

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科
(鄉土)教材獎

051816

頻率窺秘：轉速遇見 CD 孔數的樂章

學校名稱： 新北市立板橋高級中學

作者： 高二 顧敏玉 高二 陳宥安	指導老師： 陳福全 呂昀修
---------------------------------	-----------------------------

關鍵詞： CD 片、聲音頻率、轉速

摘要：

當我們日常使用光碟時，很少有人會注意到：如果對正在旋轉的光碟上吹氣，是否會產生有趣的聲音現象？這項研究正是從這個問題出發，探討已鑽孔的光碟，在不同轉速下對聲音頻率的影響。我們設計了一系列實驗，改變光碟上的孔洞數量、分佈，並調整 CD 旋轉的速度，記錄吹氣後產生的聲音頻率變化。結果表明，風速只會影響聲音強度，不影響聲音頻率、頻率對轉速呈線性關係、轉速與頻率關係式係數呈線性關係、轉速與頻率關係式係數相似、CD 孔數對稱性被破壞數據將會與 1 孔吻合、將 12 孔變成 12-1 和 12-2 孔之傅立葉轉換後的圖的變化，會發現主頻跟旁邊的小山峰相對強度差距變小、12 和 6 孔平均分布的 CD 片少鑽幾個孔得出的主頻會較低。

壹、前言 (含研究動機、目的、文獻回顧)

一、研究動機

我們發現生活中各式各樣的物品都可以用不同方式，使其發出聲音。並且，我們發現當我們對著正在旋轉且上面穿有洞的 CD 片吹氣，CD 片會發出聲音，於是我們想透過改變不同的變因，產生不同聲音的頻率。

以下「頻率」皆指聲音頻率，圖表中「強度」皆指傅立葉轉換值，也就是聲音強度。

二、研究目的

- (一)、 探討頻率與風速的關係
- (二)、 探討頻率與轉速的關係
- (三)、 探討頻率與孔洞分佈的關係

三、文獻回顧

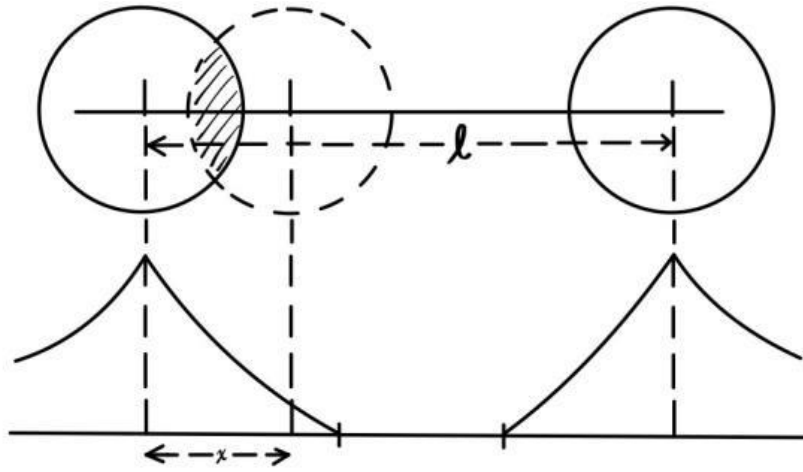
(一)、 在「Research of Siren-problem @ IYPT-2023」影片中，從作者的實驗可知，向光碟片吹氣時，光碟片所發出的頻率，會隨著光碟片與供氣裝置之間的距離而產生變化，角速度越小，向光碟片吹氣時，光碟片所發出的頻率越高；吹氣時，孔洞與光碟片之間的壓力差越大，光碟片所發出頻率的震幅越大；光碟片上孔洞數量、不同形狀的孔洞也會對頻率產生影響。「Research of Siren-problem @ IYPT-2023」研究多做定性描述，只針對全程平均有定量測量，本研究將針對每一瞬間的運動過程進行分析。

(二)、 諧波的公式推導

1. 若 $l \geq 2a$ (空氣導管在任一時刻僅與單一孔洞產生重疊)

下圖中以實線表示光碟片上的孔洞，虛線則為空氣導管在平面上的投影，兩者的相對位置由此可見。為了簡化處理，在這裡我們暫且將相鄰孔洞中心的距離視為筆直線段，忽略其實際曲率。接下來，我們將運用傅立葉級數，來解析在任意位置下孔洞與空氣導管之間的重疊面積變化。

將空氣導管與孔洞的重疊面積定義為函數 $A(x)$:



我們將該函數表示為一組傅立葉級數展開式:

$$A(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2\pi nx/l$$

傅立葉係數 a_n 的表達式如下:

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l A(x) \cos \frac{2\pi nx}{l} dx = \frac{4}{l} \int_0^a A(x) \cos \frac{2\pi nx}{l} dx$$

我們對其進行分部積分，並利用邊界條件 $A(x) = 0$ （發生於 $x = a$ ，即無重疊情況）來簡化積分式，對所有 $n \geq 1$ 的情況，可得到下列形式:

$$a_n = -\frac{2}{\pi n} \int_0^a \sin \frac{2\pi nx}{l} \frac{dA(x)}{dx} dx$$

根據幾何上的配置關係:

$$dA(x) = -2\left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}x^2\right)^{\frac{1}{2}} dx$$

因此，若令 $z = 2\pi na/l$:

$$a_n = \frac{2}{\pi n} \int_0^a \sin \frac{2\pi nx}{l} (a^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{4a^3}{l} \frac{1}{z} \int_0^1 \sin zt (1 - t^2)^{\frac{1}{2}} dt$$

係數 a_n 可進一步透過一個新函數 $S(z)$ 來重新定義:

$$S(z) = \frac{1}{z} \int_0^1 \sin zt (1 - t^2)^{\frac{1}{2}} dt$$

若將對應的正弦項展開，並針對各項逐一進行積分，即可求得 $S(z)$ 的具體數值:

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

$$S(z) = \frac{\pi}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{1}{2}z\right)^{2n}}{\Gamma\left(n + \frac{3}{2}\right) \Gamma\left(n + \frac{5}{2}\right)} = \frac{1}{1^2 \times 3} - \frac{z^2}{1^2 \times 3^2 \times 5} + \frac{z^4}{1^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7}$$

2. 若 $\frac{1}{2}l \leq a \leq l$ (空氣導管在特定位置會與相鄰孔洞產生重疊)

此時，我們可區分為兩段區域來分析總重疊面積：當 $0 \leq x \leq l-a$ 時，重疊面積為 $A(x)$ ；而在區段 $l-a \leq x \leq \frac{1}{2}l$ 中，總面積則為 $A(x) + A(l-x)$ 基於上述區間分析，傅立葉係數 a_n 的表達式得以修正如下：

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{4}{l} \left\{ \int_0^{l-a} A(x) \cos \frac{2\pi nx}{l} dx + \int_{l-a}^{\frac{1}{2}l} [A(x) + A(l-x)] \cos \frac{2\pi nx}{l} dx \right\} \\ &= \frac{4}{l} \int_0^a A(x) \cos \frac{2\pi nx}{l} dx \end{aligned}$$

其結構與先前的推導結果一致。最後，將兩種情況整合後，便可於 $0 \leq a \leq l$ 範圍內以傅立葉級數形式描述空氣管與孔洞的有效重疊面積：

$$\frac{4a^3}{L} \left[\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} S\left(\frac{2\pi na}{l}\right) \cos \frac{2\pi nx}{l} \right]$$





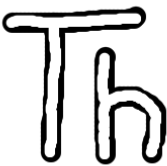



貳、研究設備及器材

一、光碟轉動裝置

			
直流電源供應器	馬達(型號：H0008)	木塊	鱷魚夾
			
光碟片 (多片不同孔數和分佈光碟)	木片	熱熔槍	電鑽
			
紙	雙面膠	三用電表	

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝

二、麥克風模組

			
水管	玻璃管	吹風裝置	寶特瓶
			
Thonny	Python	黑色膠帶	交流電源供應器

三、轉速的測量

			
轉速計 (型號：DV2234A)	黑色膠帶	木塊	反光紙
			
毛筆	黑色壓克力顏料	風速計 (型號：GM816)	

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

參、研究過程或方法

一、實驗理論

(一) 光碟是怎麼發出聲音的

光碟轉動時，會帶動周圍空氣振動發出聲音。

(二) 怎麼使光碟發出別種聲音

氣流通過光碟上的孔洞時，會產生週期性的壓力波，這些壓力波在空氣中會傳播形成聲波。聲音的特性取決於氣流速度、孔的大小、孔的數量、孔的分布、光碟片的轉速和光碟片與氣流的夾角等等。

(三) 利用 Thonny 軟體與手機內建備忘錄測量頻率

我們先將實驗所得聲音頻率以手機內建備忘錄錄製下來，並使用 Thonny 軟體製圖與資料分析。





(四) 基音與諧音

開管樂器所形成的柱波不只有一個，隨著駐波波速的不同，頻率也會有所改變，在開管樂器的頻率公式 (式 1-1) 中，若 n 帶入 1，所得的頻率稱為基音；若 n 帶入 2，所得的頻率稱為第二諧音，引用自參考文獻三。

$$n \in N, f_n = \frac{nv}{2L} \quad (\text{式 1-1})$$

二、實驗裝置

在光碟實驗中，我們主要測量的項目為轉速與吹氣時光碟片發出的頻率，因此，我們將實驗裝置分為兩個部分，第一部分為光碟轉動裝置，如(圖 3-2 A)，第二部分為吹風裝置，如(圖 3-2 B)。當光碟接上馬達供應器時，轉動的光碟片即會發出一種聲音，在實驗過程中，我們是以吹風機連接橡皮管與玻璃管，並把吹風機放在遠處，使氣流通過橡皮管與玻璃管，進而使光碟片發出另外一種明顯不同的聲音，如(圖 3-2 C)與(圖 3-2 D)。

	
<p>圖 3-2 A：光碟轉動裝置</p>	<p>圖 3-2 B：吹風裝置</p>
	
<p>圖 3-2 C：吹風裝置說明</p>	<p>圖 3-2 D：吹風裝置說明</p>

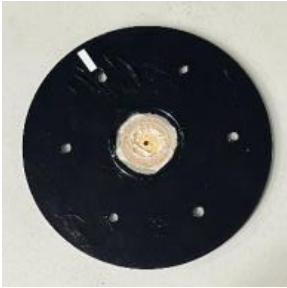
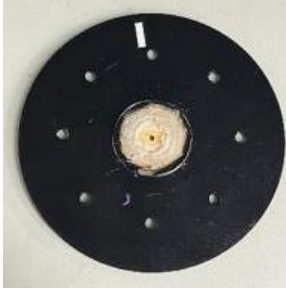
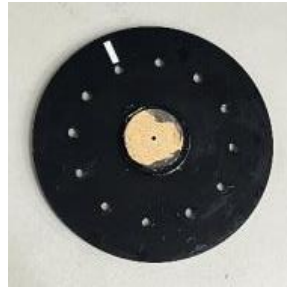

三、實驗方法

我們針對各項研究目的設計了不同的實驗方法，實驗方法如下。

(一) 製作鑽孔光碟

1. 在紙上畫出均勻分布孔洞的光碟草圖
2. 將光碟對準草圖黏貼
3. 以電鑽鑽孔
4. 使用雷切機鑽出外圍直徑 3cm 內部符合馬達軸上大小的原木片
5. 以雙面膠將木片對準光碟圓心左右兩側選一測黏合
6. 使用毛筆將光碟片以壓克力顏料塗黑並曬乾
7. 製作好的鑽孔光碟，如下(圖 3-3 A)至(圖 3-3 D)

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

			
圖 3-3 A 鑽孔光碟(6 孔)	圖 3-3 B 鑽孔光碟(8 孔)	圖 3-3 C 鑽孔光碟(12 孔)	圖 3-3 D 鑽孔光碟(16 孔)

(二) 製作吹風裝置

1. 將吹風機內馬達去除，如下(圖 3-3 E)
2. 將吹風機內電線接上交流電源供應器
3. 把寶特瓶前端割下，以黑色膠帶固定於吹風機的出風處，如下(圖 3-3 F)
4. 將寶特瓶出口處以黑色膠帶將水管黏合，如下(圖 3-3 G)
5. 將水管出口處以膠帶黏合玻璃管

		
圖 3-3 E 吹風機去除馬達	圖 3-3 F 吹風機出風處 固定寶特瓶前端	圖 3-3 G 寶特瓶出口處黏上水管



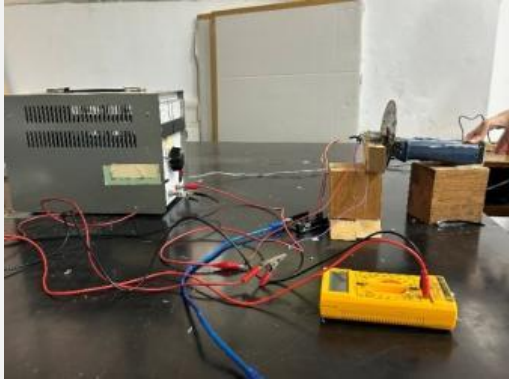
(三) 測量吹風裝置之風速

1. 將吹風裝置開啟
2. 使前端玻璃管對準轉速計
3. 待風速計呈現之數值不再上下浮動，紀錄數據

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

(四) 測量光碟片之轉速

1. 將轉速計前端兩邊貼上黑色膠帶，如下(圖 3-3 H)
2. 將光碟片裝上馬達並用熱熔槍固定
3. 將反光紙黏在光碟片上
4. 使用轉速計對準光碟按下開關
5. 待轉速計呈現之數值不再上下浮動，紀錄數據
6. 每次實驗在光碟的左側、上緣、右側固定位置各測量一次取平均即為平均轉速

		
圖 3-3 H 轉速實驗示意圖	圖 3-3 I 轉速測量示意圖(上視圖)	圖 3-3 J 轉速測量示意圖(左視圖)

(五) 測量吹氣時光碟片之頻率

1. 將馬達接上電源供應器
2. 將光碟片裝上馬達並打開吹風機及馬達電源
3. 將空氣導管對準孔洞
4. 使用手機內建「語音備忘錄」紀錄音訊存成 wav 檔
5. 將檔案匯進 Thonny 軟體繪製圖表

四、分析方法

1. 聲音強度對頻率散佈圖

本研究以 Excel 以及 Thonny 軟體做數據分析，我們利用數據畫出聲音強度對頻率的散佈圖，圖表中橫軸為對光碟片吹氣所產生之頻率(單位：1/s)，縱軸為傅立葉轉換值，如下(圖 3-4 A)。

由於對光碟片吹氣所產生之聲音為多種頻率的混合，在本次實驗中，因為我們想從最基本的狀況開始研究，所以我們只取基音及第二諧音做討論。

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

2. 頻率對轉速實驗圖表

我們利用數據畫出頻率與風速的關係圖，圖表中橫軸為風速(單位：m/s)，縱軸為頻率(單位：1/s)，如下(圖 3-4 B)。

3. 頻率對轉速實驗圖表

我們利用數據畫出聲音強度對頻率的散佈圖，再將所得之頻率與實驗時的轉速畫出頻率與轉速的關係圖，圖表中橫軸為平均轉速(單位：RPM)，縱軸為頻率(單位：1/s)，如下(圖 3-4 C)。

4. 頻率對每分鐘經過孔數實驗圖表

我們利用數據畫出每分鐘經過孔數對頻率的散佈圖，圖表中橫軸為每分鐘經過孔數(單位：個)，縱軸為頻率(單位：1/s)，如下(圖 3-4 D)。

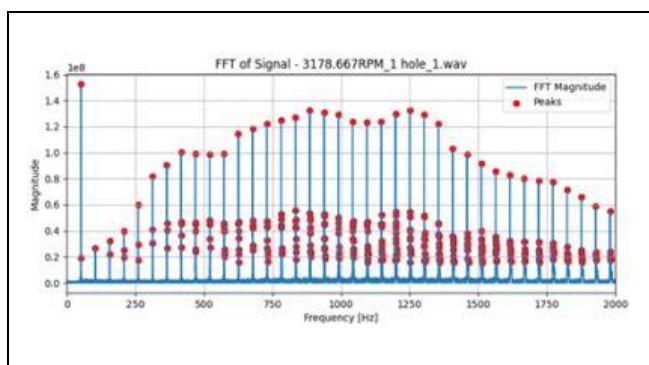


圖 3-4 A：聲音強度對頻率散佈圖

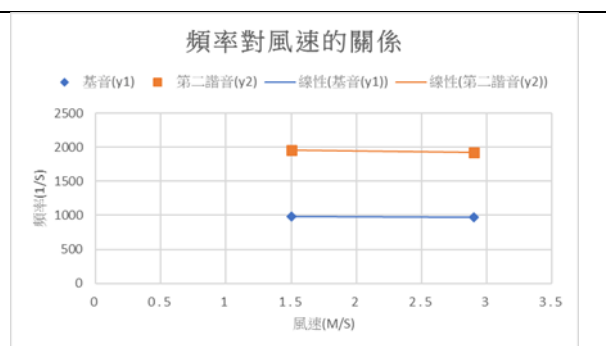


圖 3-4 B：頻率對風速實驗圖表

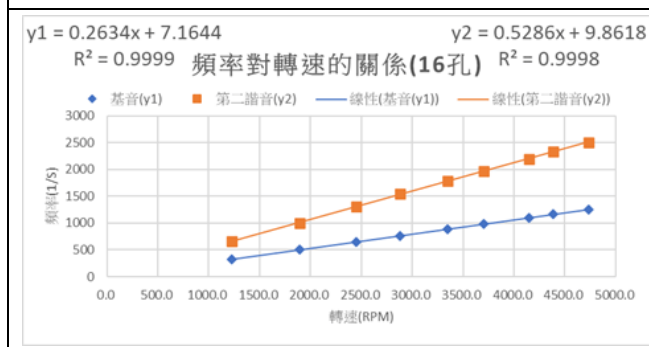


圖 3-4 C：頻率對轉速實驗圖表

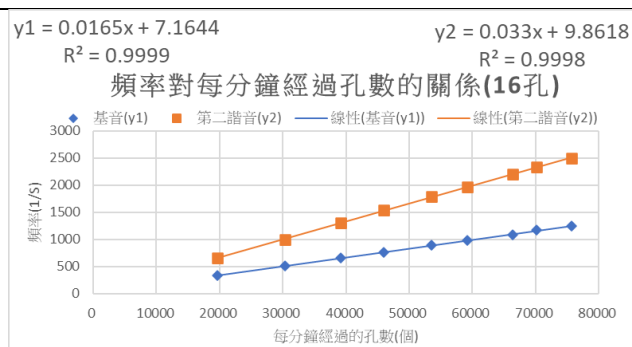


圖 3-4 D：頻率對每分鐘經過孔數實驗圖表

肆、研究結果

因本實驗之實驗目的為探討頻率對風速的關係、頻率對轉速的關係以及頻率與每分鐘經過孔數的關係，因數據量較多，故以下分為三點，第一點為頻率對風速的部分，第二點為頻率對轉速的部分，第三點為頻率與每分鐘經過孔數的部分。

在本次實驗中，每組實驗採納 3 組實驗數據。

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

一、 頻率對風速的關係

此實驗為在該風速下，我們透過玻璃管以吹風機吹氣時，所產生之壓力波震動周圍空氣時所發出的頻率，利用較為簡易的麥克風模組將所得頻率經簡易傅立葉轉換所得之傅立葉轉換值，如下(圖 4-1 A 與圖 4-1 C)，之後再將所得各組傅立葉轉換值經權重平均求得基音與第二諧音，如下(圖 4-1B 與圖 4-1D)。

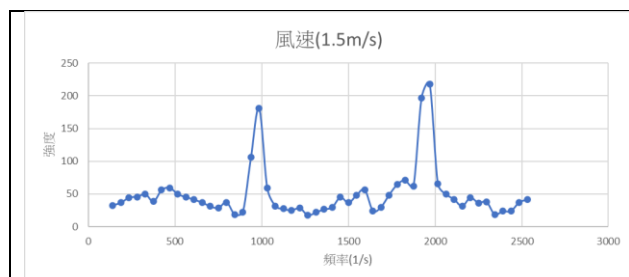


圖 4-1 A

16 孔光碟片在 1.5 m/s 風速下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

頻率(1/s)	強度	權重平均
937.5	106.06	287.1246
984.38	180.95	514.362
1031.25	59.29	176.5602
	346.3	978.0468
1921.88	196.84	786.9505
1968.75	218.21	893.6615
2015.63	65.67	275.3504
	480.72	1955.962

圖 4-1 B

16 孔光碟片在 1.5m/s 風速下經權重平均
所得基音與第二諧音之頻率(藍)

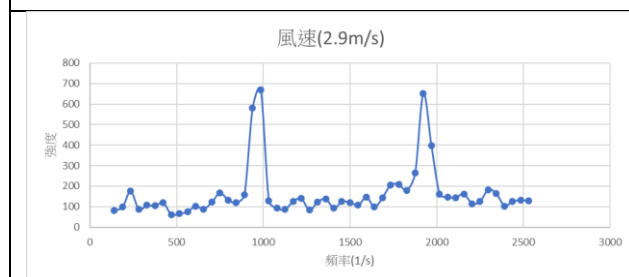


圖 4-1 C

16 孔光碟片在 2.9 m/s 風速下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

頻率(1/s)	強度	權重平均
937.5	579.61	394.18526
984.38	669.36	477.98665
1031.25	129.53	96.900843
	1378.5	969.07275
1875	263.44	376.34572
1921.88	651.09	953.39153
1968.75	397.96	596.94455
	1312.49	1926.6818

圖 4-1 D

16 孔光碟片在 2.9m/s 風速下經權重平均
所得基音與第二諧音之頻率(藍)

二、 頻率對轉速的關係

1. 一孔光碟

因為我們想先從最基本的狀況開始探討，所以我們在做頻率對孔數相關的實驗時，先製作了一孔光碟對照後續的發生情形，並發現一孔光碟之數據與後續孔數有高度相關。

此實驗為在不同轉速下，我們透過玻璃管以吹風機對著相同鑽孔光碟吹氣時，所產生之壓力波震動周圍空氣時所發出的頻率，利用 Thonny 軟體將所得頻率經簡易傅立葉轉換所得之傅立葉轉換值，之後再將所得各組基音與第二諧音之數據放在一起觀察趨勢，如下(圖 4-2 A~圖 4-2 H)。

