

中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 物理科

030106

瓶起瓶坐—探討瓶中內容物與翻轉角度的關係

學校名稱： 桃園市立光明國民中學

作者： 國二 吳宥霖 國二 劉子賢	指導老師： 黃崧培 張順良
---------------------------------	-----------------------------

關鍵詞： 轉動慣量、質心變化、翻轉角度

摘要

本研究旨在探討瓶中內容物與翻轉角度關係，採用自製單擺裝置進行實驗，並使用了不同水量、不同角度以及不同內容物三種操作變因當作研究目觀察翻轉角度的變化。例如：變換不同初始翻轉角度、瓶中水量、變換不同內容物、改變瓶子重心……等。在內容物為水且單純變換翻轉角度及水量的實驗中，得到了**初始翻轉角度愈大，翻轉角度愈大**以及**水瓶受到的慣性愈小，翻轉角度愈不規律**的兩個結論；在變換不同內容物的實驗中，證明了**非流體在水瓶中的重心變化較小，流體的重心變化則要依據流體的流動程度進行判斷**；在改變瓶子重心的實驗中，證明了**水瓶的重心變化愈小，翻轉角度愈大；水瓶的重心變化愈大，翻轉角度愈小**。

壹、前言

一、研究動機：

我們每天最期待的就是下課時間，因為可以去打籃球，但是有時候會下雨，大家就都會聚在教室內一起翻水瓶，我們本來沒有想過要拿這個眾所皆知小遊戲來做科展，但是問了一些比較會翻的同學，發現其實是有技巧的。聽到這個消息之後，我們靈感迸發，決定把這個遊戲拿來當作我們的科展題目。因為這個看似只有好玩卻沒有實驗性的事情，裡面卻藏著一些利用科學原理的秘密。例如：要多少的水量才能更容易的讓瓶子站起來、如果把水換成其他物品還站得起來嗎……等。於是我們便開始著手進行相關研究。

二、研究目的

- (一)、 觀察水面在翻滾時的變化
- (二)、 探討不同角度對水瓶翻滾的變化
- (三)、 探討不同水量及角度對水瓶翻滾的變化
- (四)、 探討水流動位置之關係
- (五)、 探討內容物的不同與翻轉角度之關係

三、文獻回顧：

(一)、 名詞解釋：

初始翻轉角度：手放開水瓶的起始位置與鉛垂線的夾角角度

翻轉角度：水平離開木盒的那一幀與接觸到地面前最後一幀翻轉的角度

轉動慣量： $I = M(\text{質量}) \times r^2(\text{半徑})$

圓柱體轉動慣量(實心)： $I = M \times (\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12})$ (圖1-3-1)

圓柱體轉動慣量(空心)： $I = \frac{1}{4} \times M \times (R_1^2 + R_2^2) + \frac{1}{12} \times M \times L^2$ (圖1-3-2)

平行軸定理： $I = I_{cm} + M \times h^2$ (圖1-3-3)

動量守恆： $P = M(\text{質量}) \times V(\text{速度})$

角動量： $L = I \times \omega = M \times r^2 \times \omega$

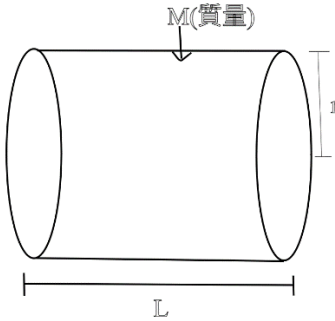


圖 1-3-1 實心圓柱體轉動慣量
(第一作者製作)

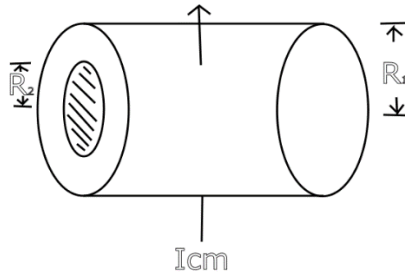


圖 1-3-2 空心圓柱體轉動慣量
(第一作者製作)

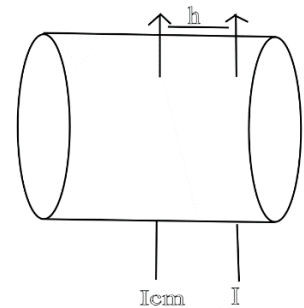


圖 1-3-3 平行軸定理
(第一作者製作)

