

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 物理科

080120

把你甩得遠遠的----垂直圓周運動之拋物距離探討

學校名稱： 基隆市七堵區五堵國民小學

作者：	指導老師：
小六 陳媛鈞	莊旭瑋
小六 蔡欣怡	黃國銓

關鍵詞： 圓周運動、拋物軌跡、單擺

摘要

我們利用培林、塑膠棒、電磁鐵、Arduino 光敏感應器，製作了一個單擺拋出鐵球的實驗裝置，進行垂直圓周運動的拋物實驗，我們發現單擺將物體拋出後，物體只受到垂直方向地球引力的影響，水平方向則不受外力的影響。擺長越長拋出鐵球的飛行距離越遠，而擺錘重量與鐵球重量，則不會影響。改成兩節式擺長，可以增加鐵球的飛行距離，當下節擺長越短時，鐵球也會飛得越遠，而鐵球最遠的飛行距離則是在擺角 25° 時拋出。

壹、前言(含研究動機、目的、文獻回顧)

一、研究動機

去年我們研究垂直圓周運動的單擺拋射的相關實驗，在地方科展獲得不錯的成績，而評審也建議我們可以再深入研究。暑假時，當我們絞盡腦汁的討論「還有什麼因素會影響的單擺拋射？」時，媛鈞突發奇想的說：「兩節式的拋射會不會比單節式的遠？」於是我們原班人馬便開始設計兩節式實驗方法。去年我們在做實驗時便覺得實驗器材有些簡陋，不方便操作及測出來的數據有些誤差，我們便重新設計與製作實驗器材先重新檢測去年的實驗，再開始這延續性研究。

二、研究目的與研究問題

(一) 探討單節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，影響其飛行距離的因素。(再修正檢測

去年研究)

1. 不同擺錘重量對擺動高度的影響？
2. 單擺在不同擺角落下、不同擺長、不同擺錘重量、不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響？

(二) 探討單節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，物體拋射速度與飛行距離的關係。(再

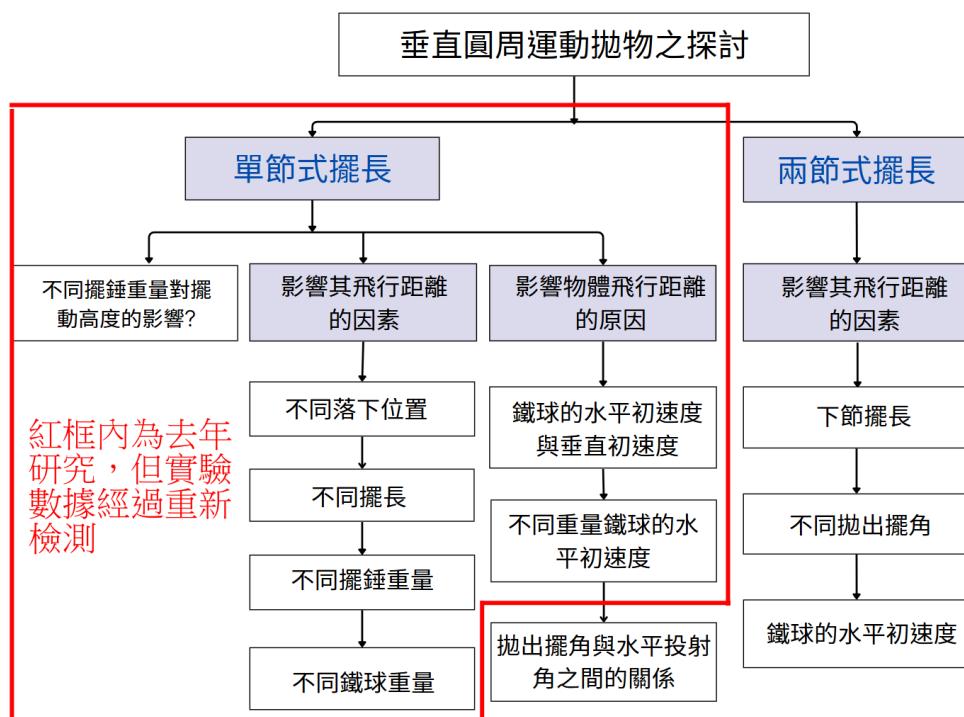
修正檢測去年研究)

1. 在各擺角拋射時鐵球的水平初速度與垂直初速度為何？
2. 不同重量鐵球在各擺角的水平初速度為何？
3. 拋出擺角與水平投射角之間的關係？(今年研究)

(三) 探討兩節式擺長進行垂直圓周運動拋射時，影響物體飛行距離的因素。

1. 兩節式拋射時，不同的下節擺長對物體飛行距離的影響？
2. 兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？
3. 不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

三、研究架構圖(*本研究所有實驗照片、圖表均為作者或指導老師拍攝繪製)



四、文獻探討

(一) 相關研究

我們在網路上搜尋跟物體拋射、垂直圓周運動及單擺的相關科展研究及文獻，發現以下幾件全國科展研究，可以值得我們參考，於是我們整理列表如下：

參考文獻		相關研究結論
第 44 屆中小學科學展覽會 國中組物理科	百變魔球—球體變化原因的探討	球體以仰角 45° 投射時，可達到飛行最遠距離。 投球的力量越大，球體的飛行距離越遠。
第 51 屆中小學科學展覽會 國小組物理科	古老的大鐘～「擺」的研究	單擺大角度擺動時擺動角度會逐漸變小，擺長越長單擺週期越大，擺錘質量與單擺週期無關。

第 60 屆中小學 科學展覽會 國小組物理科	真不是蓋的，誰能 比我會飛	物體飛行初速度越大，飛行的距離越遠，
------------------------------	------------------	--------------------

(二) 鉛直圓周運動

不考慮阻力的話，只有重力會對物體作功，所以系統遵守力學能守恆。可以把系統中的擺錘運動狀態，看成是重力位能與動能之間的轉換，擺錘在最低點時，重力位能完全轉換成動能，所以物體的速率是最快；擺錘上升時，動能逐漸轉換成重力位能，所以擺錘速率會逐漸變慢。

(三) 轉動慣量

轉動慣量是一個物體對於其旋轉運動的慣性大小的量度。轉動慣量在轉動力學中的角色相當於線性動力學中的質量，描述角速度、力矩和角加速度等數個量之間的關係。其定義為單一質點時，公式為 $I=mr^2$ ，(I 為轉動慣量、m 為質點的質量、r 為質點與轉動軸心的距離。)也就是說當轉動物體的質量 m 越大，或者轉動半徑 r 越大，轉動慣量就越大，物體就越不容易轉動或轉動速率變會慢。

(四) 名詞定義

1. 落下擺角	單擺開始落下時與垂直線所夾的圓周角	
2. 抛出擺角	單擺將鐵球拋出時與垂直線所夾的圓周角	

貳、研究器材與設備

一、重新設計改裝成「新 Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗平台

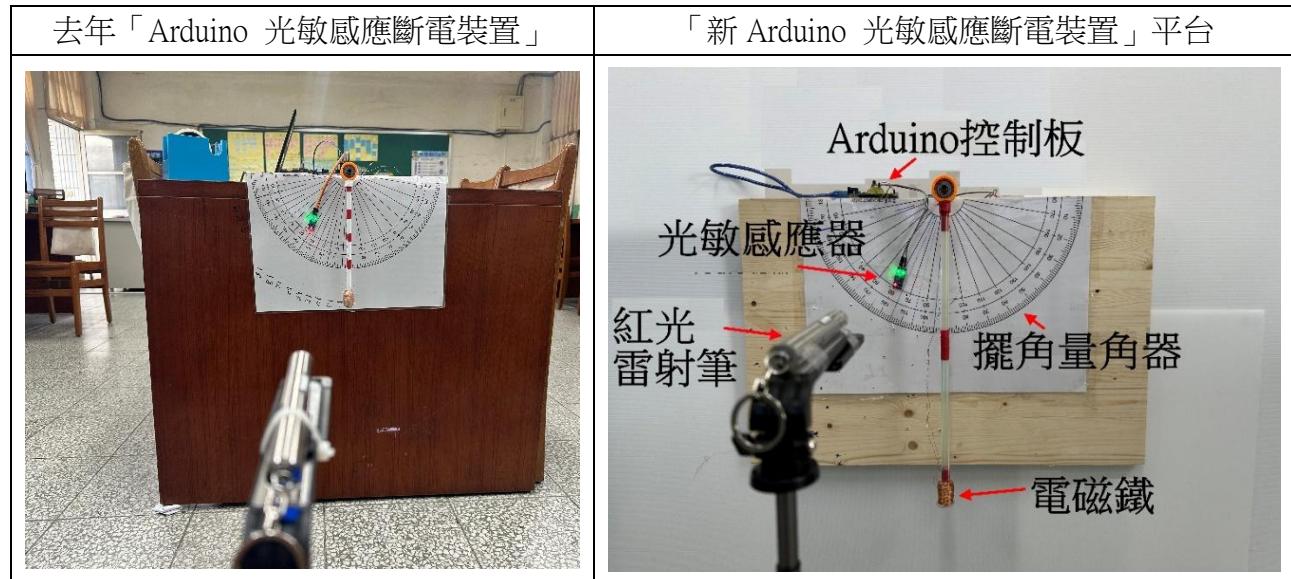
我們同樣將光敏感應器放在想要測量的拋出擺角，再利用紅光雷射筆水平照射光敏感應器，讓電磁鐵通電狀態能吸住鐵球，而單擺盪過時會遮住紅光，電磁鐵便形成斷路，將鐵球拋出。但是修正了一些去年「Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗平台的缺失如下：

1. 去年使用實心塑膠棒當作單擺，它的重量較重，可能會影響實驗數據，所以我們改用吸管當作單擺。
2. 去年的電磁鐵，線圈纏繞成橢圓形，常常出現線圈滑動進而影響單擺擺動。於是我們便

重新纏繞電磁鐵，讓線圈排列整齊及穩固，並加強穩固鐵球在電磁鐵的吸附位置，使整個磁吸系統更穩定。

- 在實驗平台上加裝一片木板，用來固定擺角量角器及撞擊鐵釘，讓整個實驗更容易移動及操作。

新實驗裝置如下圖：



實驗材料:1.Arduino uno 板、2.光敏感應器、3.自製電磁鐵、4.紅光雷射筆

我們用相同長度的擺長，分別在三個拋出擺角測試單擺拋出鐵球的飛行距離，每個拋出擺角實驗 3 次，結果鐵球飛行的距離誤差不超過 1 公分(如表一)，所以確定這個裝置的穩定性夠，不必再調整實驗裝置。

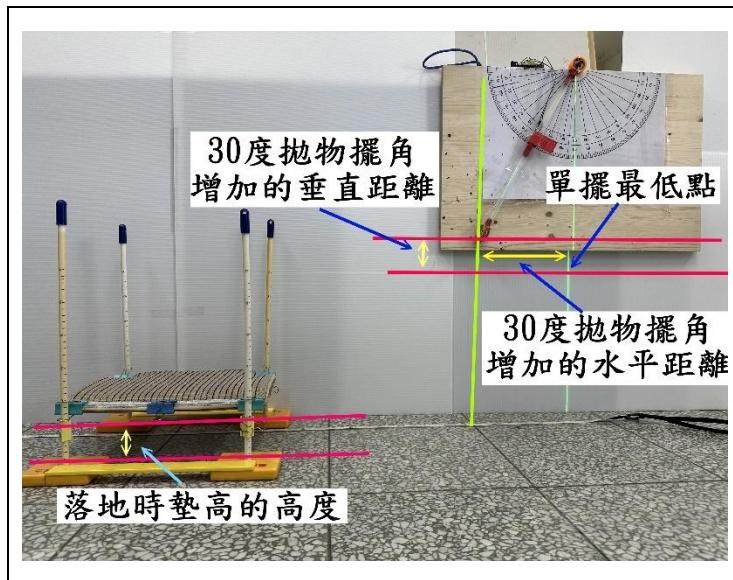
(表一) 單擺在三個擺角拋射時鐵球飛行距離的穩定度實驗 單位：公分

距離 (cm) 拋出 擺角	次數	第一次	第二次	第三次
20°	107	107	107	107
40°	100	99	100	100
60°	56	55	55	55

