

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 工程學科(一)

佳作

052302

橡皮筋平行四連桿輔助設計程式開發與研究

學校名稱： 國立宜蘭高級中學

作者： 高二 李尚元	指導老師： 吳旭峯
-------------------	------------------

關鍵詞： 平行四連桿、基因演算法、輔助設計程式

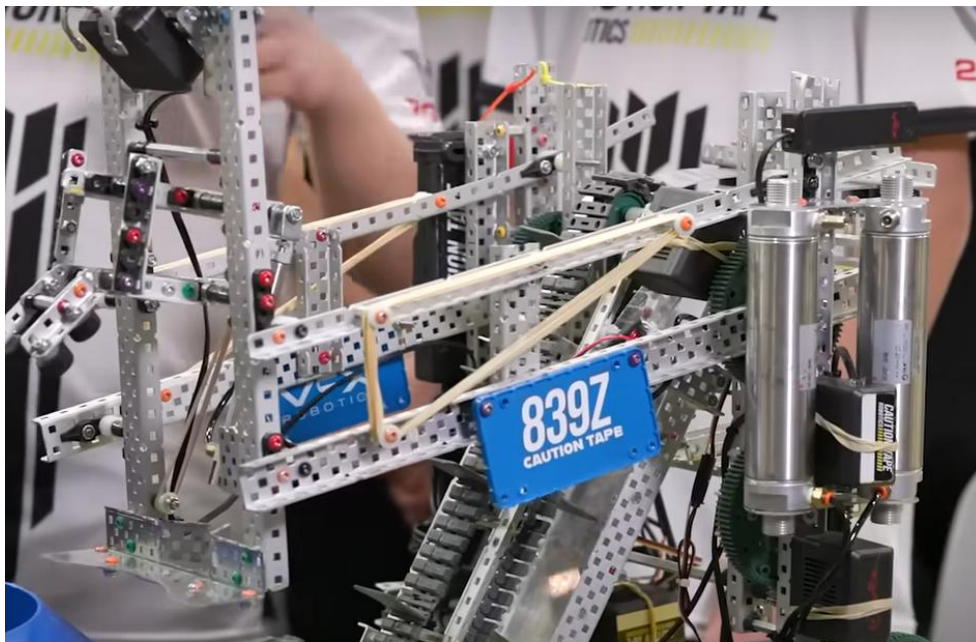
摘要

平行四連桿機構廣泛應用於機械手臂中，若於桿件上加掛橡皮筋，可顯著降低轉動所需力矩，實現節能。然而，現有設計多依賴經驗與試錯法，缺乏系統化方法。本研究開發出高直觀性橡皮筋平行四連桿輔助設計程式，能提升機構設計效率與準確性。透過建立橡皮筋施加於連桿的數值分析力矩模型，並透過實驗數據對彈力常數進行非線性修正，提高模型有效性。同時，構建綜合指標以評估系統性能，並運用基因演算法搜尋最佳參數組合。實驗結果顯示，運用輔助設計程式尋找橡皮筋的最佳掛置點，能抵銷高達 99% 連桿所需做功，展現極高應用潛力。未來將納入轉動慣量與摩擦力，進一步提升模型現實性，並推廣至其他四連桿機構設計，為機械系統節能提供全面解決方案。

壹、前言

一、研究動機

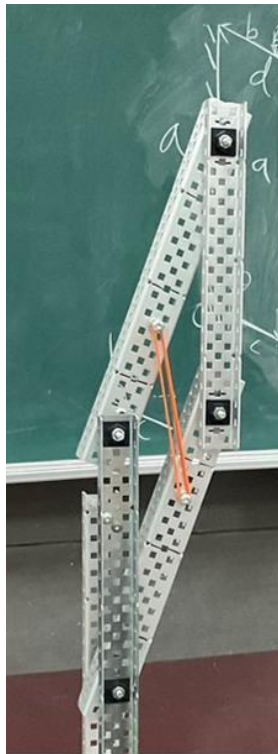
四連桿機構是一種常見的機械傳動裝置，廣泛應用於機械、汽車、航空及機器人等領域。它通過連桿的相對運動實現運動形式的轉換，例如將旋轉運動轉化為往復運動或特定的軌跡運動。其重要性在於結構簡單、運動精確且能夠高效地傳遞動力，使其成為許多工程設計中不可或缺的核心元件。然而，四連桿機構結合橡皮筋的彈性特性，能有效儲存與釋放能量，從而減少驅動所需的出力。橡皮筋在機構運動過程中提供輔助力量，特別是在需要克服重力或快速運動的情境下，能大幅提升效率與性能。這種設計在機器人競賽中廣泛應用(如圖一所示)，例如機械臂、投擲裝置或彈射結構中，在符合競賽對馬達的數量及功率之限制之下，降低馬達負擔，實現高效、穩定的運動表現，成為競賽中創新設計的重要元素。



圖一 橡皮筋平行四連桿於機器人競賽應用
(資料來源：研究者自行製作)

如圖二所示，常見的橡皮筋連桿機構有兩點掛載式與三點掛載式。於設計機構的初始階段，會先選用兩點掛載式(以下簡稱：兩點式)，這個方式雖然已經可以大幅降低馬達負擔，但在舉起過程中橡皮筋對連桿所做的功變化過於劇烈，還有優化的空間，因此，三點掛載式(以

下簡稱:三點式),可以改善這個問題。現行決定掛載橡皮筋的位置,係透過試誤法(Trail and Error)來決定,此舉需要花費大量時間與精力,而且不一定能找到最佳的掛載點。若要符合另一面向的需求,則需要重新進行無數次的測試才能得到相對較佳的解。進一步查找資料發現,沒人針對這方面進行研究,於是**發起開發橡皮筋平行四連桿輔助設計程式之動機**,於日後機構搭建階段,能快速得知最佳方案。



(a)



(b)

圖二 橡皮筋連桿機構：(a)兩點掛載式；(b)三點掛載式

(資料來源：研究者自行製作)

二、研究目的

本研究的目的是在探討「透過對連桿系統建立物理模型,並透過演算法進行搜索,以此設立橡皮筋平行四連桿輔助設計程式,同時對橡皮筋的不同吊掛方式進行可量化比較」。為了達到該研究目標,本研究進行以下的分析與驗證:

- (一) 對兩點式與三點式連桿系統建立物理模型進行數值分析。
- (二) 透過實驗對模型進行驗證。
- (三) 探討綜合指標的組成。

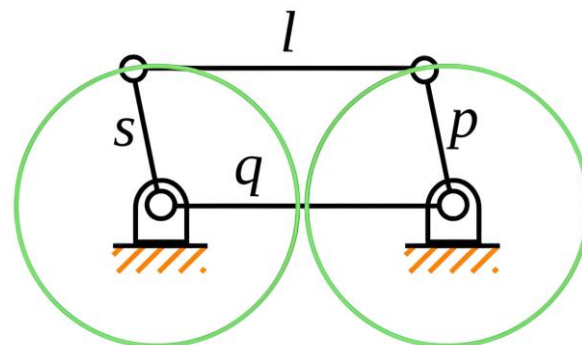
(四) 導入演算法，完成輔助設計程式製作。

(五) 探討此輔助設計程式之應用價值

三、文獻回顧

(一) 平行四連桿的運作性質

平行四連桿是四連桿機構中的一種，又稱:平行相等曲柄機構，在運作時四支桿互相約束，恆維持平行四邊形，因此運動軌跡成簡單圓弧(如圖三)，所以常被運用於機械手臂上 K. Mitkutè (2017) [1]。



Parallelogram linkage

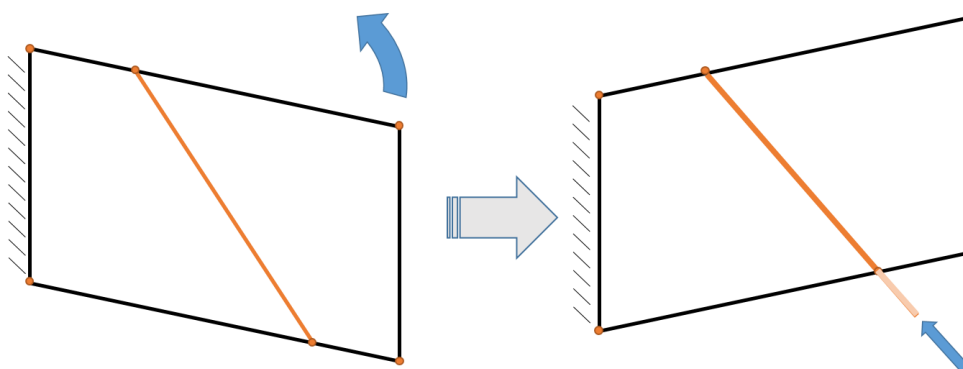
$$s+l = p+q$$

(continuous motion)

圖三 平行四連桿運作軌跡圖 (K. Mitkutè [1])

(二) 橡皮筋平行四連桿的應用

圖四為橡皮筋彈力位能釋放示意圖，主要是透過調整彈力位能的儲存與釋放，達到減小馬達負荷的目的。橡皮筋主要應用於重物抓取機構，藉由橡皮筋的輔助達到省力的效果。



圖四 橡皮筋彈力位能釋放示意圖（資料來源：研究者自行製作）

(三) 歸一化

歸一化是一種將數據壓縮到[0, 1]範圍內，對應的公式如圖五，適合數據範圍已知且沒有極端異常值的情況，以提高數據的可比性並提高演算法的穩定性。在基因演算法（GA）中，歸一化常用來處理不同尺度的數據，確保不同變數對適應度函數的影響不會因數值大小不同而有所偏差。

$$\frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)}$$

圖五 歸一化函式（資料來源：研究者自行製作）

(四) 歸一化在基因演算法 GA 中適應度函數的應用

在基因演算法中，適應度函數通常由多個參數組成，而這些參數可能具有不同的數值範圍與重要性。因此，適應度函數的計算需要歸一化，以確保各參數對最終結果的影響能夠保持合理的權重。歸一化應用於適應度函數的優勢：

1. 平衡不同尺度的影響：

若某個變數範圍為[0, 1]，而另一個變數範圍為[1000, 5000]，則後者會對適應度函數的影響遠大於前者，導致不公平的權重分配。透過歸一化，可以讓所有

變數落入相同尺度，確保公平比較。

2. 提高收斂速度與數值穩定性：

若數據分布過於分散，基因演算法 GA 可能會過度依賴某些變數，導致收斂困難或局部最優解。歸一化可減少這種情況，提高尋找最佳解的效率。

3. 便於權重調整與多目標優化：

在多目標優化問題中（如本文的適應度函數），不同目標可能需要賦予不同的權重，而歸一化能夠確保權重調整是合理且可比較的。

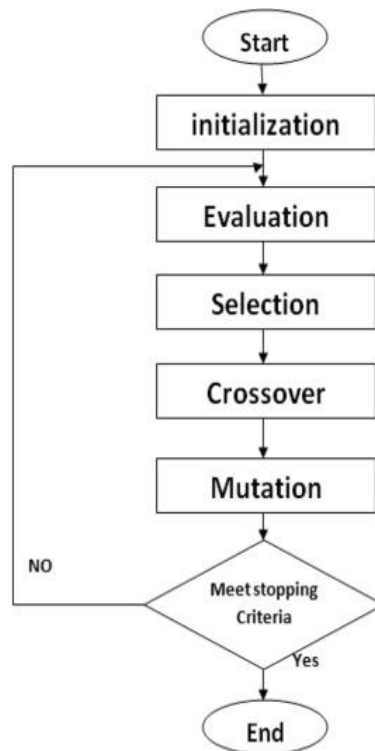
(五) 基因演算法

基因演算法（Genetic Algorithm, GA）是一種基於自然選擇與遺傳機制的隨機搜索與最適化方法，由約翰·霍蘭德（John Holland）於 1975 年提出。GA 是一種仿生計算技術，透過模擬生物的演化過程，如選擇、交叉（重組）與突變，來解決複雜的最適化問題 A. A. AbdulHamed (2018) [2]。