(二)、文獻探討

1. 以下是關於翻水瓶時的翻轉軌跡的英文文獻：

- (1) 物體在空中拋擲時可以顯示出非常奇怪的軌跡。用水瓶進行的翻轉動作的驚人運動，質性地描述為與物體參考系中質心位置的關係。雖然這從簡單的觀察中很容易讓人懷疑，但用肉眼定量驗證卻不明顯。
- (2) 在翻水瓶這項實驗中，他們使用影片分析和計算模型來顯示質心在瓶子的參考系中的位置是如何改變的，同時他們在實驗室參考系中描述了一個拋物線軌跡。他們還展示了質心的這種行為如何解釋瓶子的奇怪運動。P.J. Dekker¹, (2018)

2. 以下是藉由改變瓶子形狀以及替換瓶子內容物來提高成功率的英文文獻：

它裡面辦了一場活動，主要是讓一群小朋友想辦法提高翻水瓶的成功率，可以將瓶子改成各種不同的形狀，甚至還改變內容物，目的就是要將成功率提高。他們製作了一個程式，可以將所有不可控的因素變成可控制的，讓翻水瓶的過程達到最完美，就可以更加探索翻水瓶的過程。Douglas Llewellyn, (2017)

3. 以下是利用不同瓶子貼上貼紙並觀察質心的一份英文文獻：

這裡面的實驗使用了三種類型的瓶子：水瓶、裝有網球的瓶子（網球瓶）和固定質量的剛性瓶。結果顯示，具有可移動質量的瓶子（如水或網球）顯著減少了角速度，從而允許更可控的下降。剛性瓶保持角速度不變，翻轉成功率較低。他們發現成功翻轉的

最佳水量約為瓶子高度的 1/2 至 1/3 之間。這樣的填充比例允許水以最佳方式重新分布，最大化轉動慣量，從而減少角速度，達到平穩著陸的效果。Paulo Simeão Carvalho , (2017)

4. 以下是利用不同水量以及水的高度進行觀察的中文文獻：

這個研究主要是在探討水瓶翻轉之後能順利直立落下所需的力道（重物放置高度）及水瓶中不同水量之間的關係，為了確保每次的施力不要落差太大，他們利用六下所教的簡單機械自製出一台蹺蹺板，作為擊打水瓶的工具，為了使這個蹺蹺板成為一個制式的工具，他們將抗力臂及施力臂的長度固定不變，並進行多次檢驗。結果發現，以五百五十毫升的寶特瓶（御茶園寶特瓶）為容器，瓶中水量高度為八公分的時候，十五公斤的重物從十四公分的高度落下，打翻水瓶後成功直立落下的機率最高，最大可以到百分之三十。陳秀麗, (2020)



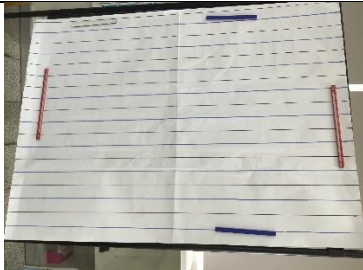
我們看完這些文獻之後，發現他們只有在瓶子有立起來才叫成功，因為我們實驗中還有很多不可控的變因，例如瓶子接觸地面的彈性……等，所以我們經過討論後決定把「成功」定義為「翻轉過程中，翻轉角度為 360 ± 20 度」即為成功。

貳、研究設備及器材





在第四篇文獻中發現，他們最終做出的翻水瓶裝置是利用翹翹板讓水瓶翻出，在我們和導師討論後，覺得可以利用單擺去製作翻水瓶機器，且翻水瓶機器受到的力是向前並利用慣性翻轉水瓶的，而不是像手去向上拋並對它施加角速度以及藉由撞擊瓶子側下方去使水瓶翻轉。

製作翻水瓶裝置：

一、 背景檔板部分：

		
圖2-1-1 海報紙 (第一作者拍攝)	圖2-1-2 海報上畫線 (第一作者拍攝)	圖2-1-3 利用磁鐵固定 (第一作者拍攝)
用海報紙做成 92x125 公分的 白紙	畫上橫向的線利於tracker追 蹤，每條線間隔 5 公分	利用磁鐵固定在白板上

二、 裝置部分：

			
圖2-2-1 支架 (第二作者拍攝)	圖2-2-2 翻水瓶容器 (第一作者拍攝)	圖2-2-3 自製量角器 (第二作者拍攝)	圖2-2-4 組裝成品 (第一作者拍攝)
組裝支架	用雷切機及木板製作 翻水瓶機器	畫出量角器	將翻水瓶裝置與鐵架 和量角器組裝起來 (離地81.2公分)

