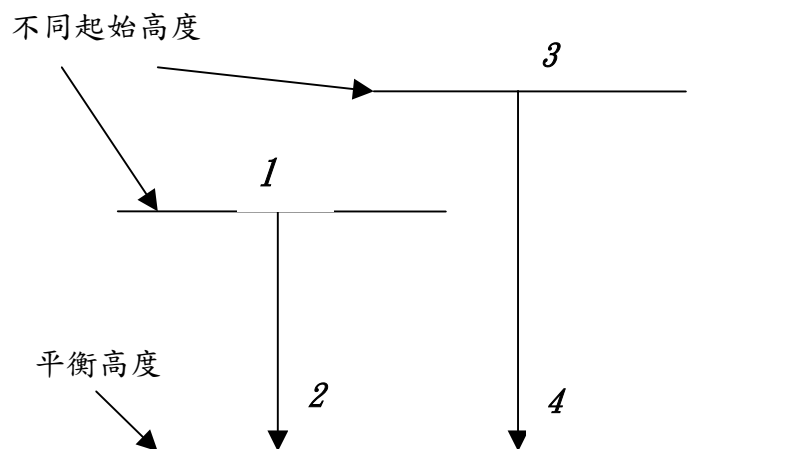


圖 24：伯努利定律示意圖

$$p_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (2)$$

$$p_3 + 1/2 \rho v_3^2 + \rho g h_3 = p_4 + 1/2 \rho v_4^2 + \rho g h_4 \quad (3)$$

(2) 式 - (3) 式得

$$(p_1 - p_3) + 1/2 \rho (v_1^2 - v_3^2) + \rho g (h_1 - h_3)$$

$$= (p_2 - p_4) + 1/2 \rho (v_2^2 - v_4^2)$$

其中 $p_1 = p_3$, $p_2 = p_4$, $v_1 = v_3 = 0$

$$\text{可推出：} 2g (h_1 - h_3) = v_2^2 - v_4^2$$

所以，若 $h_1 < h_3$ 則 $v_2 < v_4$

故起始高度越大者，在同一測量點的速度會越大。

(9) 水量與漩渦結構之關係

根據實驗所得壓力、平衡水高及 (1) 式，可得不同水量與速度的關係及圖 25

表 12：不同起始高度與速度的關係表

不同水量 (ml/s)	測量點流體流速 (m/s)
216	7.68
225	7.50
250	7.31
270	7.36
271	7.26
288	7.15
309	6.48
332	6.28
346	6.07
352	5.69
384	5.47

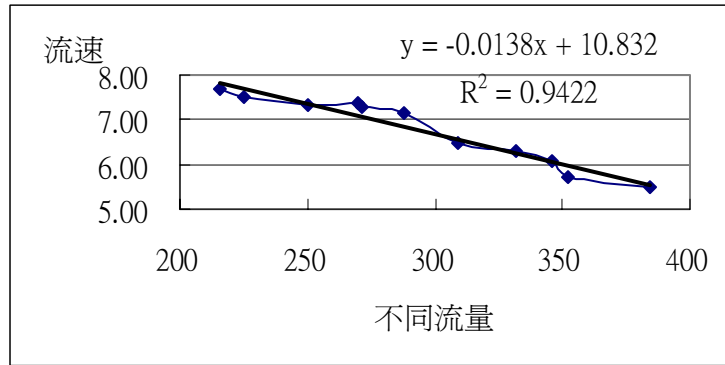


圖 25：不同起始高度與速度的關係圖

在此實驗中，我們可以用連續方程式、托里切利原理、伯努利方程式來解釋為什麼流量越大，在測量點所得的速度就越慢：

a、在水面高度平衡時，因為流進的水量=流出的水量（連續方程式），所以可得下式：

$$Q = Av \rightarrow v = Q/A$$

Q=流進的水量（流量）

A=放流口徑的截面積

v=流出口的速度（約等於測量點的速度）

然後知 v 與 Q 成正比，故 Q 越小者，v 越小

b、從托里切利原理 $v_{(t)} = 0.600\sqrt{2gh_{(t)}}$ 中，我們可得知， $(v_{(t)})^2$ 與 $h_{(t)}$ 成正比，故 v 越小者，h 越小，達成平衡的時間也越久。

c、依據上述二點，我們可繪出不同流量的比較圖（圖 26）

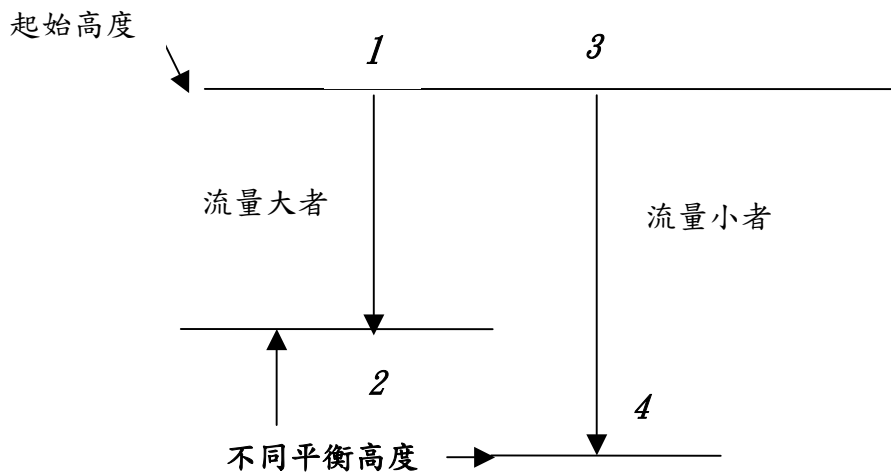


圖 26：伯努利定律示意圖

$$p_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (4)$$

$$p_3 + 1/2 \rho v_3^2 + \rho g h_3 = p_4 + 1/2 \rho v_4^2 + \rho g h_4 \quad (5)$$

