

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 物理科

080120

把你甩得遠遠的----垂直圓周運動之拋物距離探討

學校名稱：基隆市七堵區五堵國民小學

作者： 小六 陳媛鈞 小六 蔡欣怡	指導老師： 莊旭瑋 黃國銓
---------------------------------	-----------------------------

關鍵詞：圓周運動、拋物軌跡、單擺

摘要

我們利用培林、塑膠棒、電磁鐵、Arduino 光敏感應器，製作了一個單擺拋出鐵球的實驗裝置，進行垂直圓周運動的拋物實驗，我們發現單擺將物體拋出後，物體只受到垂直方向地球引力的影響，水平方向則不受外力的影響。擺長越長拋出鐵球的飛行距離越遠，而擺錘重量與鐵球重量，則不會影響。改成兩節式擺長，可以增加鐵球的飛行距離，當下節擺長越短時，鐵球也會飛得越遠，而鐵球最遠的飛行距離則是在擺角 25° 時拋出。

壹、前言(含研究動機、目的、文獻回顧)

一、研究動機

去年我們研究垂直圓周運動的單擺拋射的相關實驗，在地方科展獲得不錯的成績，而評審也建議我們可以再深入研究。暑假時，當我們絞盡腦汁的討論「還有什麼因素會影響的單擺拋射？」時，媛鈞突發奇想的說：「兩節式的拋射會不會比單節式的遠？」於是我們原班人馬便開始設計兩節式實驗方法。去年我們在做實驗時便覺得實驗器材有些簡陋，不方便操作及測出來的數據有些誤差，我們便重新設計與製作實驗器材先重新檢測去年的實驗，再開始這延續性研究。

二、研究目的與研究問題

(一) 探討單節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，影響其飛行距離的因素。(再修正檢測去年研究)

1. 不同擺錘重量對擺動高度的影響?
2. 單擺在不同擺角落下、不同擺長、不同擺錘重量、不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響?

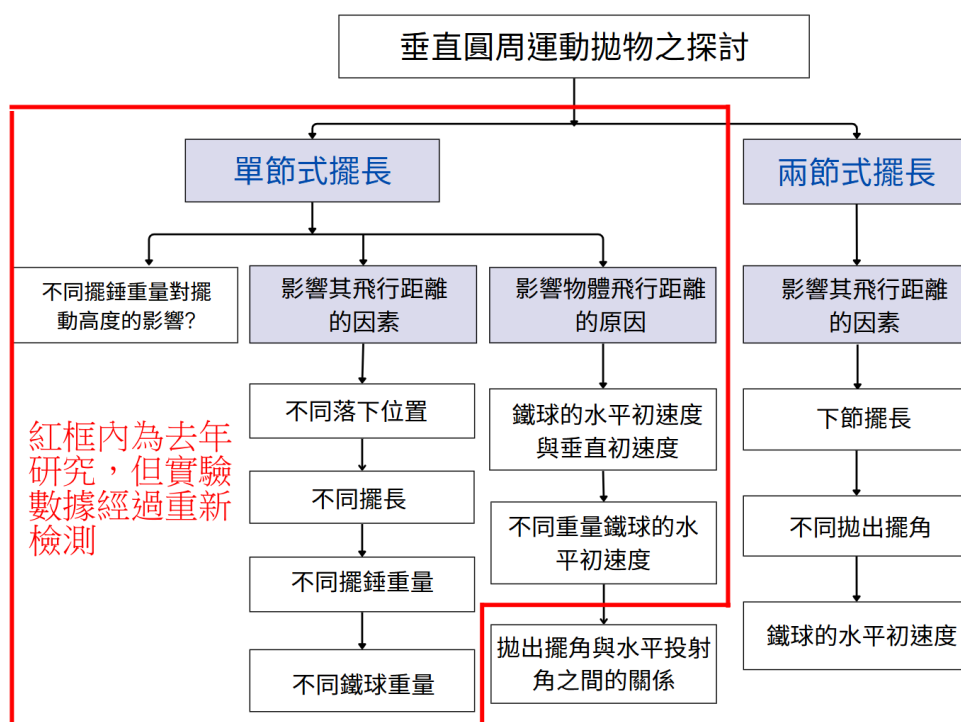
(二) 探討單節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，物體拋射速度與飛行距離的關係。(再修正檢測去年研究)

1. 在各擺角拋射時鐵球的水平初速度與垂直初速度為何?
2. 不同重量鐵球在各擺角的水平初速度為何?
3. 拋出擺角與水平投射角之間的關係?(今年研究)

(三) 探討兩節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，影響物體飛行距離的因素。

1. 兩節式拋射時，不同的下節擺長對物體飛行距離的影響？
2. 兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？
3. 不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

三、研究架構圖(* 本研究所有實驗照片、圖表均為作者或指導老師拍攝繪製)



四、文獻探討

(一)相關研究

我們在網路上搜尋跟物體拋射、垂直圓周運動及單擺的相關科展研究及文獻，發現以下幾件全國科展研究，可以值得我們參考，於是我們整理列表如下：

參考文獻		相關研究結論
第 44 屆中小學科學展覽會 國中組物理科	百變魔球—球體變化原因的探討	球體以仰角 45° 投射時，可達到飛行最遠距離。投球的力量越大，球體的飛行距離越遠。
第 51 屆中小學科學展覽會 國小組物理科	古老的大鐘～「擺」的研究	單擺大角度擺動時擺動角度會逐漸變小，擺長越長單擺週期越大，擺錘質量與單擺週期無關。

第 60 屆中小學 科學展覽會 國小組物理科	真不是蓋的，誰能 比我會飛	物體飛行初速度越大，飛行的距離越遠，
------------------------------	------------------	--------------------

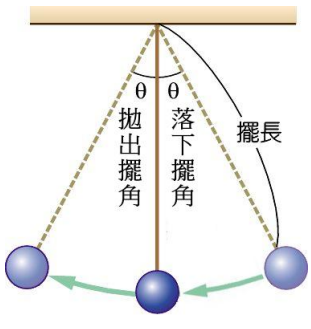
(二)鉛直圓周運動

不考慮阻力的話，只有重力會對物體作功，所以系統遵守力學能守恆。可以把系統中的擺錘運動狀態，看成是重力位能與動能之間的轉換，擺錘在最低點時，重力位能完全轉換成動能，所以物體的速率是最快；擺錘上升時，動能逐漸轉換成重力位能，所以擺錘速率會逐漸變慢。

(三) 轉動慣量

轉動慣量是一個物體對於其旋轉運動的慣性大小的量度。轉動慣量在轉動力學中的角色相當於線性動力學中的質量，描述角速度、力矩和角加速度等數個量之間的關係。其定義為單一質點時，公式為 $I=mr^2$ ，(I 為轉動慣量、m 為質點的質量、r 為質點與轉動軸心的距離。)也就是說當轉動物體的質量 m 越大，或者轉動半徑 r 越大，轉動慣量就越大，物體就越不容易轉動或轉動速率變會慢。

(四) 名詞定義

1.落下擺角	單擺開始落下時與垂直線所夾的圓周角	
2.拋出擺角	單擺將鐵球拋出時與垂直線所夾的圓周角	

貳、 研究器材與設備

一、重新設計改裝成「新 Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗平台

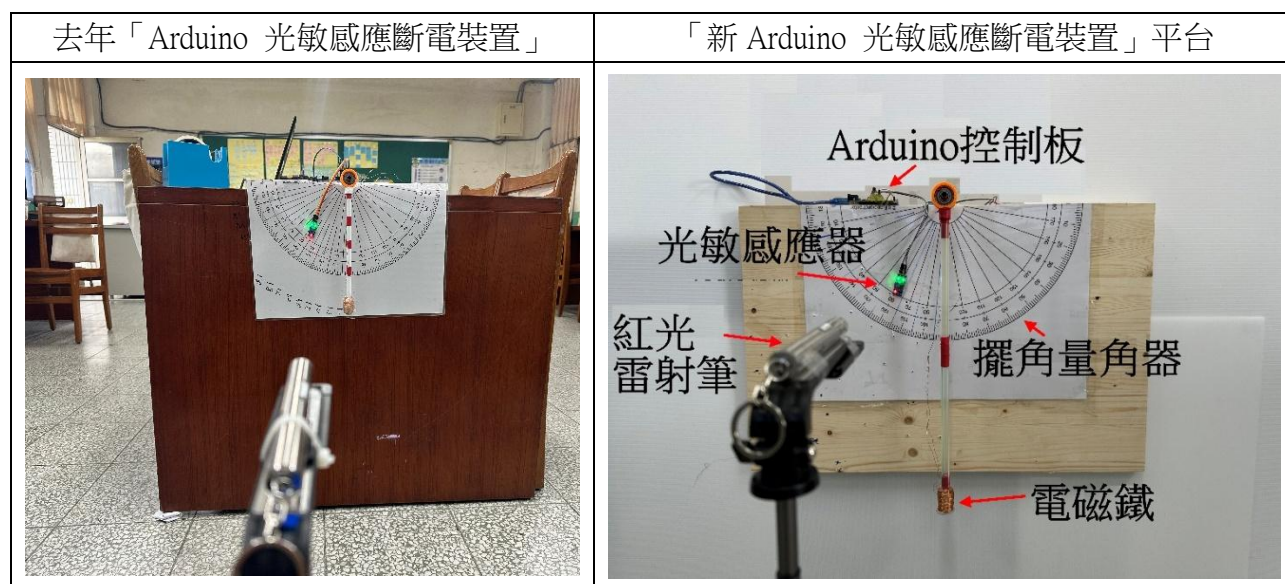
我們同樣將光敏感應器放在想要測量的拋出擺角，再利用紅光雷射筆水平照射光敏感應器，讓電磁鐵通電狀態能吸住鐵球，而單擺盪過時會遮住紅光，電磁鐵便形成斷路，將鐵球拋出。但是修正了一些去年「Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗平台的缺失如下：

1. 去年使用實心塑膠棒當作單擺，它的重量較重，可能會影響實驗數據，所以我們改用吸管當作單擺。
2. 去年的電磁鐵，線圈纏繞成橢圓形，常常出現線圈滑動進而影響單擺擺動。於是我們便

重新纏繞電磁鐵，讓線圈排列整齊及穩固，並加強穩固鐵球在電磁鐵的吸附位置，使整個磁吸系統更穩定。

3. 在實驗平台上加裝一片木板，用來固定擺角量角器及撞擊鐵釘，讓整個實驗更容易移動及操作。

新實驗裝置如下圖:



實驗材料:1.Arduino uno 板、2.光敏感應器、3.自製電磁鐵、4.紅光雷射筆

我們用相同長度的擺長，分別在三個拋出擺角測試單擺拋出鐵球的飛行距離，每個拋出擺角實驗 3 次，結果鐵球飛行的距離誤差不超過 1 公分(如表一)，所以確定這個裝置的穩定性夠，不必再調整實驗裝置。