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

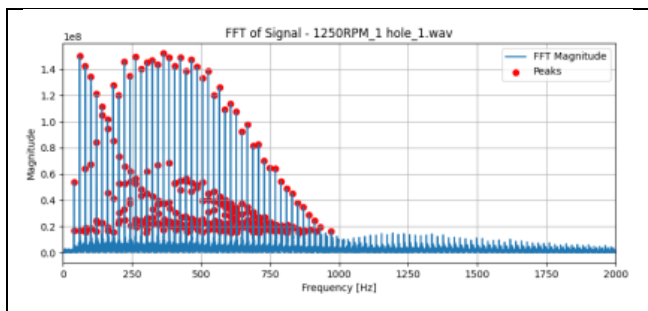


圖 4-2 A

1 孔光碟片在平均轉速 1250RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

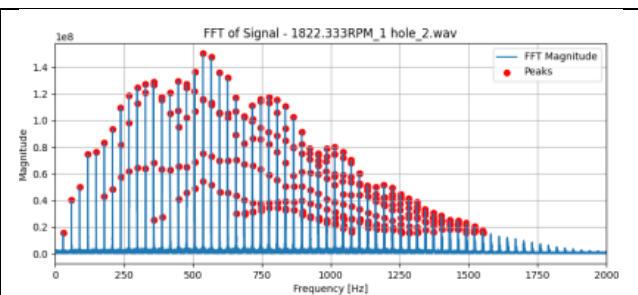


圖 4-2 B

1 孔光碟片在平均轉速 1822.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

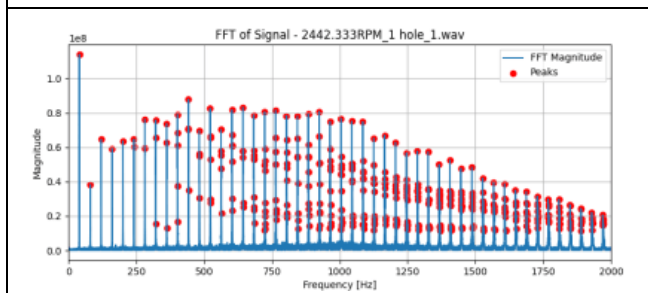


圖 4-2 C

1 孔光碟片在平均轉速 2442.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

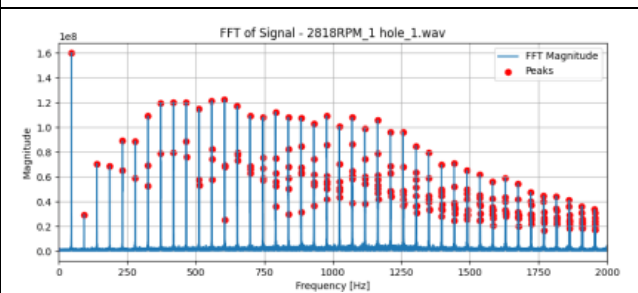


圖 4-2 D

1 孔光碟片在平均轉速 2818RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

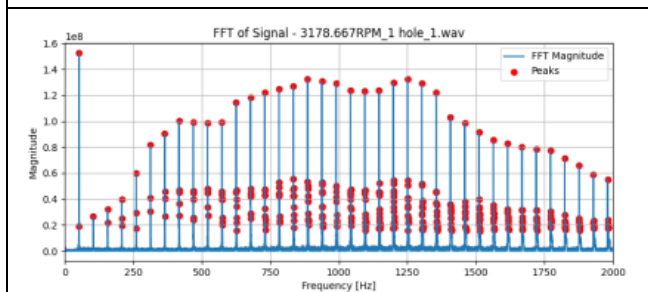


圖 4-2 E

1 孔光碟片在平均轉速 3178.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

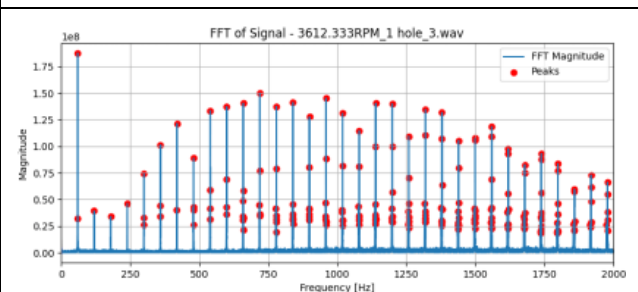


圖 4-2 F

1 孔光碟片在平均轉速 3612.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

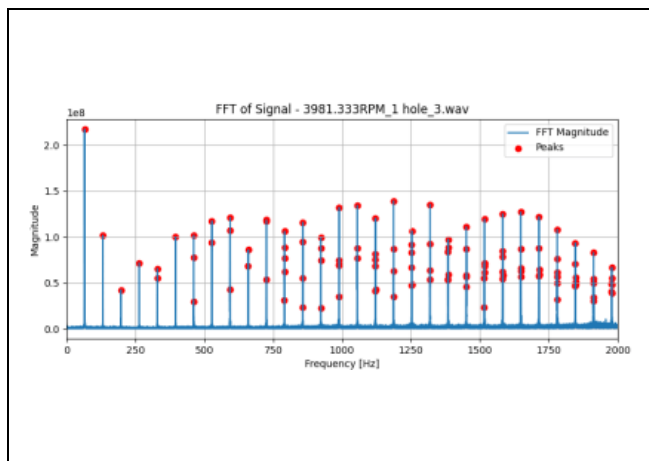


圖 4-2 G

1 孔光碟片在平均轉速 3981.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

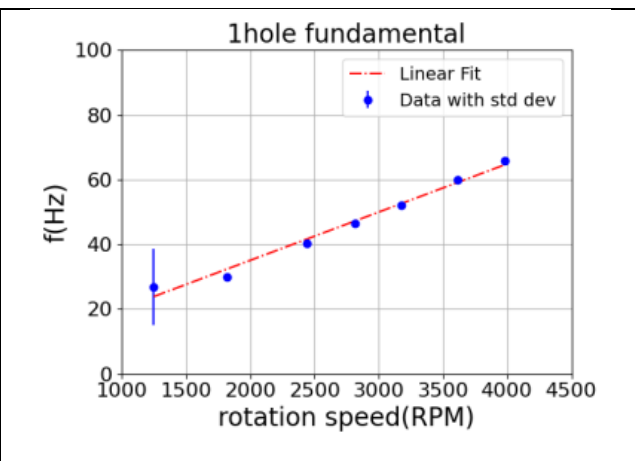


圖 4-2 H

1 孔光碟片之頻率對轉速的關係圖(基音)

2. 偶數孔數

此實驗為在不同轉速下，我們透過玻璃管以吹風機對著相同鑽孔光碟吹氣時，所產生之壓力波震動周圍空氣時所發出的頻率，利用 Thonny 軟體將所得頻率經簡易傅立葉轉換所得之傅立葉轉換值，之後再將所得各組基音與第二諧音之數據放在一起觀察趨勢，我們分別做了 6、8、12、16 孔的實驗，此處以 8 孔為例，如下(圖 4-3 A~圖 4-3 H)。

本頁所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

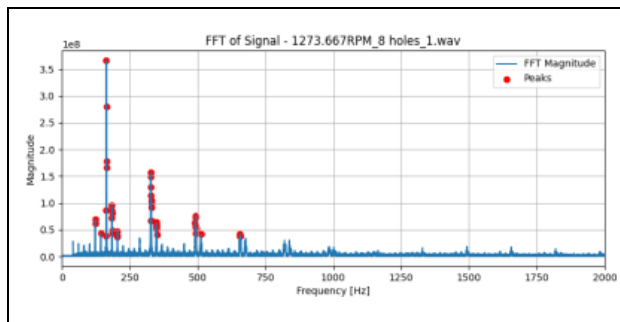


圖 4-3 A

8 孔光碟片在平均轉速 1273.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

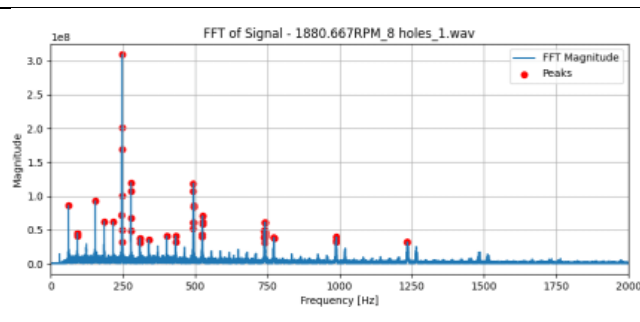


圖 4-3 B

8 孔光碟片在平均轉速 1880.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

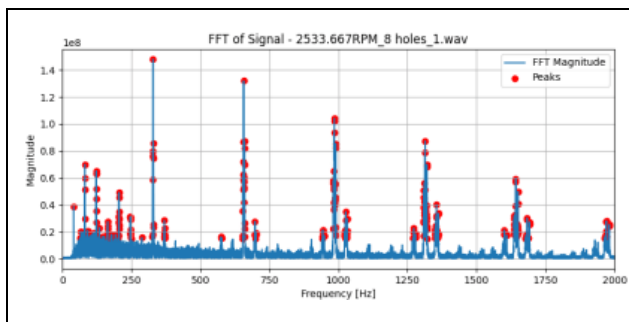


圖 4-3 C

8 孔光碟片在平均轉速 2533.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

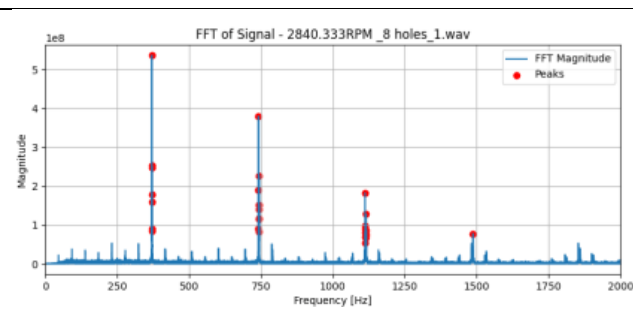


圖 4-3 D

8 孔光碟片在平均轉速 2840.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

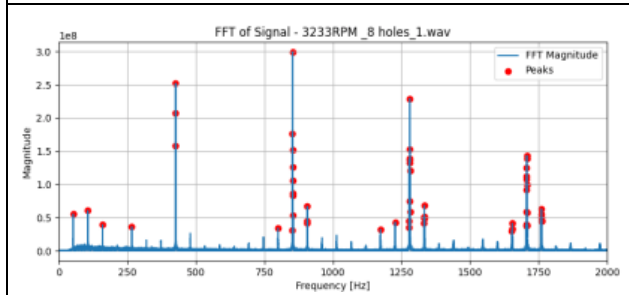


圖 4-3 E

8 孔光碟片在平均轉速 3233RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

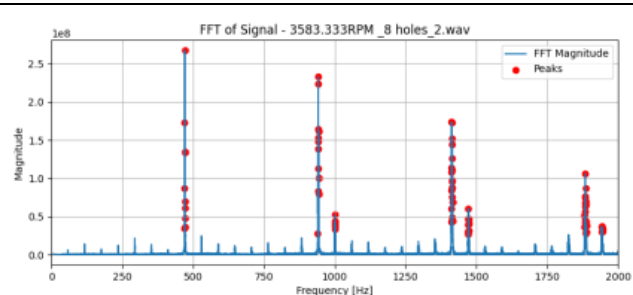


圖 4-3 F

8 孔光碟片在平均轉速 3583.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

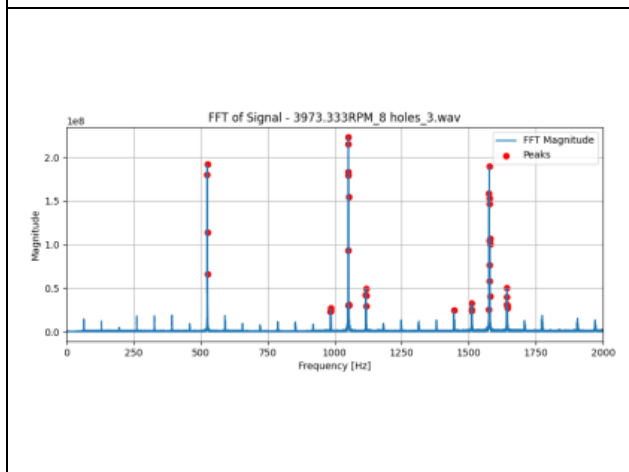


圖 4-3 G

8 孔光碟片在平均轉速 3973.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

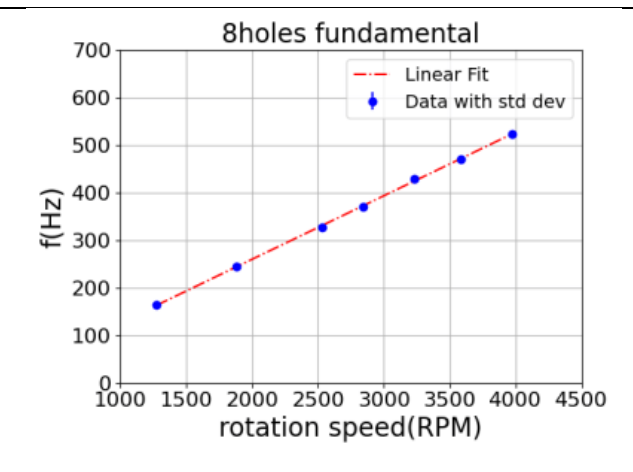


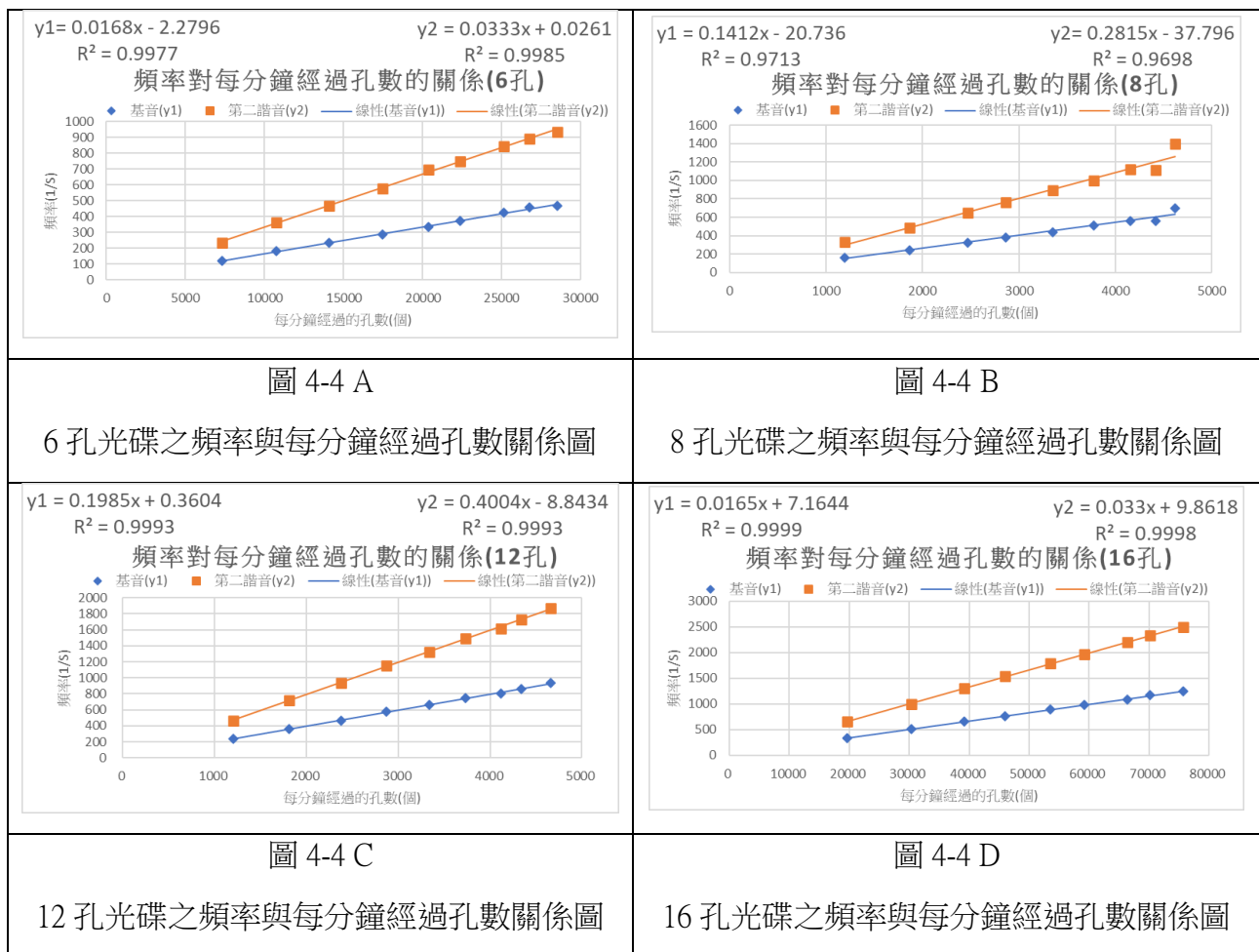
圖 4-3 H

8 孔光碟片之頻率對轉速的關係圖

三、 頻率與每分鐘經過孔數的關係

我們將頻率對轉速實驗的數據重新整理，並加入光碟孔洞數，探討頻率對每分鐘經過孔數的關係，以下是 6、8、12、16 孔光碟之頻率對每分鐘經過孔數的趨勢圖，如下(圖 4-4 A~圖 4-4 D)。

由於經費不足，加上學校的資源有限，我們的馬達無法固定轉速，故以下的實驗都會先求出頻率對轉速關係式，再作後續探討。



本頁所有圖片與照片均為自行製作或拍攝

四、頻率與孔洞分佈的關係

由於我們將光碟鑽孔的方式為人為事先擬定草稿再鑽孔，故鑽孔的位置或多或少有誤差，所以我們想進一步探討孔洞分布不均對頻率造成的影響。

為避免孔洞因只有些許誤差導致實驗數據差異不明顯，我們設計的鑽孔方式為「在理想均勻分布的孔洞位置上少鑽幾孔」，例如:若該光碟原欲製作為 12 孔之光碟樣本，即為在 12 孔光碟的孔洞分布位置上少鑽 2 個相鄰的孔，並將此模型命名為「12-2 孔」。

此實驗為在不同轉速下，我們透過玻璃管以吹風機對著相同鑽孔光碟吹氣時，所產生之壓力波震動周圍空氣時所發出的頻率，利用 Thonny 軟體將所得頻率經簡易傅立葉轉換所得之傅立葉轉換值，之後再將所得各組基音與第二諧音之數據放在一起觀察趨勢，如下(圖 4-2 A~圖 4-5 J)，此處以 12-2 孔為例。

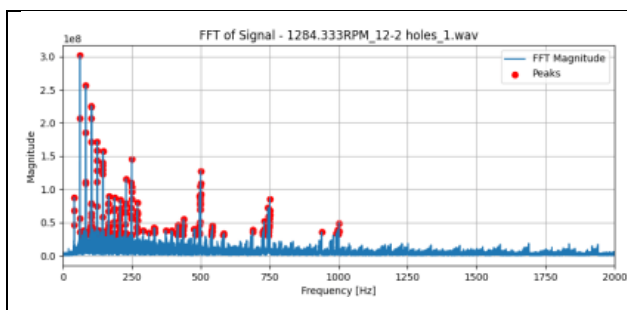


圖 4-5 A

12-2 孔光碟片在平均轉速 1284.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

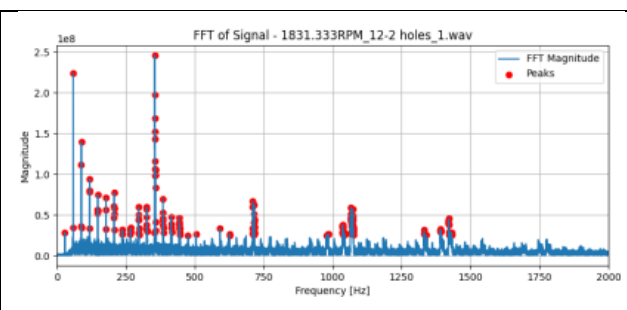


圖 4-5 B

12-2 孔光碟片在平均轉速 1831.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

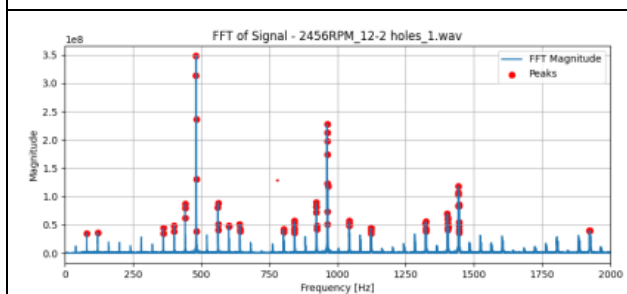


圖 4-5 C

12-2 孔光碟片在平均轉速 2456RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

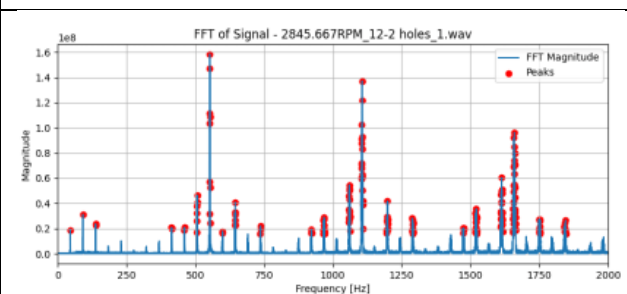


圖 4-2 D

12-2 孔光碟片在平均轉速 2845.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝

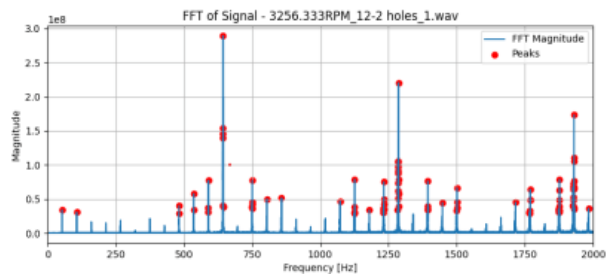


圖 4-5 E

12-2 孔光碟片在平均轉速 3256.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

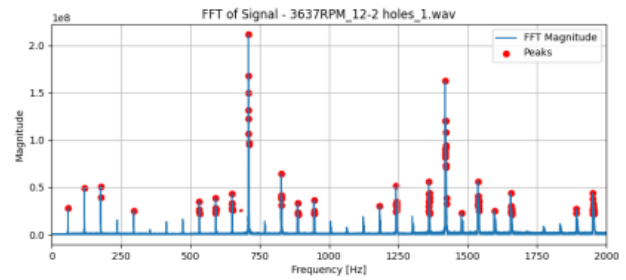


圖 4-5 F

12-2 孔光碟片在平均轉速 3637RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

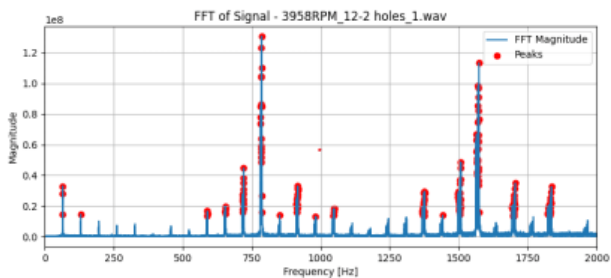


圖 4-5 G

12-2 孔光碟片在平均轉速 3958RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

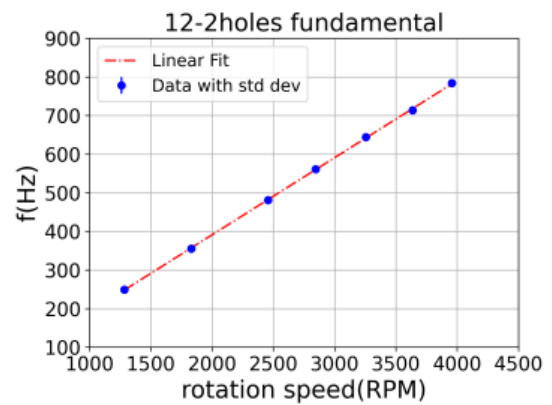


圖 4-5 H

12-2 孔光碟片之頻率對轉速的關係圖(基音)

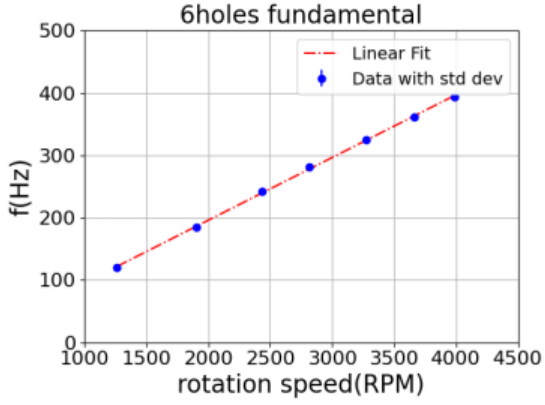
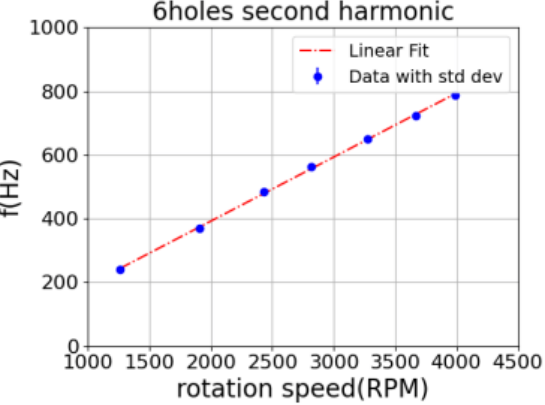
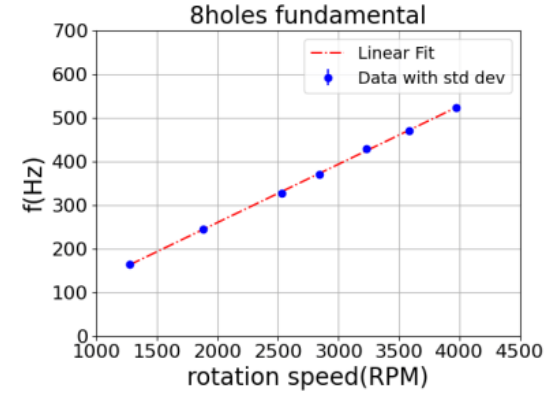
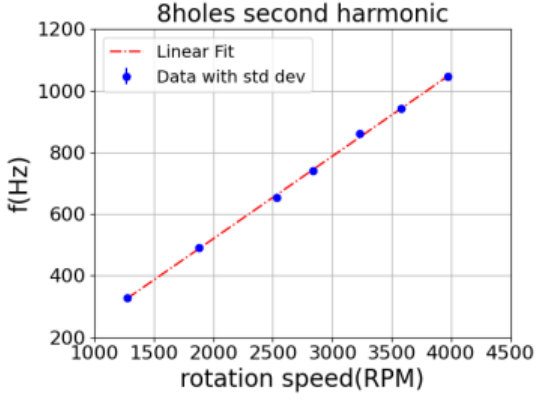
伍、討論

