

台灣二〇〇二年國際科學展覽會

科 別：物理科

作品名稱：魚洗水跳現象的探討

得獎獎項：物理科佳作

學 校：高雄市私立道明高級中學

作 者：鍾昀勳 黃旭宏

作者簡介



鍾昀勳



黃旭宏

從小就安安靜靜的，對於特別的(比較少見)的東西較感興趣，從小就喜歡到山上去玩，體力也不算太差，偶爾會跟朋友打球、聊天。

從國二開始接觸科展，因此開始對科展產生興趣，也變得比較會去思考，知道從各種角度去思考事情，雖然我在實驗室常發生意外，但憑著一股衝勁使的我們繼續做下去，遇到困難便自己去解決，一但沒辦法便去請教師長，藉著科展可以使自己成長，也可以藉著科展拓展人際關係，所以科展是一門對我們很有注意的活動，也可以藉此成長去了解更多的事物。

鍾昀勳

Substract

In the previous year study, we assumed that the fish basin as a column-shape model in order to exam and explain how the water spouting. This year, we established a reality-like situation of the fish basin to construct our theory base. At this point, round-waves and up-down waves are found as the beginning point of the water spouting. The sound from the basin is the frequency of the vibrations. Meanwhile, this process enables us to understand the causes of four, six, and eight waves. In addition, we tried to change the basin's positions, the capacities of water, the densities of liquids, and the sizes of the containers to demonstrate the theory.

Furthermore, we used similar containers, such as high-heel cup and big magnetic bowl to experiment. The results are also corresponded with the theory. These results can also be used to explain the Chinese aeolian bell, clock, shaking bell, etc. That is a major innovation for us. Finally, we obtain better understanding of the abstractive theory though the simulation of the computerized photographs.

摘要

魚洗，也稱龍洗，傳說是中國唐宋時代皇帝洗臉的臉盆，內底四條魚紋，鱗尾畢具。洗內盛水後，用手摩擦其兩個雙耳，立即發出響亮的嗡鳴聲，並出現美麗了漣漪，水珠四濺，摩擦越快，聲音越響，波浪翻騰，水珠越烈。

對此在上一年度的研究中，是將洗盆視為圓柱狀，然後由圓柱狀所建立的模型去解釋水跳的原因，初步瞭解了水跳的原因。今年我們以洗盆真實的情況建立理論模型，在殼體產生共振的圓形駐波及上下駐波，此為水跳產生點，此時殼體發出的聲音就是共振的頻率。也瞭解了有四個、六個、八個、十個波腹的原因。並以改變殼體不同位置、水量、液體密度及洗盆大小等變因應證模型，結果與理論相符合。繼而以高腳杯、大磁碗等類似魚洗盆構造的容器，加以實驗應證，也能符合此理論。甚可推到中國古時候的編鐘、搖鈴、風鈴等器材。對於我們總認為碰撞就產生聲音的觀念實是一大突破。最後經由電腦動畫的模擬，讓此抽象的理論更容易瞭解。

魚洗水跳現象的探討

一、研究動機

我們在九十學年度的魚洗研究中，是將魚洗視為圓柱狀，然後由圓柱狀所建立的模型去解釋魚洗水跳的原因，從文獻（如附件一）及參考資料，魚洗的水跳確實由盆內的點所產生，瞭解了魚洗水跳的原因，但經深入研究發現圓柱型所建立的理論與真實情形是有差別的，經過一年來的研究，於是重新建立魚洗水跳的模型，從實驗中去驗證新理論，且用電腦動畫去展現這個理論，以方便人們了解魚洗水跳的原因，並和瓷碗及高腳杯等器材的共振比較。

二、研究目的

- 1、在理論層次上建立魚洗的振動模型，並解出魚洗的振盪型態。
- 2、以實驗中的各項結果加以驗證：
 - (1) 在不同水深之下系統的振動性質。
 - (2) 在不同密度的液體之下系統的振動性質。
 - (3) 在不同大小的魚洗盆之下系統的振動性質。
 - (4) 在空的魚洗盆，不同測量點之下系統的振動性質。
- 3、在不同的輸入狀態下探討其系統的振動性質。
- 4、探討高腳杯及圓柱型容器所發出的聲音發出的聲音，是否也遵守此一模型。
- 5、將所得理論，以電腦動態模擬。

三、理論模型推導

空氣駐產生的聲音，因魚洗盆屬於廣角，其產生的頻率小忽略不計。波在各向同性的均勻固體介質中傳播時，一維波方程式為

$$\Phi(x,t) = A \sin(kx - \omega \cdot t) \text{-----} (1)$$

經對 x 及 t 的二次微分得到

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -k^2 \Phi \text{-----} (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \Phi = -k^2 v^2 \Phi \text{-----} (3)$$

$$\text{此處 } \omega = kv \text{-----} (4)$$

Φ ：波函數。 ω ：角頻率。 k ：波數。 v ：波速。

將 (2) 式和 (3) 式相加可得平面波波動方程為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} = 0 \quad \text{----- (5)}$$

(1) 式是平面波波動方程的解。

波在均勻介質中傳播，並在邊界處反射，反射波與入射波相互疊加，最後形成吻合特定邊界條件的穩定駐波，此時介質中各質量單元以同一頻率、不同的恆定振幅振動。微小振動時，質量單元隨位置變化的振幅函數可表現為變數 Φ (φ) 和 Z (z) 的和， Φ 是隨角度變化的振動， Z 是隨高度變化的振動，它是微分方程的一種解，在穩定駐波的情況下，彈性介質中各質量單元作簡諧振動。函數 Φ (φ) 和 Z (z) 分別滿足方程式

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_n}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_n}{\partial z^2} \quad \text{此處 } z \text{ 爲 } \varepsilon_n \text{----- (6)}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_m}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_m}{a^2 \partial \Phi^2} \quad \text{此處 } \Phi \text{ 爲 } \varepsilon_m \text{----- (7)}$$