1. 基因演算法之原理

GA 的核心概念來自達爾文的自然選擇理論，它將問題的可能解表示為「個體」，並以「群體」的方式進行演化。基因演算法流程圖如圖六所示，主要步驟如下：

- (1) 初始化：隨機產生一組初始解（種群）。
- (2) 適應度評估：根據適應度函數評估個體優劣。
- (3) 選擇（Selection）：選取適應度較高的個體，以較高機率傳遞其基因到下一代。
- (4) 交叉（Crossover）：將兩個親代的基因進行交換，產生新的子代個體。
- (5) 突變（Mutation）：對子代個體基因進行小幅度隨機變動，以增加種群多樣性。
- (6) 迭代與收斂：重複上述步驟，直到滿足停止條件，如最大迭代次數或最佳解。



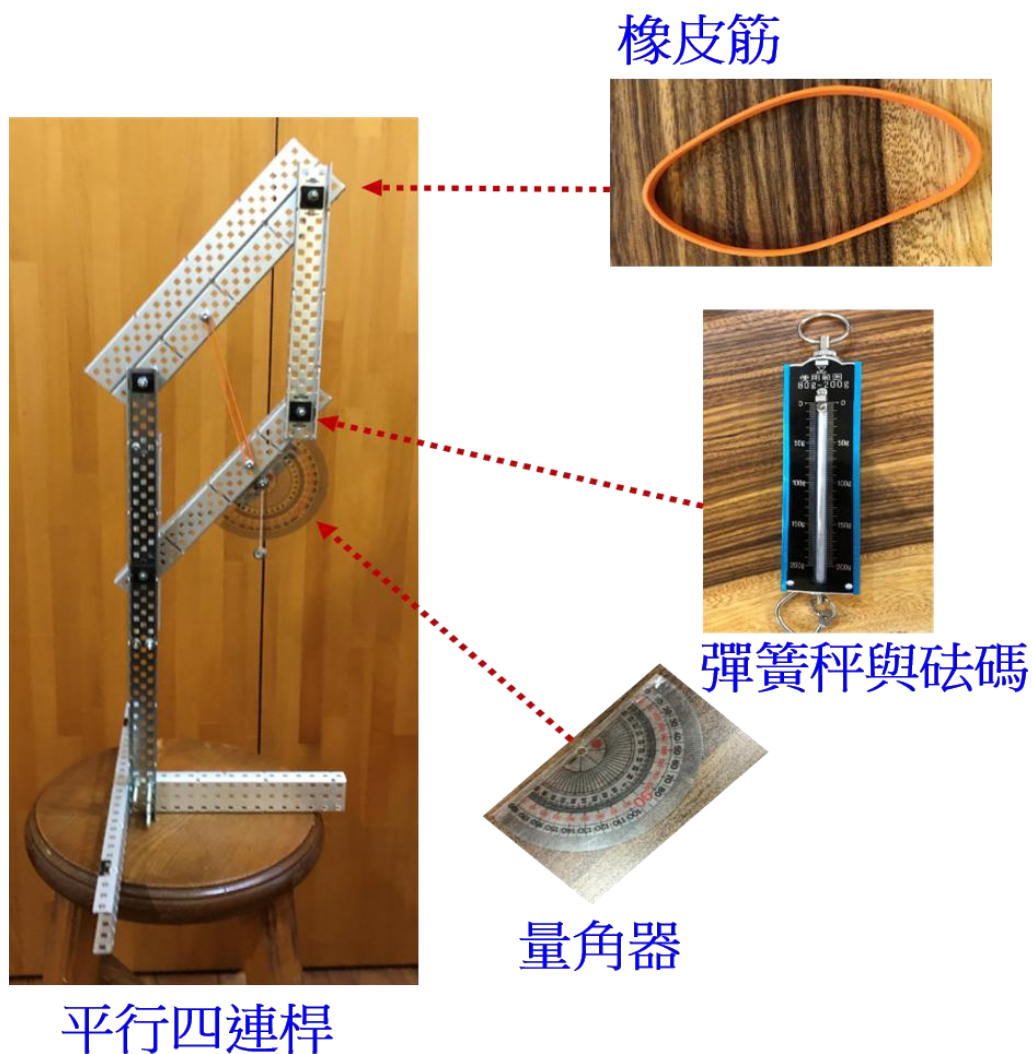
圖六 基因演算法流程圖 (AbdulHamed [2])

2. 基因演算法的優點

- (1) 全局搜索能力強：GA 屬於隨機搜索演算法，能夠有效避免傳統梯度法容易陷入的局部最優解。適用於多種問題：適用於無特定公式可解析的問題，例如離散優化問題、約束條件複雜的問題。
- (2) 適應性強：可靈活調整參數（如突變率、選擇機制）適應不同的應用場景。
- (3) 並行處理特性：GA 透過種群進行演化，可以天然地實現並行計算，提高計算效率。
- (4) 無需梯度資訊：不同於傳統的梯度下降法，GA 只需適應度函數即可運作，適用於不可導或非連續的問題。
- (5) 適應度函數可靈活設計：使用者可根據問題需求自訂適應度函數，調整目標導向。

貳、研究設備及器材

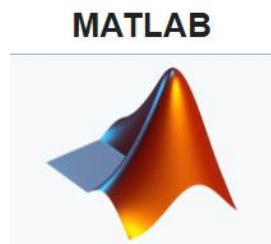
圖七為本研究之實驗架設及器材，運用到平行四連桿、橡皮筋、彈簧秤與砝碼，以及量角器等機構與量測工具。本研究利用平行四連桿結構進行力學實驗的裝置。其運作原理基於平行四邊形的幾何特性，結合彈簧秤、橡皮筋與量角器進行力和運動的測量與分析。當帶有橡皮筋的平行四連桿作動到所需角度時，橡皮筋將提供一個支撐力。彈簧秤記錄橡皮筋的拉力，量角器則記錄桿件的傾斜角度。通過記錄力、位移與角度等數據，作為進一步開發橡皮筋平行四連桿輔助設計程式之基底。



圖七 本研究之實驗架設及器材 (資料來源：研究者自行製作)

一、MATLAB

本研究選用 MATLAB 作為開發橡皮筋平行四連桿輔助設計程式之開發環境。MATLAB 是由美國 MathWorks 公司出品的商業數學軟體(其 Logo 如圖八)。MATLAB 是一種用於演算法開發、資料視覺化、資料分析以及數值計算的進階技術計算語言和互動式環境。在本研究中用於執行輔助設計程式。本研究所使用的 MATLAB 版本為 R2023a。

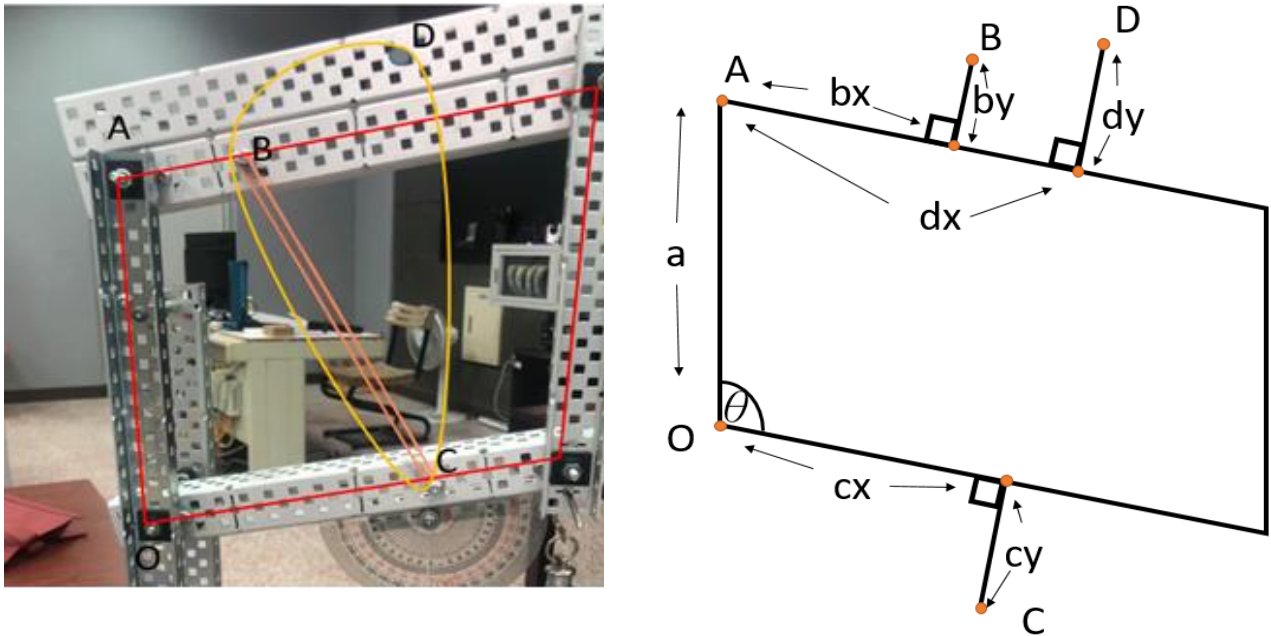


圖八 MATLAB Logo (資料來源：研究者自行製作)

參、研究過程與研究方法

一、參數定義

圖九為本實驗的機構及其幾何模型圖。透過 $b_x, b_y, c_x, c_y, d_x, d_y$ ，對 C 點、B 點與 D 點進行約束，當 $\theta = 90$ 度時，等同於直角座標。其中兩點式時橡皮筋掛於 C 點與 B 點，三點式時橡皮筋掛於 C 點、B 點與 D 點，兩點式也可視為 B 點與 D 點重合的三點式。

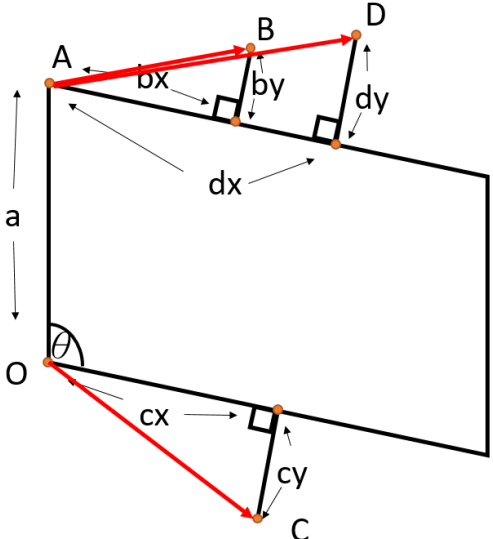
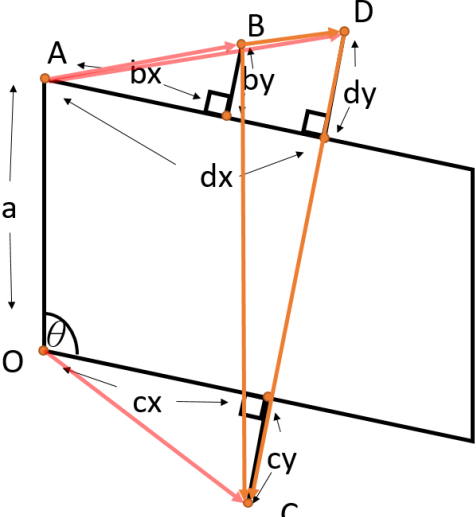
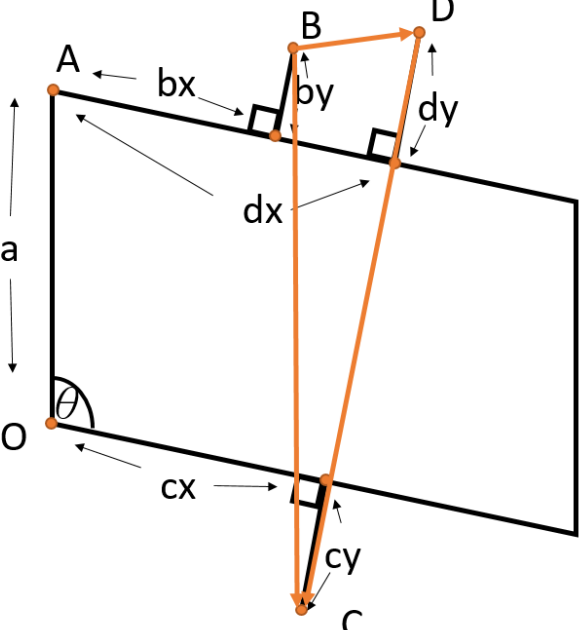