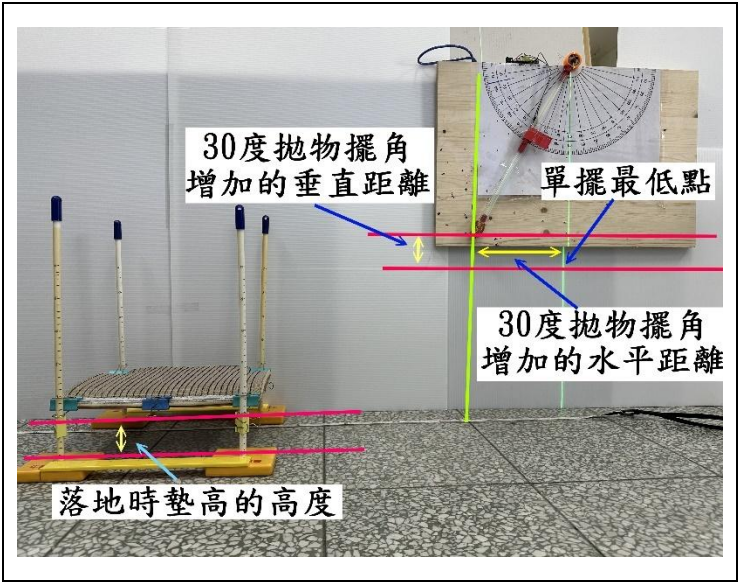
(表一) 單擺在三個擺角拋射時鐵球飛行距離的穩定度實驗 單位：公分

拋出 擺角	距離 (cm)	次數		
		第一次	第二次	第三次
20°		107	107	107
40°		100	99	100
60°		56	55	55

二、落地升降測量平台

我們觀察擺錘在各個擺角拋出鐵球時，位置並不相同。為了讓飛行條件一致，提高精準度，所以我們以擺錘最低點為原點，測量出擺錘在各個拋出擺角與原點的水平距離及垂直距離。鐵球飛行後落地測量出的水平距離，須減掉擺錘與原點的水平距離。而要讓各拋出擺角

拋出鐵球的落下的高度都相等，必須在鐵球落地位置墊高到等於擺錘與原點垂直高度，如下圖所示：



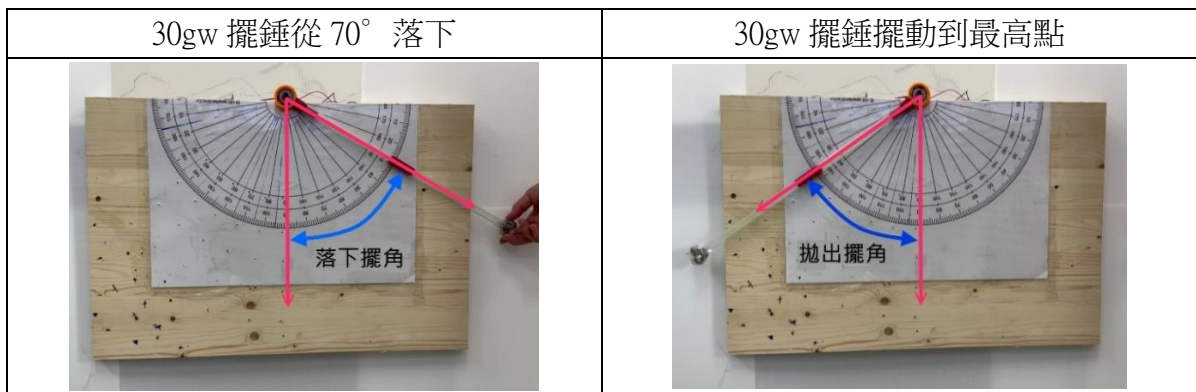
去年實驗時，我們用不同厚度的書本疊成所需的高度，在上面放一張白紙，並用攝影機錄影，再回放觀看鐵球落下位置，並根據皮尺上的數字判斷飛行距離，但因落下位置與拍攝角度的不同，不容易讀取正確數值。我們便在白紙上以 1 公分為單位畫上格線，這樣就容易讀取鐵球的飛行距離。但是在實驗的過程中，每換一個拋出擺角時便需重新尋找合適厚度書本非常麻煩，而且鐵球落地時撞擊書本彈跳的速度很快，即使是利用攝影機的慢速錄影，有時也不易判斷正確的落點。所以今年我們就設計可升降的落地測量平台，將上述的缺點一一克服。

第一代(去年)	第二代(去年)	第三代
缺點： 1. 每次都要找合適的書本厚度。 2. 目測判斷落點距離，不精準。 3. 鐵球彈跳太快，不易判斷落點。	缺點： 1.每次都要找合適的書本厚度。 2.鐵球彈跳太快，不易判斷落點。	優點: 1. 四根柱子有高度刻度，快速調整升降高度。 2. 有緩衝海綿墊，鐵球落地時彈跳較慢，容易判讀位置。 3. 平台上增加量尺，並與地上皮尺對齊，容易合併計算距離。

參、研究方法、過程與討論(實驗 1-1～實驗 2-2 為去年研究重新檢測後成果)

我們延續去年的研究，而去年的研究結果會影響我們今年的實驗，因此我們利用暑假時間更新了電磁鐵、單擺材質、「Arduino 光敏感應斷電裝置」實驗平台、以及落地升降裝置，使用新的實驗裝置重新測量了去年的七個實驗，獲得更精準的數據，增加實驗結論的可信度，作為今年兩節式擺長研究依據。以下僅將重做去年各實驗數據的折線圖列出作為參考討論依據：

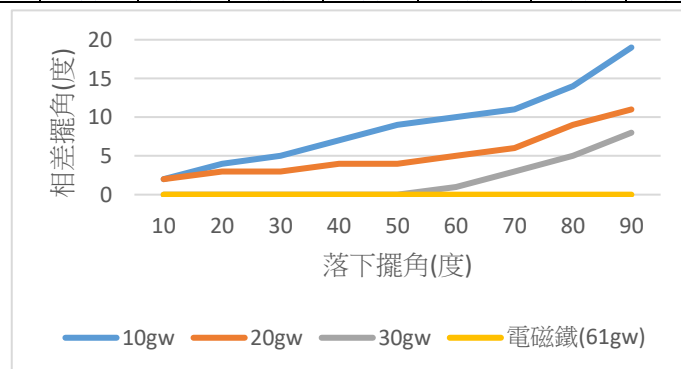
實驗 1-1：不同擺錘重量對擺動高度的影響？



研究結果：

(表二) 落下擺角與拋出擺角實驗

拋出擺角 / 落下擺角 (相差) 擺錘重量	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
10gw	8° (2)	16° (4)	25° (5)	33° (7)	41° (9)	50° (10)	59° (11)	66° (14)	71° (19)
20gw	8° (2)	17° (3)	27° (3)	36° (4)	46° (4)	55° (5)	64° (6)	71° (9)	79° (11)
30gw	10° (0)	20° (0)	30° (0)	40° (0)	50° (0)	59° (1)	67° (3)	75° (5)	82° (8)
電磁鐵(61gw)	10° (0)	20° (0)	30° (0)	40° (0)	50° (0)	60° (0)	70° (0)	80° (0)	90° (0)

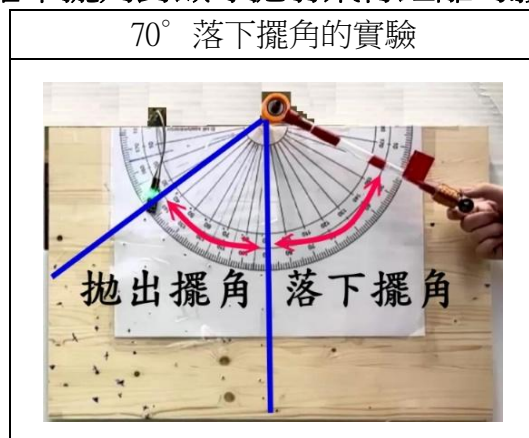


(圖一)擺動角度相差折線圖

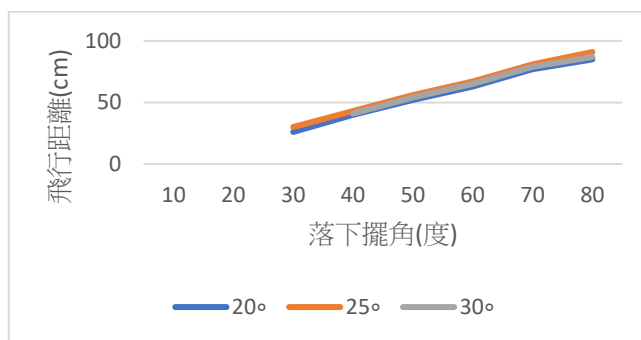
討論:

1. 擺錘重量越重，擺動上升的擺角越接近落下的擺角；落下的擺角越大，擺動落下與上升的擺角相差也越大。

實驗 1-2：單擺在不同落下擺角對鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：

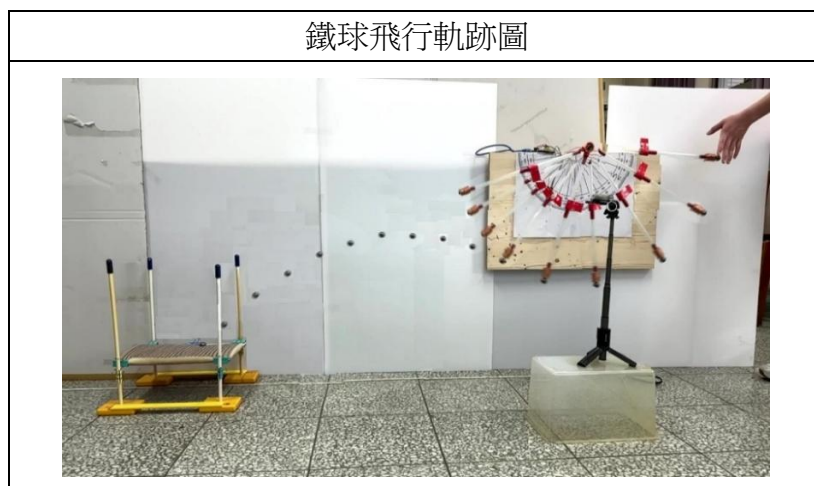


(圖二) 單擺在不同落下擺角時鐵球飛行距離折線圖

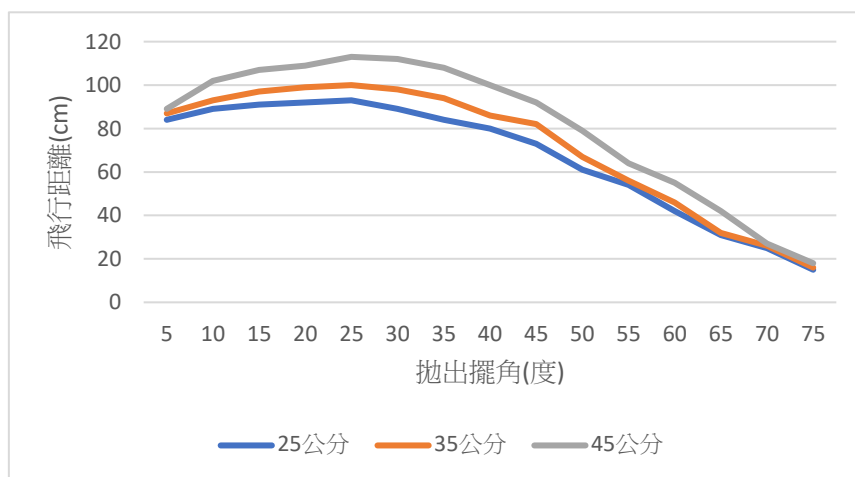
討論:

1. 由圖二可知，單擺落下擺角越大，鐵球飛行的距離也越遠。

實驗 1-3：不同擺長對鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：

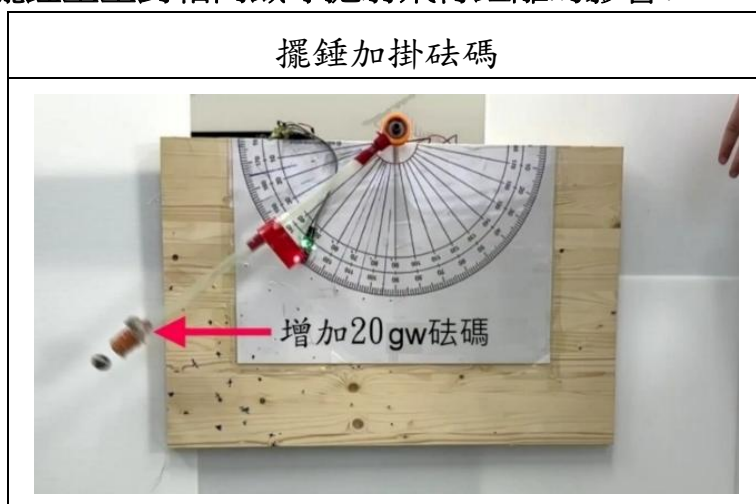


(圖三) 不同擺長時鐵球在各拋出擺角的飛行距離折線圖

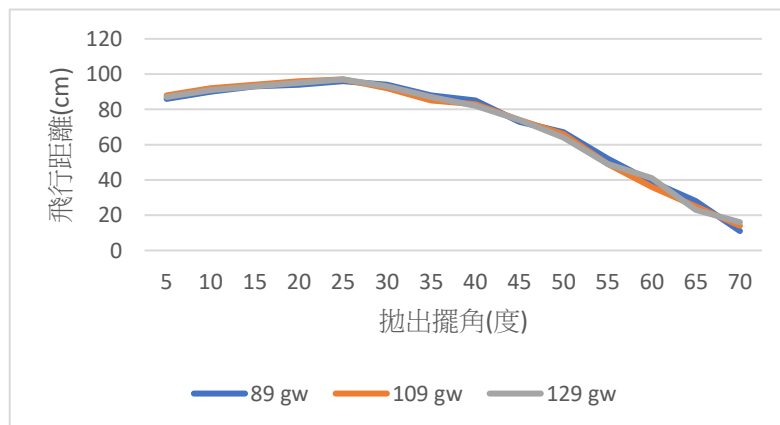
討論：

1. 相同擺長時，大約在拋出擺角 25° 拋射時，鐵球飛行的距離最遠。

實驗 1-4：不同擺錘重量對相同鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：



(圖四) 不同擺錘重量在各拋出擺角時鐵球的飛行距離折線圖

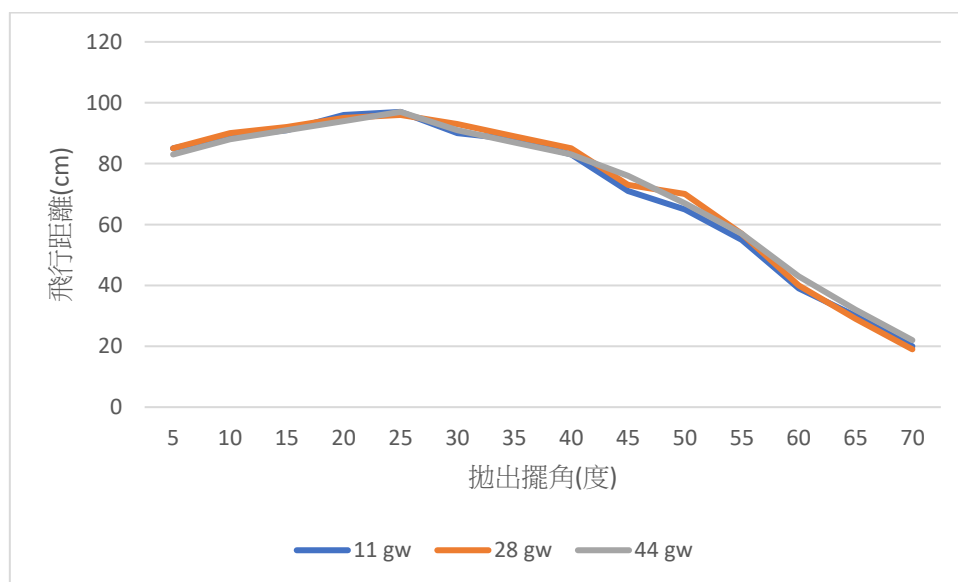
討論:

1. 在相同角度時，擺錘重量，對鐵球的水平飛行距離幾乎沒有影響。

實驗 1-5：不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：



(圖五) 不同鐵球重量鐵球在各拋出擺角飛行距離折線圖

討論:

1. 鐵球重量，對鐵球飛行的水平距離幾乎沒有影響。

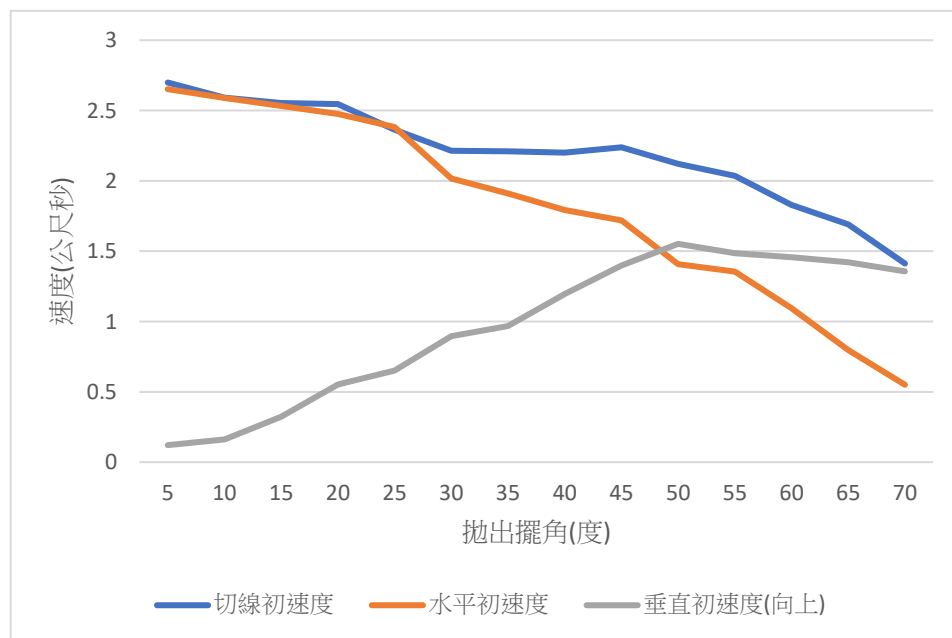
實驗 2-1：在各拋出擺角拋射時鐵球的切線、水平與垂直初速度為何？

研究結果：

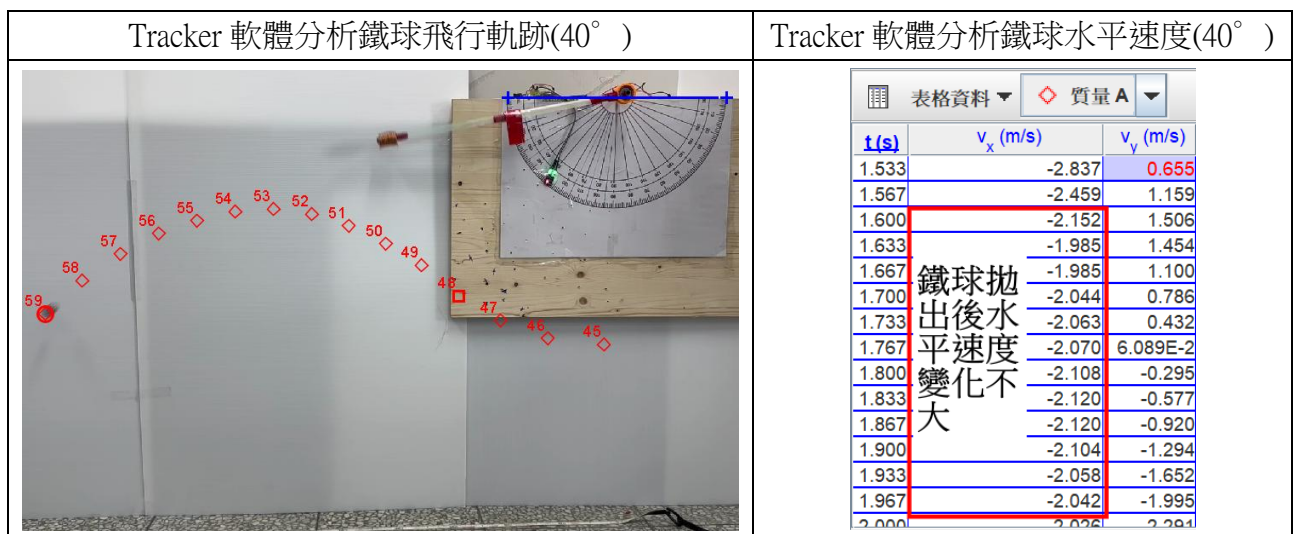
(表三)鐵球在各拋出擺角的切線、水平及垂直初速度

拋出擺角	切線初速度	水平初速度	垂直初速度(向上)
5°	2.699	2.652	0.121
10°	2.591	2.590	0.162

15°	2.553	2.532	0.323
20°	2.545	2.475	0.552
25°	2.364	2.383	0.650
30°	2.214	2.016	0.895
35°	2.210	1.910	0.968
40°	2.201	1.792	1.196
45°	2.239	1.719	1.399
50°	2.121	1.407	1.552
55°	2.035	1.355	1.485
60°	1.829	1.094	1.457
65°	1.690	0.796	1.421
70°	1.412	0.550	1.356



(圖六) 鐵球在各拋出擺角的切線、水平及垂直初速度折線圖

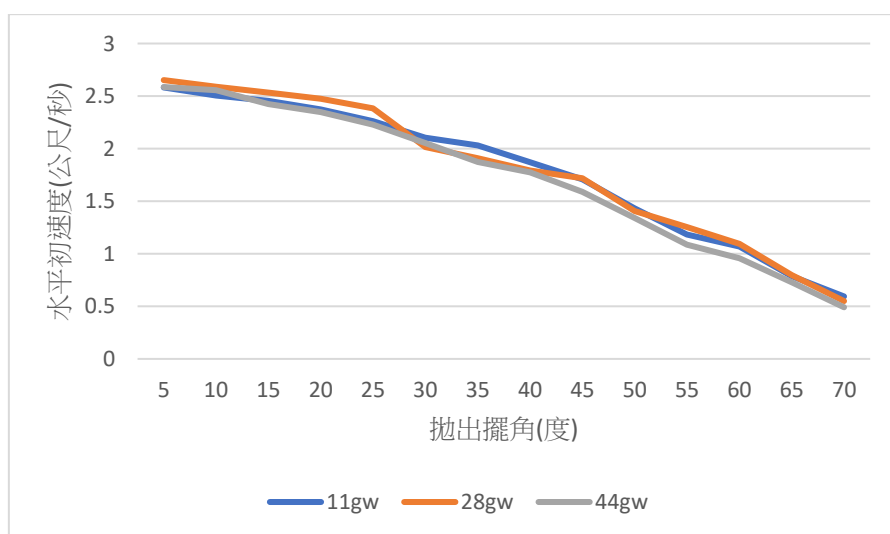


討論:

1. 根據圖六，鐵球水平初速隨著拋出擺角越大，速度越來越慢；垂直初速度則越來越快，但是到達拋出擺角 50° 以後便開始下降。
2. 鐵球切線初速隨著拋出擺角越大，速度慢慢變小，在拋出擺角 $30^\circ \sim 50^\circ$ 之間變化量不大，之後又開始變慢。
3. 從 Tracker 的鐵球軌跡水平速度數據中發現，鐵球離開電磁鐵後，水平速度都很接近，變化不大，可見得鐵球在水平方向沒有受力的作用。

實驗 2-2：不同重量鐵球在各擺角拋射的水平初速度為何？

研究結果：



(圖七) 鐵球重量在不同拋出擺角的初速度折線圖

討論:

1. 重量不同的鐵球，對水平速度幾乎沒有影響。

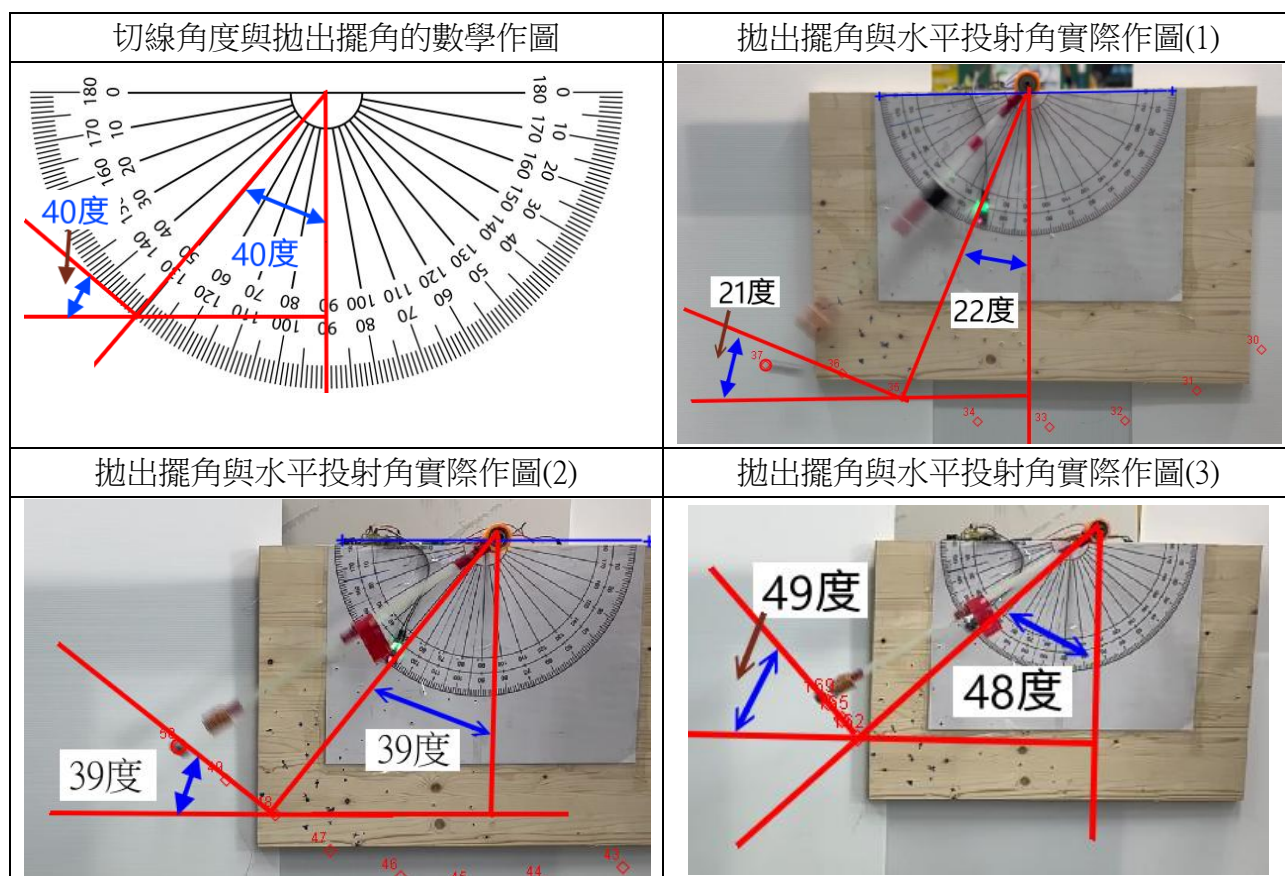
在「實驗 2-1」我們進行切線初速度與水平初速度的實驗測量，我們想知道拋出擺角與水平投射角之間的關係，於是便做了下列實驗：

實驗 2-3：拋出擺角與水平投射角之間的關係？

實驗方法：

1. 利用在量角器上數學作圖，求出拋射擺角與水平投射角。
2. 利用 Tracker 軟體點出鐵球拋出時的質點及次 1 個質點的連線軌跡，利用作圖的方式，使用量角器量出鐵球的拋射擺角與水平投射角。

研究結果：



討論：

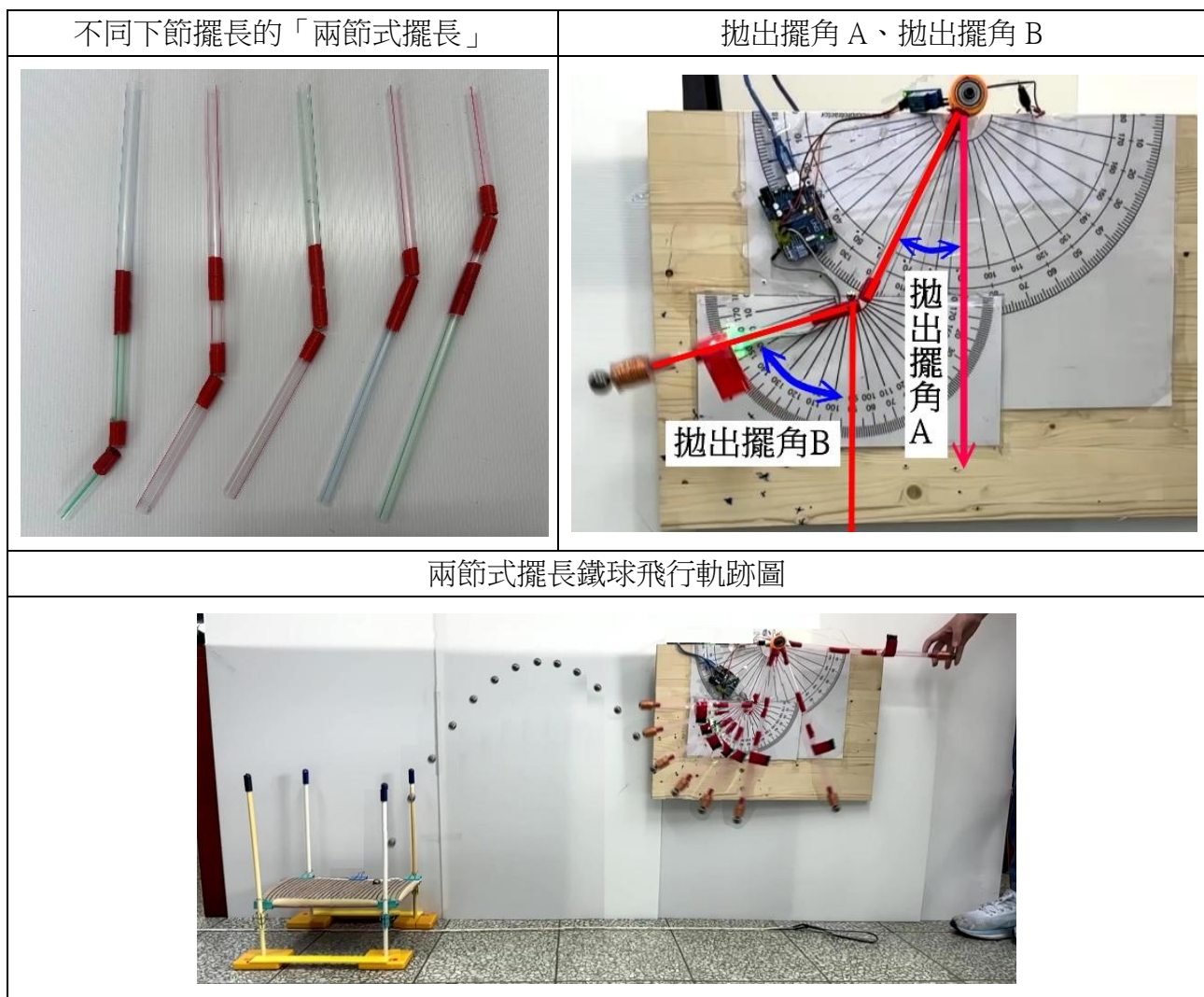
1. 根據作圖結果可知，拋出擺角等於水平投射角。
2. 由 Tracter 軟體作圖結果可知，本實驗裝置將鐵球拋出的切線角度誤差極小。

綜合去年研究與今年重新檢測結果可知，擺長和拋射的角度會影響鐵球飛行的距離，我們想知道兩節式的擺長的拋射，會不會讓鐵球的飛行距離更遠？

實驗 3-1：兩節式擺長拋射時，不同的下節擺長對鐵球飛行距離的影響？

實驗方法：

1. 使用 45 cm 塑膠吸管(含電磁鐵)當作擺長，分別在距離擺錘(鐵球)10 cm、15 cm、20cm、25 cm、30 cm 截斷後用棉布連接，成為兩節式擺長。
2. 在實驗平台適當位置（拋出擺角 A 0° 、 10° 、 20° 、 30° 、 40° 、 50° ）鎖上長螺絲釘。當兩節式擺長落下撞到螺絲釘時，上半節擺長便停住，下半節擺長繼續擺動。
3. 以螺絲釘為圓心，讓下節擺長以不同的拋出擺角 B 將鐵球拋出，測量其飛行距離。



研究結果:

單節式擺長 45 cm

(表四)單節式擺長在各拋出擺角時飛行距離 單位: 公分

拋出角度	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
拋出距離	88	102	109	112	100	79	55	28	13

兩節式總擺長 45 cm

(表五) 下節擺長 10 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm) \ 拋出擺角		拋出擺角 A					
		0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°		120					
20°		127	124				

30°	144	133	120			
40°	145	134	121	110		
50°	141	130	114	97	89	
60°	134	96	85	78	68	66
70°	80	72	63	56	39	36

(表六) 下節擺長 15 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm) \ 拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B						
10°	115					
20°	125	123				
30°	133	130	119			
40°	134	126	116	108		
50°	132	114	105	89	76	
60°	116	91	80	73	67	63
70°	51	45	44	42	36	32

(表七) 下節擺長 20 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

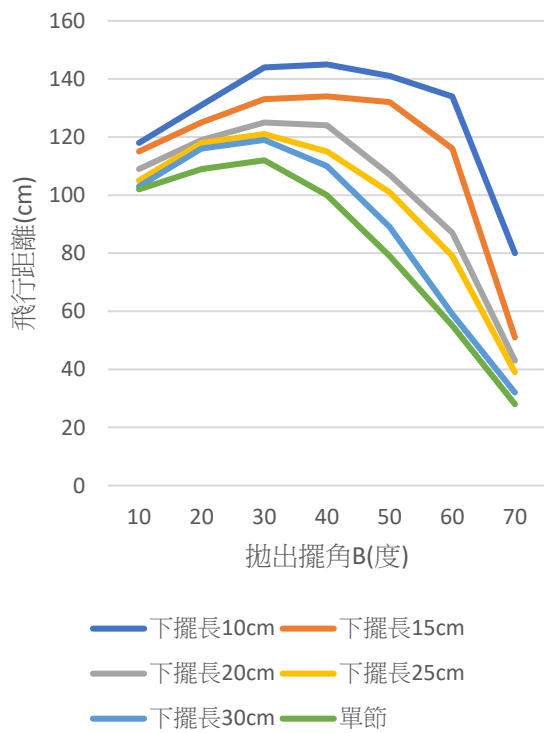
飛行距離 (cm) \ 拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B						
10°	109					
20°	119	118				
30°	125	124	114			
40°	124	120	107	105		
50°	107	100	93	85	73	
60°	87	78	74	68	65	58
70°	43	37	37	35	35	31

