

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

051818

照妖鏡下的波濤洶湧

學校名稱：臺北市立中山女子高級中學

作者：	指導老師：
高二 劉卓言	林子立

關鍵詞：紋影、幾何光學、程式碼分析

照妖鏡下的波濤洶湧

摘要

本作品藉由邊界層氣流下手，主要探究邊界層層流區之平均厚度（ δ ）對平面介面粗糙度（Ra）的變異程度（ σ ），並找到 Ra、雷諾數（Re）對 σ 的預測公式，讓 σ 的研究更實用。不同於多數研究邊界層氣流的作品採用導入煙霧的方式，通過煙霧的運動軌跡了解氣流的模式、結構。本作品在捕捉邊界層氣流時採用紋影技術，且在分析時結合紋影技術讓氣流可視化的特色使用圖像化代碼進行分析，不僅可以研究低流速、小尺度的邊界層氣流，也可以比擬更真實的空氣環境，亦是提供研究邊界層新的想法。

研究結果發現 Ra 與 Re 共同影響 σ ，且 σ 與 Ra 呈正相關，並有開口向下的二次多項式之趨勢； σ 與 Re 呈負相關推測與流速越大導致邊界層厚度變薄有關。

壹、前言

一、研究動機

紋影是將空氣膨脹、收縮等氣流擾動可視化的技術，藉著這項技術的幫助，我們能夠將抽象的氣流變化轉變為直接的圖像，對於研究流體力學、球類表面材質取用具有極大的幫助。因此在我成功了掌握這項技術時，我立刻開展有關界面材質的研究，而其中更以粗糙度對氣流的影響最重要，介面的粗糙程度會決定氣流的平穩性。所以我想探究其對邊界層層流區之平均厚度的變異程度。並且因為紋影影像的氣流可視化特性而聯想到利用圖像程式碼進行分析，讓整體實驗分析更方便。

二、研究目的

- (一) Ra 對邊界層層流區之平均厚度的變異程度
- (二) 找到 Ra、Re 對 σ 的預測公式

三、文獻回顧

- (一) 紋影技術：

紋影技術為一種光學測量技術，可用來可視化透明介質中的密度變化。其基本原理是利用光線在不同密度的介質中發生折射，當介質中產生擾動或密度

變化時，光線穿過此密度不均勻的區域，並發生肉眼難以觀察到的偏折，隨後經過刀片或濾光片過濾掉部分折射光線使影像中出現明暗對比，將介質中產生的密度變化用明暗對比可視化出來。(圖一)即是紋影影像的實際畫面。



(圖一 紋影影像實際畫面 來源：作者自製)

(二) 邊界層氣流

邊界層是流體在固體表面附近，由於黏性作用而形成的速度梯度區域。在邊界層內，流體的速度會從介面表面處的零速（固體表面存在的無滑移邊界條件）逐漸增加，直到接近無黏性的自由流速，而邊界層氣流也依據流體流動特徵分為三區：層流區、過渡區、絮流區。

在趨勢上，邊界層氣流的厚度會隨著流動距離的增加而逐漸增加。

細節上，對於速度邊界層的層流區，邊界層厚度 (δ) 可以用 Prandtl 邊界層理論表示為：

$$\delta = \frac{5\sqrt{\nu x}}{u} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$$

(式一 速度邊界層層流厚度公式 來源：網路文獻)

注： ν ：流體的動力粘度， u ：自由流速， x ：距物體表面的距離， Re_x ：雷諾數。

層流區的厚度受粗糙度的影響較小，多是受到流速的影響較大，但粗糙的介

面會給予層流邊界層更大的摩擦力及能量，使它轉化成以下兩種型態：過渡區、絮流區。

過渡區的穩定度不及層流區高，但依然與介面保持一定的黏性，並且持續的接收到來自介面的摩擦力影響，過渡區逐漸的轉化為最後的絮流區。由於位於轉化階段，因此過渡區相較於層流區及絮流區來說厚度變化率較大，流動的狀態也可能來回波動。

絮流區為邊界層氣流的最後階段，並且銜接著自由氣流，因此，此區域的流動狀態最混亂，厚度也最厚。

(三) 自然對流下的邊界層

自然對流下的邊界層流速不及速度邊界層，且氣流能量不及熱邊界層，因此厚度會低於兩者強迫對流的邊界層。因本作品的氣流來源於加熱板造成的上升氣流，且中間路逕經風洞整流，因此給予形成邊界層之氣流強度不大，厚度將較速度邊界層與熱邊界層小 (0.52~0.77mm)。

(四) 雷諾數 (Re)

雷諾數是描述流體流動型態的一個無因次數量，定義為：

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{uL}{\nu}$$

(式二 雷諾數定義公式 來源：網路文獻)

注： u ：特徵速度， ρ ：流體密度， L ：特徵長度， μ ：流體黏度， $\nu = \mu/\rho$ ：運動黏性係數

雷諾數是判斷邊界層階段一個極為重要的指標。當 $Re < 2100$ 時屬於速度剖面為拋物體形狀的層流區；當 $Re > 4000$ 時屬於流動為渦旋狀的絮流區；而過渡區的 Re 介於 2100 到 4000 之間。

(五) 粗糙度定義

砂紙的編號定義為：每 1 英吋平方面積內平均總共有幾目數量的砂礫。而 Ra 是目前最被廣泛使用的粗糙度定義數據，因此我希望用 Ra 作為我們粗

糙度的定義。而 Ra 與砂紙號碼有一經驗公式可參考： $\mathcal{R}a \text{ } (\mu\text{m}) \approx \frac{1000}{N}$

注：Ra 為介面粗糙度；N 為砂紙號碼

本次實驗使用的砂紙號碼	對應 Ra 值(μm)
120	約 8.33
180	約 5.56
220	約 4.63
240	約 4.17
280	約 3.57
400	2.50
600	約 1.67
800	約 1.25
1000	1.00
1200	約 0.83

(表一 本次實驗使用的砂紙號碼對應其 Ra 值 來源：作者自製)

貳、研究設備與器材

一、研究器材

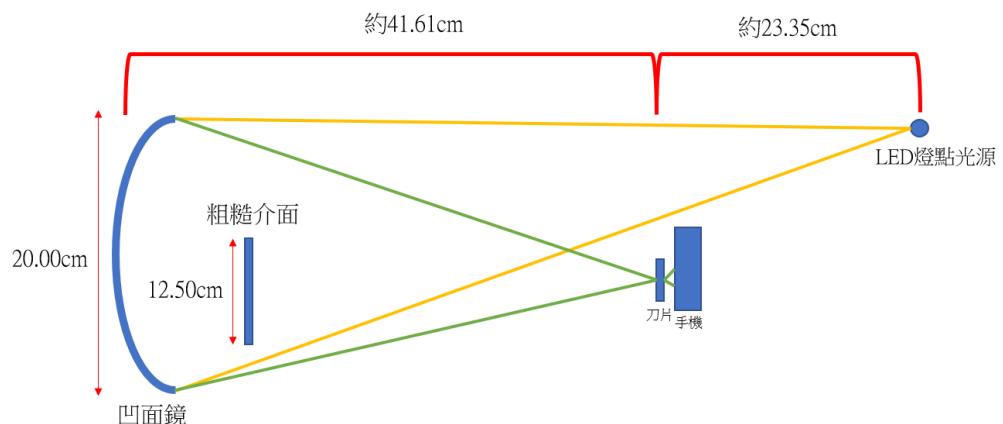
- (一) 紋影設備：凹面鏡、LED 燈、手機、刀片、不透光膠帶
- (二) 氣流製造器材：加熱版、吸管（口徑約 0.5cm）、桌墊、手持風速儀、紙板
- (三) 粗糙介面：紙板（長：12.5cm 寬：8cm 厚：0.5cm）、水砂紙
- (四) 影像及數據分析：Matlab、Excel、canva

二、設備示意圖

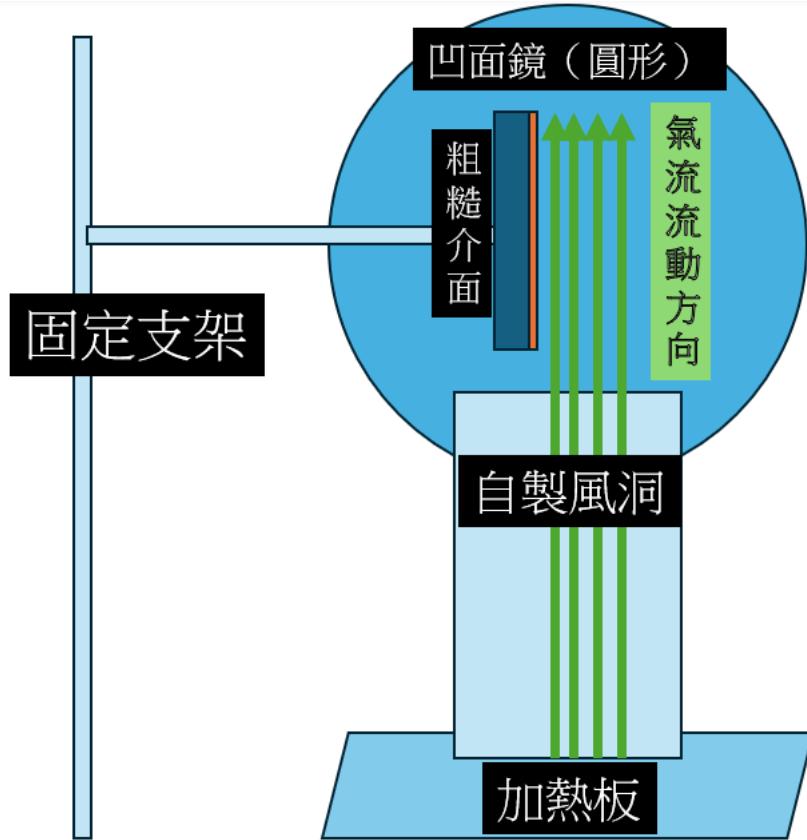
(圖二) 為紋影設備示意圖。構成紋影設備的器材有凹面鏡、刀片、手機及 LED 燈點光源。放置位置亦如(圖二)所示，LED 燈所發散的光線會藉由距離約 64.86cm 的凹面鏡反射，經過粗糙介面反射至距離凹面鏡約 41.61cm 的刀片上，並

且刀片會遮擋一部分光線，而未被刀片遮擋的光線會繼續前進至刀片後方的手機鏡頭中，使手機紀錄到紋影影像。

(圖三) 為邊界層氣流形成之設備示意圖。如圖所示，加熱板所產生的氣流會沿著作者自製風洞平穩的向上流動，形成平穩上升的氣流(如圖三中的綠色箭頭所示)並接觸到垂直風洞設立的粗糙介面，形成邊界層氣流(如圖三中粗糙介面表面上的橘色區塊所示)，而此區塊的氣流擾動造成的空氣密度變化將會被粗糙介面後方的凹面鏡所反射的光線經過並使反射光線產生路徑偏移(如圖二所示)，形成紋影影像被手機紀錄到。



(圖二 紋影設備示意圖 來源：作者自製)



(圖三 邊界層氣流形成之設備示意圖 來源：作者自製)

三、研究設備實際圖

(圖四) 為整體設備的左視圖。亦同 (圖四) 中所標示，從左至右共有三處位置：邊界層氣流形成區、手機及刀片放置區、LED 燈點光源。從圖中可看到邊界層氣流形成區外圍是被紙板包圍住的，架設原因是為了隔絕外界紛擾的雜亂氣流，以確保實驗環境的純粹。紙板所包圍的區域包括前、後、左、右，並且為了記錄紋影影像，我在位於前方的紙板中切割出了一塊長約 12.46cm 寬約 14.65cm 的長方形窗口，讓邊界層氣流能被紋影設備記錄到。

(圖五) 為邊界層氣流形成區內部前視圖。亦如 (圖三) 所示，作者自製風洞上方為一垂直固定的粗糙介面，而加熱板 (圖五中未顯示) 所製成的氣流將會通過作者自製風洞上升，並形成平穩的氣流 (如圖三及圖五的綠色箭頭) 接觸到粗糙介面，形成邊界層氣流。



(圖四 整體實驗設備左視圖 來源：作者自製)