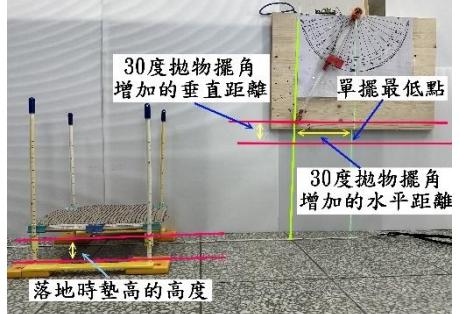
二、落地升降測量平台

我們觀察擺錘在各個擺角拋出鐵球時，位置並不相同。為了讓飛行條件一致，提高精準度，所以我們以擺錘最低點為原點，測量出擺錘在各個拋出擺角與原點的水平距離及垂直距離。鐵球飛行後落地測量出的水平距離，須減掉擺錘與原點的水平距離。而要讓各拋出擺角

拋出鐵球的落下的高度都相等，必須在鐵球落地位置墊高到等於擺錘與原點垂直高度，如下圖所示：



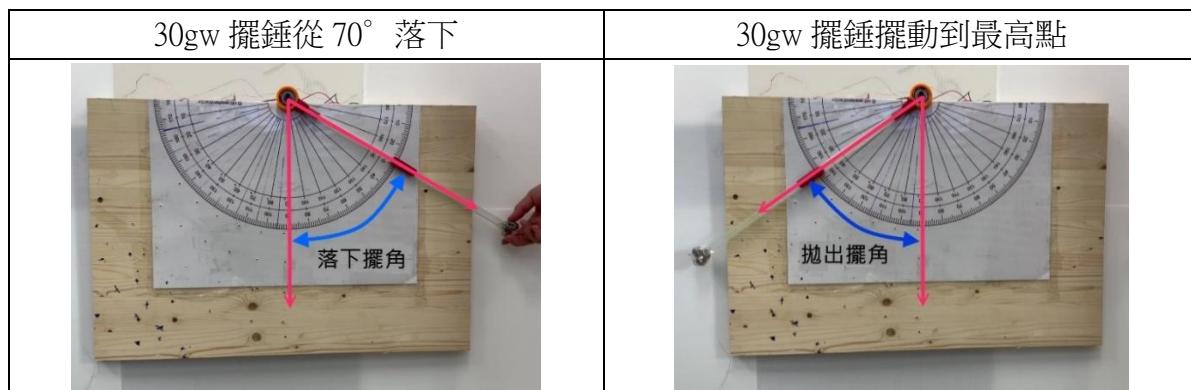
去年實驗時，我們用不同厚度的書本疊成所需的高度，在上面放一張白紙，並用攝影機錄影，再回放觀看鐵球落下位置，並根據皮尺上的數字判斷飛行距離，但因落下位置與拍攝角度的不同，不容易讀取正確數值。我們便在白紙上以 1 公分為單位畫上格線，這樣就容易讀取鐵球的飛行距離。但是在實驗的過程中，每換一個拋出擺角時便需重新尋找合適厚度書本非常麻煩，而且鐵球落地時撞擊書本彈跳的速度很快，即使是利用攝影機的慢速錄影，有時也不易判斷正確的落點。所以今年我們就設計可升降的落地測量平台，將上述的缺點一一克服。

第一代(去年)	第二代(去年)	第三代
		
<p>缺點：</p> <ol style="list-style-type: none"> 每次都要找合適的書本厚度。 目測判斷落點距離，不精準。 鐵球彈跳太快，不易判斷落點。 	<p>缺點：</p> <ol style="list-style-type: none"> 每次都要找合適的書本厚度。 鐵球彈跳太快，不易判斷落點。 	<p>優點：</p> <ol style="list-style-type: none"> 四根柱子有高度刻度，快速調整升降高度。 有緩衝海綿墊，鐵球落地時彈跳較慢，容易判讀位置。 平台上增加量尺，並與地上皮尺對齊，容易合併計算距離。

參、 研究方法、過程與討論(實驗 1-1～實驗 2-2 為去年研究重新檢測後成果)

我們延續去年的研究，而去年的研究結果會影響我們今年的實驗，因此我們利用暑假時間更新了電磁鐵、單擺材質、「Arduino 光敏感應斷電裝置」實驗平台、以及落地升降裝置，使用新的實驗裝置重新測量了去年的七個實驗，獲得更精準的數據，增加實驗結論的可信度，作為今年兩節式擺長研究依據。以下僅將重做去年各實驗數據的折線圖列出作為參考討論依據：

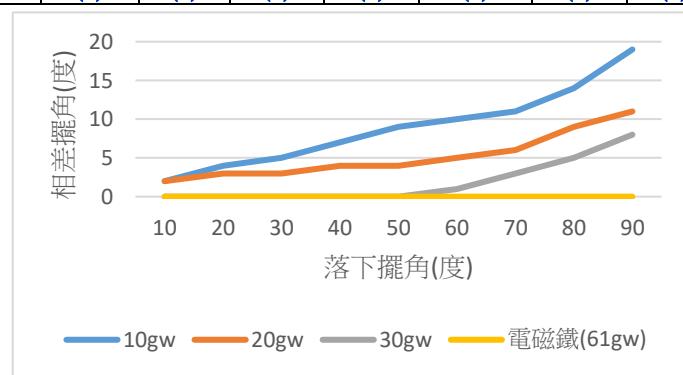
實驗 1-1：不同擺錘重量對擺動高度的影響？



研究結果：

(表二) 落下擺角與拋出擺角實驗

拋出擺角 (相差)		10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
擺錘重量	落下擺角									
10gw	8° (2)	16° (4)	25° (5)	33° (7)	41° (9)	50° (10)	59° (11)	66° (14)	71° (19)	
20gw	8° (2)	17° (3)	27° (3)	36° (4)	46° (4)	55° (5)	64° (6)	71° (9)	79° (11)	
30gw	10° (0)	20° (0)	30° (0)	40° (0)	50° (0)	59° (1)	67° (3)	75° (5)	82° (8)	
電磁鐵(61gw)	10° (0)	20° (0)	30° (0)	40° (0)	50° (0)	60° (0)	70° (0)	80° (0)	90° (0)	

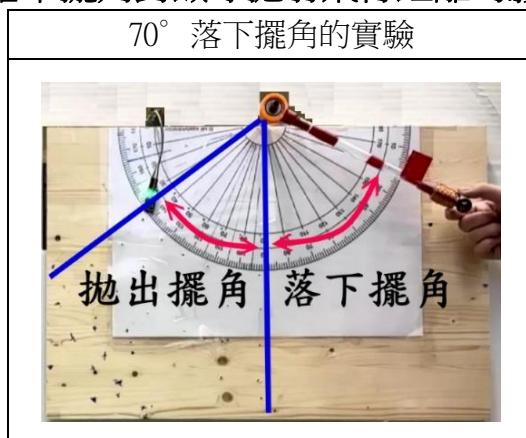


(圖一)擺動角度相差折線圖

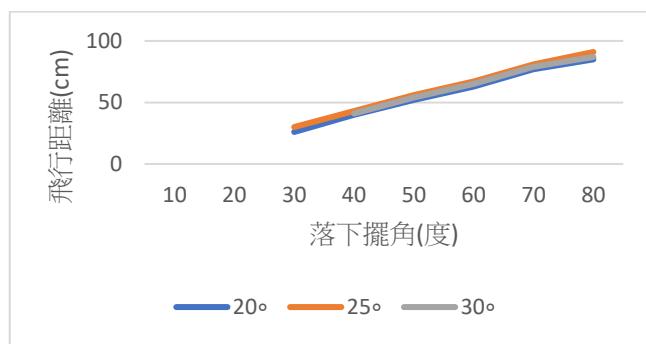
討論:

1. 擺錘重量越重，擺動上升的擺角越接近落下的擺角；落下的擺角越大，擺動落下與上升的擺角相差也越大。

實驗 1-2：單擺在不同落下擺角對鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：

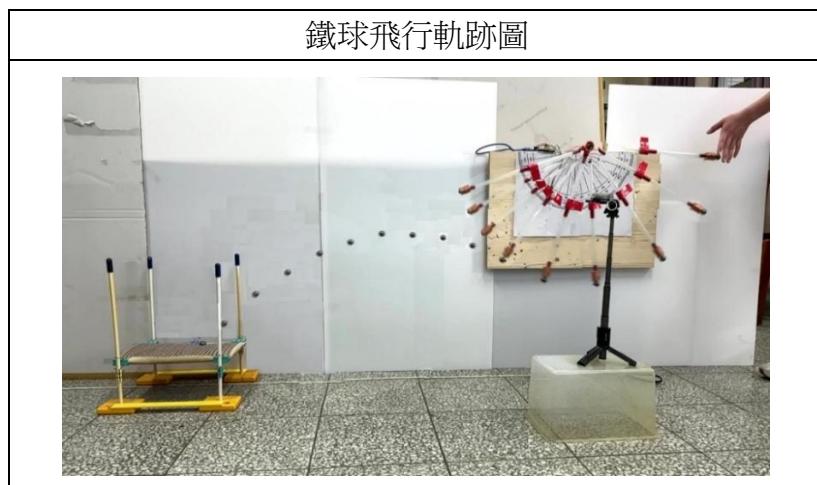


(圖二) 單擺在不同落下擺角時鐵球飛行距離折線圖

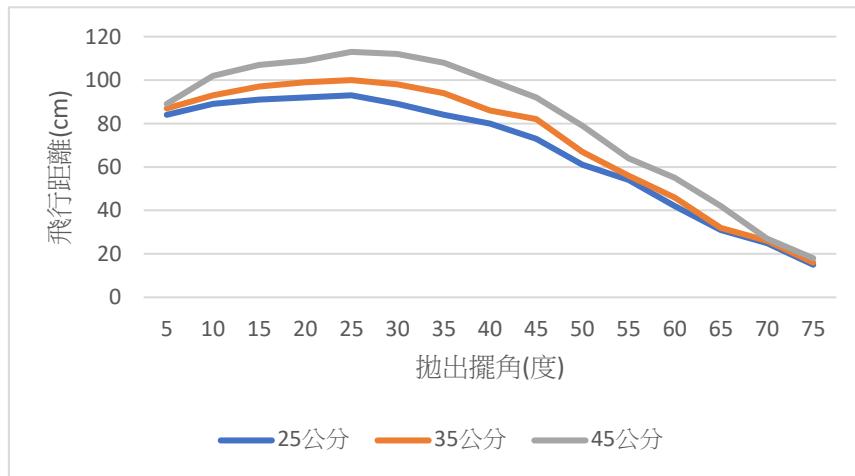
討論:

