

台灣二〇〇二年國際科學展覽會

科 別：化學科

作品名稱：空間震盪與擴散

得獎獎項：化學科佳作

儲備代表

柯達公司攝影獎

學 校：國立臺南第一高級中學

作 者：柯紀綸 涂偉勝

作者簡介



我的名字叫做涂偉勝，目前就讀於台南一中二年級。在國中時，漸漸的對自然科學產生了興趣，也接觸了一些電腦程式語言，但是在國中三年級時因為功課壓力的緣故，須要用心準備聯考，也就比較沒有辦法在這些方面花太多心思。一直到了進入台南一中之後，才慢慢的又重拾國中時的興趣：一方面加入了資訊性社團，另一方面也與同學合作，由高一升高二的暑假起，開始進行這一份科展，其間，我們遇到了不少困難，但是在老師的指導和我們的努力之下，方能克服困難，最後終於完成了這一份科展。

作者：涂偉勝 就讀學校：國立台南第一高級中學 指導教師：鄧明聖

作者簡介



我的名字叫做柯紀綸，現在就讀於國立台南一中二年級。小時後，父母就鼓勵我多閱讀課外讀物，國小時，就和一個很好的朋友，立志長大以後要做個偉大的科學家。到了國中後，這種求真求知的精神，也消失了一大半，直到國二，和幾個同學一起完成一份地科科展「彗星撞地球」，又重拾了童年的夢想，過程中，也學到了很多東西，收穫非常的多。現在，抱持著對電腦的熱誠，以及對科學的執著，在指導老師的悉心指導下，雖然過程很辛苦，但是仍堅持到最後，完成了這份科展，也增加了很多這方面的知識，真的是獲益良多。

作者：柯紀綸 就讀學校：國立台南第一高級中學 指導教師：鄧明聖

作品名稱：空間震盪與擴散

中文摘要：

筆者將 $K_2Cr_2O_7$ 置於明膠溶液中煮沸，加入 $AgNO_3$ 水溶液，使之造成空間震盪反應。產生 Liesegang ring。並且在研究空間震盪的過程中，筆者在研究過程中同時發展出一個程式，可以完成空間振盪實驗完成之後，由其振盪條紋的時空關係，得知其 k_{sp} 與擴散係數。或者可以在已知 k_{sp} 和擴散係數的條件之下，預測出空間振盪實驗完成時的情形。

英文摘要(Abstract)：

We put $K_2Cr_2O_7$ into glutin, boiling it. After it concretizes, add $AgNO_3$ aqua into the glutin of $K_2Cr_2O_7$. It is made to be space oscillation reaction with the Liesegang rings. And when we research for the process of space oscillation, we develop a program which can know the K_{sp} or diffusing coefficient after finishing an experiment in Laboratory. Or we can predict the statement after the experiment on the condition of the K_{sp} and diffusing coefficient.

研究報告：

一、研究動機：

振盪反應與近代生物化學有極密切的關係，也可運用於更廣泛的自然現象。然而它在空間上的週期變化性，引發了我們很大的興趣，其中由離子擴散及低溶解度鹽類沉澱所形成的 Liesegang Rings 是本實驗的主要對象。

關於離子擴散的研究，前人大多以電擊測量其電導值，進而推算出擴散係數，然而由於電場的作用，對離子的運動多少會造成一些影響，所以本實驗研究是否能用最簡單的實驗，不產生電場的方式，測量出離子的擴散係數。

二、研究目的：

- 1、 測量 1M 的 AgNO_3 在毛細管中進行擴散，求取其擴散係數。
- 2、 測量 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在毛細管中進行擴散，求取其擴散係數。
- 3、 觀察 1M 的 AgNO_3 與 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在試管中

進行反應所產生之 Liesegang Rings。

- 4、 觀察 1M 的 AgNO_3 與 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在彎管中進行反應所產生之 Liesegang Rings。
- 5、 測量 1M 的 AgNO_3 與 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在毛細管中進行反應所產生之 Liesegang Rings。
- 6、 利用實驗的數據，算出時間對距離及週期的關係式。
- 7、 探討擴散反應的成因及應用在其他離子的可行性，並透過電腦程式模擬。

三、研究器材：

1. 培養皿
2. 燒杯(50ml, 100ml, 200ml, 1000ml)
3. 磁攪拌器
4. 試管
5. 平底試管
6. 自製彎管.....見附錄一
7. 滴管
8. 撥棒
9. 電子秤