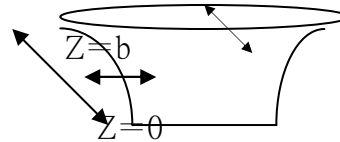
$$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_m \quad \text{----- (8)}$$

$\Phi(\varphi)$ 和 $Z(z)$ 均是簡諧函數。

對於魚洗薄殼，若魚洗薄殼的厚度 d 遠小於薄殼中截面的半徑 a ，徑向振動的小振幅，在這樣的魚洗盆內傳播，實際上是在二維 (φ, z) 空間的傳播，其波動方程為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial \Phi^2}{\partial t^2} = 0$$

將 $\Phi \rightarrow \varepsilon_n$ $x \rightarrow a\varphi$
 $\Phi(\varphi)$ 和 $Z(z)$ 設為



圖一 魚洗徑向振動圖

$$Z(z) = A_n \sin(k_z z + a_n) \quad \text{----- (9)}$$

$$\Phi(\varphi) = A_m \sin(ak_\varphi \varphi + a_m) \quad \text{----- (10)}$$

函數 Φ (φ) 和 Z (z) 也分別滿足方程式 (5) (6) (7) 式。

其中 ε 是 t 時刻 (φ, z) 處質量單元的徑向振動位移。波速 $v = \sqrt{D/\sigma}$,

σ 是盆面的質量面密度， D 是與材料剛性有關的面張力係數。

若魚洗盆高為 b ，上端開口，下端有底，周長為 L 的魚洗盆，對上下振

動的波在這樣盆內傳播的邊界條件 $z=0$ ，為固定邊； $z=b$ ，為自由邊。對函數 Z ，任何時刻在 $Z=0$ 處為零，在 $Z=b$ 處最大。由此可確定 $a_n = 0$ ，

$$k_z = \frac{\pi}{2b}(2n+1) \text{----- (11)}$$

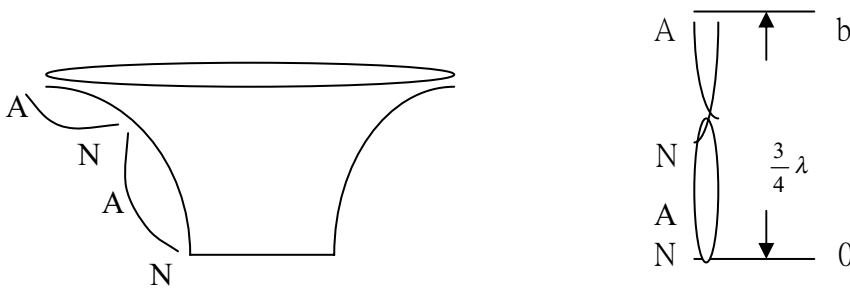
所以 $Z(z) = A_n \sin[\frac{\pi}{2b}(2n+1)z] \text{----- (12)}$

由上式可知在振動最大處，是在 \sin 角度 $\frac{\pi}{2b}(2n+1)z$ 為 $\pi/2$ 時或是 $\pi/2$ 的整

數倍時， $z = \frac{1}{4}\lambda$ 時為 $n=0$ 的模式， $z = \frac{3}{4}\lambda$ 時為 $n=1$ 的模式， $z = \frac{5}{4}\lambda$ 時為 $n=2$ 的模式。

如圖二 $b = \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \frac{7}{4}\lambda \dots$
 $= \frac{2n+1}{4}\lambda \quad n \geq 1$

如 λ 短時， $\frac{1}{4}\lambda = \frac{b}{2n+1}$ ，由 $m\lambda = 2\pi a \therefore 2m = 6, 10, m=3, 5$ 的模式。



圖二 魚洗振動模

若魚洗盆上端開口為波節，對徑向振動的波在這樣盆內傳播的邊界條件 $z=0$ ，為固定邊； $z=b$ ，也為固定邊。對函數 Z ，任何時刻在 $Z=0$ 處為零，在 $Z=b$ 處也為 0。由此可確定 $A_n=0$ ，

$$k_z = \frac{\pi}{2b'}2n \text{----- (13)}$$

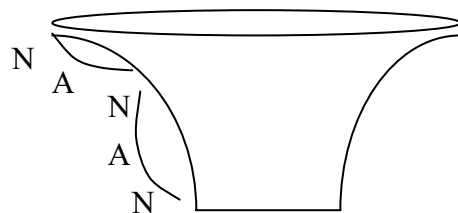
所以 $Z(z) = A_n \sin[\frac{\pi}{b'}nz] \text{----- (14)}$

此處即上下皆為波節時。

如 λ 長時，

$$\frac{1}{4}\lambda = \frac{b'}{2n}$$

$2m = 4, 8 \therefore m=2, 4$ 的模式。



圖四 魚洗振動模

由於 Z 一定時， φ 與 $\varphi + 2m\pi$ 是盆面上同一點，質量單元的振動狀相同， Φ 函數應滿足周期性邊界條件，所以

$$\Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2m\pi) \text{ ----- (15)}$$

$$k_\varphi = \frac{2m\pi}{L} = \frac{m}{a} \quad \text{週長 } L = 2\pi a \text{ ----- (16)}$$

$$\Phi(\varphi) = A_m \sin(m\varphi + a_m) \text{ ----- (17)}$$

所以 (φ, z) 處質量單元的位移

$$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_m \text{ ----- (18)}$$

$$\varepsilon_m = A_m \sin(m\varphi + a_m - \omega_m t) \text{ ----- (19)}$$

$$\varepsilon_n = A_n \sin\left[\frac{\pi}{2b}(2n+1)z - \omega_n t\right] \text{ ----- (20)}$$

各質量單元振動頻率

$$\omega_m = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}(m/a) \text{ ----- (21)}$$

$$\text{由 (12) 得到 } \omega_n = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}(2n+1)\pi/2b \text{ ----- (22-1)}$$

$$\text{或 由 (13) 得到 } \omega_n = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}n\pi/b' \text{ ----- (22-2)}$$