1. 由圖二可知，單擺落下擺角越大，鐵球飛行的距離也越遠。

實驗 1-3：不同擺長對鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：

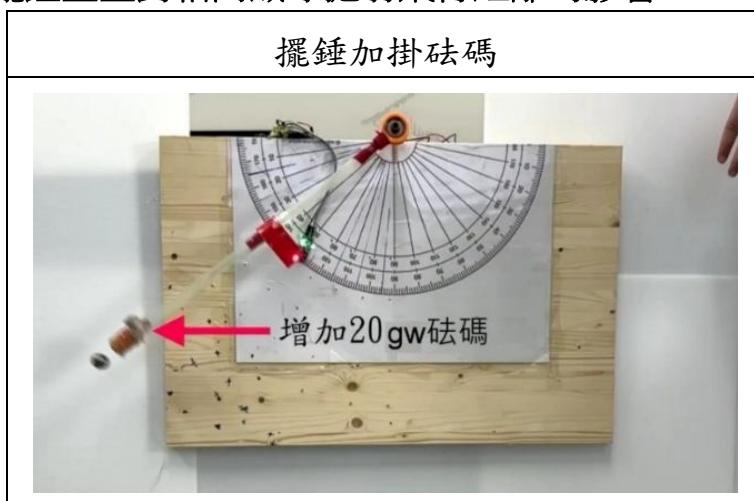


(圖三) 不同擺長時鐵球在各拋出擺角的飛行距離折線圖

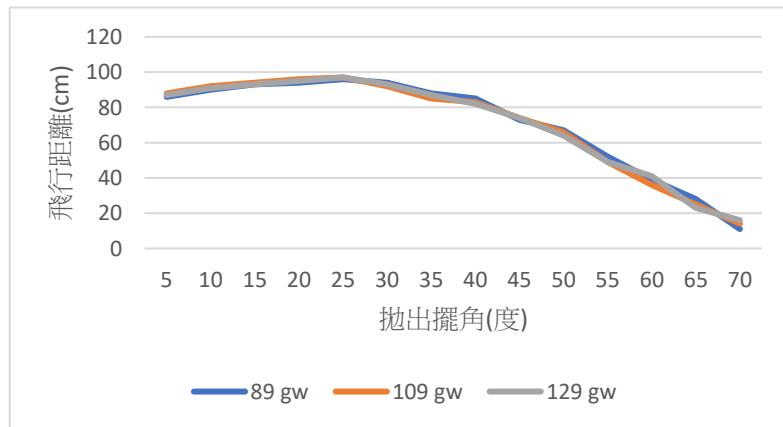
討論：

1. 相同擺長時，大約在拋出擺角 25° 拋射時，鐵球飛行的距離最遠。

實驗 1-4：不同擺錘重量對相同鐵球拋射飛行距離的影響？



研究結果：



(圖四) 不同擺錘重量在各拋出擺角時鐵球的飛行距離折線圖

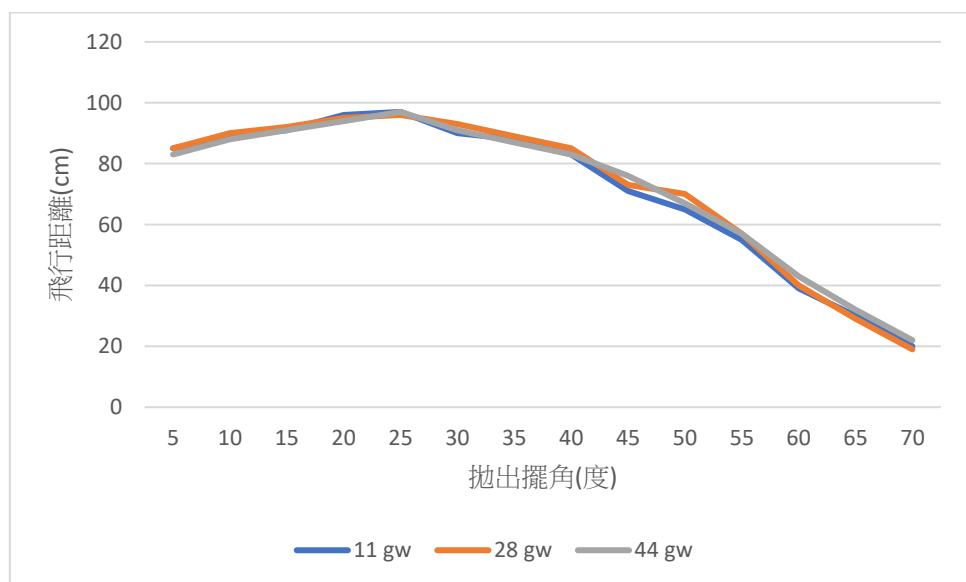
討論:

1. 在相同角度時，擺錘重量，對鐵球的水平飛行距離幾乎沒有影響。

實驗 1-5：不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響?



研究結果：



(圖五) 不同鐵球重量鐵球在各拋出擺角飛行距離折線圖

討論:

1. 鐵球重量，對鐵球飛行的水平距離幾乎沒有影響。

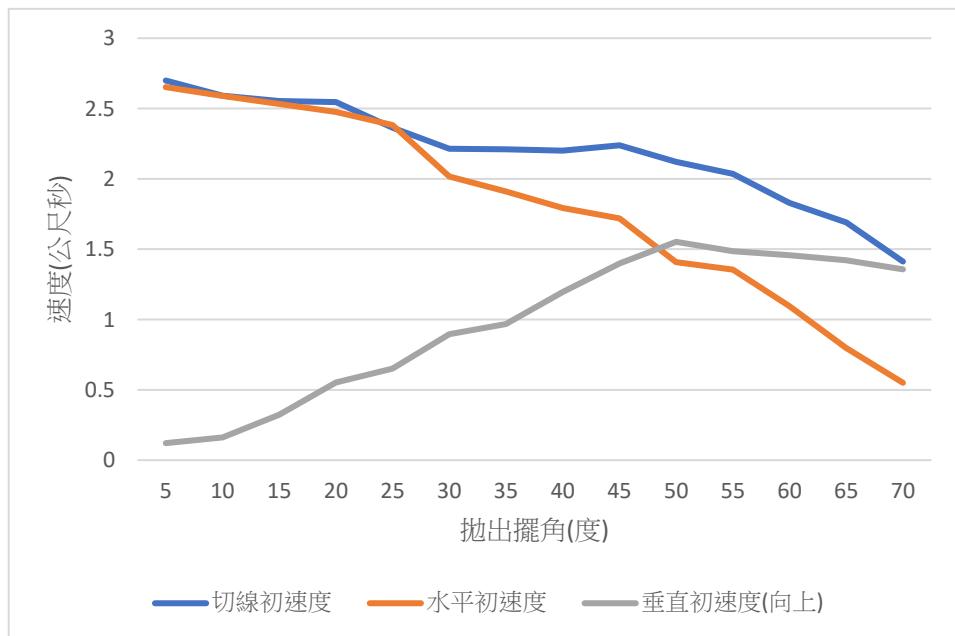
實驗 2-1：在各拋出擺角拋射時鐵球的切線、水平與垂直初速度為何?

研究結果：

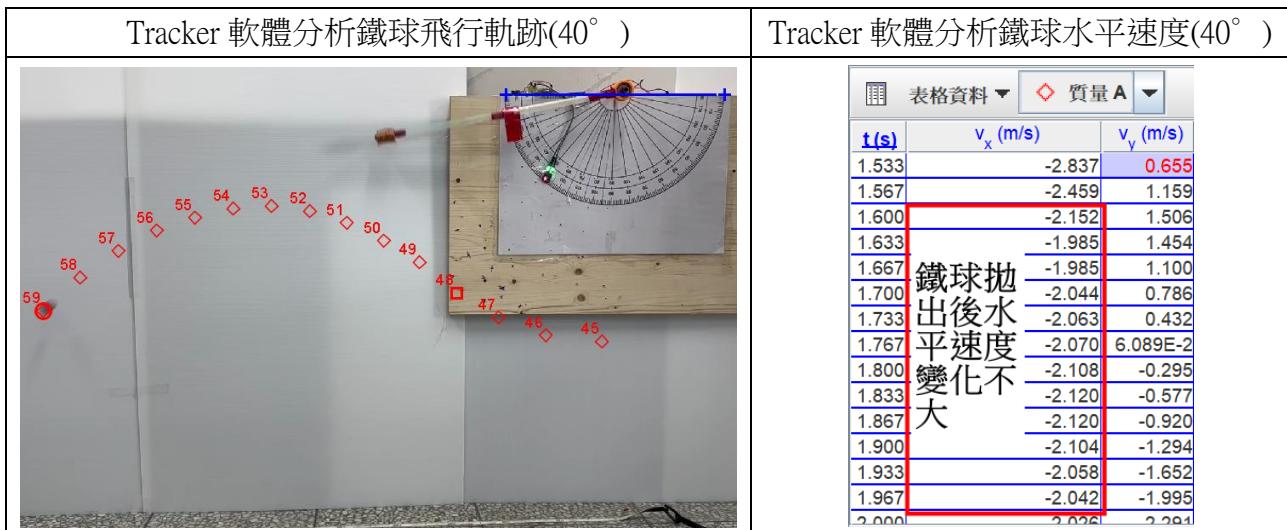
(表三)鐵球在各拋出擺角的切線、水平及垂直初速度

拋出擺角	切線初速度	水平初速度	垂直初速度(向上)
5°	2.699	2.652	0.121
10°	2.591	2.590	0.162

15°	2.553	2.532	0.323
20°	2.545	2.475	0.552
25°	2.364	2.383	0.650
30°	2.214	2.016	0.895
35°	2.210	1.910	0.968
40°	2.201	1.792	1.196
45°	2.239	1.719	1.399
50°	2.121	1.407	1.552
55°	2.035	1.355	1.485
60°	1.829	1.094	1.457
65°	1.690	0.796	1.421
70°	1.412	0.550	1.356



(圖六) 鐵球在各拋出擺角的切線、水平及垂直初速度折線圖

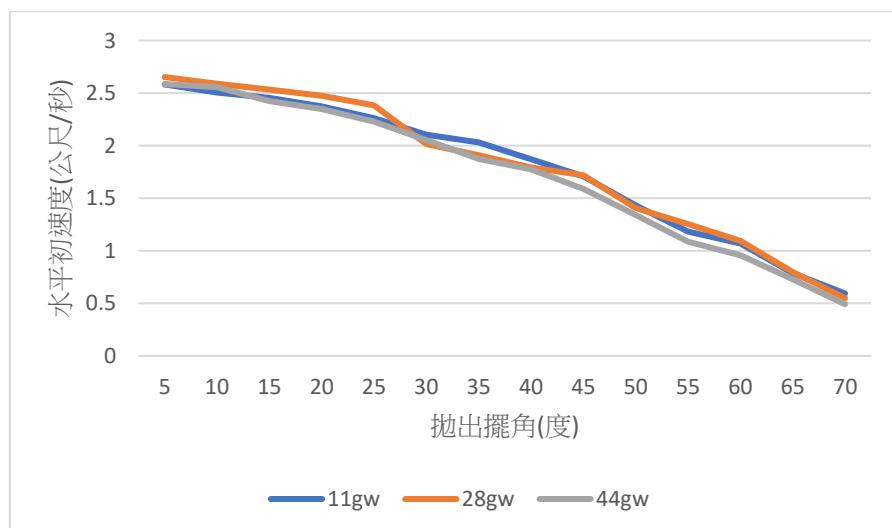


討論:

1. 根據圖六，鐵球水平初速隨著拋出擺角越大，速度越來越慢；垂直初速度則越來越快，但是到達拋出擺角 50° 以後便開始下降。
2. 鐵球切線初速隨著拋出擺角越大，速度慢慢變小，在拋出擺角 $30^\circ \sim 50^\circ$ 之間變化量不大，之後又開始變慢。
3. 從 Tracker 的鐵球軌跡水平速度數據中發現，鐵球離開電磁鐵後，水平速度都很接近，變化不大，可見得鐵球在水平方向沒有受力的作用。