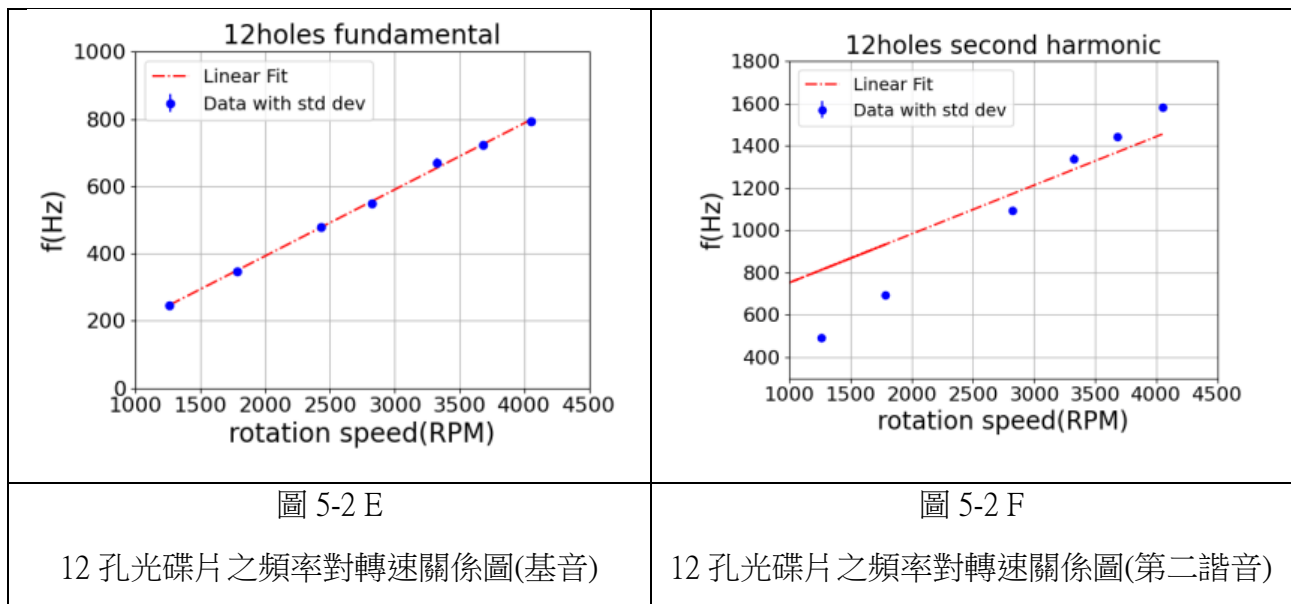
一、頻率對風速的關係

- (一) 在相同轉速下，我們發現風速越快，經傳立葉轉換後所得的基音與第二諧音之聲音強度越強。
- (二) 在相同轉速下，我們發現當用 1.5 和 2.9m/s 風速對光碟片吹氣，經傳立葉轉換後所得的基音與第二諧音之頻率分別為 978.0468、1955.962 (1/s)和 969.0725、1926.6818 (1/s)，因其誤差百分比甚小，所以我們認為風速不影響對光碟片吹氣所得聲音頻率。

二、頻率對轉速的關係

- (一) 我們發現各孔 CD 片轉速增加時，聲音經傳立葉轉換後強度最高的頻率會跟著增加，如下(圖 5-2 A~5-2 F)，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

	
<p>圖 5-2 A</p> <p>6 孔光碟片之頻率對轉速關係圖(基音)</p>	<p>圖 5-2 B</p> <p>6 孔光碟片之頻率對轉速關係圖(第二諧音)</p>
	
<p>圖 5-2 C</p> <p>8 孔光碟片之頻率對轉速關係圖(基音)</p>	<p>圖 5-2 D</p> <p>8 孔光碟片之頻率對轉速關係圖(第二諧音)</p>



(二) 我們將偶數孔做出的轉速與頻率關係圖中的趨勢線線性函數全部列出來後，如下列(式 1-2 A 到式 1-2 F)，發現隨著孔數的增加，轉速的係數也跟著增加，於是我們做出了孔數與轉速與頻率方程式係數的關係圖，並做出趨勢線，如下(圖 5-3 A 與圖 5-3 C)，我們發現孔數跟轉速與頻率方程式係數呈線性關係，接著，我們觀察轉速與頻率方程式常數項跟轉速的關係，並做出孔數與常數項的關係圖，如下(圖 5-3 B 與圖 5-3 D)，我們推測常數項與孔數對於常數項沒有太大影響，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

$y_1 = 0.1008x - 2.2796$	$y_2 = 0.2x + 0.0261$
式 1-2 A	式 1-2 B
6 孔光碟之轉速與頻率方程式(基音)	6 孔光碟之轉速與頻率方程式(第二諧音)
$y_1 = 0.1412x - 20.736$	$y_2 = 0.2815x - 37.796$
式 1-2 C	式 1-2D
8 孔光碟之轉速與頻率方程式(基音)	8 孔光碟之轉速與頻率方程式(第二諧音)
$y_1 = 0.1985x + 0.3604$	$y_2 = 0.4004x - 8.8434$
式 1-2E	式 1-2 F
12 孔光碟之轉速與頻率方程式(基音)	12 孔光碟之轉速與頻率方程式(第二諧音)

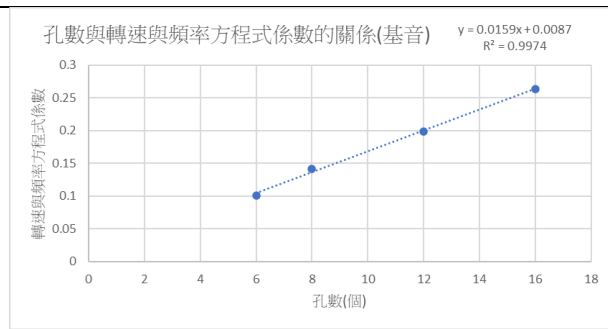


圖 5-3 A

孔數跟轉速與頻率方程式係數的關係(基音)

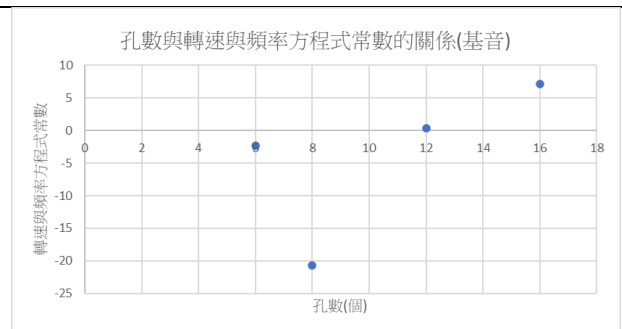


圖 5-3 B

孔數跟轉速與頻率方程式常數的關係(基音)

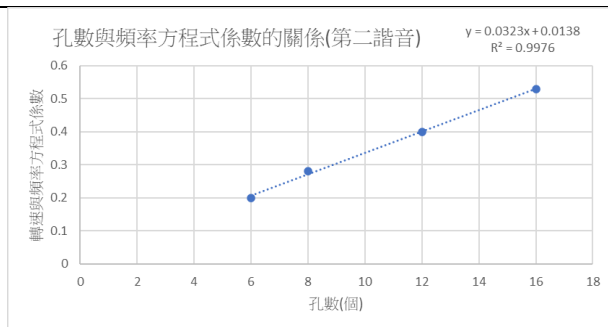


圖 5-3 C

孔數跟轉速與頻率方程式係數的關係
(第二諧音)

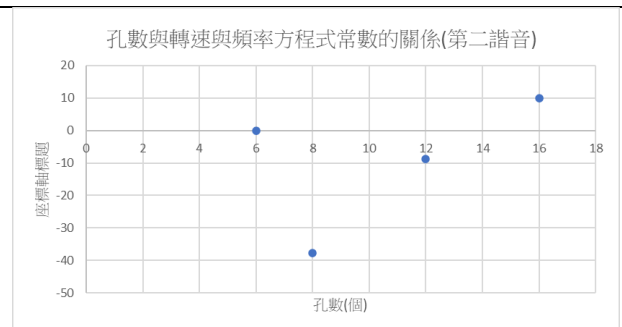


圖 5-3 D

孔數跟轉速與頻率方程式常數的關係
(第二諧音)

三、頻率與每分鐘經過孔數的關係

(一) 由於簡易馬達的轉速有限，所以我們才透過在光碟上鑽不同數目孔洞的方式，增加每分鐘經過的孔洞數目。

(二) 起初，我們預測在每分鐘經過孔洞數目相同的情況下，頻率應該要相同，也就是所得之頻率與每分鐘經過孔數的方程式係數應當相似，且每分鐘經過孔洞數目越多，頻率應當越高，依據實驗結果，其趨勢大致與我們所預測的結果相同，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

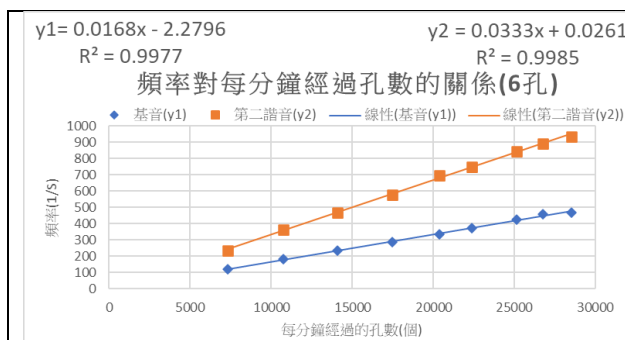


圖 5-5 A

6 孔光碟之頻率與每分鐘經過孔數關係圖

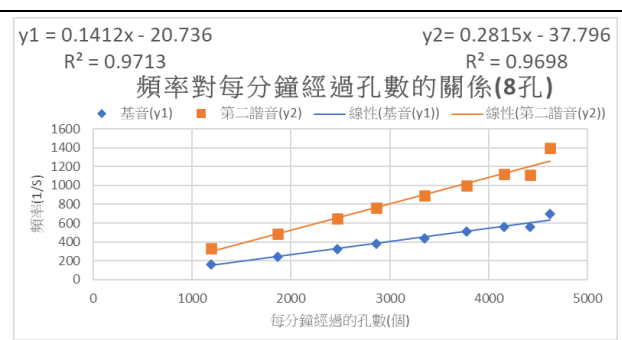


圖 5-5 B

8 孔光碟之頻率與每分鐘經過孔數關係圖

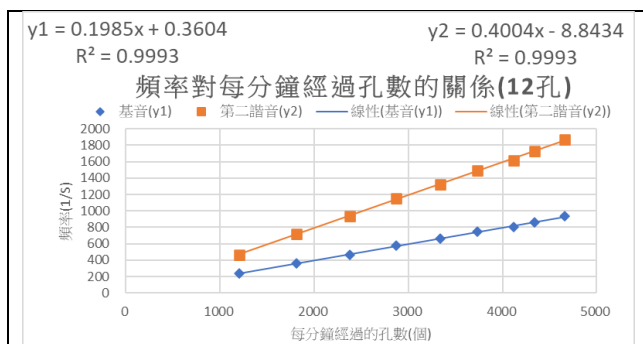


圖 5-5 C

12 孔光碟之頻率與每分鐘經過孔數關係圖

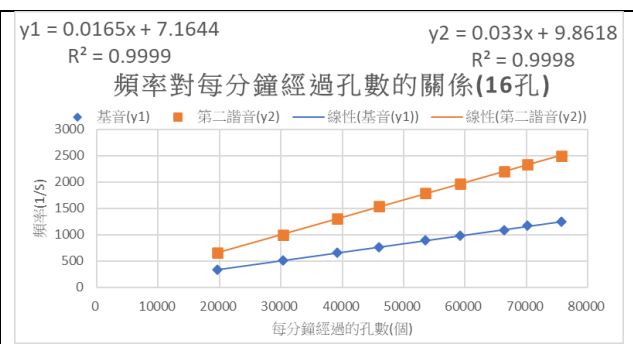


圖 5-5 D

16 孔光碟之頻率與每分鐘經過孔數關係圖

四、頻率與孔洞分佈的關係

(一) 我們發現 6-3 孔的 CD 片，在轉速較低時，無法看到如其他孔數般的基音與諧音，在較高轉速下，基音與諧音才逐漸變得明顯。

較高轉速之傅立葉轉換後數據，全部與 1 孔數據吻合，因為挖孔規則為相鄰挖孔，在 6-3 孔的情況中，有一半的孔都沒鑽，相當於上半部有 3 孔，下半部沒有孔洞，所以我們推測對稱性被破壞，所以呈現與 1 孔吻合的數據，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

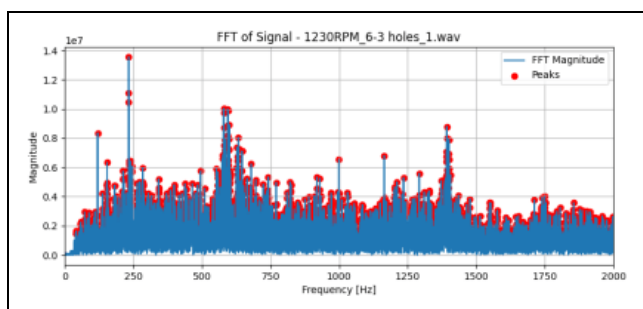


圖 5-4 A

6-3 孔光碟片在平均轉速 1230RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

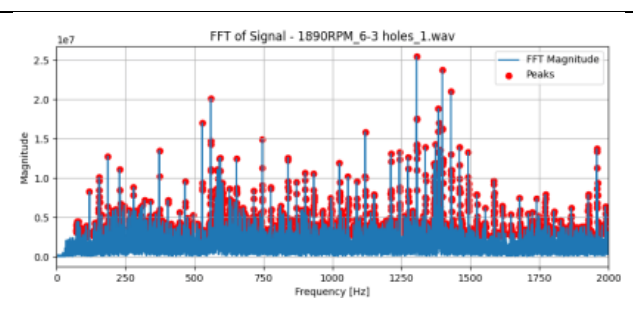


圖 5-4 B

6-3 孔光碟片在平均轉速 1890RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

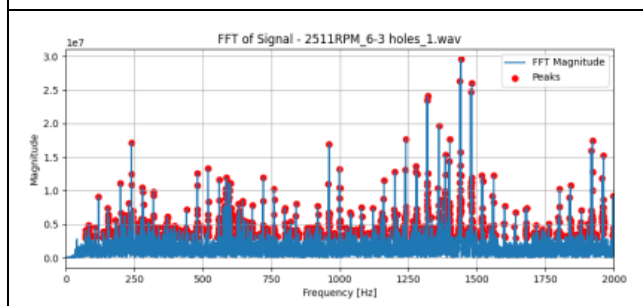


圖 5-4 C

6-3 孔光碟片在平均轉速 2511RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

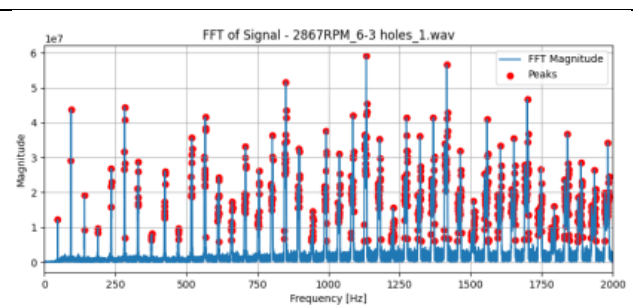


圖 5-4 D

6-3 孔光碟片在平均轉速 2867RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

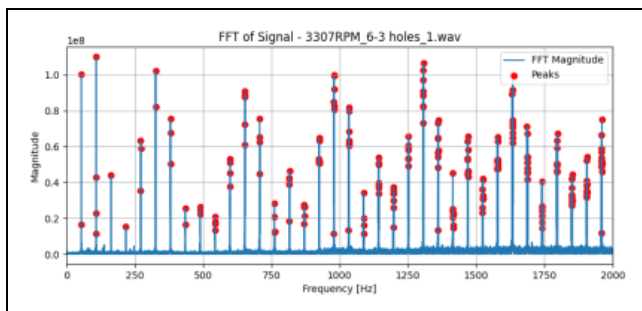


圖 5-4 E

6-3 孔光碟片在平均轉速 3307RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

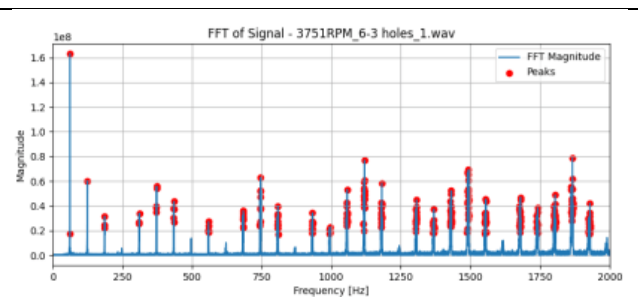


圖 5-4 F

6-3 孔光碟片在平均轉速 3751RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

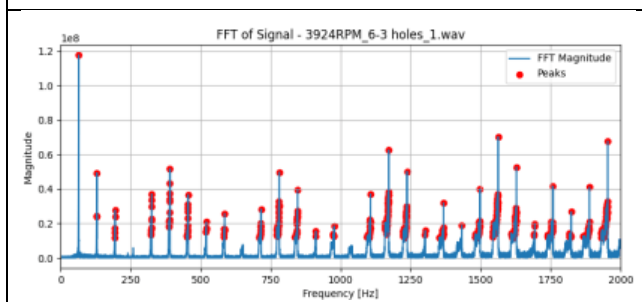


圖 5-4 G

6-3 孔光碟片在平均轉速 3924RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

(二) 我們將 12、12-1、12-2 孔之傅立葉轉換後的圖以直式放在一起，發現會看到主頻跟旁邊的小山峰相對強度差距會變小，也就是主頻相對強度越來越低、小山峰會越來越明顯，我們推測會這樣可能是因為孔洞分布越來越不平均，所以兩旁的小山峰會變得明顯，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

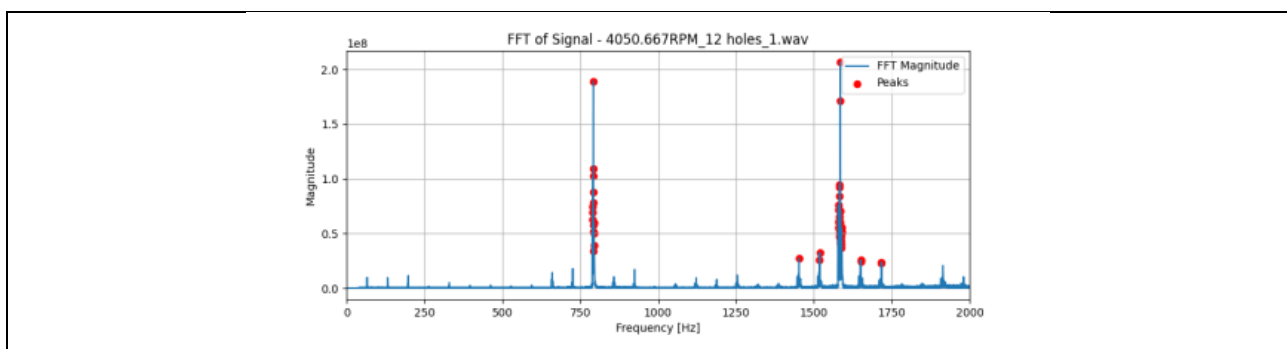


圖 5-7 A

12 孔光碟片在平均轉速 4050.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

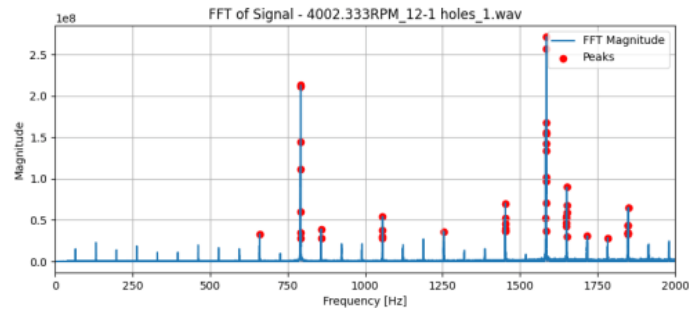


圖 5-7 B

12-1 孔光碟片在平均轉速 4002.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

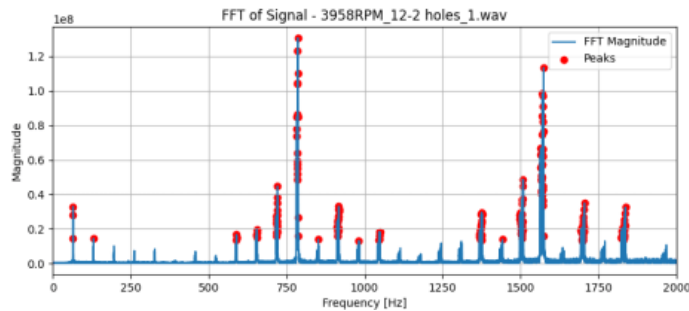


圖 5-7 C

12-2 孔光碟片在平均轉速 3958RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

(三) 我們將 12-1 孔與 12 孔的數據圖放在一起去比較，發現在少一個孔且相同轉速下，12-1 所得出的頻率較低。我們推測是因為 12-1 在孔洞的幾何圖形分布上，除了 12 孔的分布外，多了一個 6 孔的分布，導致疊合後的頻率變低，並且，我們將 6-1 孔與 6 孔的數據圖放在一起去比較也有相同情況，則當減得孔數越多，頻率越低，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