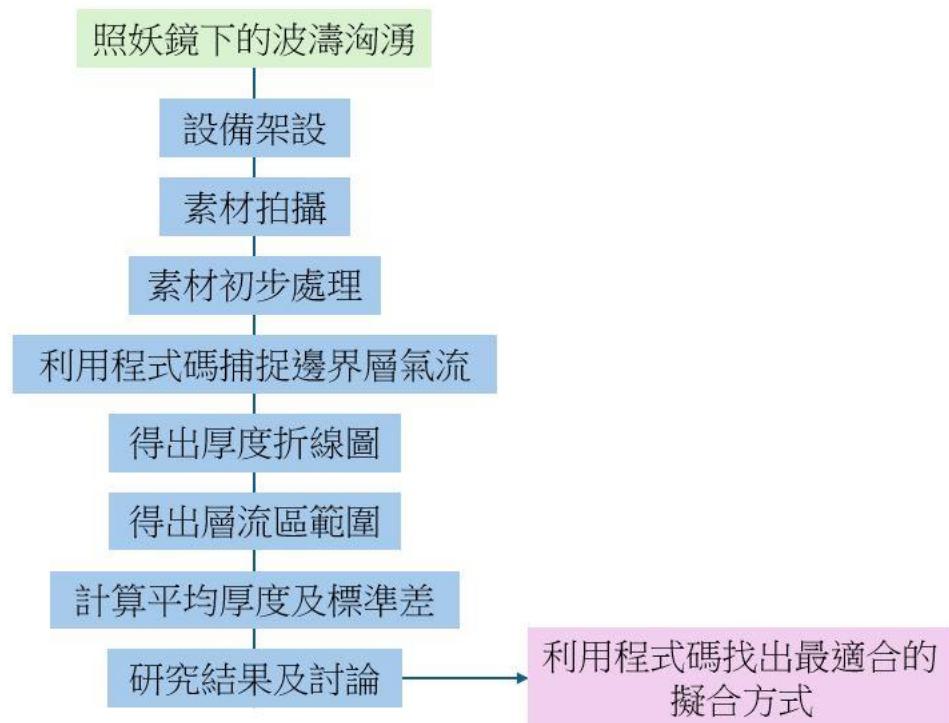
(圖五 邊界層氣流形成區前視圖 來源：作者自製)

參、研究過程或方法

一、研究步驟

(一) 實驗流程圖：

大致實驗流程如（圖六）所示。首先是架設實驗設備（詳見第貳點），接著進行紋影影像的錄製以及對素材進行初步的處理，再來利用程式碼捕捉素材中的邊界層氣流，並提取厚度且繪製折線圖，得出層流區範圍後計算平均厚度並計算標準差，最後進行實驗結果討論及修正。



（圖六 實驗流程圖 來源：作者自製）

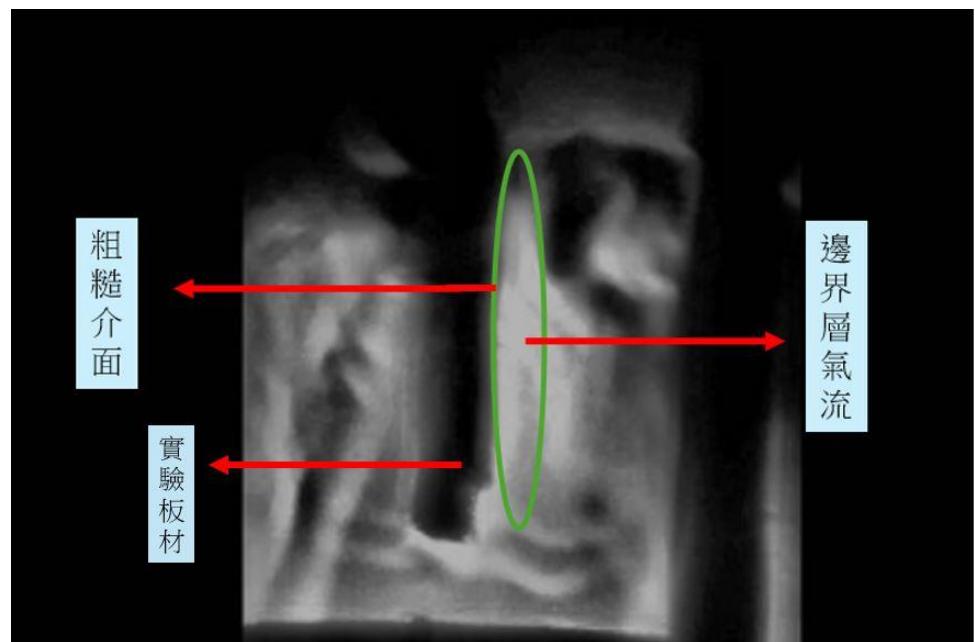
（二）素材拍攝

1. 開啟加熱板並等待溫度穩定，使用手持風速儀放置風洞上方時刻偵測溫度變化，直至氣流溫度穩定為止。本次實驗穩定溫度為 43.6°C。
2. 關閉、遮擋實驗環境日照燈等外在燈光。
3. 開啟 LED 燈，作為點光源來源。
4. 將手持風速儀於風洞上方移除。
5. 確認介面擺放方向為縱向，並垂直風洞出口，以保持氣流流向與介面方向平行。
6. 確認介面確實為正側面面向手機鏡頭，以確保氣流正確貼合介面。

7. 開啟手機錄影功能，持續錄製紋影影像約 15 至 20 分鐘。
8. 實驗者盡量遠離實驗裝置，避免不必要氣流擾動影響。
9. 關閉手機錄影功能，將錄製好的影片作為原始素材上傳至 canva。

(三) 素材初步處理

1. 將原始素材於 canva 中提取最中段的 20 秒，並作為初步第一素材上傳至 Matlab。
2. 使用 Matlab 將第一素材隨機提取 50 個畫面。
3. 將此 50 個畫面進行灰度轉換、提高對比度、建立銳化濾波器等處理，讓畫面中的亮暗對比更加明顯，以便後續步驟地分析。
4. 將經過 3. 處理過的 50 個圖像作為第二素材儲存。如（圖七）



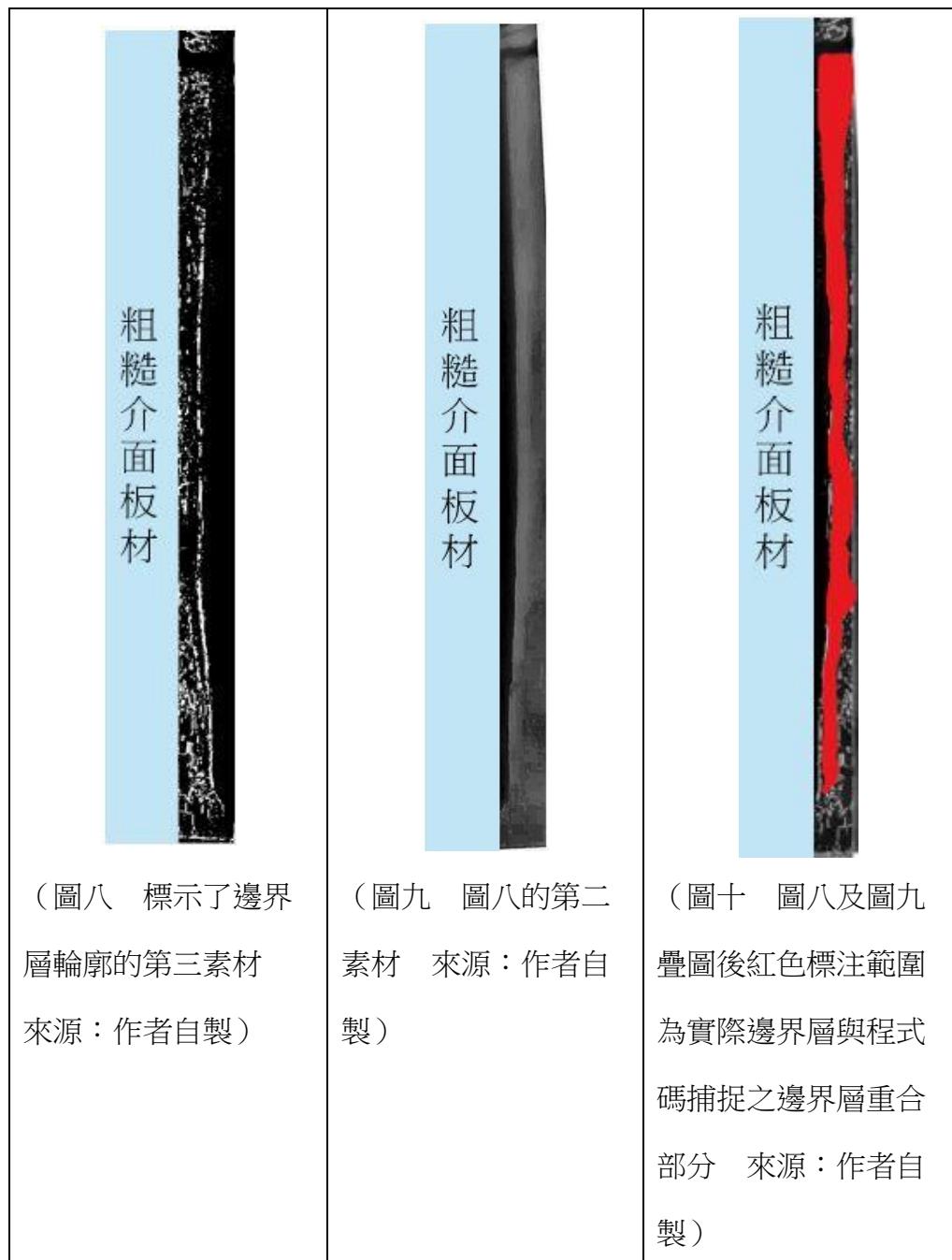
（圖七 第二素材實際圖 來源：作者自製）

(四) 利用程式碼捕捉邊界層氣流

1. 將第二素材裁剪，並將分析範圍鎖定至粗糙介面及其周圍，而非整片凹面鏡所及範圍，並進行自適應直方圖均衡化，使邊界更清晰。
2. 識別第二素材影像中的粗糙介面部分。根據灰度值小於 20 來進行，並生成了一個二值掩碼，表示介面區域。
3. 識別邊界層氣流。首先，使用 Sobel 算子計算圖像的梯度，分別獲得水

平 (grad_x) 和垂直 (grad_y) 方向的邊緣強度。接著，計算邊緣的方向，屏除掉雜亂流向的亂流，只保留穩定流向的邊界層氣流。最後，計算邊緣強度的閾值，並創建一個 boundary_layer_mask，用來標識邊界層區域。

4. 將標示過邊界層區域的圖片作為第三素材並儲存。如（圖八）



(五) 利用程式碼分析邊界層厚度

1. 由於粗糙介面為垂直走向，而邊界層氣流會沿著介面流動。因此提取第三素材的每一列像素，並尋找邊界層的最左邊界和最右邊界，並計算它們之間的距離，將其認定為邊界層的厚度。
2. 計算邊界層總長
3. 將邊界層厚度及其流動距離繪製成折線圖。設定折線圖 Y 軸為邊界層厚度；X 軸為邊界層流動距離。
4. 將真正有效的邊界層氣流範圍中的厚度數值取平均，即可得出平均厚度

二、刀片遮光率訂定

由（圖十一）可看出進光量與紋影影像能見度的關係，其中進光量過多時幾乎無能見度，當刀片擋住一些光線後能見度上升，故調整進光量相當重要。



（圖十一 紋影影像能見度與光進量關係圖 來源：指導老師自製）

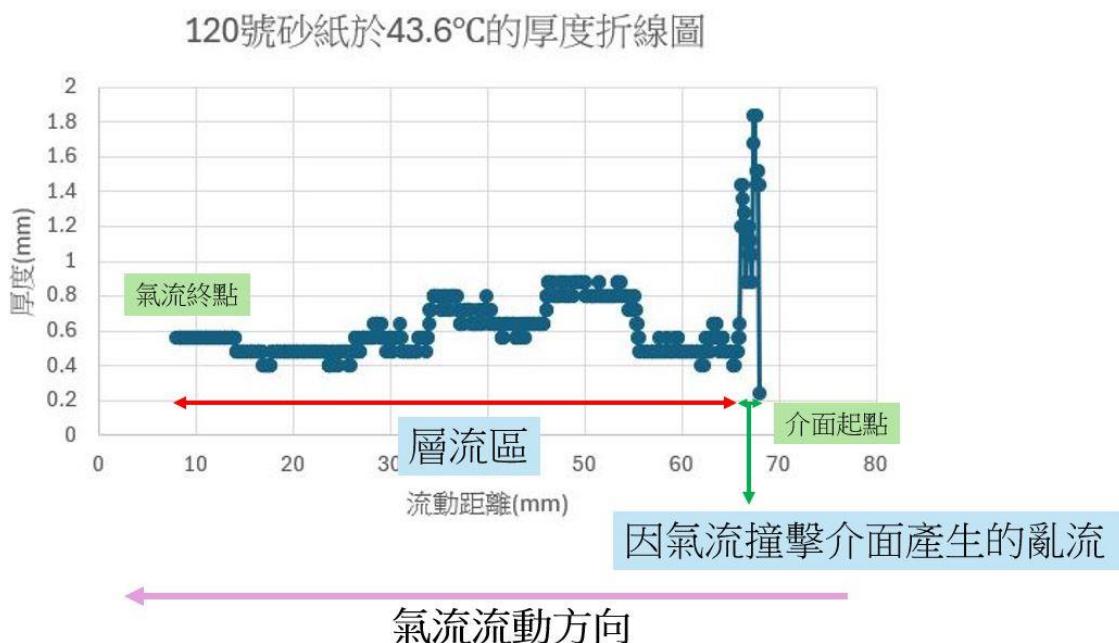
三、光進量的定義

（圖十二）為實際拍攝用手機之鏡頭，經過分別遮擋之後可以判斷，下方的鏡頭為主鏡頭，而上方的鏡頭為副鏡頭。為了最大限度的避免相機對焦失常、不穩定的情況，我將副鏡頭用不透光膠帶全部遮擋，並且用刀片遮擋主鏡頭的一半區域，如此一來，將凹面鏡匯聚的光點集中在主鏡頭的正中央時，即可達到 50%的遮光率，過濾部分折射光線。而此遮光率是目前實驗以來最穩定也最方便操作的遮光率。