(4) 式 - (5) 式得

$$\begin{aligned} & (p_1 - p_3) + 1/2 \rho (v_1^2 - v_3^2) + \rho g (h_1 - h_3) \\ & = (p_2 - p_4) + 1/2 \rho (v_2^2 - v_4^2) + \rho g (h_2 - h_4) \end{aligned}$$

其中 $p_1 = p_3$, $p_2 = p_4$, $v_1 = v_3 = 0$

可推出： $2g(h_1 - h_3) = v_2^2 - v_4^2$

所以，若 $h_1 < h_3$ 則 $v_2 < v_4$ ，故流量越小者，在同一測量點的流速越大。

(10) 放流孔洞大小與漩渦結構之關係

由於此實驗無法出現明顯數據，所以我們用連續方程式、托里切利原理、伯努利方程式來探討孔洞大小與漩渦結構的關係

a、在水面高度平衡時，因為流進的水量=流出的水量（連續方程式），所以可得下式：

$$Q = Av \rightarrow v = Q/A$$

Q =流進的水量（流量）

A =放流口徑的截面積

v =流出口的速度（約等於測量點的速度）

然後知 v 與 A 成反比，故 A 越大者， v 越小

b、從托里切利原理 $v(t) = 0.600\sqrt{2gh(t)}$ 中，我們可得知， $(v(t))^2$ 與 $h(t)$ 成正比，故 v 越小者， h 越小，達成平衡的時間也越久。

c、依據上述二點，我們可繪出不同流量的比較圖（圖 27）

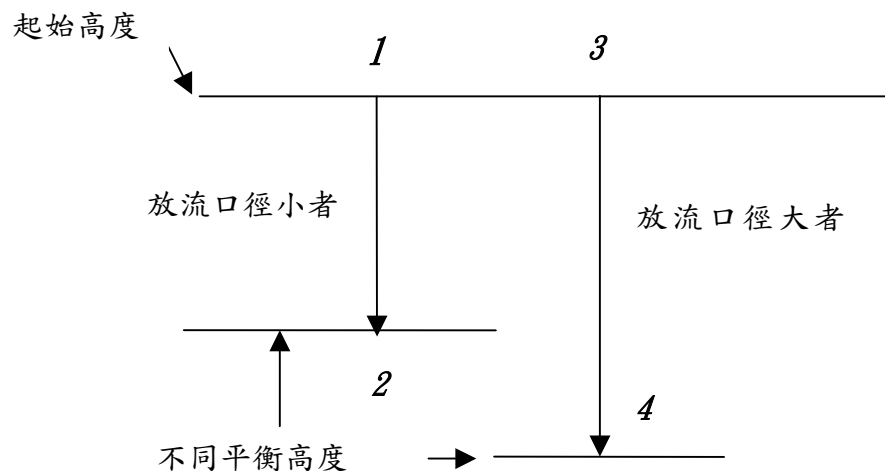


圖 27：伯努利定律示意圖

$$p_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho gh_2 \quad (6)$$

$$p_3 + 1/2 \rho v_3^2 + \rho gh_3 = p_4 + 1/2 \rho v_4^2 + \rho gh_4 \quad (7)$$

(6) 式 - (7) 式得

$$(p_1 - p_3) + 1/2 \rho (v_1^2 - v_3^2) + \rho g (h_1 - h_3) = (p_2 - p_4) + 1/2 \rho (v_2^2 - v_4^2) + \rho g (h_2 - h_4)$$

