

臺灣二〇〇三年國際科學展覽會

科 別：物理科

作品名稱：利用雷射光實驗研究溶液的折射率梯度

學 校：國立嘉義高中

作 者：蘇桓誼

作者簡介



我是蘇桓誼，來自嘉義縣民雄鄉，就讀於國立嘉義高中，母親是小學老師，母兼父職，辛苦的照顧我的一切。

我來自鄉村，喜歡寧靜的生活及大自然的鳥語花香，我喜歡思考，對物理科尤感興趣。去年全國科展僥倖獲獎，奧林匹亞物理初試亦順利通過。

感謝國立台灣科學教育館讓我參與中學生專題研究，更感謝物理李文堂老師，導師陳宏昌老師的指導，及交大電子物理系楊宗哲教授的輔導，讓我有機會參加台灣國際科學展覽會。

The Experimental Study Of the Refractive Index Gradients of Solution by Using Laser Beam

ABSTRACT

The mixing in a vertical column between a pure liquid and a solution produced a concentration gradient, which in turn produced the refractive index gradient. As the solute particles diffused upward into the pure liquid, the gradient was generated by the varying solute concentration. The plot of the refractive index gradient versus vertical position y (dn/dy vs y) is found to be varied with time.

A D-shape container of radius r is partly filled with denser solution, and partly filled with solvent which is on the top of solution. When laser beam enters perpendicularly to the flat surface of the container, the outgoing beam strikes the container at normal incidence, and deflected down a vertical distance Z by the refractive index gradient. We can get $dn/dy = Z/ar$, where a is the distance between the container and the screen. By changing the vertical position (y) of laser beam, we can get the plot of dn/dy vs y .

For a sodium thiosulfate-water solution, the trace of dn/dy vs y is symmetric with respect to the position of original boundary. Since the diffusion coefficient of sodium thiosulfate is independent of concentration. For the trace of dn/dy vs y of a glycerol-water solution, it will no longer be symmetric. A skewed curve which reaches its maximum position is displaced to the glycerol side, because the diffusion coefficient of glycerol is decreased with concentration.

We have successfully modeled the time-dependent experimental gradient curves on the same solution. The trace of dn/dy vs y at different time is found to keep the area constant.

利用雷射光實驗研究溶液的折射率梯度

摘要：

溶液和溶劑置於同一容器中，當溶質向上擴散時，會形成濃度梯度及折射率梯度 dn/dy ，且 dn/dy 對高度 y 的關係圖會呈現隨著高度改變的現象。

半徑 r 的 D 形容器，下方置溶液，上方置溶劑，以雷射光照射容器的平面部份時，雷射光沿著法線出射，受折射率梯度的作用而向下偏 Z 距離， a 為容器至屏的距離，得到 $dn/dy=Z/ar$ 的關係式；改變雷射光的高度 y 可得 dn/dy 圖。

以硫代硫酸那作實驗，其 $dn/dy-y$ 圖為以原始界面為對稱軸，因其擴散係數不隨濃度改變；甘游水溶液的 $dn/dy-y$ 圖呈現不對稱，圖形的極大值往甘油方偏，主要係因為甘油的擴散係數隨濃度的增大而減少。