(表八) 下節擺長 25 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

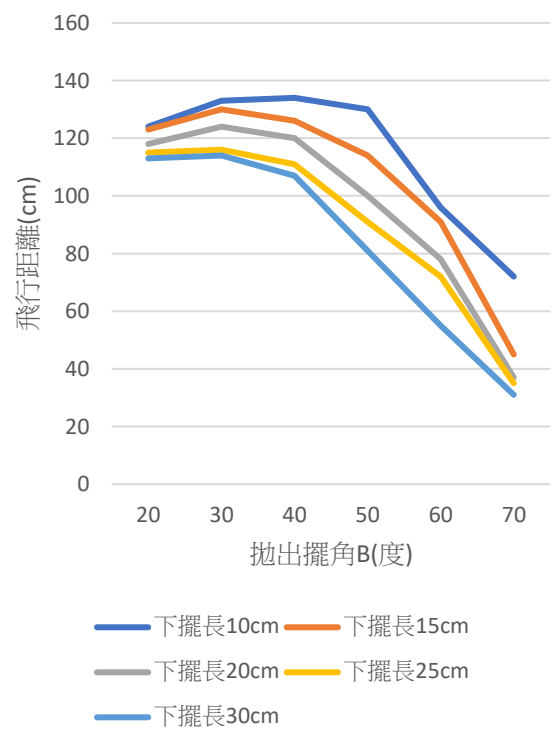
飛行距離 (cm) \ 拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B						
10°	105					
20°	118	115				
30°	121	116	112			
40°	115	111	105	103		
50°	101	91	89	83	84	
60°	79	72	70	64	62	54
70°	39	35	34	33	33	31

(表九) 下節擺長 30 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

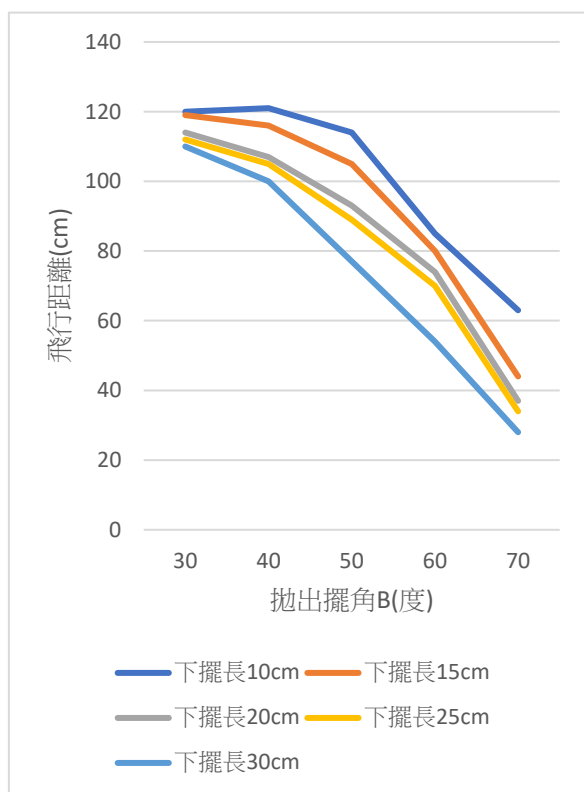
飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°		103					
20°		116	113				
30°		119	114	110			
40°		110	107	100	99		
50°		89	81	77	78	83	
60°		59	55	54	52	52	51
70°		32	31	28	27	27	28



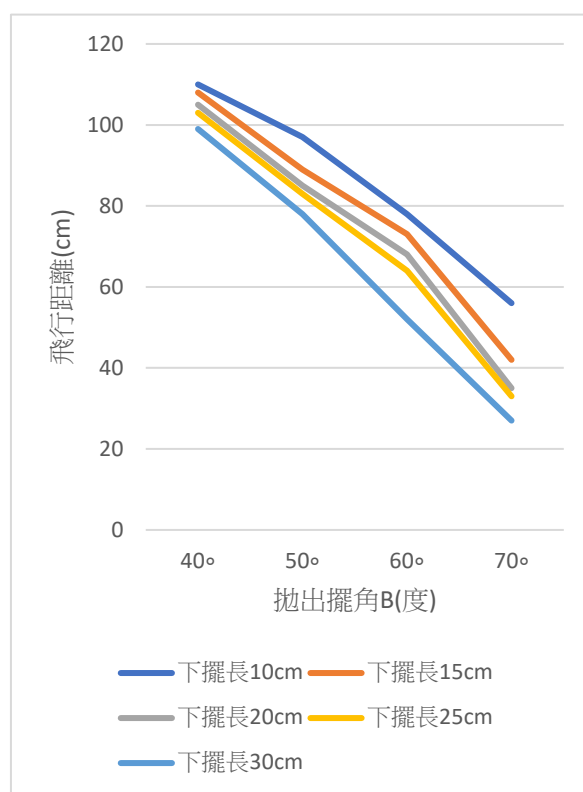
(圖八)不同下節擺長(拋出擺角 A 0°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



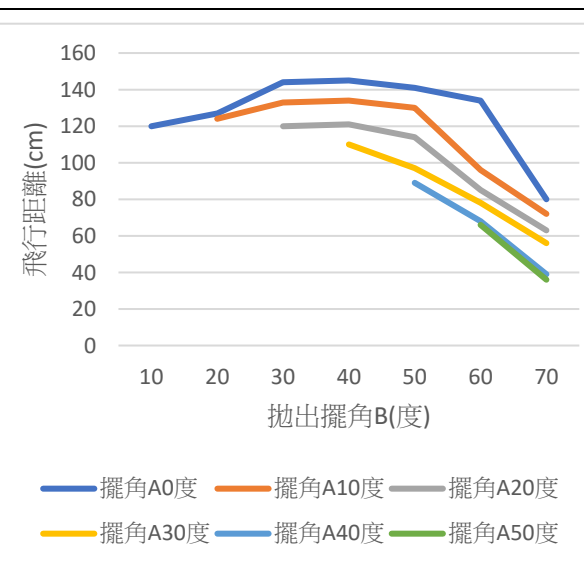
(圖九)不同下節擺長(拋出擺角 A 10°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



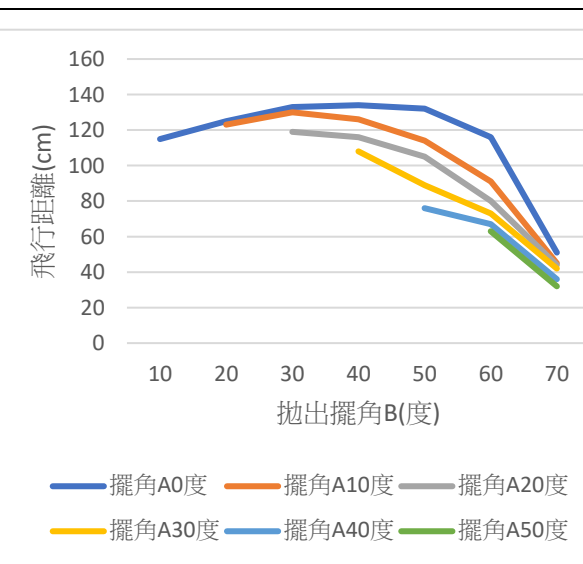
(圖十)不同下節擺長(拋出擺角 A20°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



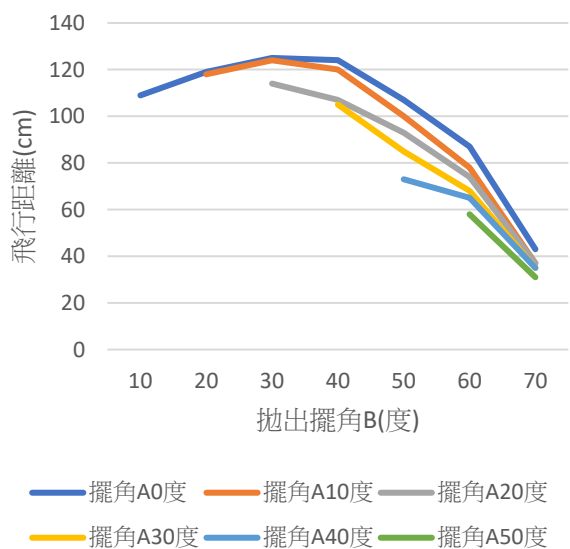
(圖十一)不同下節擺長(拋出擺角 A30°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



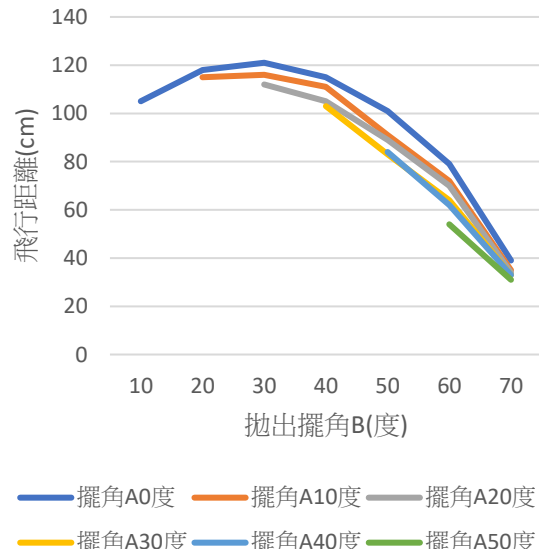
(圖十二)10 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



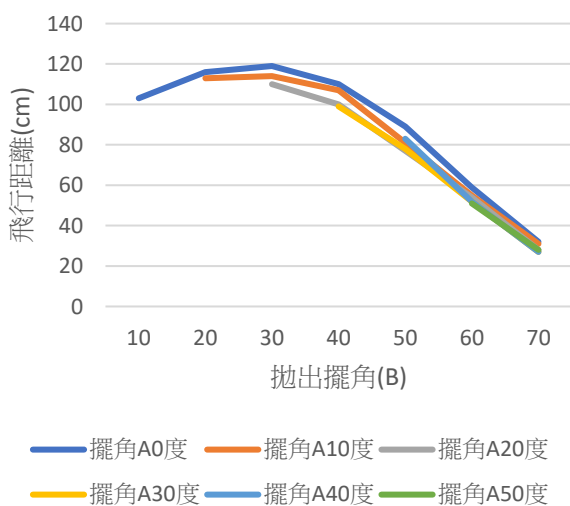
(圖十三)15 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十四)20 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十五)25 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十六)30 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離

討論:

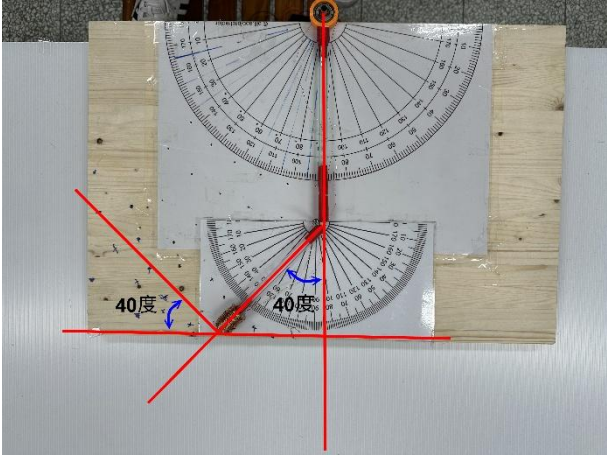
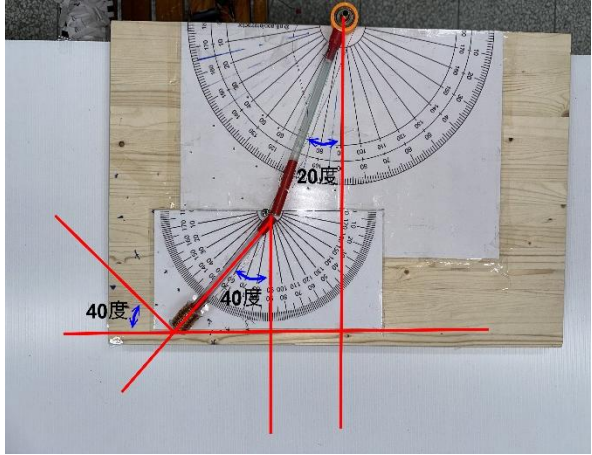
1. 由(圖八)可知，兩節式拋射的鐵球飛行距離比單節拋射遠。
2. 由(圖八~圖十一)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的距離越遠。

實驗 3-2：兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？

實驗方法:

1. 從實驗 3-2 的實驗，進行不同拋出擺角 A 及擺角 B 時鐵球飛行距離的分析。
2. 用作圖的方式，找出在不同拋出擺角 A 及擺角 B 時，鐵球所拋射的切線角度。