其中 $p_1 = p_3$, $p_2 = p_4$, $v_1 = v_3 = 0$

可推出： $2g(h_1 - h_3) = v_2^2 - v_4^2$

所以，若 $h_1 < h_3$ 則 $v_2 < v_4$ ，故放流口徑越大者，在同一測量點的流速越大。

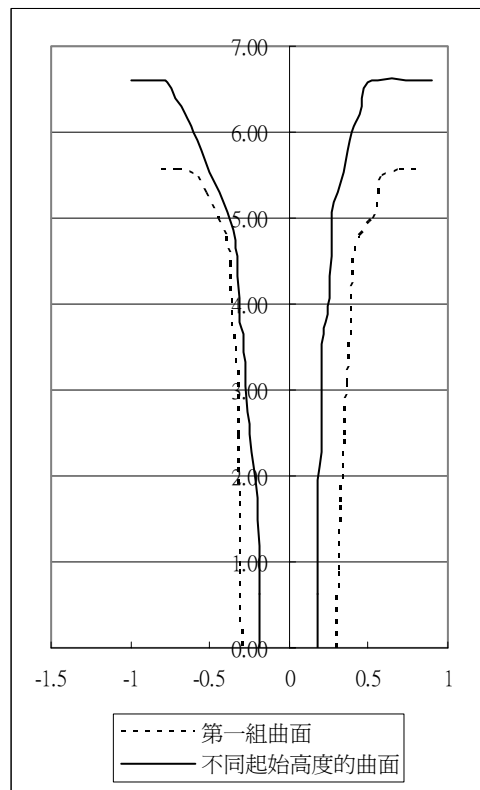
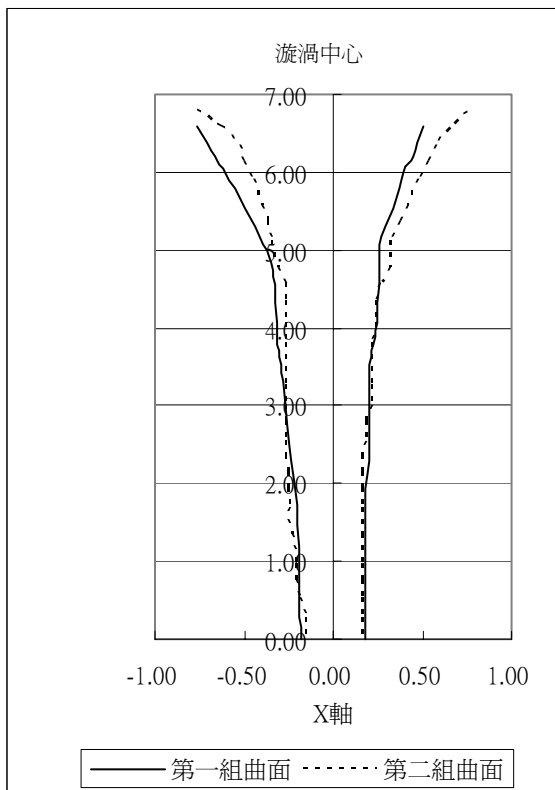
但在實際實驗中，放流口徑太大者，每秒流出水量太多，無法與補充水量達成平衡，故水面會逐漸下降，直到漩渦產生器中的水流盡為止。實驗中雖有產生漩渦，但不符合本報告中漩渦的定義，故不採用；反之，放流口徑太小者，每秒流出水量太少，無法與補充水量達成平衡，故水面會逐漸上升，根本不可能產生漩渦。

(11) 曲面方程式與漩渦結構之關係

我們若將同條件不同次實驗的曲面方程式疊起來一起看，會發現兩者非常相近；若將不同條件下所出現的曲面方程式疊在一起看，會發現兩者截然不同，故我們無法清楚了解到各項因素與曲面方程式間的關係。

圖 28: 漩渦曲面圖

圖 29: 漩渦曲面圖



但大概來說，每一個漩渦的曲面都呈現一個上面無限延伸，底部卻突然縮小到某一個固定截面積的圖形，但目前無法求出曲面中某點距漩渦中心距離與高度的關係。

(12) 漩渦流線討論

根據討論 (6)、(7) 及實驗 (7) 我們可繪出各種理想的流線其中又分為 (a) 漩渦中異於水分子的浮體質點、(b) 漩渦中異於水分子的沉體質點、(c) 漩渦模型中的水分子質點

a、漩渦中異於水分子的浮體質點

浮體質點最大的特徵在於不會沉入水中，故質點不斷的在漩渦影響範圍外剛體的水面上打轉，直到質點接觸到漩渦影響範圍與漩渦影響範圍外剛體的交接帶為止。但在實驗中接觸到交接帶不代表一定會被捲

入漩渦，若質點過輕（實驗（7）的石灰粉末），會被甩出交接帶，不太可能捲入漩渦；反之，質點重者（實驗（7）的小石灰粉粒）會被捲入漩渦，並沿著漩渦中心旋轉流出放流口徑。會造成這種現象可能是因為實驗中的漩渦流速不夠大，以致於交接帶範圍變大，且其中的流線不穩定；若在大海中的漩渦，其漩渦流速夠大，交接帶範圍較小，且其中的流線穩定，故接觸到交接帶的質點都會被捲入漩渦。這也是為什麼船與漩渦中心距某個距離時，如果速度不夠大，就會被捲進漩渦。

b、漩渦中異於水分子的沉體質點

沉體質點最大的特徵在於會沉入水中，故質點（實驗（7）的大石灰粒）會沉進水中，在漩渦影響範圍外剛體約沿筆直流線朝漩渦中心而去，直到質點接觸到漩渦影響範圍與漩渦影響範圍外剛體的交接帶才會沿著漩渦中心旋轉並被捲入漩渦。

c、漩渦流體中水分子質點的流線

水分子質點最大的特徵在於與周圍的水密度相同，故一質點從水面流進漩渦時類似於浮體質點的流線（如圖 30），而從漩渦流體中流進漩渦的流線則類似於沉體的流線（如圖 31）。