我們總共做了五代的裝置，第一代因為鐵條沒有固定，無法穩定的翻轉。第二代加了螺栓和黏土固定，但是會一直撞到桌子。第三代延長了桌子和單擺機器的距離，但是由於槓桿距離過長，導致它非常地不穩定。第四代縮短了桌子和單擺機器的距離，並改成利用筷子做出停止裝置。直到第五代，經過我們和老師的激烈討論，決定整個翻新重做，新的機器完美避免了之前機器的缺點，像是裝置之前是單軸，現在改為雙軸、測量初始翻轉角度的工具也更精確，是目前最好的一代機器。

參、研究過程及方法

一、研究方法流程圖：

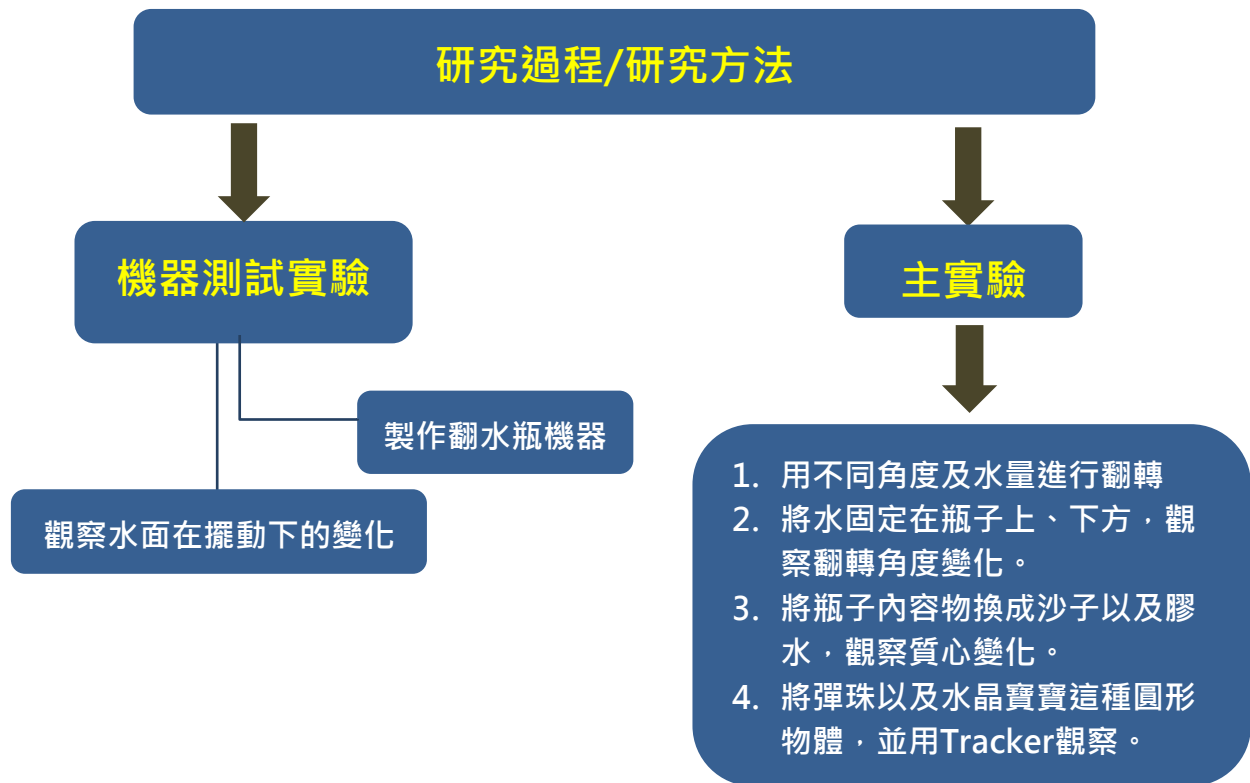


圖3-1-1 研究流程圖

(第二作者與第一指導老師共編)

二、研究過程：

(一)、觀察水面在翻滾時的變化

我們使用繩子代替水瓶的擺臂，並且觀察在翻轉時，也就是在機器內卻還沒翻出的水面是否會影響最終翻出的結果。



圖3-2-1 固定繩子
(第一作者拍攝)

把繩子固定在瓶頸



圖3-2-2 組裝
(第二作者拍攝)