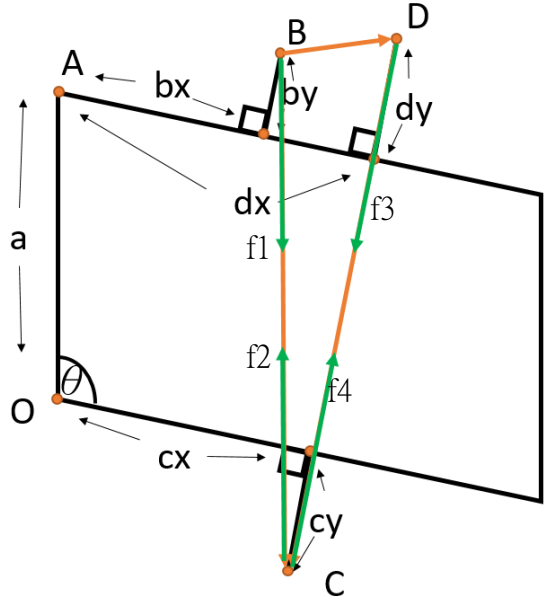
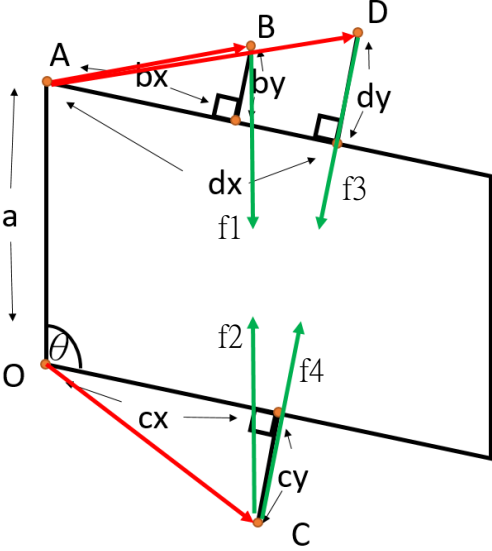
圖九 實驗機構與幾何模型 (資料來源：研究者自行製作)

二、研究過程

(一) 建立連桿系統物理模型

建立連桿系統物理模型，求出角度與橡皮筋施於連桿之力矩關係式。為提高本文的易讀性，以下主要用文字說明程式設計思路。

<p>表 達 位 置 向 量</p>	<p>以 O 點為原點，\overrightarrow{OA} 為 y 軸正向，建立直角坐標，並將參數進行旋轉變換，獲得 \overrightarrow{AB}，\overrightarrow{OC} 與 \overrightarrow{AD} 之位置向量</p> $\overrightarrow{AB} = \begin{cases} x = bx \sin \theta - by \cos \theta \\ y = bx \cos \theta + by \sin \theta \end{cases}$ $\overrightarrow{OC} = \begin{cases} x = cx \sin \theta - cy \cos \theta \\ y = cx \cos \theta + cy \sin \theta \end{cases}$ $\overrightarrow{AD} = \begin{cases} x = dx \sin \theta - dy \cos \theta \\ y = dx \cos \theta + dy \sin \theta \end{cases}$	
	<p>表達 \overrightarrow{BC} 和 \overrightarrow{BD} 和 \overrightarrow{DC} 向量</p> $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$ $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$	
<p>計 算 彈 力 向 量</p>	<p>計算 \overrightarrow{BC} 和 \overrightarrow{BD} 和 \overrightarrow{DC} 長度總和，計算橡皮筋拉伸量</p> $x = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} - L_0$ <p>(註：若 $x < 0$ 則 x 為 0)</p>	

	<p>以橡皮筋位置向量為方向向量，計算彈力向量$\vec{f1}$和$\vec{f2}$和$\vec{f3}$和$\vec{f4}$。</p> $\vec{f1} = k \times \frac{x}{ BC } \overrightarrow{BC}$ $\vec{f2} = -\vec{f1}$ $\vec{f3} = k \times \frac{x}{ DC } \overrightarrow{DC}$ $\vec{f4} = -\vec{f3}$ <p>(註：k 為彈力常數)</p> 
<p>計算力矩</p>	
<p>相加得到合力矩 tk 與θ的關係</p> $tk = AB_{cross}f1 + OC_{cross}f2 + AD_{cross}f3 + OC_{cross}f4$ <p>(註：僅取 z 軸分量，其他項值為 0)</p>	

(二) 透過實驗對模型進行驗證

1. 器材原理

透過向上或向下拉動在連桿尾端的彈簧秤，對連桿形成力矩，當連桿達靜力平衡時，則彈簧秤對連桿形成的力矩等於連桿自重形成的力矩加上橡皮筋形成的力矩。

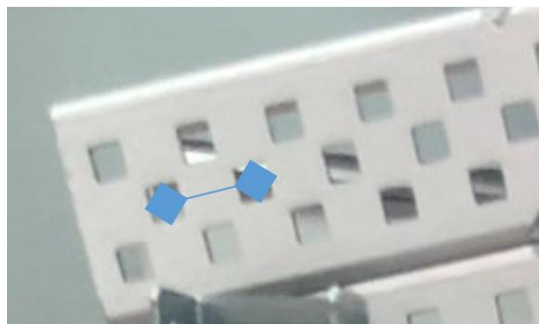
2. 實驗步驟

- (1) 將橡皮筋固定點依參數調整。
- (2) 套上橡皮筋。
- (3) 拉動連桿尾端的彈簧秤，若連桿向上轉動，則向下拉動彈簧秤，反之亦然。
- (4) 確認彈簧秤垂直於地面。
- (5) 紀錄彈簧秤刻度，向下拉動記錄為正，反之亦然。
- (6) 觀察量角器記錄角度。
- (7) 繪製成圖。
- (8) 與模擬結果進行比較。

3. 實驗參數

圖十為機器人競賽中常見的桿件材料，其以半英吋為單位，為更簡潔表示所設參數，故本研究將半英吋設為單位長度。

- (1) 彈力常數(k): 30.48 (公克/單位長)
- (2) a 長: 14 (單位長)
- (3) 橡皮筋原長(L_0): 15.1 (單位長)
- (4) 掛彈簧秤之桿長: 16 (單位長)
- (5) 連桿機構在重力環境下自帶的最大力矩: 3136 (公克*單位長)

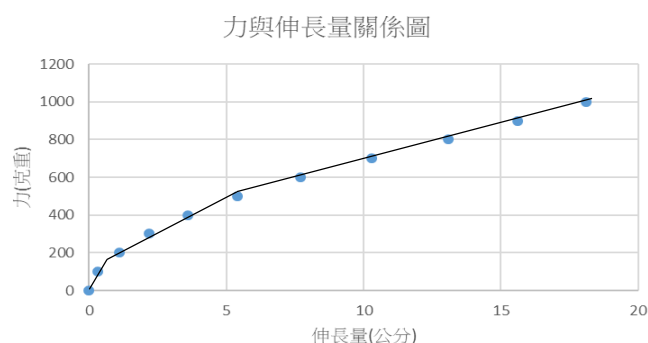


圖十 單位長度定義 (單位長度: 半英寸)
(資料來源: 研究者自行製作)

4. 彈力常數修正

- (1) 圖十一為透過實驗所得的外力與橡皮筋伸長量之關係圖在測量橡皮筋彈力常數時，發現伸長量與力的關係並非成線性，而是成曲線，所以我們將

程式中伸長量與力的關係的表達改為三段折線用以修正，對應的方程式如圖十二所示。



圖十一 力與橡皮筋伸長量關係圖

(資料來源：研究者自行製作)

```
%修正彈力
k(x1 < r1) = k1;
g(x1 < r1) = g1;

k(x1 >= r1 & x1 < r2) = k2;
g(x1 >= r1 & x1 < r2) = g2;

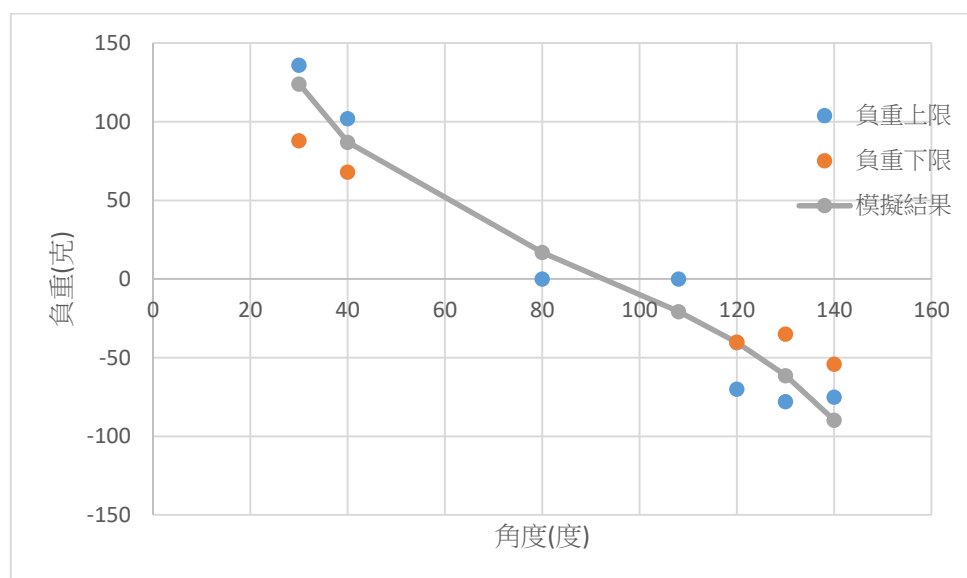
k(x1 >= r2) = k3;
g(x1 >= r2) = g3;
```

圖十二 彈力與伸長量程式

(資料來源：研究者自行製作)