研究結果:

下節擺長 20CM、擺角 A 0°、擺角 B40° 鐵球拋射的切線角度為 40°	下節擺長 20CM、擺角 A 20°、擺角 B40° 鐵球拋射的切線角度為 40°
	

討論:

1. 我們利用畫圖的方式，找出下節擺長在拋出擺角 B 將鐵球拋出的切線角度，其實就等於單節式擺長相同拋出擺角的切線角度。
2. 由(圖十二～圖十六)可知，相同下節擺長時，拋出擺角 A0° 時，鐵球在各個擺角 B 拋射飛行距離為最遠
3. 由(圖八)可知，在拋出擺角 A 0° 位置時，下擺長 10 cm、15 cm 的鐵球飛行距離最遠為拋出擺角 B40°；下擺長 20 cm 則拋出擺角 B30° 與 B40° 鐵球飛行距離相差不多；而下擺長 25 cm、30 cm 則為拋出擺角 B30° 的鐵球飛行距離最遠。跟單節擺長在拋出擺角 25°，鐵球飛行距離最遠，有所不同。所以我們又做了兩節式擺長拋出擺角 B25° 的實驗，實驗結果如下:

(表十) 鐵球在不同下節擺長、相同擺角 A0° 時三個拋出擺角 B 的飛行距離

飛行距離 (cm)	不同擺長	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
拋出擺角 B						
25°		135	130	124	122	120
30°		144	133	125	121	119
40°		145	134	124	115	110

(表十一) 鐵球在不同下節擺長、相同擺角 A10°、A20° 時三個拋出擺角 B 的飛行距離

飛行距離 (cm)	不同擺長 拋出擺角 B	10 公分		15 公分		20 公分		25 公分		30 公分	
		A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°
25°		130	117	127	115	121	113	118	112	116	111
30°		133	120	130	119	124	114	116	112	114	110
40°		134	121	126	116	120	107	111	105	107	100

4. 由(表十、表十一)可發現：擺長越長鐵球所飛行的最遠距離，由拋出擺角 $B40^\circ$ 轉變至 $B30^\circ$ 再到 $B25^\circ$ ，拋出擺角有變小的趨勢。

實驗 3-3：不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

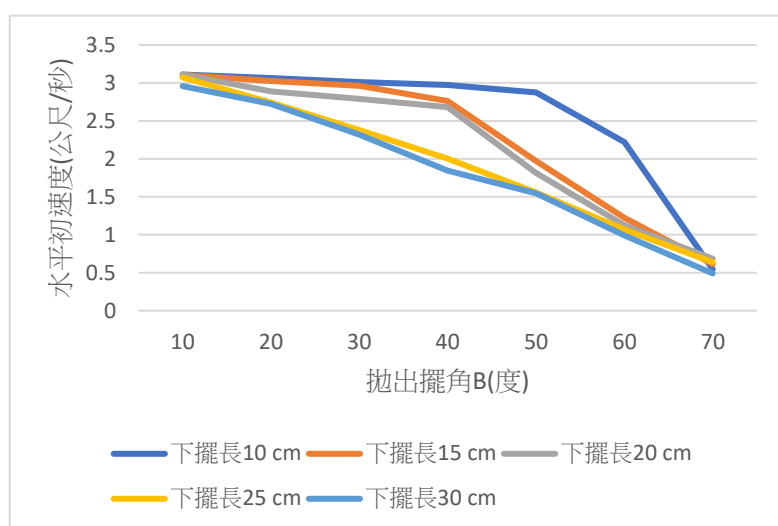
實驗方法：

1. 使用 45 公分塑膠吸管(含電磁鐵)兩節式擺長，分別用下節擺長 10 cm、15 cm、20 cm、25 cm、30 cm，且螺絲釘皆在拋出擺角 $A 0^\circ$ 的位置。
2. 分別以拋出擺角 $B 10^\circ$ 、 20° 、 30° 、 40° 、 50° 、 60° 、 70° 將鐵球拋出，利用錄影機紀錄鐵球拋射影片。
3. 將影片輸入 Tracker 軟體，分析鐵球移動軌跡，算出其拋射時的水平初速度。

研究結果：

(表十二)不同下節擺長在不同拋出擺角 B 時鐵球水平初速度

水平初速度 (公尺/秒) 拋出擺角 B 下擺長	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
10°	3.111	3.106	3.092	3.073	2.958
20°	3.063	3.026	2.890	2.740	2.724
30°	3.011	2.963	2.789	2.378	2.320
40°	2.973	2.762	2.680	2.002	1.845
50°	2.873	1.970	1.814	1.558	1.547
60°	2.220	1.224	1.124	1.068	0.991
70°	0.745	0.684	0.662	0.639	0.491



(圖十七) 不同下節擺長在不同拋出擺角 B 時鐵球水平初速度

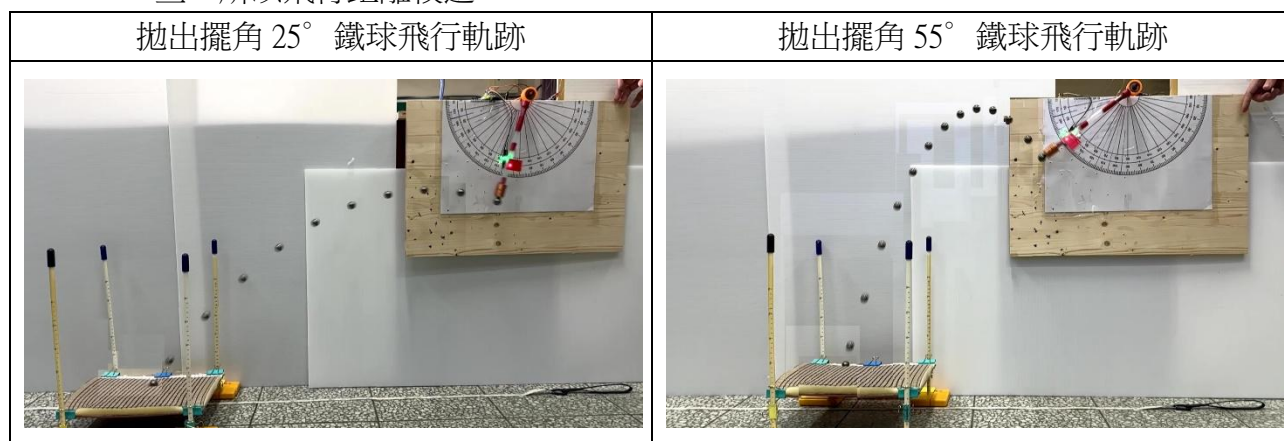
討論：

1. 由(圖十七)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的水平初速度越大。

2. 所有下節擺長在大於擺角 70° 拋出的鐵球水平速度趨近相同，我們推測應該是鐵球的水平速度越來越多轉換成垂直速度，所以水平速度差距越來越小。

肆、 討論

- 一、 根據「實驗 1-1」的結果可知：不考慮摩擦力的話「單擺從一邊擺動到另一邊時，兩邊的擺角會相等」。而使用轉軸「培林」的目的在減少摩擦力，就一次擺動而言擺錘重量越重，轉軸摩擦力產生的影響就越小，單擺兩邊的擺角就會相等。
- 二、 根據「實驗 1-2、1-3」的結果可知：「落下擺角越大、擺長越長，拋出鐵球的飛行距離越遠。」觀察實驗器材可發現，當落下擺角越大或者擺長越長，它們從起始點到最低點的垂直距離就越長，重力位能較大，所以轉換成動能就較多，鐵球拋射的速率也就越快，飛行的距離也就越遠。
- 三、 根據「實驗 1-4、1-5」及「實驗 2-2」的結果可知：「擺錘與鐵球的重量，與鐵球拋射後距離無關。」、「不同重量的鐵球，不影響其水平初速。」不同重量的擺錘與鐵球在落下時重力位能轉換成動能，讓鐵球產生拋射速率。不同重量的鐵球在各拋射擺角的水平初速度大致都相同，且其被拋出後在空中的飛行時間也都相同，所以飛行距離也大致相同。可以推論地球引力對不同重量的物體產生的加速度是相同，也符合伽利略在比薩斜塔的物體同時落地實驗。
- 四、 根據「實驗 1-3、1-4、1-5、2-1、2-3」的結果可知：「在單節式的垂直圓周運動，用擺角 25° 將物體拋飛，可達到最遠的距離。」我們觀察鐵球拋出時，拋出擺角越小鐵球很快就落地，飛行時間不夠長，而拋出擺角越大鐵球被拋的越高，但卻飛不遠(如下右圖拋出擺角 55° 之飛行軌跡)。拋出擺角 25° 的水平速度(2.383 M/S)雖然不是最快，但與 5° 的水平速度(2.652 M/S)相差不大，而且又有被拋高，飛行時間較多一些，所以飛行距離較遠。



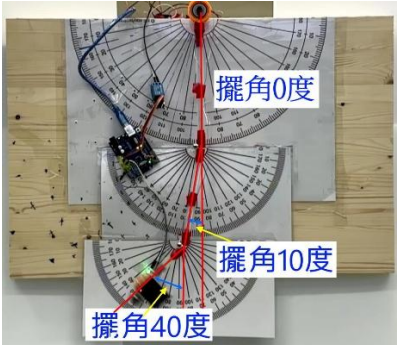

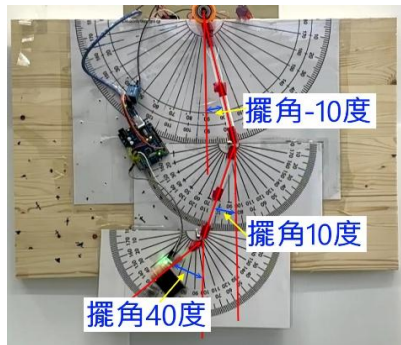
五、根據「實驗 3-1、3-3」我們推論兩節式擺長，擺錘在拋出擺角 $A\ 0^\circ$ 的位置最低，重力位能轉換成動能最多，所以速率是最快，撞上螺絲釘後，下節擺長又加快擺動速率，所以鐵球的飛行距離就比較遠。而下節擺長越短，轉動慣量也越小，擺動的速率就越快，也能加快鐵球的拋出速率，所以鐵球的飛行距離也最遠。

六、根據「實驗 3-1、3-2」發現兩節式拋射時，下節擺長越長(由 $10\text{ cm}\sim 30\text{ cm}$)，拋射鐵球最遠的拋出擺角 B ，由 40° 轉變成 25° ，我們推論下節擺長短，其由最低點擺盪至擺角 40° 時，上升的垂直距離較少，所損失的重力位能不多，所以比較接近以 45° 投射可達最遠距離；隨著下節擺長增加，其上升的垂直距離增加，所損失的重力位能也增加，所以鐵球飛行最遠的拋射擺角 B 也接近至「單節式擺長實驗」的 25° 。