實驗 2-2：不同重量鐵球在各擺角拋射的水平初速度為何？

研究結果：



(圖七) 鐵球重量在不同拋出擺角的初速度折線圖

討論:

1. 重量不同的鐵球，對水平速度幾乎沒有影響。

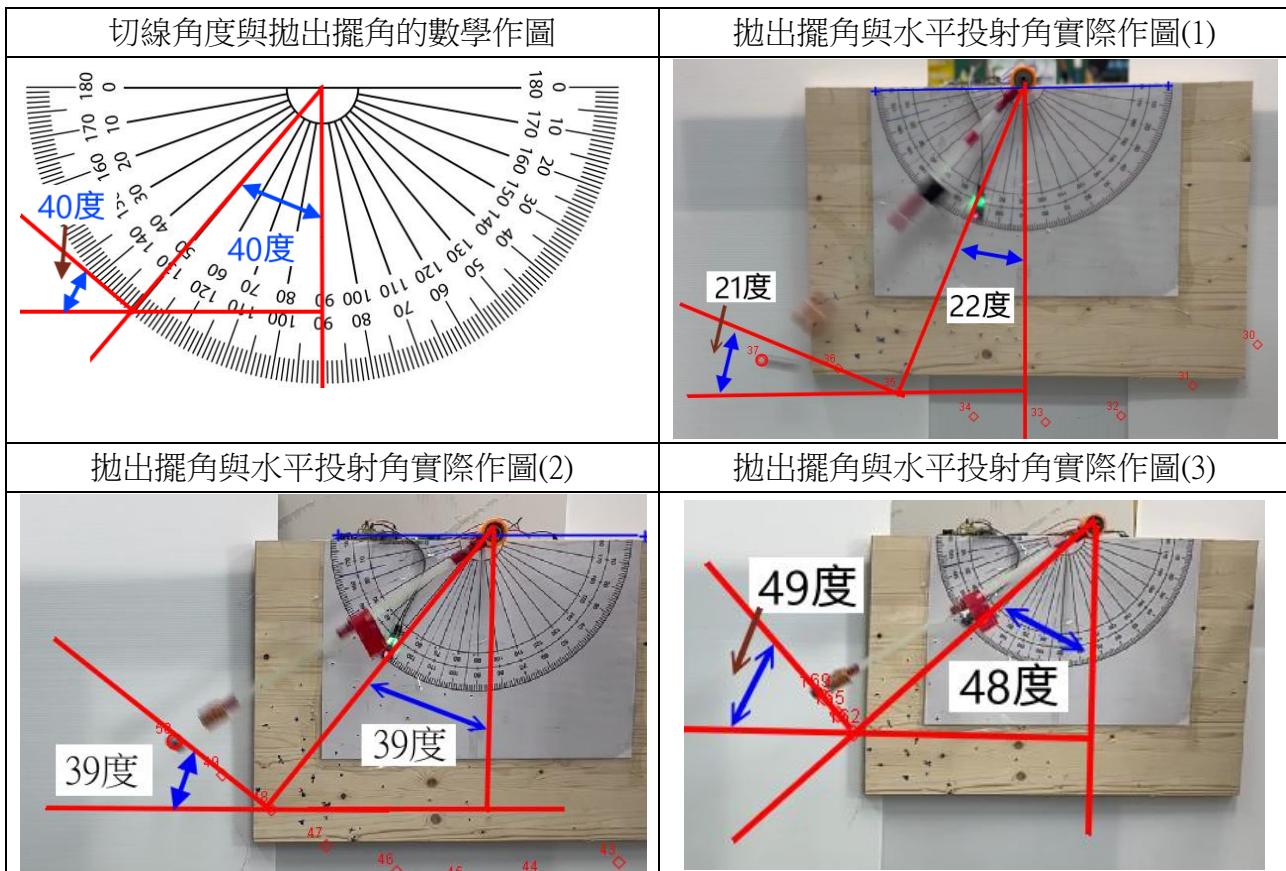
在「實驗 2-1」我們進行切線初速度與水平初速度的實驗測量，我們想知道拋出擺角與水平投射角之間的關係，於是便做了下列實驗：

實驗 2-3：拋出擺角與水平投射角之間的關係？

實驗方法：

1. 利用在量角器上數學作圖，求出拋射擺角與水平投射角。
2. 利用 Tracker 軟體點出鐵球拋出時的質點及次 1 個質點的連線軌跡，利用作圖的方式，使用量角器量出鐵球的拋射擺角與水平投射角。

研究結果：



討論:

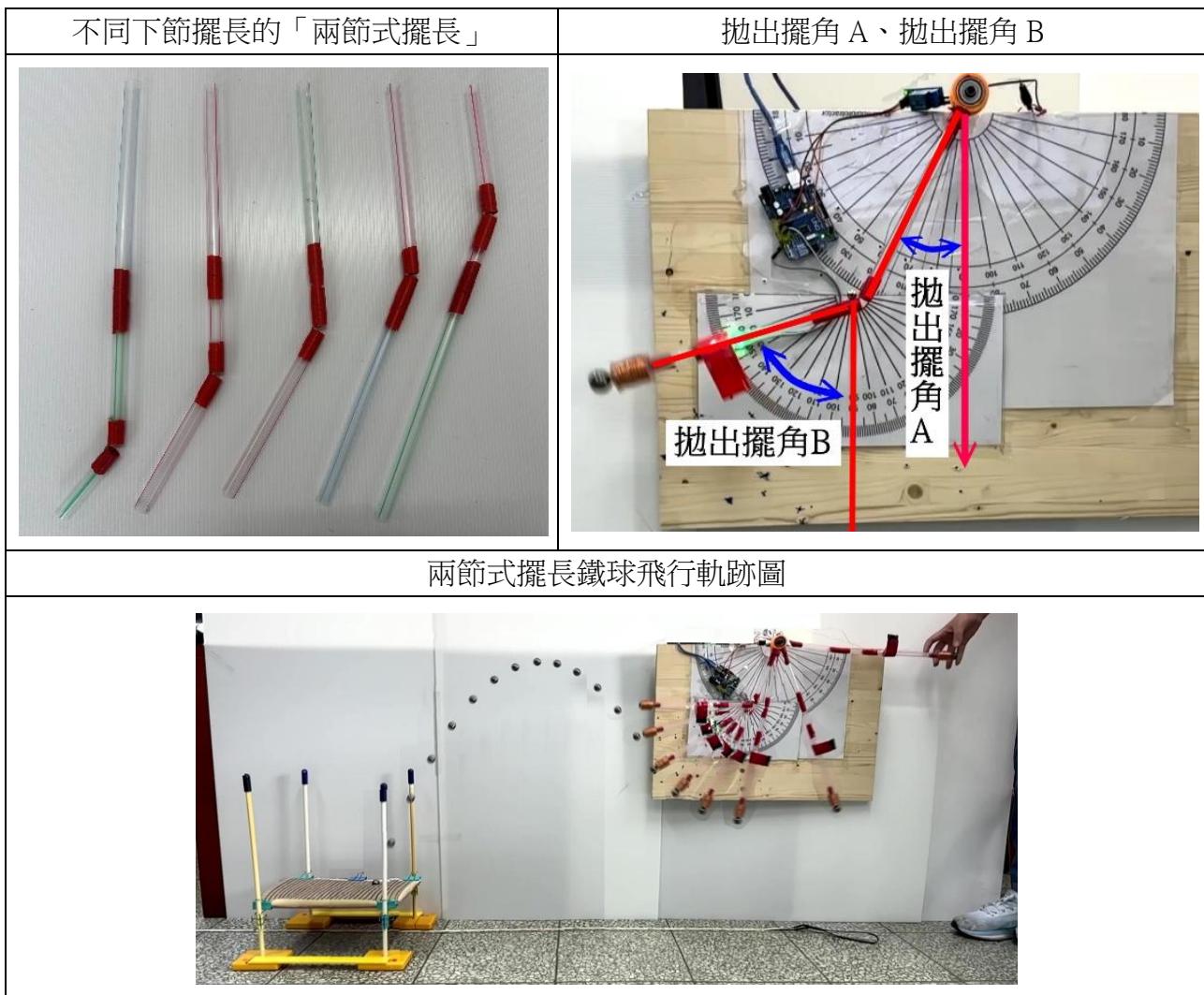
- 根據作圖結果可知，拋出擺角等於水平投射角。
- 由 Tracter 軟體作圖結果可知，本實驗裝置將鐵球拋出的切線角度誤差極小。

綜合去年研究與今年重新檢測結果可知，擺長和拋射的角度會影響鐵球飛行的距離，我們想知道兩節式的擺長的拋射，會不會讓鐵球的飛行距離更遠？

實驗 3-1：兩節式擺長拋射時，不同的下節擺長對鐵球飛行距離的影響？

實驗方法:

- 使用 45 cm 塑膠吸管(含電磁鐵)當作擺長，分別在距離擺錘(鐵球)10 cm、15 cm、20cm、25 cm、30 cm 截斷後用棉布連接，成為兩節式擺長。
- 在實驗平台適當位置 (拋出擺角 A 0° 、 10° 、 20° 、 30° 、 40° 、 50°) 鎖上長螺絲釘。當兩節式擺長落下撞到螺絲釘時，上半節擺長便停住，下半節擺長繼續擺動。
- 以螺絲釘為圓心，讓下節擺長以不同的拋出擺角 B 將鐵球拋出，測量其飛行距離。



研究結果:

單節式擺長 45 cm

(表四) 單節式擺長在各拋出擺角時飛行距離 單位: 公分

拋出角度	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
拋出距離	88	102	109	112	100	79	55	28	13

兩節式總擺長 45 cm

(表五) 下節擺長 10 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°	120						
20°	127	124					

30°	144	133	120			
40°	145	134	121	110		
50°	141	130	114	97	89	
60°	134	96	85	78	68	66
70°	80	72	63	56	39	36

(表六) 下節擺長 15 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°	115						
20°	125	123					
30°	133	130	119				
40°	134	126	116	108			
50°	132	114	105	89	76		
60°	116	91	80	73	67	63	
70°	51	45	44	42	36	32	

(表七) 下節擺長 20 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

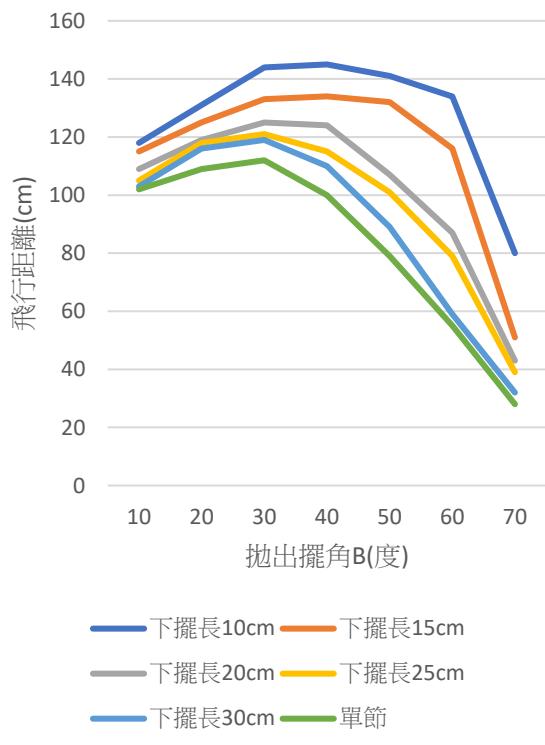
飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°	109						
20°	119	118					
30°	125	124	114				
40°	124	120	107	105			
50°	107	100	93	85	73		
60°	87	78	74	68	65	58	
70°	43	37	37	35	35	31	