當 $\omega_m = \omega_n$ 時即為魚洗水跳最高處時的共振頻率，此時 $n=6, 10$

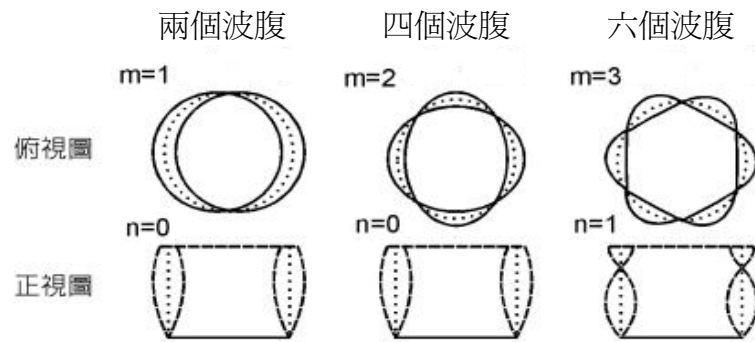
即 $2\pi a = (\lambda/2) \times 6$ 或 $(\lambda/2) \times 10$

$$\text{頂端爲波腹 } \frac{m}{a} = \frac{(2n+1)\pi}{2b} \text{ ----- (23)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_m = A_m \sin(m\varphi + a_m - \omega_m t) + A_n \sin\left[\frac{\pi}{2b}(2n+1)z - \omega_n t\right] \text{ - (24)}$$

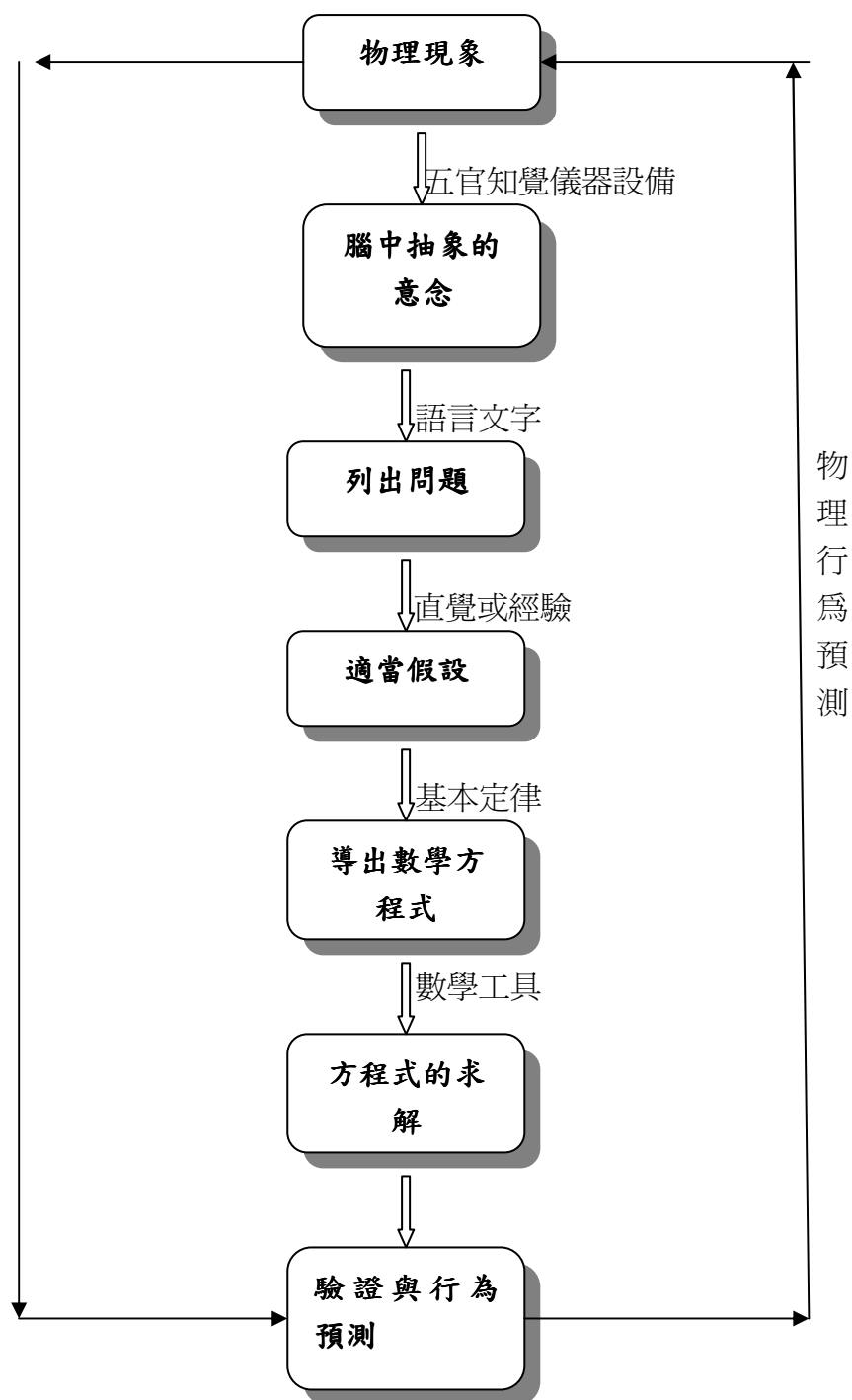
上式的物理意義，就是在這個模組下，當圓周波與上下波在各點時，才會產生共振，也才有大的振動能量。