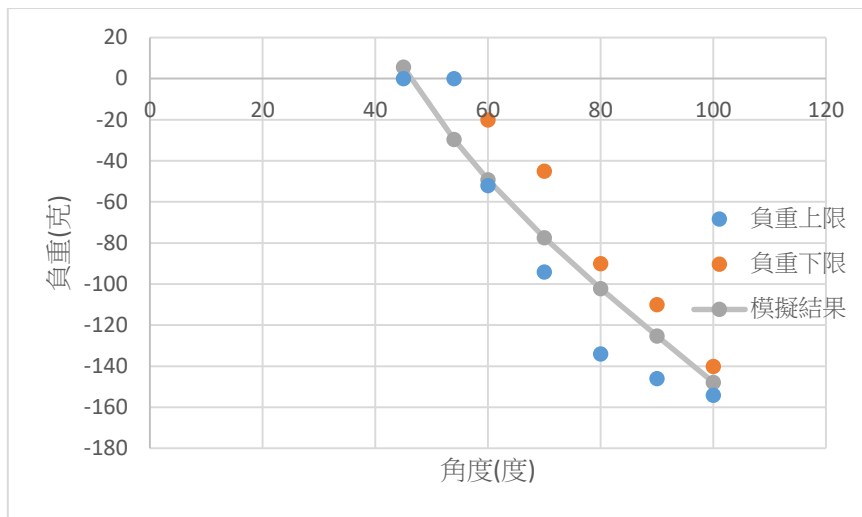
5. 驗證結果

圖十三至圖十六為實驗結果，研究結果發現，摩擦力會使測量結果落於一定區間內，而這現象是由兩相反之最大靜摩擦力造成的，因此我們將測量目標改為，同角度下，連桿往相異方向移動時的彈簧秤刻度，若模型正確，模擬得出的數據應位於測量結果之中，由資料中可判斷，我們開發的模型與實驗結果的契合度極高。

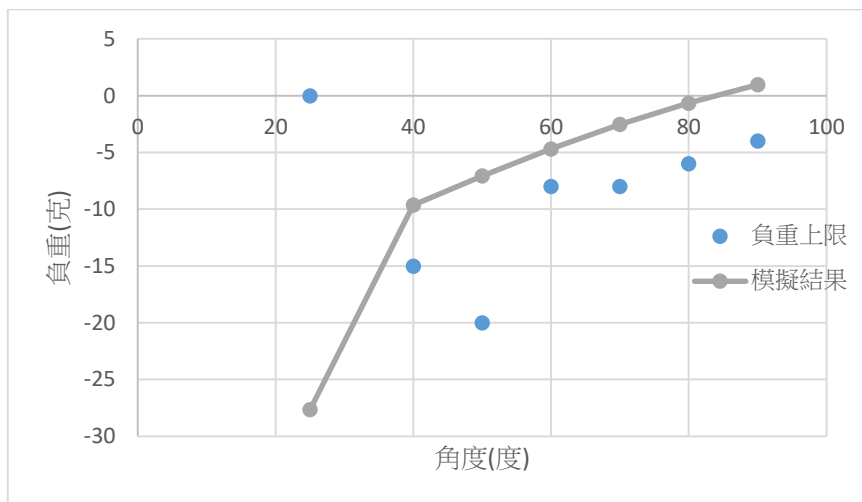


圖十三 實驗數據與模擬結果 (bx=4, by=2, cx=9, cy=0)

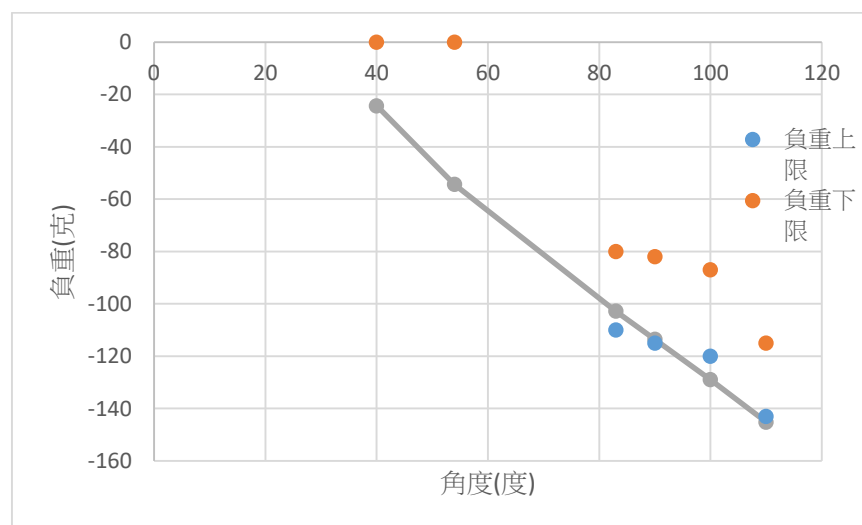
(資料來源：研究者自行製作)



圖十四 實驗數據與模擬結果($bx=4, by=2, cx=9, cy=0, dx=11, dy=2$)
(資料來源：研究者自行製作)



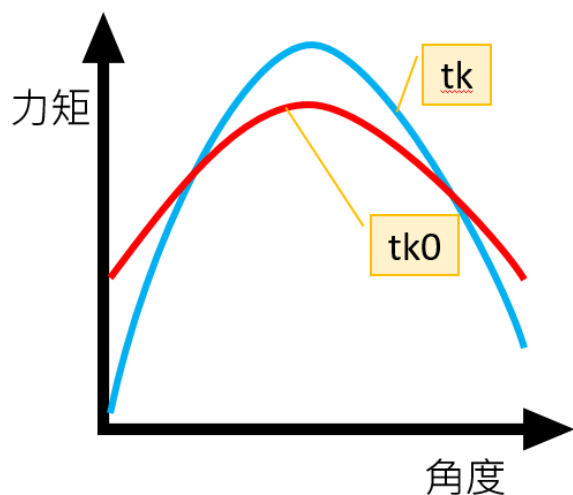
圖十五 實驗數據與模擬結果($bx=4, by=0, cx=9, cy=0$)
(資料來源：研究者自行製作)



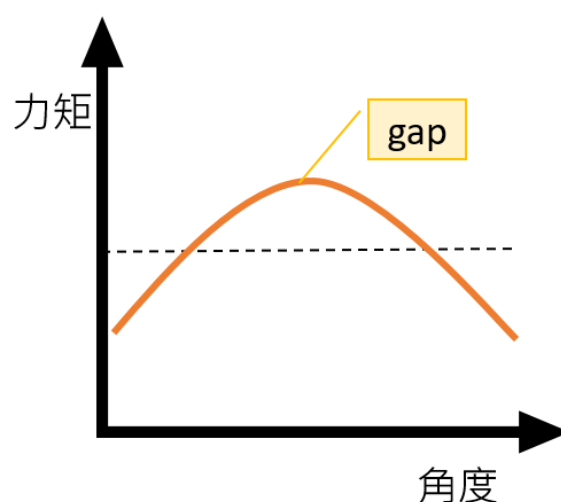
圖十六 實驗數據與模擬結果($bx=4, by=0, cx=9, cy=0, dx=11, dy=2$)
(資料來源：研究者自行製作)

(三) 探討綜合指標的組成

為了評估在不同參數下平行四連桿的表現，所以我們建立各項指標。我們認為各項指標皆需符合，追求系統穩定，節省成本，有實際的物理意義。以下是關於各項指標的討論。首先我們設立參數 $mass$ (負重)、 bar (力臂)，用來計算負重力矩函數 tk_0 (圖十七)，即無吊掛橡皮筋時旋轉連桿所需輸出的力矩，再定義函數 gap 為 $tk - tk_0$ (圖十八)，用以表達旋轉連桿時所需輸出的力矩。



圖十七 tk 與 tk_0 示意圖
(資料來源：研究者自行製作)

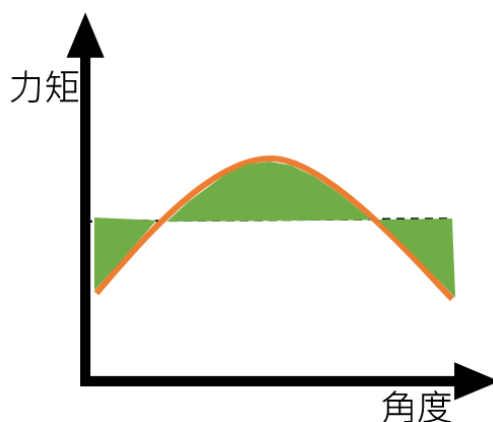


圖十八 Gap 示意圖
(資料來源：研究者自行製作)

1. $Integrated_Gap$ 為 gap 絕對值的積分

物理意義：等角速度旋轉連桿所需的功

目的：藉由取最小值追求節能最大化，同時使系統穩定

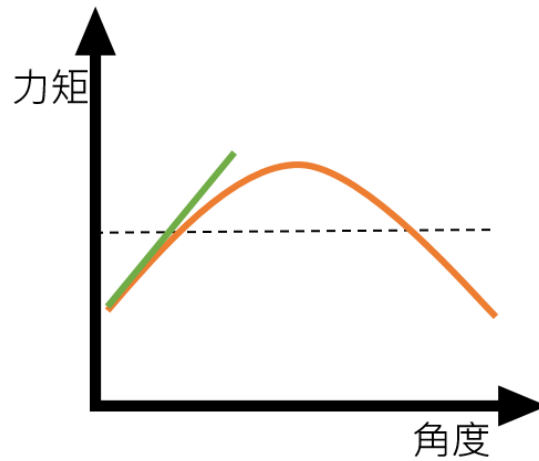


圖十九 $Integrated_Gap$ 示意圖
(資料來源：研究者自行製作)

2. gap_diff_max 為對 gap 進行求導取絕對值的最大值

物理意義：等角速度旋轉連桿所需的最大力矩增加率

目的：藉由取最小值降低系統控制難度，同時使系統穩定

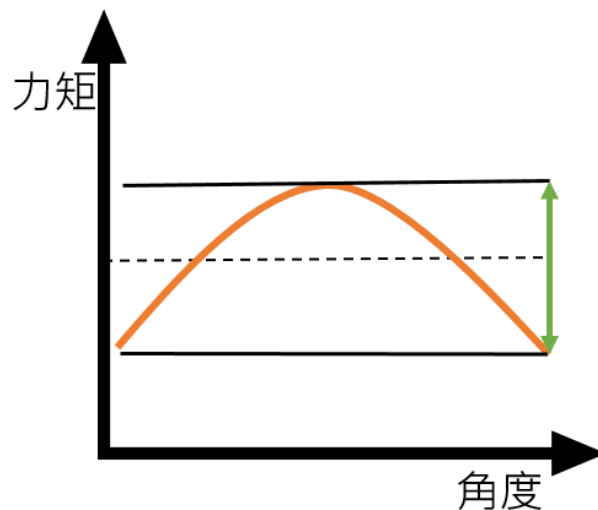


圖二十 gap_diff_max 示意圖
(資料來源：研究者自行製作)

3. gap_range 為 gap 的最大值與最小值的最大差異值

物理意義：等角速度旋轉連桿所需的力矩變化範圍

目的：藉由取最小值降低控制難度，使系統穩定



圖二十一 gap_range 示意圖
(資料來源：研究者自行製作)

4. x_{\max} 為橡皮筋的最大變形量

物理意義：橡皮筋的最大變形量

目的：藉由取最小值可便於選擇橡皮筋的規格，並優化彈力位能的使用效率

5. sum_abs_params 為 $|b_x| + |b_y| + |c_x| + |c_y| + |d_x| + |d_y|$

物理意義：在連桿中建構橡皮筋吊掛點所需的總長

目的：藉由取最小值可減小機構所需空間，同時使系統穩定

(四) 導入演算法，完成輔助設計程式製作。

1. 進行歸一化

由於各項指標所屬數量級有所落差，所以要先進行歸一化，再將各項指標乘以其權重，再進行加總成為綜合指標。

```
% **歸一化**  
Integrated_Gap_norm = normalize(Integrated_Gap);  
gap_diff_max_norm = normalize(gap_diff_max);  
gap_range_norm = normalize(gap_range);  
x1_norm = normalize(max(x1));  
param_sum_norm = normalize(param_sum);  
  
% **綜合指標 (最小化)**  
fitness = w1 * Integrated_Gap_norm + w2 * gap_diff_max_norm + w3 * gap_range_norm + w4 * x1_norm + w5 * param_sum_norm;
```