10. 刮杓
11. 明膠
12. 重鉻酸鉀
13. 硝酸銀
14. 氯化鈉
15. 逆滲透純水
16. 自製防光瓶
17. 毛細管

四、研究原理：

由 Fick's 第二定律：

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (\text{式 1})$$

若假設一擴散實驗，在一均勻截面積之密室裡，於 $x=0$ ， $t=0$ 時，一尖銳的容易介面形成。由一尖銳帶介面，每單位面積濃度為 n/A 莫耳，Fick's 第二定律之解：

$$C(x, t) = \frac{n}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \quad (\text{式 2})$$

若 $C(x_1, t_1) = C(x_2, t_2)$ ，則代入(式 2)解：

$$D = \frac{t_2 x_1^2 - t_1 x_2^2}{4t_1 t_2 \ln \sqrt{\frac{t_2}{t_1}}} \quad (\text{式 3})$$

即可求出擴散係數 D

由誤差函數定義：

$$\operatorname{erf}\eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta \quad \operatorname{erfc}\eta = 1 - \operatorname{erf}\eta$$

得： $C_A = C_0 \operatorname{erf}\eta = C_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4D_{AB}t}}\right)$

此式代表成分在無限長管中朝一方向擴散之濃度分布。

五、研究方法與結果：

【動物膠的配置】

1. 取 8.0g 明膠倒入乾淨燒杯中。
2. 加入 100ml 純水。
3. 至於磁攪拌器上攪拌約 15 分鐘後開始加熱。
4. 約加熱 15 分鐘後，加入所需的鹽類。
5. 繼續加熱攪拌，至沸騰為止。

【實驗一】測量 1M 的 AgNO_3 在毛細管中進行擴散，求取其擴散係數。

1. 調配好的明膠。插入毛細管。
2. 取乾淨培養皿，倒入含有 1M AgNO_3 之明膠，待其凝固之後，將上一步做好之毛細管插入。

3. 靜置觀察其反應，並用數位相機每隔一小時拍一張照片，紀錄其擴散邊界的距離。

時間(秒)	3600	7200	10800	14400	18000
長度(公分)	0.68	1.06	1.31	1.5	1.68
色度	172.6	164.0	162.7	146.3	144.5

【實驗二】測量 $K_2Cr_2O_7$ 在乾淨明膠中的擴散係數

1. 調配好 0.2M 的乾淨明膠，裝入毛細管。
2. 取 0.5M 的硝酸銀明膠，置入培養皿中。
3. 每隔一小時，將一毛細管插入溶有 $K_2Cr_2O_7$ 之明膠中。
4. 重複 3 的步驟 5 次，在最後一支插入之後一小時，用掃描器把 5 枝毛細管掃進去觀察。

時間(秒)	3600	7200	10800	14400	18000
長度(公尺)	0.26	0.30	0.33	0.45	0.47
色度	197.80	194.88	190.66	190.28	194.46

【實驗三】測量 1M 的 $AgNO_3$ 與 0.02M 的 $K_2Cr_2O_7$ 於試管中進行反應所產生之 Liesegang Rings。

1. 取乾淨試管，倒入含 0.02M $K_2Cr_2O_7$ 明膠約 25ml。
2. 靜置約 1 小時半。
3. 將 1M $AgNO_3$ 溶液倒入試管中。

4. 靜置觀察其反應。(數據見附錄二。)

【實驗四】測量 1M 的 AgNO_3 與 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 於彎管中進行反應所產生之 Liesegang Rings。

1. 取乾淨彎管，倒入含 0.02M 明膠約 30ml，預留約 10ml 空間。
2. 靜約 1 小時半待其凝固。
3. 將 1M AgNO_3 倒入彎管中，靜置觀察其結果。(數據見附錄三。)

【實驗五】取乾淨培養皿，用滴管加入含 0.02M $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 明膠約 25ml。