魚洗盆的振動方式取決於 m, n 值，其基本振型如圖 1 所示。



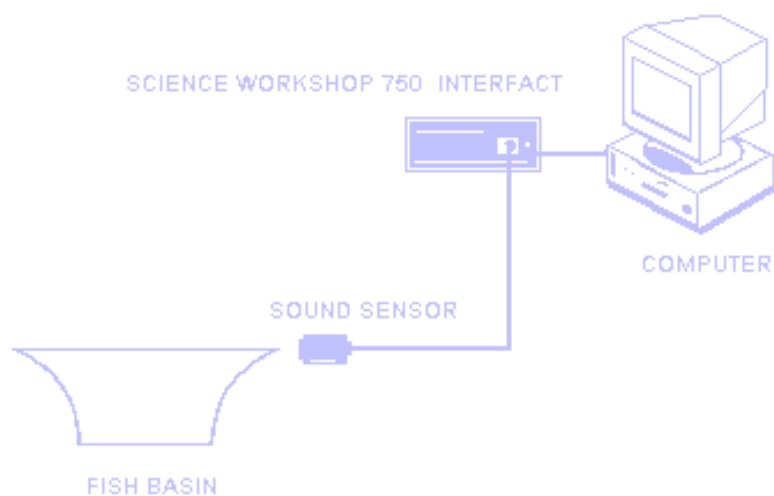
圖四 基本振動形式

四、研究架構圖

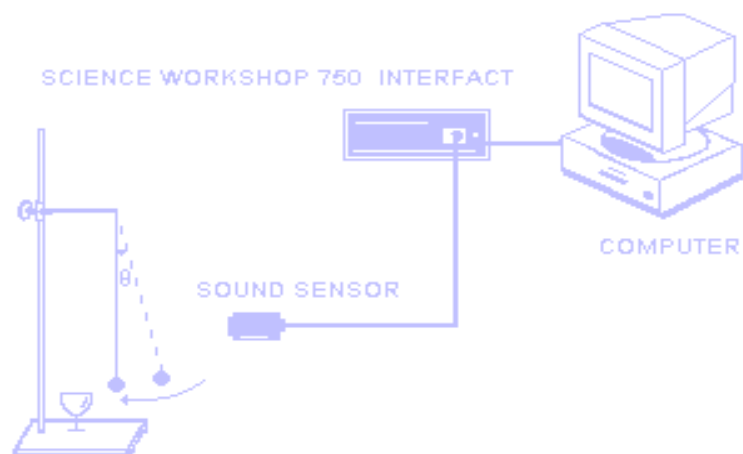


五、研究器材及裝置

(一) 裝置



裝置圖 (I)



裝置圖 (II)

(二)、器材

1. 截取數據及分析數據用裝置

- (1) 魚洗盆(含大、中、小不同尺寸)
- (2) 筆記型電腦設備一套
- (3) SCIENCE WORKSHOP 750 interface
- (4) sound sensor (PASCO CI-6506B)
- (5) 應用軟體 Datastudio
- (6) DOS 應用程式

2. 自製改良喇叭型振盪器 (喇叭外面貼厚膠帶, 以消去脈衝撞擊, 使撞擊頻率為喇叭頻率, 因硬的物體相撞會產生脈衝)

3. 鋼尺 一支
4. 橡皮軟管 一條
5. 塑膠軟尺 一條

6.保利龍墊	一個
7.鐵架	一個
8.金屬球	一個
9.釣魚繩	一盒
10.高腳玻璃杯	一個
11.瓷碗	一個
12.比重計	一根
13.酒精	五罐

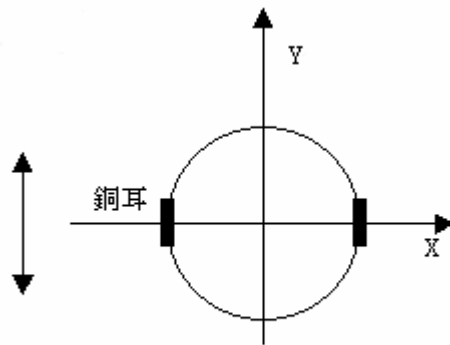
六、研究步驟

1、固定水面上四個駐波圖形，改變水位深度，以改變 σ ，因 $v = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}$ 當 σ 增加，

v 減少，因 $v = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$ ， λ 不變 $\therefore\omega$ 減少。測量其振動頻率、水位深度及水面

半徑：

- 〈1〉將魚洗固定位置，且加水至深度 8cm，雙手在 Y 軸方向磨擦銅耳，使其共振而產生四個波腹的駐波圖形。
- 〈2〉摩擦魚洗盆的同時，固定水面產生的四個駐波圖形，並以虹吸管緩慢抽水以降低水深。
- 〈3〉使用聲音感測器（sound sensor）測量其振動頻率。
- 〈4〉將所得的振動頻率之數據透過 Excel 製成表格及圖表。



圖六 魚洗的摩擦方向及座標軸

2、以酒精加水代替水，固定酒精液面深度且使酒精液面固定產生四個駐波圖形，測量其振動頻率。

- 〈1〉有酒精，深 6cm 液面的魚洗，雙手磨擦銅耳，使其共振而生成四個駐波圖形。
- 〈2〉使用聲音感測器分析其振動頻率。
- 〈3〉將所得的振動頻率之數據透過 Excel 製成表格及圖表。

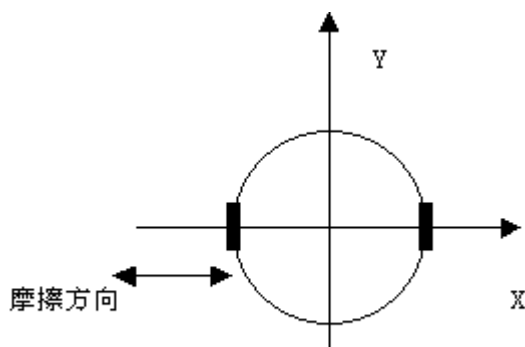
3、改變不同大小的魚洗盆，固定水位深度且使水面產生四個駐波圖形。

- (1) 以不同魚洗盆盛裝水位深度 6cm 之純水。

- (2) 固定水位深度、雙手磨擦銅耳，觀察水面現象並測量頻率。
- (3) 將所得的振動頻率與半徑之乘積與作一比較，數據製成表格。
- (4) 改變水位深度、雙手磨擦銅耳，觀察水面現象並測量頻率。
- (5) 將所得的振動頻率與深度作一比較，數據製成表格及圖表。