我們成功第把不同時間對同一溶液的實驗結果予以模型化，得到的 $dn/dy-y$ 曲線隨時間改變，並發現該曲線所涵蓋的面積為定值。

一、前言：

(一) 利用半圓形盒求水的折射率實驗時，同學在水中放入食塩（未攪拌）測量時，發現折射率隨時間改變，引起我們進一步研究的興趣。

以『利用雷射光的偏折研究溶液的折射率梯度』參加第 42 屆全國科展僥倖獲獎，蒙國立台灣科學教育館專案補助，參與中學生專題研究，在輔導教授指導下，進一步研究。

(二) 研究目的

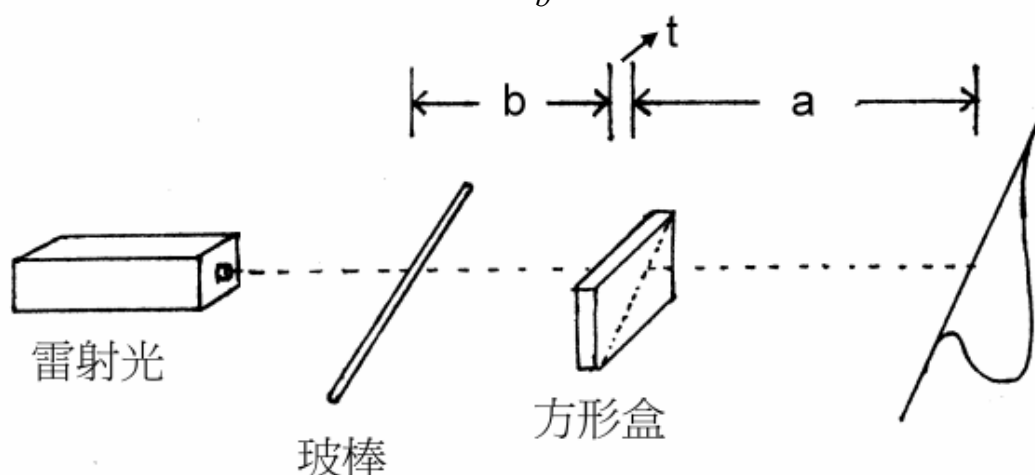
1. 利用雷射光通過光柵後，照射半圓形盒，測盒中液體的折射率。
2. 雷射光通過和鉛直線成 45° 的玻璃棒，再照射盛上下兩種不同液體的方形研究折射率梯度隨時間的變化。
3. 雷射光經光柵後照射半圓形筒，由雷射光的偏折，研究溶液的折射率梯度。

二、研究方法或過程

1. 雷射光通過光柵（每 mm 300 條）在距光柵 a 處的光屏上出現相距 L 的干涉點（ $d = \frac{1}{300} mm$ ）

2. 在光柵前方置放半圓形盒，盒中盛攪拌均勻的待測液，使光線沿著盒的半徑穿出空氣，照在距盒 a 處的屏上，光點相距 L' ， $\frac{L}{L'} = n \dots (1)$

3. 寬度 t 的方形壓克力盒，下層盛半盒均勻水溶液其折射率 n_2 ，緩緩加入水（折射率 n_1 ）至整盒，下層的溶質擴散至上層，1975 年 Barnard [註二] 利用雷射光照射和鉛垂線成 45° 的玻璃棒，形成平行光束，再照射方形盒，如圖一所示，在屏上呈現常態分佈曲線，Barnard 推導出曲線鐘形所涵蓋的面積為 $A = \frac{at(a+b)}{b}(n_2 - n_1) \dots (2)$ ，



[圖一：溶液使雷射光偏折]

4.高度 30 公分的半圓形筒半徑 r ，下半層盛折射率 n_2 的溶液，上半層折射率 n_1 的水溶液，擴散一段時間後，將雷射光置於很穩重的升降台上（光柵貼在雷射光出口），逐漸升高雷射光，量出各位置的溶液折射率且以高度 y 為橫軸，折射率 n 為縱軸，可觀察溶質擴散對折射率的影響（見圖二於後面彩色頁）。

我們原來的構想是要利用上述 $n - y$ 圖作出 $\frac{dn}{dy} - y$ 圖，但在實驗過程中發現雷射光經光柵再經溶液後，不但水平方向沿盒的半徑散開，且在垂直方向上向下偏折甚多，偏折的距離和折射率梯度成正比，通過光柵的雷射光，沿著盒的半徑（ r ）進入溶液時，經折射率 n 的光程 = $\frac{CT}{n}$ [C ：真空中的光速，