將鐵架、C 型夾組裝成
實驗裝置



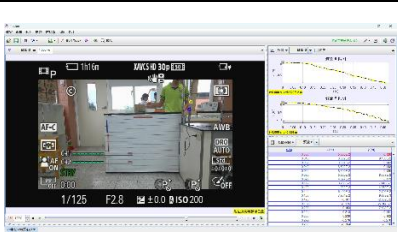


圖3-2-3 擺動瓶子
(第二作者拍攝)

把繩子掛在 C 型夾上，
並且擺動瓶子


(二)、探討不同角度對水瓶翻滾的變化

我們用 50 度 ~ 170 度並每間隔 20 度拍一個影片，錄製完實驗後，我們利用 Tracker 內建的質心分析來觀察水瓶的實驗變化。


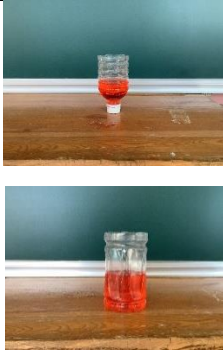
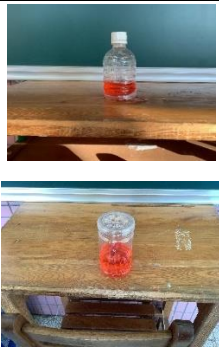
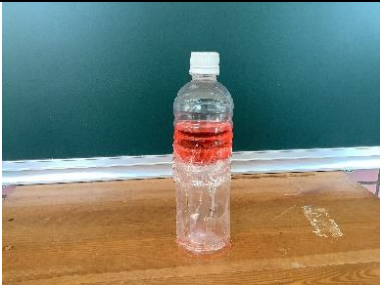

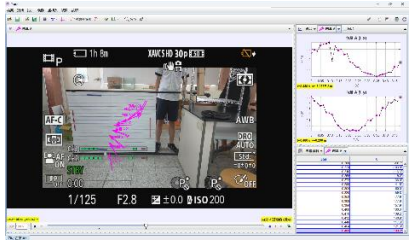
 <p>圖3-2-4 自製量角器 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-5 拍攝過程 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-6 分析數據 (第二作者拍攝)</p>
<p>將翻水瓶機器的角度調到分別的角度</p>	<p>翻水瓶並用相機記錄過程 (水量為 250 mL)</p>	<p>將影片匯入 Tracker 並分析 (每秒 60 幀)</p>

(三)、探討不同水量及角度對水瓶翻滾的變化

這個實驗和研究目的二的差別是研究目的二是用質心分析x軸的速度及y軸的速度，研究目的三是使用向量去分析水瓶翻轉的翻轉角度，還有研究目的二是依照文獻中的最佳水量，也就是水量250mL，而研究目的三除了翻轉角度一個變因之外，還變換了水量去觀測最佳水量。

 <p>圖3-2-7 裝水瓶子 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-8自製量角器 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-9 分析數據 (第一作者拍攝)</p>
<p>將寶特瓶裝入不同容量的水</p>	<p>將翻水瓶機器固定在不同角度的位置</p>	<p>翻水瓶並用相機記錄過程且匯入 Tracker 分析(每秒 60 幀)</p>

(四)、探討水流動位置之關係

 <p>圖3-2-10水瓶切開 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-11 水瓶上下半部裝水 (第一作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-12 封口 (第一作者拍攝)</p>
<p>將寶特瓶切成兩半</p>	<p>將水注入寶特瓶的 上半部/下半部(250 mL)</p>	<p>將瓶子上半部/下半部 的頂部蓋住</p>
 <p>圖3-2-13 黏起來 (第一作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-14 自製量角器 (第二作者拍攝)</p>	 <p>圖3-2-14 分析數據 (第一作者拍攝)</p>
<p>將瓶身的下半部與上半部 用膠帶黏起來</p>	<p>用 50 度 ~ 170 度並每間隔 20度拍一個影片</p>	<p>錄製影片並匯入 Tracker 分析 (每秒 60 幀)</p>

(五)、探討內容物的不同與翻轉角度之關係

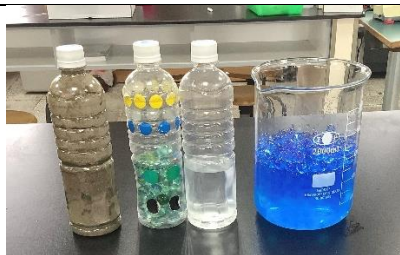


圖3-2-16 不同內容物瓶子
(第二作者拍攝)