4、改變摩擦方向，測量不同水深其聲音振動頻率。

- (1) 將魚洗固定位置，且加水至深度 8cm，雙手應 X 軸方向磨擦銅耳，使其共振而產生六個或十個波腹的駐波圖形。
- (2) 摩擦魚洗盆的同時，固定水面產生的駐波圖形，並以虹吸管緩慢抽水以降低水深。
- (3) 使用聲音感測器 (sound sensor) 測量其振動頻率。
- (4) 將所得的振動頻率之數據透過 Excel 製成表格及圖表。



圖七 X方向摩擦圖

5、改以瓷碗及玻璃高腳杯有底圓柱型玻璃杯，測量不同位置其聲音振動頻率及振幅。

- 〈1〉 將上述器材，改變十個由上而下，單位 0.5 公分的測量點，張開至於鐵架上繫有金屬球的繩子 (固定 60°)，施以固定的撞擊力，使其發出聲音。
- 〈2〉 使用聲音感測器 (sound sensor) 測量其振動頻率及振幅。
- 〈3〉 將所得的振動頻率及振幅之數據透過 Excel 製成表格及圖表。

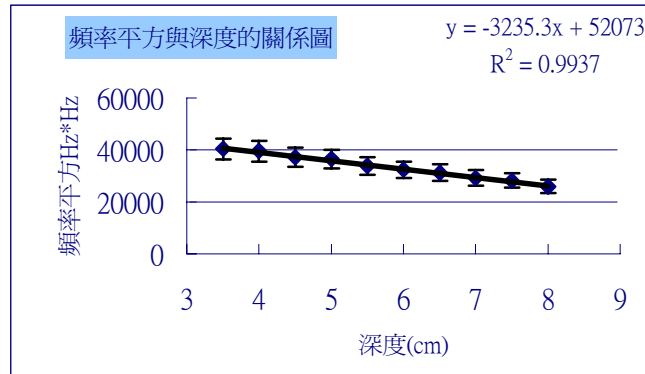
6.以電腦動態模擬。

七、數據處理與結果討論

(一) 在不同水深之下系統的振動性質。

深度(cm)	f1 (Hz)	f2(Hz)	f3 (Hz)	f (Hz)	f ² (Hz)
8	163	158	163	161 ± 1	25921
7.5	167	171	167	168 ± 1	28224
7	171	171	171	171 ± 1	29241

6.5	176	180	176	177 ± 1	31329
6	180	180	180	180 ± 1	32400
5.5	184	180	184	183 ± 1	33856
5	193	188	193	191 ± 1	36481
4.5	193	193	193	193 ± 1	37249
4	197	197	201	199 ± 1	39601
3.5	201	201	201	201 ± 1	40401



討論與結果：

1. 由上圖知水愈加愈多時，也就是水愈來愈深時，其發出聲音的頻率值愈來愈小，相關係數為 0.9937，可說是成比例的下降，此與公式 (21) 及 (22) 相吻合。
2. 水位升高，對魚洗的意義為 σ 增加，由公式知 ω 變小也就是頻率變小。此由實驗應證確實如此，且對空的魚洗盆來說，盆底 σ 大可看成節點。

(二)、在不同密度的液體之下系統的振動性質。

密度	F1	F2	F3	平均值
1	180	180	180	180 ± 0
0.98	180	180	182	181 ± 1
0.96	180	182	180	181 ± 1
0.94	182	182	180	181 ± 1
0.92	184	182	182	183 ± 1
0.9	182	184	184	183 ± 1
0.88	184	184	186	185 ± 1
0.86	186	188	187	187 ± 1
0.84	188	186	186	187 ± 1
0.82	188	187	190	188 ± 1
0.8	190	188	188	189 ± 1

討論：由上圖知液體密度愈大，其頻率愈小。改變液體密度，即為改變 σ ，總共的 σ 值為金屬的 σ 值加上液體造成的等效 σ 值。總共 σ 值加大， f 變小。此與公式 (21) 及 (22) 相吻合。

(三)、不同大小的魚洗盆之下系統的振動性質。



圖十一 撞擊不同點示意圖

圓周波動 D 小， λ 小。上下波動 D 大， λ 大。

1.大魚洗盆

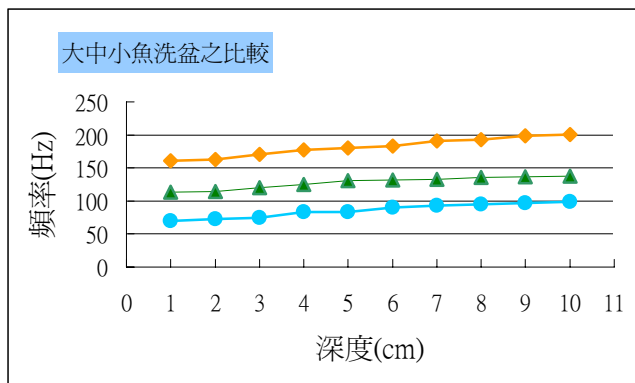
深度(cm)	f1	f2	f3	f 平均值	a	f × a
8	72	72	66	70 ± 1	17.6	1232.00
7.5	73	73	73	73 ± 1	17.8	1299.40
7	76	73	76	75 ± 1	18	1350.00
6.5	81	81	87	83 ± 1	18.2	1510.60
6	85	84	81	83 ± 1	18.4	1527.20
5.5	90	90	90	90 ± 1	18.6	1674.00
5	92	94	93	93 ± 1	18.8	1748.40
4.5	94	93	98	95 ± 1	19	1805.00
4	96	98	97	97 ± 1	19.2	1862.40
3.5	100	98	100	99 ± 1	19.4	1920.60

2.中魚洗盆

深度(cm)	f1	f2	f3	平均值	a	f × a
8	114	112	112	113 ± 1	13.4	1514.20
7.5	114	115	113	114 ± 1	14.2	1618.80
7	118	124	118	120 ± 1	14.4	1728.00
6.5	124	126	125	125 ± 1	14.6	1825.00
6	128	133	133	131 ± 1	14.8	1938.80
5.5	132	132	132	132 ± 1	15.0	1980.00
5	132	132	135	133 ± 1	15.4	2048.0
4.5	136	138	134	136 ± 1	15.6	2121.60
4	132	139	140	137 ± 1	15.8	2164.60
3.5	138	138	138	138 ± 1	16.0	2208.00