T ：時間]，經 $n + dn$ 的光程 = $\frac{CT}{n + dn}$ ，依海更士原理光線在盒中偏向 α_1 ， α_1

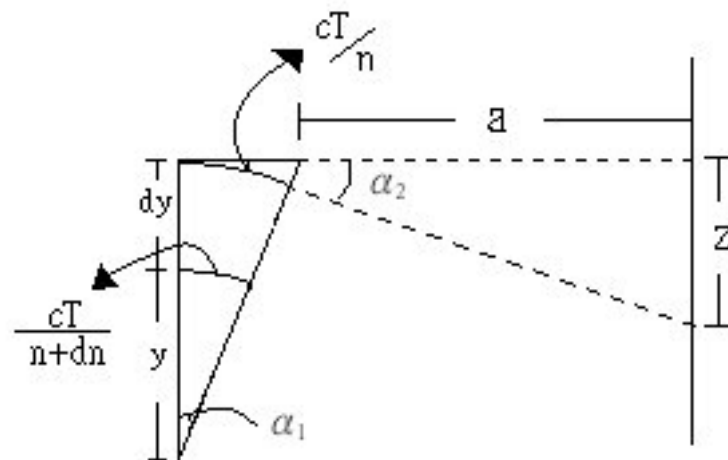
$$= \frac{CT/n + dn}{y + dy} = \frac{CT/n}{y + dy} \Rightarrow ndy = ydn$$

$$\therefore \alpha_1 = \frac{CT/n}{y + dy} = \frac{r}{y} = \frac{r}{n} \frac{dn}{dy}$$

當光由盒中出空氣時： $n \sin \alpha_1 = 1 \cdot \sin \alpha_2 \quad \because \alpha_1, \alpha_2 \leq 5^\circ$

$\therefore n\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{Z}{a} \Rightarrow Z = ar \frac{dn}{dy}$ ， $\frac{dn}{dy} = \frac{Z}{ar}$ ···(4)，量筒至屏之距離 a ，筒

半徑 r ，鉛直下偏距離 Z ，可得 $\frac{dn}{dy}$ 。



[圖三：折射率梯度使雷射光偏折]

三器材：

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| 1.雷射光源 (4mA, 6328Å) | 2.玻棒 (半徑約 0.4cm) |
| 3.半圓形盒 | 4.半圓形筒 (半徑 6cm, 高 30cm) |
| 5.透明方形盒二個 (長 10.5cm, 寬 2.5cm, 高 12cm) | |
| 6.升降台 (由車床改裝) | 7.天平 |
| 8.攪拌器 | 9.待測藥品 |

四實驗步驟：

1.半圓形盒於桌面上，雷射光前方附光柵，雷射光投射在屏上，兩光點距離

L ，在盒中加入蒸餾水，光點距離 L' ，水的折射率 $n_1 = \frac{L}{L'}$ 。

2.取 V mL 的水，加入 m 克食鹽，充份均勻攪拌後量溫度，用上法量待溶液折射率 n ，再代入公式 (1) 可求出食鹽的折射率 n 。改用硫代硫酸鈉重做同樣實驗。

3.透明方形盒先注入半盒飽和硫代硫酸鈉溶液，再注滿水，雷射光經和鉛直成 45° 的玻棒照射至透明盒再照射到屏上的一白紙，雷射光受溶液偏折，成常態分佈曲線，起初曲線之鐘形非常尖銳，然後漸趨平穩。每隔一段時間，在紙上劃出分佈圖，量 a ， b ， t 並用透明方格紙量曲線涵蓋面積 A ，代入公式 (2)，求出飽和硫代硫酸鈉溶液折射率。

4.方形透明盒下層盛半盒甘油，上層放半層水，做上述實驗，求出甘油折射率。

5.半圓形筒下層放入半筒飽和硫代硫酸鈉水溶液，上層放入水，雷射光附光柵置於升降台上，由筒底逐漸上升，量出各高度的溶液折射率，作 $n-y$ 圖。

6.上步驟改測量雷射光向下偏的距離 Z ，量出盒的半徑 r ，盒至屏距離 a ，由 (4) $\frac{dn}{dy} = \frac{Z}{ar}$ ，作 $\frac{dn}{dy} - y$ 圖，隔一段時間後重做此實驗，以探討時間對折射率梯度的影響。

