

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科
探究精神獎

051811

彗星彗尾實際值與理論值的對比

學校名稱： 新北市立中和高級中學

作者： 高二 梁宸瑋 高二 陳子璇 高二 黃郁心	指導老師： 邱柏然
---	------------------

關鍵詞： 塵埃尾、離子尾、python 模擬

摘要

本研究旨在探討彗星塵埃尾與離子尾之方向與長度的形成機制，並建立數學模型與 Python 模擬系統，以模擬彗尾在不同時間與位置下的形態變化。我們選取哈雷彗星、海爾-波普彗星與 C/2020 F3 (NEOWISE) 為樣本，蒐集歷史觀測影像並進行模擬對比。研究結果顯示：模擬所得的彗尾角度大致與實際觀測相符，且太陽輻射壓比例因子 β 與彗尾軌跡偏移程度高度相關。本研究所建立的模擬系統與公式可作為未來觀測與預測彗星彗尾形態之基礎。

壹、前言

一、研究動機

彗尾是彗星的重要特徵之一，由於影響彗尾的因素繁多，部分數據難以測量，因此現有研究多為理論推測，較少涉及具體的模擬過程。我們認為這些影響彗尾的數學關係應可整理並加以驗證，因此希望透過此次研究來探索其規律。

我們的研究動機源於一次學校紫金山彗星觀測活動，當時老師隨口提到該彗星的彗尾在天空大致呈 7 度角，這讓我們好奇：彗尾的角度和形狀是否有一定規律？不同彗星的彗尾是否有所差異？查閱資料後，我們發現彗尾主要分為塵埃尾與離子尾，其長度與方向受太陽輻射壓、太陽風與彗星運動方向影響，雖然塵埃尾通常延伸在彗星軌道後方，但某些彗星卻不完全符合這一規則，這讓我們更想了解其中的原因。

目前對彗尾長度的計算多為理論推測，缺乏具體公式。我們推測彗尾的變化可能存在的某種規律，為了驗證這一點，我們決定使用 Python 模擬彗星運動軌跡，並嘗試推導彗尾方向與角度的數學關係，再與實際觀測數據比對，以找出影響彗尾形狀的關鍵因素。

二、研究目的

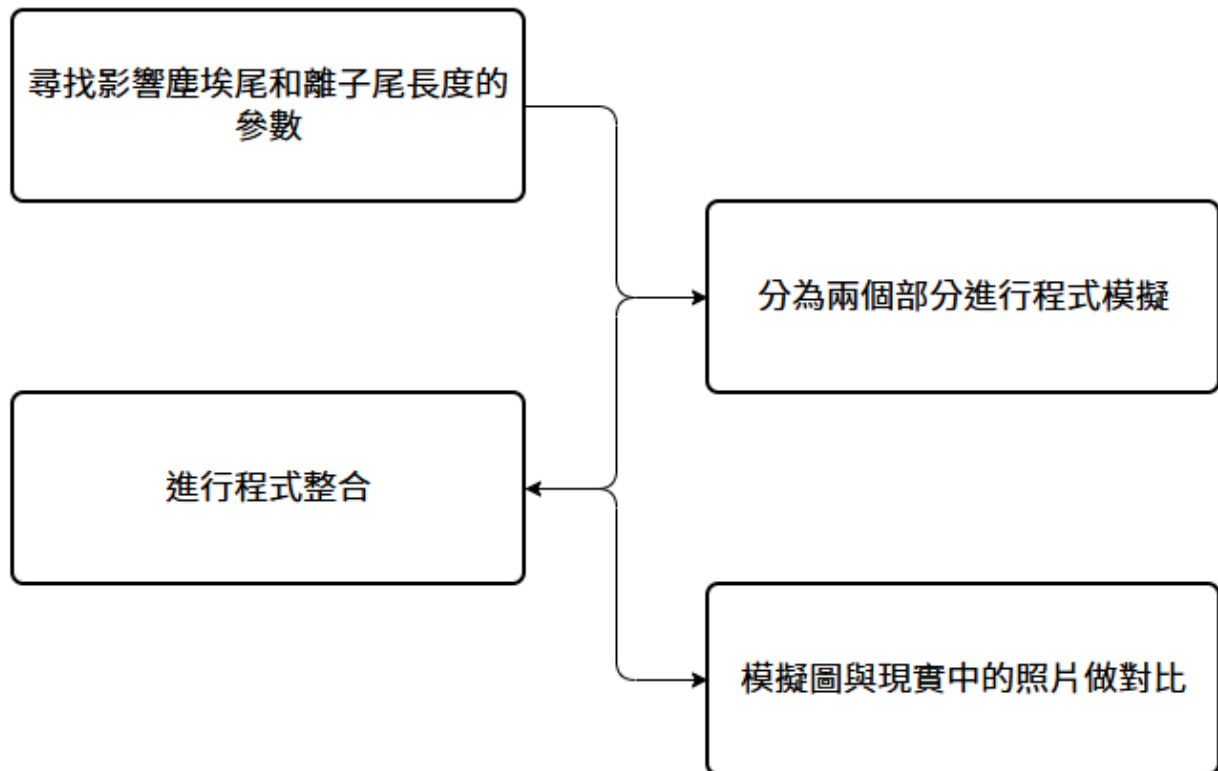
- (一)、理解彗尾的成因與影響因素
- (二)、試著透過數學模型和 Python 模擬來探討彗尾的方向、長度與影響因素
- (三)、比較理論推導與數值模擬的結果探討可能影響誤差的因素

貳、研究設備及器材

COBS 彗星觀測資料庫(Comet Observation database)、MPC 小行星中心(IAU Minor Planet Center)、PDS/PPI 行星資料系統(the Planetary Data System/The Planetary Plasma Interactions)、SpaceWeatherLive、筆記型電腦、Google 試算表、Google 文件、python、JPL Horizons 系統、Stellarium 軟體

參、研究過程及方法

一、研究流程：



圖一 研究過程流程圖(作者自製)

二、名詞釋義：

(一)、 L_{\odot} ：太陽光度，其值為 $3.828 \times 10^{26} \text{W}$

(二)、 C ：光速

(三)、 ρ ：密度

(四)、 $\frac{dN}{da}$ ：每單位半徑 a 的區間中，有多少個粒子

(五)、 $\frac{dN}{dm}$ ：每單位質量 m 的區間中，有多少個粒子

(六)、 q ：粒徑分布指數

(七)、 k ：質量分布指數

(八)、 G ：萬有引力常數

(九)、 M_{\odot} ：太陽質量

(十)、 a ：彗星軌道的半長軸

(十一)、 μ ：標準重力參數，等於重力常數乘以繞行物體質量。

(十二)、 γ ：彗星與太陽的距離，本報告以公尺為單位

(十三)、 Q_g ：氣體釋放速率，表示彗星氣體的釋放量，本報告以 分子數/秒 為單位

(十四)、 τ ：電離壽命，氣體分子被電離後存續的時間，本報告以秒為單位

(十五)、 n_{solar} ：太陽風的粒子數密度，本報告以 粒子數/立方公尺 為單位

(十六)、 v_{plasma} ：太陽風的流速，本報告以 公尺/秒 為單位

三、研究方法和過程：

查閱眾多文獻與網站資料找尋塵埃尾與離子尾長度參數，並利用 python 整合重要參數

(一)、塵埃尾參數

1. 太陽輻射壓

指太陽輻射施加在該物體上的壓力，其太陽輻射壓的大小與物體的反射特性、暴露面積以及與太陽的距離有關。在太空動力學中，他也是軌道攝動(一個大質量天體受到一個以上質量體的引力影響而可察覺的複雜運動)的原因之一，它所產生的力讓塵埃粒子的軌跡不會跟彗星軌道重合，這種擾動可以以一關係式表示如下：

$$P = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2 c} \quad (1)$$

2. 重力加速度

太陽對塵埃粒子的萬有引力所產生的加速度，重力是彗星前進的動力，可用一關係式表示為：

$$a_{gravity} = -\frac{GM_{\odot}}{r^2} \quad (2)$$

3. 太陽輻射壓比例因子 β

太陽輻射壓比例因子 β 是太陽輻射壓力與太陽引力的比值，且該力方向與太陽引力相反，可描述粒子受太陽輻射壓力影響的程度，其式可表如下：

$$\beta = \frac{F_{radiation}}{F_{gravity}} \quad (3)$$

太陽輻射壓乘以粒子表面積 $A = \pi \cdot r_p^2$ 和輻射效率 Q_{pr} 以得到太陽輻射壓所產生的力

$$F_{radiation} = P \cdot A \cdot Q_{pr} = \frac{L_{\odot} Q_{pr} \pi r_p^2}{4\pi r^2 c} = \frac{L_{\odot} Q_{pr} r_p^2}{4r^2 c} \quad (4)$$

粒子的質量 $m = \frac{4}{3} \pi \cdot r_p^3 \cdot \rho$ ，帶入萬有引力：

$$F_{\text{gravity}} = \frac{GM_{\odot}}{r^2} \cdot \left(\frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho \right) \quad (5)$$

整理後可得

$$\beta = \frac{F_{\text{radiation}}}{F_{\text{gravity}}} = \frac{\frac{L_{\odot} Q_{\text{pr}} r_p^2}{4r^2 c}}{\frac{GM_{\odot}}{r^2} \cdot \left(\frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho \right)} \quad (6)$$

將 r^2 消去：

$$\beta = \frac{L_{\odot} Q_{\text{pr}} r_p^2}{4c} \cdot \frac{3}{4\pi GM_{\odot} r_p^3 \rho} = \frac{3L_{\odot} Q_{\text{pr}}}{16\pi c GM_{\odot} \rho r_p} \quad (7)$$

即可得到 β ：

$$\beta = \frac{3L_{\odot} Q_{\text{pr}}}{16\pi c GM_{\odot} \rho r} \quad (8)$$

改寫成程式碼:

$$\text{beta} = (3 * L_{\text{sun}} * Q_{\text{pr}}) / (16 * \pi * c * G * M_{\text{sun}} * \text{density} * \text{radius})$$

β 越大，粒子受太陽輻射壓力的影響越小， β 越小，粒子受太陽輻射壓的影響越大。

所以 β 越大，塵埃尾軌跡越偏離彗星軌道，反之則塵埃尾軌跡與彗星軌道越相似，

我們可以利用太陽輻射壓比例因子與重力加速度的乘積來計算出太陽輻射壓所產生的加速度，其式如下：

$$a_{\text{radiation}} = \beta \cdot a_{\text{gravity}} \quad (9)$$

將重力加速度的公式帶入後便可得到太陽輻射壓力所產生之加速度的公式：

$$a_{\text{rad}} = \frac{\beta GM_{\odot}}{r^2} \quad (10)$$

4. 彗星的瞬時速度

當塵埃粒子離開彗星時，它們會帶有彗星的瞬時速度，但隨後會受重力和輻射壓力影響，使軌跡發生變化。克卜勒第二運動定律有關，在一定時間內，彗星與太陽連線掃過的面積和所經過時間的比值為定值(限同一顆彗星)，其關係式如下：

$$\frac{dA}{dt} = \text{constant} \quad (11)$$

其中 A 為彗星與太陽連線掃過的面積，所以我們可以得出彗星的瞬時速度，其式如下：

$$v_{\text{comet}} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad (12)$$

從此式可得知當 r 減少時速度加快，當 r 增加時速度變慢。

5. 粒子半徑

彗星釋放的塵埃粒子大小範圍很廣，通常在 $0.1\mu\text{m}$ 到 1mm 之間，但是大多數彗星的塵埃粒子大小介於 $0.1\mu\text{m}$ 到 $100\mu\text{m}$ 。粒子半徑越小，受輻射壓的影響越大，粒子半徑越大，受輻射壓的影響越小。彗星的塵埃粒子半徑通常成冪次分布，代表「某種物理量跨越很大範圍分佈，且小量體很多、大量體很少」的現象。就塵埃粒子半徑而言，其可以數學式表為：

$$\frac{dN}{da} = C \cdot a^{-q} \quad (13)$$

畫一對數圖時，橫軸為粒徑，縱軸為粒子數，則斜率為 $-q$ ，而我們無法直接得到 q ，所以須由可以查到的質量進行換算，這又牽扯到塵埃粒子的質量以冪次分布時，它的數學式：

$$\frac{dN}{dm} = C \cdot m^{-k} \quad (14)$$

$$\text{又因為球體質量和半徑的關係： } m \propto a^3 \Rightarrow a \propto m^{1/3} \quad (15)$$

所以可以從粒徑分布轉換為質量分布：

$$\frac{dN}{dm} = \frac{dN}{da} \cdot \frac{da}{dm} \propto a^{-q} \cdot m^{-2/3} \propto m^{-q/3} \cdot m^{-2/3} = m^{-(q+2)/3} \quad (16)$$

$$\text{可得} \quad k = \frac{q+2}{3} \quad (17)$$

6. 彗星的位置：

表示彗星在軌道上的位置主要有三種表示方式，這三種方式亦可以互相轉換，它們分別是平均近點角、偏近點角和真近點角：

(1) 平均近點角是一個虛擬的角度，表示如果天體在圓形軌道上以恆定角速度運動，從近日點出發，那麼在某個時間它應該走過的角度，平均近點角 M 可以表示為：

$$M = n(t - \tau) \quad (18)$$

$M=0$ 時彗星在近日點

$M=\pi$ 時彗星在遠日點(但實際上不會，此式假設彗星軌道為圓形)

(2) 偏近點角是從輔助圓來定義的幾何角度。這個輔助圓是跟橢圓共用同一個半長軸的圓。在橢圓的中心畫一個圓，並投影天體的實際位置到這個圓上，就能定義偏近點角 E ， E 是從橢圓中心畫到投影點的角度，偏近點角 E 可表如下：

$$M = E - e \sin E \quad (19)$$

(3) 真近點角是真實的角度，表示天體與近日點之間、以焦點為頂點量出的角度，真近點角 θ 可用偏近點角 E 轉換：

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan \frac{E}{2} \quad (20)$$

在我們的程式碼中，使用者須先輸入平均近點角，然後再依序轉換成真近點角改寫成程式碼：

```
E = solve_kepler(M_earth, e_earth)


```

7. 塵埃粒子壽命:指塵埃粒子在塵埃尾中所待的時間

(二)、塵埃尾的生成邏輯

1. 重力與太陽輻射壓的合力會讓塵埃粒子朝著太陽方向的反方向遠離彗星，程式會計算每個塵埃粒子的總加速度（太陽重力、太陽輻射壓、地球重力），然後推估一段時間 T 後塵埃移動距離(以牛頓第二運動定律推導)：

$$\vec{r}_{\text{dust}} = \frac{1}{2} \vec{a}_{\text{net}} T^2 \quad (21)$$

將計算總加速度程式化：

```
a_gravity_vec = -G * M_sun * r_vec / r**3
a_radiation_vec = beta * G * M_sun * r_vec / r**3
a_earth_vec = -G * M_earth * r_ec_vec / r_ec**3
a_net_vec = a_gravity + a_radiation + a_earth
```

接著統計塵埃尾從彗星末位置延伸出去的長度，全部取平均以輸出整體尾長參考值。

將計算平均長度程式化：

```
dust_lengths = [np.linalg.norm(p - comet_pos) for p in dust_ends]
mean_dust_length = np.mean(dust_lengths)
```