伍、 結論與未來展望

- 一、經過這次實驗，我們知道垂直圓周運動時，單擺因受地球引力的作用，向下擺動時重力位能轉換成動能，擺錘速率會越來越快，抵達最低點時，速率最快，當開始向上擺動時動能又轉換回重力位能，所以會越來越慢。若單擺以擺角 45° 將物體拋出時，雖然會以水平仰角 45° 的切線拋射，但因為重力位能的增加，並非是最快的速率，所以不會達到最遠的飛行距離。而是以擺角 25° 拋射，可達到最遠距離。所以泰山如果要藉由擺盪藤蔓遠距離飛到另一個藤蔓，就不能太晚放手，以免擺角太大，飛行距離不夠，抓不到下一條藤蔓而掉落地面。
- 二、兩節式單擺拋射，可簡單看成是下節擺長二次加速的過程，而下節擺長越短，因轉動慣量較小，所以擺動的速率就越快，帶動的擺錘速率也加快，所以鐵球拋射的初速度也越快。在生活中可發現，投球的動作很像兩節式單擺的運作模式，大手臂帶動小手臂，最後再運用手腕將球投出，都是用越來越短的擺長進行加速，才能讓球速變得更快。
- 三、兩節式擺長可以將鐵球拋射得比單節式遠，那三節式會不會更遠呢？因為三節式的變因太多，所以我們根據所得的結論：1.重力位能不要損失太多。2.下節擺長較短，讓轉動慣量較小。預測三節式擺長是否能拋射得比兩節式遠？我們用同樣 45 cm 的擺長分成三節，由下而上分別為 10 cm 、 15 cm 、 20 cm ，用三種不同的擺角組合(如下圖)測量鐵球的飛行距離，其中只有在擺角 $A0^\circ$ $B10^\circ$ $C40^\circ$ 鐵球飛行距離較兩節式遠，我們還測試了擺角 $A-10^\circ$ 的拋射，並未達到我們設想的距離。由此可知三節式擺長是可以比兩節式擺長拋得遠，可見得我們的結論推測正確。而三節式擺長可拋射的最遠距離與各擺角的關係，我們並未實際測量全部數據資料，未來可以深入研

究；或者可以舉辦三節式鐵球拋射比賽，讓參賽者找出可拋的最遠距離的各擺角角度，增加本實驗研究的科學趣味性。

		
擺角 A0° B10° C40° 鐵球飛行距離：146 cm	擺角 A10° B20° C40° 鐵球飛行距離：131 cm	擺角 A-10° B10° C40° 鐵球飛行距離：128cm

陸、參考文獻

一、 延續性作品說明書

113 年 00 市科學展覽會國小組物理科

把你甩得遠遠的----垂直圓周運動拋物之探討 (如附件)

二、 其他參考文獻

(一)全國中小學科展作品 第 44 屆 國中組 物理科 百變魔球—球體變化原因的探討
彰化縣立陽明國民中學，林乃慧、林晉緯、鄭雅夫、胡志豪

(二)全國中小學科展作品 第 51 屆 國小組 物理科 古老的大鐘～「擺」的研究
彰化縣花壇鄉花壇國民小學，粘耀勻、張聖偉、李祥綸、黃柏儒

(三)全國中小學科展作品 第 60 屆 國小組 物理科 真不是蓋的，誰能比我會飛
臺中市私立明道普霖斯頓國民小學，余書百、賴禹婕、陳伯書、張聿廷

(四)科學教育月刊 258 中華民國九十二年五月 如何才能丟的最遠？
臺北市立成淵高級中學，徐國誠

(五)維基百科 轉動慣量

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%BD%89%E5%8B%95%E6%85%A3%E9%87%8F>

(六)翰林雲端學院 單擺力學能守恒

<https://www.ehanlin.com.tw/app/keyword/%E5%9C%8B%E4%B8%AD/%E7%90%86%E5%8C%96/%E5%8A%9B%E5%AD%B8%E8%83%BD%E5%AE%88%E6%81%86.html>

【評語】 080120

該作品立基於之前的單一單擺實驗，衍生出的雙節單擺中運動狀態的有趣課題。是對單擺運動更進一步的深入了解。同時改進了實驗裝置使其能夠更精確的量測運動狀態的變化。這樣的實驗精神表現出作者堅持不懈、深入問題的探索毅力與堅持，是非常令人佩服的。作者挖掘出了一個看似簡單運動系統背後所隱含的深刻物理機制，以精巧的裝置加以驗證。未來應可以在各種不同的類似系統上面加以應用，是一個優秀的作品。

作品海報

把你甩得遠遠的——

垂直圓周運動之拋物距離探討

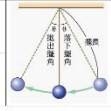
壹、前言

一、研究動機

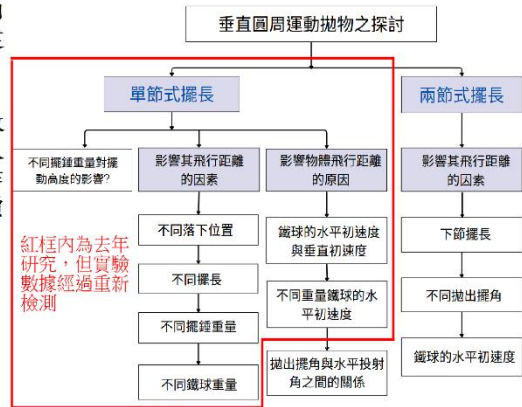
去年我們研究垂直圓周運動的單擺拋射的相關實驗，在地方科展獲得不錯的成績，而評審建議我們可以再深入研究。媛鈞奇想的說：「兩節式的拋射會不會比單節式的遠？」於是我們原班人馬便開始設計兩節式實驗方法。去年我們在做實驗時便覺得實驗器材有些簡陋，不方便操作及測出來的數據有些誤差，我們便重新設計與製作實驗器材先重新檢測去年的實驗，再開始這延續性研究。

三、名詞定義

1. 落下擺角	單擺開始落下時與垂直線所夾的圓周角
2. 拋出擺角	單擺將鐵球拋出時與垂直線所夾的圓周角



二、研究架構圖

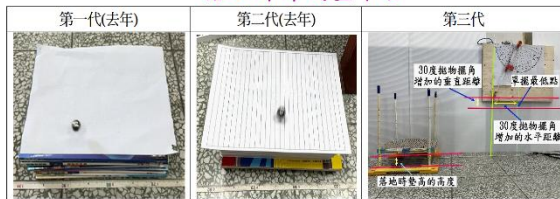


貳、研究器材與設備

「Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗



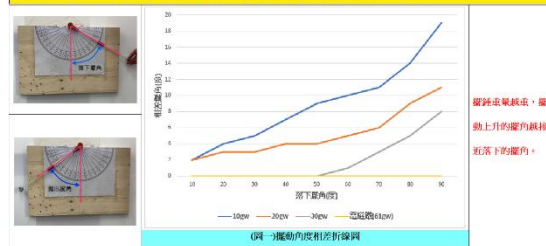
落地升降測量平台



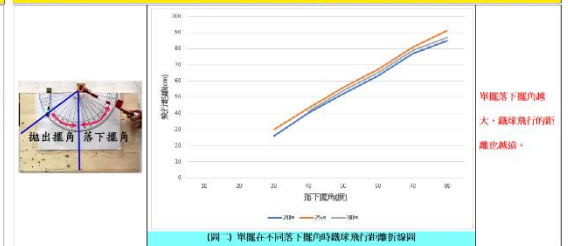
參、研究方法、過程與討論

一、單節式擺長拋射

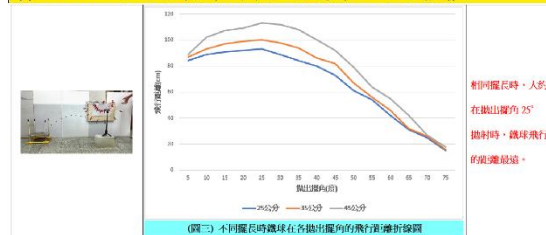
實驗1-1：不同擺錘重量對擺動高度的影響？



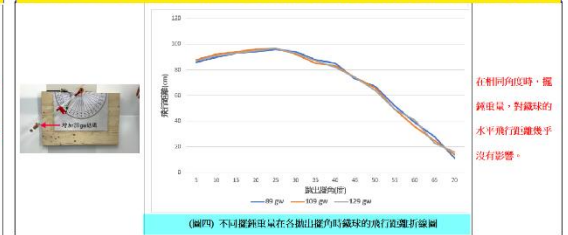
實驗1-2：單擺在不同落下擺角對鐵球拋射飛行距離的影響



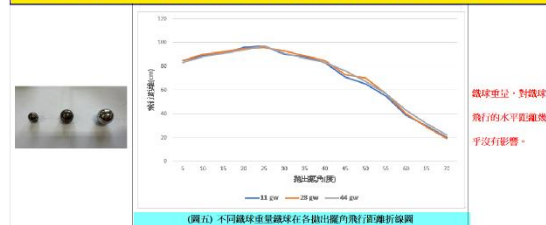
實驗1-3：不同擺長對鐵球拋射飛行距離的影響？



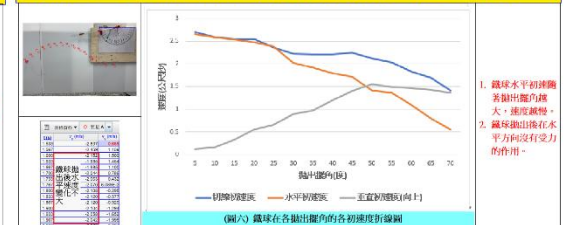
實驗1-4：不同擺錘重量對相同鐵球拋射飛行距離的影響？



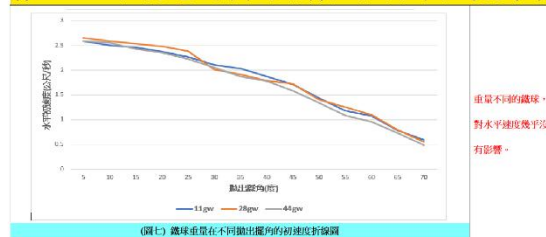
實驗1-5：不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響？



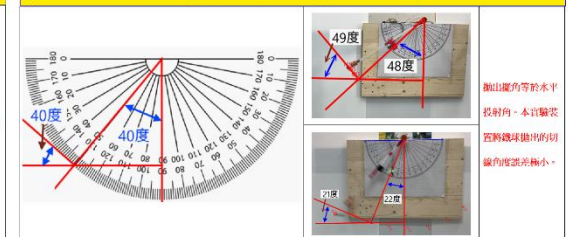
實驗2-1：在各拋出擺角拋射時鐵球的各初速度為何？



實驗2-2：不同重量鐵球在各擺角拋射的水平初速度為何？

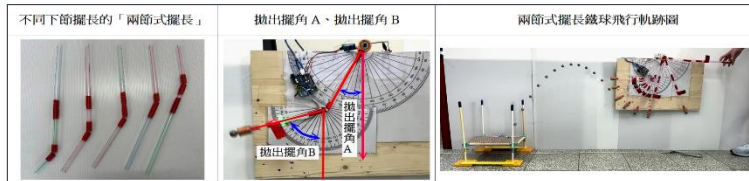


實驗2-3：拋出擺角與水平投射角之間的關係？



實驗3-1：兩節式擺長拋射時，不同的下節擺長對鐵球飛行距離的影響？

實驗方法：



研究結果：

單節式擺長45cm

(表四)單節式擺長在各拋出擺角時飛行距離 單位：公分

拋出角度	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
拋出距離	88	102	109	112	100	79	55	28	13

兩節式總擺長45公分

(表五)下節擺長10 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出角度 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	129						
20°	127	124					
30°	144	133	120				
40°	145	134	121	110			
50°	141	130	114	97	89		
60°	134	96	85	78	68	66	
70°	89	72	63	56	39	36	

(表六)下節擺長15 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出角度 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	115						
20°	125	123					
30°	133	130	119				
40°	134	126	116	108			
50°	132	114	105	89	76		
60°	116	91	80	73	67	63	
70°	51	45	44	42	36	32	

(表七)下節擺長20 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

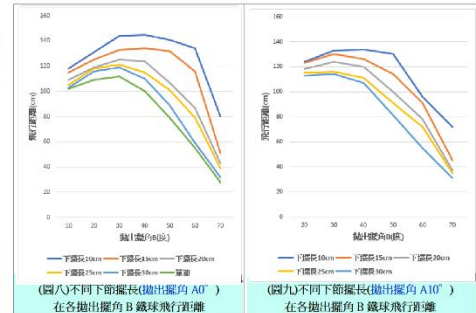
飛行距離 (cm)	拋出角度 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	109						
20°	119	118					
30°	125	124	114				
40°	124	120	107	105			
50°	107	100	93	85	73		
60°	87	78	74	68	65	58	
70°	43	37	37	35	35	31	