7.換甘油重做上述實驗。

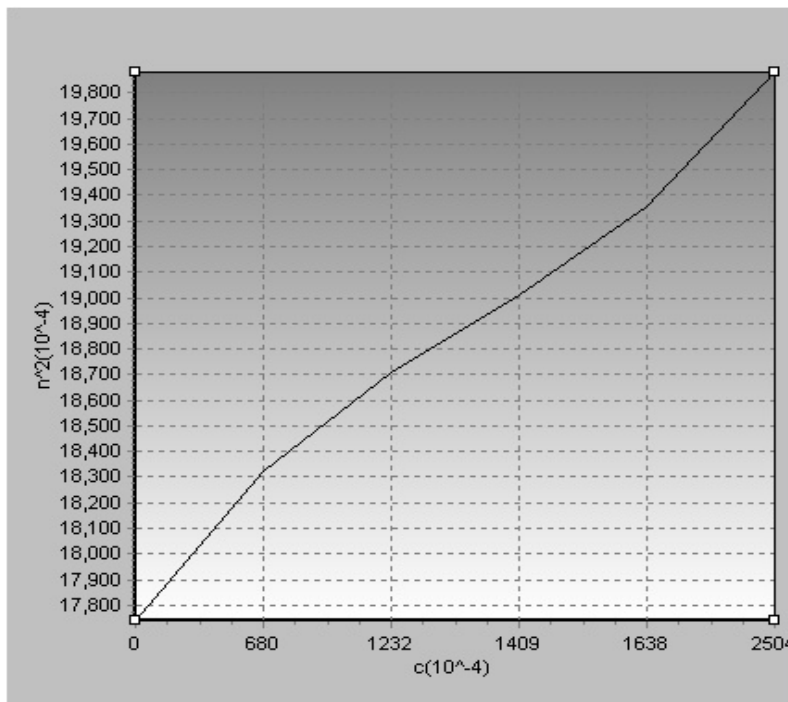
五實驗結果：

1.表一為利用光柵測量不同濃度的食鹽水溶液折射率的結果，以 n^2 為縱軸， c 為橫軸，($c = \frac{d_1}{d_2}$ = 相對濃度， d_2 為食鹽密度)，作 $n^2 - c$ 圖，結果在圖四

(截距 = $1.774 = n_f^2$)，將 d_1 ， n 代入公式 (2) 求得食鹽折射率 $n_2 = 1.621$ 和公認值 1.5443 比較，誤差 5%。

表一、食鹽水溶液的折射率 [水溫 26°C ，食鹽密度 $2.164 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$]

	濃度 $d_1(\text{g}/\text{cm}^3)$	$L(\text{cm})$	$L'(\text{cm})$	N	c
6g	0.1472	67.68	50.00	1.3536	0.0680
12g	0.2666	67.68	49.48	1.3678	0.1232
18g	0.3049	67.68	49.09	1.3788	0.1409
24g	0.3545	67.68	48.64	1.3914	0.1638
30g	0.5419	67.68	48.00	1.4100	0.2504