圖3-2-17 自製量角器
(第二作者拍攝)

將膠水、沙子、彈珠、水晶寶寶分別
裝入寶特瓶內

用 50 度 ~ 170 度並每間隔 20 度拍一個影片
並匯入 Tracker 分析(每秒 60 幀)

肆、研究結果

一、觀察水面在翻滾時的變化

在這次實驗中，我們用繩子模擬翻水瓶裝置的擺臂，並且觀察水面，發現當放下水瓶時，它會因為重力的關係造成水的力是向下的，但是單擺的水瓶是左右來回晃動，造成了水是往單擺的反方向靠近的。當水瓶擺動來到另一方至高點時，水開始漸漸地跟著水瓶一起擺動，進而造成除了第一周期的一半前擺動時會不垂直於瓶身，其餘的水面都是垂直於瓶身的。

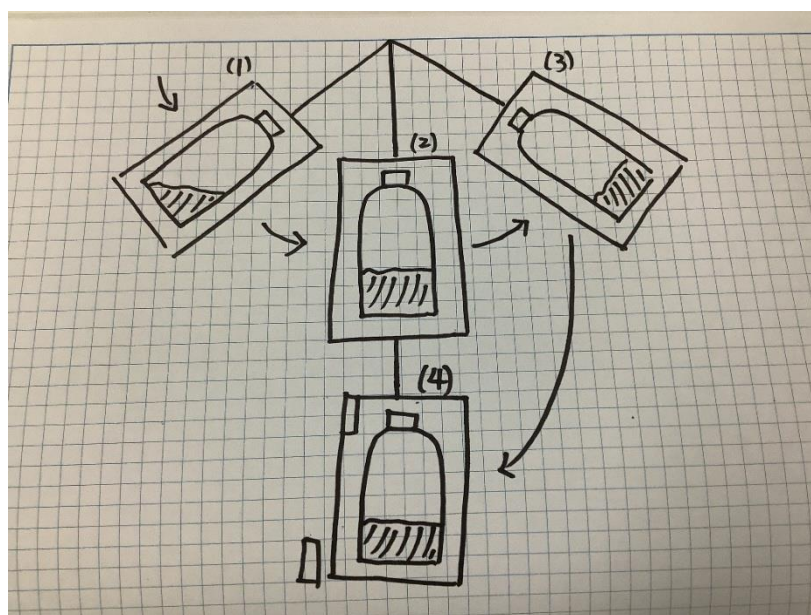


圖 4-1-1 實驗一結果的示意圖
(第一作者繪圖完拍攝)

二、 探討不同角度對水瓶翻滾的變化

瓶子：

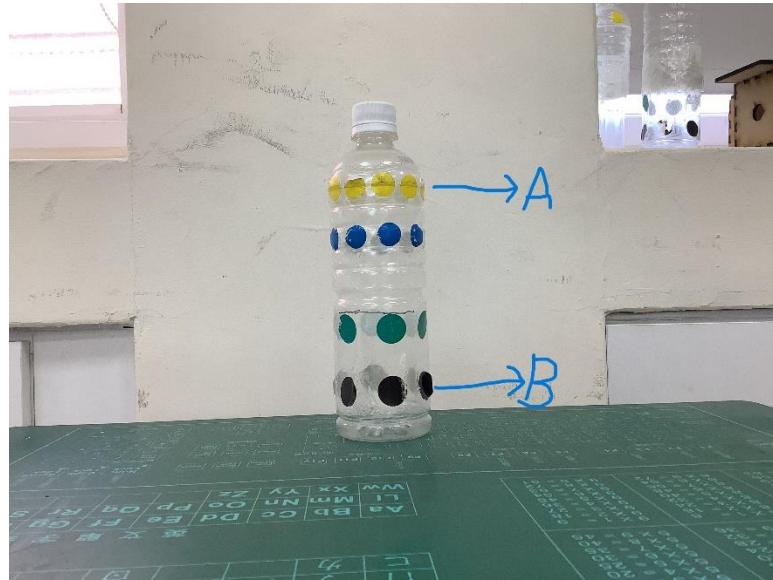


圖 4-2-1 觀察質心變化的瓶子

(第二作者拍攝繪圖)