(圖十二 實際拍攝鏡頭 來源：作者自製)

四、找到邊界層的層流區



(圖十三 120 號砂紙的厚度直線圖 作者自製)

由（圖十三）可觀察到在介面起點時厚度有明顯的高峯值，這是由於氣流剛與介面接觸，氣流快速衝撞到介面造成結構分裂，所導致的亂流。而隨後，氣流即會沿著介面平穩流動，也就會形成邊界層的層流區。

因此我們研究的範圍即認定為是氣流貼合介面流動的層流區。

五、確認貼合介面的邊界層皆停留在層流層，而不轉換成過渡區或絮流區

由文獻探討可知，藉由雷諾數我們可知邊界層處於的階段。經過計算，我發現即使介面粗糙度不同、層流流動的距離不同、雷諾數不同，每個樣品的雷諾數皆處於層流層 ($Re > 2100$) 的階段。

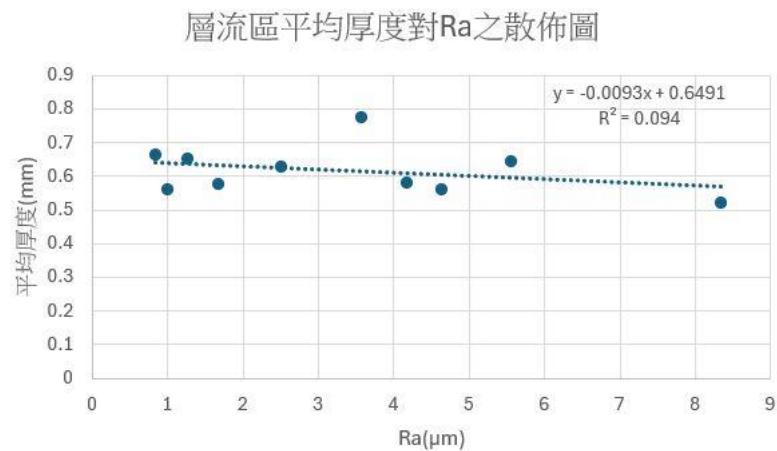
砂紙號碼	Ra (μm)	流動距離 (cm)	雷諾數
120	約 8.33	6.0	468
180	約 5.56	5.8	452
220	約 4.63	5.2	405
240	約 4.17	5.4	421
280	約 3.57	3.3	257
400	約 2.5	5.3	413
600	約 1.67	4.1	319
800	約 1.25	3.1	243
1000	1	5.9	460
1200	約 0.83	4.0	313

(表二 各不同粗糙度樣品的 Ra 與流動距離與雷諾數對照表 來源：作者自製)

肆、研究結果

一、層流區平均厚度與 Ra 之關係

由下圖可知平均厚度與 Ra 的 $R^2 = 0.094$ ，是較低的數值，因此可知層流區的平均厚度較不受 Ra 的影響。此點研究結果也與理論相符，由層流的厚度公式（式一）可知，層流區的厚度以流速決定且呈反比，與粗糙度較無關係。

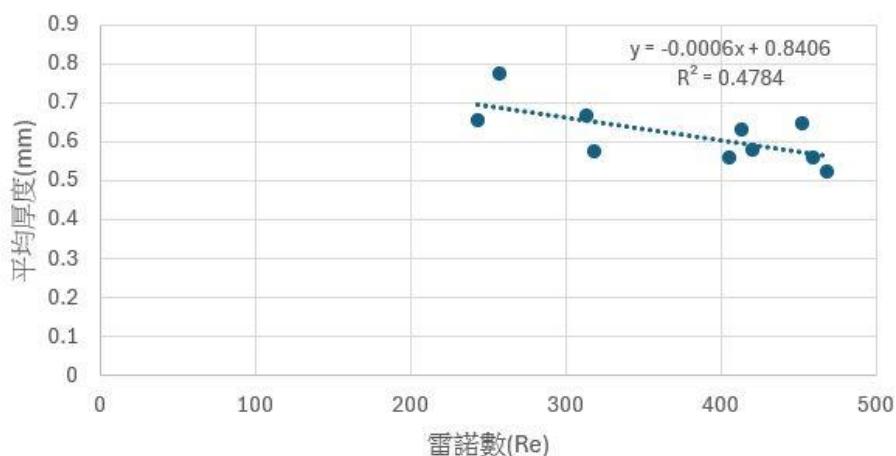


(圖十四 層流區平均厚度對 Ra 之散佈圖)

二、層流區平均厚度與 Re 之關係

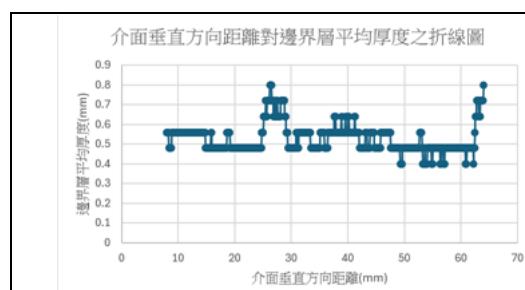
由（式一）可知，層流區的厚度與流速呈反比，而流速與 Re 呈正比，因此雷諾數與層流區的厚度呈反比。下（圖十五）亦顯示研究數據趨勢與理論相符合，Re 與平均厚度呈負相關，並且 $R^2 = 0.4784$ 。

層流區平均厚度對 Re 之散佈圖

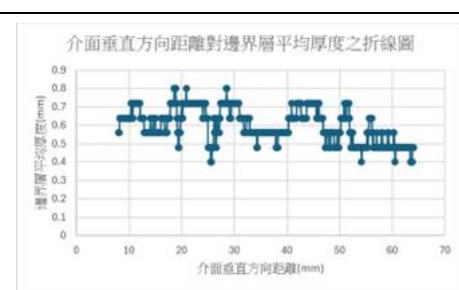


（圖十五 層流區平均厚度對 Re 之散佈圖 來源：作者自製）

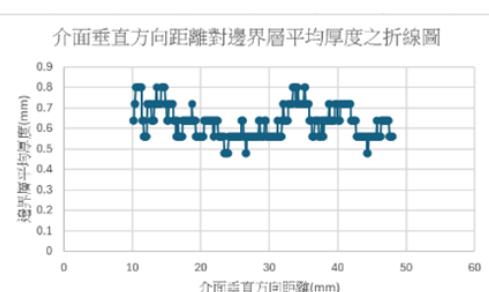
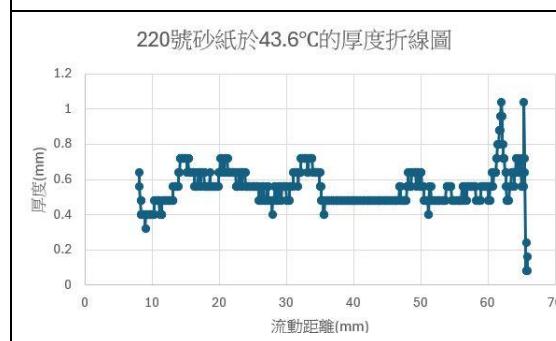
三、邊界層層流區之平均厚度 (δ) 對平面介面粗糙度 (Ra) 的變異程度 (σ)



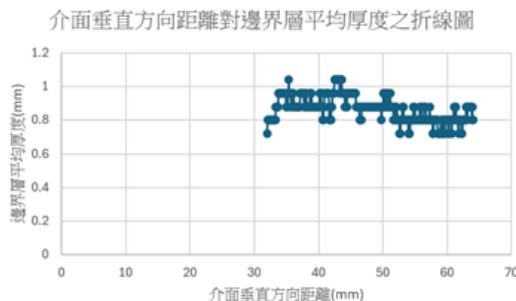
（圖十六 120 號砂紙界面垂直方向對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作者自製）



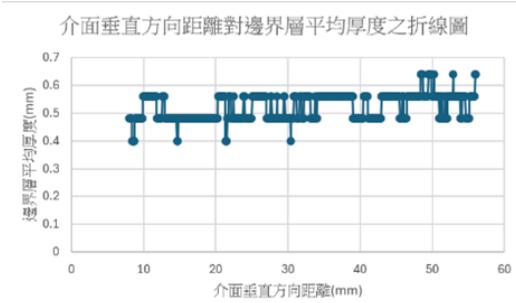
（圖十七 180 號砂紙界面垂直方向對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作者自製）



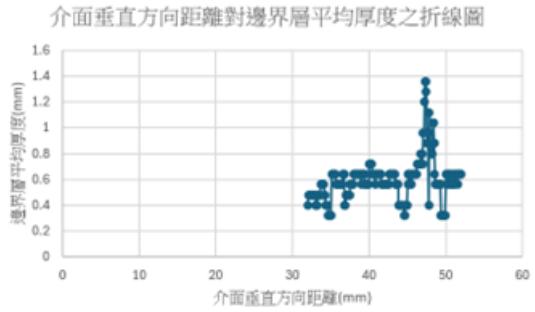
(圖十八 220 號砂紙界面垂直方向對
邊界層平均厚度之折線圖 來源：作者
自製)



(圖二十 280 號砂紙界面垂直方向對
邊界層平均厚度之折線圖 來源：作者
自製)

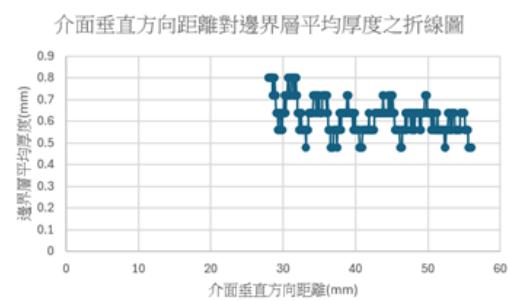


(圖二十二 600 號砂紙界面垂直方向
對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作
者自製)

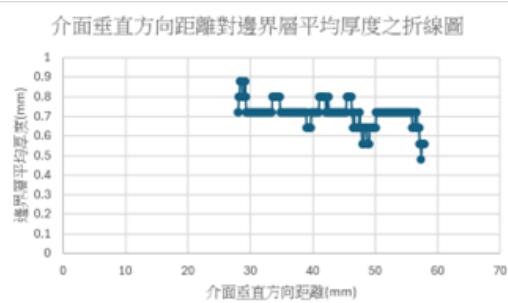


(圖二十四 1000 號砂紙界面垂直方向
對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作
者自製)

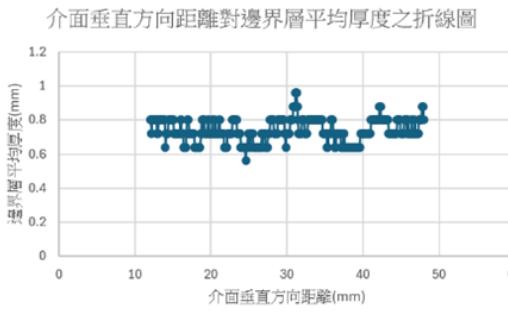
(圖十九 240 號砂紙界面垂直方向對
邊界層平均厚度之折線圖 來源：作者
自製)



(圖二十一 400 號砂紙界面垂直方向
對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作
者自製)



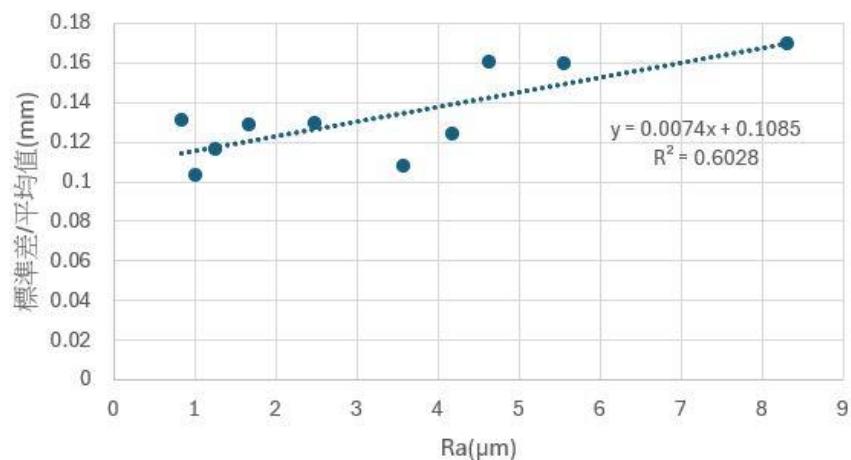
(圖二十三 800 號砂紙界面垂直方向
對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作
者自製)