截距=1.774= n_f^2
斜率=0.8552= $n_s^2 - n_f^2$

〔圖四：食鹽水 $n^2 - c$ 關係圖〕

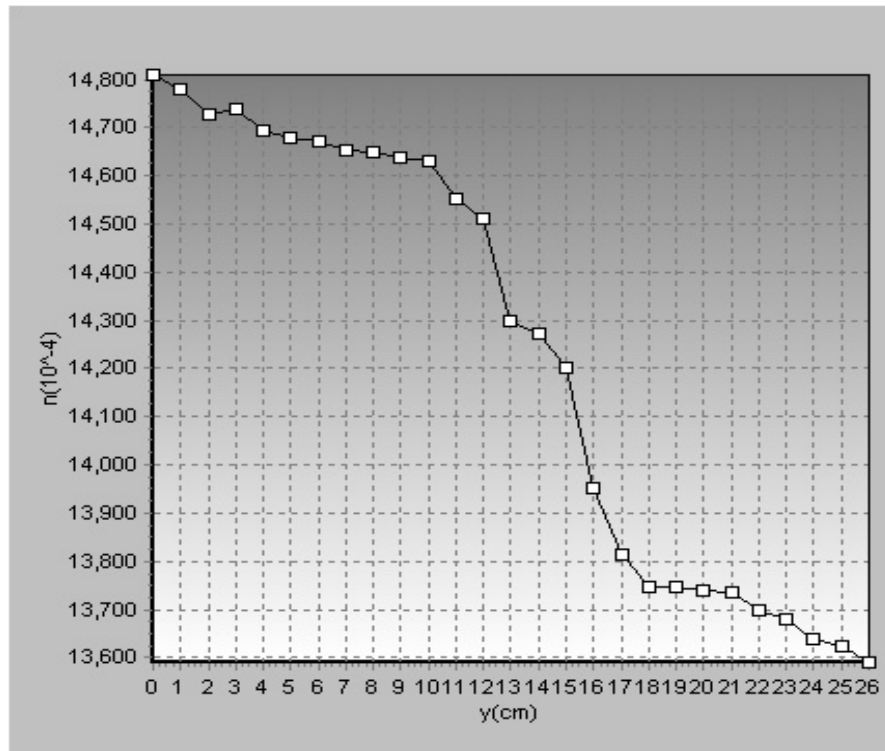
2. 硫代硫酸鈉由實驗測得折射率=1.5472 和公認值1.4886比較，誤差 4%。
3. 方形盒盛飽和硫代硫酸鈉水溶液和雷射光通過玻棒照射，其常態分佈曲線的變化圖如圖五(見後面彩色頁，此圖為重複曝光的照片)。本實驗結果：
 - (一) 置入兩液後 20 分鐘得到之鐘形非常尖銳。
 - (二) 2 小時後平穩甚多。
 - (三) 經 4 天後，每 2 小時觀察一次，已沒有太大變化。
 - (四) 不同時間的鐘形涵蓋面積用透明方格紙量面積相等。
4. 改用照相館沖洗相片的高感度海波(硫代硫酸鈉加冰醋酸)，常態分佈圖在開始擴散的前 4 小時，鐘形變化比飽和硫代硫酸鈉快很多，4 天後亦沒有多大變化。催化劑使硫代硫酸鈉擴散速率加快。
5. 方形盒下層放甘油，上層放水(二者均為液體純物質，折射率各為 n_2, n_1)

雷射光照射形成的常態分佈曲線面積 $A = 311.5$ ， $a = 200\text{cm}$ ， $b = 140\text{cm}$ ，

$t = 2.5\text{cm}$, $n_1 = 1.333$, 由 $A = \frac{at(a+b)}{b}(n_2 - n_1)$, 得 $n_2 = 1.589$ 和公認值 1.5286