圖二十二 歸一化與綜合指標程式碼 (資料來源：研究者自行製作)

2. 權重選擇

此權重是依據我們比賽的需求來設定的，在比賽中，我們最看重節能，因此 Integrated_Gap 權重最高，對控制與空間的要求自次之，因此 gap_diff_max、gap_range、sum_abs_params 權重次之，而因為比賽需採用特規橡皮筋，因此 x_max 權重最低。

```
43 % 權重設定
44 w1 = 0.65; % Integrated |Gap| 權重 節能
45 w2 = 0.1; % gap_diff_max 權重 控制
46 w3 = 0.1; % gap_range 權重 控制
47 w4 = 0.05; % x 權重 彈力利用
48 w5 = 0.1; % |bx| + |by| + |cx| + |cy| + |dx| + |dy| 權重 空間
```

圖二十三 權重設定圖 (資料來源：研究者自行製作)

3. 基因演算法搜尋

因為遍歷所有可能會使運算規模過於龐大(160,000 次)，所以藉由基因演算法降低尋找數值最佳的綜合指標。

```
% 設定 GA 參數
options = optimoptions('ga', ...
    'PopulationSize', 100, ...
    'MaxGenerations', 100, ...
    'CrossoverFraction', 0.8, ...
    'MutationFcn', @mutationadaptfeasible, ...
    'Display', 'iter', ...
    'PlotFcn', @gap_plot);

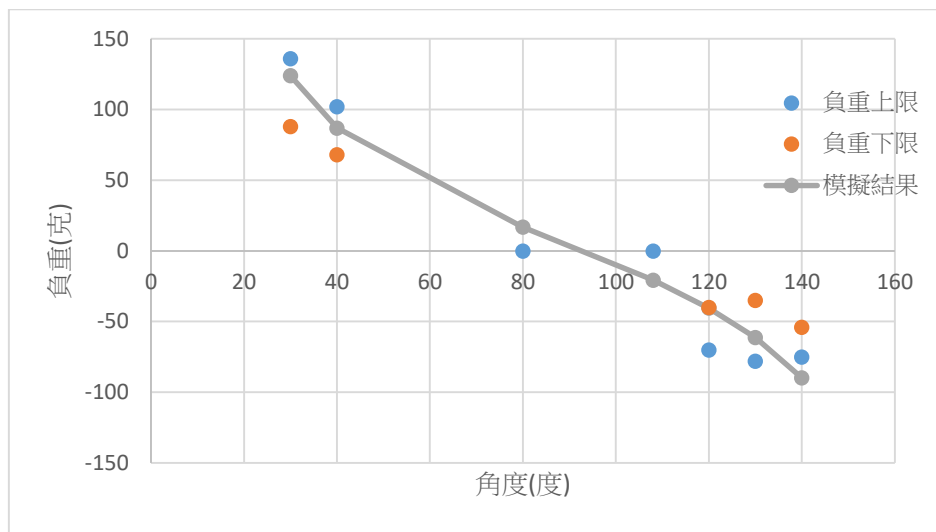
% 執行 GA
[best_param, best_fitness] = ga(fitnessFunction, 6, [], [], [], [], lb, ub, [], options);
```

圖二十四 基因演算法(GA)程式碼 (資料來源：研究者自行製作)

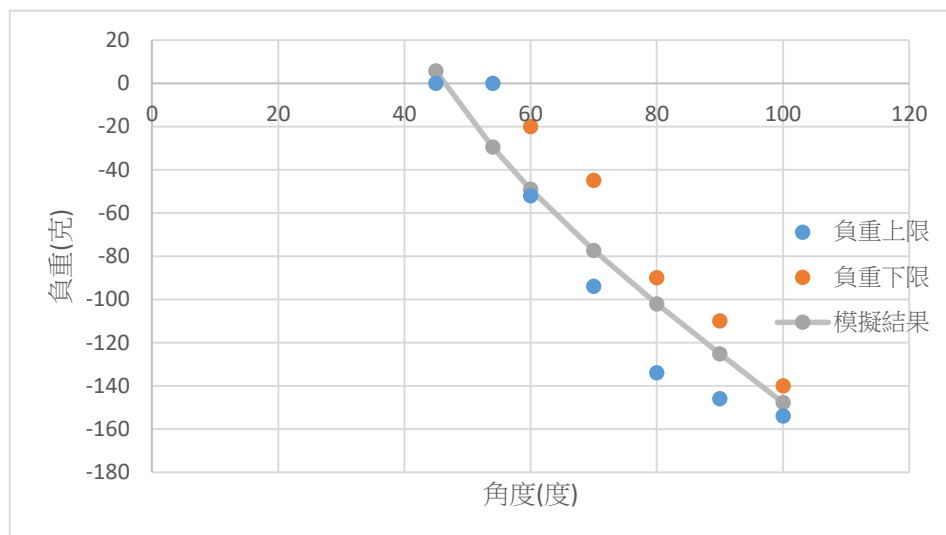
肆、研究結果

一、實驗驗證成果

圖二十五至圖二十八為實驗驗證結果。在實驗時發現，摩擦力會使測量結果落於一定區間內，因此我們將測量目標改為，同角度下連桿往相異方向恰動時彈簧秤刻度，則若模型正確，模擬得出的數據應位於測量結果之中，由資料中可判斷，所建立的模型具有及高的準確度與參考度。

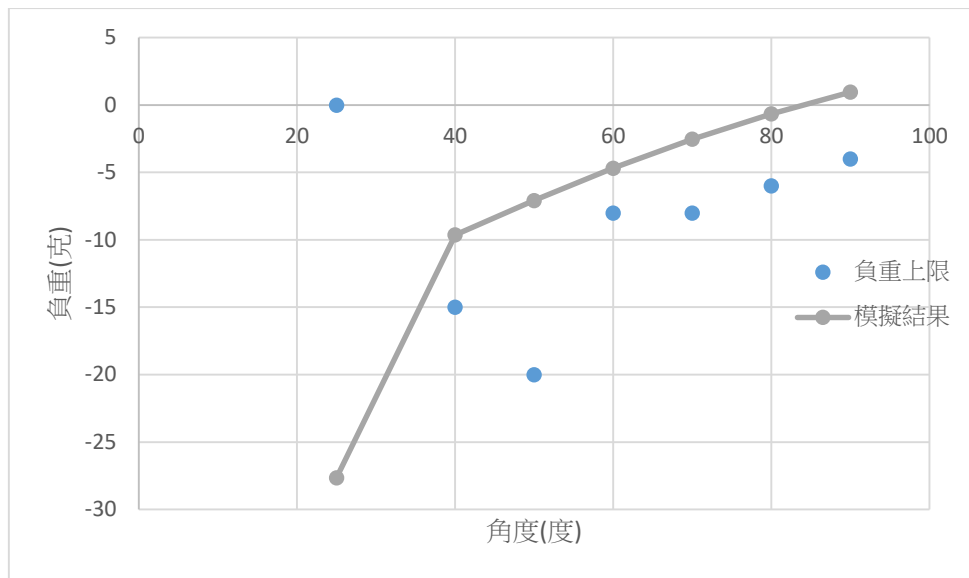


圖二十五 實驗數據與模擬結果(bx=4, by=2, cx=9, cy=0) (資料來源：研究者自行製作)

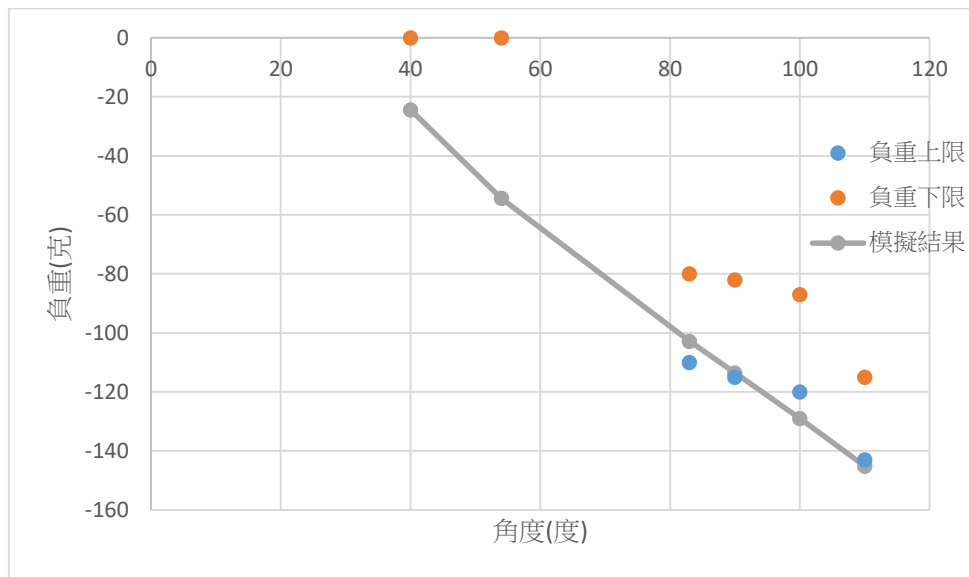


圖二十六 實驗數據與模擬結果(bx=4, by=2, cx=9, cy=0, dx=11, dy=2)

(資料來源：研究者自行製作)



圖二十七 實驗數據與模擬結果($bx=4$, $by=0$, $cx=9$, $cy=0$) (資料來源：研究者自行製作)



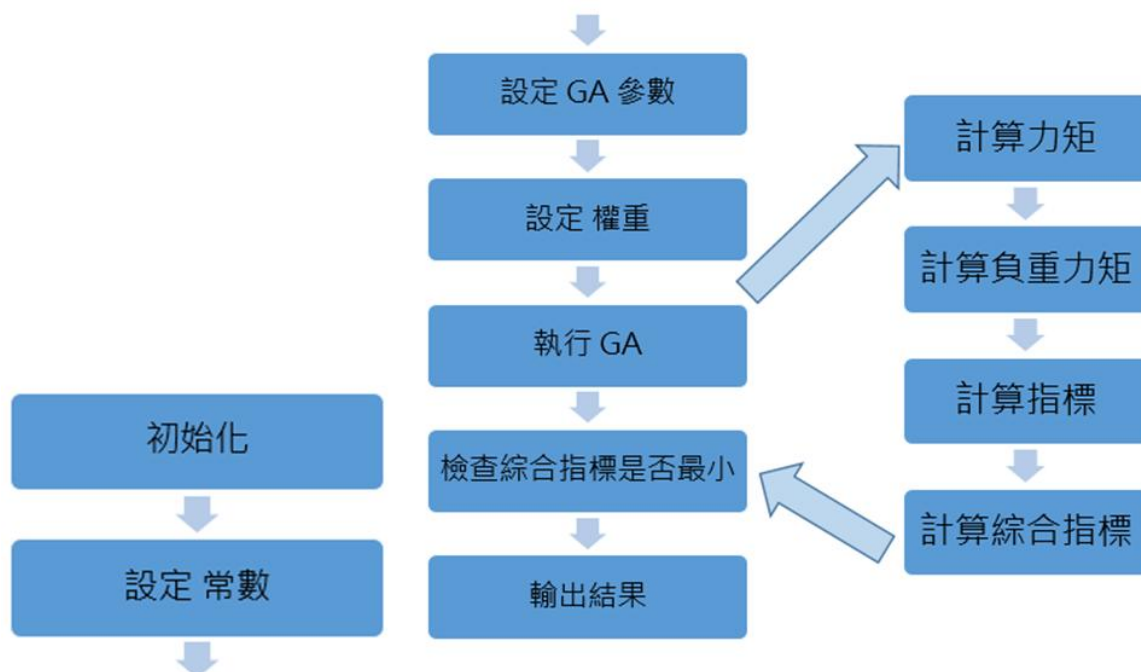
圖二十八 實驗數據與模擬結果($bx=4$, $by=0$, $cx=9$, $cy=0$, $dx=11$, $dy=2$)