(表八) 下節擺長 25 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

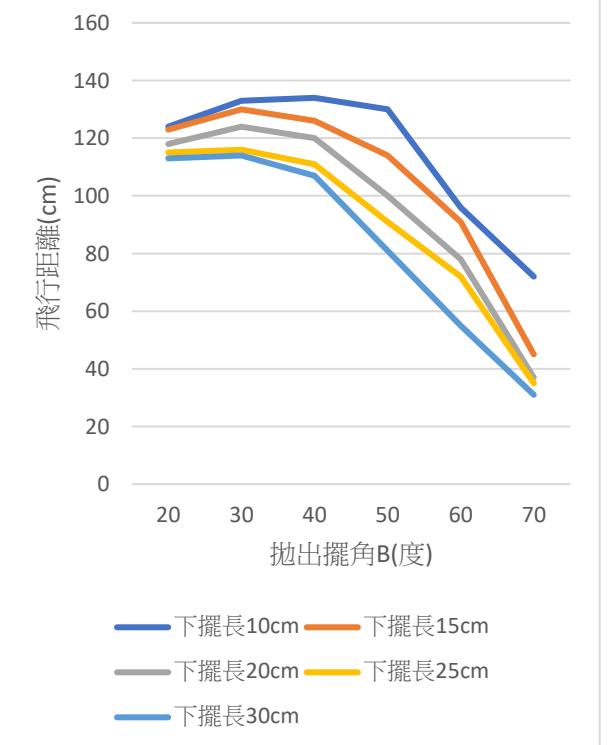
飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°	105						
20°	118	115					
30°	121	116	112				
40°	115	111	105	103			
50°	101	91	89	83	84		
60°	79	72	70	64	62	54	
70°	39	35	34	33	33	31	

(表九) 下節擺長 30 cm 時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

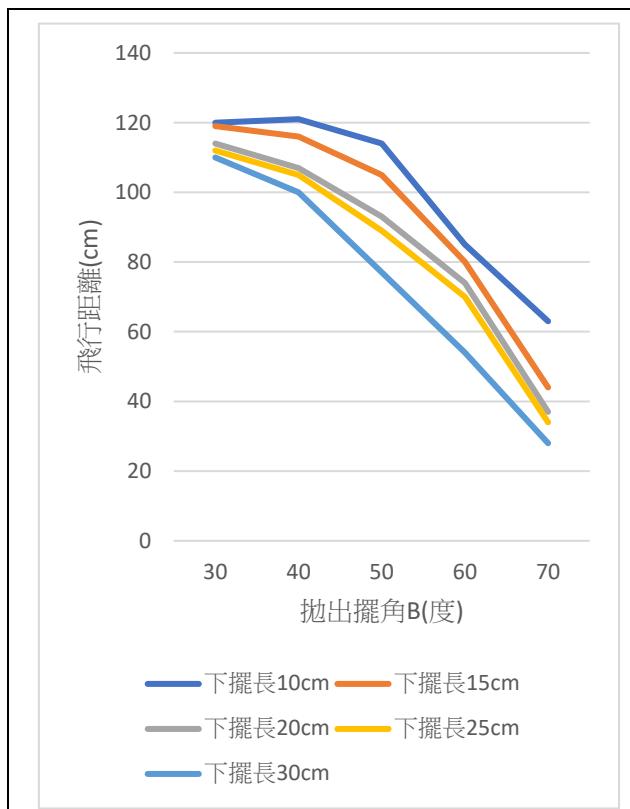
飛行距離 (cm)	拋出擺角 A	0°	10°	20°	30°	40°	50°
拋出擺角 B							
10°	103						
20°	116	113					
30°	119	114	110				
40°	110	107	100	99			
50°	89	81	77	78	83		
60°	59	55	54	52	52	51	
70°	32	31	28	27	27	28	



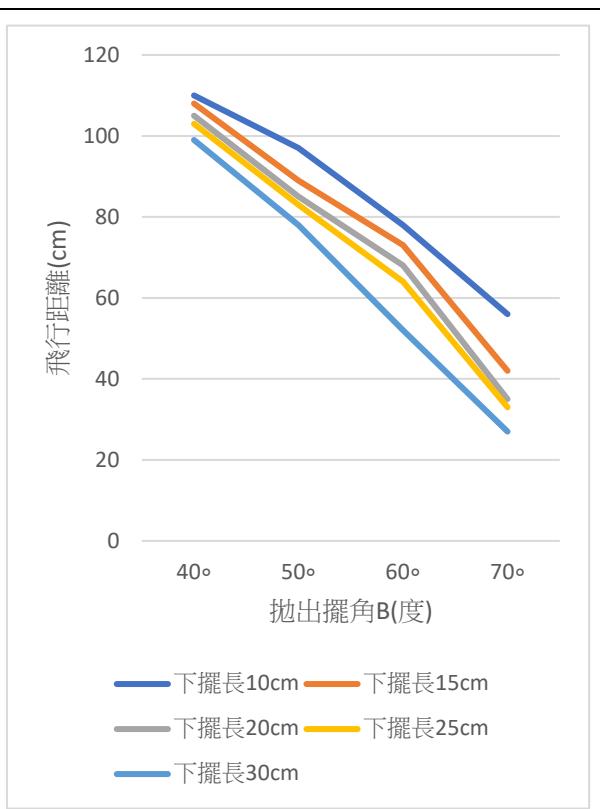
(圖八)不同下節擺長(拋出擺角 A0°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



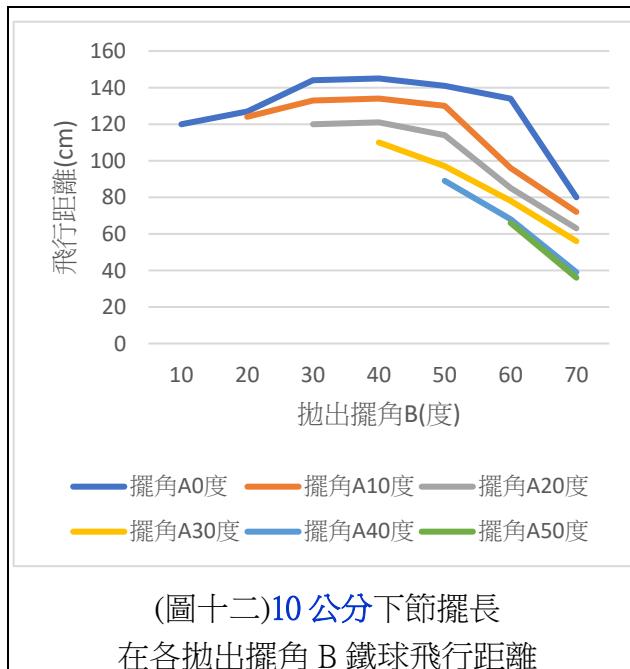
(圖九)不同下節擺長(拋出擺角 A10°)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



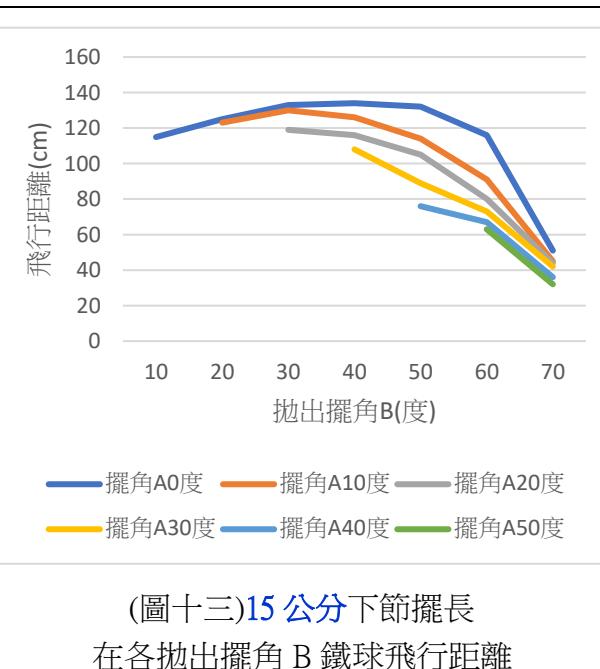
(圖十)不同下節擺長(拋出擺角 $A20^\circ$)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



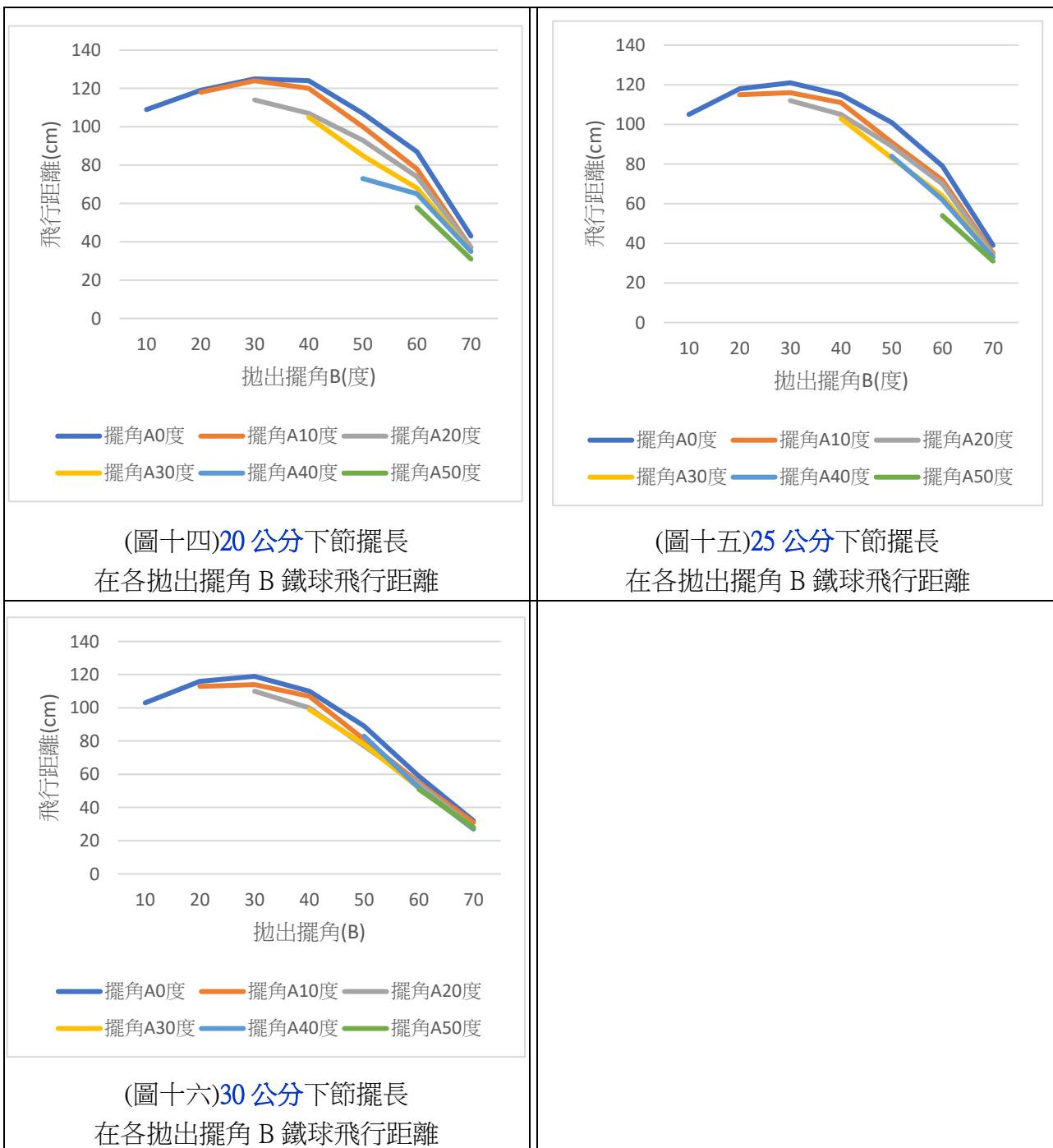
(圖十一)不同下節擺長(拋出擺角 $A30^\circ$)
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十二)10 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