比較，誤差 4%。

6. 半圓筒下層放飽和硫代硫酸鈉溶液，上層放入水，其溶液折射率對高度關係圖如圖六。



〔圖六：硫代硫酸鈉之 $n - y$ 圖〕

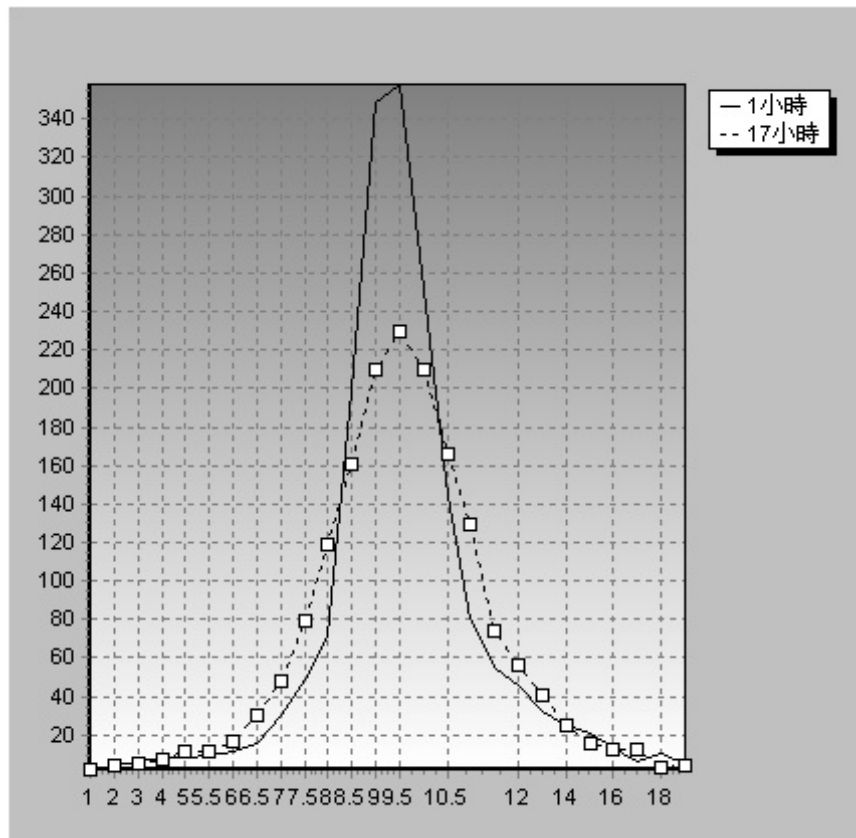
7. 上述的半圓筒，雷射光（附光柵）照射後鉛直高度變化 Z ，和高度的關係，

在置放後一小時結果如表二， $\frac{dn}{dy} - y$ 圖，在 24 小時後， $\frac{dn}{dy} - y$ 圖在圖七。

表二、硫代硫酸鈉和水在鉛直方向的偏折〔放置一小時， $a = 189.4\text{cm}$ ，

$r = 6\text{cm}$ ，水溫 26°C 〕

$y(\text{cm})$	$Z(\text{cm})$	$\frac{dn}{dy}$	$y(\text{cm})$	$Z(\text{cm})$	$\frac{dn}{dy}$
1	0.23	0.0002	9.5	40.70	0.0358
2	0.41	0.0004	10	28.69	0.0252
3	0.73	0.0006	10.5	16.41	0.0144
4	0.90	0.0008	11	9.14	0.0080
5	0.86	0.0008	11.5	5.21	0.0055
5.5	0.81	0.0009	12	3.69	0.0046
6	0.79	0.0011	13	3.57	0.0032
6.5	0.79	0.0016	14	2.38	0.0025
7	0.74	0.0030	15	1.03	0.0021
7.5	1.24	0.0049	16	0.71	0.0013
8	8.04	0.0071	17	0.73	0.0006
8.5	22.6	0.0199	18	1.16	0.0010
9	39.65	0.0349	19	0.58	0.0005



〔圖七：硫代硫酸鈉之 $\frac{dn}{dy} - y$ 圖〕

8. 由圖六量得二者面積均 = $0.1292 = n_2 - n_1$ ，和直接量得之 $n_2 - n_1$ 比較差 6 %。

六討論：

1. 本實驗利用雷射附光柵測液體折射率均為四位有效數字（雷射光波長為 6328 \AA ），藥品及水的純度為誤差主要來源，屏若改為半徑 a 的圓弧形，量得的 L 及 L' 及 n 會更準確。
2. 溶液中的溶質擴散時，依分子運動論，其巨觀的行為呈常態分佈，由圖五 n^2 和 c 成線性關係，可知由折射率的測量可得到其濃度的分佈情形—常態分佈。