(三)、離子尾參數

1. 離子尾參數

(1). 太陽風速度

太陽風會施加一個方向性驅動力，將彗星產生的離子推向遠離太陽的方向。太陽風速度較快時，離子移動的速度增加，離子尾延展得更長

$$L \propto v_{plasma} \quad (22) \text{ Brandt \& Snow (2000)}$$

(2). 彗星的氣體釋放速率：

彗星活性區域越大，釋放的氣體量越多，這些氣體電離後成為離子，影響尾巴的亮度和密度

$$L \propto Q_g \quad (23) \text{ Huebner \& Mukherjee (2015)}$$

(3). 彗星與太陽的距離：

距離越近，電離效率和太陽風壓力越高，尾部的形成速度和延展性越強

$$L \propto r^{-2} \quad (24) \text{ Brandt \& Snow (2000)}$$

(4). 電離壽命：

電離壽命越長，離子能夠停留在尾部的時間越久，使尾部更長

(5). 太陽風粒子密度

太陽風密度越高，與離子尾的交互作用（如磁場重連、電場加速）越強，使得部分離子更快被帶走，影響尾部的亮度和密度

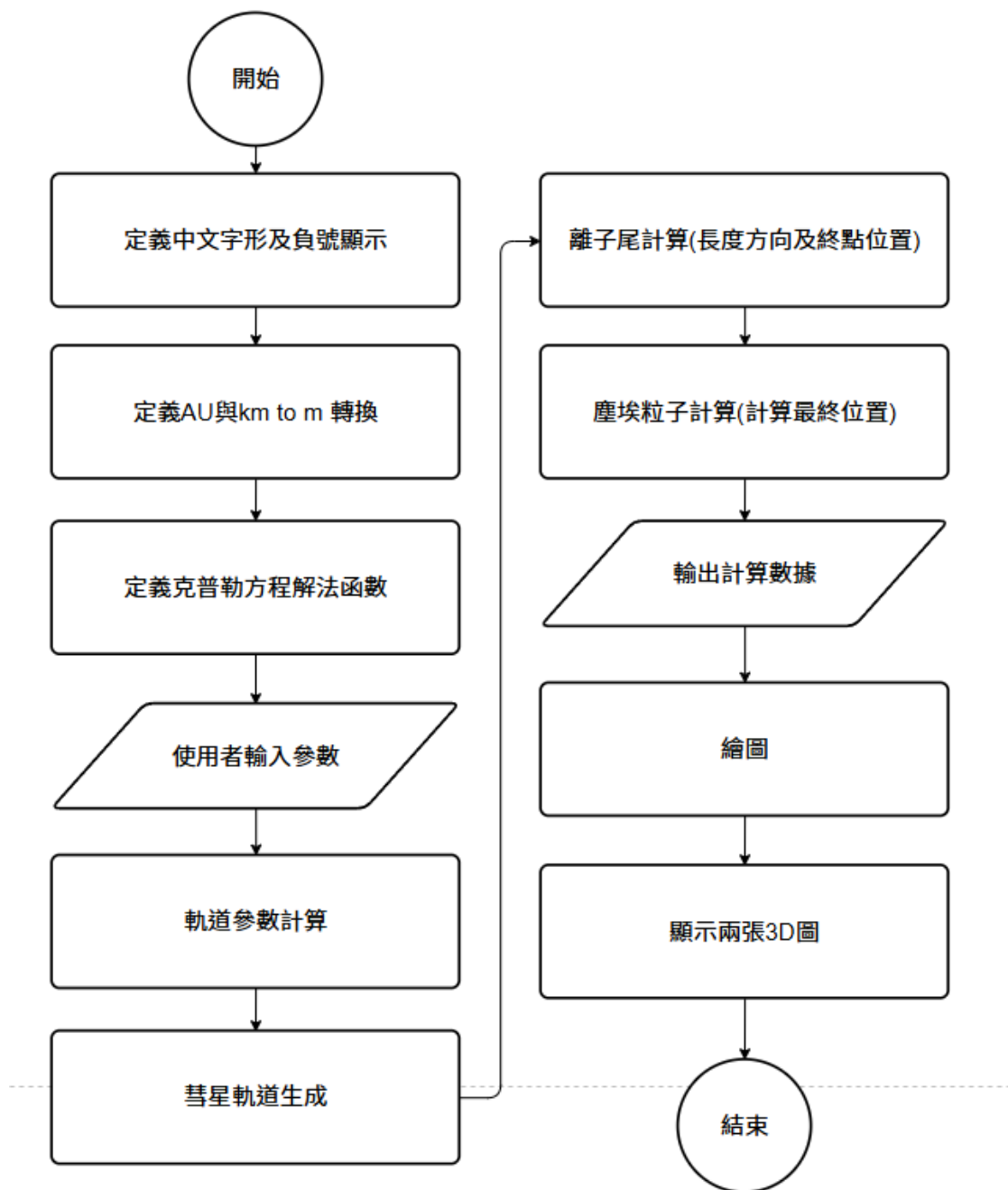
(四)、離子尾的生成邏輯

彗星釋放中性氣體與微粒，並被太陽紫外光電離形成離子，離子在與太陽風作用，並被太陽風「拖走」，形成離子尾，而離子尾長度可以用以下公式表達：

$$L_{ion} = \frac{v_{sw} \cdot \tau_{ion}}{AU} \quad (25)$$

將其程式化： $L_{ion} = v_{sw} * \tau_{ion} / AU$

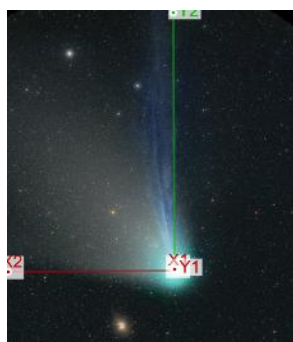
(五)、利用上述參數結合作者和人工智慧輔助生成的 python 程式碼進行模擬彗尾
程式碼其流程圖:



圖二 程式流程圖(作者自製)

(六)、測量塵埃尾與離子尾夾角

1. 使用 WebPlotDigitizer，先放上該日對應的彗星照片，接著隨意點上四點作為 X、Y 軸

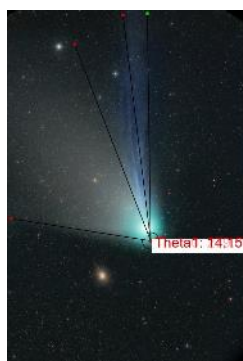


圖三(a) 彗星照片分析，圖片出自 QHYCCD 網站



圖三(b) 彗星照片分析(作者自製)

2. 接著點選左欄的測量，再點選角度，接著從塵埃尾的外部輪廓尾端一點連至彗星在連至離子尾外部輪廓尾端即可得到角度，再從兩者的內部輪廓連線得另一個角度，兩角度平均即是模擬的平均夾角。



圖三(c) 彗星照片分析，圖片出自 QHYCCD 網站

肆、研究結果

一、模擬結果

1. 以下是三顆彗星有關塵埃尾模擬所需的全部資料

彗星名稱\各項參數	近日點	遠日點	升交點黃經	近心點角	傾角	塵埃粒子半徑 (微米)	塵埃粒子平均密度	粒子壽命 (天)
1P/Halley	0.586	35.28	59.11	112.26	162.19	0.247	834	10
C/1995 O1	0.91741	363.18653	89.29	282.73	130.41	0.298	1563	25
C/2020 F3	0.29478	710	128.94	61.01	37.28	12.64	1453	5

表一(a)軌道及粒子資料表格(作者自製)

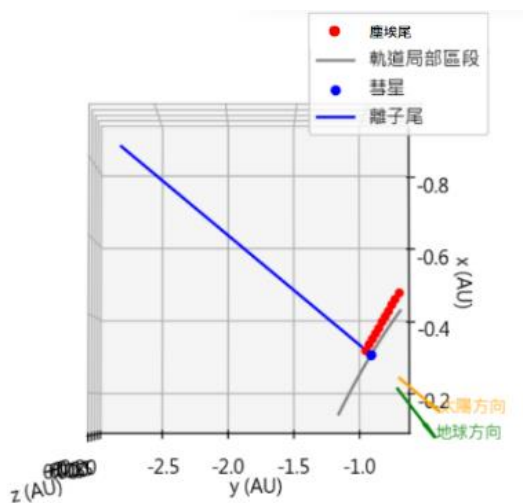
2.這是三顆彗星在不同時間段內的位置

日期\彗星名稱	1P/Halley	C/1995 O1	C/2020 F3	地球	初位置 (塵埃尾專屬)	末位置的太	離子壽命
1910 5/29	0.511			54.6	0.3796	727.3	4.00E+05
1986 1/10	359.6073			8.03	359.4764	667.7	4.00E+05
1986 3/8	0.3665			155.12	0.2225	733.2	4.00E+05
1986 4/9	0.7855			110.22	0.6545	730	4.00E+05
1986 4/15	0.85			116.12	0.7329	749.8	4.00E+05
1997 3/9		359.99098		195.42	359.9812	699.6	5.50E+05
1997 3/17		359.9941		203.3048	359.9844	699.6	5.50E+05
1997 4/1		0		218.0888	359.9902	699.6	5.50E+05
1997 4/8		0.0027		224.988	359.9929	699.6	5.50E+05
1997 4/13		0.0046		229.916	359.9949	699.6	5.50E+05
2020 7/7			0.00058	132.1	359.9999	643.2	6.00E+04
2020 7/9			0.00087	134.0712	0.00015	643.2	6.00E+04
2020 7/15			0.00174	139.9848	0.00131	643.2	6.00E+04
2020 7/17			0.00203	141.956	0.0016	643.2	6.00E+04
2020 7/27			0.00348	151.812	0.00276	643.2	6.00E+04
通過近日點	1986 2/9	1997 4/1	2020 7/3				

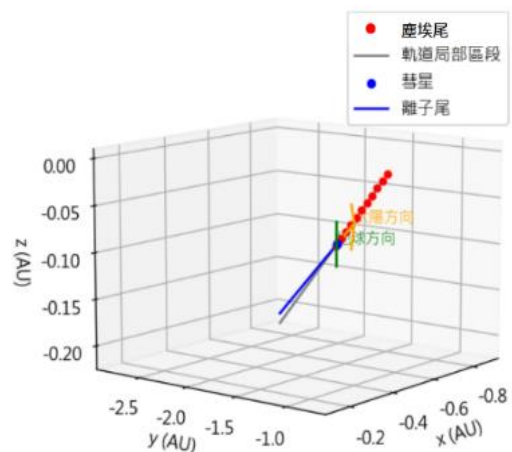
表一(b)時間資料表格(作者自製)

3. 哈雷彗星的模擬結果

(1)1910 5/29 的模擬結果



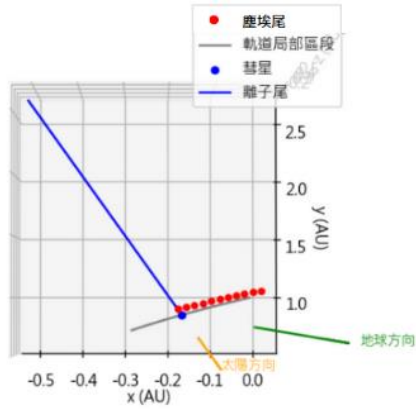
圖四(a) 俯視圖(作者自製)



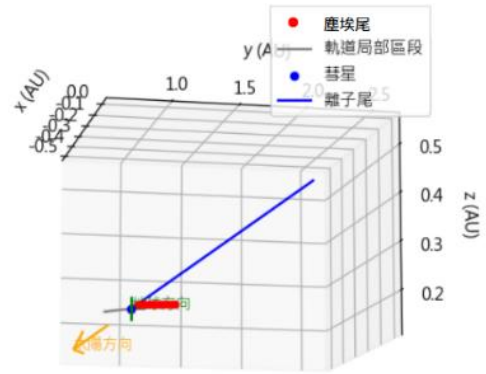
圖四(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.117779AU、離子尾長度為 1.944652 AU

(2)1986 1/10 的模擬結果



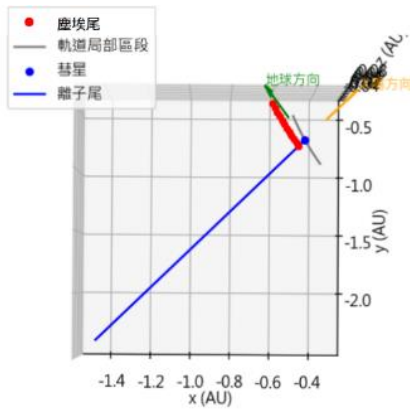
圖五(a) 俯視圖(作者自製)



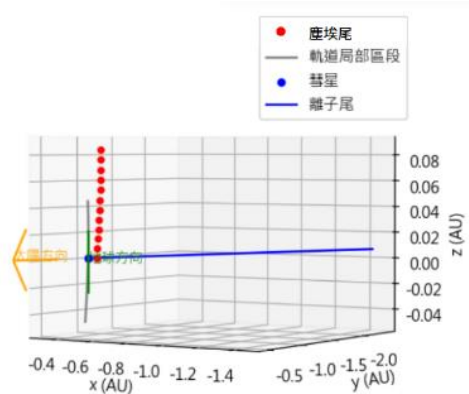
圖五(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.160887AU、離子尾長度為 1.785294 AU

(3)1986 3/8 的模擬結果



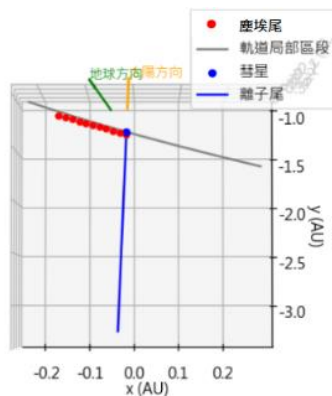
圖六(a) 俯視圖(作者自製)



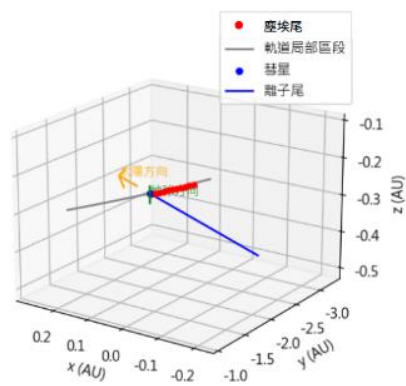
圖六(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.153259AU、離子尾 1.960428 AU

(4)1986 4/9 的模擬結果



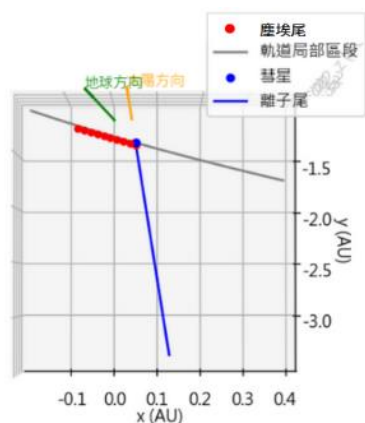
圖七(a) 俯視圖(作者自製)