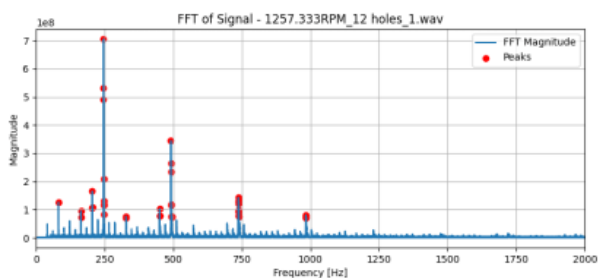


圖 5-5 A

12 孔光碟片在平均轉速 1257.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

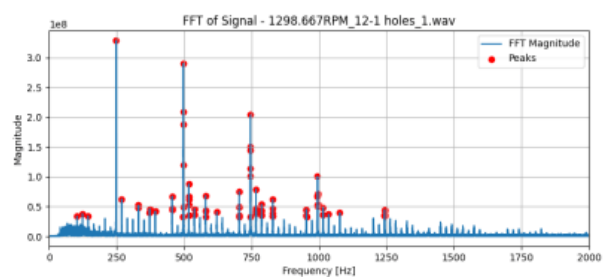


圖 5-5 B

12-1 孔光碟片在平均轉速 1298.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

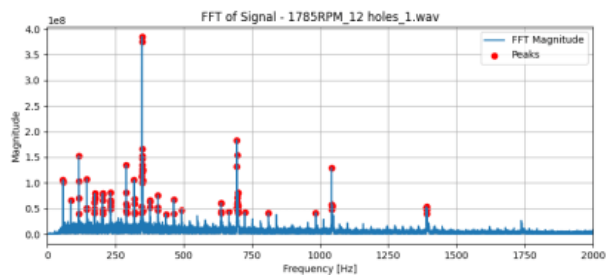


圖 5-5 C

12 孔光碟片在平均轉速 1785RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

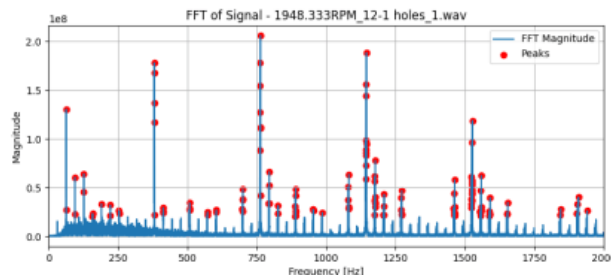


圖 5-5 D

12-1 孔光碟片在平均轉速 1948.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

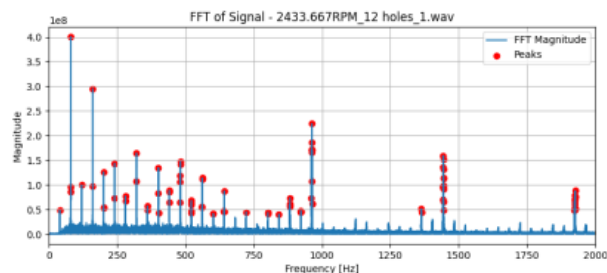


圖 5-5 E

12 孔光碟片在平均轉速 2433.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

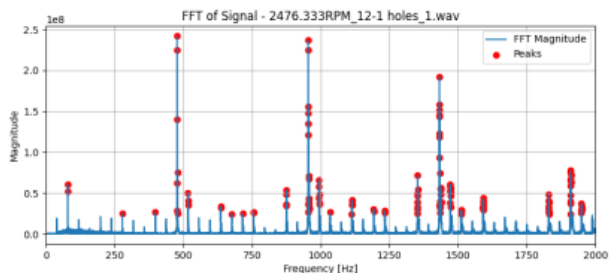


圖 5-5 F

12-1 孔光碟片在平均轉速 2476.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

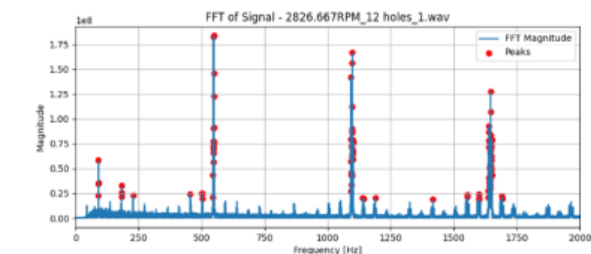


圖 5-5 G

12 孔光碟片在平均轉速 2826.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

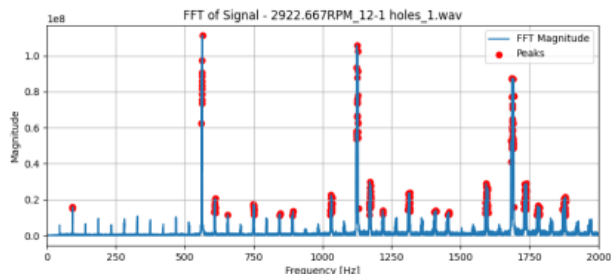


圖 5-5 H

12-1 孔光碟片在平均轉速 2922.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

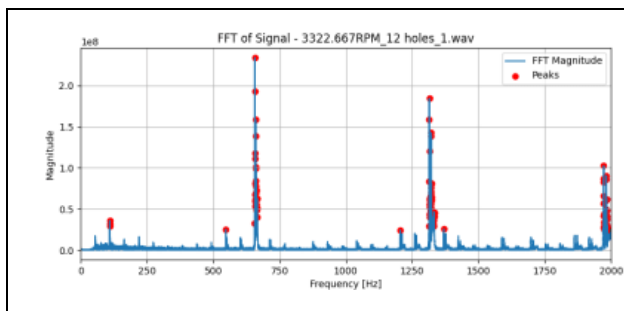


圖 5-5 I

12 孔光碟片在平均轉速 3322.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

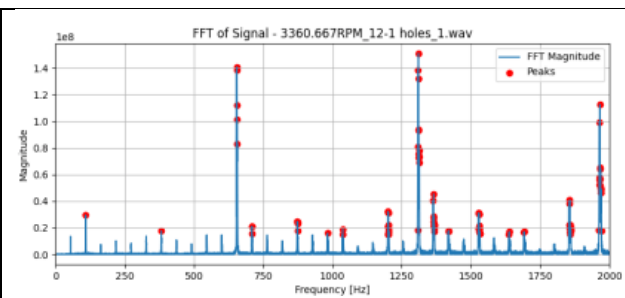


圖 5-5 J

12-1 孔光碟片在平均轉速 3360.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

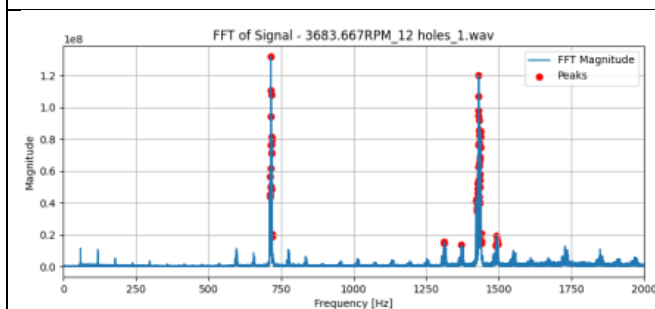


圖 5-5 K

12 孔光碟片在平均轉速 3683.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

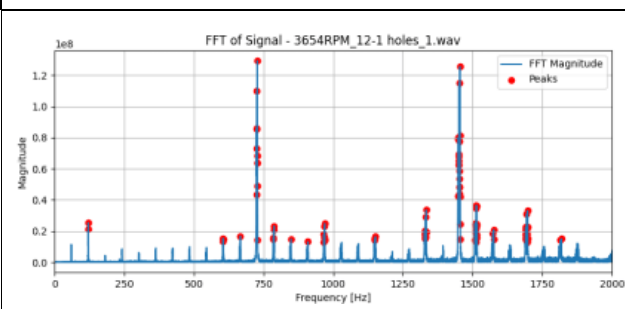


圖 5-5 L

12-1 孔光碟片在平均轉速 3654RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

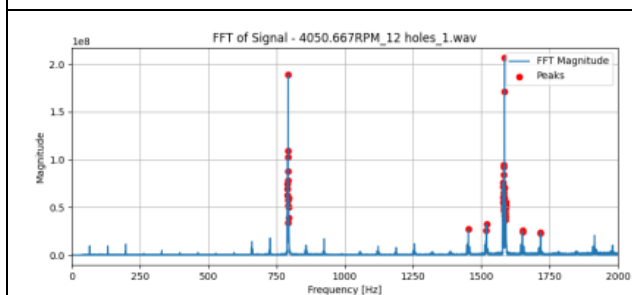


圖 5-5 M

12 孔光碟片在平均轉速 4050.667RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

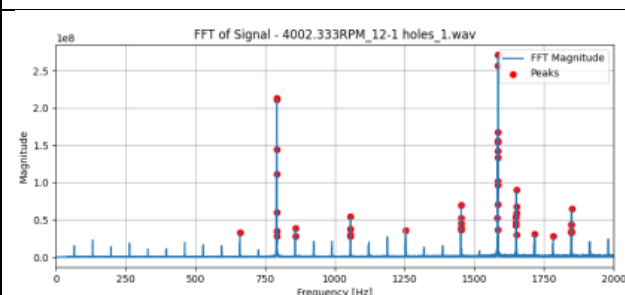


圖 5-5 N

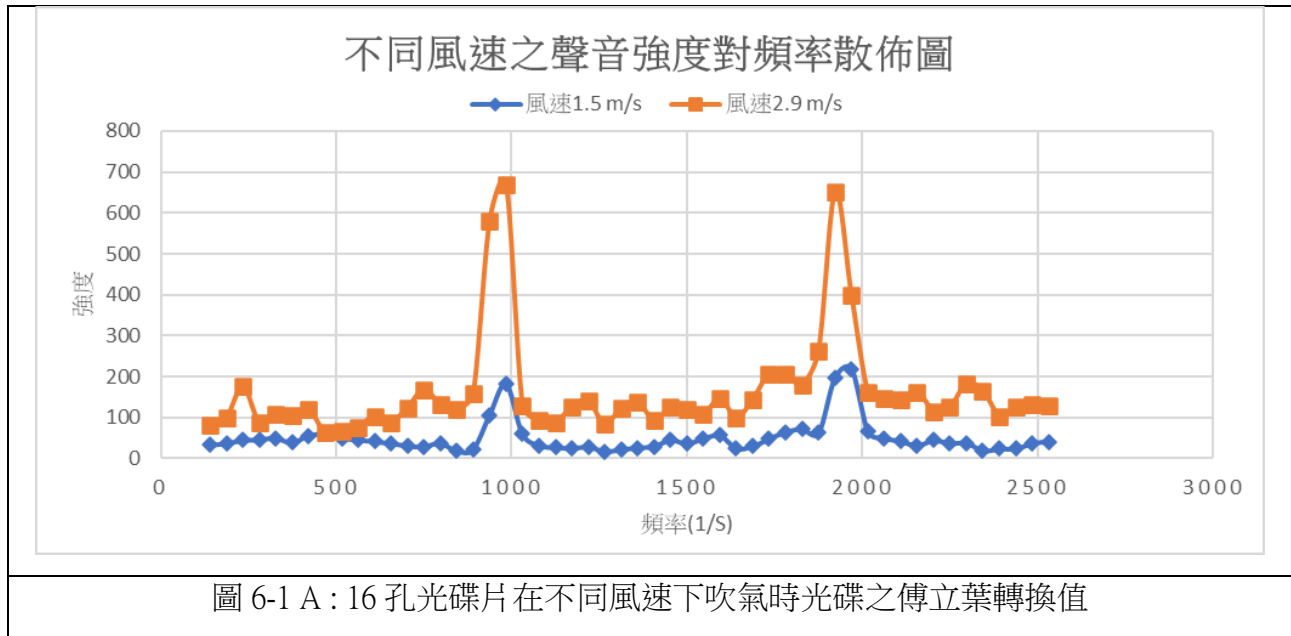
12-1 孔光碟片在平均轉速 4002.333RPM 下
吹氣時光碟之傅立葉轉換值

(四) 我們發現 12、12-1、12-2 孔，6、6-1、6-2 孔的頻率對轉速的關係圖，當減得孔數越多頻率對轉速的趨勢線斜率會變高。

陸、結論

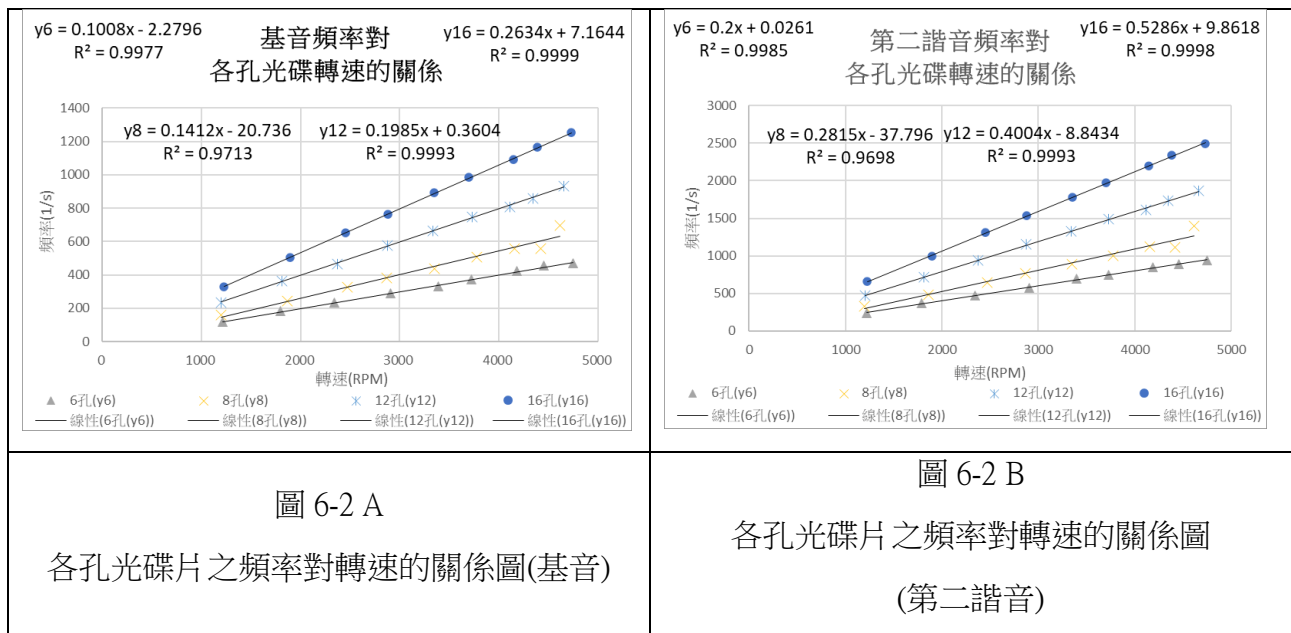
(一) 頻率對風速的關係

我們發現風速只會影響聲音強度，不影響聲音頻率，如下(圖 6-1 A)，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。



(二) 頻率對轉速的關係

我們將各孔光碟之轉速與頻率用線性做出趨勢線，如下(圖 6-2 A 與圖 6-2 B)。



(三) 轉速與頻率方程式

我們從轉速 R 與頻率 f 的數據做出其關係的趨勢線，發現頻率與轉速所呈現的關係式子都如下列 (式 1-4 A)，其中 A 為係數、 B 為常數， n 為第幾諧音。

$$f_n = A_n R_n + B_n$$

式 1-4 A：光碟之轉速與頻率方程式

(四) 孔數跟轉速與頻率方程式係數的關係

我們將孔數跟轉速與頻率方程式係數做出關係圖和趨勢線，我們發現隨著孔數增加，係數也跟著增加，並呈線性成長，如下（圖 6-3 A），可知孔數的多寡會影響轉速與頻率線性函數中轉速係數的量值，而常數項則不受其影響，如下（圖 6-3 B），以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

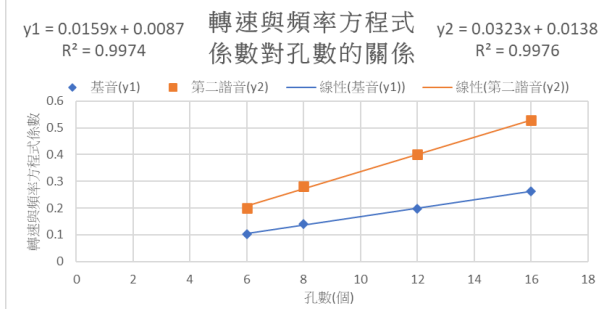


圖 6-3 A

轉速與頻率方程式係數對孔數的關係

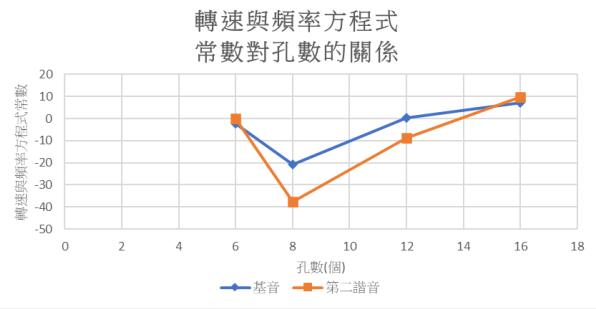


圖 6-3 B

轉速與頻率方程式常數對孔數的關係

(五) 頻率與每分鐘經過孔數的關係

我們將頻率與每分鐘經過孔數用線性做出趨勢線，如下(圖 6-4 A)。

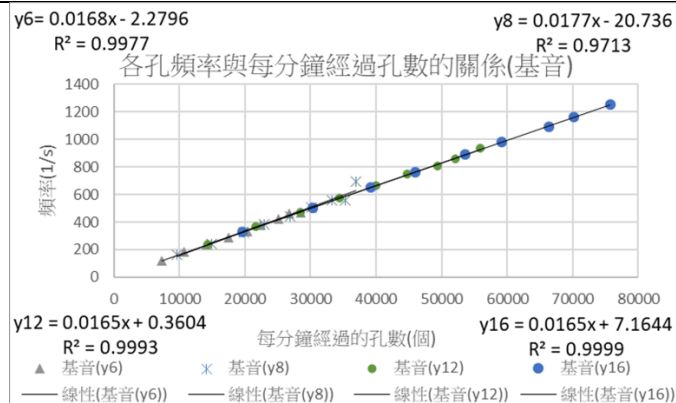


圖 6-4 A

各孔光碟之頻率與每分鐘經過孔數關係圖

(六) 頻率與每分鐘經過孔數方程式

我們從每分鐘經過孔數 N 與頻率 f 的數據做出其關係的趨勢線，發現頻率與每分鐘經過孔數所呈現的關係式子都如下列 (式 1-5 A)，其中 A 為係數、 B 為常數， n 為第幾諧音。

$$f_n = A_n N_n + B_n$$

式 1-5 A

光碟之頻率與每分鐘經過孔數方程式

(七) 頻率與孔洞分佈的關係

1. 在 6-3 孔的情況中，呈現與 1 孔吻合的數據，以 3900 到 4000 RPM 之轉速為例，如下(圖 6-7A 和 6-7B)，可知對稱性被破壞時，將會呈現與 1 孔吻合的數據，以下所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

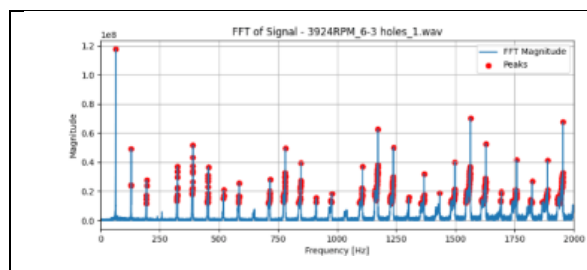


圖 6-7 A

轉速與頻率方程式係數對孔數的關係
(基因為 65.02(1/s))

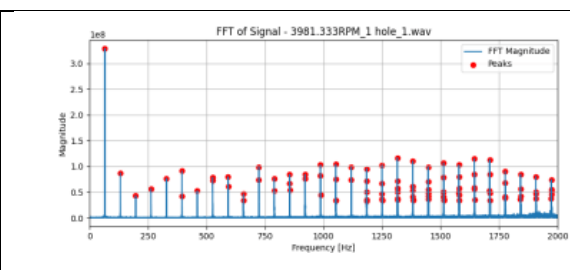


圖 6-7 B

轉速與頻率方程式常數對孔數的關係
(基因為 65.80(1/s))

2. 12、12-1、12-2 孔的 CD 片由於孔洞分布越來越不平均，所以兩旁的小山峰會變得明顯，也就是主頻相對強度越來越低、小山峰會越來越明顯。
3. 當相同轉速下，分布均勻的 CD 片上少鑽幾個孔，所得的主頻將會較分布均勻的 CD 片低，以 12-1 為例，12-1 包含 12 孔的分布和 6 孔的分布，疊合後 12-1 所得出的頻率會較低，根據 12-2 結果可知少鑽越多孔所得的頻率會越低。

柒、未來展望

- 一、探討對光碟片吹氣所發出的聲音為何有基音與諧音的產生。將 CD 片改成更多種樣式，例如將孔的分佈改變、改變孔的形狀、大小等等，去觀察其頻率趨勢。
- 二、對孔吹出不同氣體去觀察光碟發出的聲音頻率變化。
- 三、比較利用不同方式求出傅立葉轉換圖，確認數據正確性。
- 四、觀察奇數孔的情況下是否會出現什麼現象。

捌、參考文獻資料

一、Aliaksandr Melnichenka,[Aliaksandr Melnichenka].(2024,Oct 21).

Research of Siren-problem @ IYPT-2023[Video].

Youtube. <https://youtu.be/iLygKA8KoCw?feature=shared>.