3. Barnard 利用雷射光照方形盒，得常態分佈曲線，鐘形隨時間變化，但涵蓋面積一定，等於 $A = \frac{at(a+b)}{b}(n_2 - n_1)$ ， $n_2 - n_1$ 分別為硫代硫酸鈉水溶液和水的折射率。我們推廣至 n_2, n 均為純物質（例如甘油和水）亦滿足（3）式。

4. 我們設計的半圓形筒做 $\frac{dn}{dy}$ 關係實驗：

（一）雷射光偏折的效果比 Barnard 結果更顯著。

（二）理論比 Barnard 簡單。

（三）可直接看到折射率梯度如何隨高度變化。

5. 表二硫代硫酸鈉在鉛直方向的偏折，盒至屏距離 $a = 189.4 \text{ cm}$ ，盒半徑

6cm，由公式（4） $\frac{dn}{dy} = \frac{Z}{ar}$ ，最大 Z 值 = 40.7cm， $\alpha_1 = \frac{r}{n} \cdot \frac{dn}{dy} \doteq 7.5^\circ$ 略大於

5° ，甘油加水 1 小時後， α_1, α_2 亦大於 5° ，要用三角函數修正。

6. 我們設計的簡單器材可量折射率，求折射率梯度，測量溶質折射率，進一步可做擴散係數的測量〔註三〕。

7. 用高感度的海波（硫代硫酸鈉）和水作出常態分佈曲線， $Z_m^9 t^4 =$

定值，其物理意義值得進一步研究。

表三、 Z_m 和 t 的關係

Z_m (m)	t (min)	$Z_m^9 t^4 (10^4)$
0.3126	240	9.46

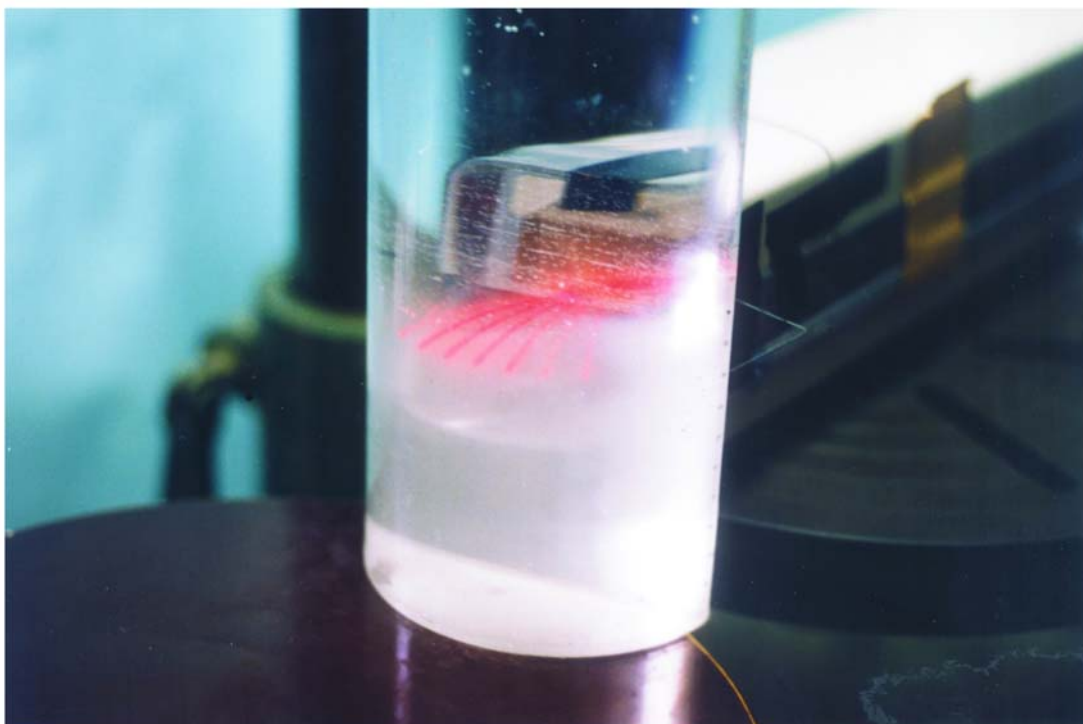
0.2610	360	9.44
0.1460	1330	9.43
0.1410	1440	9.42
0.0865	4320	9.44