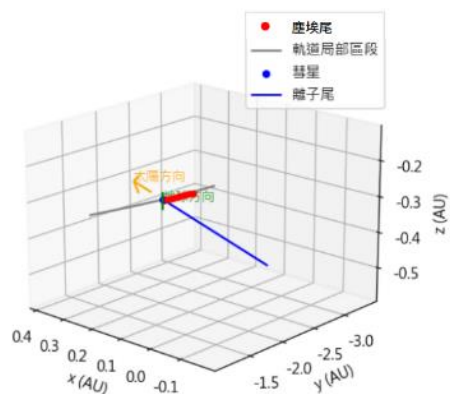
圖七(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.123934AU、離子尾長度 ≈ 1.951872 AU

(5)1986 4/15 的模擬結果



圖八(a) 俯視圖(作者自製)

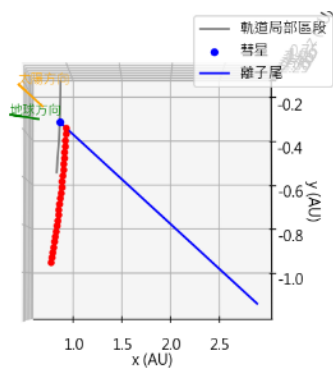


圖八(b) 模擬地球視角(作者自製)

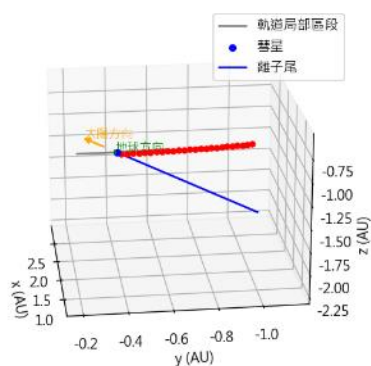
所模擬出的塵埃尾長度為 0.085249AU、離子尾長度 ≈ 2.004813 AU

4. 海爾-波普彗星的模擬結果

(1)1997 3/9 的模擬結果



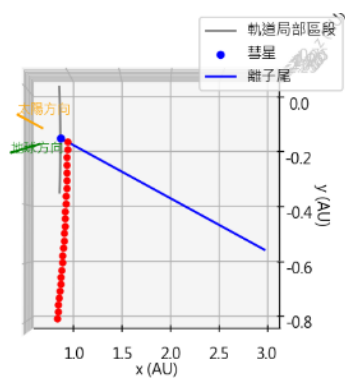
圖九(a) 俯視圖(作者自製)



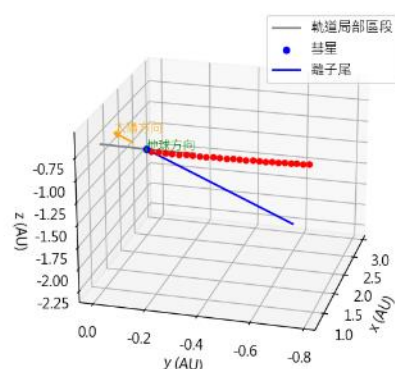
圖九(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.285204AU、離子尾長度 ≈ 2.572059 AU

(2)1997 3/17 的模擬結果



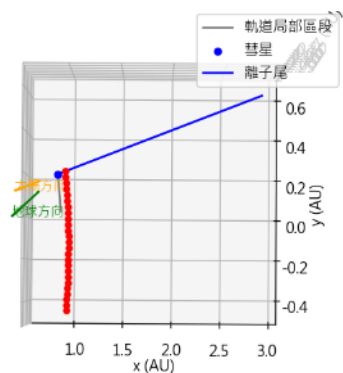
圖十(a) 俯視圖(作者自製)



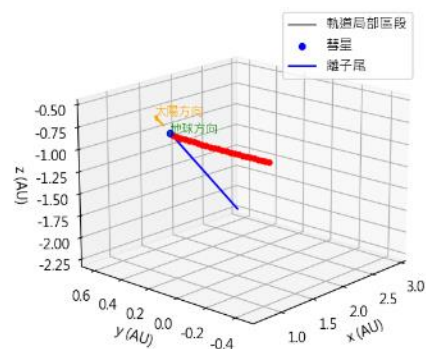
圖十(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.289902AU、離子尾長度 ≈ 2.572059 AU

(3)1997 4/1 的模擬結果



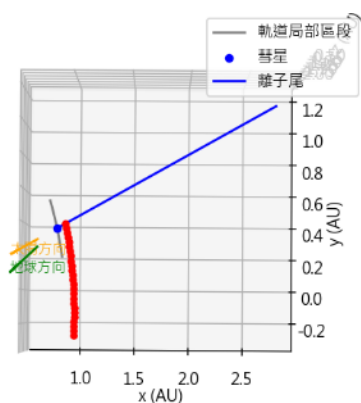
圖十一(a) 俯視圖(作者自製)



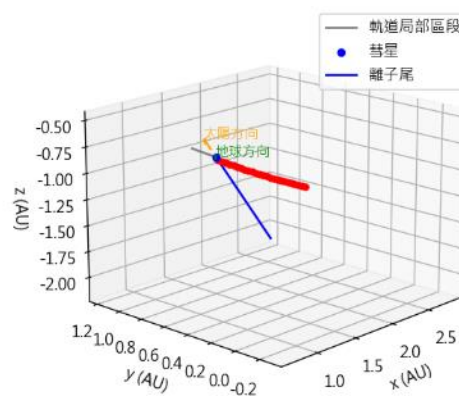
圖十一(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.304977AU、離子尾長度 ≈ 2.572059 AU

(4)1997 4/8 的模擬結果



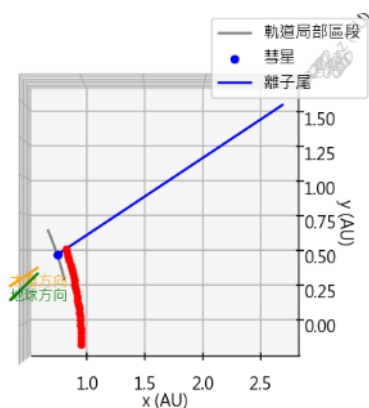
圖十二(a) 俯視圖(作者自製)



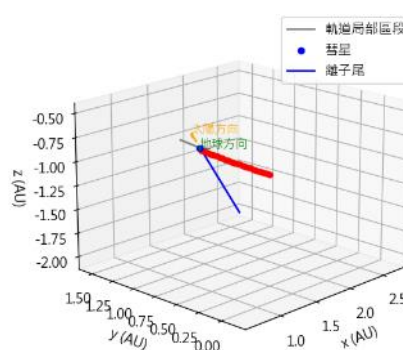
圖十二(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.309554AU、離子尾長度 ≈ 2.572059 AU

(5)1997 4/13 的模擬結果



圖十三(a) 俯視圖(作者自製)

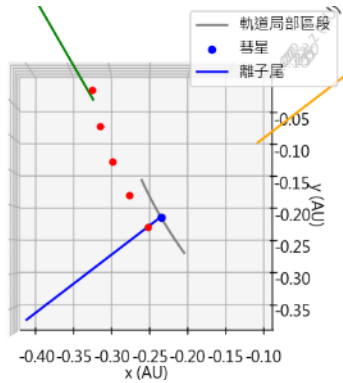


圖十三(b) 模擬地球視角(作者自製)

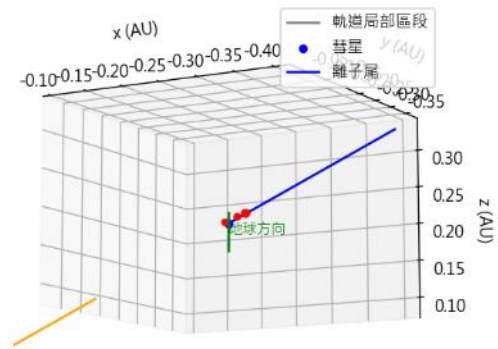
所模擬出的塵埃尾長度為 0.309087AU、離子尾長度 ≈ 2.572059 AU

5.C/2020 F3 的模擬結果

(1)2020 7/7 的模擬結果



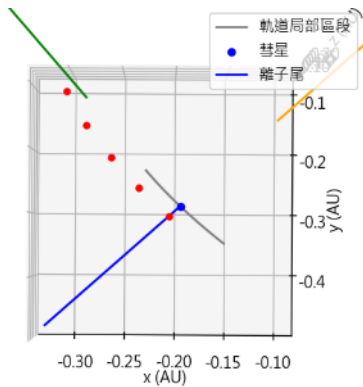
圖十四(a) 俯視圖(作者自製)



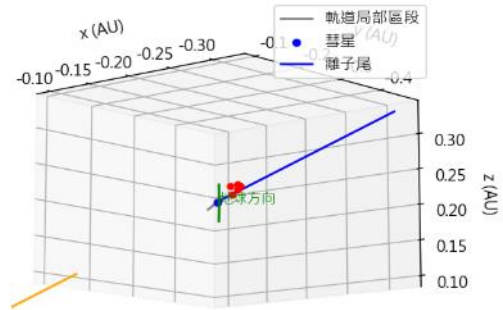
圖十四(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.110698AU、離子尾長度 ≈ 0.257968 AU

(2)2020 7/9 的模擬結果



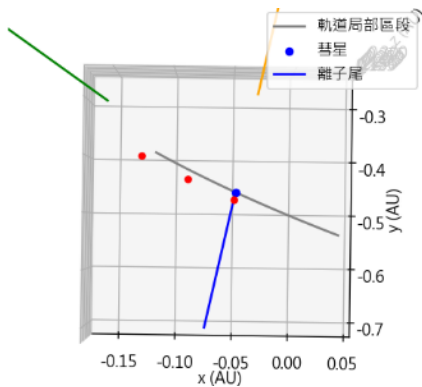
圖十五(a) 俯視圖(作者自製)



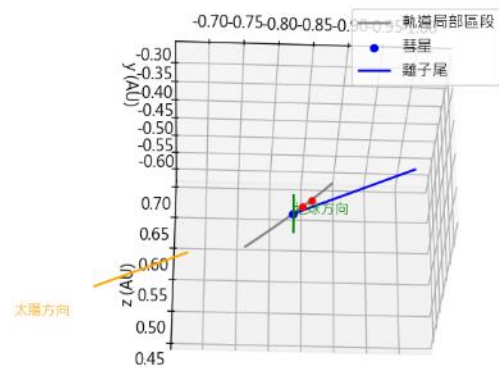
圖十五(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.109422AU、離子尾長度 ≈ 0.257968 AU

(3)2020 7/15 的模擬結果



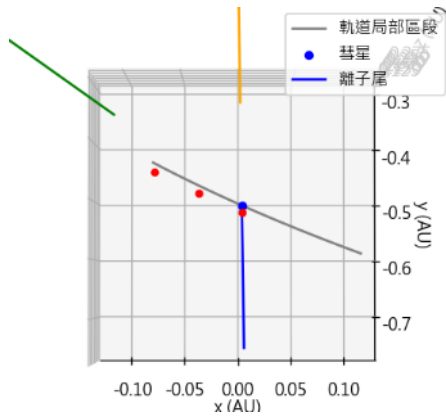
圖十六(a) 俯視圖(作者自製)



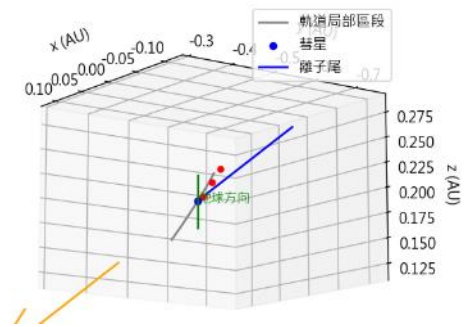
圖十六(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.054940AU、離子尾長度 ≈ 0.257968 AU

(4)2020 7/17 的模擬結果



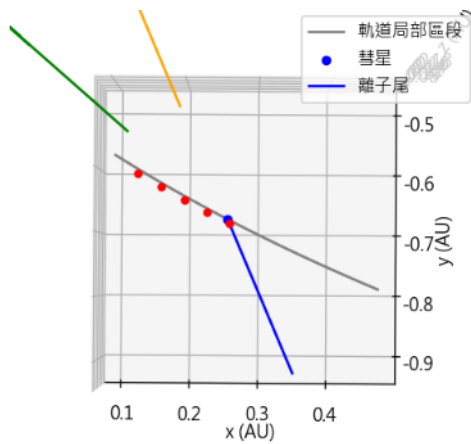
圖十七(a) 俯視圖(作者自製)



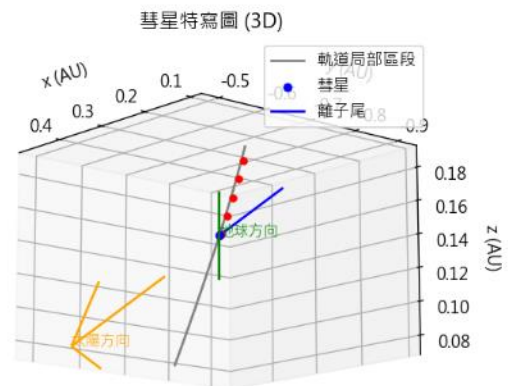
圖十七(b) 模擬地球視角(作者自製)

所模擬出的塵埃尾長度為 0.051879AU、離子尾長度 ≈ 0.257968 AU

(5)2020 7/27 的模擬結果



圖十八(a) 俯視圖(作者自製)



圖十八(b) 模擬地球視角(作者自製)

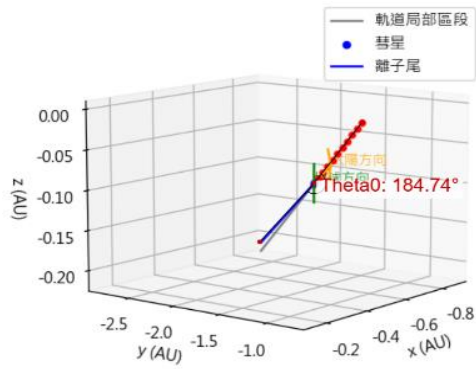
所模擬出的塵埃尾長度為 0.070891AU、離子尾長度 ≈ 0.257968 AU

伍、討論

一、利用 WebPlotDigitizer 比較模擬結果與現實照片

1.哈雷彗星的模擬結果

(1)1910 5/29



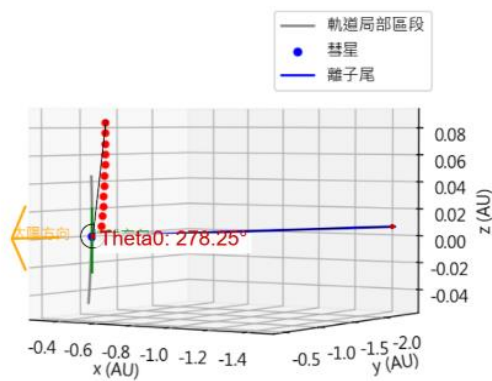
圖十九(a) 模擬地球視角(作者自製)