二、IYPT 2023 第三題——汽笛（2022 年 8 月 22 日）• 中國大學生物理學術競賽• 取自

<https://cupt-iypt.com/index.php?m=home&c=View&a=index&aid=110>

三、108 新課綱 | 高三物理 | 空氣柱的駐波（2023 年 9 月 22 日）• 臺北酷課雲• 取自

<https://www.youtube.com/watch?v=lLr8Piwnjwo&list=PLm778hWdXOZm1FkbaXu98PsazirgMmFoK&index=15>

四、臺灣國際科學展覽會優勝作品(2024)

<https://twssf.ntsec.gov.tw/tisf/2024/pdf/TISF2024-160029.pdf>

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。

【評語】 051816

此研究探討鑽孔的光碟，在不同轉速下對聲音頻率的影響。改變光碟上的孔洞數量、分佈，並調整 CD 旋轉的速度，記錄吹氣後產生的聲音頻率變化。結果表明，風速只會影響聲音強度，不影響聲音頻率。轉速與頻率關係式係數呈線性關係，CD 孔數對稱性被破壞有強烈關係。學生表達佳、理論論述佳、實驗過程與結果佳、討論與結論尚可。

作品海報

頻率窺秘：轉速遇見CD孔數的樂章

摘要

本研究探討對旋轉中的鑽孔光碟吹氣時所產生的聲音變化。透過調整孔洞數量、分布方式與旋轉速度，發現連續少量孔洞會提升單孔諧音的相對強度，且諧音與每分鐘經過孔洞數無關；間隔鑽孔會加強與孔數因數對應的諧音。當孔洞張角 $\theta \leq 180^\circ$ 時，頻譜結果與預期不符，仍需進一步實驗釐清。結果顯示孔洞設計與聲音頻率有明顯關聯，具進一步研究價值。

壹、研究動機

我們從最一開始觀察CD片旋轉發出的聲音開始，發現頻率與轉速呈現線性關係，可表示為： $f_n = A_n R_n + B_n$ （f:頻率；n:孔數；R:轉速；A、B:常數）。

接著，我們進一步分析「每分鐘經過的孔數」與頻率的關係，發現即使CD片本身鑽孔數不同，只要每分鐘經過的孔數相近，頻率也會相近，然而這些結果都建立在孔洞規則排列的前提下。於是，我們產生了新的疑問：如果把孔洞改成不規則排列，聲音頻率還會一樣嗎？

我們希望透過這項改變，探索孔洞排列是否會影響聲波產生的規律性，為研究帶來更多可能性。

貳、研究目的

- 一、探討連續少鑽孔洞對頻率的影響
- 二、探討間隔少鑽孔洞對頻率的影響
- 三、探討孔洞張角小於等於180度對傅立葉轉換圖的影響

參、研究過程或方法

一、實驗理論

- (一) 光碟是怎麼發出聲音：
光碟轉動時，會帶動周圍空氣振動發出聲音。
- (二) 怎麼使光碟發出別種聲音：
氣流通過光碟上的孔洞時，會產生週期性的壓力波，這些壓力波在空氣中會傳播形成聲波。聲音的特性取決於氣流速度、孔的大小、孔的數量、孔的分布、光碟片的轉速和光碟片與氣流的夾角等等。
- (三) 基音與諧音：
開管樂器所形成的柱波不只有一個，隨著駐波波速的不同，頻率也會有所改變，在開管樂器的頻率公式（式1）中，若n帶入1，所得的頻率稱為基音；若n帶入2，所得的頻率稱為第二諧音，引用自參考文獻三。

$$f_n = \frac{nv}{2L}, n \in N \text{ (式1)}$$

- (四) 諧波的公式推導：
為探討空氣導管中聲壓分佈與重疊面積的關係，將重疊面積函數A(x)展開為傅立葉級數，進一步推導其對應的傅立葉係數 a_n 。假設導管中對稱分佈，且 A(x)可微，則傅立葉係數可表示為：

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^a A(x) \cos \frac{2\pi nx}{l} dx$$

- 接著利用對稱性簡化計算，並代入具體的面積函數 $A(x) = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}x^2$ 進行積分變換，最後可得到：
- $$\frac{4a^3}{L} \left[\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} S \left(\frac{2\pi na}{l} \right) \cos \frac{2\pi nx}{l} \right]$$

三、實驗方法

- (一) 製作吹風裝置

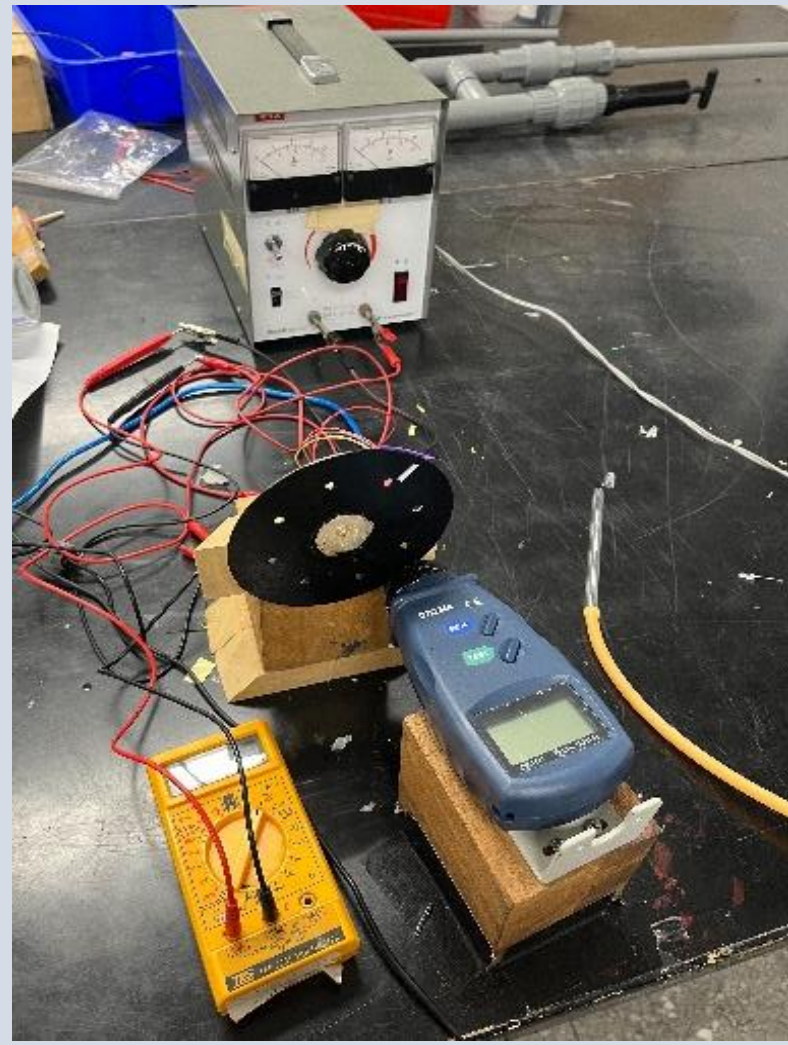


圖1 A：
光碟轉動裝置



圖1 B：吹風裝置



圖1 C：吹風裝置

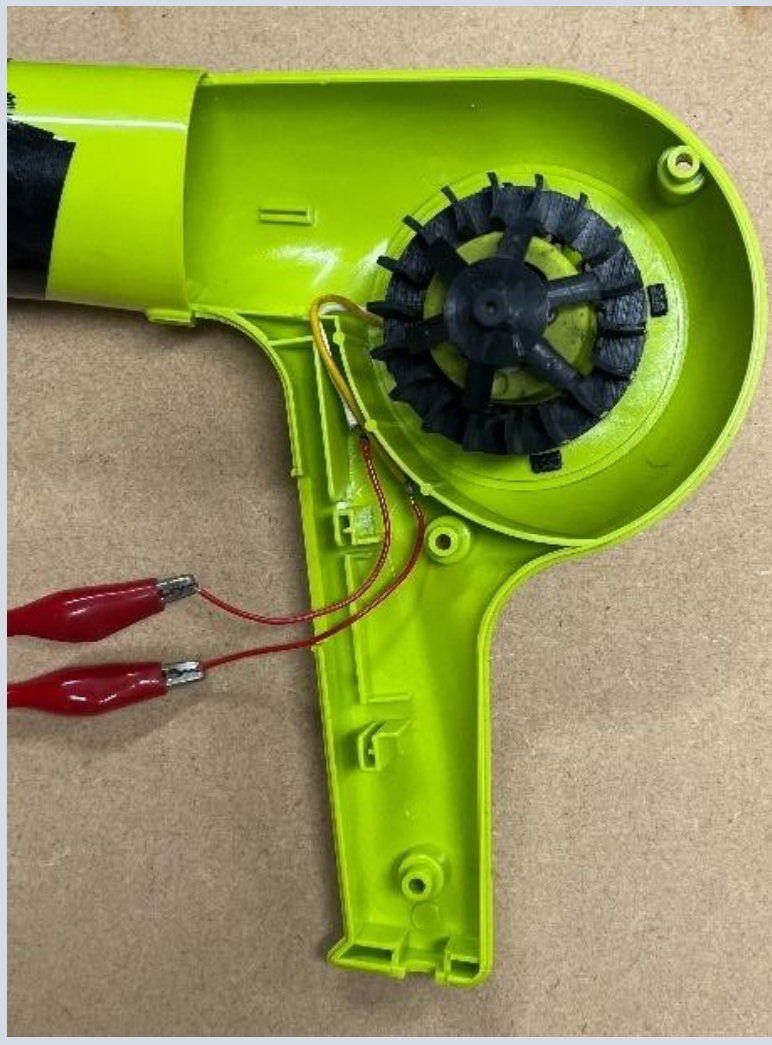


圖2 A：
去除馬達



圖2 B：
吹風機黏上水管

- (二) 製作鑽孔光碟



圖3 A：
鑽孔光碟(6孔)

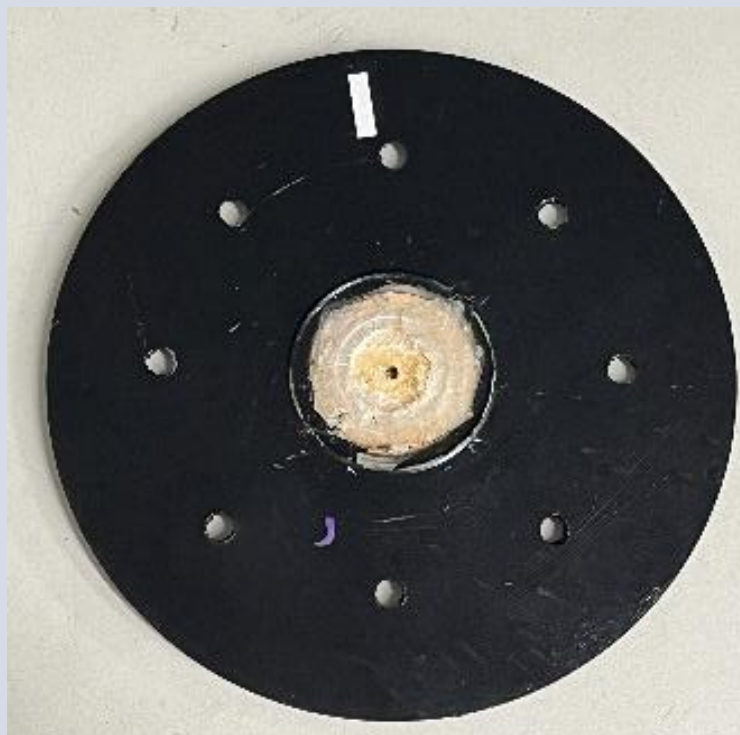


圖3 B：
鑽孔光碟(8孔)



圖3 C：
鑽孔光碟(12孔)

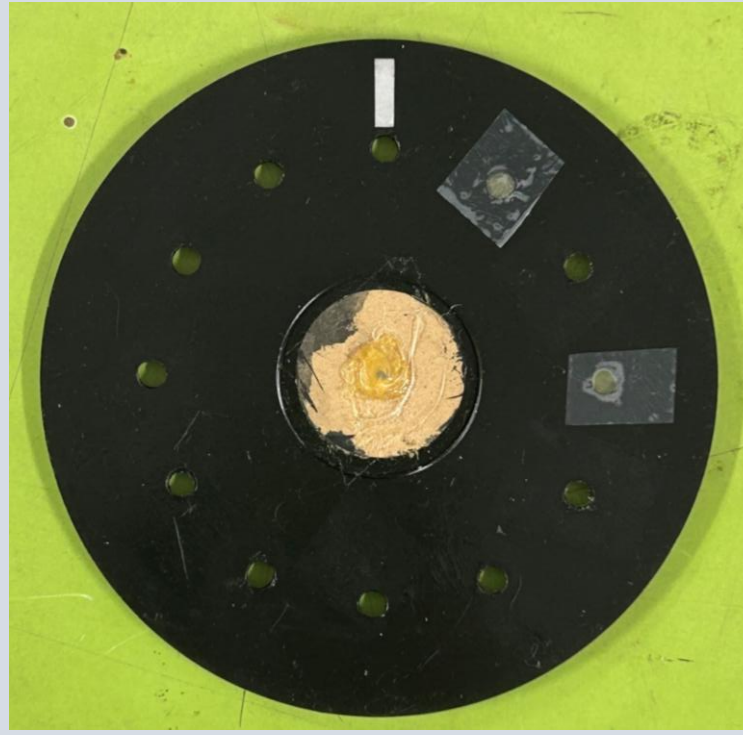


圖3 D：
鑽孔光碟(12-2 N孔)

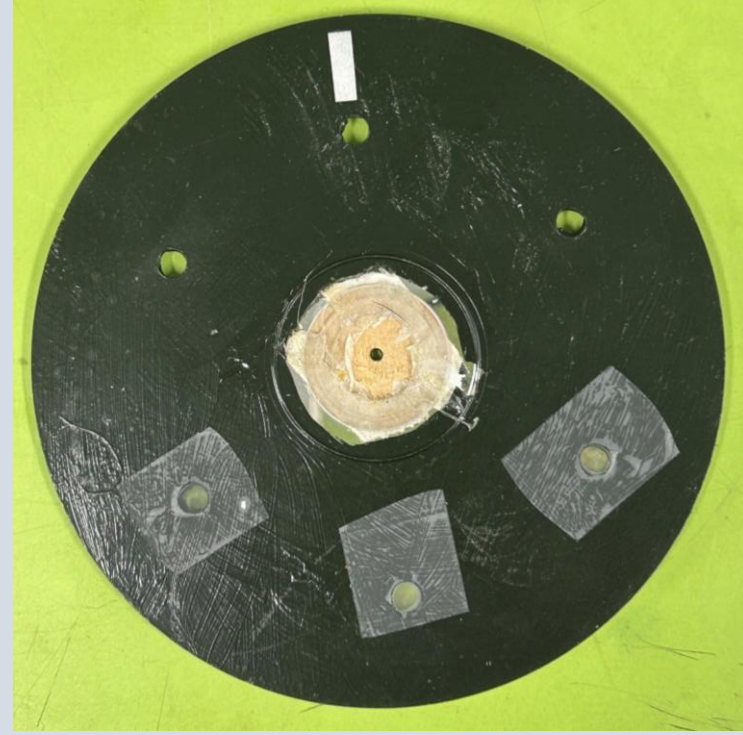


圖3 E：
鑽孔光碟(6-3孔)

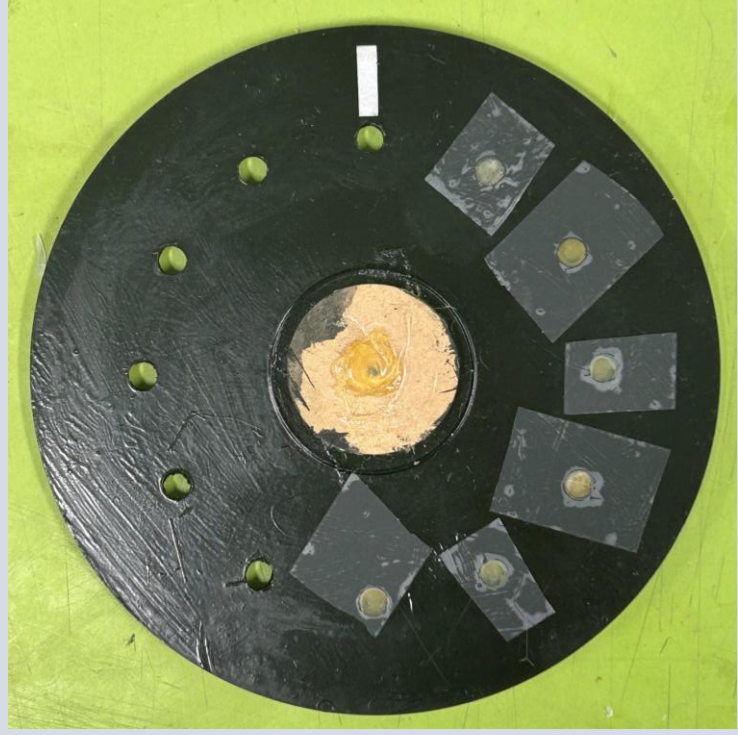


圖3 F：
鑽孔光碟(12-6孔)

- (三) 測量光碟片之轉速

- (四) 測量吹氣時光碟片之頻率



圖4 A: 轉速計

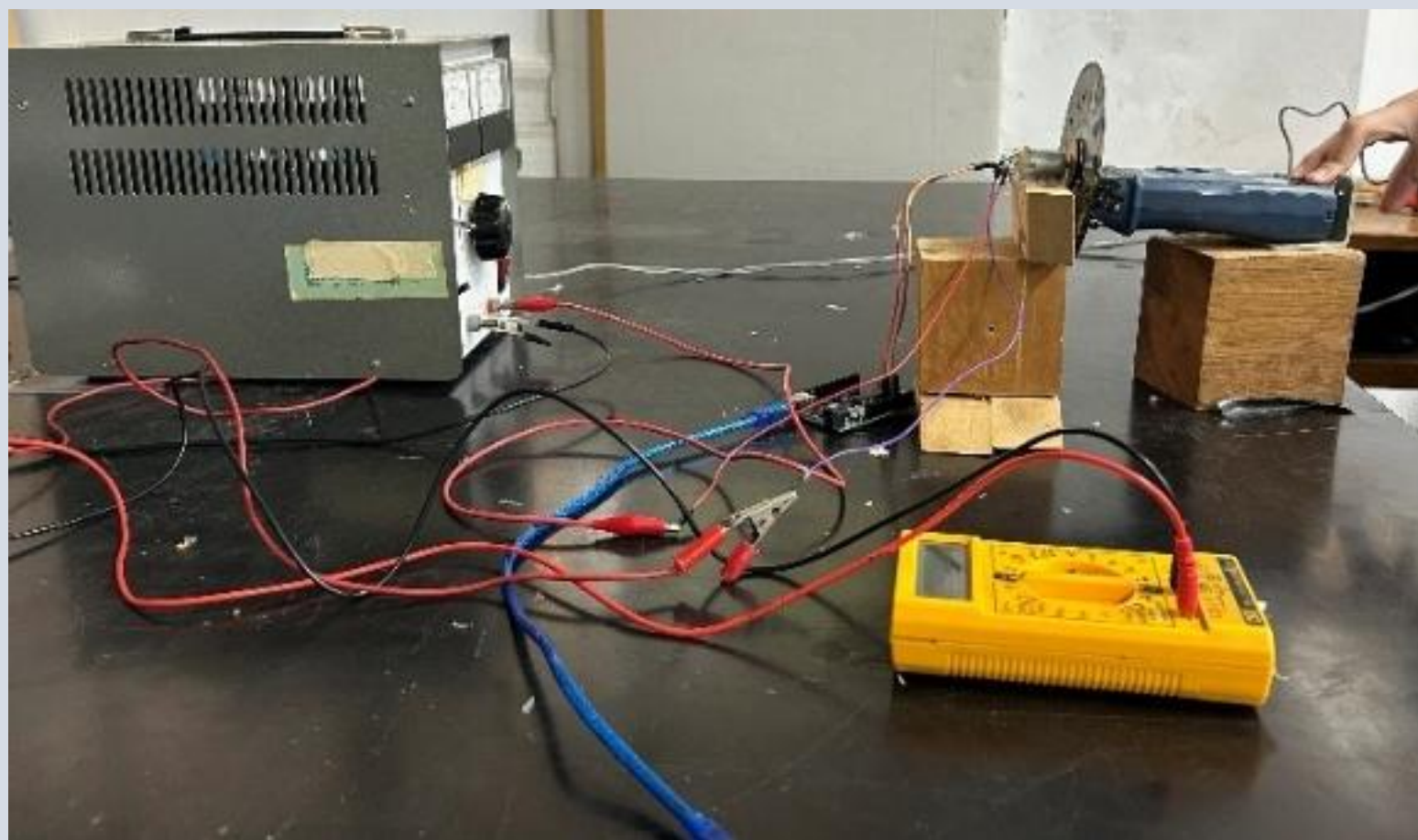


圖4 B: 轉速測量示意圖(左視圖)

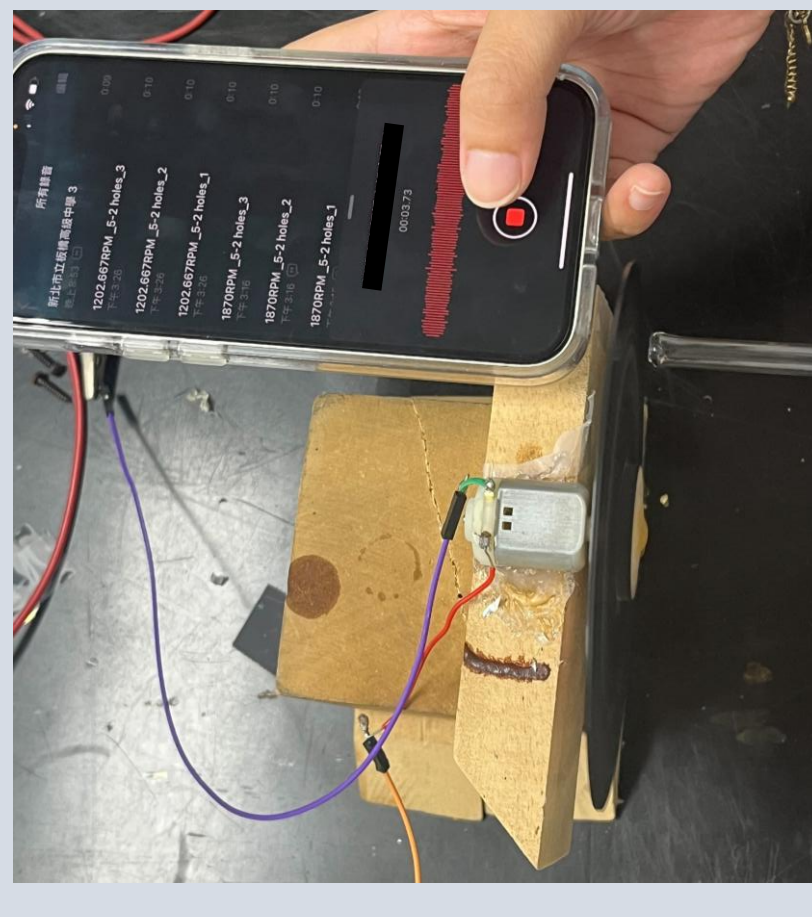


圖4 C：頻率測量示意圖(上視圖)