(表八)下節擺長25 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出角度 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	105						
20°	118	115					
30°	121	116	112				
40°	115	111	105	103			
50°	101	91	89	83	84		
60°	79	72	70	64	62	54	
70°	39	35	34	33	33	31	

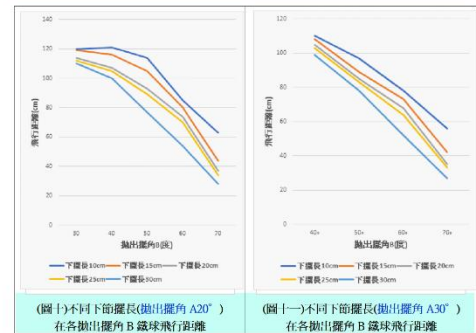
(表九)下節擺長30 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出角度 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	103						
20°	116	113					
30°	119	114	110				
40°	110	107	100	99			
50°	89	81	77	78	83		
60°	59	55	54	52	52	51	
70°	32	31	28	27	27	28	



(圖八)不同下節擺長(拋出擺角 A0°) 在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離

(圖九)不同下節擺長(拋出擺角 A10°) 在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十)不同下節擺長(拋出擺角 A20°) 在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離

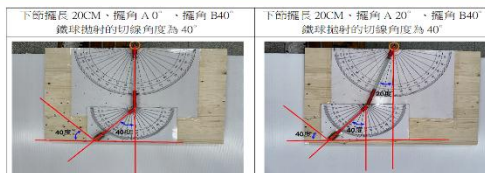
(圖十一)不同下節擺長(拋出擺角 A30°) 在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離

討論：

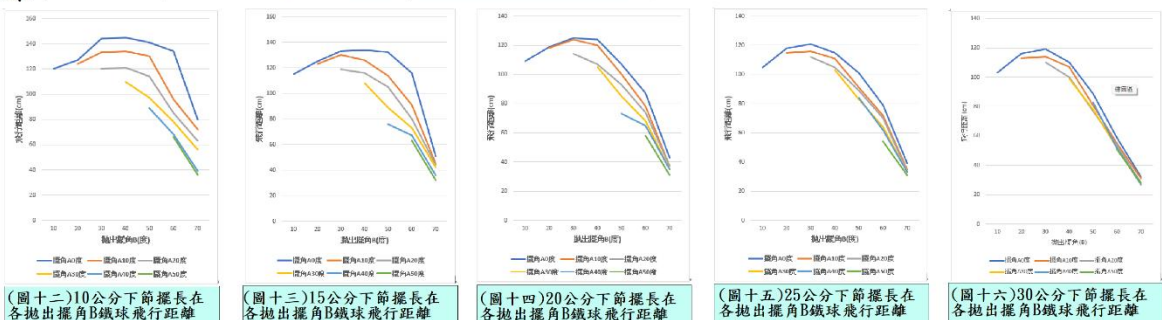
1. 兩節式拋射的鐵球飛行距離比單節拋射遠。
2. 由(圖八~圖十一)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的距離越遠。

實驗3-2：兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？

實驗方法：



研究結果：



(圖十二)10公分下節擺長在各拋出擺角B鐵球飛行距離

(圖十三)15公分下節擺長在各拋出擺角B鐵球飛行距離

(圖十四)20公分下節擺長在各拋出擺角B鐵球飛行距離

(圖十五)25公分下節擺長在各拋出擺角B鐵球飛行距離

(圖十六)30公分下節擺長在各拋出擺角B鐵球飛行距離

討論：

1. 我們利用畫圖的方式，找出下節擺長在拋出擺角B將鐵球拋出的切線角度，其實就等於單節式擺長相同拋出擺角的切線角度。
2. 由(圖十二~圖十六)可知，相同下節擺長時，拋出擺角A0度時，鐵球在各個擺角B拋射飛行距離為最遠

由(圖八)可知，在拋出擺角 A 0 度位置時，下擺長 10 cm、15 cm 的鐵球在拋出擺角 B40 度飛行距離為最遠；下擺長 20 cm 則在拋出擺角 B30 度、B40 度；而下擺長 25 cm、30 cm 則為拋出擺角 B30 度。跟單節擺長在拋出擺角 25 度，鐵球飛行距離最遠，有所不同。所以我們又做了兩節式擺長拋出擺角 B25 度的實驗，實驗結果如下：

(表十)鐵球在不同下節擺長、相同擺角A0度時三個拋出擺角B的飛行距離

飛行距離 (cm)	不同擺長	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
拋出角度 θ						
25°		135	130	124	122	120
30°		144	133	125	121	119
40°		145	134	124	115	110

飛行距離 (cm)		不同擺長		10 公分		15 公分		20 公分		25 公分		30 公分	
拋出角度 θ		A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°	A10°	A20°
25°		130	117	127	115	121	113	118	112	116	111		
30°		133	120	130	119	124	114	116	112	114	110		
40°		134	121	126	116	120	107	111	105	107	100		

討論：

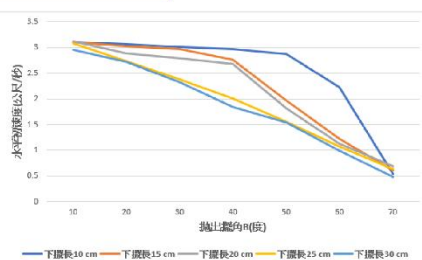
擺長越長鐵球所飛行的最遠距離，由拋出擺角 B40 度轉變至 B30 度再到 B25 度，拋出擺角有變小的趨勢。

實驗3-3：不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

研究結果：

(表十二)不同下節擺長在不同拋出擺角B時鐵球水平初速度

水平初速度 (公尺/秒)	下擺長 (公尺)	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
拋出高度 100 cm	10°	3.111	3.106	3.092	3.073	2.958
	20°	3.063	3.026	2.890	2.740	2.724
	30°	3.011	2.963	2.789	2.378	2.320
	40°	2.973	2.762	2.680	2.002	1.845
	50°	2.873	1.970	1.814	1.558	1.547
	60°	2.220	1.224	1.124	1.068	0.991
	70°	0.745	0.684	0.662	0.639	0.491



(圖十七) 不同下節擺長在不同拋出擺角B時鐵球水平初速度

討論：

1. 下節擺長越短，鐵球飛行的水平初速度越大。
2. 所有下節擺長在大於擺角70度拋出的鐵球水平速度趨近相同，我們推測應該是鐵球的水平速度越來越多轉換成垂直速度，所以水平速度差距越來越小。

肆、討論

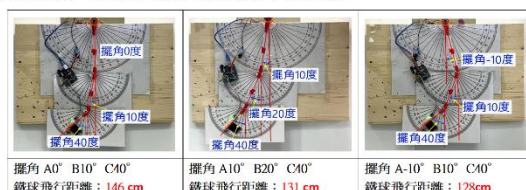
- 一、當落下擺角越大或者擺長越長，它們從起始點到最低點的垂直距離就越長，重力位能較大，所以轉換成動能就較多，鐵球拋射的速率也越快，飛行的距離也越遠。
- 二、不同重量的鐵球在各拋射擺角的水平初速度大致都相同，且其被拋出後在空中的飛行時間也都相同，所以飛行距離也大致相同。可以推論地球引力對不同重量的物體產生的加速度是相同。
- 三、「在單節式的垂直圓周運動，用擺角 25° 將物體拋飛，可達到最遠的距離。」我們觀察鐵球拋出時，拋出擺角越小鐵球很快就落地，飛行時間不夠長，而拋出擺角越大鐵球被拋的越高，但卻飛不遠(如下右圖拋出擺角 55° 之飛行軌跡)。拋出擺角 25° 的水平速度(2.383 M/S)雖然不是最快，但與 5° 的水平速度(2.652 M/S)相差不大，而且又有被拋高，飛行時間較多一些，所以飛行距離較遠。



- 四、兩節式擺長，擺錘在拋出擺角 A 0° 的位置最低，重力位能轉換成動能最多，所以速率是最快。撞上螺絲釘後，下節擺長越短，轉動慣量也越小，擺動的速率就越快，也能加快鐵球的拋出速率，所以鐵球的飛行距離也最遠。
- 五、兩節式拋射時，下節擺長越長(由 10 cm~30 cm)，拋射鐵球最遠的拋出擺角 B，由 40° 轉變成 25°，我們推論下節擺長較短時，其由最低點擺盪至擺角 40° 時，上升的垂直距離較少，所損失的重力位能不多，所以比較接近以 45° 投射可達最遠距離；隨著下節擺長增加，其上升的垂直距離增加，所損失的重力位能也增加，所以鐵球飛行最遠的拋射擺角 B 也接近至「單節式擺長實驗」的 25°。

伍、結論與未來展望

- 一、經過這次實驗，我們知道垂直圓周運動時，單擺因受地球引力的作用，向下擺動時重力位能轉換成動能，擺錘速率會越來越快，抵達最低點時，速率最快，當開始向上擺動時動能又轉換回重力位能，所以會越來越慢。若單擺以擺角 45° 將物體拋出時，雖然會以水平仰角 45° 的切線拋射，但因為重力位能的增加，不是最快的速率，所以不會達到最遠的飛行距離。而是以擺角 25° 拋射，可達到最遠距離。所以泰山如果要藉由擺盪藤蔓遠距離飛到另一個藤蔓，就不能太晚放手，以免擺角太大，飛行距離不夠，抓不到下一條藤蔓而掉落地面。
- 二、兩節式單擺拋射，可簡單看成是下節擺長二次加速的過程，而下節擺長越短，因轉動慣量較小，所以擺動的速率就越快，帶動的擺錘速率也加快，所以鐵球拋射的初速度也越快。在生活中可發現，投球的動作很像兩節式單擺的運作模式，大手臂帶動小手臂，最後再運用手腕將球投出，都是用越來越短的下節擺長進行加速，才能讓球速變得更快。
- 三、兩節式擺長可以將鐵球拋射得比單節式遠，那三節式會不會更遠呢？因為三節式的變因太多，所以我們根據所得的結論：1. 重力位能不要損失太多。2. 下節擺長較短，讓轉動慣量較小。預測三節式擺長是否能拋射得比兩節式遠？我們用同樣 45 cm 的擺長分成三節，由下而上分別為 10 cm、15cm、20cm，用三種不同的擺角組合(如下圖)測量鐵球的飛行距離，其中只有在擺角 A0° B10° C40° 鐵球飛行距離較兩節式遠，我們還測試了擺角 A-10 度的拋射，並未達到我們設想的距離。由此可知三節式擺長是可以比兩節式擺長拋得遠，可見得我們的結論推測正確。而三節式擺長可拋射的最遠距離與各擺角的關係，我們並未實際測量全部數據資料，未來可以深入研究；或者可以舉辦三節式鐵球拋射比賽，讓參賽者找出可拋的最遠距離的各擺角角度，增加本實驗研究的科學趣味性。



陸、參考文獻

一、延續性作品說明書

113 年 00 市科學展覽會國小組物理科 把你甩得遠遠的——垂直圓周運動拋物之探討 (如附件)

二、其他參考文獻

- (一)全國中小學科展作品 第 44 屆 國中組 物理科 百變魔球——球體變化原因的探討 彰化縣立陽明國民中學，林乃慧、林晉緯、鄭雅夫、胡志豪
- (二)全國中小學科展作品 第 51 屆 國小組 物理科 古老的大鐘——「擺」的研究 彰化縣花壇鄉花壇國民小學，粘耀百、張聖偉、李祥倫、黃柏儒
- (三)全國中小學科展作品 第 60 屆 國小組 物理科 真不是蓋的，誰能比我會飛 臺中市私立明道普霖斯頓國民小學，余書百、賴韻婕、陳伯書