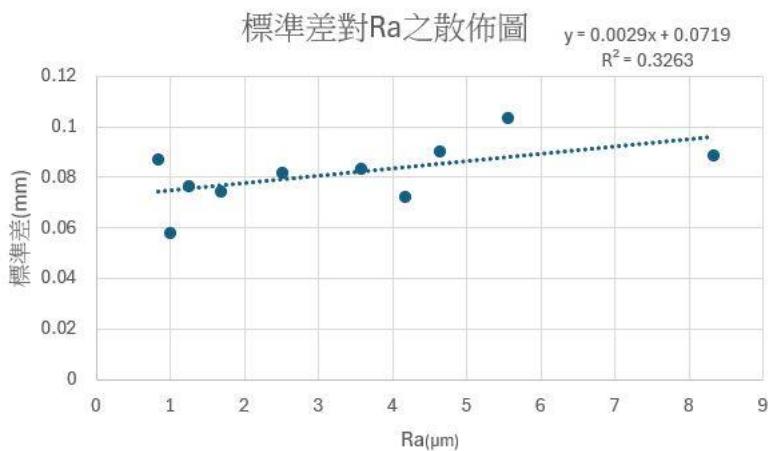
(圖二十五 1200 號砂紙界面垂直方向
對邊界層平均厚度之折線圖 來源：作
者自製)

由上（圖十六）至（圖二十五）可粗略觀察到，隨著砂紙號碼的遞增，層流區的厚度變化亦逐漸平穩。而當我們將變異程度定義為標準差（ σ ）並將其對 Ra 作圖，即可得到下（圖二十六），且由下圖可觀察到，標準差與平均厚度比值對 Ra 呈正相關，且線性關係式為 $y = 0.0074x + 0.1085$ ； $R^2 = 0.6028$ 。根據研究結果一，層流區的厚度幾乎不受 Ra 的影響，因此我們將標準差（ σ ）直接與 Ra 進行作圖並進行線性擬合，即可得到（圖二十七）；再進一步進行二次多項式擬合即可得到（圖二十八），而二次多項式擬合的關係係數較線性擬合的關係係數高，顯示標準差可能與 Ra 有二次多項式趨勢的潛在意義。

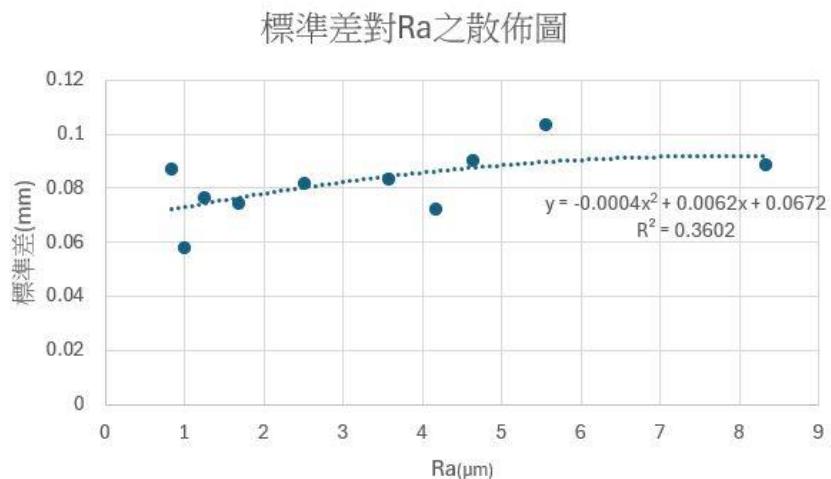
標準差與平均厚度比值對 Ra 之散佈圖



（圖二十六 標準差與平均厚度比值對 Ra 之散佈圖 來源：作者自製）



（圖二十七 標準差對 Ra 之散佈圖——線性擬合 來源：作者自製）



(圖二十八 標準差對 Ra 之散佈圖——二次多項式擬合 來源：作者自製)

四、Ra、雷諾數 (Re) 對 σ 的預測公式

經過程式碼協助計算，可得 Ra、雷諾數 (Re) 對 σ 的預測式子：

$$\sigma = 0.00381 \cdot Ra - 0.00005 \cdot Re + 0.08669; R^2 = 0.4036$$

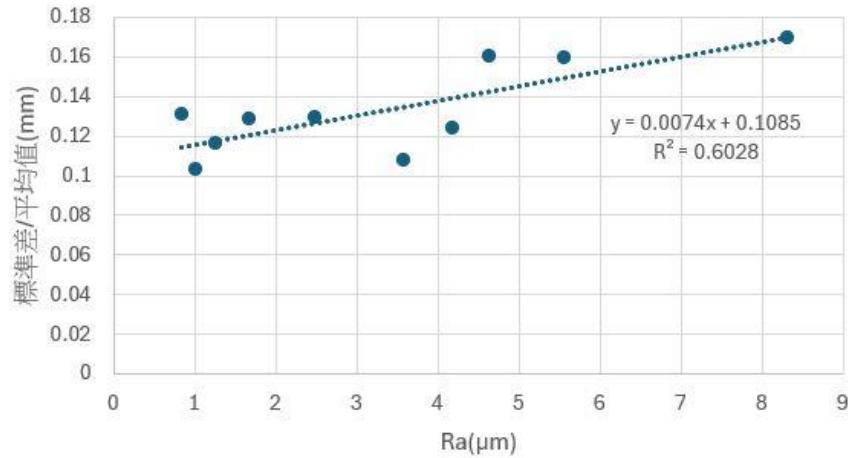
此式子顯示，層流區的厚度變異程度同時受 Ra 及 Re 的影響，且與 Ra 呈正相關；與 Re 呈負相關。

伍、討論

一、由標準差與平均厚度之比值與 Ra 關係簡略推知標準差受 Ra 之影響

由（圖二十六）可知，標準差與平均厚度之比值與 Ra 呈正相關，且具有不錯的相關性，經由前面的研究結果一可知，Ra 對層流區的厚度影響不大，因此將標準差與平均厚度之比值與 Ra 的關係粗略的看成標準差與 Ra 之影響，並且可以得到層流區之厚度變異程度與 Ra 呈正相關。更深入的討論將呈現於討論二。

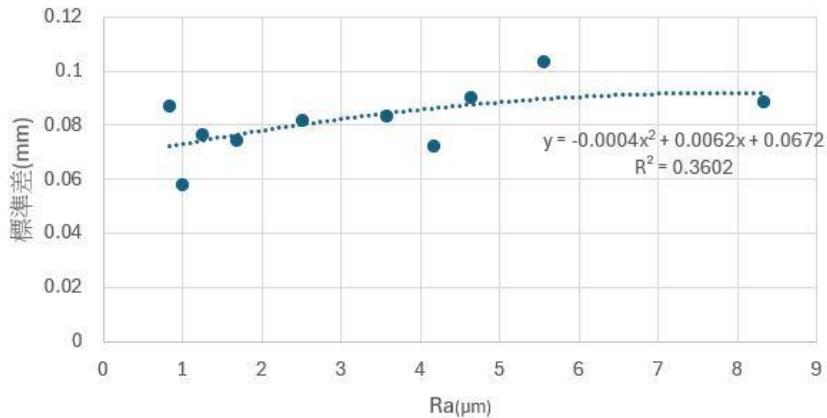
標準差與平均厚度比值對 Ra 之散佈圖



(圖二十六 標準差與平均厚度之比值對 Ra 之散佈圖 來源：作者自製)

二、邊界層層流區之平均厚度 (δ) 對平面介面粗糙度 (Ra) 的變異程度 (σ)

標準差對 Ra 之散佈圖



(圖二十七 標準差對 Ra 之散佈圖——二次多項式擬合 來源：作者自製)

由上述（圖二十七）可推測變異程度 (σ) 可能與 Ra 有二次多項式的潛在關係，且此二次多項關係式為 $Ra = -0.0004 \sigma^2 + 0.0062 \sigma + 0.0672$ 。為一開口向下之拋物線，且有最高點。因此可以得到，在 Ra 小時表面幾乎平滑，流動穩定、邊界層厚度變化小， σ 較小；當 Ra 逐漸升高時 σ 將逐漸提升，直至最高點 $Ra \approx 7.75$ 時邊界層層流區的變異程度亦具有最大值，此點由（圖二十七）散佈點之坐落亦可看出。

但本實驗之針對 $Ra=7.75$ 以後的樣品操作較少，因此較難以實驗精進此關係式。而在 $Ra > 7.75$ 時，表面更粗糙，但 σ 却逐漸下降。推測是因為，粗糙表面給予氣

流較多能量，使擾動可能被「平均化」或流場進入一種穩定的絮流層狀態，反而使 σ 下降。

三、Ra、雷諾數 (Re) 對 σ 的預測公式

由研究結果四中可知，Ra、雷諾數 (Re) 對 σ 的預測式子及其關係係數：

$$\sigma = 0.00381 \cdot Ra - 0.00005 \cdot Re + 0.08669; R^2 = 0.4036$$

此式子顯示，層流區的厚度變異程度同時受 Ra 及 Re 的影響，且與 Ra 呈正相關；與 Re 呈負相關。

在研究結果三及討論一及討論二中已證實 σ 與 Ra 呈現正相關且具有二次多項式之關係；而由討論二及研究結果三中可知， σ 與 Ra 的二次多項式關係係數為 0.3602 且線性關係係數 0.3263，兩者對比 Ra、雷諾數 (Re) 對 σ 的預測式子之關係係數：0.4036 可以得知，Re 的加入使模型解釋力提升了一些，代表雷諾數確實對預測層流區之厚度變異程度有幫助。並且推測的負相關關係與流速越大導致邊界層厚度變薄有關

陸、結論

一、本作品藉由紋影技術結合程式碼分析，得到自由對流的邊界層厚度並進行層流區邊界層厚度變異情況之探討，以及更進一步的提出 Ra、Re 對 σ 的預測公式。亦為低流速、小尺度的邊界層研究提供新思路。

二、本作品提取到的邊界層經雷諾數判斷，皆處於層流區的階段。

三、經由研究結果一可知，介面粗糙度對層流區邊界層厚度影響甚小，且此結果符合理論。

四、由研究結果二可知，層流區邊界層與雷諾數呈負相關，且此結果符合理論。因層流邊界層厚度與流速呈反比，且流速與雷諾數呈正比，所以層流邊界層厚度與雷諾數呈負相關。

五、由研究結果三可知，層流邊界層厚度變異程度 (σ) 與粗糙度呈正相關，並且具有二次多項式關係之趨勢。

六、由研究結果四可知，雷諾數與介面粗糙度共同決定層流邊界層厚度變異程度，且雷

諾數與變異程度呈負相關，並推測與流速越大導致邊界層厚度變薄有關。

柒、參考文獻資料

饒育昇（2012）。紊流邊界層特性之數值模擬，〔碩士論文。淡江大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 <https://hdl.handle.net/11296/bx37t9>。

戴源遠（1986）。邊界層流體分離現象之研究，〔碩士論文。淡江大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 <https://hdl.handle.net/11296/79a548>。

郭聖偉（2011）。紋影技術分析透明材質均勻度，〔碩士論文。國立聯合大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 <https://hdl.handle.net/11296/93n8th>。

洪有成（2012）。紋影顯像技術之定量與定性分析，〔碩士論文。國立臺北科技大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。 <https://hdl.handle.net/11296/2xyjg9>。

【評語】051818

探究邊界層層流區之平均厚度對平面介面粗糙度的變異程度，以紋影技術取代煙霧顯影，利於對小尺度及低速邊界層的探測，以介面粗糙度、流體雷諾數為實驗參數，量測邊界層厚度，得出變異程度與雷諾數呈負相關之結論，但各數據的變化量均在實驗誤差邊緣，較難推定確實隨實驗參數有實際改變。粗糙度高於 8 的粗糙介面數據樣本量不足，造成高 Ra 區域的模型趨勢仍不明確，建議未來納入更多極端參數範圍；嘗試以雷諾數與粗糙度建立粗糙度預測模型，或可邁向實用性探討。