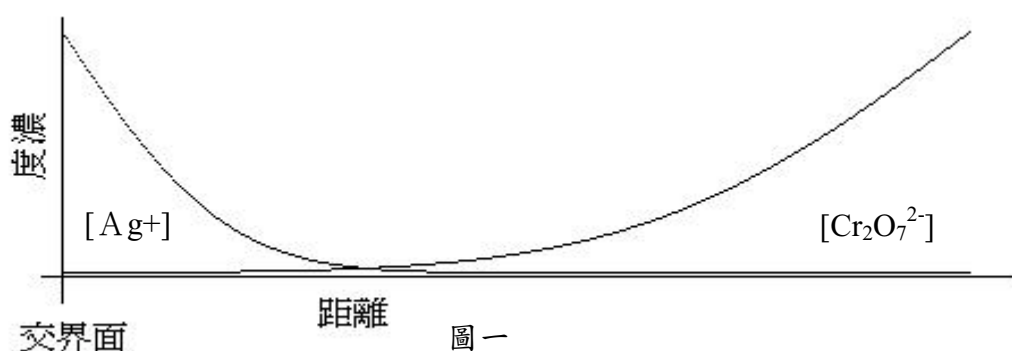
1. 取乾淨培養皿，倒入含 0.2M 明膠。
2. 趁明膠凝固前插入平底試管於培養皿中央位置。
3. 靜置約 1 小時半。
4. 待其凝固後，在平底試管內加入沸水，將平底試管取出。
5. 將 1M AgNO_3 置於融出的洞中。
6. 靜置觀察其反應。(數據見附錄四)

【實驗六】測量 1M 的 AgNO_3 與 0.02M 的 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在毛細管中進行反應所產生之 Liesegang Rings。

1. 調配好 0.2M $K_2Cr_2O_7$ 的明膠。插入毛細管。
2. 取乾淨培養皿，倒入含有 1M $AgNO_3$ 之明膠，待其凝固之後，將上一步做好之毛細管插入。
3. 靜置觀察其反應。(數據見附錄五)

六、結果與討論：

- 1、因為銀離子的濃度為 1M 我們假設銀離子為無限量供應，而鉻酸根離子為有限量供應，因此，銀離子在交界面處一直保有相同的濃度，而鉻酸根離子則因反應時的消耗，產生 $\frac{1}{600}M$ 點退後的情形：



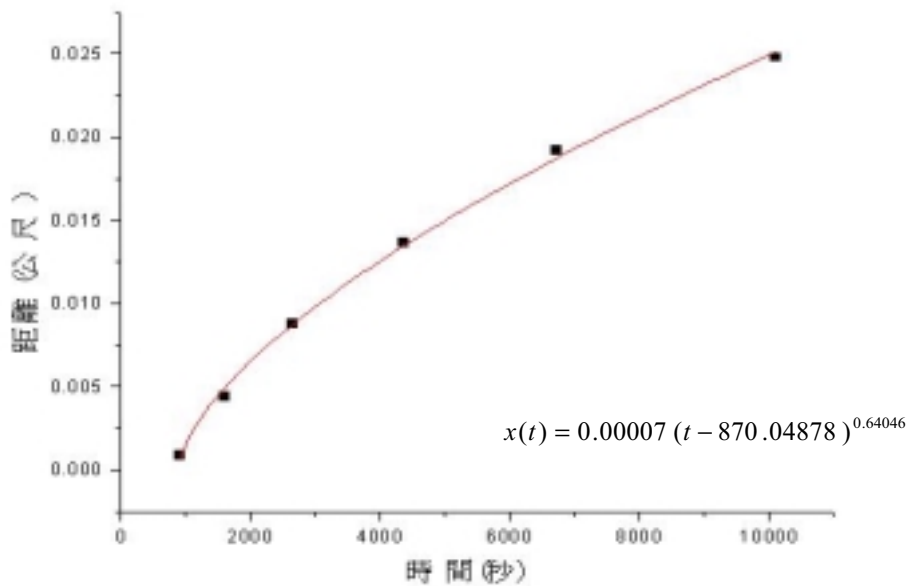
紋

是靜態的，不會隨時間改變，因此在空間中必有某些地方兩者濃度比較大。經由 $[Ag^+]^2[Cr_2O_7^{2-}]$ 大於 $Ag_2Cr_2O_7$ 之 k_{sp} 而產生沉澱。

我們假設 $Cr_2O_7^{2-}$ 退後的距離為 $x(t)$ ，交界面至某條沉澱的距離為 $\Delta x(t)$ ，則：

$$\begin{cases} C_{Ag^+} = C_{Ag^+0} \operatorname{erfc} \left(\frac{\Delta x(t)}{\sqrt{4D_{Ag^+}t}} \right) \\ C_{Cr_2O_7^{2+}} = C_{Cr_2O_7^{2+}0} \operatorname{erfc} \left(\frac{x(t) - \Delta x(t)}{\sqrt{4D_{Cr_2O_7^{2+}}t}} \right) \\ C_{Ag^+}^2 C_{Cr_2O_7^{2+}} \geq ksp \end{cases}$$