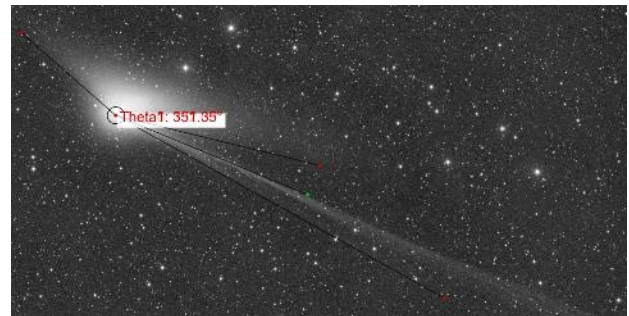
圖十九(b) 地球視角真實照片，圖片出自哈雷彗星維基百科

真實照片曝光極差，甚至無法區分塵埃尾和離子尾

(2)1986 1/10



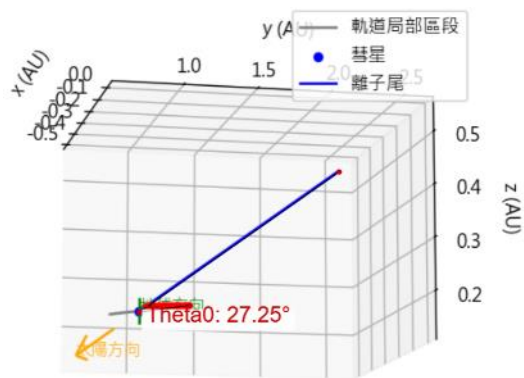
圖二十(a) 模擬地球視角(作者自製)



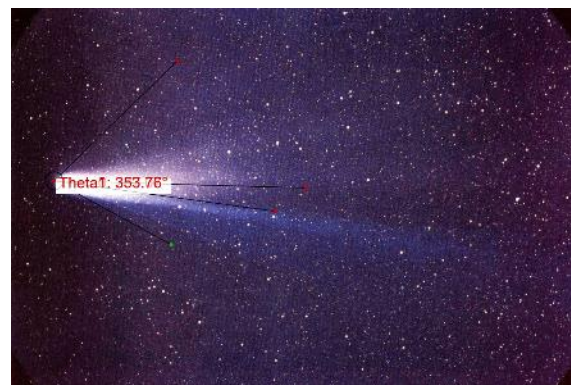
圖二十(b) 地球視角真實照片，圖片出自 QHYCCD 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 79.63 度，而我們模擬出 81.75 度

(3)1986 3/8



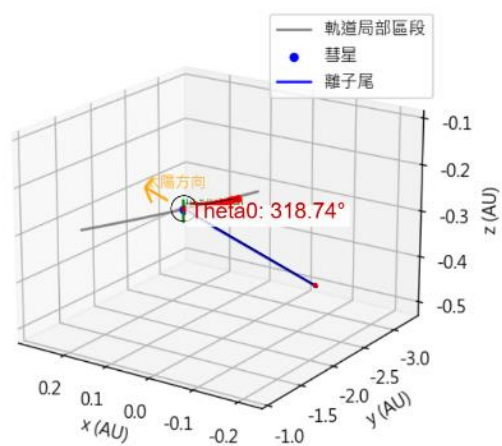
圖二十一(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖二十一(b) 地球視角真實照片，圖片出自 NSSDCA Photo Gallery

真實照片中兩尾之平均夾角為 33.345 度，而我們模擬出 27.25 度

(4)1986 4/9



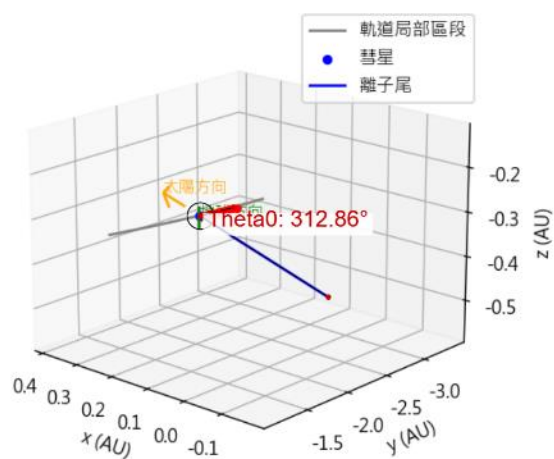
圖二十二(a) 模擬地球視角(作者自製)



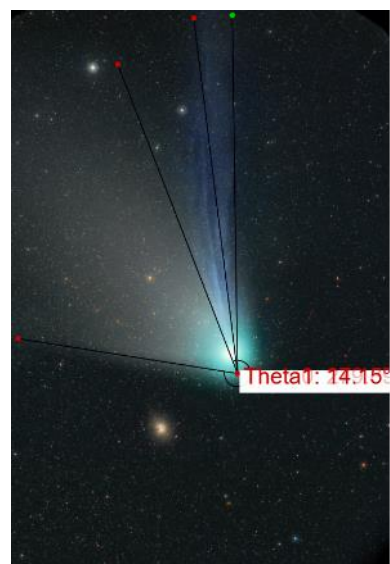
圖二十二(b) 地球視角真實照片，圖片出自 Britannica 大英百科全書網站

真實照片中兩尾之夾角為 57.07 度，而我們模擬出 41.26 度

(5)1986 4/15



圖二十三(a)模擬地球視角(作者自製)

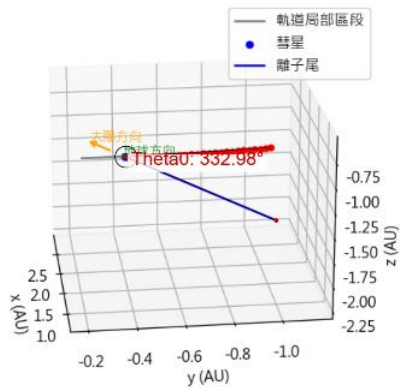


圖二十三(b)地球視角真實照片，圖片出自 QHYCCD 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 47.13 度，而我們模擬出 47.14 度

2.海爾-波普彗星的模擬結果

(1)1997 3/9



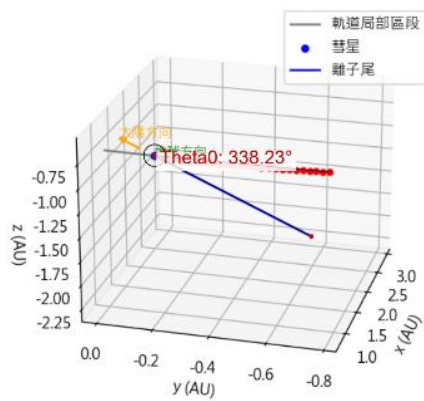
圖二十四(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖二十四(b) 地球視角真實照片，圖片出自 Philipp Salzgeber photography 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 47.155 度，而我們模擬出 27.02 度

(2)1997 3/17



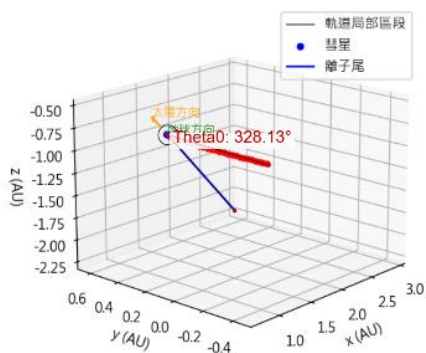
圖二十五(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖二十五(b) 地球視角真實照片，圖片出自 DEEPSKYHOSTING 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 66.59 度，而我們模擬出 21.77 度

(3)1997 4/1



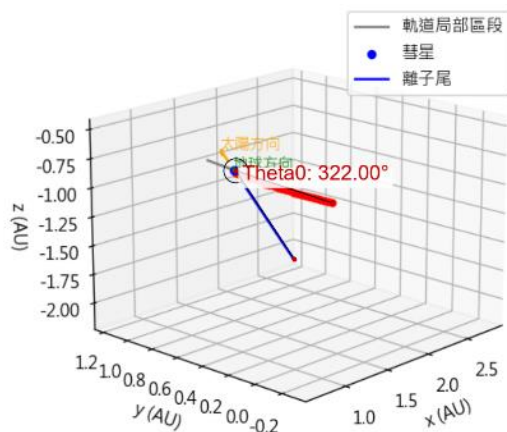
圖二十六(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖二十六(b) 地球視角真實照片，圖片出自 AstroPix 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 67.83 度，而我們模擬出 31.87 度

(4)1997 4/8

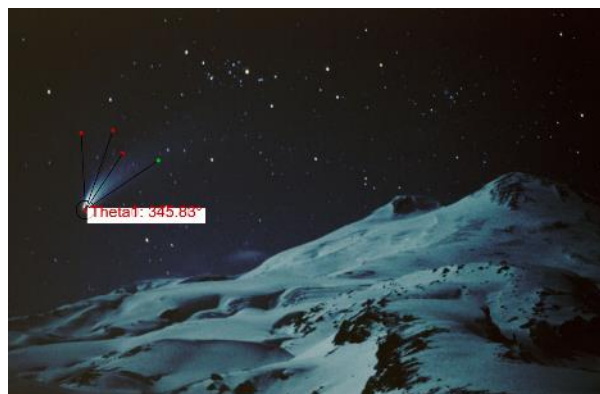
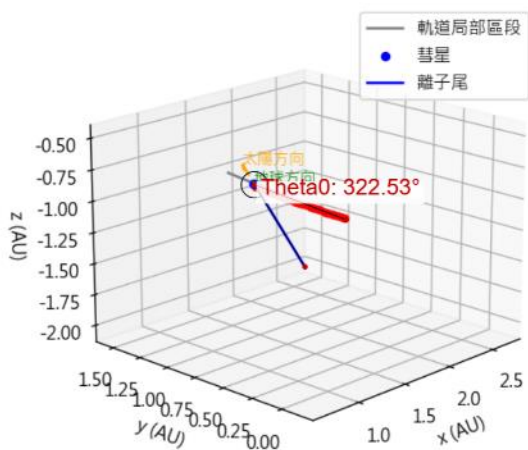


圖二十七(a) 模擬地球視角(作者自製)

圖二十七(b) 地球視角真實照片，圖片出自 AstroPix 網站

真實照片中兩尾之夾角為 41.83 度，而我們模擬出 38 度

(5)1997 4/13



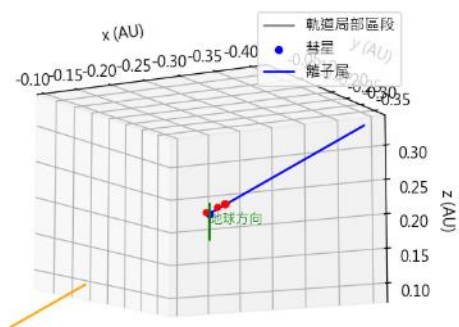
圖二十八(a) 模擬地球視角(作者自製)

圖二十八(b) 地球視角真實照片，圖片出自 allthesky 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 36.555 度，而我們模擬出 37.47 度

3.C/2020 F3 的模擬結果

(1)2020 7/7



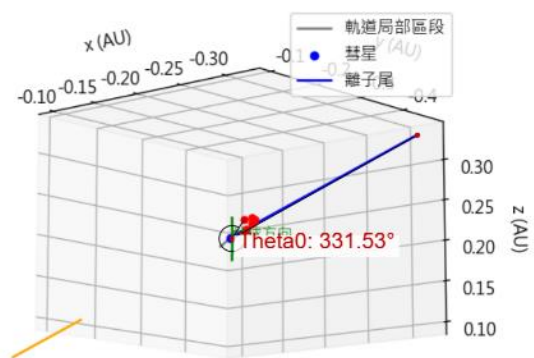
圖二十九(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖二十九(b) 地球視角真實照片，圖片出自 Polski AstroBlogger 網站

真實照片和模擬圖中的塵埃尾和離子尾夾角都趨近於 0 度

(2)2020 7/9



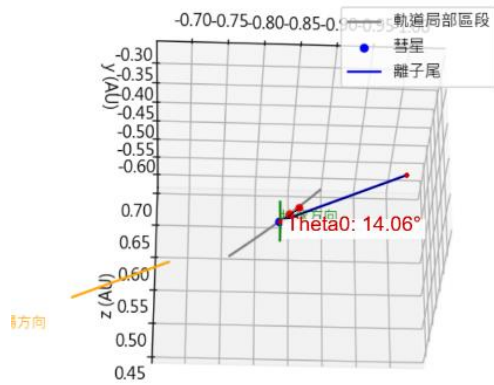
圖三十(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖三十(b) 地球視角真實照片，圖片出自維基百科

真實照片中兩尾之夾角為 0 度，而我們模擬出 28.47 度

(3)2020 7/15



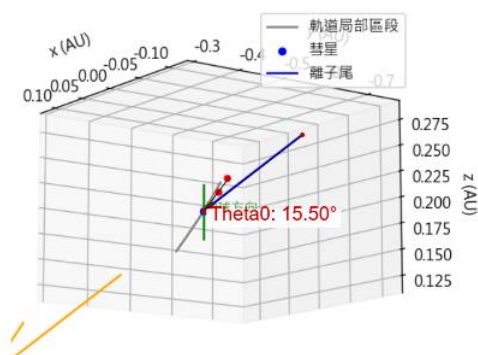
圖三十一(a) 模擬地球視角(作者自製)



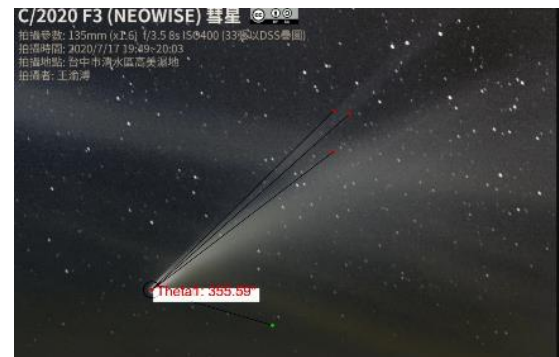
圖三十一(b) 地球視角真實照片，圖片出自 sky&telescope gallery 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 32.305 度，而我們模擬出 14.06 度

(4)2020 7/17



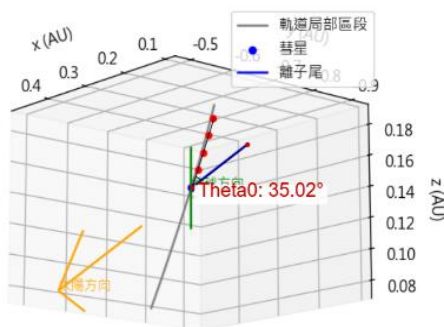
圖三十二(a) 模擬地球視角(作者自製)



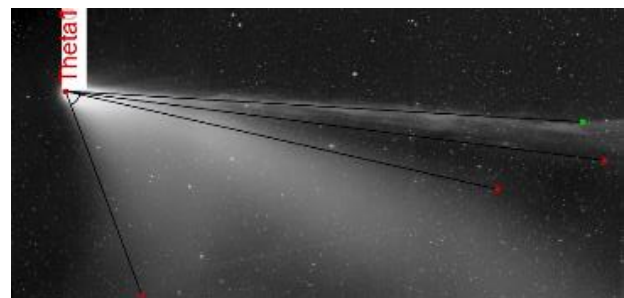
圖三十二(b) 地球視角真實照片，拍攝者 Evelyn

真實照片中兩尾之平均夾角為 32.465 度，而我們模擬出 15.50 度

(5)2020 7/27



圖三十三(a) 模擬地球視角(作者自製)