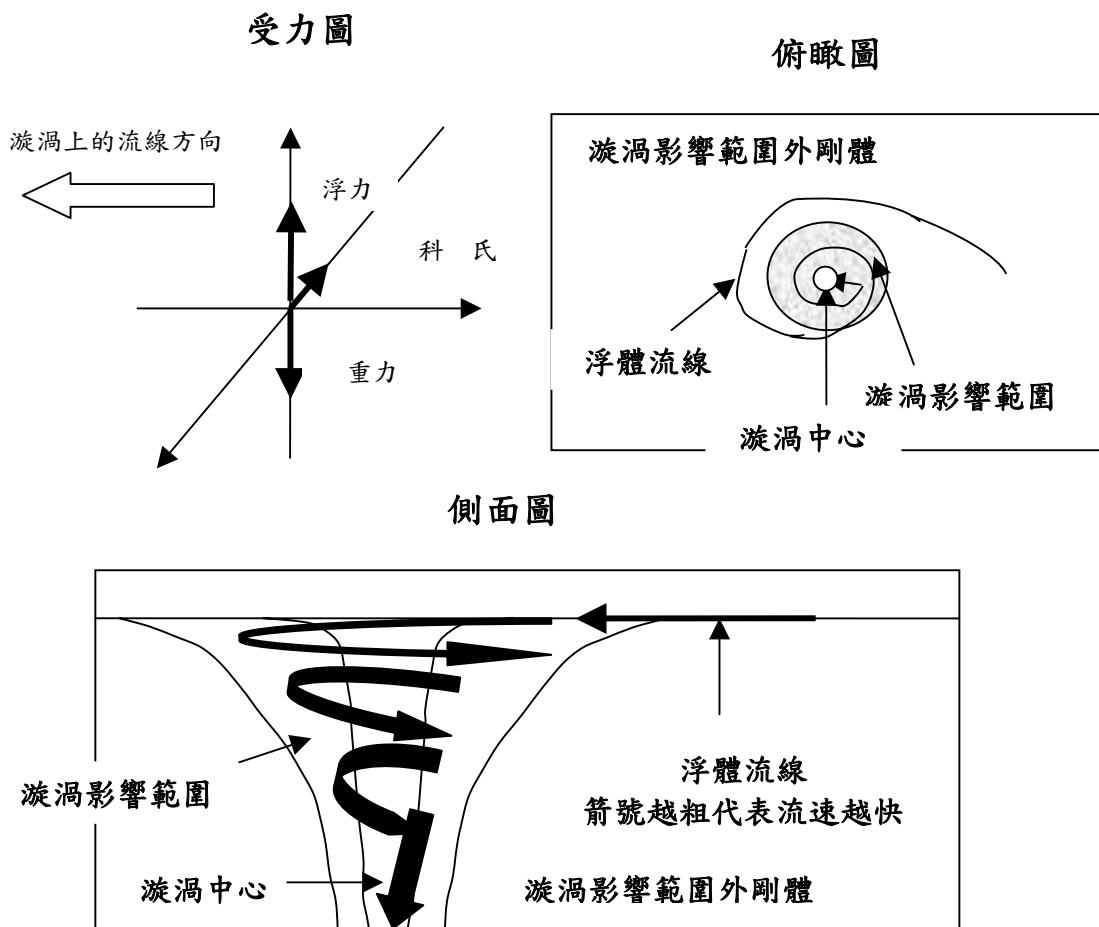


圖 30：浮體流線圖

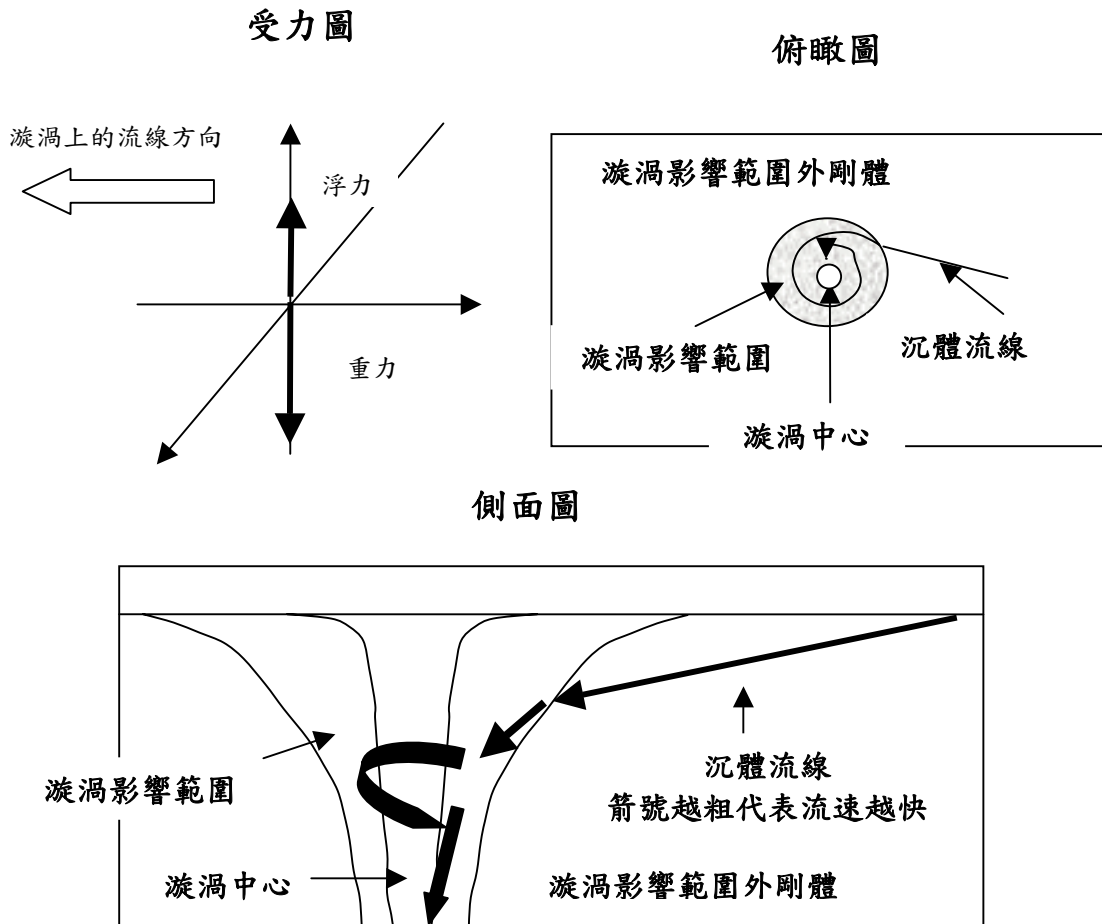


圖 31：沉體流線圖

(13) 所有因素與漩渦結構討論

我們可以根據上述討論，得

- a、漩渦橫截面中，在漩渦影響範圍流速與半徑約成反比（越接近漩渦越不符合）而在漩渦影響範圍外剛體流速與半徑約成正比。
- b、漩渦剖面中，在漩渦影響範圍外剛體在流進漩渦影響範圍時因鉛直速度的突增而使流速變大。
- c、不同起始高度的漩渦在同一測量點的流速會與起始高度成正比。
- d、不同流量的漩渦在同一測量點的流速與流量成正比。
- e、不同放流口徑的漩渦在同一測量點的流速與放流口徑成正比。
- f、根據上述 a、b、c、d、e 五點，我們可知在漩渦影響範圍同一測量點的流速應有

$$v \propto [h_0 \times Q \times A] / r$$

v=流速

h_0 =起始高度

Q=流量

A=放流口徑截面積

r=測量點距漩渦中心的距離

g、而在漩渦影響範圍外剛體則得 $v \propto r$ ，且與 h_0 、 Q 、 A 無關。