將實驗結果的 $\Delta x(t)$ ， t ，和已知的 D 代入，即可求出 $x(t)$ 。



圖二

2、在由式 2 導出式 3 時，是依 $\operatorname{Erf}()$ 的假設：離子有限供應。在條件之下，在 t_1 或 t_2 時的 n 值都可以當作一樣，所以在導出式 3 時就可以左右互相消去 n 。而筆者在其他實驗中之所以可正常使用式 3，是因為在大面積擴散之後， $AgNO_3$ 溶液的濃度可視為有限。

可是使用毛細管做單一離子的擴散實驗時，由於毛細管口徑極小，且在實驗四和實驗五中可將離子供應量視為無限。所以在 t_1 和 t_2 時的 n 值就不會一樣。為修正此一誤差，筆者修改了關係式成為 $erf_1 = \frac{n_2}{n_1} erf_2$ (式

5)，又因為離子濃度比與透光度比的對數值成正比：

$\log \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (式六)，所以可以修改式 5 成為

$erf_1 = (\log \frac{p_2}{p_1}) erf_2$ (式 7)。至於 p_1 和 p_2 的比值，筆者是將

之前實驗一、二完成時掃描出來的圖檔拿到繪圖軟體

中分析在介面上色點的明度而求得的。在實驗六中筆者

用式 3 計算出來的結果， $AgNO_3$ 的擴散係數的平均

值為 $7.314 \times 10^{-10} cm^2/sec$ ，在實驗一中筆者用式 7 校

正計算出來 $AgNO_3$ 的擴散係數的值是 3.87×10^{-9}

cm^2/sec 。最後求得銀離子擴散係數 $D=3.87 \times 10^{-9}$

cm^2/sec 和重鉻酸根離子擴散係數 $D=9.8 \times 10^{-10}$

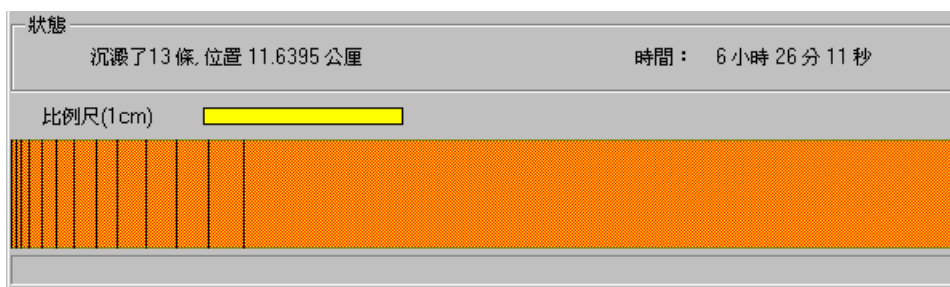
cm^2/sec 。在水中 Ag^+ 的擴散係數 $1.648 \times 10^{-9} cm^2/sec$ ，

此點經筆者詢問指導授，可能與明膠中水量較少有

關。

- 3、經由實驗的結果，筆者設計了模擬空間振盪反應過程的程式。在實驗室中完成之初期反應結果之數據帶入

後，即可模擬出後來的反應過程，以及重鉻酸鉀初濃度退後的情形，並依此計算出擴散係數或 k_{sp} 值。經由實驗結果可以得知(1)條數和時間的關係 $N(t)$ 、(2)條紋距離和時間的關係 $\Delta x(t)$ 及使用透光度測量重鉻酸鉀退後的距離 $x(t)$ ，模擬出完整的實驗過程，並可以藉由誤差函數計算得擴散係數 D 或溶解度積常數 k_{sp} ，由於本實驗產生沉澱之條紋清晰而且細容易觀察，又沒有電場及地心引力的干擾，故所得實驗結果可以較精準，而所得的擴散係數也可以較準確。目前測量擴散係數的方法，大多是利用因濃度差異造成光的些微折射，因而造成干涉條紋的變化，因而測得擴散係數，雖然準確度較高，但是由於儀器過於精密，整個過程都必須密封防止光線進入，故無法見到過程。而本實驗可以觀察到整個反應的過程，實驗又簡單，可以當作教材使用，有教學的價值，但是缺點就是只能測量在明膠中的擴散係數，但是只要修正一下比例，即可換算出在水中的擴散係數。