圖三十三(b) 地球視角真實照片，圖片出自 Polski AstroBlogger 網站

真實照片中兩尾之平均夾角為 35.735 度，而我們模擬出 35.02 度

二、程式碼與參數

表二 程式碼模擬結果數值表格(作者自製)

日期\彗星名稱	1P/Halley	C/1995 O1	C/2020 F3	真實圖中的	模擬圖中的角度	正確率
1910 5/29	0.511			無法得出	175.26	無法得出
1986 1/10	359.6073			33.345	27.25	81.70%
1986 3/8	0.3665			79.63	81.75	99.97%
1986 4/9	0.7855			57.07	41.26	72.29%
1986 4/15	0.85			47.13	47.14	99.99%
1997 3/9		359.99098		47.155	27.02	57.30%
1997 3/17		359.9941		66.59	21.77	32.66%
1997 4/1		0		67.83	31.87	46.98%
1997 4/8		0.0027		41.83	38	90.84%
1997 4/13		0.0046		36.555	37.47	99.98%
2020 7/7			0.00058	0	0	100%
2020 7/9			0.00087	0	0或28.47	100%或28.47%
2020 7/15			0.00174	32.305	14.06	43.52%
2020 7/17			0.00203	32.465	15.5	47.74%
2020 7/27			0.00348	35.735	35.02	97.99%
通過近日點	1986 2/9	1997 4/1	2020 7/3			

(一)、模擬結果中塵埃尾與離子尾的角度在某些圖片中與實際照片相當一致，但也在某些圖片中誤差極大，可能由以下原因造成：

1. 量角度時由手操作，可能導致誤差。
2. 計算而得的 β 是根據粒子半徑得出，而幕次分布所得出的粒子半徑只是最有代表性的，與真實情況可能有誤差。
3. 地球和彗星位置是計算而得，而每日所移動的距離是取平均值來計算，因此最終結果可能有誤差。

(二)、塵埃尾與離子尾長度並沒有準確值，通常是一個區間，而且也不能拿照片比較，因為照片中彗尾的長度與曝光時間有關，並不準確，因此只能看模擬結果的長度是否在區間值內來判斷。

(三)、從模擬結果得出，行星引力對塵埃尾長度影響較小。

(四)、 β 的大小和塵埃尾與彗星軌道的重合程度有關，從模擬圖中可以得出，哈雷彗星的 β 最接近 0，C/2020 F3 的 β 最大，所以哈雷彗星的塵埃尾與軌道重合度最高，C/2020F3 則最小，假設中 β 越大，受太陽輻射壓影響越多，塵埃尾軌跡應該越偏離彗星軌道，模擬結果應證了我們的觀點。

(五)、在塵埃尾的模擬中，粒子半徑、平均粒子密度和與太陽的距離影響 β ， β 影響塵埃尾偏離軌道的程度，而彗星的位置影響彗星走過的距離，粒子壽命影響塵埃粒子停留時間，影響塵埃尾長度。

(六)、與太陽的距離越近，太陽風粒子密度和太陽風速越快，則電離效率越高、電離壽命越短，所以彗星的氣體釋放速率越快，離子尾越長，亮度和密度越高。

三、彗尾長度資料來源過少

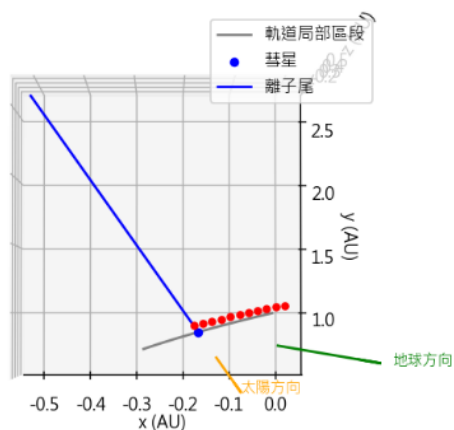
有提供彗星的詳細資料的網站並未提供程式碼中所需的變量，也並未記錄到以前的彗星的各項資料，而提供程式碼中所需參數的多是不同網站上零零總總湊合起來後得到的，而對於塵埃尾的真正長度也難以有準確值，因為即便是知名的彗星，也常常找不到彗尾的長度。

四、彗星樣本過少

本研究僅選取幾顆彗星進行分析，未來可以擴大樣本數，蒐集更多彗星的觀測與模擬數據，進行統計分析，找出系統性的誤差來源。此外也可進一步比較過去不同研究的模型，綜合各種因素來修正我們的計算方法，提升準確性。

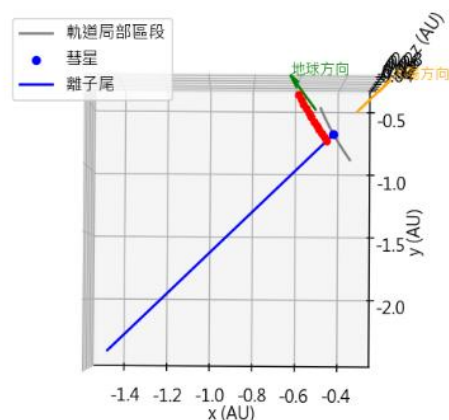
五、模擬中可以看出彗尾隨著時間的偏轉

(一)、哈雷彗星



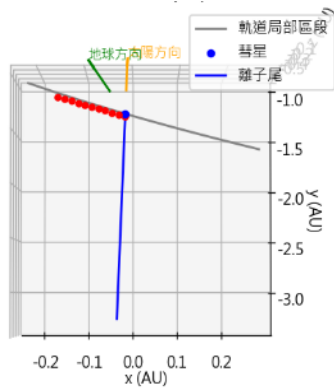
(圖中紅色圓點為塵埃尾)

圖三十四(a) 俯視圖(作者自製)1986 1/10

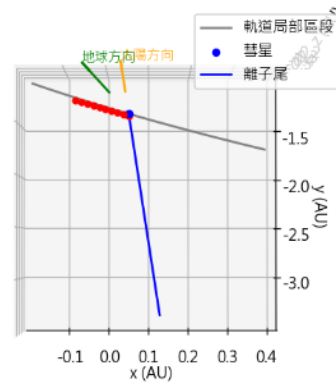


(圖中紅色圓點為塵埃尾)

圖三十四(b) 俯視圖(作者自製)1986 3/8



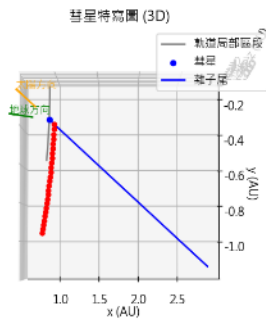
圖三十四(c)俯視圖(作者自製)1986 4/9



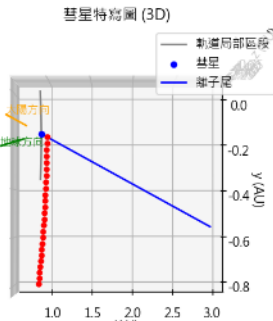
圖三十四(d)俯視圖(作者自製)1986 4/15

由於 1910 5/29 的時間與其他四項相比太過久遠，所以不做討論，從上面四張圖中可以看出，對應到地球視角上正好是慢慢朝左上方、向後旋轉的狀態，離子尾與地球夾角越來越小，導致離子尾在圖中越來越短，塵埃尾彎曲的可見性也因為視角而受到限制，然而由於四個時間點間隔過大，所以此次比較並不嚴謹。

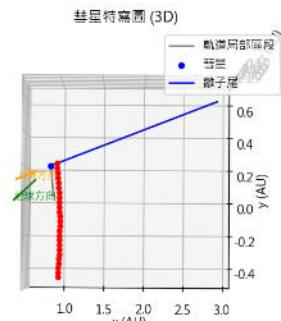
(二)、海爾-波普彗星



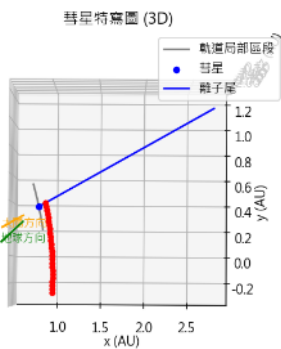
圖三十五(a) 俯視圖 1997 3/9



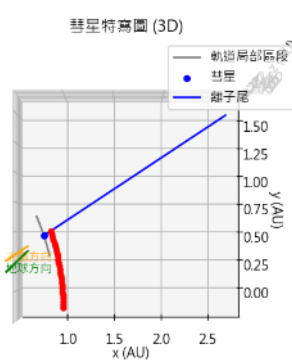
圖三十五(b) 俯視圖 1997 3/17



圖三十五(c) 俯視圖 1997 4/1



圖三十五(d) 俯視圖 1997 4/8

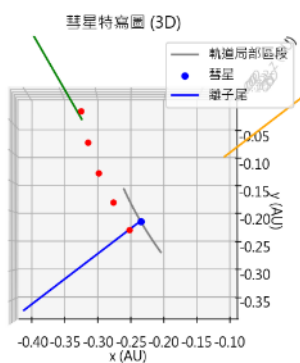


圖三十五(e) 俯視圖 1997 4/13 (作者自製)

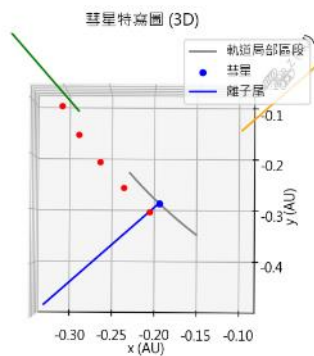
從上面五張圖中可以看出，對應到地球視角上正好是慢慢朝左上方、向前旋轉的狀態，離子尾與地球夾角越來越小，導致離子尾在圖中越來越短，塵埃尾彎曲的可見性也因為視角而受到限制，然而由於四個時間點間隔過大，所以此次比較並不嚴謹。

可見性也因為視角而受到限制。

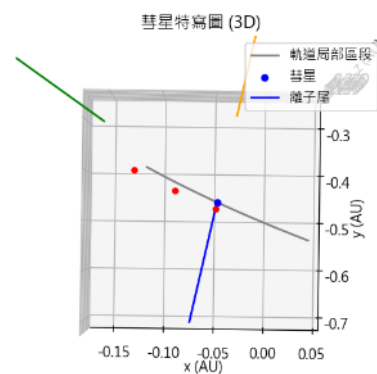
(三)、C/2020 F3



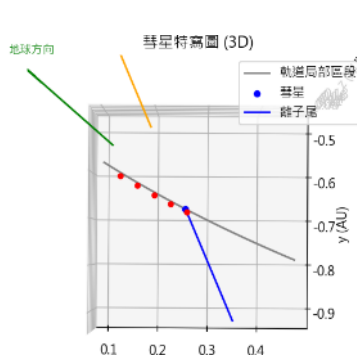
圖三十六(a) 俯視圖 2020 7/7



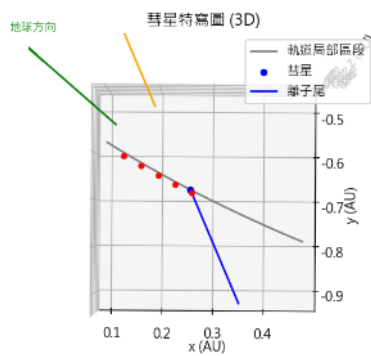
圖三十六(b) 俯視圖 2020 7/9



圖三十六(c) 俯視圖 2020 7/15



圖三十六(d) 俯視圖 2020 7/17



圖三十六(e) 俯視圖 2020 7/27 (作者自製)

從上面五張圖中可以看出，對應到地球視角上正好是慢慢朝右上方、向後旋轉的狀態，離子尾與地球夾角越來越大，導致離子尾在圖中越來越短，塵埃尾彎曲的可見性也因為視角而受到限制，在第一張圖中，也可以看出塵埃尾在地球看只有一小條是因為它幾乎指向地球所導至的視角偏差。

陸、結論

- 一、程式碼中塵埃尾的部分在三顆彗星的模擬中部分準確，本研究成功建立彗星塵埃尾與離子尾的模擬模型，塵埃尾部分能準確反映太陽輻射壓與重力合力對粒子運動的影響，並有效呈現 β 值對尾部偏離軌道的貢獻。
- 二、程式碼中離子尾的部分對離子尾的長度模擬僅用最簡單的太陽風速乘以離子壽命，而並未討論會影響亮度和密度的其他因素。

- 三、目前離子尾長度的理論模型多假設太陽風在空間中分布均勻且穩定，但在實際情況中，太陽風可能受磁場擾動、日冕物質拋射等因素影響而變化不定，導致誤差。
- 四、離子尾可能會因磁場擾動等原因導致尾端有各種形狀，甚至會因經過太陽的磁區邊界而使離子尾斷裂，簡單原理就是，太陽有四個磁區，磁區內磁力線的方向兩兩相反，當彗星經過磁區邊界時，磁力線方向的劇烈變化讓離子尾斷裂，等全部舊的磁力線離開彗星後，新的離子尾才開始生成，但我們並未模擬。
- 五、研究的意義與應用：

我們的模型的成功可以作為未來預測彗尾長度形狀的工具，我們希望未來可以做出能讓普通人也能看懂的程式模型，做為觀測彗星的預測工具，讓普通人可以容易接觸天文，觸發民眾對於科學的熱誠，綜合來看，本次計算對於彗尾形態與長度有參考價值，但在應用時需仔細計算某些難以得到的參數，並與觀測數據對比，以確保結果的合理性。

柒、參考資料及其他

一、中文部分

二、英文部分

【一本書】

Cravens, T. E. (1997). "Physics of Cometary Ionospheres," Comets II.

【學位論文】

Z. Sekanina (1982), "Cometary Dust and the Dust Tail", Astronomy and Astrophysics

Mendis, D. A., & Ip, W.-H. (1977). "The Physics of Comet Tails," Space Science Reviews.

Balsiger, H., et al. (1986). "Ion Composition and Dynamics in the Plasma Tail of Comet Halley," Nature.

"Dust and Plasma Tails of Comets: Observational Properties and Modeling"

Keller, H. U., & Huebner, W. F. (1999). Physics and Chemistry of Comets. Springer-Verlag.

Jewitt, D., & Luu, J. (1992). "Optical Properties of Cometary Dust."