(資料來源：研究者自行製作)

二、輔助設計程式

(一) 程式流程圖

圖二十九為程式內的架構，本程式首先進行初始化並設定常數，確保系統的基本參數已準備好。接著，設定遺傳算法的參數（如種群大小、交叉率、變異率等）以及權重，這些設定將影響優化的方向和結果。在執行遺傳算法時，計算力矩和負重力矩，這些是用於評估個體適應度的關鍵指標。通過計算這些指標，進一步計算綜合指標，用於判斷當前解的優劣。接著，檢查綜合指標是否達到最小值，如果未達到，則返回繼續執行遺傳算法進行迭代優化；如果已達到最小值，則表示找到最佳解，流程結束並輸出結果。此流程結合了遺傳算法的隨機搜索特性與力矩計算的物理約束，適用於需要多目標優化的問題，如機械設計或結構優化。



圖二十九 程式運作流程圖（資料來源：研究者自行製作）

(二) 操作步驟說明

1. 依需求設定運轉角度區間
2. 依設備規格設定基本參數
3. 依需求設定橡皮筋固定點參數範圍

4. 設定權重
5. 點擊執行
6. 確認執行結果
7. 若執行結果與需求不符，則重複步驟 4-6

圖三十為有關連桿活動範圍、橡皮筋彈力特性及相關測量的參數設定程式碼。其中，t 代表連桿活動的角度範圍；L0 是橡皮筋的自然長度；單位長則是一個可自訂的長度單位，在此研究中設定為 1.27 公分（半英寸），且所有相關單位都需保持一致。k 為彈力常數，單位是公克/單位長；a 是固定桿的單位長度。Mass 是指點桿呈 90 度時所需的平衡力，單位為公克。最後，Bar 則是用於測量平衡力矩的桿子長度。此外，變數的設計範圍及其上下限可依使用者設備限制來設定，例如本研究中變數設計範圍的下限與上限皆設定在 0 到 20 之間。

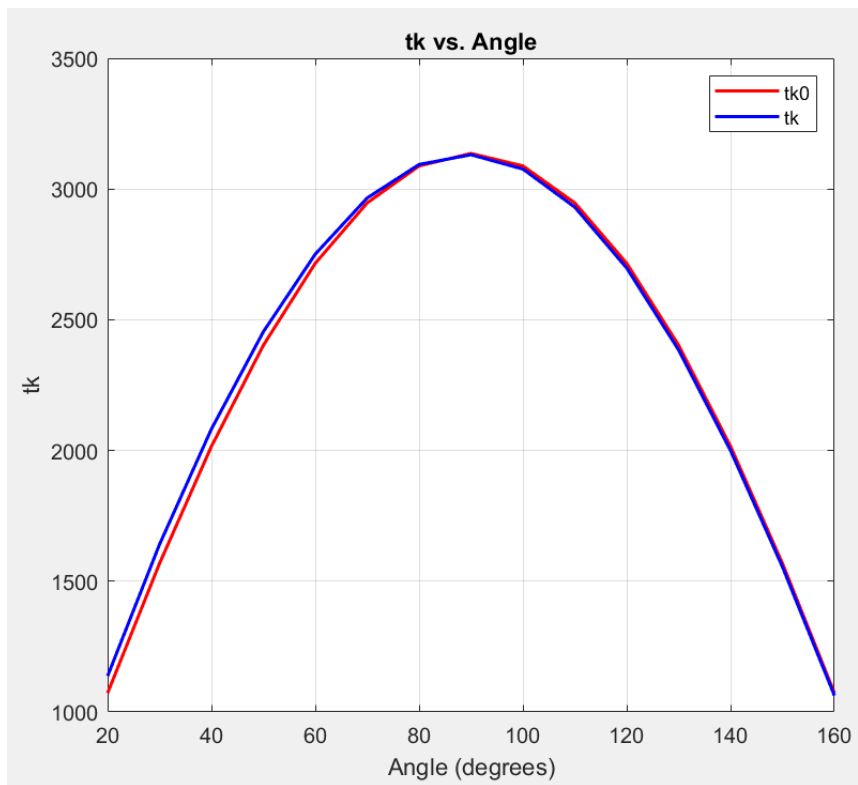
```

4      % 角度範圍(始:間距:終)
5      t = 20:10:160;
6
7      % 基本參數
8      L0 = 14.33; % 自然長度
9
10     k = zeros(1, length(t));% 彈力常數宣告
11     g = zeros(1, length(t));%伸長量補償常數宣告
12
13     r1=1.73;%第一段橡皮筋適用長度
14     k1=61.06;% 彈力常數
15     g1=0;%伸長量補償常數
16
17     r2=5.67;%第二段橡皮筋適用長度
18     k2=25.28;% 彈力常數
19     g2=58.44;%伸長量補償常數
20
21     k3=12.79;%第三段彈力常數
22     g3=137.6;%伸長量補償常數
23
24     a = 14;%固定桿上兩旋轉軸距離
25
26     mass = 196;%90度時連桿測得垂直力
27     bar = 16;%90度時連桿測得垂直力之力臂
28
29     % 限制固定點間距(bx,by,cx,cy,dx,dy)
30     steps = [1, 2, 1, 2, 1, 2];
31
32     % 限制固定點區間
33     real_lb = [3, 0, 3, 0, 3, 0]; %下限
34     real_ub = [15, 2, 15, 0, 15, 2]; %上限
35
36     % 對應 GA 中的整數範圍 (以間距為單位)
37     lb = zeros(1, 6);
38     ub = floor((real_ub - real_lb) ./ steps);
39
40     % 整數限制變數
41     IntCon = 1:6;
42
43     % 權重設定
44     w1 = 0.65; % Integrated |Gap| 權重
45     w2 = 0.1; % gap_diff_max 權重
46     w3 = 0.1; % gap_range 權重
47     w4 = 0.05; % x 權重
48     w5 = 0.1; % |bx| + |by| + |cx| + |cy| + |dx| + |dy| 權重
49
50     % 適應度函數
51     fitnessFunction = @(param) compute_fitness(param, t, L0,
52         w1, w2, w3, w4, w5, r1, k1, g1, r2, k2, g2, k3, g3);
53
54     % 設定 GA 參數
55     options = optimoptions('ga', ...
56         'PopulationSize', 100, ...
57         'MaxGenerations', 100, ...
58         'CrossoverFraction', 0.8, ...
59         'MutationFcn', @mutationadaptfeasible, ...
60         'Display', 'iter', ...
61         'PlotFcn'. @gap_plot);

```

圖三十 連桿活動範圍、橡皮筋彈力特性及相關測量的參數設定程式碼

(資料來源：研究者自行製作)



最佳化後指標: Integrated_Gap=23.20, gap_diff_max=24.07, gap_range=24.76, param_sum=25.2',
 , param_sum=最佳變數組合 (還原後):

6 0 9 0 3 0

圖三十一 運行結果圖 (資料來源: 研究者自行製作)

伍、討論

- 一、在測量橡皮筋彈力常數時我們發現，伸長量與力的關係並非成線性，而是成曲線，所以我們將程式中伸長量與力的關係的表達改為三段折線用以修正，使模型更加貼近現實。
- 二、以實驗驗證模型時，我們發現摩擦力會使測量結果落於一定區間內，而這現象是由兩相反之最大靜摩擦力造成的，因此我們將測量目標改為，同角度下連桿往相異方向恰動時彈簧秤刻度，則若模型正確，模擬得出的數據應位於測量結果之中，由資料中可判斷，我們的模型正確。
- 三、在以實驗驗證輔助設計程式中，我們發現得出的設計確實符合需求，同時得出的設計 B 點 D 點為兩相異點，這說明了，三點式比兩點式優。
- 四、本研究之輔助設計程式具有，操作簡單、表現可視化、減少時間成本、靈活性高，可根據任務目標調整權重等優勢。

陸、結論

- 一、本研究透過建立物理模型，運用演算法，成功設計出極具實用價值的橡皮筋平行四連桿輔助設計程式。
- 二、透過綜合指標對兩點式與三點式的表現進行量化，得出三點式優於兩點式。
- 三、使用者只須在介面輸入所要求，即可得到最佳組合，展現了易上手的優點。
- 四、此研究所探討之技術，有省力節能的作用，極具應用價值。
- 五、未來可以將轉動慣量、摩擦力，納入研究使其更加貼近現實，並將研究推廣至任意四連桿。

柒、參考文獻

- [1] K. Mitkutė. (2017). Paslankaus Mechanizmo Lanksčių Jungčių Deformacijų Analizė. *Kauno Technologijos Universitetas | KTU*. <https://epubl.ktu.edu/object/elaba:22875838/22875838.pdf>
- [2] A. A. AbdulHamed, M. A. Tawfeek, and A. E. Keshk, “A genetic algorithm for service flow management with budget constraint in heterogeneous computing,” *Future Computing and Informatics Journal*, Vol. 3, Issue 2, pp. 341-347, 2018. doi: 10.1016/j.fcij.2018.10.004.

【評語】 052302

1. 作品有對過去相關研究進行了解，發現現有設計多依賴經驗與試錯法，缺乏系統化之設計方法，所以開發橡皮筋平行四連桿輔助設計程式，能提升機構設計效率與準確性，值得鼓勵。
2. 目前實驗已證明模型的可行性，若未來能加入更多具代表性的應用案例，例如模擬實際機器人行走操作過程，凸顯本研究在工程應用中的效益。
3. 模型建構與力矩分析邏輯清楚，未來可深入考慮動慣量、摩擦、材料疲勞等因素之影響。

作品海報

橡皮筋平行四連桿

輔助設計程式開發與研究

摘要

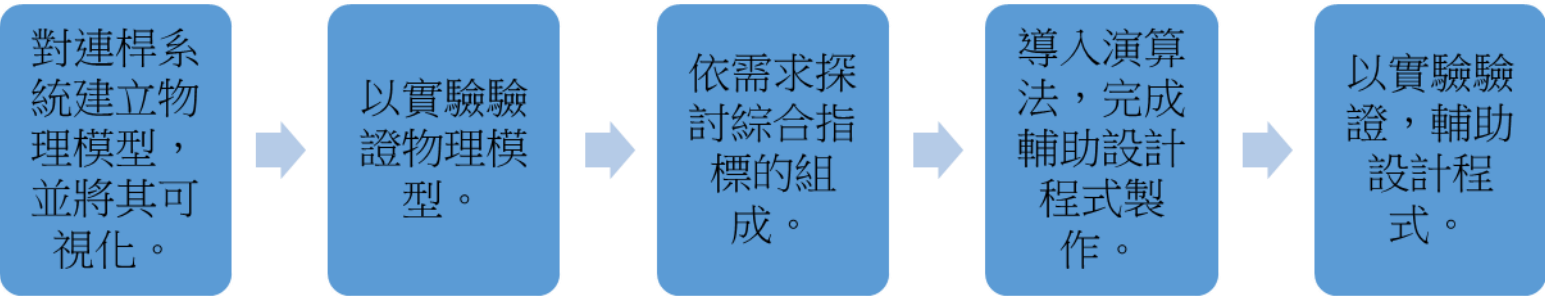
本研究針對平行四連桿機構設計，開發一套高直觀性的橡皮筋輔助設計程式，以提升設計效率與準確性。透過建立施力模型並以實驗修正彈力常數的非線性行為，提升分析準確度；同時引入綜合性能指標與基因演算法，搜尋最佳橡皮筋掛置參數。實驗結果顯示，系統可有效找出最佳掛點，抵銷高達 99%連桿所需做功，展現高度節能潛力。未來將進一步納入轉動慣量與摩擦力，擴展至其他四連桿設計，提供更全面的節能解決方案。