3.小魚洗盆

深度(cm)	f1	f2	f3	平均值	a	f×a
8	163	158	163	161 ±1	12	1932.00
7.5	167	171	167	163 ±1	11.5	1874.50
7	171	171	171	171 ±1	11	1881.00
6.5	176	180	176	177 ±1	10.75	1902.75
6	180	180	180	180 ±1	10.5	1890.00
5.5	184	180	184	183 ±1	10.25	1875.75
5	193	188	193	191 ±1	10	1910.00
4.5	193	193	193	193 ±1	9.75	1881.75
4	197	197	201	199 ±1	9.5	1890.50
3.5	201	201	201	201 ±1	9	1809.00



上圖最上方為小魚洗盆，最下方為最大魚洗盆。

取深度 6cm，四個波腹時

魚洗盆	厚度 (cm)	f (Hz)	a (cm)	f×a (Hz Cm)
大	0.2	83 ±1	18.4	1527.20
中	0.2	131 ±1	14.8	1938.80
小	0.2	180 ±1	10.5	1890.00

討論與結果：

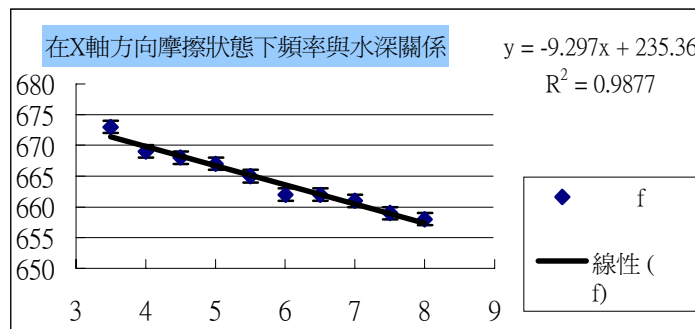
- 使用不同大小的魚洗盆，固定水位深度且使水面產生四個駐波圖形，由公式 $V = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}$ 知若 σ 大約相同，小盆剛性 D 大，V 大，由 $V = \lambda f$ 知 $f \lambda$ 大，因 λ 與半徑 a 成正比， \therefore 以 $f \times a$ 的值由數據知大盆小，中小盆的值約略相等，代表小盆剛性大。（而厚度也代表剛性， \therefore 剛性與厚度成正比，由 $V = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}$ 中知 σ 及 D 皆與厚度成正比，厚度因素因此抵消， \therefore 半徑小，D 大）

2.在四個波腹時，理論上 $f \times a = \text{常數}$ ，但因盆子越到底部，剛性越大，所以 $f \times a = \text{常數}$ 的值，愈到底部愈大，知小盆的值最大，代表小盆波速最大，這與理論相符合。

3.大中小三魚洗盆，在改變水深之下，其頻率值也隨著水愈深愈小。

(四)、在不同的輸入狀態下 (X 軸)，探討其系統的振動性質。

深度(cm)	f1 (Hz)	f2	f3	f
8	657	658	658	658 ± 1
7.5	659	659	659	659 ± 1
7	660	662	660	661 ± 1
6.5	662	661	662	662 ± 1
6	662	664	660	662 ± 1
5.5	665	664	666	665 ± 1
5	668	666	668	667 ± 1
4.5	668	668	669	668 ± 1
4	669	670	670	669 ± 1
3.5	672	674	672	673 ± 1



討論：

- 1.魚洗盆在切線方向 (Y 軸方向) 摩擦時，所產生的波 (如圖 2) 當經半週期後，方向位移 1.2.3.4 方向相反，故形成四個波腹，因為所產的波是橫波，橫波在盆中波速小、所以頻率小。而 8 個波腹時 (如圖 3) 經半週期後方向位移 1.2.3.4.5.6.7.8 方向相反故形成 8 個波腹，但驅動的波以橫波通過大部分的區域，橫波在盆中波速小、所以頻率小。(圖四不要)
2. 魚洗盆在徑向方向 (X 軸方向) 摩擦時所產生的波 (如圖 5) 當 X 軸方向位移 1.2 為同方向，則產生兩個波腹的振動。
- 3.魚洗盆在徑向方向 (X 軸方向) 摩擦時，所產生的波 (如圖 6) 當 X 軸方向位移 1.4 為正方向，2.3.5.6 方向位移為負方向，摩擦時以縱波方式通過

大部分區域（如圖 7），驅動的波以高頻率佔較多且其 ω 比為 706：1176 約分後為 6：10， λ 比就為 10：6。所以可以看出 6 或 10 個波腹的振動。

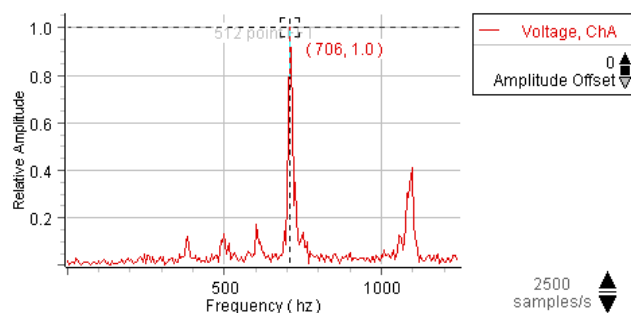
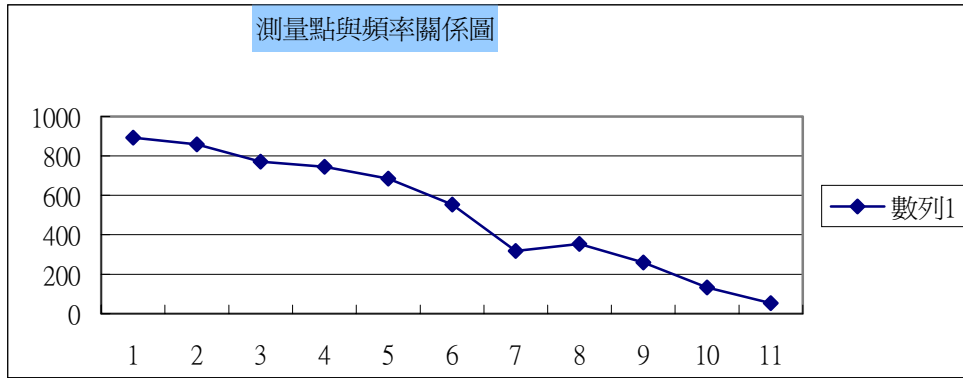