四、分析方法：

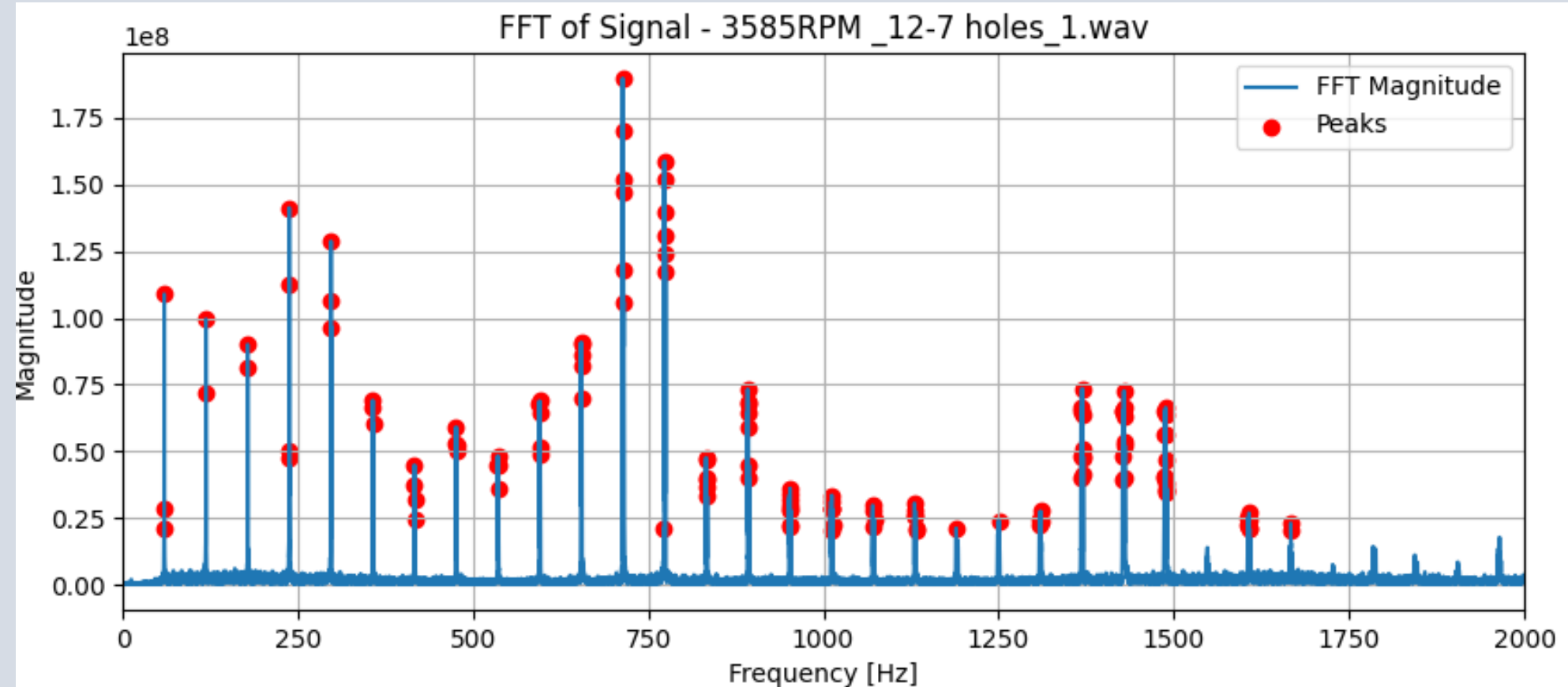


圖5 A：聲音強度對頻率散佈圖

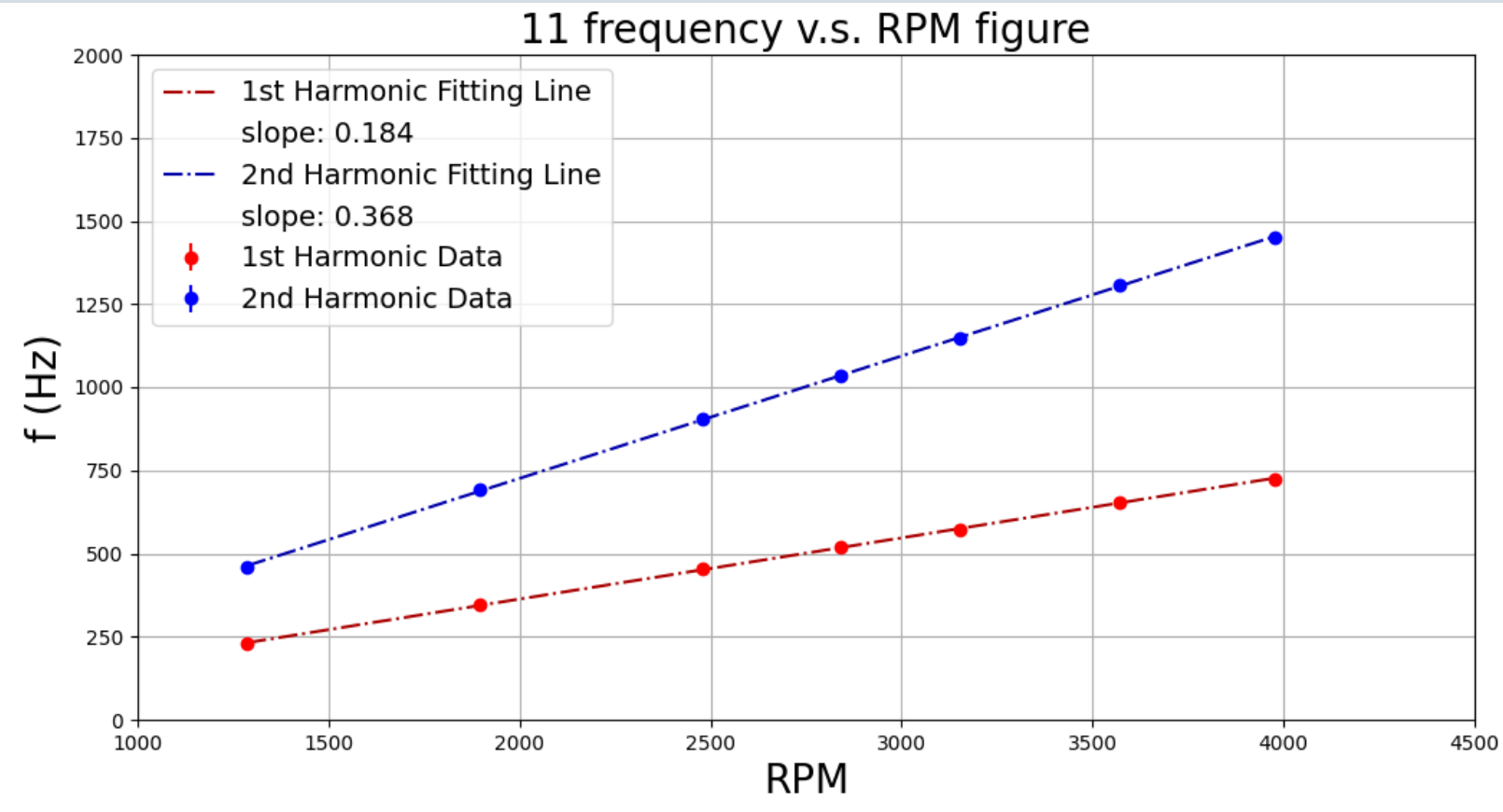


圖5 B：頻率對轉速實驗圖表

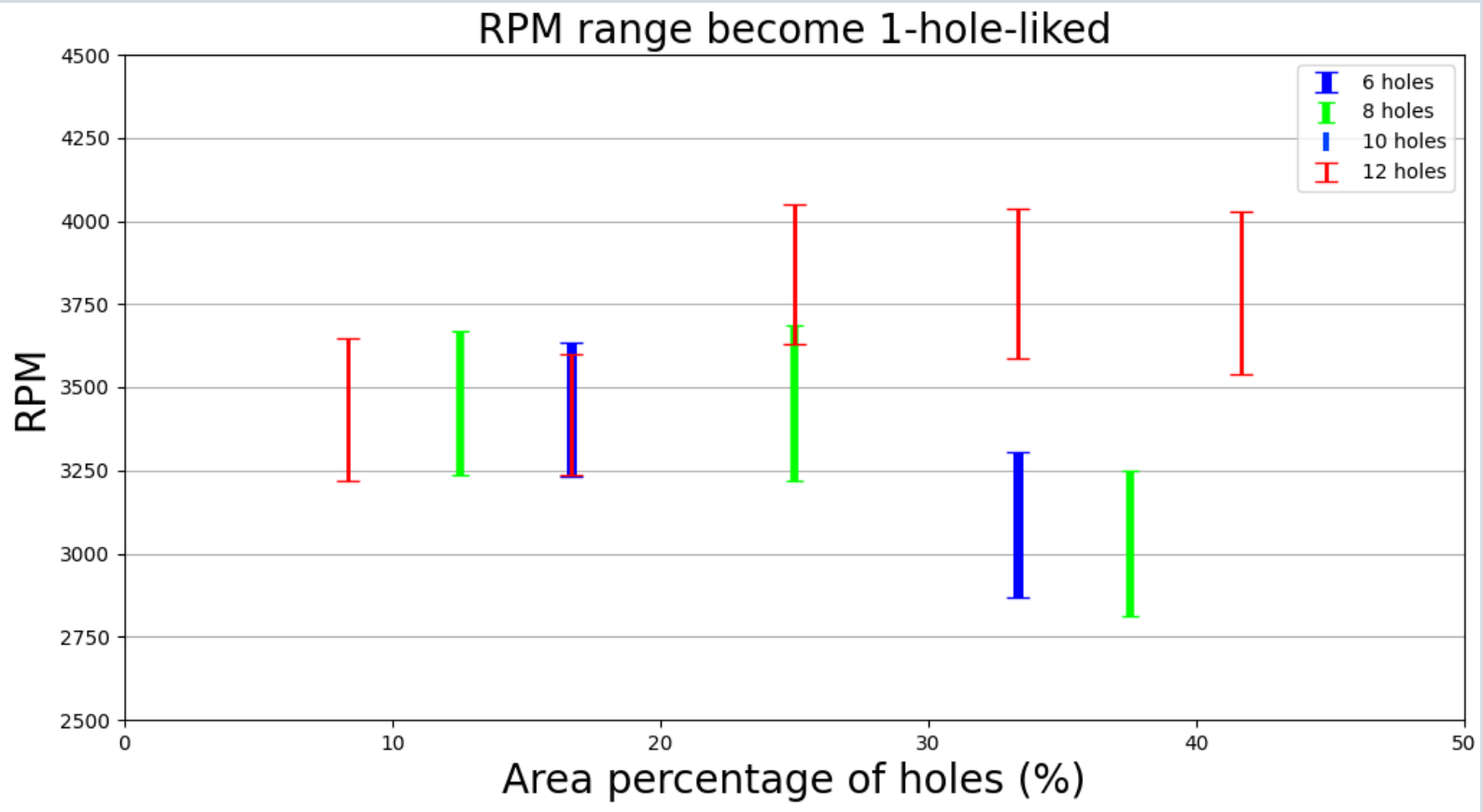


圖5 C：孔洞張角對臨界轉速區間分布圖

肆、研究結果與討論

我們發現每個實驗數據圖除了強度較高的該孔諧音以外，底下都會有規律的頻率峰值，接著我們根據頻率與轉速的關係式： $f_n = A_n R_n + B_n$ ，計算出底下的頻率峰值就是1孔的諧音，經過比對1孔的實驗數據後，驗證其確實為1孔的諧音，如(圖6 C)。