(圖十三)15 公分下節擺長
在各拋出擺角 B 鐵球飛行距離



討論:

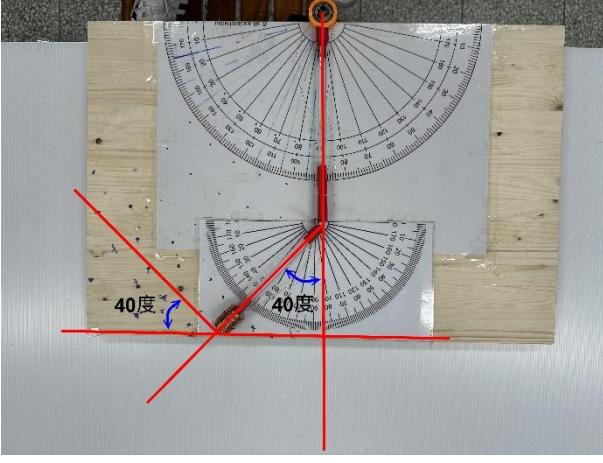
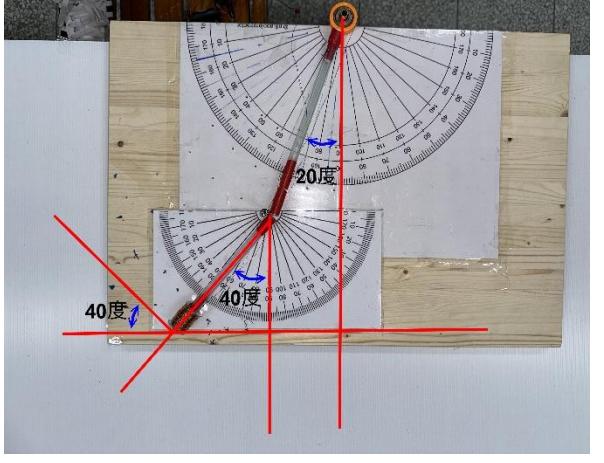
- 由(圖八)可知，兩節式拋射的鐵球飛行距離比單節拋射遠。
- 由(圖八~圖十一)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的距離越遠。

實驗 3-2：兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？

實驗方法:

- 從實驗 3-2 的實驗，進行不同拋出擺角 A 及擺角 B 時鐵球飛行距離的分析。
- 用作圖的方式，找出在不同拋出擺角 A 及擺角 B 時，鐵球所拋射的切線角度。

研究結果:

下節擺長 20CM、擺角 A 0° 、擺角 B40° 鐵球拋射的切線角度為 40°	下節擺長 20CM、擺角 A 20° 、擺角 B40° 鐵球拋射的切線角度為 40°
	

討論:

1. 我們利用畫圖的方式，找出下節擺長在拋出擺角 B 將鐵球拋出的切線角度，其實就等於單節式擺長相同拋出擺角的切線角度。
2. 由(圖十二~圖十六)可知，相同下節擺長時，拋出擺角 A0° 時，鐵球在各個擺角 B 拋射飛行距離為最遠
3. 由(圖八)可知，在拋出擺角 A 0° 位置時，下擺長 10 cm、15 cm 的鐵球飛行距離最遠為拋出擺角 B40°；下擺長 20 cm 則拋出擺角 B30° 與 B40° 鐵球飛行距離相差不多；而下擺長 25 cm、30 cm 則為拋出擺角 B30° 的鐵球飛行距離最遠。跟單節擺長在拋出擺角 25°，鐵球飛行距離最遠，有所不同。所以我們又做了兩節式擺長拋出擺角 B25° 的實驗，實驗結果如下：

(表十) 鐵球在不同下節擺長、相同擺角 A0° 時三個拋出擺角 B 的飛行距離

飛行距離 (cm)	不同擺長				
拋出擺角 B	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
25°	135	130	124	122	120
30°	144	133	125	121	119
40°	145	134	124	115	110

(表十一) 鐵球在不同下節擺長、相同擺角 A10° 、A20° 時三個拋出擺角 B 的飛行距離

飛行距離 (cm)	不同擺長									
	10 公分		15 公分		20 公分		25 公分		30 公分	
拋出擺角 B	A10°	A20°								
25°	130	117	127	115	121	113	118	112	116	111
30°	133	120	130	119	124	114	116	112	114	110
40°	134	121	126	116	120	107	111	105	107	100

4. 由(表十、表十一)可發現：擺長越長鐵球所飛行的最遠距離，由拋出擺角 $B40^\circ$ 轉變至 $B30^\circ$ 再到 $B25^\circ$ ，拋出擺角有變小的趨勢。

實驗 3-3：不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

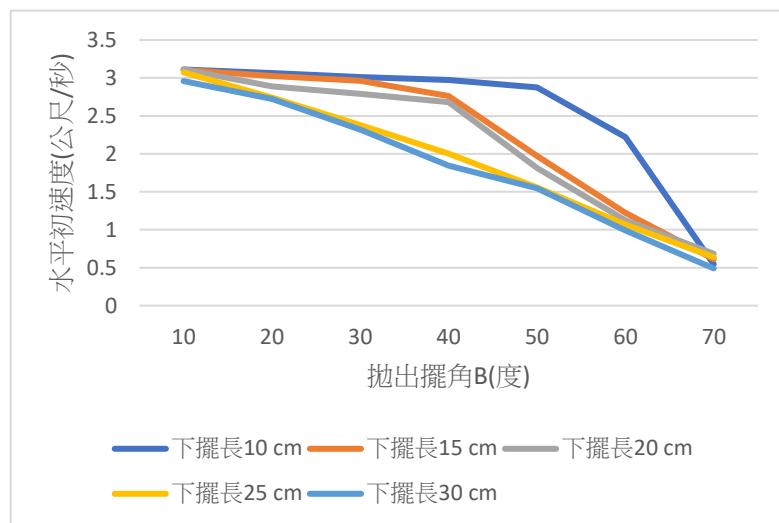
實驗方法：

1. 使用 45 公分塑膠吸管(含電磁鐵)兩節式擺長，分別用下節擺長 10 cm、15 cm、20 cm、25 cm、30 cm，且螺絲釘皆在拋出擺角 $A0^\circ$ 的位置。
2. 分別以拋出擺角 $B10^\circ$ 、 20° 、 30° 、 40° 、 50° 、 60° 、 70° 將鐵球拋出，利用錄影機紀錄鐵球拋射影片。
3. 將影片輸入 Tracker 軟體，分析鐵球移動軌跡，算出其拋射時的水平初速度。

研究結果：

(表十二)不同下節擺長在不同拋出擺角 B 時鐵球水平初速度

水平初速度 (公尺/秒)	下擺長 10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
拋出擺角 B					
10°	3.111	3.106	3.092	3.073	2.958
20°	3.063	3.026	2.890	2.740	2.724
30°	3.011	2.963	2.789	2.378	2.320
40°	2.973	2.762	2.680	2.002	1.845
50°	2.873	1.970	1.814	1.558	1.547
60°	2.220	1.224	1.124	1.068	0.991
70°	0.745	0.684	0.662	0.639	0.491



(圖十七) 不同下節擺長在不同拋出擺角 B 時鐵球水平初速度

討論：

1. 由(圖十七)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的水平初速度越大。

2. 所有下節擺長在大於擺角 70° 拋出的鐵球水平速度趨近相同，我們推測應該是鐵球的水平速度越來越多轉換成垂直速度，所以水平速度差距越來越小。

肆、 討論

- 一、根據「實驗 1-1」的結果可知：不考慮摩擦力的話「單擺從一邊擺動到另一邊時，兩邊的擺角會相等」。而使用轉軸「培林」的目的在減少摩擦力，就一次擺動而言擺錘重量越重，轉軸摩擦力產生的影響就越小，單擺兩邊的擺角就會相等。
- 二、根據「實驗 1-2、1-3」的結果可知：「落下擺角越大、擺長越長，拋出鐵球的飛行距離越遠。」觀察實驗器材可發現，當落下擺角越大或者擺長越長，它們從起始點到最低點的垂直距離就越長，重力位能較大，所以轉換成動能就較多，鐵球拋射的速度也就越快，飛行的距離也就越遠。
- 三、根據「實驗 1-4、1-5」及「實驗 2-2」的結果可知：「擺錘與鐵球的重量，與鐵球拋射後距離無關。」、「不同重量的鐵球，不影響其水平初速。」不同重量的擺錘與鐵球在落下時重力位能轉換成動能，讓鐵球產生拋射速率。不同重量的鐵球在各拋射擺角的水平初速度大致都相同，且其被拋出後在空中的飛行時間也都相同，所以飛行距離也大致相同。可以推論地球引力對不同重量的物體產生的加速度是相同，也符合伽利略在比薩斜塔的物體同時落地實驗。
- 四、根據「實驗 1-3、1-4、1-5、2-1、2-3」的結果可知：「在單節式的垂直圓周運動，用擺角 25° 將物體拋飛，可達到最遠的距離。」我們觀察鐵球拋出時，拋出擺角越小鐵球很快就落地，飛行時間不夠長，而拋出擺角越大鐵球被拋的越高，但卻飛不遠(如下右圖拋出擺角 55° 之飛行軌跡)。拋出擺角 25° 的水平速度(2.383 M/S)雖然不是最快，但與 5° 的水平速度(2.652 M/S)相差不大，而且又有被拋高，飛行時間較多一些，所以飛行距離較遠。

拋出擺角 25° 鐵球飛行軌跡	拋出擺角 55° 鐵球飛行軌跡

五、根據「實驗 3-1、3-3」我們推論兩節式擺長，擺錘在拋出擺角 $A 0^\circ$ 的位置最低，重力位能轉換成動能最多，所以速率是最快，撞上螺絲釘後，下節擺長又加快擺動速率，所以鐵球的飛行距離就比較遠。而下節擺長越短，轉動慣量也越小，擺動的速率就越快，也能加快鐵球的拋出速率，所以鐵球的飛行距離也最遠。

六、根據「實驗 3-1、3-2」發現兩節式拋射時，下節擺長越長(由 $10\text{ cm} \sim 30\text{ cm}$)，拋射鐵球最遠的拋出擺角 B ，由 40° 轉變成 25° ，我們推論下節擺長短，其由最低點擺盪至擺角 40° 時，上升的垂直距離較少，所損失的重力位能不多，所以比較接近以 45° 投射可達最遠距離；隨著下節擺長增加，其上升的垂直距離增加，所損失的重力位能也增加，所以鐵球飛行最遠的拋射擺角 B 也接近至「單節式擺長實驗」的 25° 。

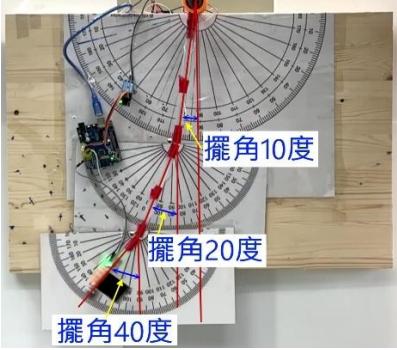
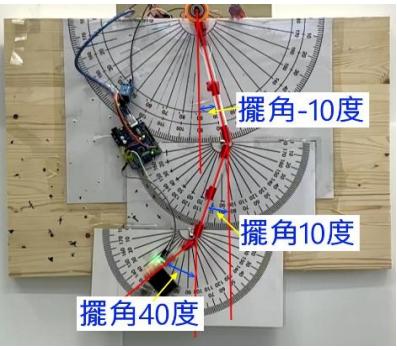
伍、結論與未來展望