 h、依據 f 與 g 可繪出圖 32。

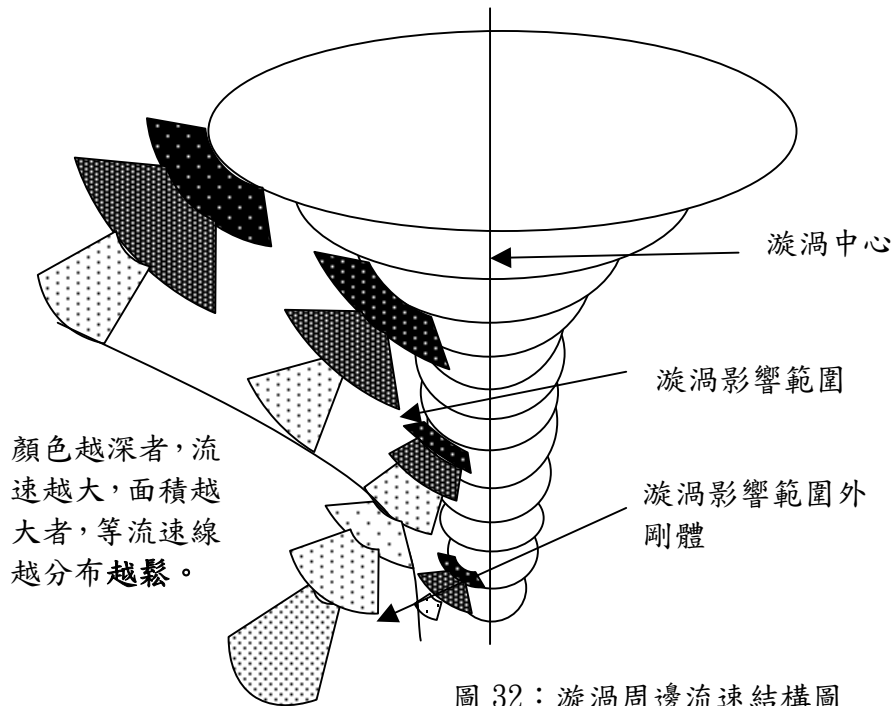


圖 32：漩渦周邊流速結構圖

(14) 問題

本實驗所測量之電壓，受到實驗室周圍用電量之影響，但對於所計算之數值，壓力差誤差在 50 帕至 60 帕之間，因此忽略不計。

此外，本實驗所使用之水源補充器，亦受到周圍用水量之影響。但誤差在 1 毫升至 3 毫升之間，所以亦不列入考慮。

(15) 未來展望

由於時間因素，本實驗只探討單孔落流漩渦之結構，無法對黏滯力對漩渦之影響與雙孔落流漩渦之結構做進一步的研究，實屬可惜，希望後人能針對此方向進行研究。

(四) 結論及應用

1、結論

根據以上各點討論，我們可做出以下數點結論：

- (1) 流場中必存在速度梯度及漩流方可產生漩渦。
- (2) 在漩渦流體模型中我可以將其分為二部分，漩渦影響範圍及漩渦影響範圍外剛體，而質點在二者間的運動完全不同。
- (3) 不同起始高度的漩渦，會對漩渦造成極大的影響，且起始高度越大者，在同一測量點的流速會越大。
- (4) 不同流量的漩渦，會對漩渦造成極大的影響，且流量越小者，在同一測量點的流速越大。