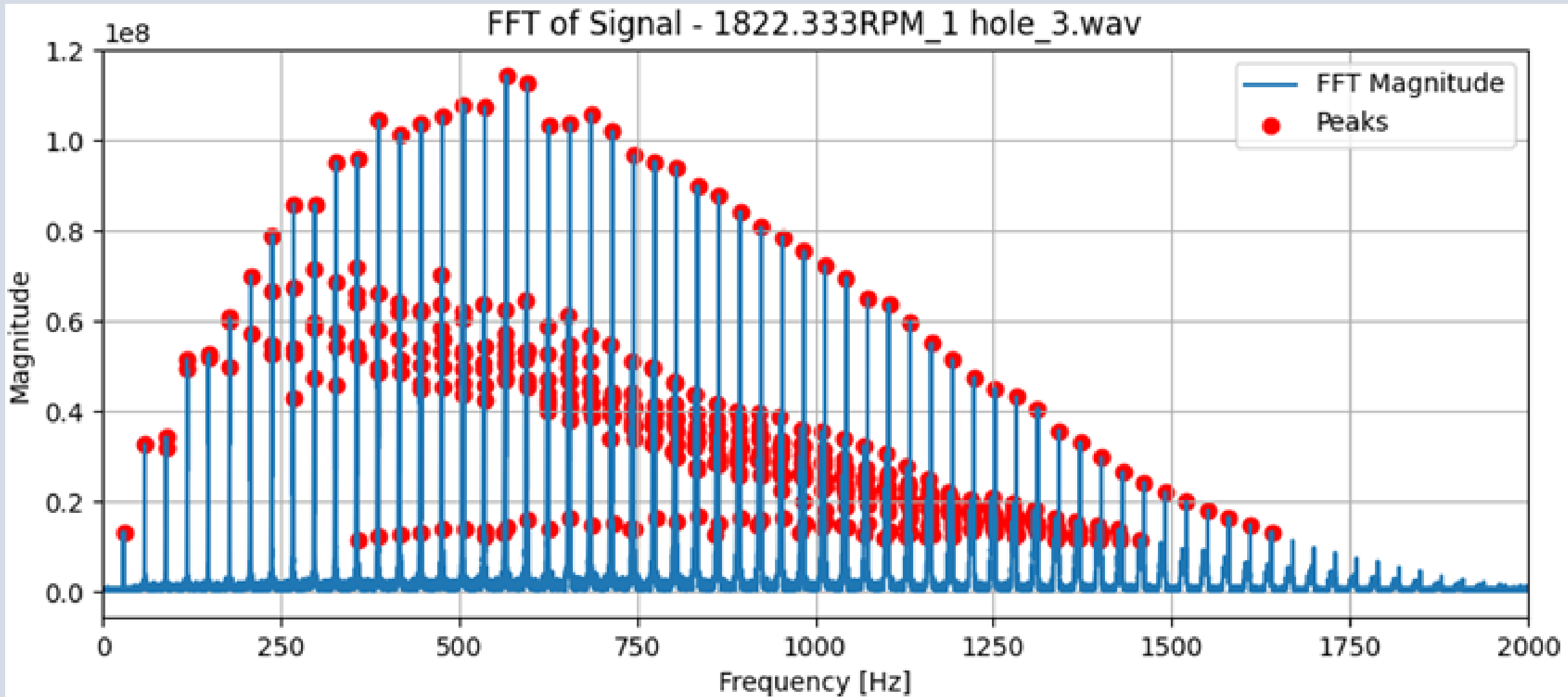


圖6 A：1孔CD片在1822.333RPM下吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

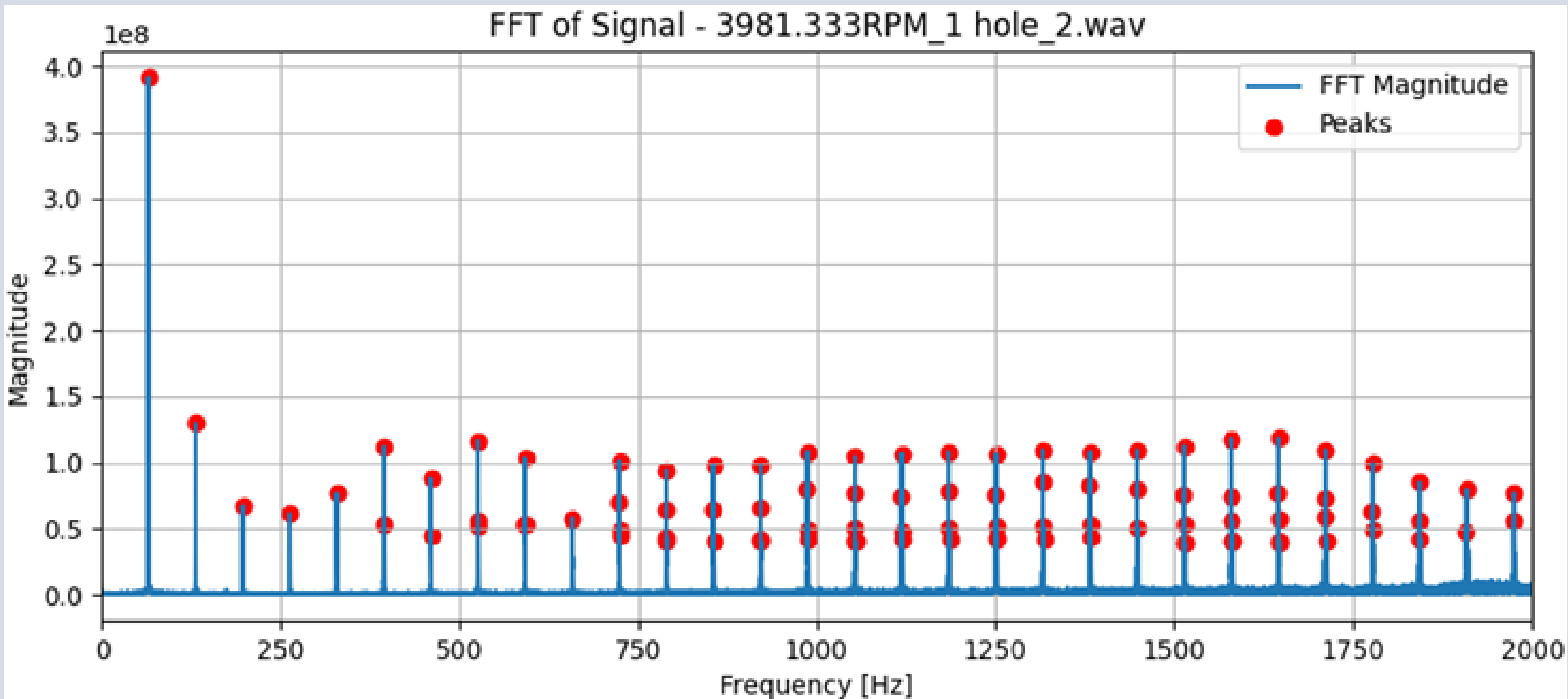


圖6 B：1孔CD片在3981.333RPM下吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

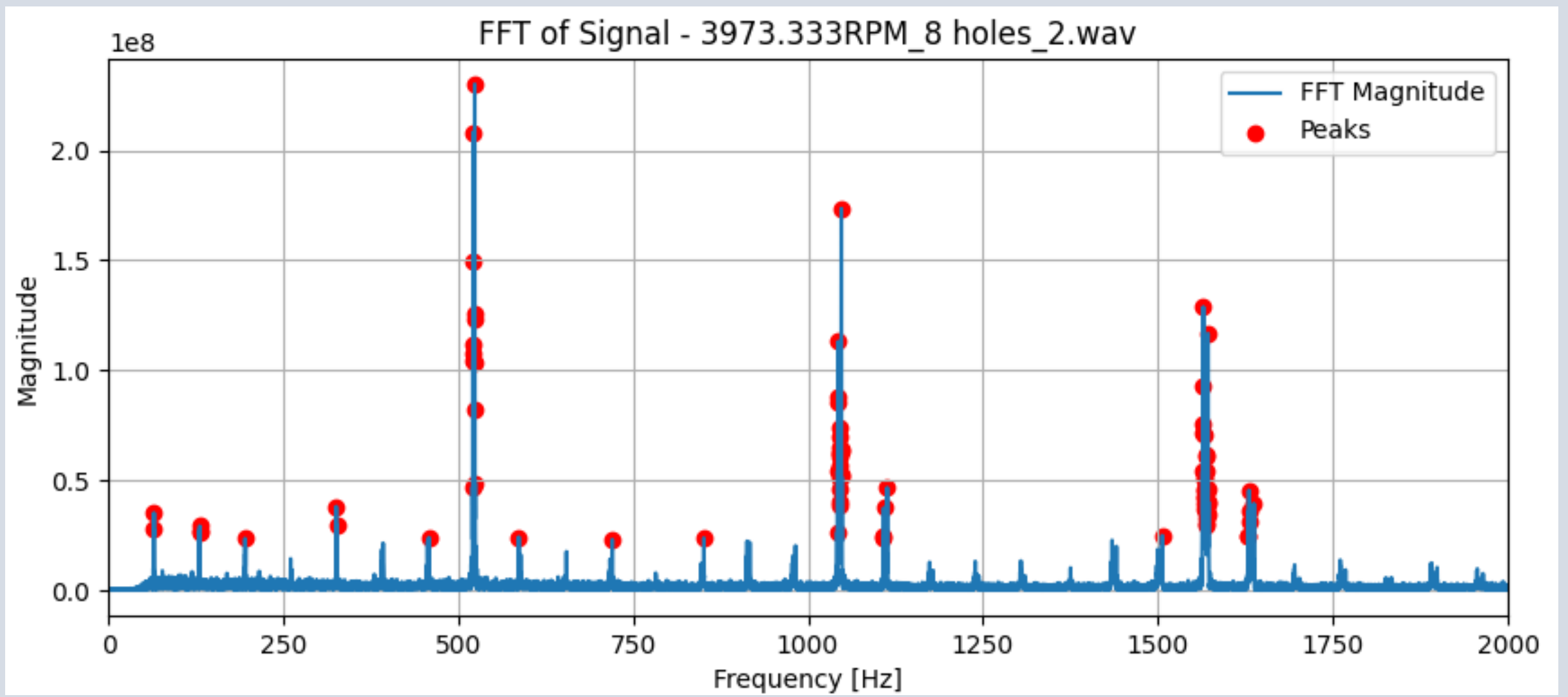


圖6 C：8孔CD片在3973.333RPM下吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

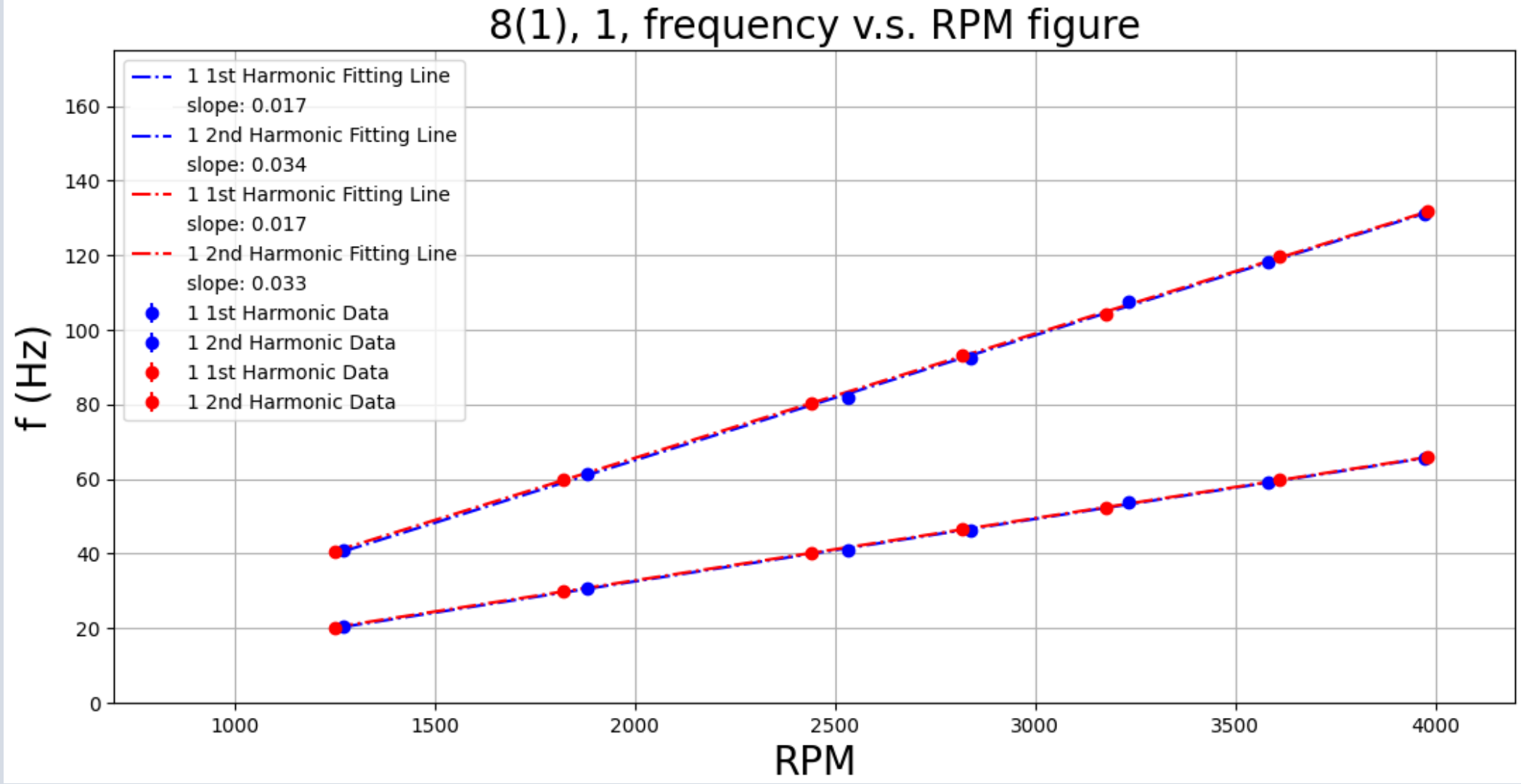


圖6 D：8孔內1孔諧音與1孔CD片之頻率對轉速實驗圖表

一、探討連續少鑽孔洞對頻率的影響

我們先選擇12孔做變化，為了探討孔洞分布不均的問題，以連續少鑽孔洞數目的方法，與原孔洞數目規律排列的情況做比較。

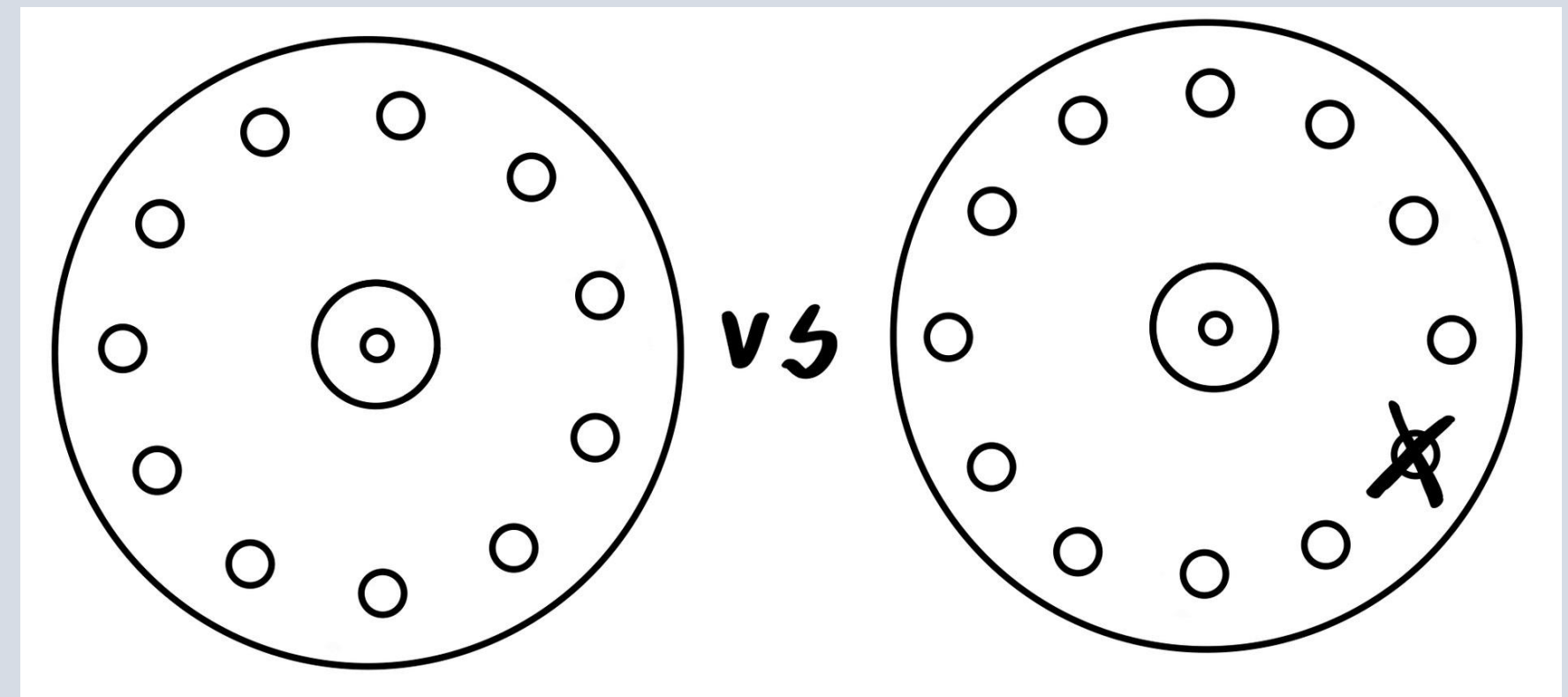


圖7 A：11孔 vs 12-1孔CD片

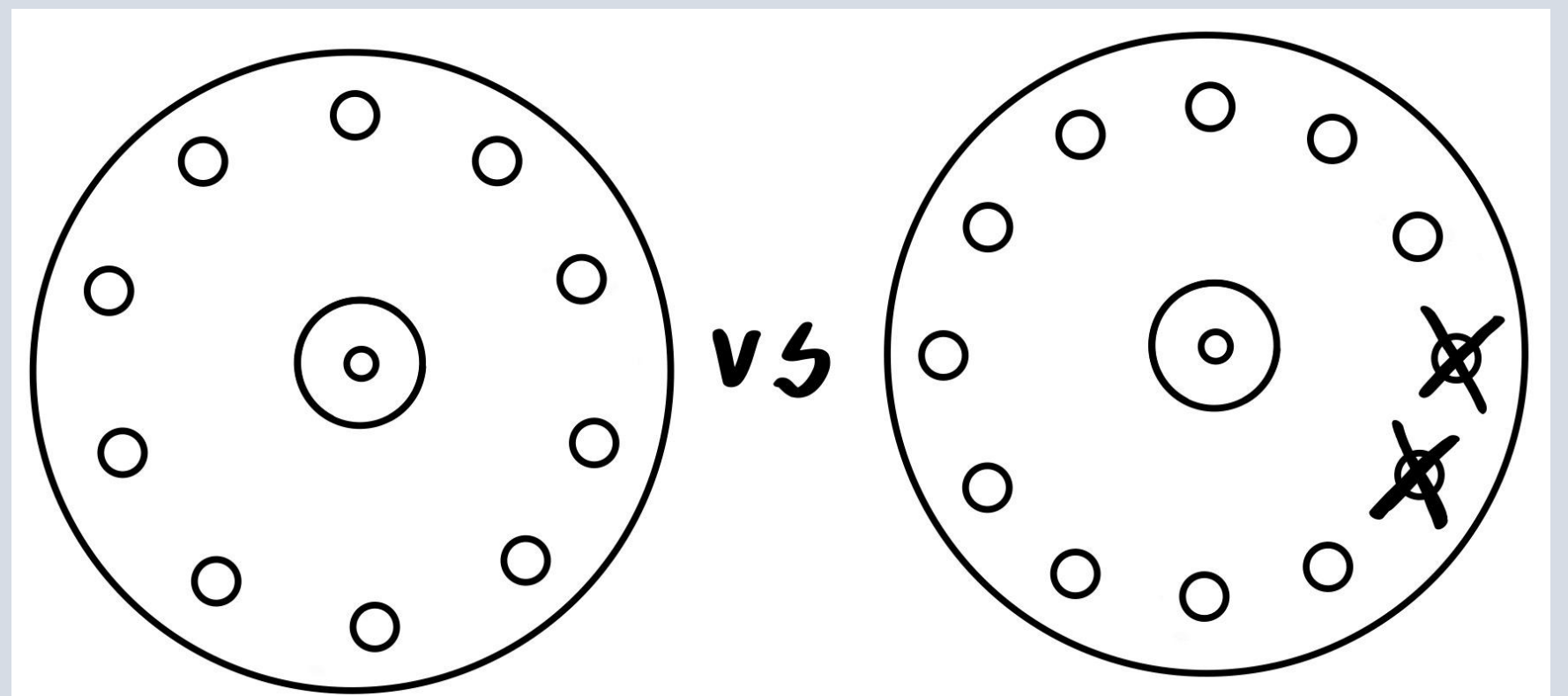


圖7 B：10孔 vs 12-2孔CD片

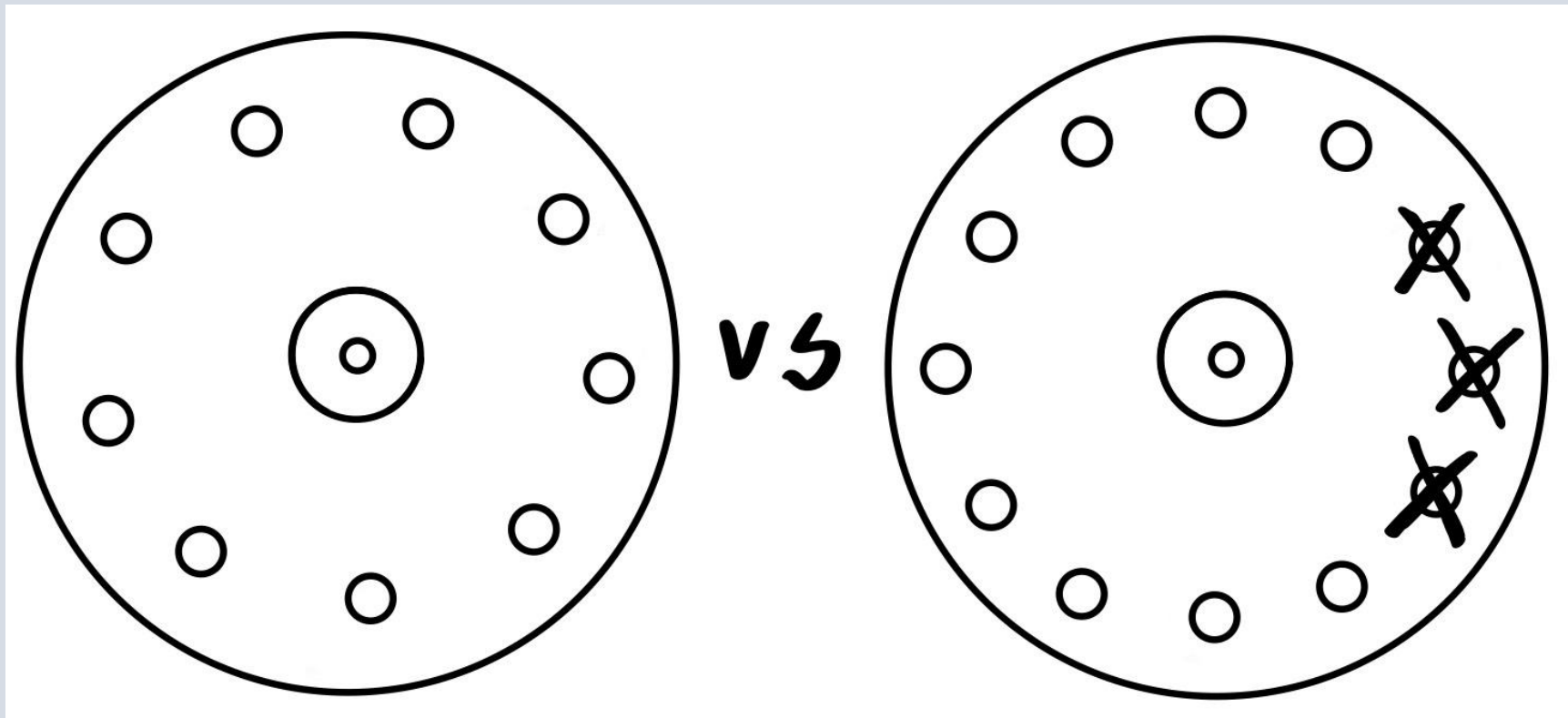


圖7 C：9孔 vs 12-3孔CD片

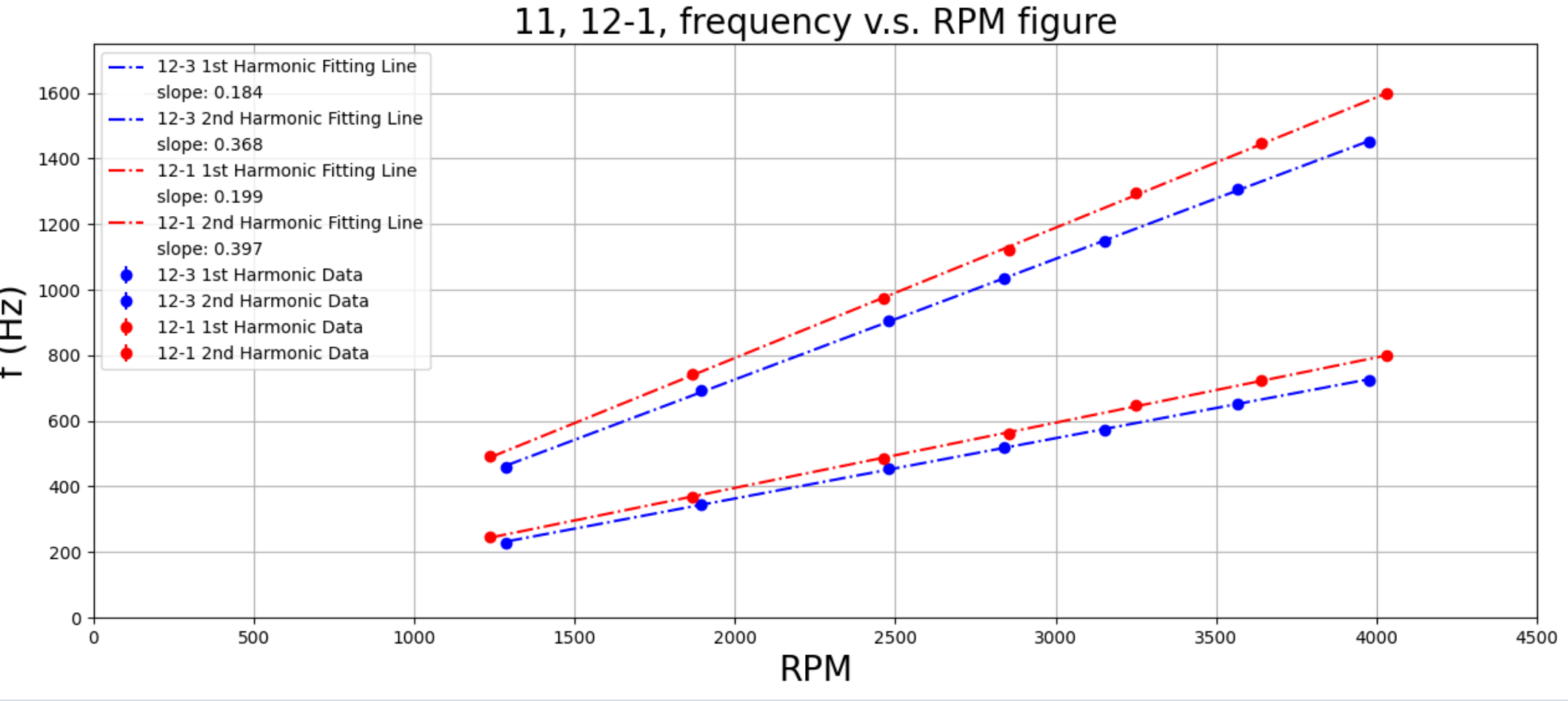


圖7 D：11孔與12-1孔CD片之頻率對轉速實驗圖表

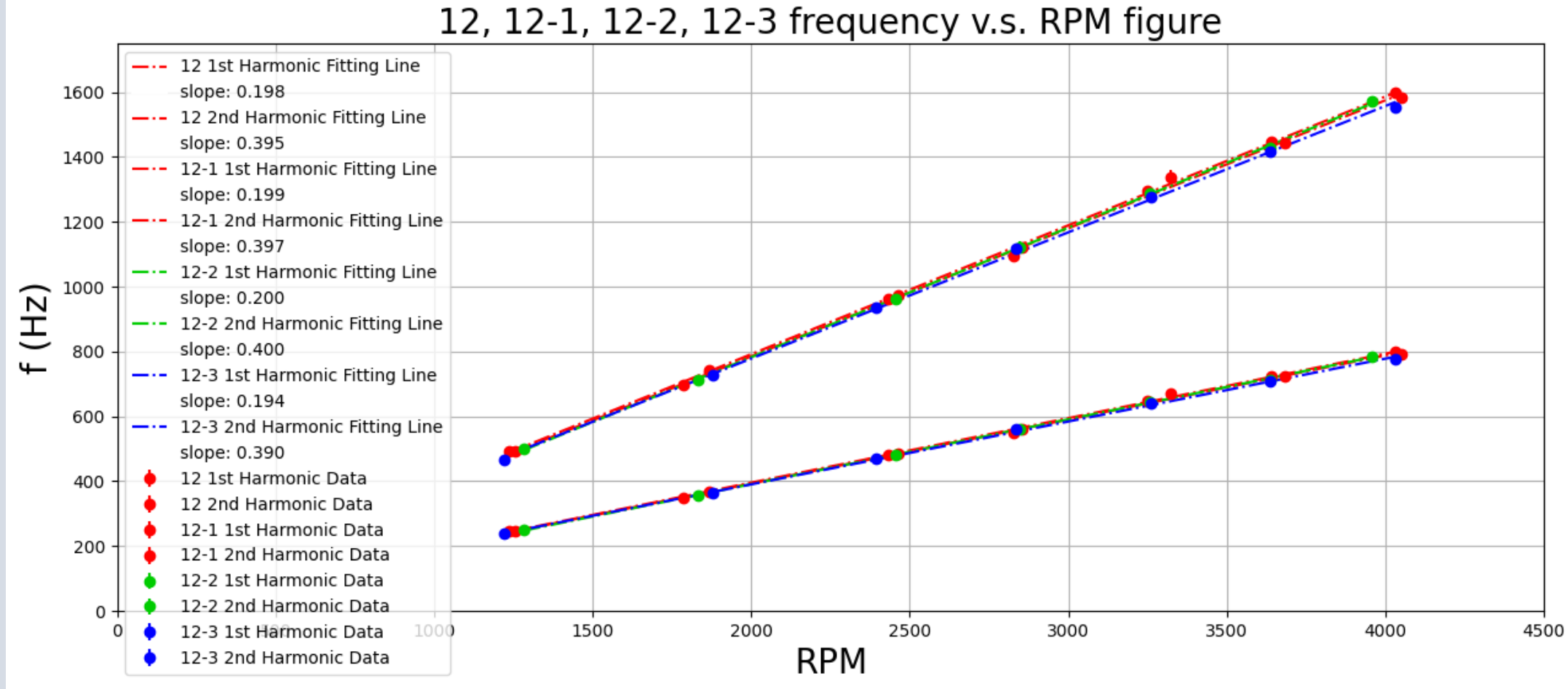


圖7 E：12孔系列CD片之頻率對轉速實驗圖表

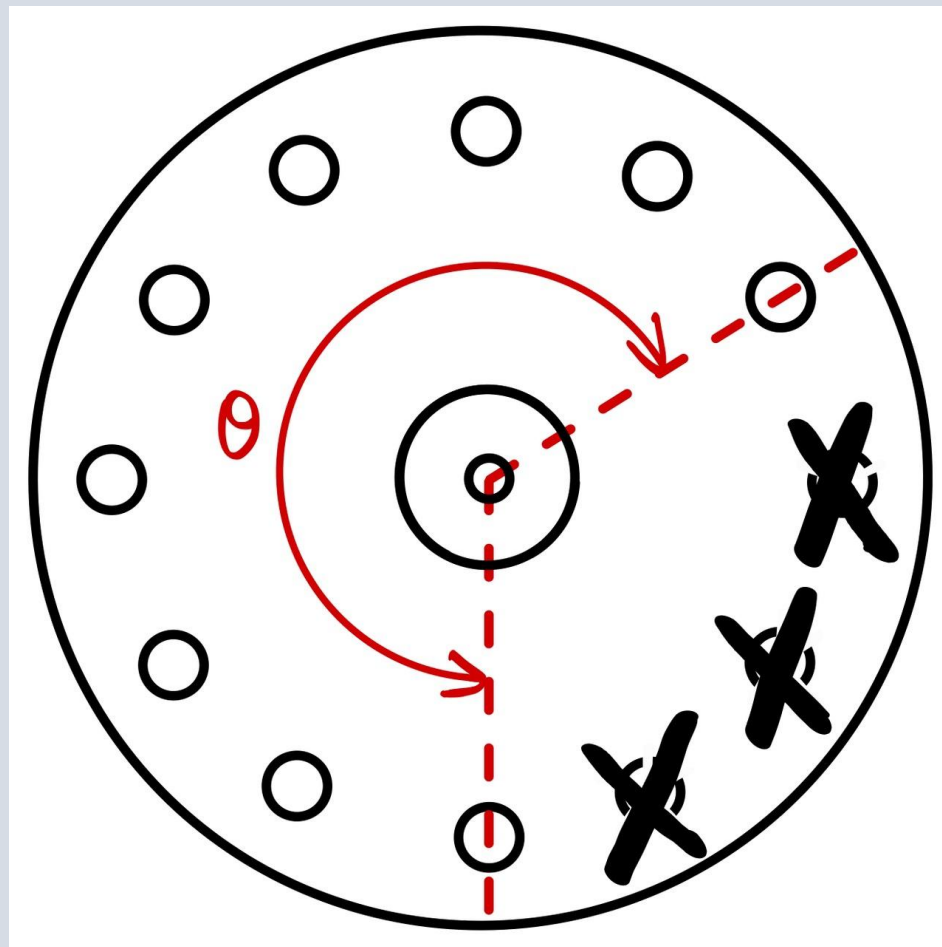


圖7 F：12孔CD片
連續少鑽孔洞示意圖

二、探討間隔少鑽孔洞對頻率的影響

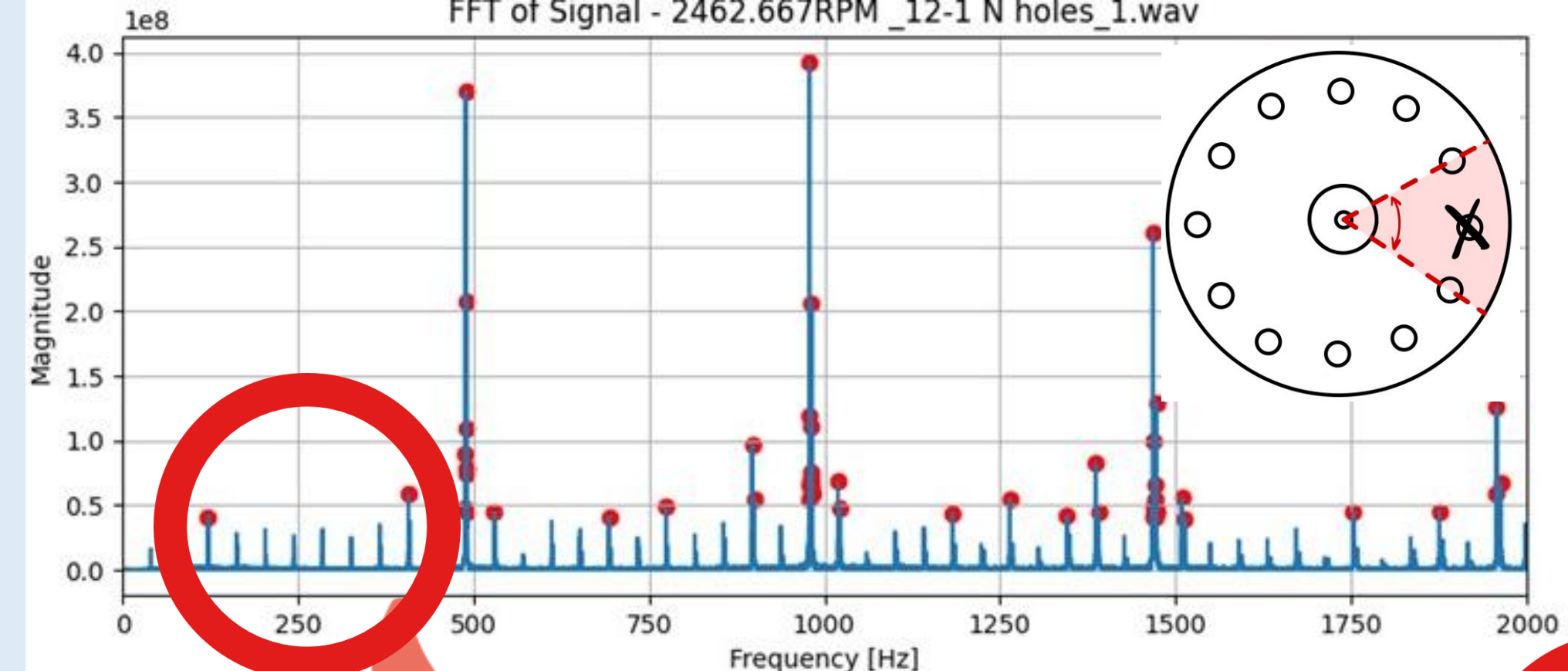
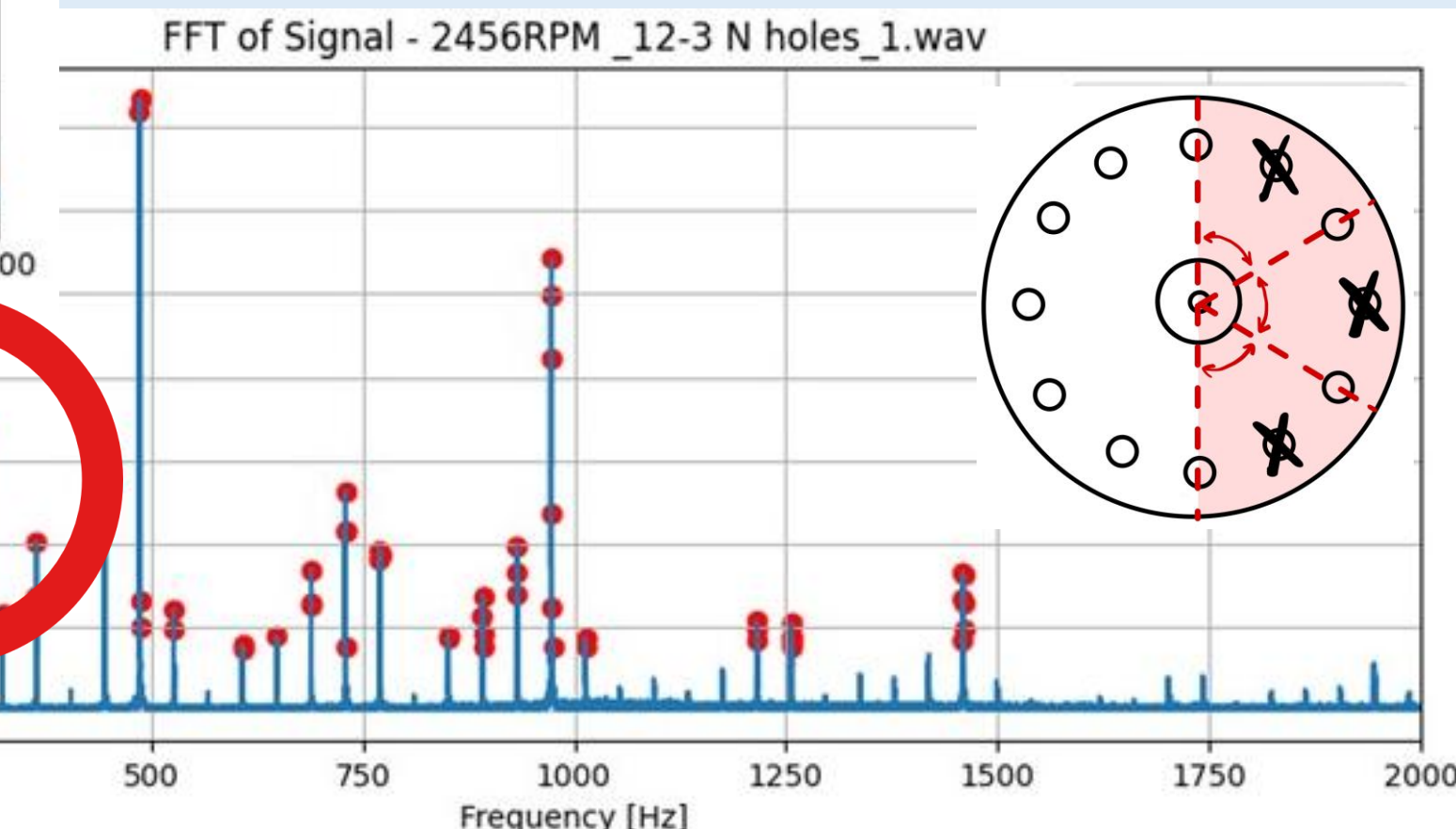
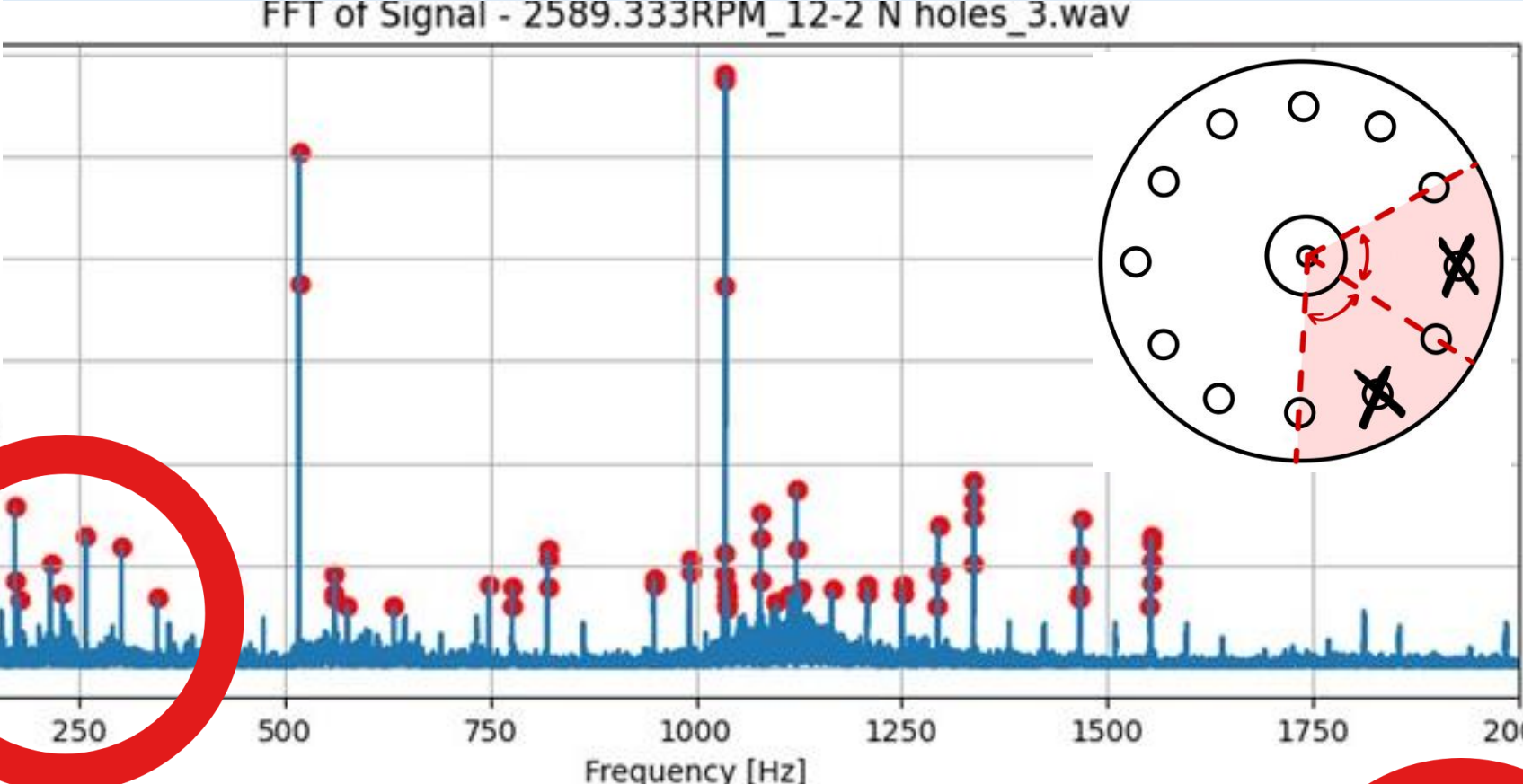