一、經過這次實驗，我們知道垂直圓周運動時，單擺因受地球引力的作用，向下擺動時重力位能轉換成動能，擺錘速率會越來越快，抵達最低點時，速率最快，當開始向上擺動時動能又轉換回重力位能，所以會越來越慢。若單擺以擺角 45° 將物體拋出時，雖然會以水平仰角 45° 的切線拋射，但因為重力位能的增加，並非是最快的速率，所以不會達到最遠的飛行距離。而是以擺角 25° 拋射，可達到最遠距離。所以泰山如果要藉由擺盪藤蔓遠距離飛到另一個藤蔓，就不能太晚放手，以免擺角太大，飛行距離不夠，抓不到下一條藤蔓而掉落地面。

二、兩節式單擺拋射，可簡單看成是下節擺長二次加速的過程，而下節擺長越短，因轉動慣量較小，所以擺動的速率就越快，帶動的擺錘速率也加快，所以鐵球拋射的初速度也越快。在生活中可發現，投球的動作很像兩節式單擺的運作模式，大手臂帶動小手臂，最後再運用手腕將球投出，都是用越來越短的擺長進行加速，才能讓球速變得更快。

三、兩節式擺長可以將鐵球拋射得比單節式遠，那三節式會不會更遠呢？因為三節式的變因太多，所以我們根據所得的結論：1.重力位能不要損失太多。2.下節擺長較短，讓轉動慣量較小。預測三節式擺長是否能拋射得比兩節式遠？我們用同樣 45 cm 的擺長分成三節，由下而上分別為 10 cm 、 15 cm 、 20 cm ，用三種不同的擺角組合(如下圖)測量鐵球的飛行距離，其中只有在擺角 $A 0^\circ$ $B 10^\circ$ $C 40^\circ$ 鐵球飛行距離較兩節式遠，我們還測試了擺角 $A-10$ 度的拋射，並未達到我們設想的距離。由此可知三節式擺長是可以比兩節式擺長拋得遠，可見得我們的結論推測正確。而三節式擺長可拋射的最遠距離與各擺角的關係，我們並未實際測量全部數據資料，未來可以深入研

究；或者可以舉辦三節式鐵球拋射比賽，讓參賽者找出可拋的最遠距離的各擺角角度，增加本實驗研究的科學趣味性。

		
擺角 A0° B10° C40° 鐵球飛行距離：146 cm	擺角 A10° B20° C40° 鐵球飛行距離：131 cm	擺角 A-10° B10° C40° 鐵球飛行距離：128cm

陸、參考文獻

一、 延續性作品說明書

113 年 OO 市科學展覽會國小組物理科
把你甩得遠遠的----垂直圓周運動拋物之探討 (如附件)

二、 其他參考文獻

(一)全國中小學科展作品 第 44 屆 國中組 物理科 百變魔球—球體變化原因的探討
彰化縣立陽明國民中學，林乃慧、林晉緯、鄭雅夫、胡志豪

(二)全國中小學科展作品 第 51 屆 國小組 物理科 古老的大鐘～「擺」的研究
彰化縣花壇鄉花壇國民小學，粘耀勻、張聖偉、李祥綸、黃柏儒

(三)全國中小學科展作品 第 60 屆 國小組 物理科 真不是蓋的，誰能比我會飛
臺中市私立明道普霖斯頓國民小學，余書百、賴禹婕、陳伯書、張聿廷

(四)科學教育月刊 258 中華民國九十二年五月 如何才能丟的最遠?
臺北市立成淵高級中學，徐國誠

(五)維基百科 轉動慣量

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%BD%89%E5%8B%95%E6%85%A3%E9%87%8F>

(六)翰林雲端學院 單擺力學能守恆

<https://www.ehanlin.com.tw/app/keyword/%E5%9C%8B%E4%B8%AD/%E7%90%86%E5%8C%96/%E5%8A%9B%E5%AD%B8%E8%83%BD%E5%AE%88%E6%81%86.html>

【評語】080120

該作品立基於之前的單一單擺實驗，衍生出的雙節單擺中運動狀態的有趣課題。是對單擺運動更進一步的深入了解。同時改進了實驗裝置使其能夠更精確的量測運動狀態的變化。這樣的實驗精神表現出作者堅持不懈、深入問題的探索毅力與堅持，是非常令人佩服的。作者挖掘出了一個看似簡單運動系統背後所隱含的深刻物理機制，以精巧的裝置加以驗證。未來應可以在各種不同的類似系統上面加以應用，是一個優秀的作品。

作品海報

把你甩得遠遠的—

垂直圓周運動之拋物距離探討

壹、前言

一、研究動機

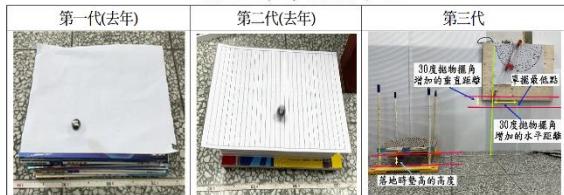
去年我們研究垂直圓周運動的單擺拋射的相關實驗，在地方科展獲得不錯的成績，而評審建議我們可以再深入研究。媛鈞奇想的說：[兩節式的拋射會不會比單節式的遠？]於是我們原班人馬便開始設計兩節式實驗方法。去年我們在做實驗時便覺得實驗器材有些簡陋，不方便操作及測出來的數據有些誤差，我們便重新設計與製作實驗器材先重新檢測去年的實驗，再開始這延續性研究。

三、名詞定義

1. 落下擺角	單擺開始落下時與垂直線所夾的圓周角
2. 拋出擺角	單擺將鐵球拋出時與垂直線所夾的圓周角

貳、研究器材與設備

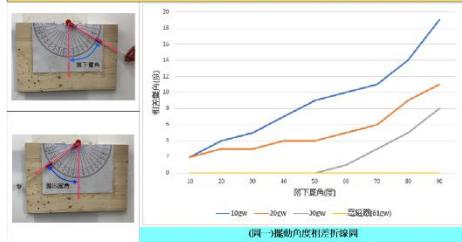
「Arduino 光敏感應斷電裝置」的實驗



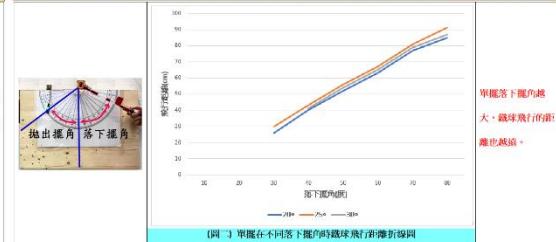
參、研究方法、過程與討論

一、單節式擺長拋射

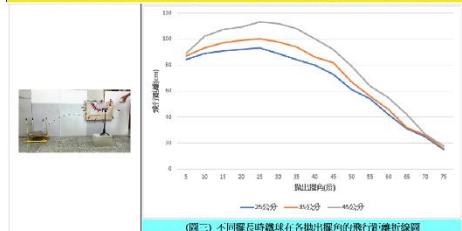
實驗1-1：不同擺錘重量對擺動高度的影響？



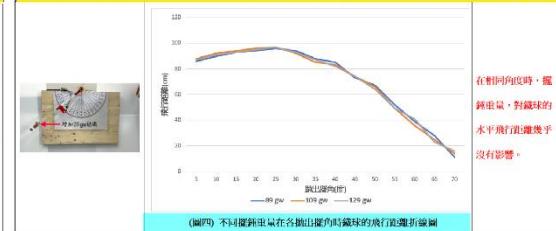
實驗1-2：單擺在不同落下擺角對鐵球拋射飛行距離的影響？



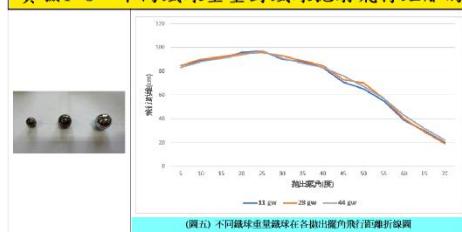
實驗1-3：不同擺長對鐵球拋射飛行距離的影響？



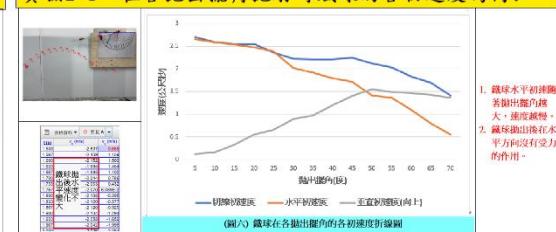
實驗1-4：不同擺錘重量對相同鐵球拋射飛行距離的影響？



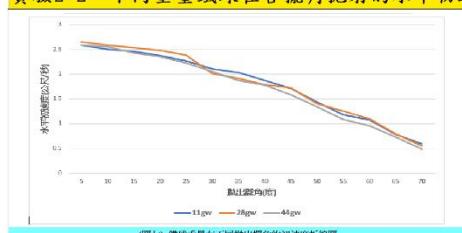
實驗1-5：不同鐵球重量對鐵球拋射飛行距離的影響？



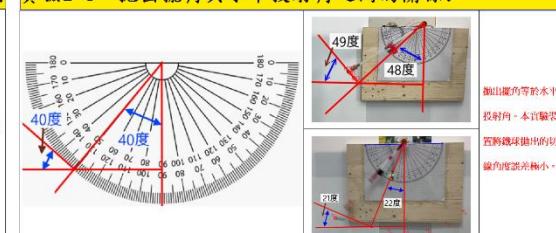
實驗2-1：在各拋出擺角拋射時鐵球的各初速度為何？



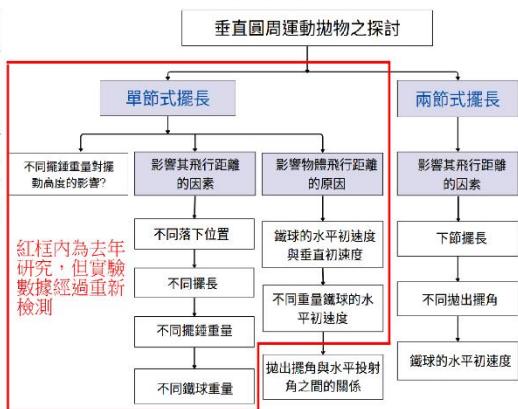
實驗2-2：不同重量鐵球在各擺角拋射的水平初速度為何？



實驗2-3：拋出擺角與水平投射角之間的關係？

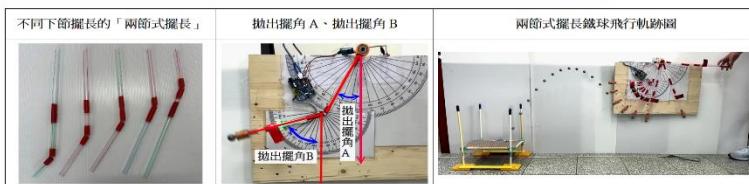


二、研究架構圖



實驗3-1：兩節式擺長拋射時，不同的下節擺長對鐵球飛行距離的影響？

實驗方法：



研究結果：

單節式擺長45cm

(表四)單節式擺長在各拋出擺角時飛行距離 單位：公分

拋出角度	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
拋出距離	88	102	109	112	100	79	55	28	13