- (5) 不同放流口徑的漩渦，會對漩渦造成極大的影響，且放流口徑放流口徑者，在同一測量點的流速越大。
- (6) 在漩渦影響範圍同一測量點的流速應有 $v \propto \frac{h_0 \times Q \times A}{r}$ 。
- (7) 在漩渦影響範圍外剛體則得 $v \propto r$ ，且與 h_0 、 Q 、 A 無關。
- (8) 在漩渦中，由於質點的質量、以及一開始所處的位置不同，會造成不同的流線。
- (9) 在實驗中，同一條件下所得的漩渦曲面約相等，而不同條件下所形成的漩渦曲面卻大不相同，但目前無法找出各項因素與漩渦曲線的關係。

2、應用

在自然界，海平面上的漩渦與實驗中漩渦定義相近，故我們可藉著本實驗了解其結構，並知曉為什麼會有傳難的發生。更進一步的測量出危險地帶所在，防止船難的發生。

此外，螺旋狀運動之流體除了漩渦之外，尚有龍捲風。在此實驗中，我們發現漩渦非常類似龍捲風，再者，龍捲風非常不易觀察，也許在未來的日子裡，我們可以藉由觀察漩渦來分析龍捲風之性質。

最後，我們亦可以從本實驗中了解到漩渦周圍的水壓梯度差有多大，或許，我們在未來可以利用漩渦進行發電，並以本實驗之結論進行調整，以解能源危機。圖九為漩渦發電機設計圖。

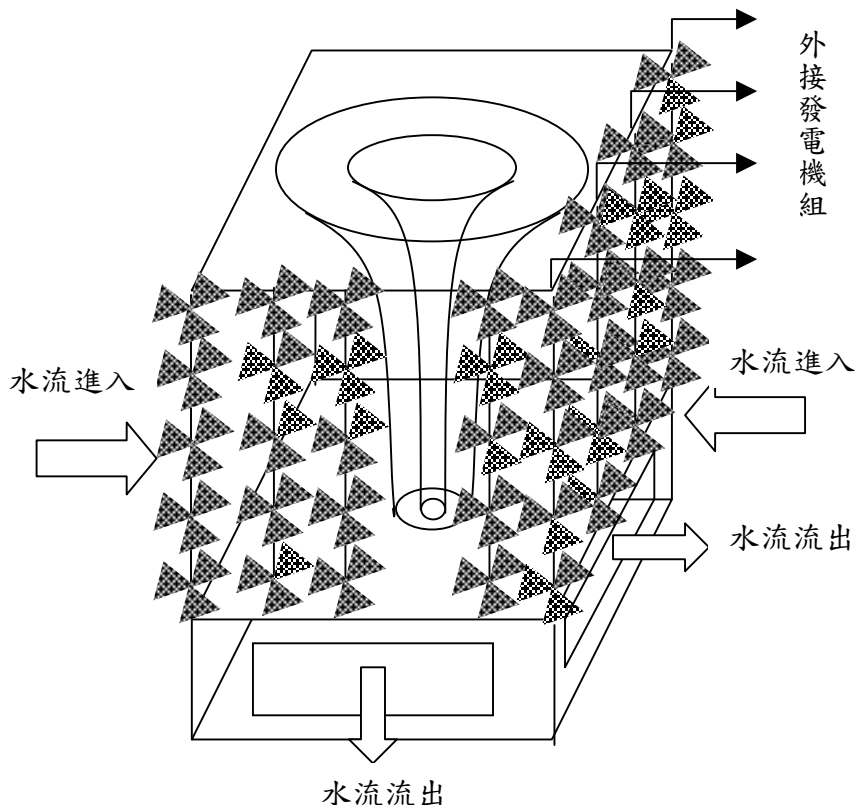


圖 33：漩渦發電機設計圖

原理：利用漩渦周圍的水壓差，推動水的流動，進而推動外接發電機組的葉片，產生電力。

(五) 參考資料

- 1、褚德三主編，高中物質科學物理篇（下，第2版，龍騰文化事業公司編印，2002年1月。
- 2、劉鴻喜主編，高中地理（一）—地理學通論，初版，正中書局印行，2000年3月。
- 3、小暮陽三原著，張厚江譯，圖解生活物理世界，初版，世茂出版社印行，1998年。
- 4、Robert W. Fox and Alan. T. McDonald 原著，陳清亞譯，流體力學導論【INTRODUCTION TO FLUID MECHANICS】，第三版，超級科技圖書股份有限公司印行，1986年11月。
- 5、Streeter Wylie 原著，衣冠君譯，流體力學【FLUID MECHANICS】，第8版，超級科技圖書股份有限公司印行，1986年5月。
- 6、Warrn L. McCabe、Julian C. Smith，Petter Harriott 原著，李尚凡等譯，單元操作（上），初版，高立圖書有限公司發行，1994年。