七結論：

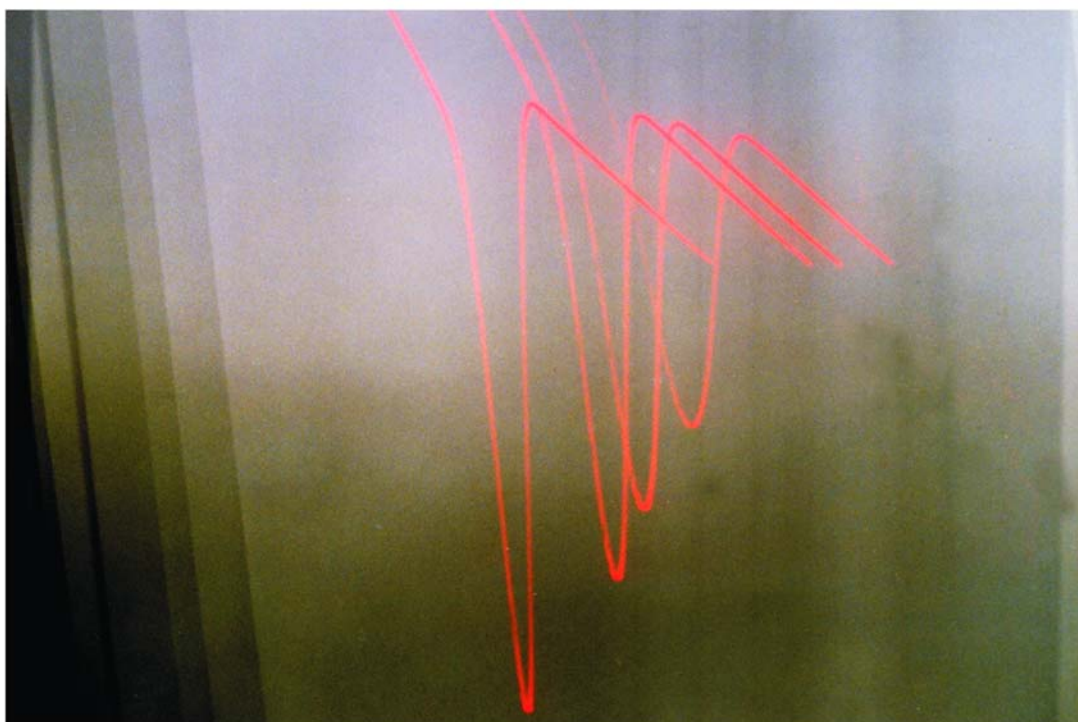
- 1.溶質在溶液中的擴散可由折射率的測量知硫代硫酸鈉呈常態分佈。
- 2.由溶質在溶液中的擴散可求溶質的折射率。
- 3.甘油的 $dn/dy-y$ 圖不呈常態分佈。

八參考資料：

1. A. J. Barnard and Ahlborn “ Measurement of refractive index gradients by deflection of a laser beam “ , Am. J. Phys.**43** (7),573-574(1975)
2. C. Gaffney and Cheuk-Kin Chau “ Using refractive index gradients to measure diffusivity between liquids “ , Am. J. Phys.**69**(7),821-825(2001)



〔圖二：雷射光在溶液中的偏折〕



〔圖五：硫代硫酸鈉隨時間擴散，時間為 40 分，100 分，160 分，280 分〕