圖 7

4. 對魚洗盆而言，順者 X 軸方向摩擦將產生縱波，當此縱波在盆內傳遞時，因魚洗盆為圓型，左右對稱，若以橫過魚洗盆一半為 X 軸，則縱波在盆內傳遞是對 X 軸對稱 $V = \lambda f$ ，縱波傳過魚洗盆主體相對於橫波而言，速度（V）較大則頻率 f 也大。由對稱性應出現 2、6、10... 個波腹，既頻率大的較易出現，所以出現 6 和 10 個波腹。垂直 X 軸方向摩擦（既順者雙耳方向）將產生橫波，對 X 軸反對稱，橫波傳過魚洗盆主體相對於縱波而言，速度（V）較小，則頻率 f 也較小。由對稱性應出現 4、8、12... 個波腹，既頻率小的較易出現，實驗上看到四個波腹。如圖（因圓周波在盆底剛性大的地方傳遞，上下波傳到盆的上部時剛性變弱，由公式 $V = \sqrt{\frac{D}{\sigma}}$ 知剛性 D 小，V 就小，因頻率 f 相同，由 $V = \lambda f$ 知上下波波長變小）

（五）、在空的魚洗盆，不同測量點之下系統的振動性質

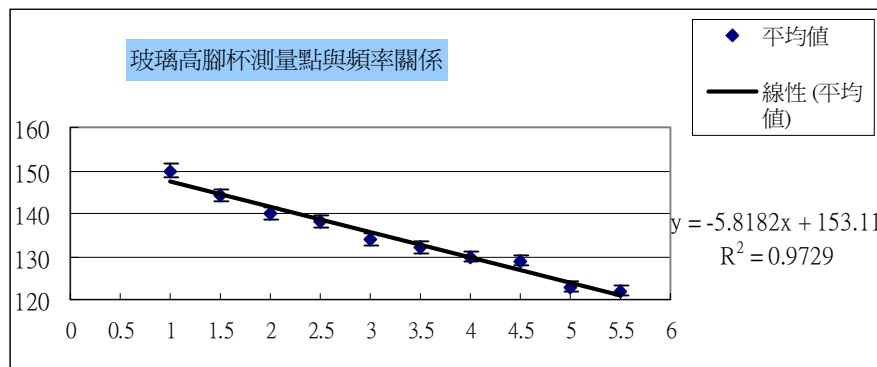
測量點	F1	F2	F3	平均值
1	895	896	888	893
1.5	868	865	843	859
2	793	764	756	771
2.5	741	765	732	746
3	693	677	686	685
3.5	532	527	598	552
4	437	395	421	317
4.5	356	369	334	353
5	284	232	265	260
5.5	132	156	110	133
6	43	62	56	53



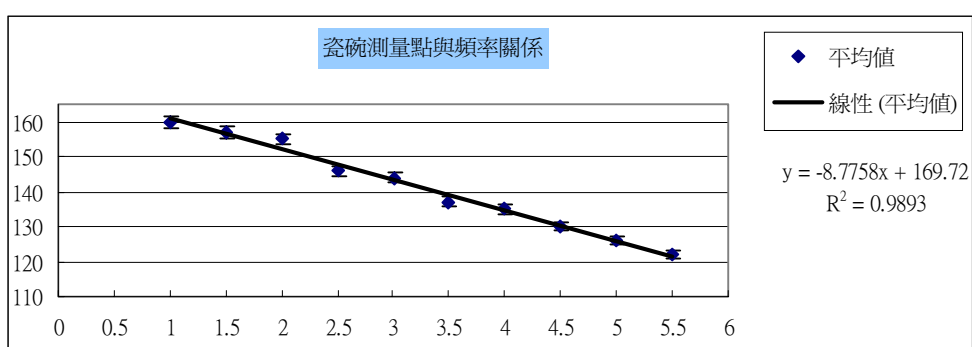
(六)、改以玻璃高腳杯及有底圓柱型玻璃杯，測量不同位置其聲音振動頻率。

1.高腳杯

測量點	F1	F2	F3	平均值
1	148	151	151	150 ± 1
1.5	142	144	146	144 ± 1
2	139	139	142	140 ± 1
2.5	139	136	139	138 ± 1
3	132	134	136	134 ± 1
3.5	130	133	133	132 ± 1
4	130	130	130	130 ± 1
4.5	125	130	132	129 ± 1
5	124	122	123	123 ± 1
5.5	121	122	123	122 ± 1



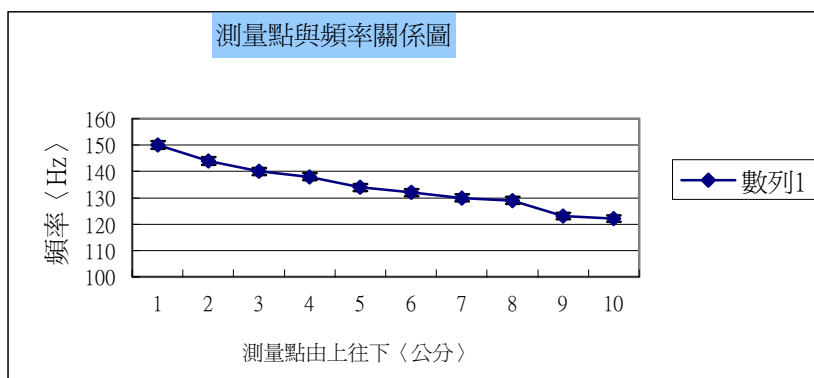
測量點	F1	F2	F3	平均值
1	160	160	160	160 ± 1
1.5	154	158	160	157 ± 1
2	155	154	156	155 ± 1
2.5	145	146	147	146 ± 1
3	142	146	144	144 ± 1
3.5	138	136	138	137 ± 1
4	135	138	132	135 ± 1
4.5	130	132	128	130 ± 1
5	124	125	129	126 ± 1
5.5	122	124	120	122 ± 1