研究動機

我是一位機器人選手，每年比賽中舉起負重是最常見的問題之一，由於比賽對於馬達的數量及功率皆有限制，因此我們需要透過設計機構來避免動力的浪費。最常見的解決方式是將手臂設計成平行四連趕，並透過掛載橡皮筋的方式，使馬達負載減小。

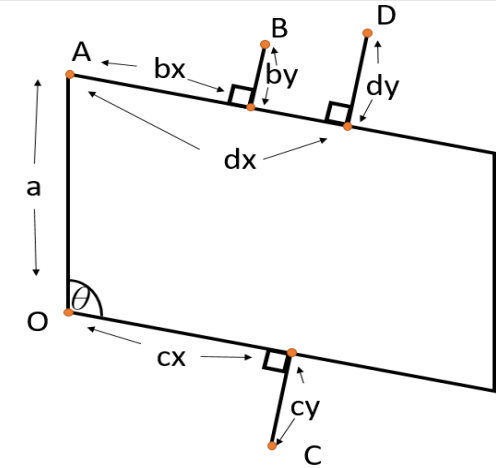
在以往如何決定掛載橡皮筋的位置，是由經驗去決定的，進一步查找資料發現，沒人針對這方面進行研究，於是我想製作一個皮筋平行四連桿輔助程式，讓日後搭建機構時，可以快速的設計出最佳方案。

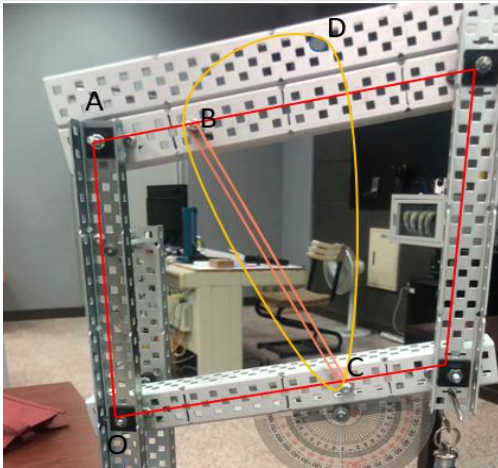
研究架構



研究過程及方法

器材與參數示意圖



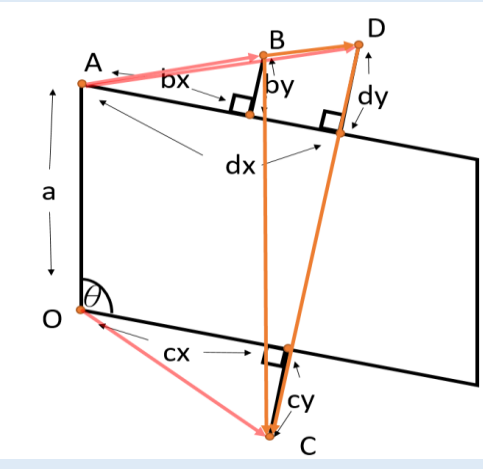


兩點式時橡皮筋掛於 B、C，三點式時橡皮筋掛於 B、C、D，兩點式也可視為 B 與 D 重合的三點式。

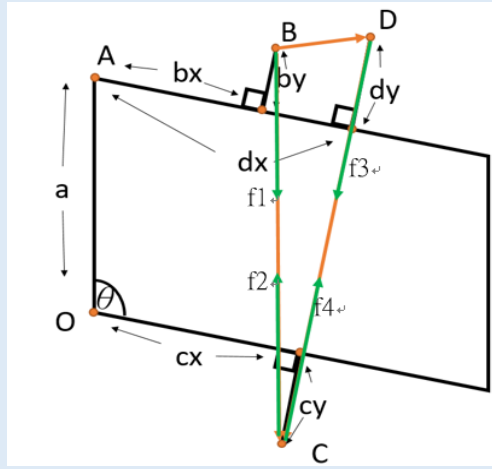
同時，角度為 90 度時，可視為直角坐標。

物理模型建立

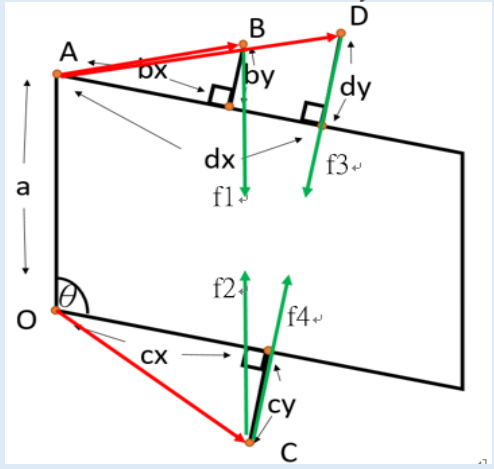
1 表達 BC 和 BD 和 DC 向量

$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$$
$$\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$
$$\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$$


2 以橡皮筋位置向量為方向向量，計算彈力向量。

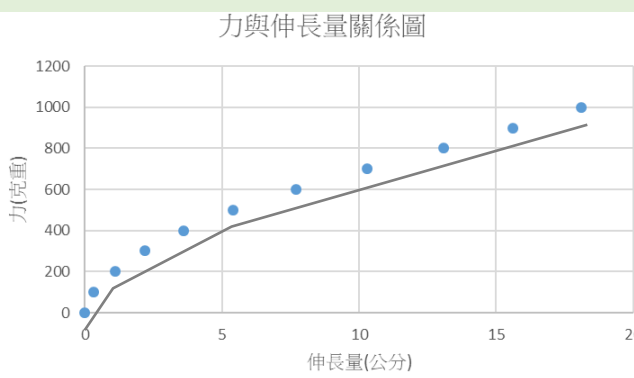
$$\overrightarrow{f1} = k \times \frac{x}{|BC|} \overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{f2} = -\overrightarrow{f1}$$


3 透過外積計算力矩

$$ABcrossf1 = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{f1}$$
$$OCcrossf2 = \overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{f2}$$
$$ABcrossf3 = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{f3}$$
$$OCcrossf4 = \overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{f4}$$


彈力修正

在測量橡皮筋彈力常數時我們發現，伸長量與力的關係並非成線性，而是成曲線，所以我們將程式中伸長量與力的關係的表達改為三段折線用以修正。

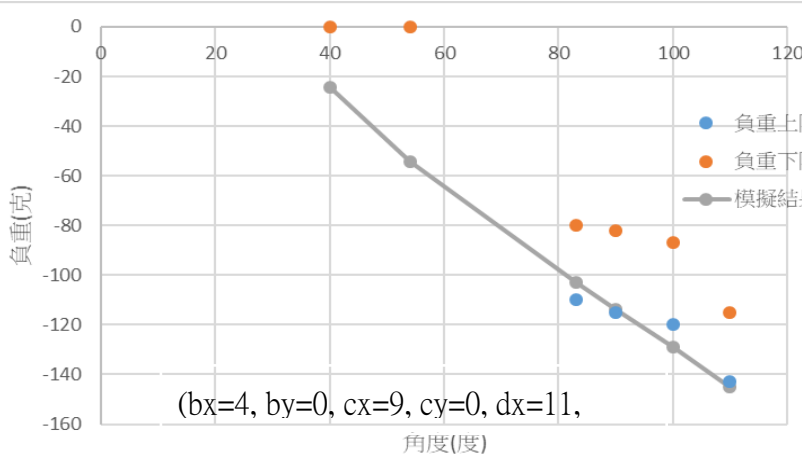
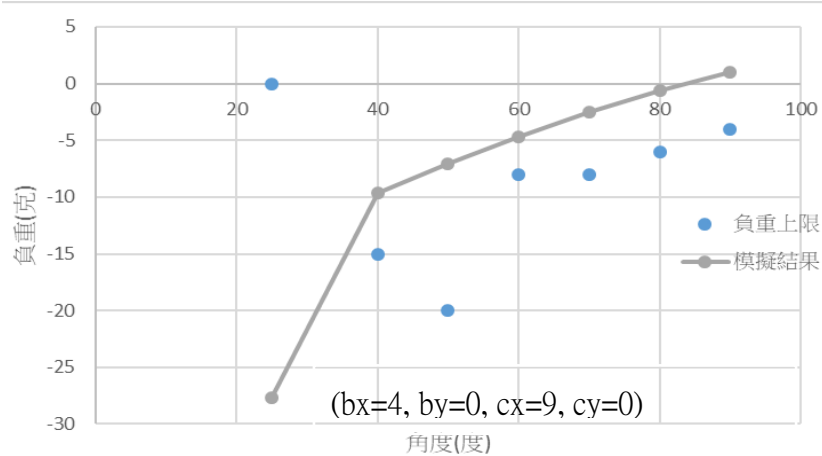
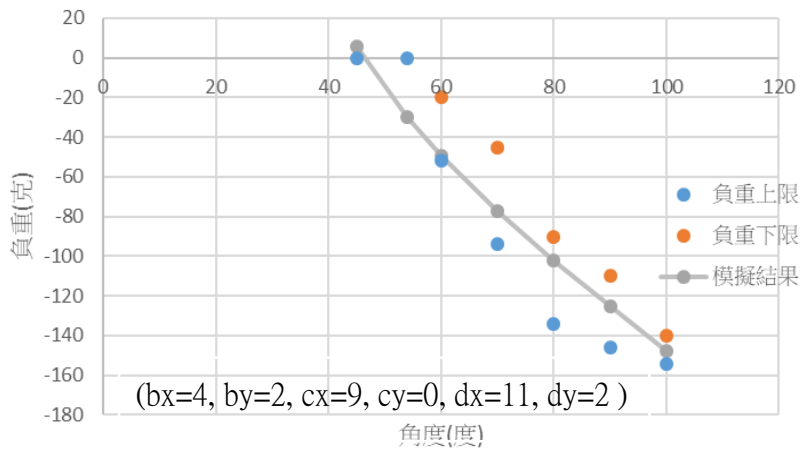
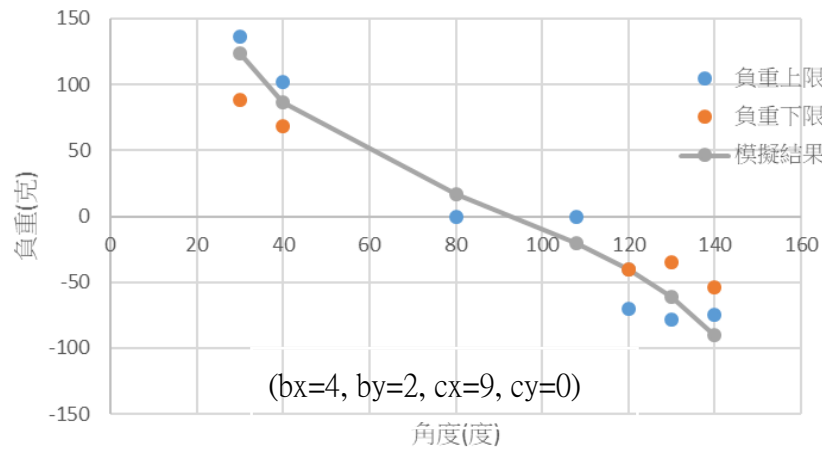


```
%修正彈力
k(x1 < r1) = k1;
g(x1 < r1) = g1;

k(x1 >= r1 & x1 < r2) = k2;
g(x1 >= r1 & x1 < r2) = g2;

k(x1 >= r2) = k3;
g(x1 >= r2) = g3;
```