附錄



圖 34：漩渦產生器



圖 35：壓力對照槽



圖 36：水流緩衝器

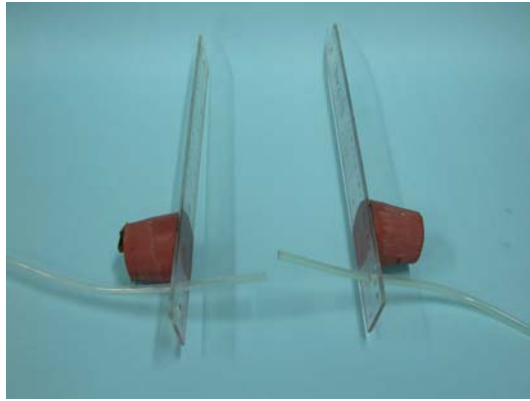


圖 37：壓力感測管



圖 38：雙極電源供應器

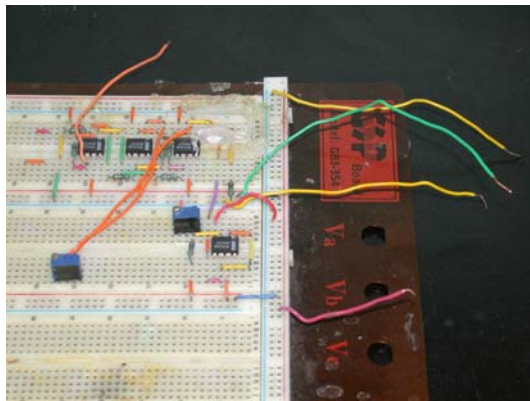


圖 39：自製壓力訊號放大器



圖 40：各式各樣的放流洞孔



圖 41：實驗裝置圖

附錄：流線測量圖

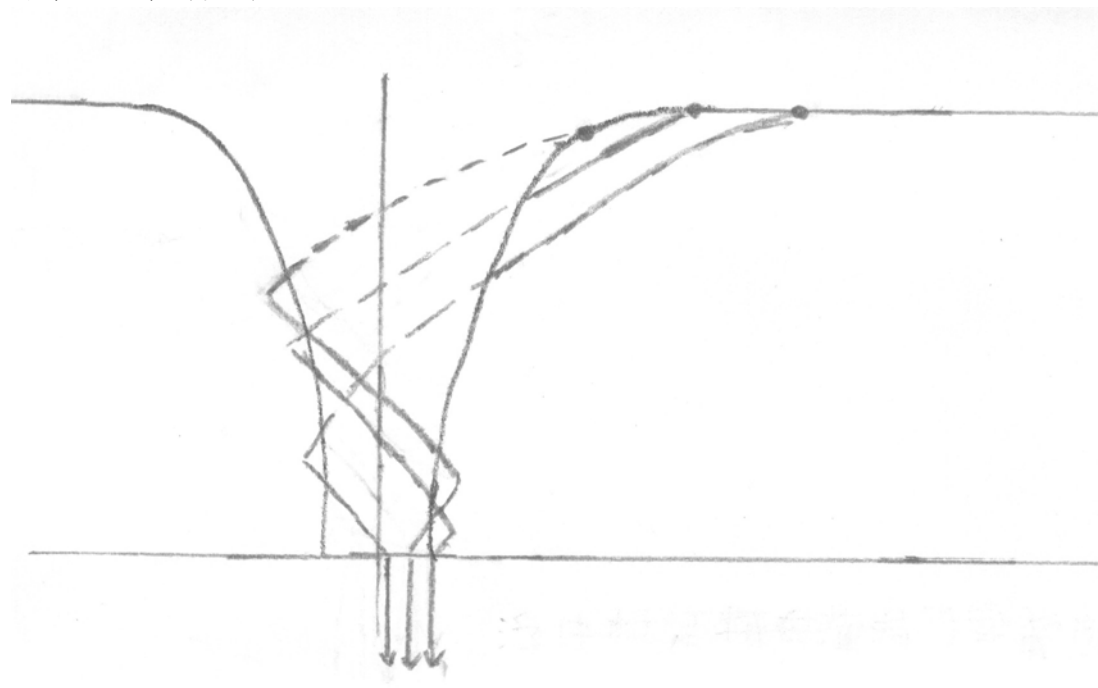