作品海報

照妖鏡下的波濤洶湧

壹、摘要

本作品藉由邊界層氣流下手，主要探究邊界層流區之平均厚度(δ)對平面介面粗糙度(R_a)的變異程度(σ)，並找到 R_a 、雷諾數(Re)對 σ 的預測公式。

不同於多數研究邊界層氣流的作品以導入煙霧的方式研究邊界層氣流，通過煙霧的運動軌跡了解氣流的模式、結構的方式。本作品在捕捉邊界層氣流時採用紋影技術，且在分析時結合紋影技術讓氣流可視化的特色使用圖像化代碼進行分析，不僅可以研究低流速、小尺度的邊界層氣流，亦避免改變介質的屬性及特性，影響研究後續延伸的實用性。

研究結果顯示， Re 為主要影響層流厚度數據的因素，但對 σ 的影響微乎其微； R_a 為主要影響 σ 的因素，但不太影響厚度。此研究結果也與理論呼應。

貳、研究設計

一、研究目的

- (一) R_a 、 Re 對邊界層層流區之平均厚度的影響
- (二) 找到 R_a 、 Re 對 σ 的影響
- (三) 找到 R_a 與 Re 對 σ 的預測公式

二、研究設備



(圖一 整體實驗設備左視圖 來源：作者自製)

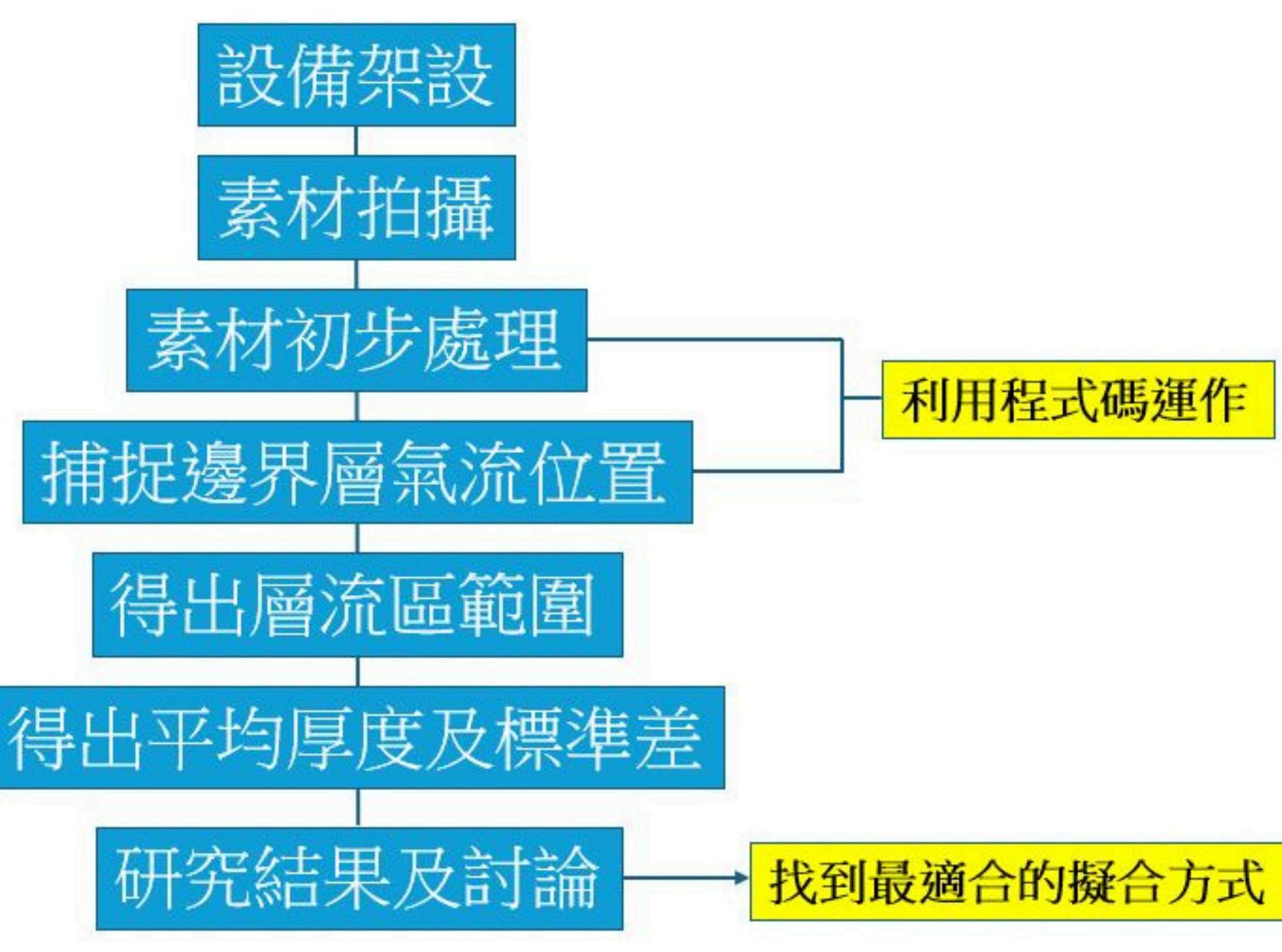


(圖二 邊界層氣流形成區前視圖 來源：作者自製)

研究器材：

- 一、紋影設備：
凹面鏡、LED燈、手機、刀片、不透光膠帶
- 二、氣流製造器材：
加熱版、吸管、桌墊、手持風速儀、紙板
- 三、粗糙介面：
紙板、水砂紙
- 四、影像數據分析：
 $Matlab$ 、 $Excel$ 、 $Canva$

三、研究流程

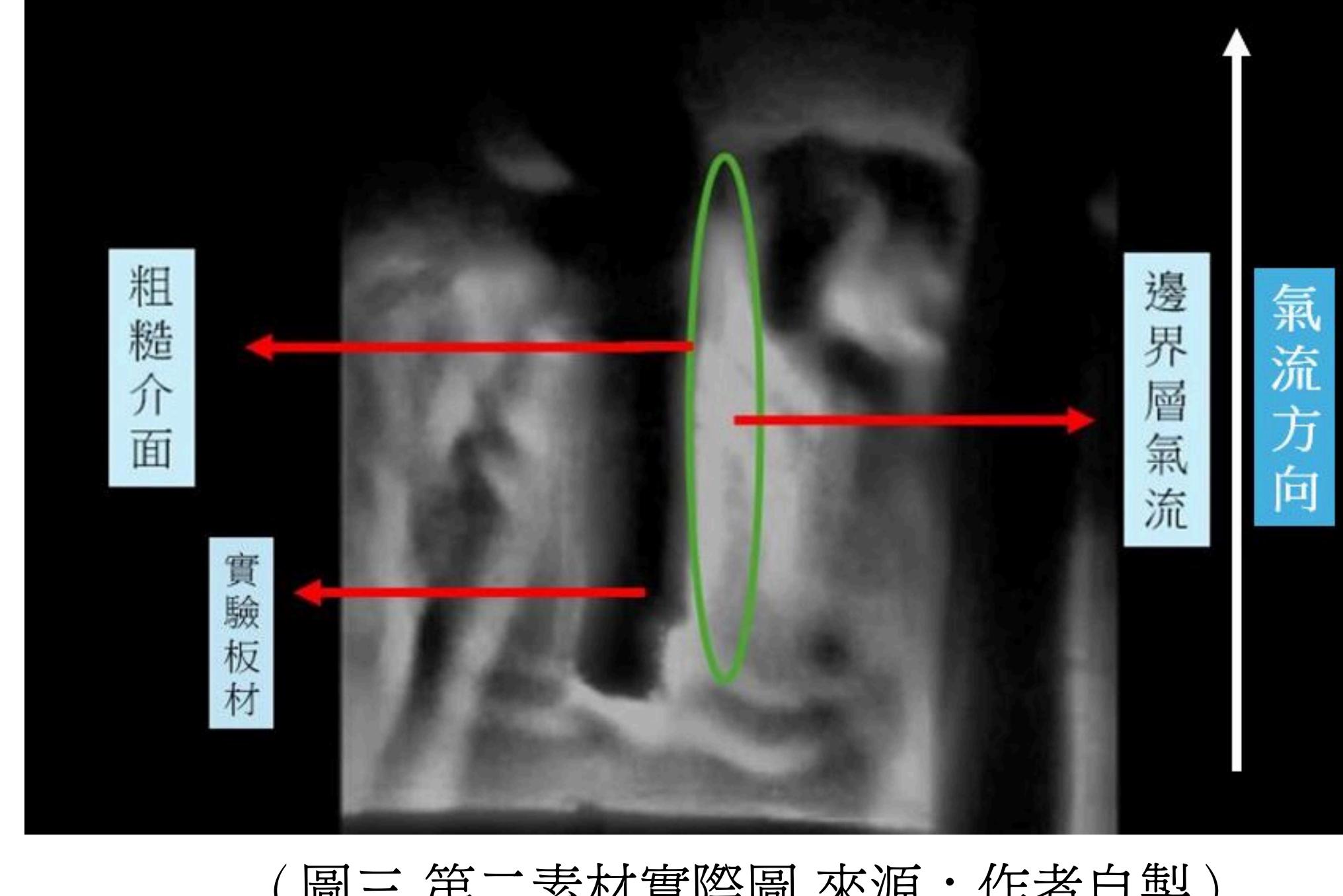


素材初步處理

用Canva
提取影片最中段的20秒 → 第一素材

用Matlab
隨機提取50幀畫面

用Matlab
進行 灰度轉換
提高對比度
建立銳化濾波器 → 第二素材
(如圖三)



(圖三 第二素材實際圖 來源：作者自製)

利用程式碼捕捉邊界層氣流

裁剪第二素材範圍
專注於粗糙介面周圍
進行自適應直方圖均衡化
以灰度值識別粗糙介面
並生成二值掩碼，表示介面區域
以梯度變化識別邊界層氣流
並生成標記點，表示邊界層區域 → 第三素材
(如圖四)
使用Sobel算子，計算水平及垂直方向的邊緣強度 → 屏除掉雜亂微小的亂流



(圖四 第三素材實際圖 (圖五 圖四之第二素材
來源：作者自製) (來源：作者自製))

(圖六 捕捉成功處，
(以紅色標註之範圍)
來源：作者自製)

利用程式碼提取邊界層厚度

提取第三素材最左和最右的邊界點，並計算它們之間的距離，將其定義為厚度的數據

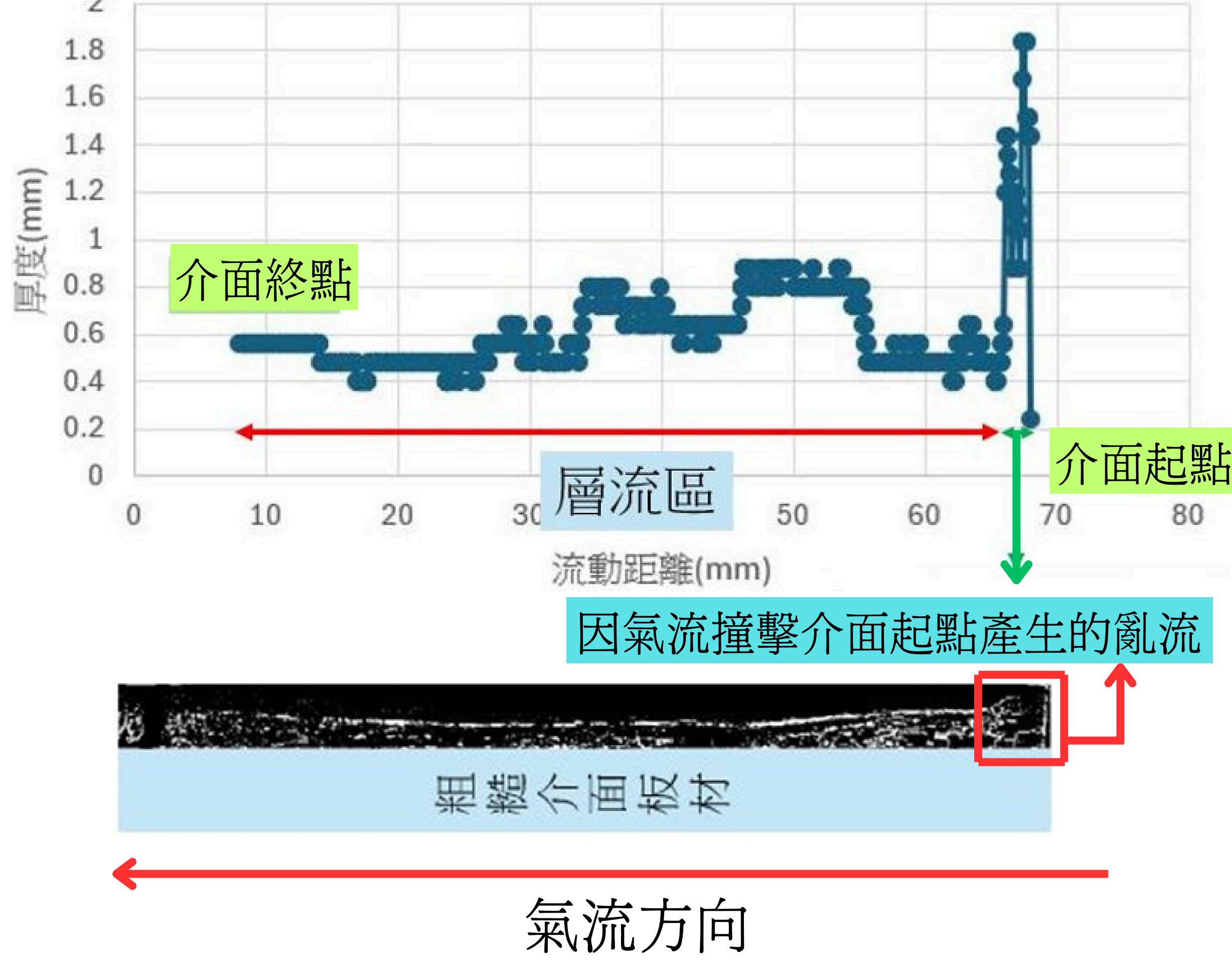
繪製折線圖
X軸為邊界層流動距離
Y軸為邊界層厚度

將層流層中的厚度數值取平均，取得平均厚度

從折線圖找到層流區範圍

屏蔽掉因氣流撞擊介面初期而產生的亂流高峰值 → 根據雷諾數確認層流區

120號砂紙於43.6°C的厚度折線圖



(圖七 120號砂紙之厚度折線圖及第三素材對應圖 來源：作者自製)