【程式執行畫面 1】

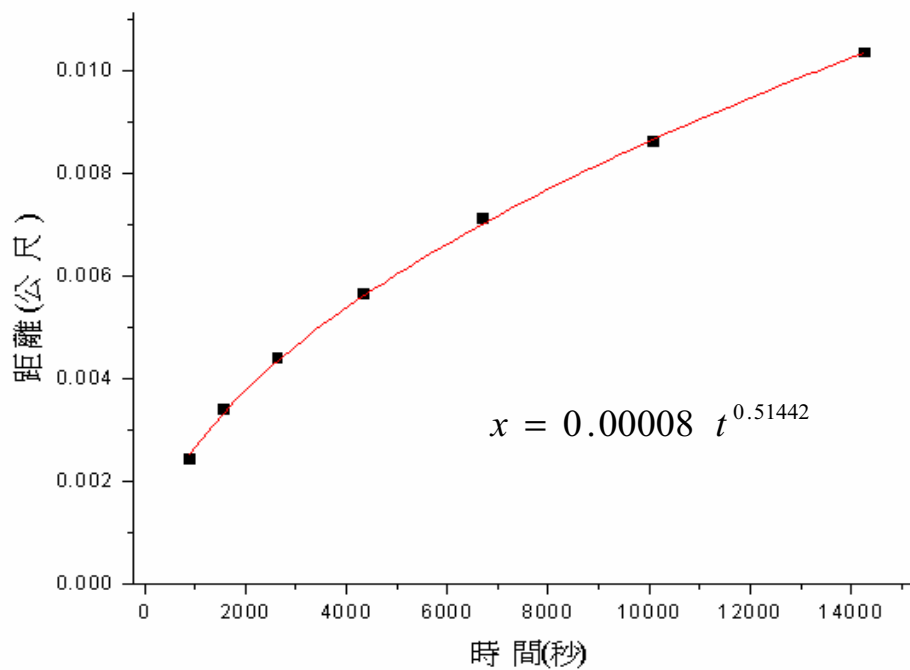
說明：本程式可以模擬出震盪反應的過程，由於反應的時間通常都需要很久，故本程式加快時間的進行。只要輸入上述方程式的一些係數，即可模擬出振盪反應條紋和時間的關係，並顯示出目前生成條紋的時間和距離，還可以計算出擴散係數或溶解度積常數。

- 4、在進行實驗三與實驗四之時，我們發現在反應中， AgNO_3 與 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 介面會因 AgNO_3 水溶液將 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 明膠溶解而導致介面移動，影響實驗之精確度。是故，後來設計出實驗六，以避免因介面的移動對實驗造成影響。唯在設計出實驗六改善了介面後退之問題後，又發現實驗六之沈澱物的生成速度明顯變慢。為了驗證在實驗六中取得數據之正確性，筆者又設計了實驗一與實驗二來測量單一化合物在明膠中的擴散速率。筆者在這兩個實驗中所得到的數據可參見實驗

一與實驗二後所附。由 $D = \frac{t_2 x_1^2 - t_1 x_2^2}{4t_1 t_2 \ln \sqrt{\frac{t_2}{t_1}}}$ (式 3) 可得到 D

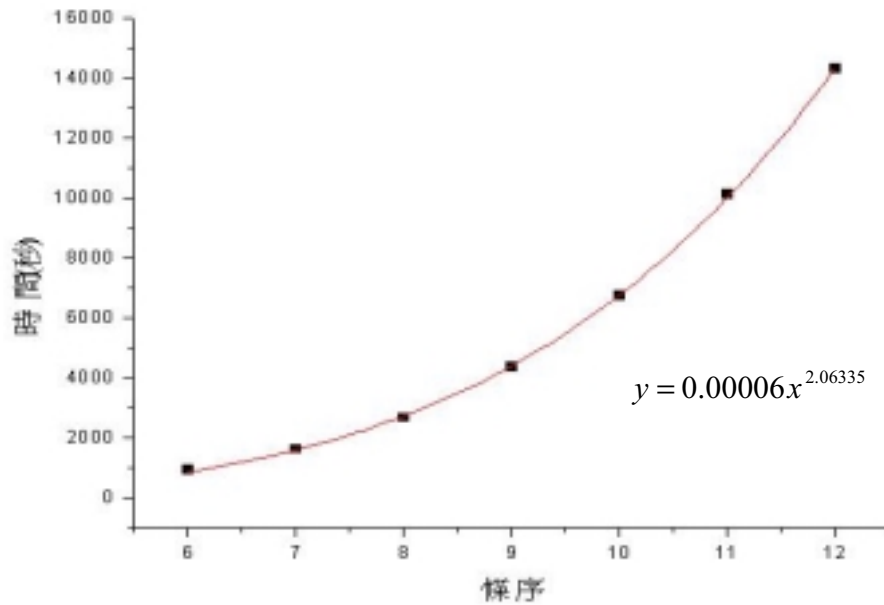
的解。唯由於筆者在結果與討論 (二) 中所闡述的因素，還須再加上一比值才能平衡。