圖 42：浮體標定物在漩渦影響範圍內放流

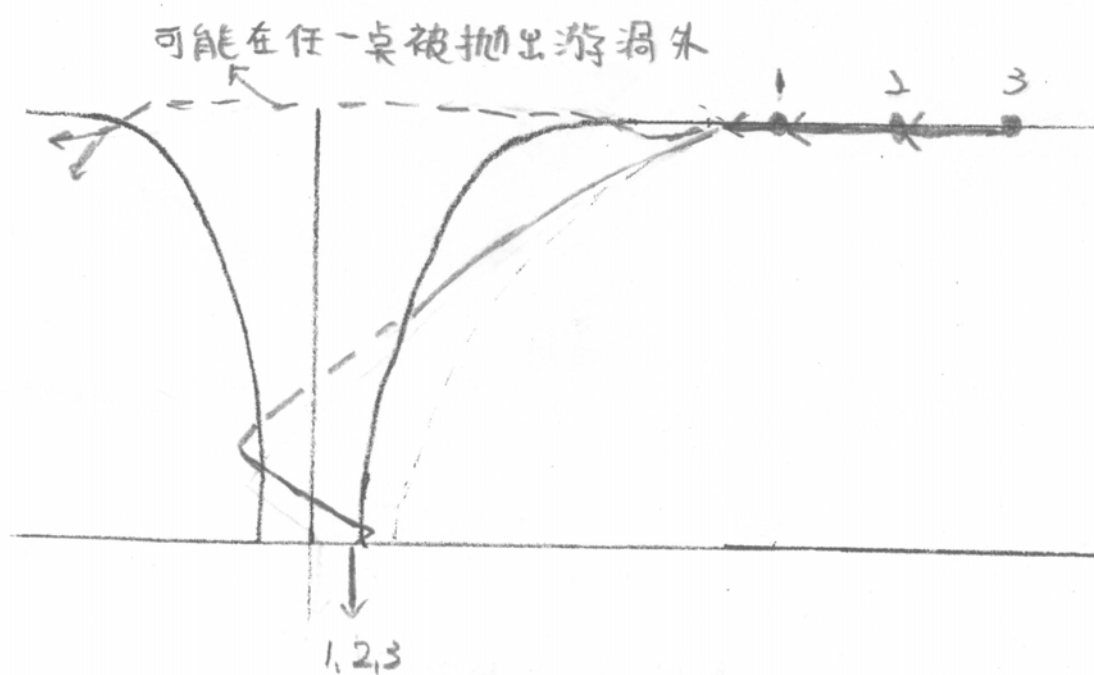


圖 43：浮體標定物在漩渦影響範圍外剛體放流

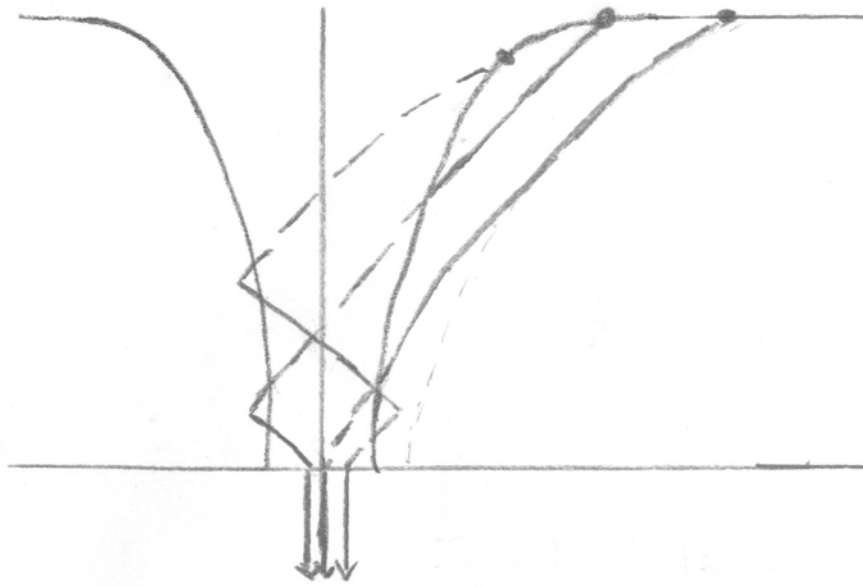


圖 44：沉體標定物在漩渦影響範圍內放流

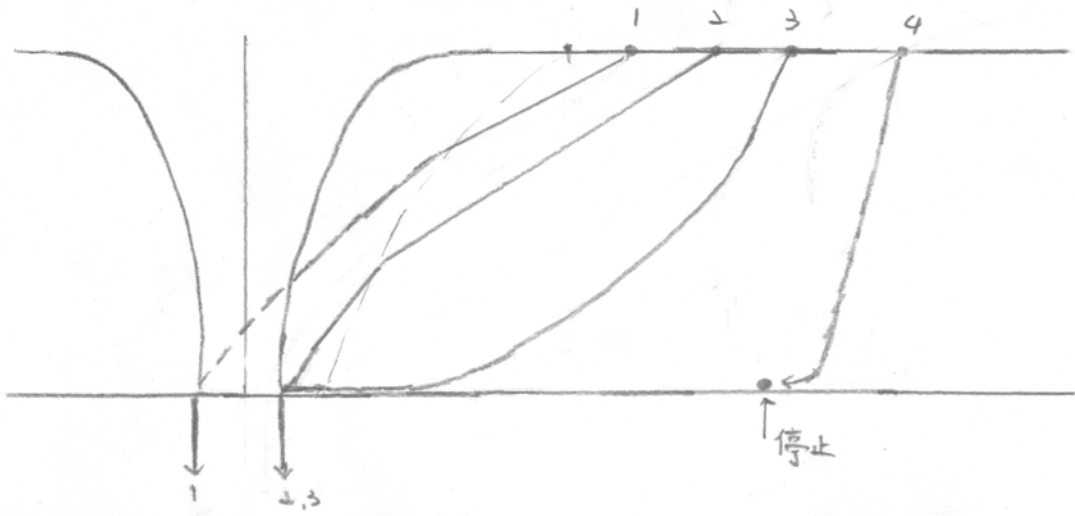


圖 45：沉體標定物在漩渦影響範圍外剛體放流

評語

1. 探討起始高度、流量、口徑等對漩渦結構的影響。
2. 勇於嘗試研究新的現象，對於漩渦流線的分析具有創意。