砂紙號碼	Ra (μm)	流動距離 (cm)	雷諾數
120 [□]	約 8.33 [□]	6.0 [□]	468 [□]
180 [□]	約 5.56 [□]	5.8 [□]	452 [□]
220 [□]	約 4.63 [□]	5.2 [□]	405 [□]
240 [□]	約 4.17 [□]	5.4 [□]	421 [□]
280 [□]	約 3.57 [□]	3.3 [□]	257 [□]
400 [□]	約 2.5 [□]	5.3 [□]	413 [□]
600 [□]	約 1.67 [□]	4.1 [□]	319 [□]
800 [□]	約 1.25 [□]	3.1 [□]	243 [□]
1000 [□]	1 [□]	5.9 [□]	460 [□]
1200 [□]	約 0.83 [□]	4.0 [□]	313 [□]

(表一 樣品砂紙號碼及其對應之Ra、流動距離(平均)、雷諾數(平均)
來源：作者自製)

注：

表一中顯示之流動距離及雷諾數皆是多次樣品實驗後所計算數據的平均值，但每個實驗的素材雷諾數皆小於2100，表示屬於層流區

肆、研究結果

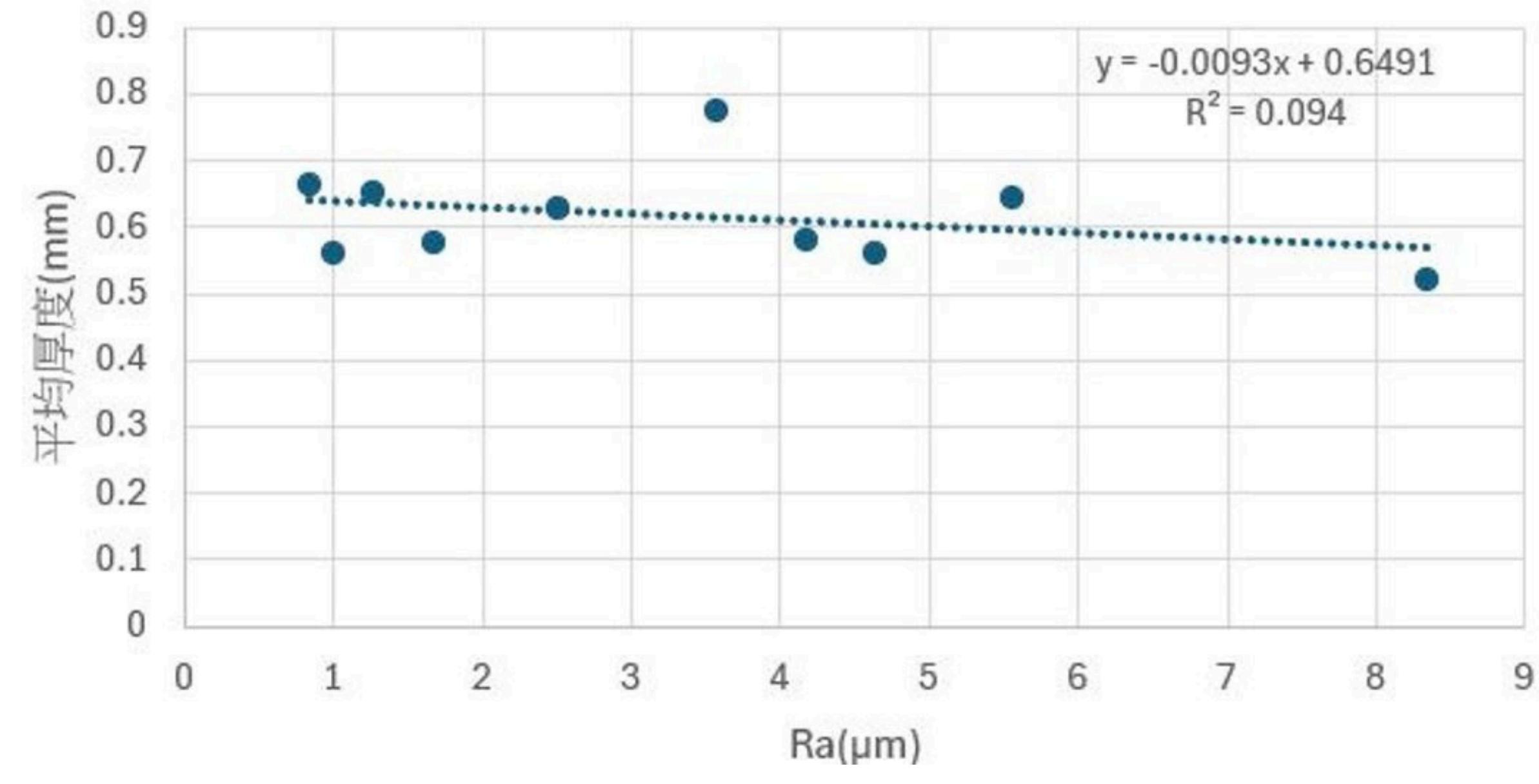
一、Ra、Re對邊界層層流區之平均厚度的影響

層流區平均厚度與Ra之關係

平均厚度與Ra的 $R^2 = 0.094$ ，可知層流區的平均厚度較不受Ra的影響。此點研究結果也與理論相符。

由層流區厚度計算公式（式一）可以得知。層流層的厚度與動力黏度、流速、距離，有關，與介面粗糙度較無關係。

層流區平均厚度對Ra之散佈圖



(圖八 層流區平均厚度對Ra之散佈圖 來源：作者自製)

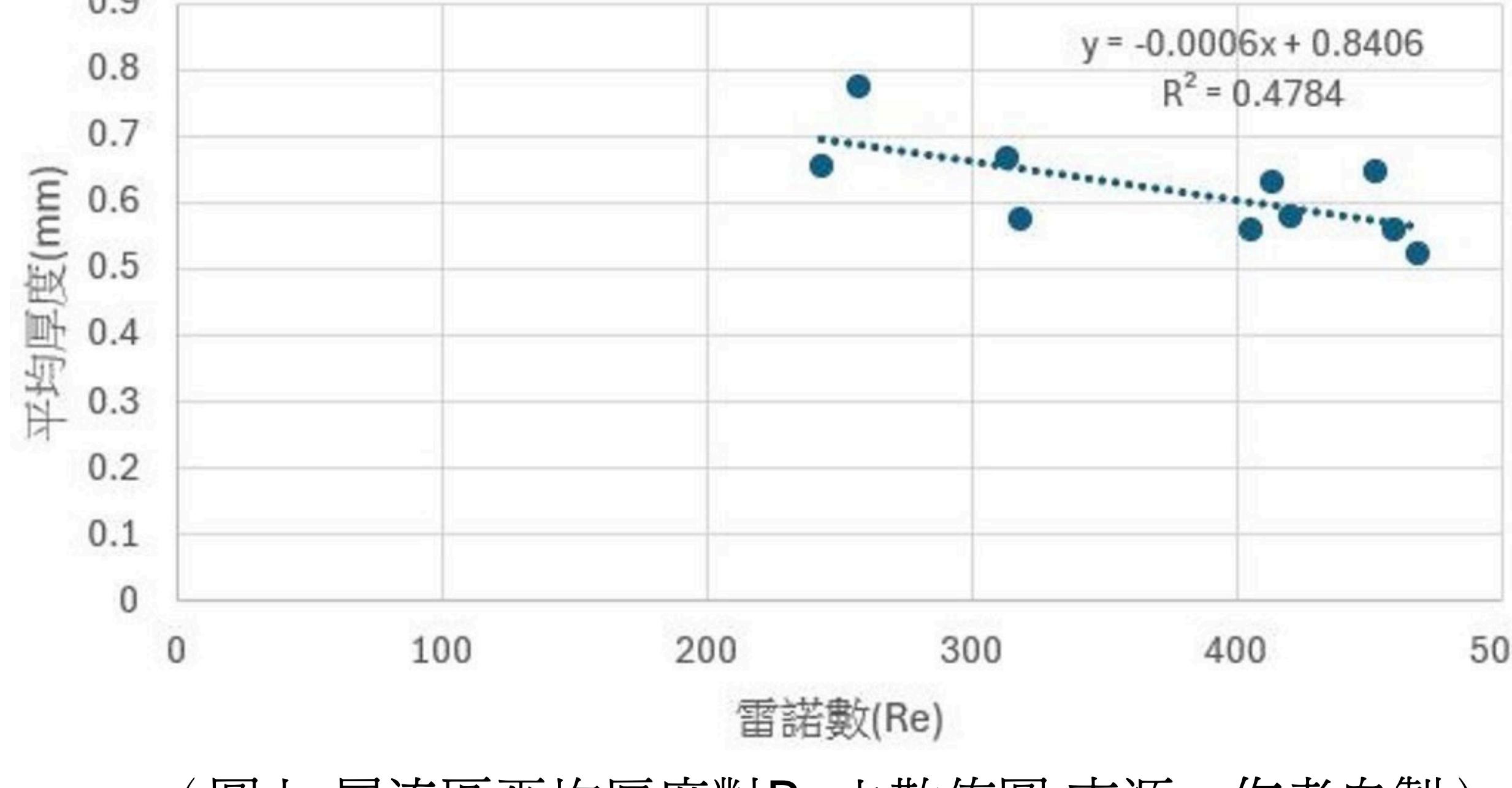
注：

$$\delta = \frac{5\sqrt{\nu x}}{u} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$$