三、網路資料

(一)、中文部分

【論壇】

<http://www.hkastroforum.net/viewtopic.php?t=27539>

[https://zh.wikipedia.org/zh-](https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%A4%AA%E9%99%BD%E8%BC%BB%E5%B0%84%E5%A3%93%E5%8A%9B)

[tw/%E5%A4%AA%E9%99%BD%E8%BC%BB%E5%B0%84%E5%A3%93%E5%8A%9B](https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%A4%AA%E9%99%BD%E8%BC%BB%E5%B0%84%E5%A3%93%E5%8A%9B)

百武彗星-中文百科

https://www.newton.com.tw/wiki/%E7%99%BE%E6%AD%A6%E5%BD%97%E6%98%9F#google_vignette

File:Comet Neowise C-2020 F3.jpg - 维基百科，自由的百科全书

https://zh.wikipedia.org/wiki/File:Comet_Neowise_C-2020_F3.jpg

C/2020 F3 (NEOWISE)彗星 | 裙子妹妹的姬力訓練:)

<https://freedsb.com/2020/07/26/c-2020-f3-neowise%E5%BD%97%E6%98%9F/>

(二)、英文部分

【期刊文章】

APOD: 2007 March 31 - Hale-Bopp: The Great Comet of 1997

<https://apod.nasa.gov/apod/ap070331.html>

Catching Splendid Moments in the Universe: An Interview with a Renowned Comet Photographer Michael Jäger | QHYCCD Astronomical & Scientific Camera

<https://www.qhyccd.com/catching-splendid-moments-in-the-universe-an-interview-with-a-renowned-comet-photographer-michael-jager/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Halley%27s_Comet

https://nssdc.gsfc.nasa.gov/photo_gallery/photogallery-comets.html

Halley's Comet | Astronomy, Facts & History | Britannica

<https://www.britannica.com/topic/Halleys-Comet4>

Comet Hale Bopp with North America Nebula - Philipp Salzgeber photography

<https://www.salzgeber.at/comets/c1995-o1-hale-bopp/comet-hale-bopp-with-north-america-nebula/>

Комета C/1995 O1 Hale-Bopp 17.03.1997 - астрофотография

<https://deepskyhosting.com/cBPI9J4>

Comet Hale-Bopp

https://www.astropix.com/html/comet_images/comet_hale-bopp.html

C/1995 O1 (Hale-Bopp) above the Elbrus

<https://www.allthesky.com/comets/hb7.html>

C/2020 F3 (NEOWISE) - jasna kometa na lato? Do trzech razy sztuka!

<https://www.polskiastroblogger.pl/2020/06/c2020-f3-neowise-jasna-kometa-na-lato-do-trzech-razy-sztuka.html>

Comet C/2020 F3 NEOWISE (2020,Jul.15) - Sky & Telescope

<https://skyandtelescope.org/online-gallery/comet-c-2020-f3-neowise-2020jul-15/>

【摘要資料】

<https://www.minorplanetcenter.net/data>

2022 Sep 15,https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=Hale-Bopp

1968 Feb 21, Small-Body Database Lookup

https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=1P

《Astronomy: Principles and Practice》 by A. E. Roy and D. Clarke

《An Introduction to Modern Astrophysics》 by Bradley W. Carroll and Dale A. Ostlie

【評語】 051811

本作品以「彗星彗尾的模擬與實測對比」為題，選取三顆具代表性的彗星，透過自行撰寫 Python 模擬程式並搭配天文數據資料庫，嘗試還原並分析彗尾的方向，顯示出良好的理論整合能力與程式實作能力。特別是將物理參數如太陽輻射壓比例因子 β 納入模型，並與觀測照片比對夾角與彗尾形態，展現出本作品的探究精神。建議未來量測與誤差處理需更嚴謹，或可導入自動化影像分析（如 Hough Transform 或邊緣偵測）提高客觀性與一致性。另外，也建議可更積極探索未知的現象。

作品海報

彗星彗尾實際值

與理論值的對比

摘要

本研究旨在探討彗星塵埃尾與離子尾之方向與長度的形成機制，並建立數學模型與Python模擬系統，以模擬彗尾在不同時間與位置下的形態變化。我們選取哈雷彗星、海爾-波普彗星與C/2020 F3 (NEOWISE) 為樣本，蒐集歷史觀測影像並進行模擬對比。研究結果顯示：模擬所得的彗尾角度大致與實際觀測相符，且太陽輻射壓比例因子 β 與彗尾軌跡偏移程度高度相關。本研究所建立的模擬系統與公式可作為未來觀測與預測彗星彗尾形態之基礎。

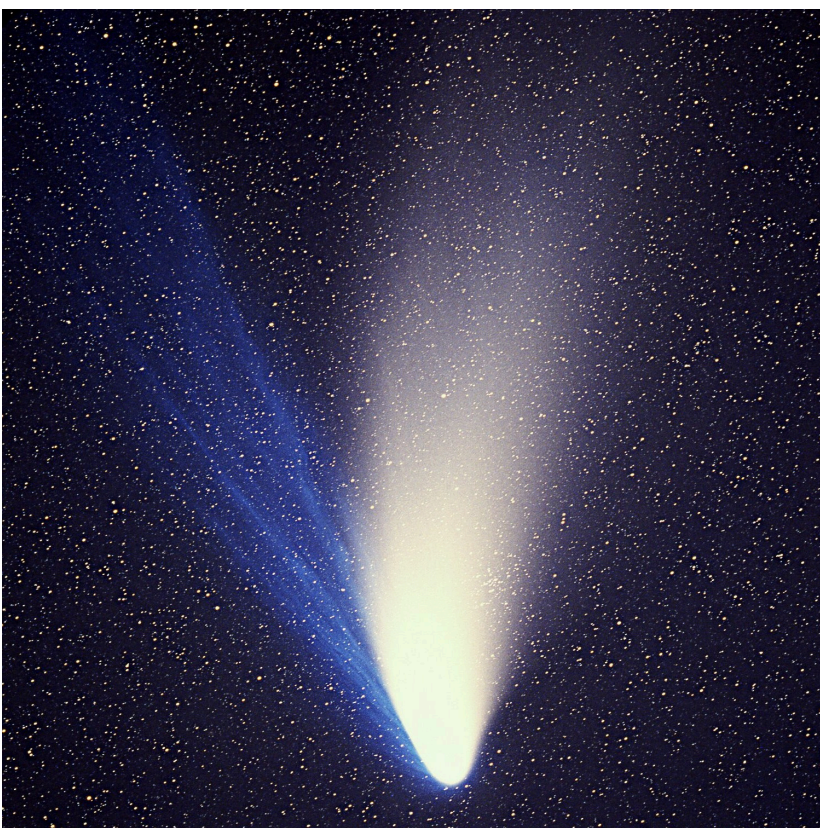
壹、前言

一、研究動機

彗尾是彗星的重要特徵，但受多種因素影響，相關研究多為理論推測。我們因觀測紫金山彗星時對其尾角產生好奇，進而思考彗尾方向與形狀是否有規律。查閱後發現彗尾分為塵埃尾與離子尾，受太陽輻射壓、太陽風與運動方向影響。因此我們以 Python 模擬彗星運動，並推導與觀測比對，找出影響彗尾的關鍵因素。

二、研究目的

- (一)、理解彗尾的成因與影響因素
- (二)、試著透過數學模型和 Python 模擬來探討彗尾的方向、長度與影響因素
- (三)、比較理論推導與數值模擬的結果探討可能影響誤差的因素



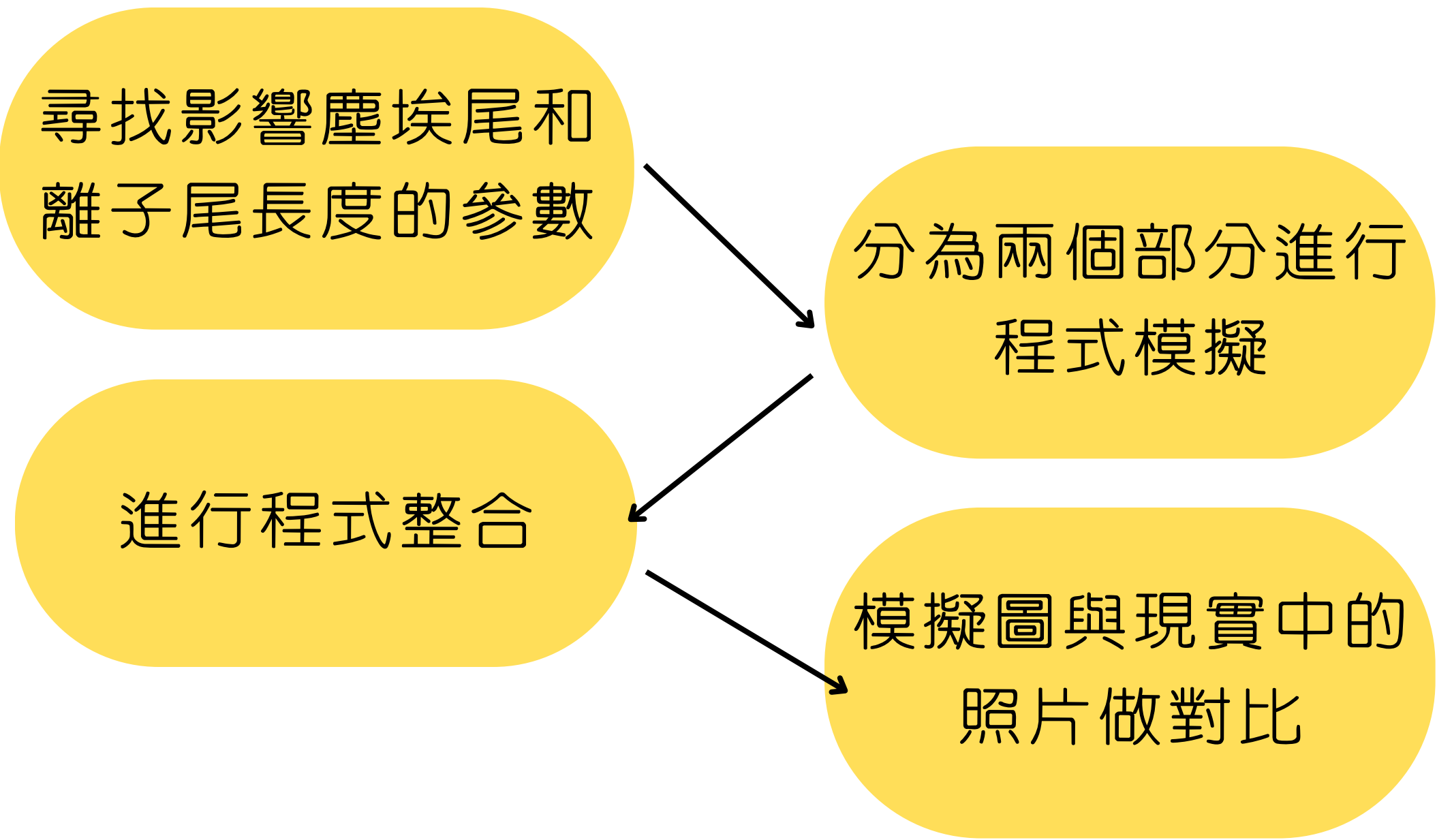
(圖一) 海爾-波普彗星
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Comet_Hale-Bopp_1995O1.jpg

研究設備及器材

COBS彗星觀測資料庫(Comet Observation database)、MPC小行星中心(IAU Minor Planet Center)、PDS/PPI行星資料系統(the Planetary Data System/The Planetary Plasma Interactions)、SpaceWeatherLive、筆記型電腦、Google 試算表、Google 文件、python、JPL Horizons 系統、Stellarium 軟體

研究過程及方法

一、研究流程：



名詞釋義：

- (一)、 L_{\odot} :太陽光度，其值為 $3.828 \times 10^{26} \text{W}$
- (二)、 $\frac{dN}{da}$:每單位半徑 a 的區間中，有多少個粒子
- (三)、 $\frac{dN}{dm}$:每單位質量 m 的區間中，有多少個粒子
- (四)、 q ;粒徑分布指數
- (五)、 k ;質量分布指數
- (六)、 Q_g :氣體釋放速率，表示彗星氣體的釋放量
- (七)、 τ :電離壽命，氣體分子被電離後存續的時間
- (八)、 n_{solar} :太陽風的粒子數密度

二、研究方法和過程

(一)、塵埃尾參數

- 1.太陽輻射壓力
指太陽輻射施加在該物體上的壓力。
$$P = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2 c}$$
- 2.重力加速度
- 3.太陽輻射壓比例因子(β)
可描述粒子受太陽輻射壓影響的程度。
$$\beta = \frac{F_{\text{radiation}}}{F_{\text{gravity}}}$$
太陽輻射壓乘以粒子表面積和輻射效率可以得到太陽輻射壓所產生的力(合力)。
$$\beta = \frac{3L_{\odot}Q_{\text{pr}}}{16\pi cGM_{\odot}\rho r}$$
- 4.彗星的瞬時速度
彗星距離太陽越近，速度就越快。
$$v_{\text{comet}} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$
- 5.粒子半徑、密度
粒子半徑/密度越小，受輻射壓的影響越大，反之亦然。
- 6.彗星的位置
以平均近點角、偏近點角和真近點角表彗星在軌道上位置，此三種方法可互轉換。