5、經由多次實驗，得到數組實驗結果，其中第一、二組是由實驗四取得，第三組則是由實驗五取得。現將其反應時間與沉澱物出現距離之校正曲線圖：



圖三

6、澱物出現時間間隔與沈澱物出現圈數之關係曲線圖。



圖四

經由上面可以得到的下列結果：

- (1) 經由實驗的結果，又知道其中一離子的擴散係數，則可以推斷另一離子之擴散係數。
- (2) 預測下一個條紋出現的時間及位置。

7、相關方程式：

$$(1) N(t) = 111.201476 t^{0.484648}$$

$$(2) \Delta x(t) = 0.00008 t^{0.51442}$$

$$(3) x(t) = 0.00007(t - 840.04878)^{0.64046}$$

$$(4) x(\Delta x) = 0.66205(\Delta x - 0.00259)^{0.71108}$$

8、在反應初期沈澱間隔非常小，難以觀測。是故在觀察

的時候是以肉眼所能辨視之第一圈為觀測起點，是後再根據曲線會通過原點的特性，推算出正確的條數。

- 9、本實驗皆是以肉眼觀察，故在判定是否出現沈澱的認定標準上會受到觀察者的主觀影響。此外，由於沈澱形成的條紋並非都是清晰易辨視，在某些時候還會有分岔、與其他條紋結合。在實驗三進行約一週後，沈澱物形成之條紋的寬度明顯變寬，且可看出每一條條紋是由許多之細條紋所構成，在之後所生成之沈澱，就更可看出是由許多小點所構成。

(六) 實驗的展望與延伸：

未來可以多做一些不同的離子，以及不同的濃度，以用來推測其他不同離子的擴散係數，而使本實驗更加完備。未來的目的是建立一個完整的資料庫系統，只要輸入實驗的結果，即可推算查詢出是何種離子，或藉以推算出擴散係數。

(七) 附錄：

1.自製的彎管圖片：



2. AgNO_3 與 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ 在彎管中震盪反應之數據

條序	時間	點數 (pixel)	距離 (公厘)
1	0:16'59"	*	*
2	0:19'48"	*	*
3	0:23'03"	*	*
4	0:26'55"	*	*
5	0:31'16"	*	*
6	0:38'56"	*	*
7	0:44'15"	*	*
8	0:49'40"	*	*
9	0:56'03"	*	*
10	1:03'30"	*	*
11	1:11'46"	*	*
12	1:20'36"	*	*
13	1:30'23"	*	*
14	1:41'47"	*	*
15	1:53'20"	*	*
16	2:07'15"	*	*

17	2:21'36"	*	*
18	2:37'51"	*	*
19	2:57'05"	*	*
20	3:17'22"	176	8.00
21	3:38'23"	189	8.59
22	4:02'52"	201	9.14
23	4:31'10"	215	9.77
24	5:02'17"	230	10.45
25	5:38'54"	245	11.13
26	6:15'25"	261	11.86
27	6:52'46"	277	12.59
28	7:36'28"	295	13.41
29	8:19'	313	14.23
30	9:02'	331	14.05
31	9:45<>	353	16.05
32	10:42'	375	17.04
33	11:36'	398	18.09
34	12:12'	420	19.09