(式一 層流區厚度計算公式) x ：距物體表面的距離， Re_x ：雷諾數

層流區平均厚度與Re之關係

層流區平均厚度對Re之散佈圖

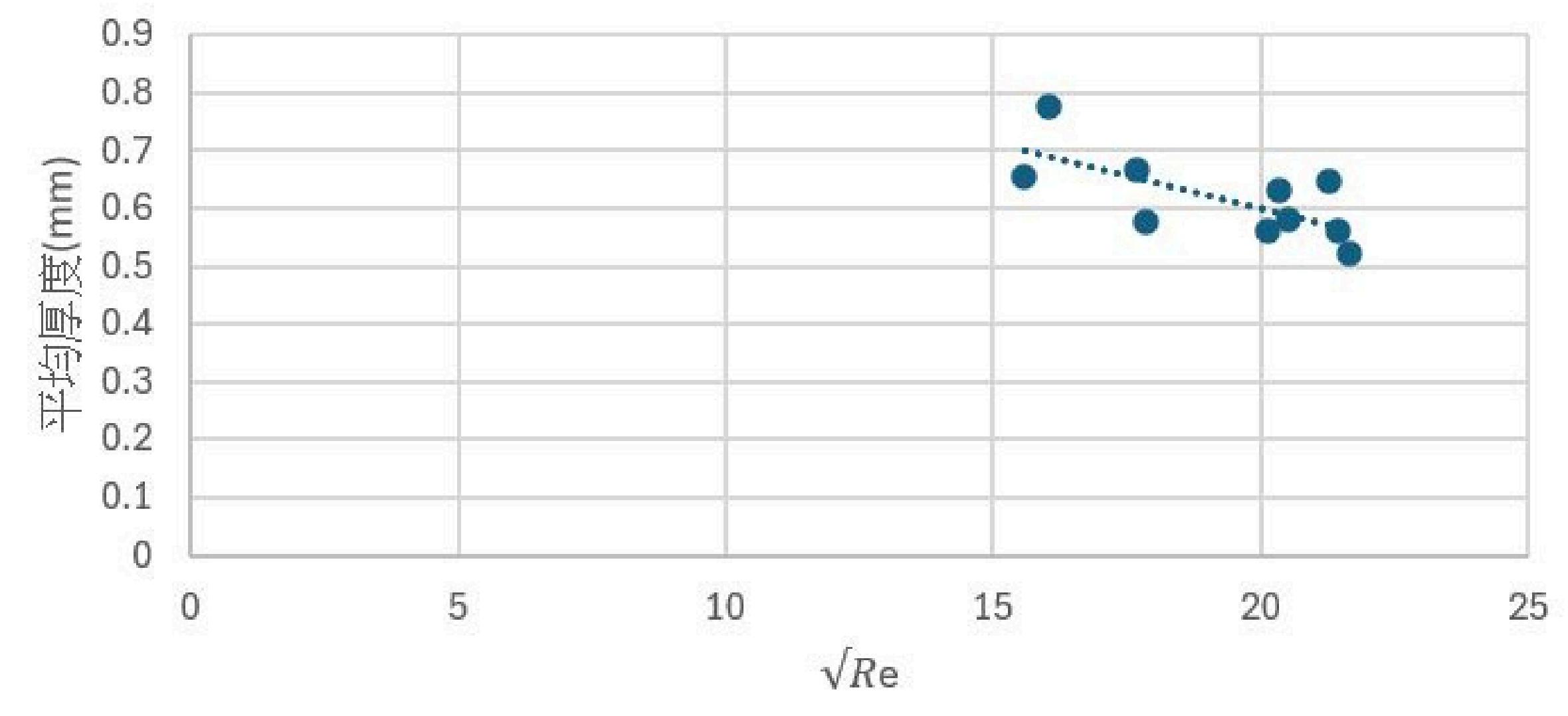


(圖九 層流區平均厚度對Re之散佈圖 來源：作者自製)

由（圖九）可知，層流區的平均厚度與Re呈負相關，且 $R^2 = 0.4784$ 。因此可知，平均厚度受Re影響勝於Ra。此研究結果也與理論（式一）吻合。

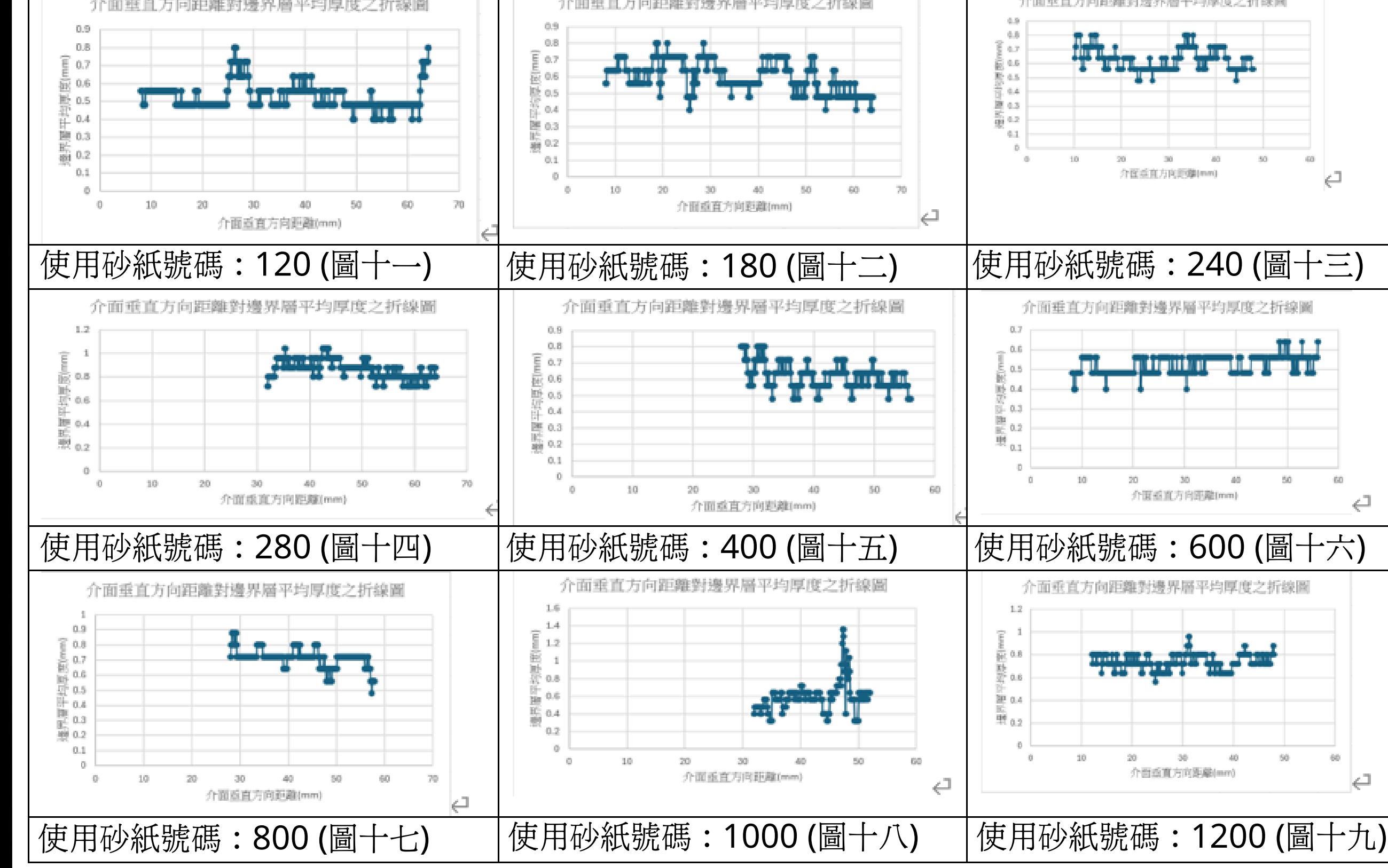
下（圖十）亦可作證。

層流區平均厚度對 \sqrt{Re} 之散佈圖



(圖十 層流區平均厚度對 \sqrt{Re} 之散佈圖 來源：作者自製)

二、找到Ra、Re對 σ 的影響



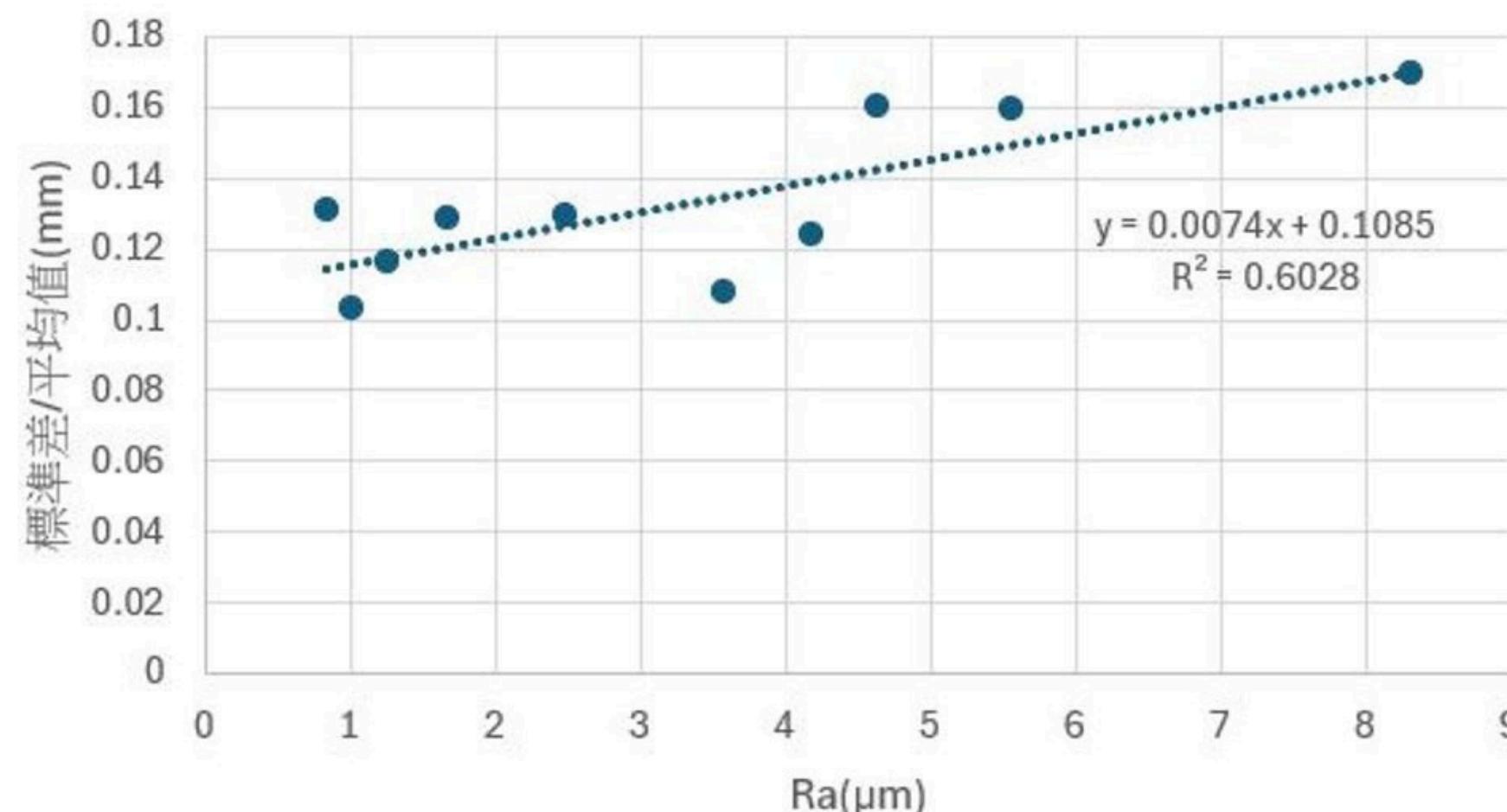
來源：作者自製

由上（圖十一）至（圖十九）可觀察到，隨著砂紙號碼的遞增，層流區的厚度數據變化亦逐漸平穩。

因此我們將這種厚度變化劇烈程度（變異程度）定義為 $\sigma = \text{厚度數據標準差} / \text{平均厚度數據}$ 。並進行以下討論

Ra對 σ 的影響

標準差與平均厚度比值對Ra之散佈圖

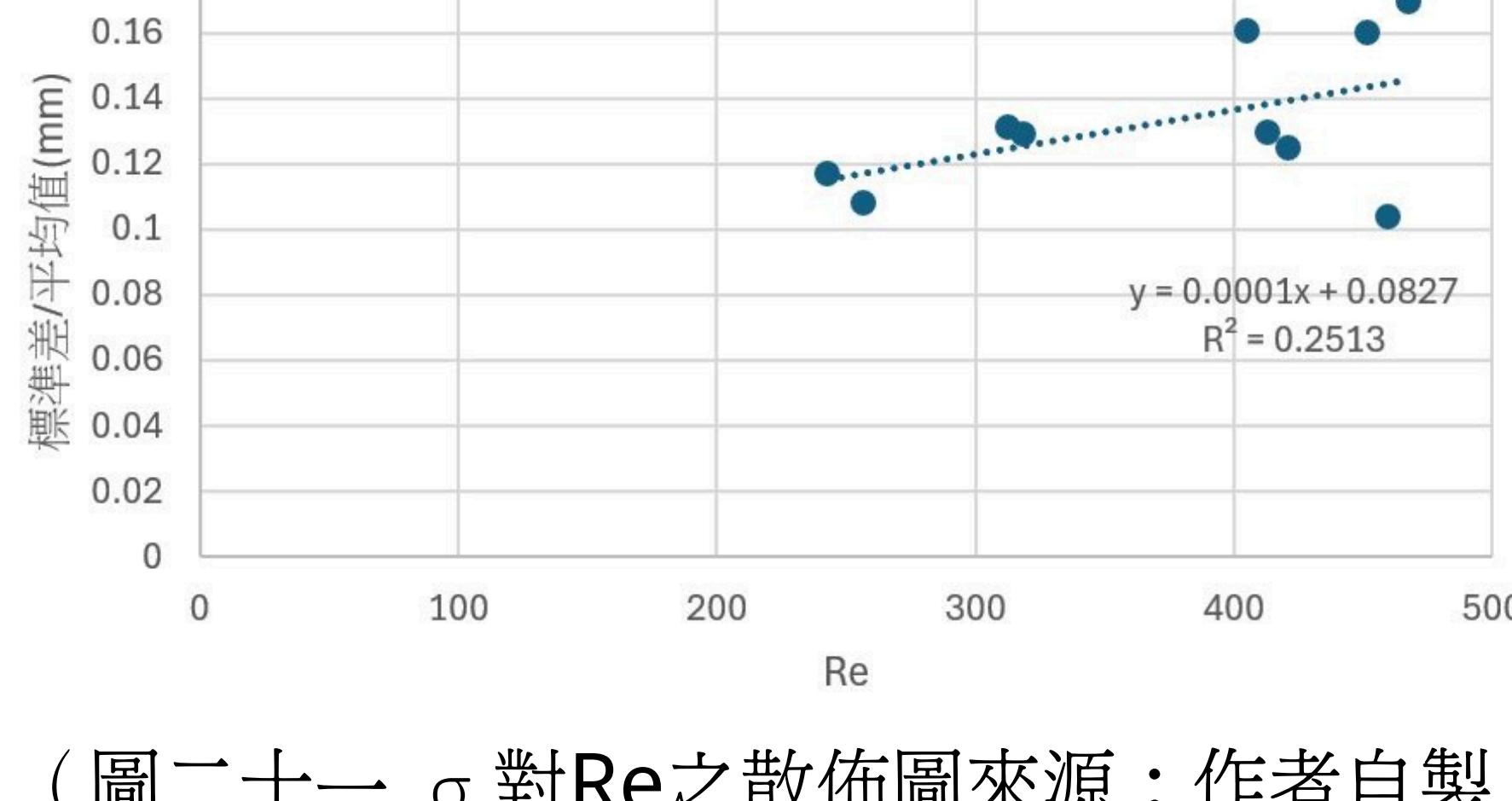


(圖二十 σ 對 Re 之散佈圖來源：作者自製)