7.塵埃粒子壽命

指塵埃粒子在塵埃尾中所待的時間。

(二)、塵埃尾的生成邏輯

1. 重力與太陽輻射壓的合力讓塵埃粒子朝太陽反方向遠離彗星，程式計算每個塵埃粒子總加速度，推估一段時間 T 後塵埃移動距離。

$$\vec{r}_{\text{dust}} = \frac{1}{2} \vec{a}_{\text{net}} T^2$$

(三)、訴求離子尾之相關公式

1.離子尾參數

- (1).太陽風速度 v_{plasma}
速度快離子移動速度增加，離子尾延展得更長。
$$L \propto v_{\text{plasma}}$$

- (2).彗星的氣體釋放速率 Q_g
彗星活性區域越大，釋放氣體越多，離子尾越長。
$$L \propto Q_g$$

- (3).彗星與太陽的距離
距離越近，電離效率和太陽風壓力越高，尾部形成速度和延展性越強。
$$L \propto r^{-2}$$

(4).電離壽命 τ

電離壽命越長，離子能夠停留在尾部的時間越久，使尾部更長。

(5).太陽風粒子密度 n_{solar}

密度越高與離子尾的交互作用，越強影響尾部的形態與長度。

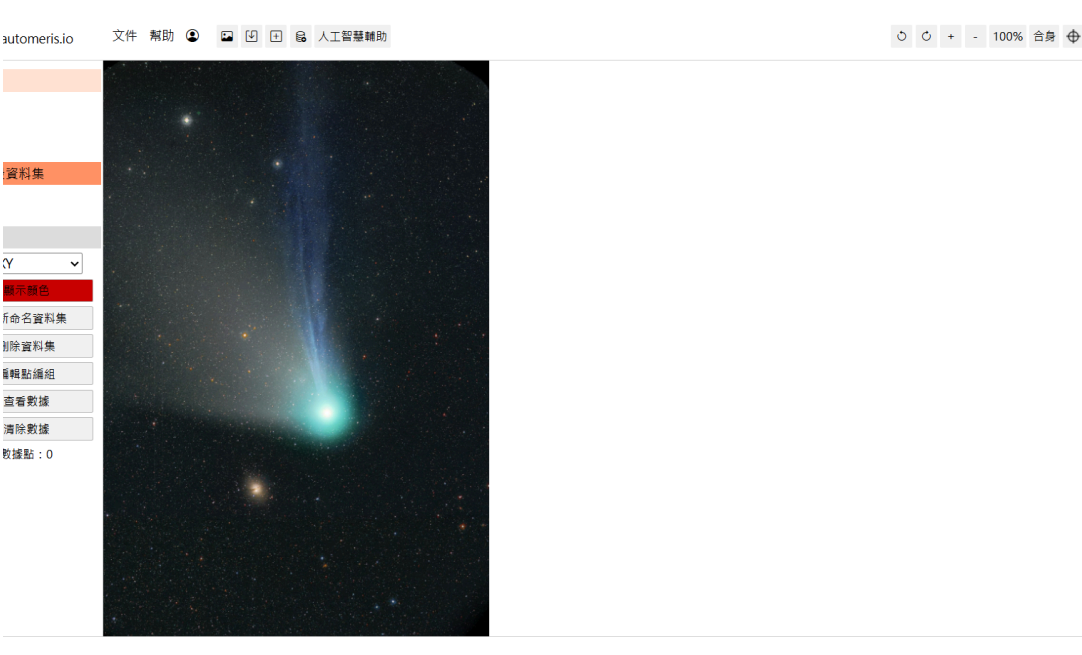
(四)、離子尾的生成邏輯

1. 彗星釋放中性氣體與微粒被太陽紫外光電離成離子，在太陽風作用下被「拖走」形成離子尾，而離子尾長度可以用以下公式表達：

$$L_{\text{ion}} = \frac{v_{\text{sw}} \cdot \tau_{\text{ion}}}{\text{AU}}$$

(六)、測量塵埃尾與離子尾夾角

- 1.使用WebPlotDigitizer，放上該日的彗星照片。



圖二(a)彗星照片分析



圖二(b)彗星照片分析

- 2.從塵埃尾外部輪廓尾端一點連至彗星在離子尾外部輪廓尾端即可得角度，再從兩者的內部輪廓連線得另一角度，兩角度平均即是模擬的平均夾角。

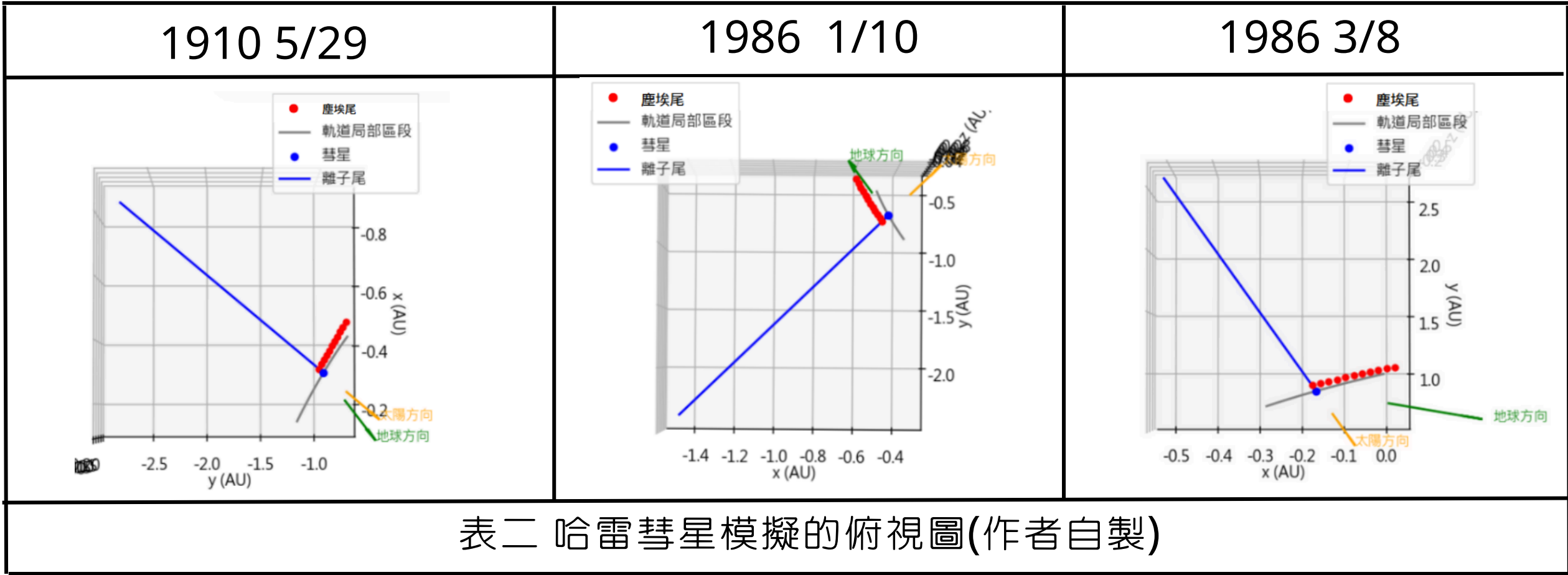
肆、研究結果

(一)、 以下是三顆彗星的各項數據

彗星名稱\各項參數	近日點	遠日點	升交點黃經	近心點角	傾角	塵埃粒子半徑 (微米)	塵埃粒子平均密度	粒子壽命 (天)
1P/Halley	0.586	35.28	59.11	112.26	162.19	0.247	834	10
C/1995 O1	0.91741	363.18653	89.29	282.73	130.41	0.298	1563	25
C/2020 F3	0.29478	710	128.94	61.01	37.28	12.64	1453	5

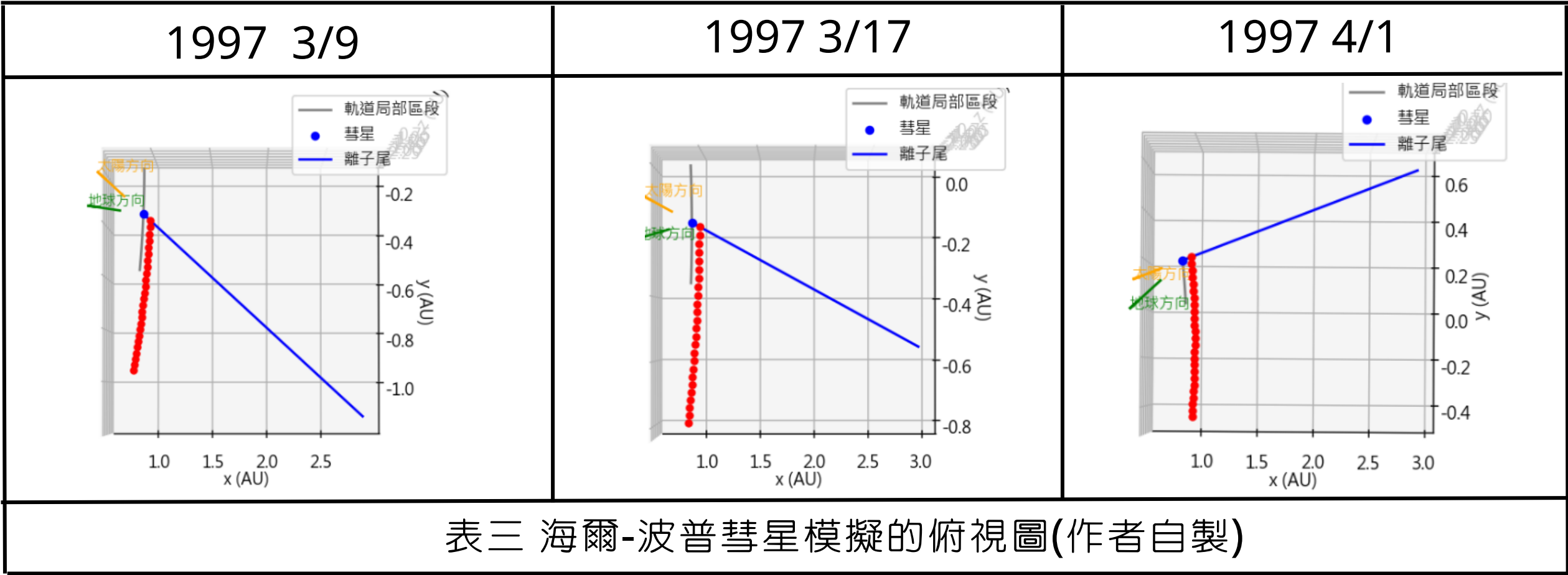
表一 軌道及粒子資料表格(作者自製)

(二)、哈雷彗星的模擬結果



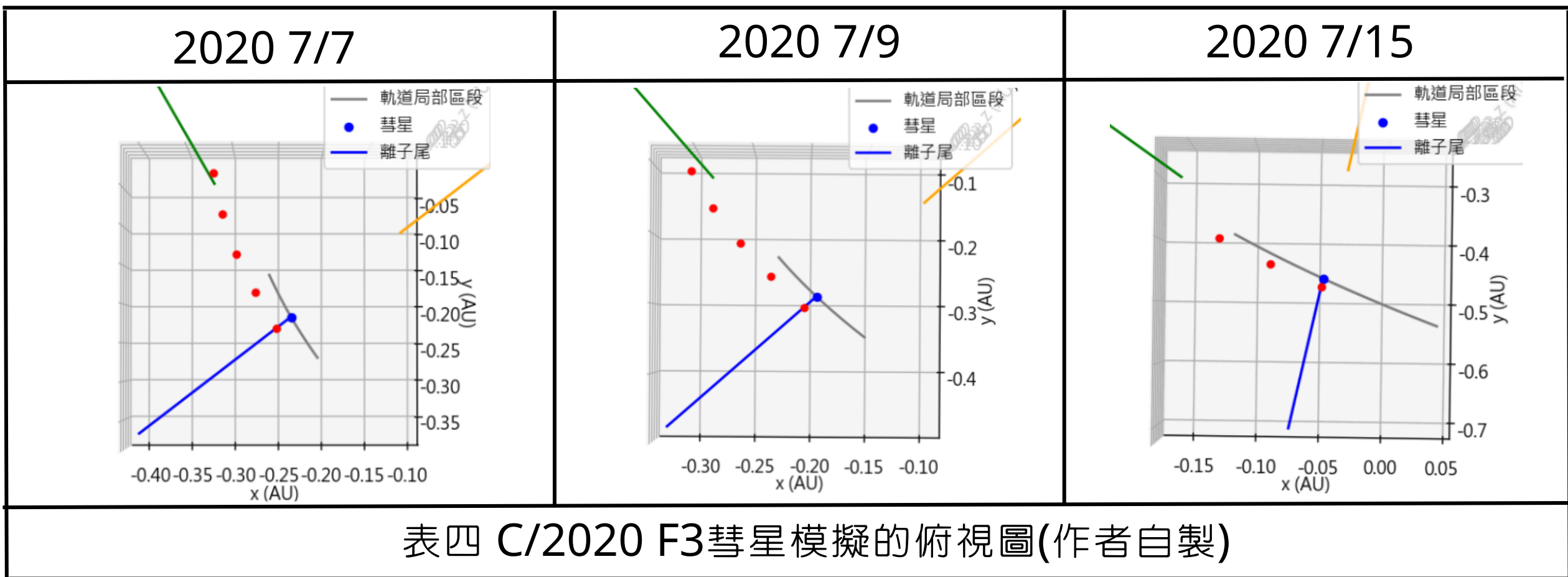
表二 哈雷彗星模擬的俯視圖(作者自製)

(三)、海爾-波普彗星的模擬結果



表三 海爾-波普彗星模擬的俯視圖(作者自製)

(四)、C/2020 F3的模擬結果

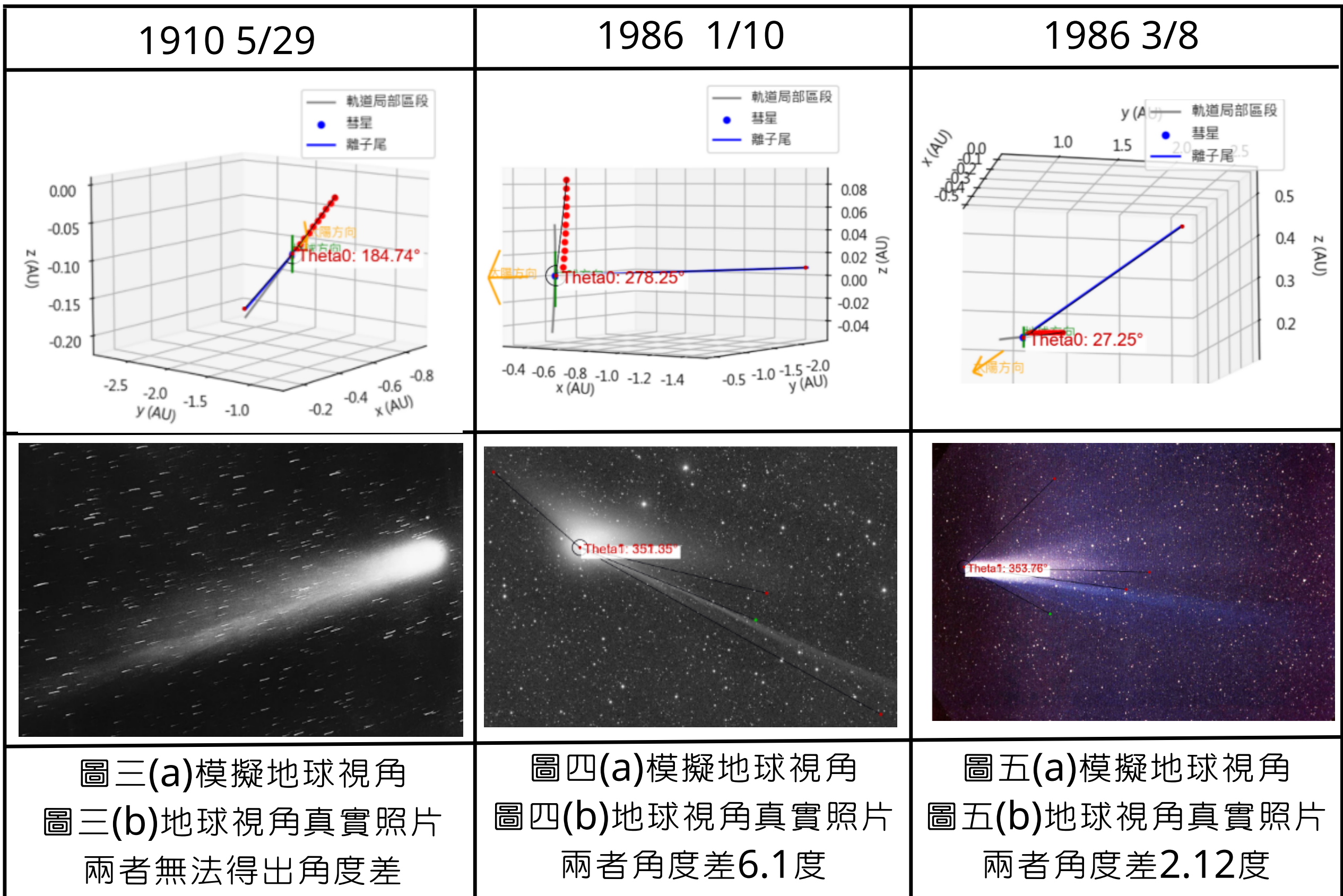


表四 C/2020 F3彗星模擬的俯視圖(作者自製)