*: 因為溶液溶解了部分明膠，所以一開始出現的那幾條沉澱無法測量。

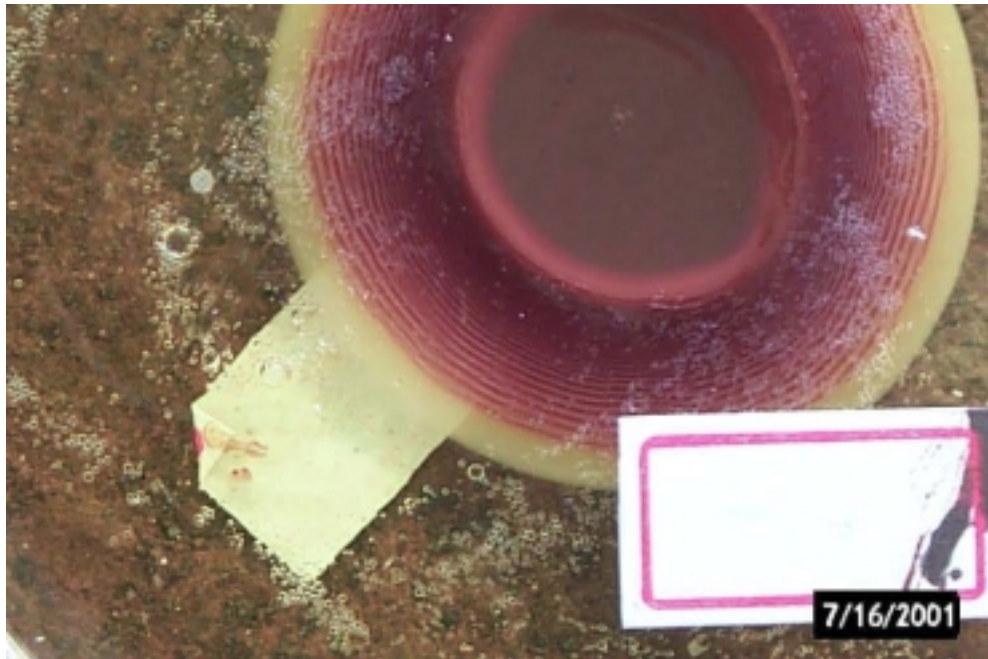
3. AgNO₃ 與 K₂Cr₂O₇ 在毛細管中震盪反應之數據

條序	長度 (公尺)	時間 (秒)
1	0.002	908
2	0.00297	1597
3	0.00399	2650
4	0.00524	4355
5	0.0067	6723
6	0.00821	10099
7	0.00994	14276

【圖片資料】



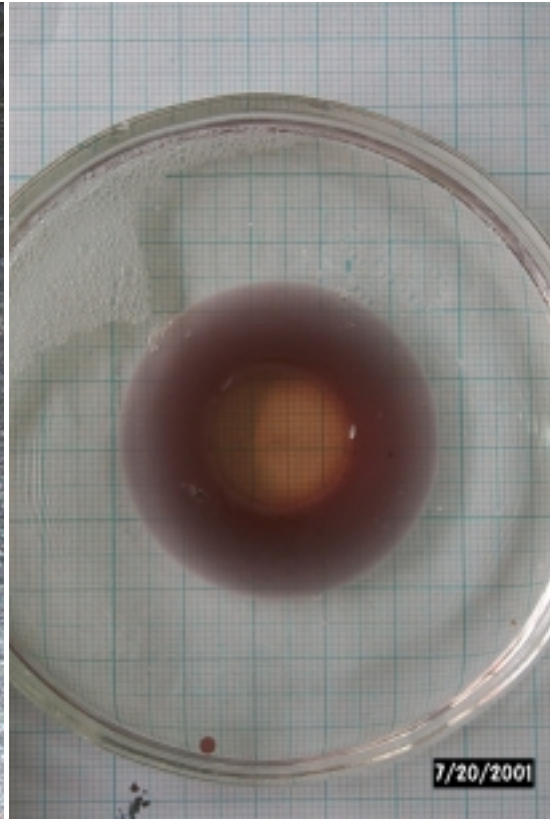
(照片 1) 灣管中的振盪反應



(照片 2) 培養皿中的振盪反應



(照片 3) 彎管中的振盪反應



(照片 4) 培養皿中的硝酸銀擴散

評 語

本研究以 $K_2Cr_2O_7$ 在明膠與 $AgNO_3$ 發生空間震盪，產生震盪條紋來測定擴散係數，稍具創意、但內容欠完整、對原理了解稍不足，由於作者具研究創力故給予佳作，並推薦國際科展儲備代表。