σ 對 Ra 呈正相關，且 $R^2 = 0.6028$ 。顯示 Ra 與 σ 有密切的關係。

Re對 σ 的影響

標準差與平均厚度比值對Re之散佈圖



(圖二十一 σ 對 Re 之散佈圖來源：作者自製)

σ 與 Re 呈正相關，但 $R^2 = 0.2513$ 。顯示 Re 對 σ 的影響並不大。

三、找到 Ra 與 Re 對 σ 的預測式

$$\sigma = 0.0984 + 0.0067 \cdot Ra + 0.00003235 \cdot Re$$

$$R^2 = 0.613$$

(式二 Ra 與 Re 對 σ 的預測式)

此式的 $R^2 = 0.613$ ，為一中等強度的擬合。並且此式也總合表現了研究結果二，Ra 及 Re 對 σ 的影響程度。由此式也可看出，Ra 對 σ 的影響程度遠大於 Re。

伍、討論

一、根據 Ra 與 Re 對 σ 的預測式討論

Ra 對 σ 的影響

Ra 對 σ 的影響程度巨大，顯示 Ra 為一影響層流區厚度波動的主要因子

推測
因為層流區的流動平緩，且維持線性穩定
若加上局部剪力梯度的劇烈變化（增加粗糙度）即會影響整體氣流的平穩狀態

Ra 對 σ 的影響

Re 對平均厚度的影響程度較對 σ 的影響程度大且 Re 對 σ 幾乎沒有影響

推測 (Re 對 σ 的影響)
此次實驗皆屬於低 Re 下的實驗環境，氣流結構相對穩定，因此低雷諾數無法對氣流造成顯著的影響

四、紋影影像結合程式碼分析邊界層氣流的延伸可能

邊界層氣流的研究遠不只厚度及厚度波動劇烈程度，流速及邊界層附近的微小渦流也是值得探討的部分，因此未來我將提升紋影設備的解析度，以探索更多範圍、種類的微小氣流，並提升程式碼的認讀功能，使它學習更多不同模型的邊界層氣流提取，不侷限來應證討論中的推測。

也期望未來能透過紋影影像結合程式碼分析邊界層氣流這項技術應用於探究馬格納斯效應，以及透過邊界層圖像的特性反推介面粗糙度及摩擦力。

五、實驗誤差及侷限性討論

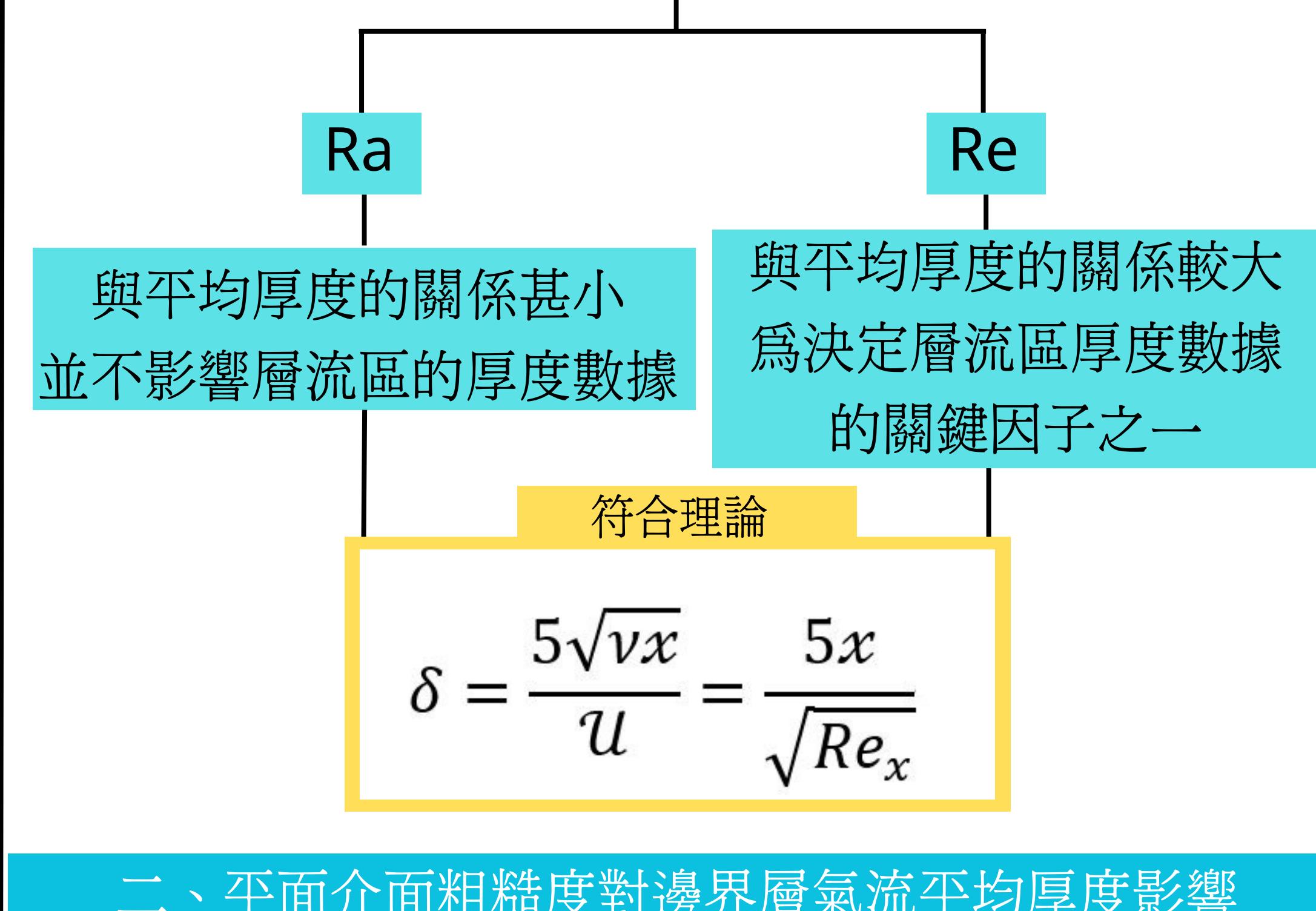
1. 實驗環境不夠純粹

任何的走動、建築物的晃動皆會影響到紋影影像的清晰度及氣流的平穩度，雖已以紙板隔離設備，但無法避免的晃動依舊存在。

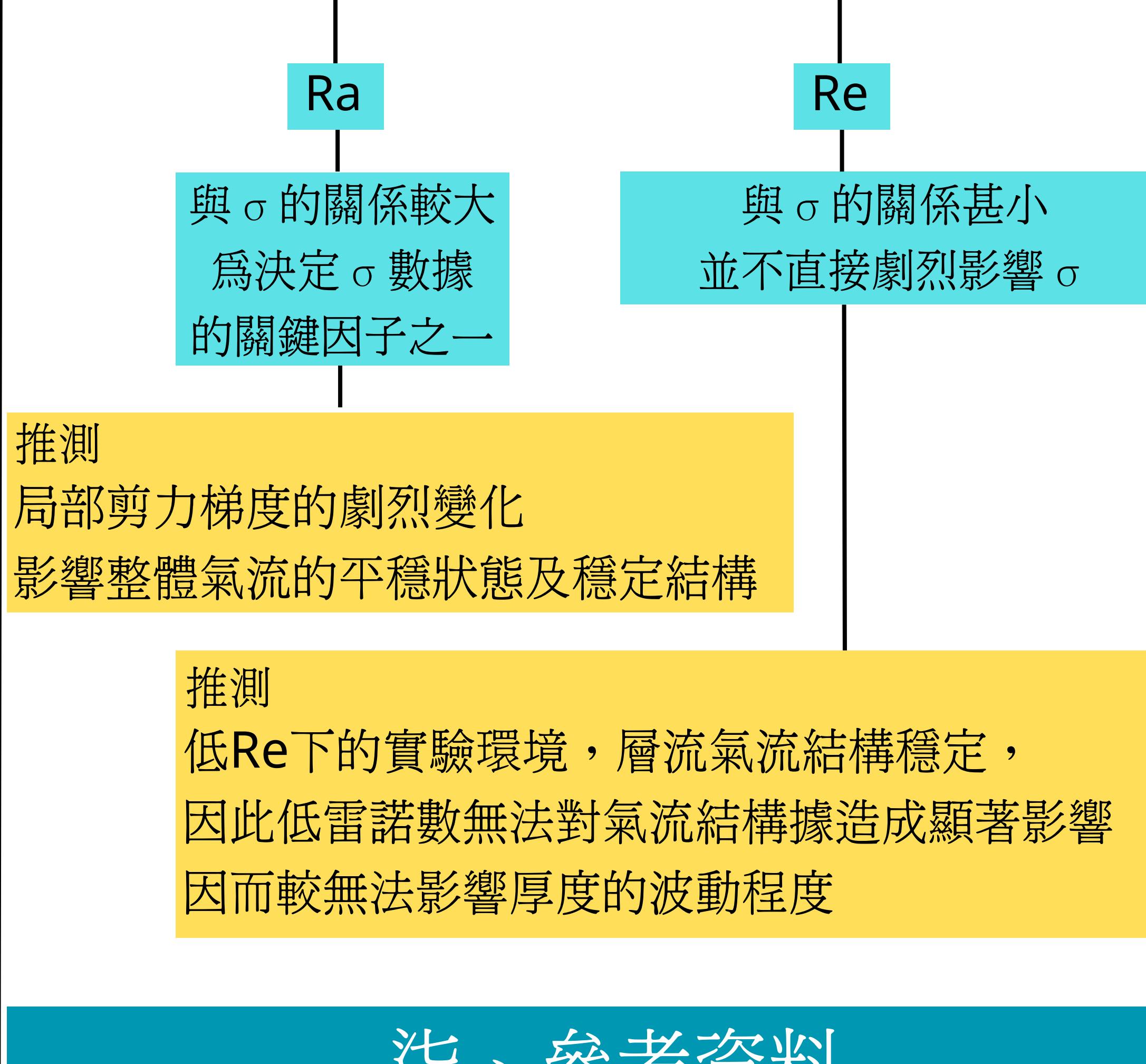
2. 實驗板材過小，不足以完整研究完整的邊界層氣流由於低雷諾數下，邊界層的距離可延伸至數公尺，且此次實驗的雷諾數非常小，因此也較難研究長距離的層流運動下的邊界層變化。因此只遺憾的探討了邊界層最初端的厚度變化及其影響因子。

陸、結論

一、因子對平均厚度的影響



二、平面介面粗糙度對邊界層氣流平均厚度影響



柒、參考資料

饒育昇 (2012)。紊流邊界層特性之數值模擬，〔碩士論文。淡江大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。
<https://hdl.handle.net/11296/bx37t9>。

戴源遠 (1986)。邊界層流體分離現象之研究，〔碩士論文。淡江大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。
<https://hdl.handle.net/11296/79a548>。

郭聖偉 (2011)。紋影技術分析透明材質均勻度，〔碩士論文。國立聯合大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。
<https://hdl.handle.net/11296/93n8th>。

洪有成 (2012)。紋影顯像技術之定量與定性分析，〔碩士論文。國立臺北科技大學〕臺灣博碩士論文知識加值系統。
<https://hdl.handle.net/11296/2xyjg9>。