討論

(一)、哈雷彗星的模擬結果

模擬圖皆是作者自製



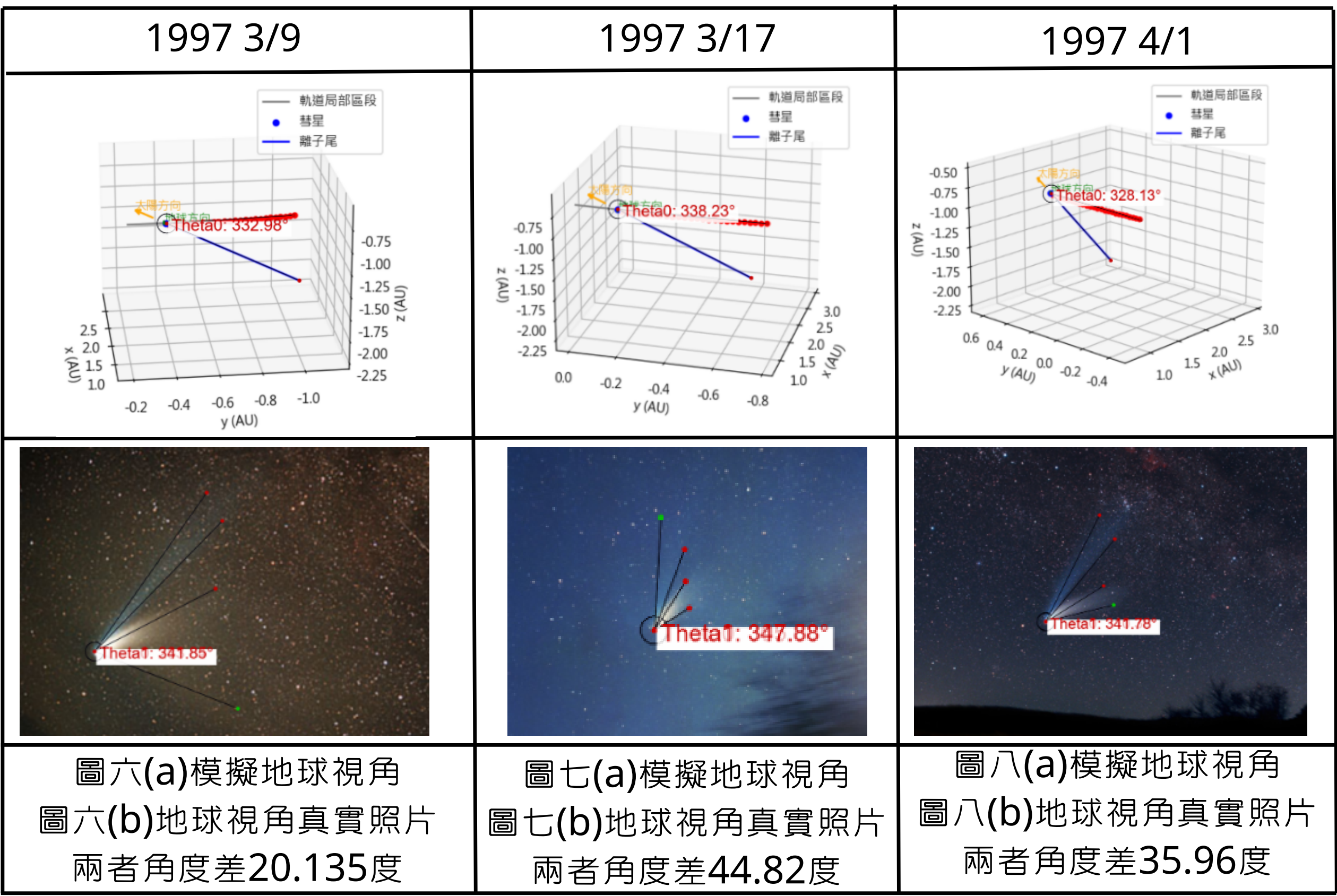
圖三(a)模擬地球視角
圖三(b)地球視角真實照片
兩者無法得出角度差

圖四(a)模擬地球視角
圖四(b)地球視角真實照片
兩者角度差6.1度

圖五(a)模擬地球視角
圖五(b)地球視角真實照片
兩者角度差2.12度

(二)、海爾-波普彗星的模擬結果

模擬圖皆是作者自製

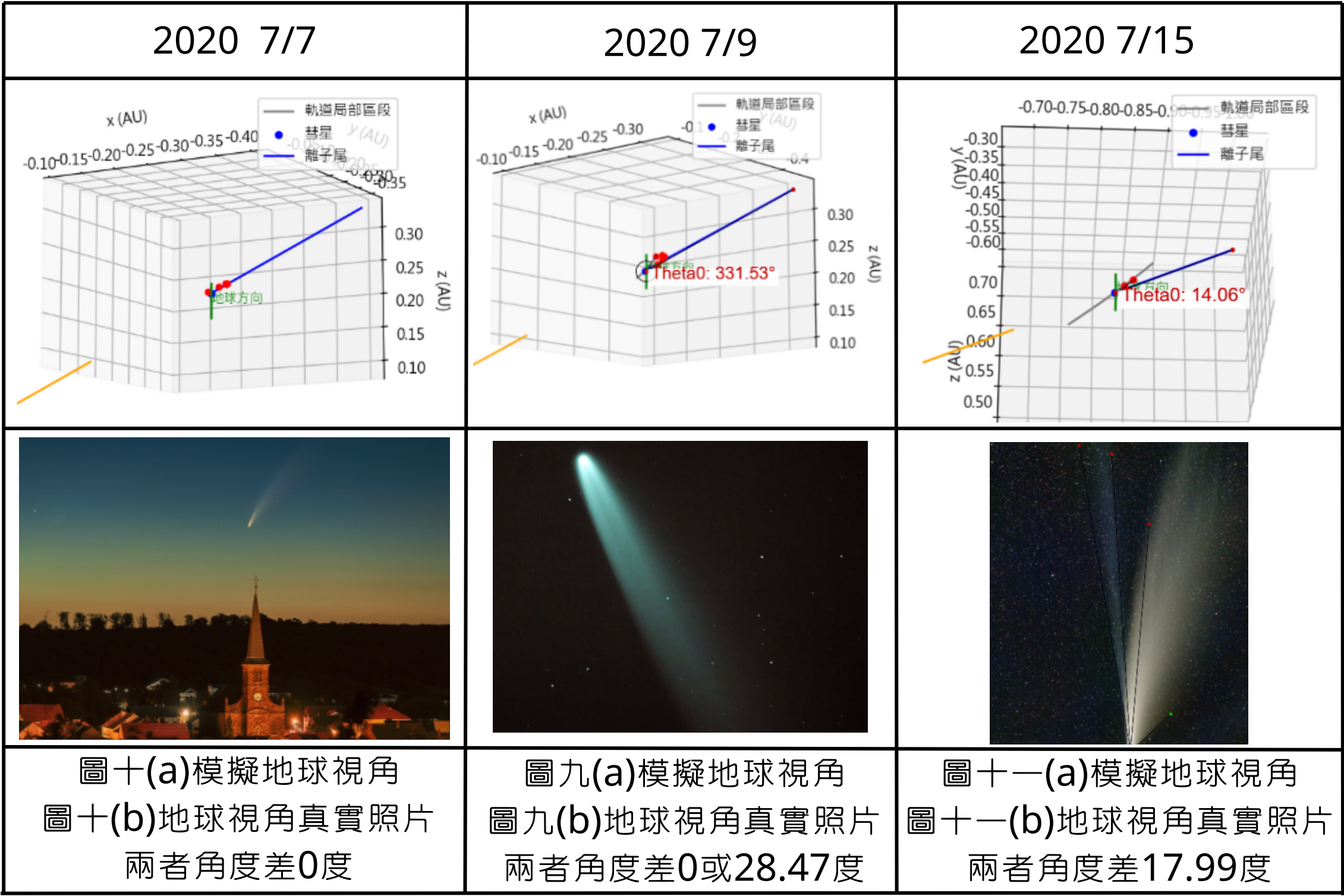


圖六(a)模擬地球視角
圖六(b)地球視角真實照片
兩者角度差20.135度

圖七(a)模擬地球視角
圖七(b)地球視角真實照片
兩者角度差44.82度

圖八(a)模擬地球視角
圖八(b)地球視角真實照片
兩者角度差35.96度

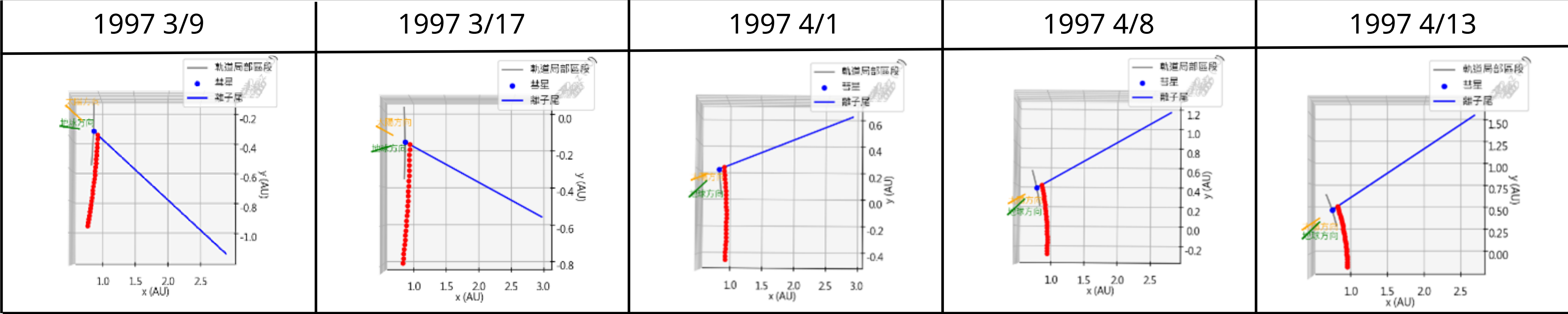
(三)、C/2020 F3彗星的模擬結果 模擬圖皆是作者自製



	日期	真實照片	模擬結果	差距
1P/Halley	1986 1/10	33.345	27.25	6.095
	1986 3/8	79.63	81.75	2.12
	1986 4/9	57.07	41.26	15.81
	1986 4/15	47.13	47.14	0.01
C/1995 O1	1997 3/9	47.155	27.02	20.135
	1997 3/17	66.59	21.77	44.82
	1997 4/1	67.83	31.87	35.96
	1997 4/8	41.83	38	3.83
	1997 4/13	36.555	37.47	0.915
C/2020 F3	2020 7/7	無離子尾	0	
	2020 7/9	無離子尾	28.4	
	2020 7/15	32.305	14.06	18.245
	2020 7/17	32.465	15.5	16.965
	2020 7/27	35.735	35.02	0.715

表五 各彗星模擬結果比較(作者自製)

(四)、海爾-波普彗星彗尾隨時間的方向變化



表六 海爾-波普彗星彗尾隨時間的方向變化模擬結果(作者自製)

(五)、程式碼與參數

- 1.哈雷彗星模擬平均角度差是**6.01度**，海爾-波普彗星是**21.132度**，C/2020 F3是**12.828度**，塵埃尾與離子尾的角度並未完全與真實照片吻合，且有些誤差極大，可能是因為手動操作、粒子半徑及密度為代表值及彗星和地球位置計算時導致的誤差。
- 2.塵埃尾與離子尾長度並沒有準確值，通常是一個區間，照片中彗尾的長度則與曝光時間有關，並不準確，因此只能看模擬結果的長度是否區間值內來判斷。
3. β 值對塵埃尾方向與長度的影響：
 - (1).模擬顯示 β 值越大塵埃尾受太陽輻射壓影響越大，偏離彗星軌道程度越明顯；如 C/2020 F3 β 最大塵埃尾偏離最明顯，而哈雷彗星 β 接近 0，塵埃尾幾乎與軌道重合，驗證了此趨勢。
 - (2). β 值受**粒子半徑**、**密度**與與**太陽距離**影響，而這些因素會進一步影響塵埃尾的偏離角度與結構；此外，彗星位置影響其運動距離，粒子壽命則決定塵埃尾的長度與延伸範圍。
- 4.從模擬結果得出，行星引力對塵埃尾長度影響較小。
- 5.與太陽距離越近，太陽風粒子密度和太陽風速越快，電離效率越高、氣體釋放速率快，離子尾越長。

結論

- (一)、我們的程式碼能根據彗星的位置模擬出塵埃尾和離子尾的方向，其中以哈雷彗星和C/2020 F3的模擬結果較為準確，而海爾-波普彗星的模擬結果差距較大。
- (二)、能準確反映太陽輻射壓與重力合力對粒子運動的影響，並有效呈現 β 值對尾部偏離軌道的貢獻。
- (三)、程式碼離子尾部分對長度模擬僅用太陽風速乘以離子壽命，並未討論影響亮度和密度的因素。
- (四)、目前離子尾長度的理論模型多假設太陽風在空間中分布均勻且穩定，但在實際情況中太陽風可能受磁場擾動、日冕物質拋射等因素影響而變化不定，導致誤差。
- (五)、離子尾可能會因磁場擾動等原因導致尾端有各種形狀，甚至會因經過太陽的磁區邊界而使離子尾斷裂，但我們並未模擬。
- (六)、本模型可作為預測彗尾形狀與長度的工具，未來可發展一般人也能理解的模擬平台，提升大眾對天文的興趣。雖具參考價值，但實際應用仍需精確參數與觀測數據比對，以確保結果合理。

參考資料及其他

期刊論文、書籍、摘要資料	圖片來源
<ul style="list-style-type: none">Cravens, T. E. (1997). "Physics of Cometary Ionospheres," Comets IIZ. Sekanina (1982), "Cometary Dust and the Dust Tail", Astronomy and AstrophysicsMendis, D. A., & Ip, W.-H. (1977). "The Physics of Comet Tails," Space Science ReviewsBalsiger, H., et al. (1986). "Ion Composition and Dynamics in the Plasma Tail of Comet Halley," Nature"Dust and Plasma Tails of Comets: Observational Properties and Modeling"Keller, H. U., & Huebner, W. F. (1999). Physics and Chemistry of Comets. Springer-VerlagJewitt, D., & Luu, J. (1992). "Optical Properties of Cometary Dust."http://www.hkastroforum.net/viewtopic.php?t=27539https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%A4%AA%E9%99BD%E8%BC%BB%E5%B0%84%E5%A3%93%E5%8A%9Bhttps://www.newton.com.tw/wiki/%E7%99BE%E6%AD%A6%E5%BD%97%E6%98%9F#google_vignettehttps://freedsb.com/2020/07/26/c-2020-f3-neowise%E5%BD%97%E6%98%9F/	<ul style="list-style-type: none">APOD: 2007 March 31 - Hale-Bopp: The Great Comet of 1997Catching Splendid Moments in the Universe: An Interview with a Renowned Comet Photographer Michael Jäger QHYCCD Astronomical & Scientific Camerahttps://en.wikipedia.org/wiki/Halley%27s_Comethttps://nssdc.gsfc.nasa.gov/photo_gallery/photogallery-comets.htmlHalley's Comet Astronomy, Facts & History Britannicahttps://www.britannica.com/topic/Halleys-Comet4Comet Hale Bopp with North America Nebula - Philipp Salzgeber photographyhttps://www.salzgeber.at/comets/c1995-o1-hale-bopp/comet-hale-bopp-with-north-america-nebula/ Комета C/1995 O1 Hale-Bopp 17.03.1997 - астрофотографияhttps://deepskyhosting.com/cBPI9J4https://www.astropix.com/html/comet_images/comet_hale-bopp.htmlhttps://www.allthesky.com/comets/hb7.htmlhttps://www.polskiastrobloger.pl/2020/06/c2020-f3-neowise-jasna-kometa-na-lato-do-trzech-razy-sztuka.htmlhttps://skyandtelescope.org/online-gallery/comet-c-2020-f3-neowise-2020jul-15