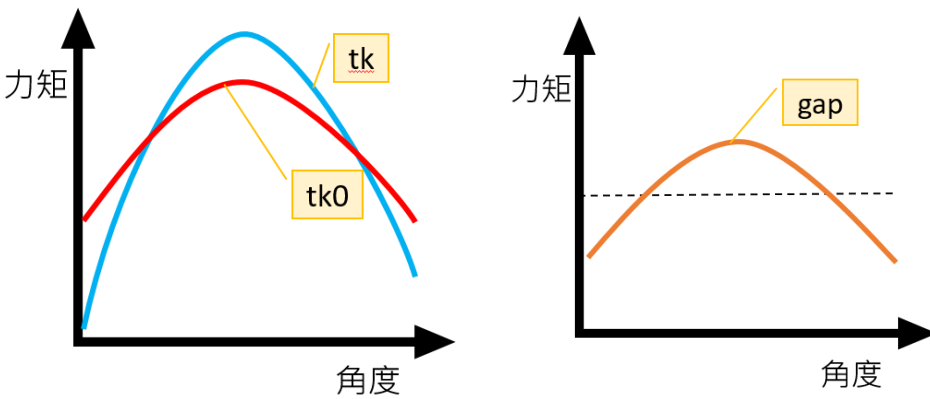
模型驗證



探討綜合指標的組成

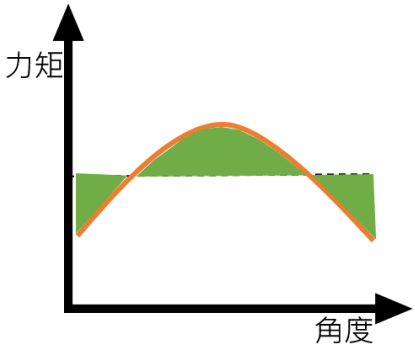
為了評估在不同參數下平行四連桿的表現，所以我們建立各項指標。我們認為各項指標皆需符合，追求系統穩定，有實際的物理意義。以下是關於各項指標的討論。

首先我們設立參數 mass、bar，用來計算負重力矩函數 tk0，再定義函數 gap 為 tk(合力矩)-tk0，用以表達旋轉連桿時所需輸出的力矩。



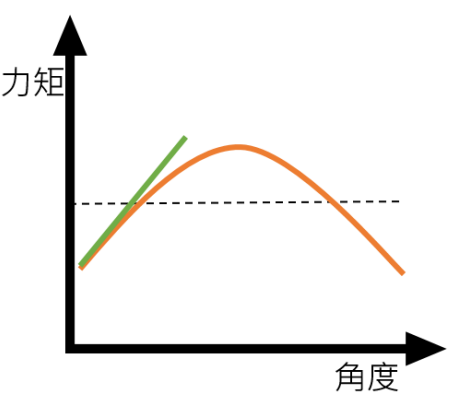
1 Integrated_Gap (對 gap 絕對值進行積分)

此指標的物理意義為等角速度旋轉連桿所需的功，同時藉由取絕對值進行積分求最小值使系統穩定。



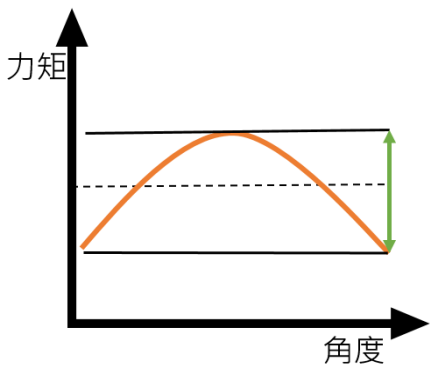
2 gap_diff_max(對 gap 進行求導取最大值)

此指標的物理意義為等角速度旋轉連桿所需的力矩增加率，求最小值可使系統較易控制且穩定。



3 gap_range(gap 的最大值與最小值相減)

此指標的物理意義為等角速度旋轉連桿所需的最大最小力矩，求最小值可便於選擇旋轉馬達的規格，使系統穩定。



4 x_max(橡皮筋的最大變形量)

此指標的物理意義為旋轉連趕過程中橡皮筋的最大變形量，求最小值可便於選擇橡皮筋的規格。

5 sum_abs_params (|bx| + |by| + |cx| + |cy|)

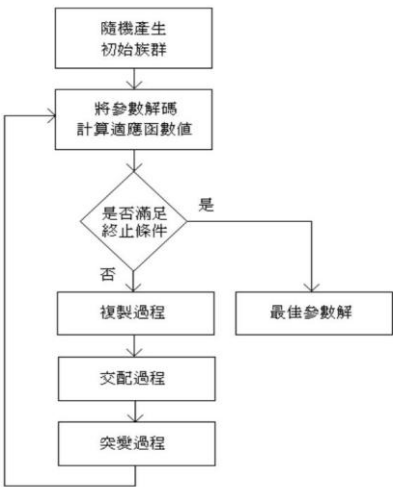
此指標的物理意義為連趕建構橡皮筋吊掛點所需的總長，求最小值可減小機構所需空間。

導入演算法

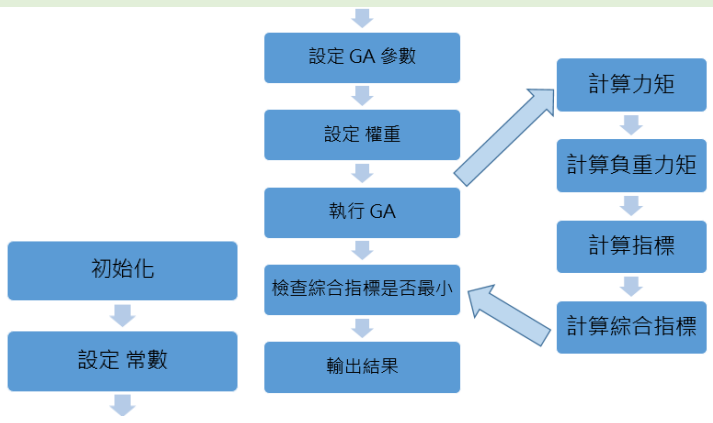
因為遍歷所有可能會使運算規模過於龐大(160,000 次)，所以藉由基因演算法降低尋找數值最佳的綜合指標。由於各項指標所屬數量級有所落差，所以要先進行歸一化，再將各項指標乘以其權重，再進行加總成為綜合指標。

基因演算法選擇

基因演算法最初是借鑑了進化生物學中遺傳、突變、自然選擇等現象設計而成的，能夠有效避免傳統梯度法容易陷入的局部最優解，因此我們選擇使用。



程式運作說明



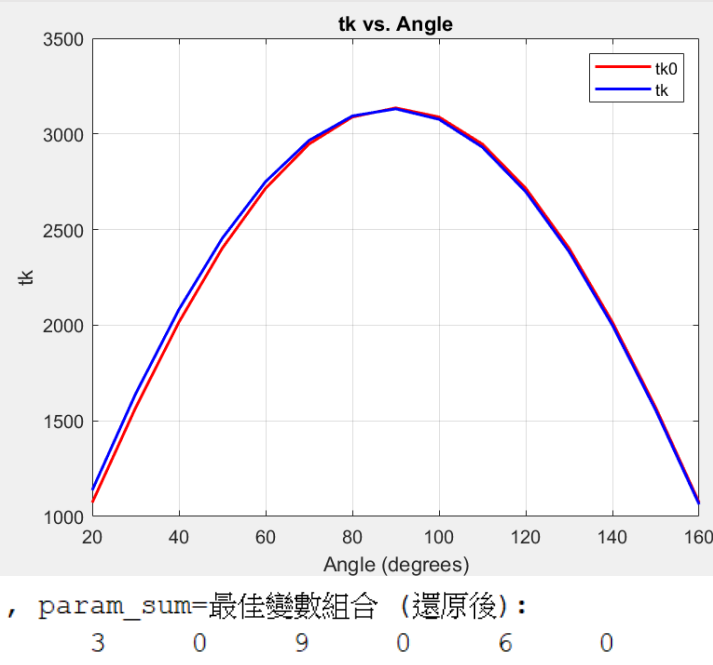
輔助設計程式使用說明與驗證

```
4 % 角度範圍(始:間距:終)
5 t = 20:10:160;
6
7 % 基本參數
8 L0 = 14.33; % 自然長度
9
10 k = zeros(1, length(t)); % 彈力常數宣告
11 g = zeros(1, length(t)); % 伸長量補償常數宣告
12
13 r1=1.73; % 參數適用橡皮筋長度第一段
14 k1=61.06; % 彈力常數
15 g1=0; % 伸長量補償常數
16
17 r2=5.67; % 參數適用橡皮筋長度第二段
18 k2=25.28;
19 g2=58.44;
20
21 k3=12.79;
22 g3=137.6;
23
24 a = 14;
25
26 mass = 196; % 90度時連桿測得垂直力
27 bar = 16; % 90度時連桿測得垂直力之力臂
28
29 % 固定點變數間距 (bx,by,cx,cy,dx,dy)
30 steps = [1, 2, 1, 2, 1, 2];
31
32 % 固定點範圍上下限
33 real_lb = [3, 0, 3, 0, 3, 0];
34 real_ub = [15, 2, 15, 0, 15, 2];
35
36 % 對應 GA 中的整數範圍 (以間距為單位)
37 lb = zeros(1, 6);
38 ub = floor((real_ub - real_lb) ./ steps);
39
40 % 整數限制變數
41 IntCon = 1:6;
42
43 % 權重設定
44 w1 = 0.65; % Integrated [Gap] 權重
45 w2 = 0.1; % gap_diff_max 權重
46 w3 = 0.1; % gap_range 權重
47 w4 = 0.05; % x 權重
48 w5 = 0.1; % |bx| + |by| + |cx| + |cy| + |
```

1 調整參數

2 執行

3 察看結果



討論

- 一、在測量橡皮筋彈力常數時我們發現，伸長量與力的關係並非成線性，而是成曲線，所以我們將程式中伸長量與力的關係的表達改為三段折線用以修正，使模型更加貼近現實。
- 二、以實驗驗證模型時，我們發現摩擦力會使測量結果落於一定區間內，而這現象是由兩相反之最大靜摩擦力造成的，因此我們將測量目標改為，同角度下連桿往相異方向洽動時彈簧秤刻度，則若模型正確，模擬得出的數據應位於測量結果之中，由資料中可判斷，我們的模型正確。
- 三、本研究之輔助設計程式具有，操作簡單、表現可視化、減少時間成本、靈活性高，可根據任務目標調整權重等優勢。

未來展望

未來可以將轉動慣量、摩擦力，納入研究使其更加貼近現實，並將研究推廣至任意四連桿。

結論

- 一、本研究透過建立物理模型，運用演算法，成功設計出極具實用價值的橡皮筋平行四連桿輔助設計程式。
- 二、透過綜合指標對兩點式與三點式的表現進行比較，得出三點式優於兩點式。
- 三、使用者只須在介面輸入所要求，即可得到最佳組合，展現了易上手的優點。
- 四、此研究所探討之技術，有省力節能的作用，極具應用價值，例如無動力人體外骨骼。

以上圖表皆為作者製作