討論：由上三圖可知瓷碗及玻璃高腳杯，當其位置由上而下撞擊時，聲音振動頻率愈來愈小，而且在撞擊點區域出現共振現象，所測得的聲音就是共振時的頻率，此與我們所建構的理論相符合

(七)、探討有底圓柱型容器所發出的聲音發出的聲音，是否也遵守此一模型

測量點	F1	F2	F3	平均值
1	148	151	151	150 ± 1
1.5	142	144	146	144 ± 1
2	139	139	142	140 ± 1
2.5	139	136	139	138 ± 1
3	132	134	136	134 ± 1
3.5	130	133	133	132 ± 1
4	130	130	130	130 ± 1
4.5	125	130	132	129 ± 1
5	124	122	123	123 ± 1
5.5	121	122	123	122 ± 1



有底圓柱型玻璃杯：

測量點	F1	F2	F3	平均值
1	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
1.5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
2	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
2.5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
3	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
3.5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
4	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
4.5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0
5.5	153.5	153.5	153.5	153.5 ± 0

討論：

有底圓柱型玻璃杯，不論撞擊點在何處其頻率值都一樣，此符合我們公式 (21) 及 (22) 中的半徑值固定時，其頻率值都相等，是故我們可說圓柱型是我們理論中的特例，此點更讓我們了解到當圓柱形容器受到撞及發出的聲音原來是在其內部進形上下即圓形的駐波共振。

(八)、動態模擬：附上圖形及磁碟片，請從執行檔進入，請先勾選 C₂，可以改變 speed、mode number 及 amplitude。把勾選 C₂ 取消，在勾選 ud，可以改變 speed、mode number 及 amplitude。勾選 C₂ 及 ud 呈現共振模。

八、結論

(一) 在理論層次上建立魚洗的振動模型，是針對魚洗盆的形狀所建立，至於圓柱型的容器，為此理論的一個特例，在公式 (21) 及 (22) 可知，當 a 值或 b 值固定時，其 ω 值處處頻率值相同。

(二) 以實驗中的各項結果加以驗證：我們得到

- (1) 在不同水深之下系統的振動性質，水位升高， σ 增加，頻率變小。
- (2) 在不同密度的液體之下系統的振動性質，改變液體密度，即為改變整體 σ ， σ 值加大，f 變小。

- (3) 在不同大小的魚洗盆之下系統的振動性質，使用不同大小的魚洗盆，固定水位深度且使水面產生四個駐波圖形，由 $f \times a$ 值知小盆的值最大，代表小盆波速最大。從上述探討可知，我們所建立的魚洗水跳模型，與魚洗盆實際情形一樣。
- (三)、在不同的輸入狀態下探討其系統的振動性質，順者 X 軸方向摩擦將產生縱波，當此縱波在盆內傳遞時，因魚洗盆為圓型，左右對稱，縱波傳過魚洗盆主體相對於橫波而言，速度 (V) 較大則頻率 f 也大。由對稱性應出現 2、6、10... 個波腹，既頻率大的較易出現，所以出現 6 和 10 個波腹。垂直 X 軸方向摩擦 (既順者雙耳方向) 將產生橫波，對 X 軸反對稱，橫波傳過魚洗盆主體相對於縱波而言，速度 (V) 較小，則頻率 f 也較小。由對稱性應出現 4、8、12... 個波腹，既頻率小的較易出現。
- (四)、高腳杯、碗杯發出的聲音。當其位置由上而下撞擊時，聲音振動頻率愈來愈小，
而且在撞擊點區域出現共振現象，此與我們所建構的理論相符合
- (五)、有底圓柱型玻璃杯，不論撞擊點在何處其頻率值都一樣，此點更讓我們了解到當圓柱形容器受到撞擊發出的 聲音原來是在其內部進形上下即圓形的駐波共振。
- (六)、將所得理論,以電腦動態模擬如所附磁碟片，程式如附件三。

九、未來研究方向

以撞擊方式產生的波可視為一脈衝，並非完美的弦波波源。未來可改良波源，以強迫振盪的或撞擊的脈衝方式來探討魚洗。

十、參考資料

1. Yan YL. Three Demonstrations from Ancient Chinese Bronzeware. *The Phys Teach*, 1992, 30: 341.
2. Rossing TD. Acoustics of Eastern and Western Bells, old and new. *Jacoust Soc Jpn*, 1989, 10(E): 5.
3. Shen SY. Acoustics of Ancient Chinese Bells
4. Rossing TD. Wine Glasses, Bell Modes, and Lord Rayleigh. *Phys Teach*, 1990, 28: 582
5. Needham J. *Science & Civilisation in China*. Ch. 26: 35-38
6. 王大鈞. 古代文物的力學性質研究. *文物保護與考古科學*, 1993(5): 35
7. 高級中學基礎理化教師手冊 (上), p88。
8. <http://www.chinese-bronze.com/indexBIG.htm> 上海交通大學，中華青銅公司
9. 趙凱華. 1999 年. 魚洗. *大學物理*. 第 18 卷第 5 期 P. 32-35。
10. 黃旭宏. 2001 年. 中國人的智慧---魚洗

評 語

實驗做得很仔細，數據分析得當，但由於所牽涉的理論超出學生的程度，理論的呈現與實驗不能密切配合。數據呈現有部分標識得不夠明確。