兩節式總擺長45公分

(表五)下節擺長10 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	120					
20°	127	124				
30°	144	133	120			
40°	145	134	121	110		
50°	141	130	114	97	89	
60°	134	96	85	78	68	65
70°	80	72	63	56	39	36

(表六)下節擺長15 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	115					
20°	125	123				
30°	133	130	119			
40°	134	121	116	108		
50°	132	114	105	89	76	
60°	116	91	80	73	67	63
70°	51	45	44	42	36	32

(表七)下節擺長20 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	109					
20°	119	118				
30°	125	124	114			
40°	124	120	107	105		
50°	107	100	93	85	73	
60°	87	78	74	68	65	58
70°	43	37	37	35	35	31

(表八)下節擺長25 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

飛行距離	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	105					
20°	118	115				
30°	121	116	112			
40°	115	111	105	103		
50°	101	91	89	83	81	
60°	79	72	70	64	62	54
70°	39	35	34	33	33	31

(表九)下節擺長30 cm時，鐵球在不同拋出擺角的飛行距離

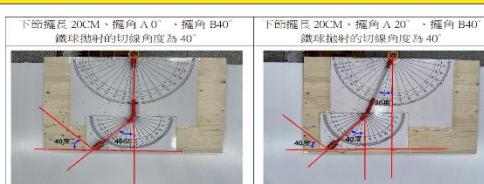
飛行距離	0°	10°	20°	30°	40°	50°
10°	103					
20°	116	113				
30°	110	114	110			
40°	110	107	100	99		
50°	89	81	77	78	83	
60°	59	55	54	52	52	51
70°	32	31	28	27	27	28

討論：

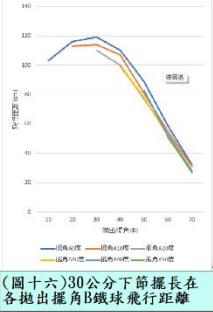
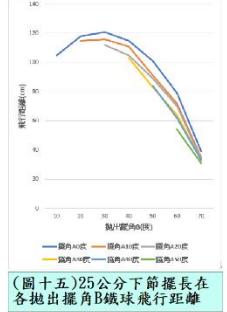
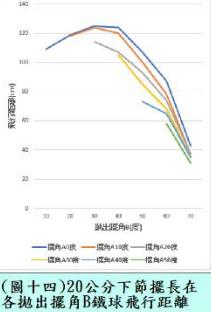
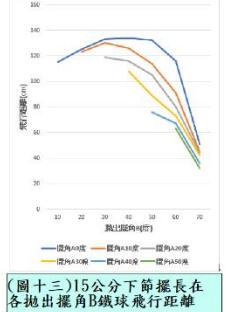
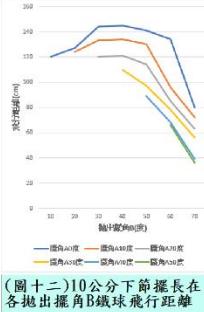
1. 兩節式拋射的鐵球飛行距離比單節式拋射遠。2. 由(圖八~圖十一)可知，下節擺長越短，鐵球飛行的距離越遠。

實驗3-2：兩節式拋射時，下節擺長在不同擺角拋射對物體飛行距離的影響？

實驗方法：



研究結果：



討論：

1. 我們利用畫圖的方式，找出下節擺長在拋出擺角B將鐵球拋出的切線角度，其實就等於單節式擺長相同拋出擺角的切線角度。
2. 由(圖十二~圖十六)可知，相同下節擺長時，拋出擺角A0度時，鐵球在各個擺角B拋射飛行距離為最遠

由(圖八)可知，在拋出擺角A0度位置時，下節擺長10cm、15cm的鐵球在拋出擺角B40度飛行距離為最遠；下節擺長20cm則在拋出擺角B30度、B40度；而下節擺長25cm、30cm則為拋出擺角B30度。跟單節擺長在拋出擺角25度，鐵球飛行距離最遠，有所不同。所以我們又做了兩節式擺長拋出擺角B25度的實驗，實驗結果如下：

(表十)鐵球在不同下節擺長、相同擺角A0度時三個拋出擺角B的飛行距離 (表十一)鐵球在不同下節擺長、相同擺角A10度、A20度時拋出擺角B的飛行距離

飛行距離	不同擺長	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
拋出擺角B						
25°		135	130	124	122	120
30°		144	133	121	119	
40°		145	134	124	115	110

飛行距離	不同擺長	10公分	15公分	20公分	25公分	30公分
拋出擺角B		A10°	A20°	A10°	A20°	A10°
25°		130	117	127	115	121
30°		133	120	130	119	124
40°		134	121	126	116	120

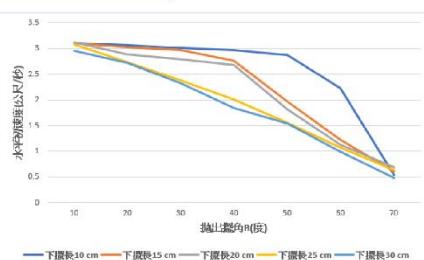
討論：

擺長越長鐵球所飛行的最遠距離，由拋出擺角B40度轉變至B30度再到B25度，拋出擺角有變小的趨勢。

實驗3-3：不同的下節擺長在各擺角拋射時鐵球的水平初速度為何？

研究結果：

(表十二)不同下節擺長在不同拋出擺角B時鐵球水平初速度						
水平初速度(公尺/秒)	下節擺長	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm	30 cm
10°	3.111	3.106	3.092	3.073	2.958	
20°	3.063	3.026	2.890	2.740	2.724	
30°	3.011	2.963	2.789	2.378	2.320	
40°	2.973	2.762	2.680	2.002	1.845	
50°	2.873	1.970	1.814	1.558	1.547	
60°	2.220	1.224	1.124	1.068	0.991	
70°	0.745	0.684	0.662	0.639	0.491	



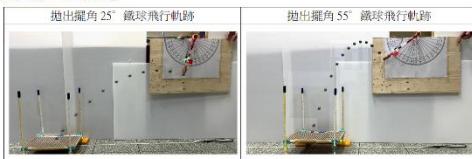
(圖十七) 不同下節擺長在不同拋出擺角B時鐵球水平初速

討論：

1. 下節擺長越短，鐵球飛行的水平初速度越大。
2. 所有下節擺長在大於擺角70度拋出的鐵球水平速度趨近相同，我們推測應該是鐵球的水平速度越來越多轉換成垂直速度，所以水平速度差距越來越小。

肆、討論

- 一、當落下擺角越大或者擺長越長，它們從起始點到最低點的垂直距離就越長，重力位能較大，所以轉換成動能就較多，鐵球拋射的速率也越快，飛行的距離也越遠。
- 二、不同重量的鐵球在各拋射擺角的水平初速度大致都相同，且其被拋出後在空中的飛行時間也都相同，所以飛行距離也大致相同。可以推論地球引力對不同重量的物體產生的加速度是相同。
- 三、「在單節式的垂直圓周運動，用擺角 25° 將物體拋飛，可達到最遠的距離。」我們觀察鐵球拋出時，拋出擺角越小鐵球很快就落地，飛行時間不夠長，而拋出擺角越大鐵球被拋的越高，但卻飛不遠(如下右圖拋出擺角 55° 之飛行軌跡)。拋出擺角 25° 的水平速度(2.383 M/S)雖然不是最快，但與 5° 的水平速度(2.652 M/S)相差不大，而且又有被拋高，飛行時間較多一些，所以飛行距離較遠。

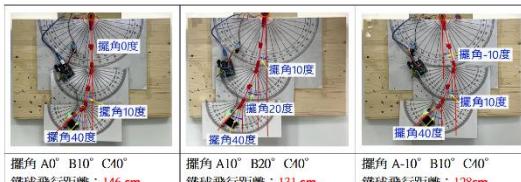


四、兩節式擺長，擺錘在拋出擺角 A 0° 的位置最低，重力位能轉換成動能最多，所以速率是最快。撞上螺絲釘後，下節擺長越短，轉動慣量也越小，擺動的速率就越快，也能加快鐵球的拋出速率，所以鐵球的飛行距離也最遠。

五、兩節式拋射時，下節擺長越長(由 10 cm~30 cm)，拋射鐵球最遠的拋出擺角 B，由 40° 轉變成 25°，我們推論下節擺長較短時，其由最低點擺盪至擺角 40° 時，上升的垂直距離較少，所損失的重力位能不多，所以比較接近以 45° 投射可達最遠距離；隨著下節擺長增加，其上升的垂直距離增加，所損失的重力位能也增加，所以鐵球飛行最遠的拋射擺角 B 也接近至「單節式擺長實驗」的 25°。

伍、結論與未來展望

- 一、經過這次實驗，我們知道垂直圓周運動時，單擺因受地球引力的作用，向下擺動時重力位能轉換成動能，擺錘速率會越來越快，抵達最低點時，速率最快，當開始向上擺動時動能又轉換回重力位能，所以會越來越慢。若單擺以擺角 45° 將物體拋出時，雖然會以水平仰角 45° 的切線拋射，但因為重力位能的增加，不是最快的速率，所以不會達到最遠的飛行距離。而是以擺角 25° 拋射，可達到最遠距離。所以泰山如果要藉由擺盪藤蔓遠距離飛到另一個藤蔓，就不能太晚放手，以免擺角太大，飛行距離不夠，抓不到下一條藤蔓而掉落地面。
- 二、兩節式單擺拋射，可簡單看成是下節擺長二次加速的過程，而下節擺長越短，因轉動慣量較小，所以擺動的速率就越快，帶動的擺錘速率也加快，所以鐵球拋射的初速度也越快。在生活中可發現，投球的動作很像兩節式單擺的運作模式，大手臂帶動小手臂，最後再運用手腕將球投出，都是用越來越短的擺長進行加速，才能讓球速變得更快。
- 三、兩節式擺長可以將鐵球拋射得比單節式遠，那三節式會不會更遠呢？因為三節式的變因太多，所以我們根據所得的結論：1. 重力位能不要損失太多。2. 下節擺長較短，讓轉動慣量較小。預測三節式擺長是否能拋射得比兩節式遠？我們用同樣 45 cm 的擺長分成三節，由下而上分別為 10 cm、15 cm、20 cm，用三種不同的擺角組合(如下圖)測量鐵球的飛行距離，其中只有在擺角 A0° B10° C40° 鐵球飛行距離較兩節式遠，我們還測試了擺角 A-10° 的拋射，並未達到我們設想的距離。由此可知三節式擺長是可以比兩節式擺長拋得遠，可見得我們的結論推測正確。而三節式擺長可拋射的最遠距離與各擺角的關係，我們並未實際測量全部數據資料，未來可以深入研究；或者可以舉辦三節式鐵球拋射比賽，讓參賽者找出可拋的最遠距離的各擺角角度，增加本實驗研究的科學趣味性。



陸、參考文獻

一、延續性作品說明書

113 年 00 市科學展覽會國小組物理科 把你甩得遠遠的——垂直圓周運動拋物之探討 (如附件)

二、其他參考文獻

- (一)全國中小學科展作品 第 44 屆 國中組 物理科 百變魔球—球體變化原因的探討 彰化縣立陽明國民中學，林乃慧、林晉緯、鄭雅夫、胡志豪
- (二)全國中小學科展作品 第 51 屆 國小組 物理科 古老的大鐘～「擺」的研究 彰化縣花壇鄉花壇國民小學，粘耀勻、張聖偉、李祥綸、黃柏儒
- (三)全國中小學科展作品 第 60 屆 國小組 物理科 真不是蓋的，誰能比我會飛 臺中市私立明道普霖斯頓國民小學，余書百、賴禹婕、陳伯書