圖8 A-C：
由上至下分別為
12-1 N、12-2 N、12-3 N孔CD片
在2462.667、2589.333、2456RPM
下吹氣時光碟之傅立葉轉換圖



(一)根據第一點的討論結果，於是選擇8、12孔做變化以間隔少鑽孔洞數目的方法，做了各少鑽1、2、3孔的數據。

(二)根據實驗，以12孔為例，如(圖8 A-C)，發現當6孔分布增加時，數據圖中12孔和6孔的諧音峰值相對強度差距越來越小。

三、探討孔洞張角 $\theta \leq 180^\circ$ 對傅立葉轉換圖的影響

- (一)我們在做6-3孔時，發現其數據在較高轉速下會出現類似1孔的傅立葉轉換圖，如(圖9 A)。
- (二)為了驗證這個推測，於是做了 θ 從180度逐漸減少的CD片，以12孔分布為例，如(圖9 D)。我們發現當 $\theta \leq 180^\circ$ 且超過特定轉速時，也會出現類似1孔的傅立葉轉換圖。以12-7為例，如(圖9 B)。
- (三)我們想進一步探討 θ 與臨界轉速範圍的關係，於是猜想隨著孔洞張角越小，其臨界轉速越小，並做了6、8、10、12孔分布的CD，從 $\theta = 180^\circ$ 的孔洞數目依序遞減至CD片剩下2孔為止，實驗結果如(圖9 C)，只有12孔分布的數據符合我們的預期。

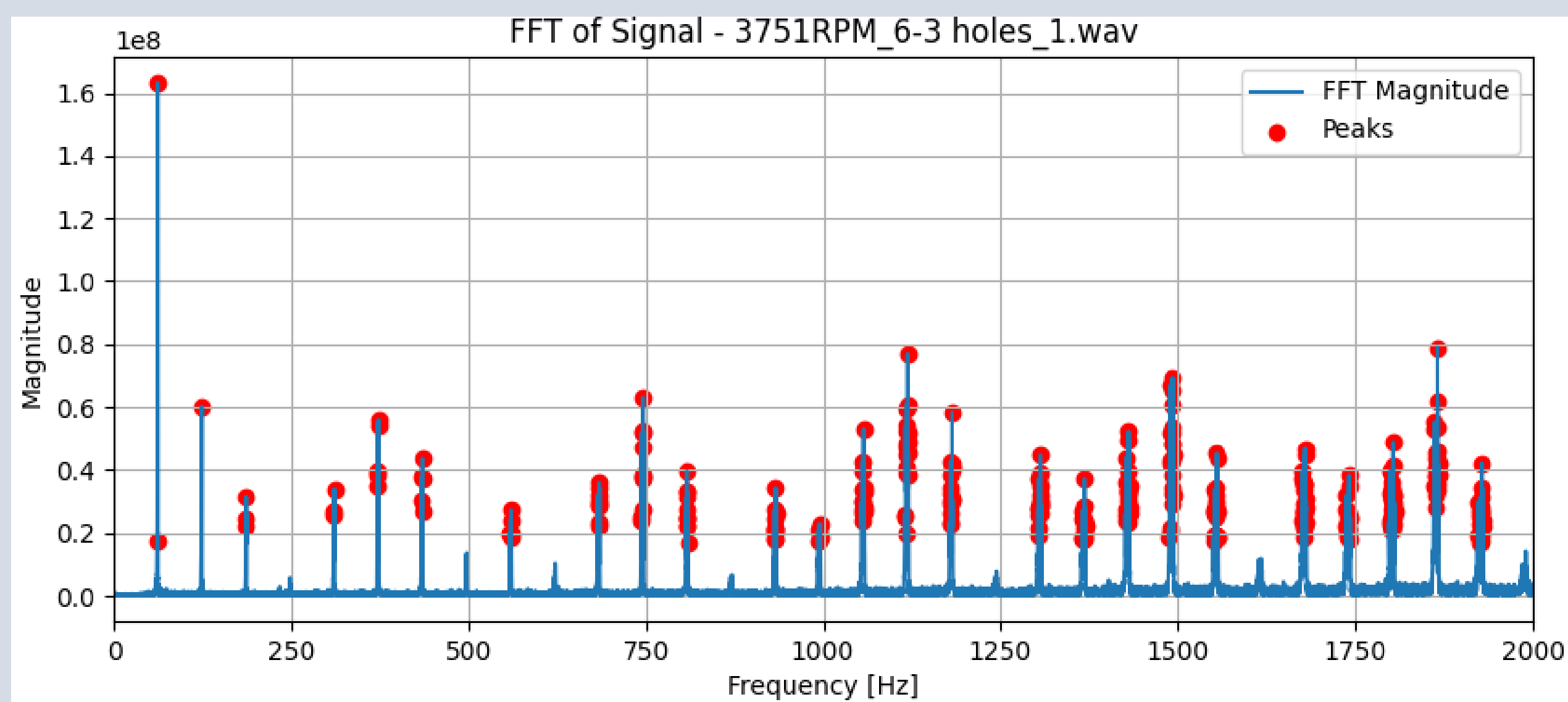


圖9 A:6-3孔CD片在3751RPM下
吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

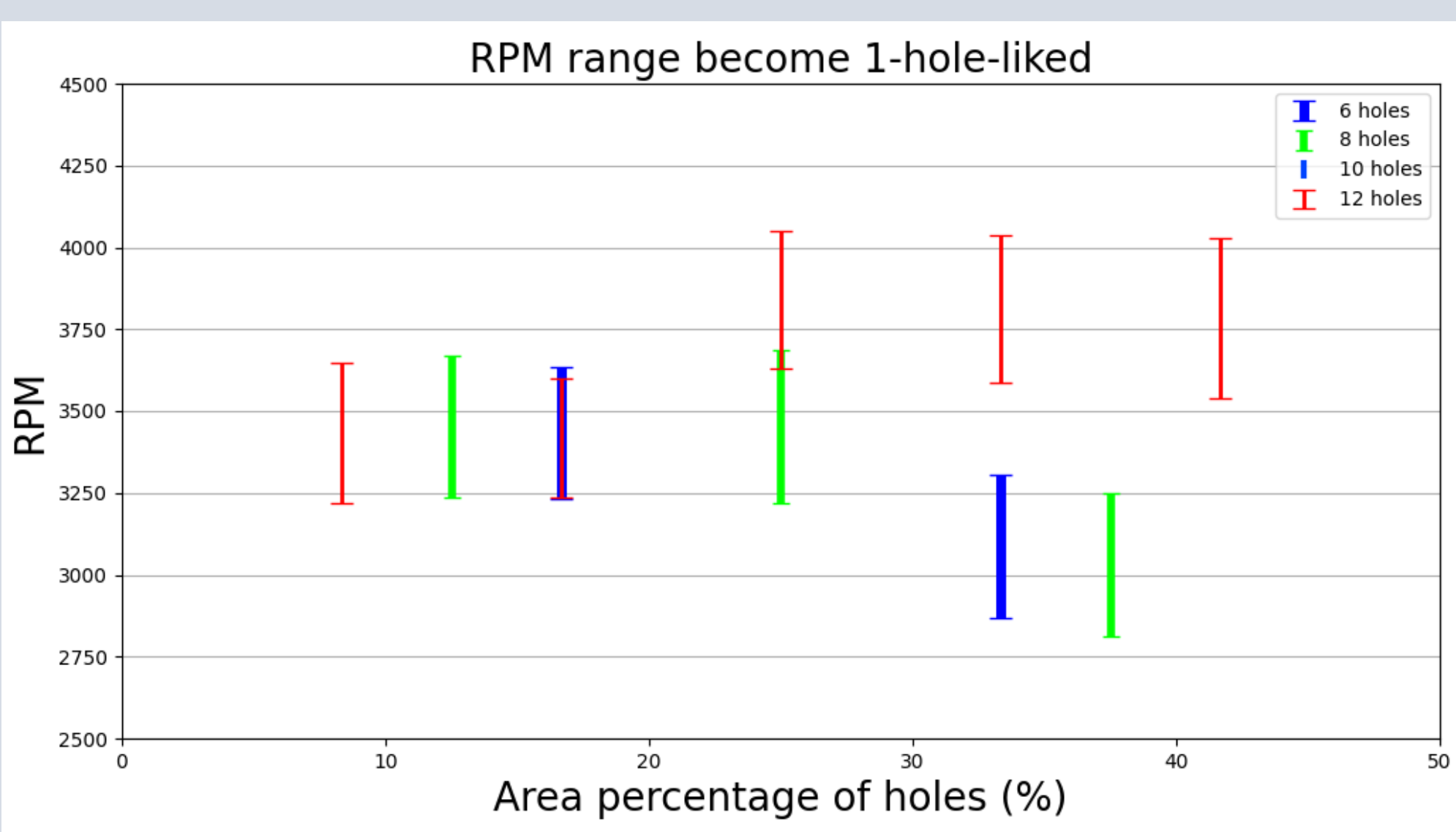


圖9 C:孔洞張角對
臨界轉速區間分布圖

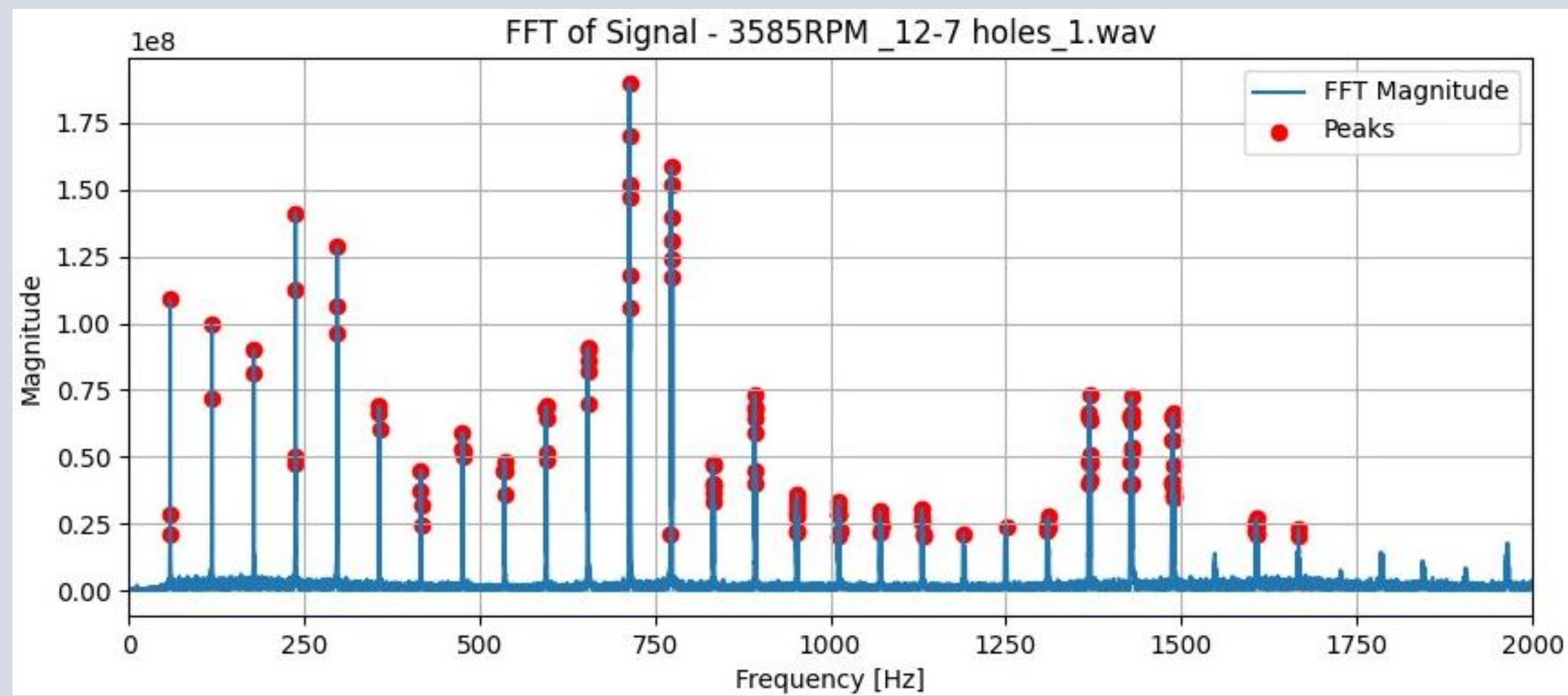


圖9 B:12-7孔CD片在3585RPM下
吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

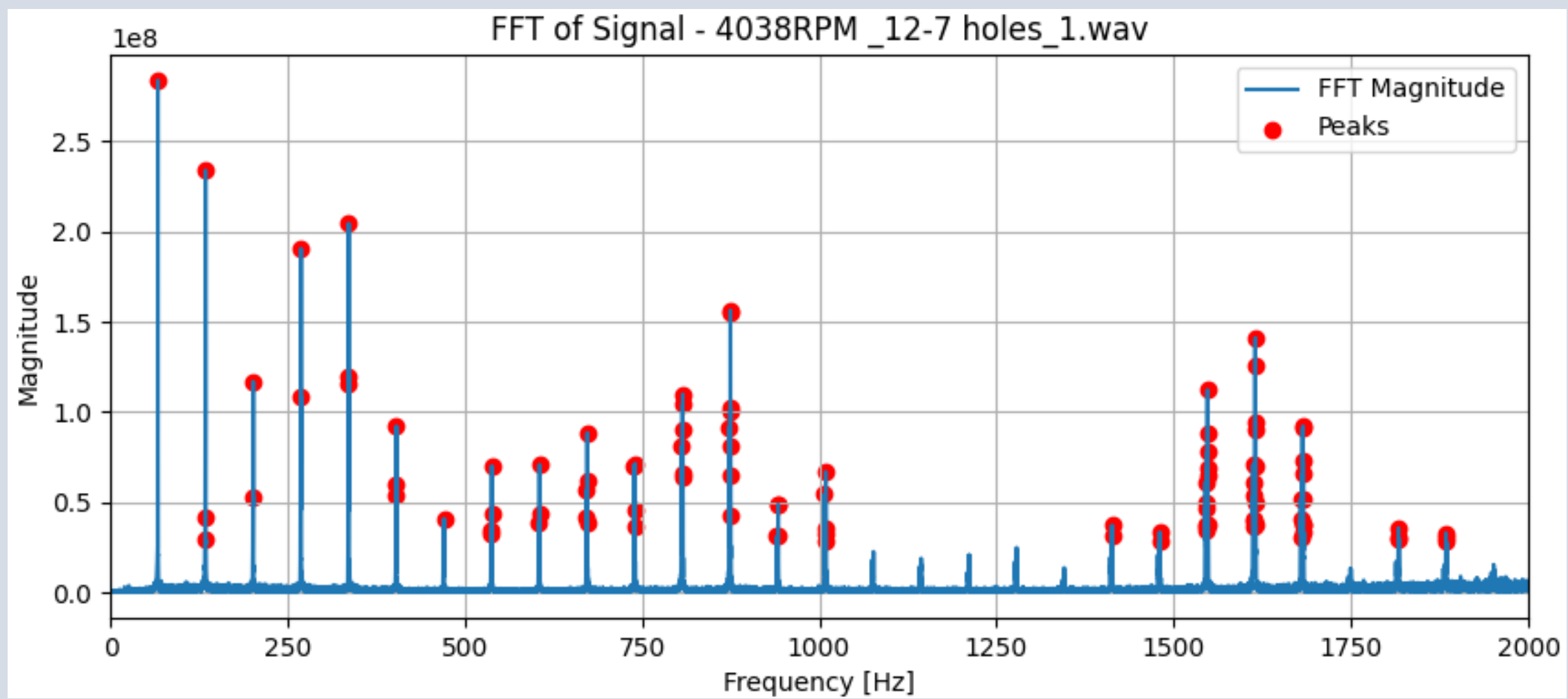


圖9 B:12-7孔CD片在3981.333RPM下
吹氣時光碟之傅立葉轉換圖

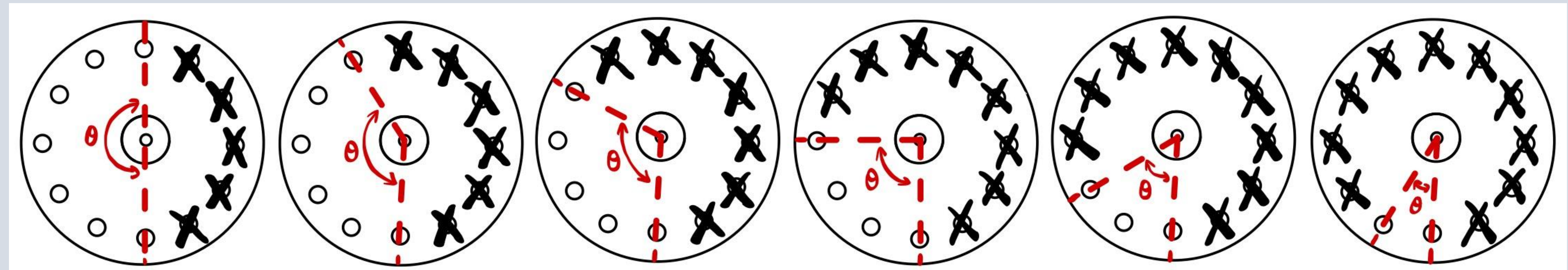


圖9 D:由左至右12孔CD片連續少鑽5、6、7、8、9、10孔示意圖

伍、結論

一、探討連續少鑽孔洞對頻率的影響

- (一)少鑽的孔數越少，經傅立葉轉換所得出的頻率越單純。
- (二)即使該分布下的孔洞數目少鑽幾個孔，也不會影響其頻率對轉速的關係。
- (三)在排列不規律的情況下，該孔分布的CD片，孔洞排列分布的比例才為影響頻率的主因，並非每分鐘經過的孔洞數目。

二、探討間隔少鑽孔洞對頻率的影響

- (一)間隔少鑽的孔數越多，會導致其他孔洞分布比例增加，造成其他孔洞諧音相對強度越高。

三、探討孔洞張角 $\theta \leq 180^\circ$ 對傅立葉轉換圖的影響

- (一)當孔洞張角小於等於180度且超過特定轉速時，經傅立葉轉換後的圖中，所得的1孔諧音峰值相對強度會大於該孔洞數目的諧音峰值。
- (二)應是似1孔定義不夠清楚，還須討論與修正。

陸、未來展望

- 一、找到與實驗結果相關的理論佐證數據。
- 二、改變似1孔定義，並修正孔洞張角 θ 小於等於180度對傅立葉轉換圖的影響。

柒、參考文獻資料及其他

- 一、Aliaksandr Melnichenka, [Aliaksandr Melnichenka]. (2024, Oct 21). Research of Siren-problem @ IYPT-2023[Video]. Youtube.
- 二、IYPT 2023 第三題——汽笛（2022年8月22日）· 中國大學生物理學術競賽·
- 三、108新課綱 | 高三物理 | 空氣柱的駐波（2023年9月22日）· 臺北酷課雲· 取自四、 臺灣國際科學展覽會優勝作品(2024)

以上所有圖片與照片均為自行製作或拍攝。