我們貼了四圈不同顏色的貼紙並且垂直於瓶身，但最後只分析了貼在靠近瓶口及瓶底的位置，而靠近瓶口的貼紙為質點 A；較靠近瓶底的貼紙為質點 B。

在這個實驗中，我們發現質點 A 的 x 軸速度以及 y 軸速度呈現持續上升，且質點 B 則呈現 x 軸速度及 y 軸速度先降後升的規律。

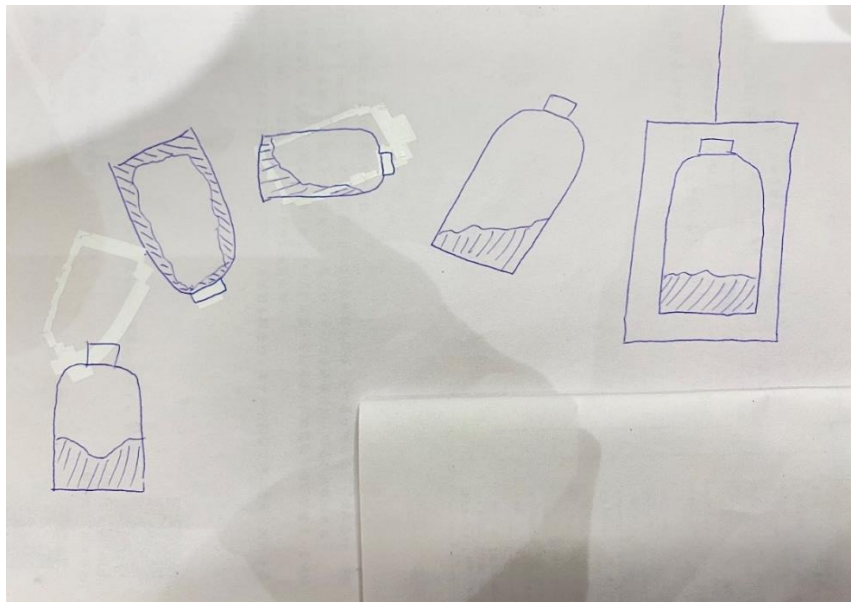


圖 4-2-2 水瓶翻轉過程示意圖

(第一作者繪圖完拍攝)

三、 探討不同水量及角度對水瓶翻滾的變化

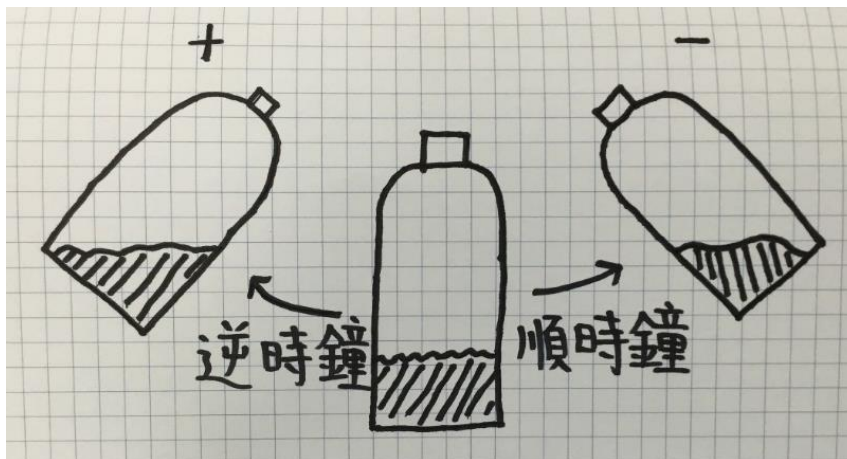


圖 4-3-1 翻轉角度正負值定義

(第一作者繪圖完拍攝)

運用 Tracker 取得每一幀的翻轉過程並逐幀進行分析，分析完後再進一步計算瓶子的旋轉角度。我們定義翻轉角度為「瓶子離開裝置後到接觸桌面前所旋轉的總角度」，當翻轉角度 > 0 ，代表水瓶為逆時鐘翻轉；當翻轉角度 < 0 ，代表水瓶為順時鐘翻轉。以下的翻轉角度數據為水量從 50mL 至 500mL 及初始翻轉角度從 50 度至 170 度：

表 4-3-1 初始翻轉角度及瓶中水量不同的翻轉角度

(第一作者製作)

角度\水量	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
50	-152.9	-26.4	-156.8	-12.9	-32.1	188.9	202.1	199.7	162.5	94.6
70	-26.4	-75.8	278.4	196.1	225.8	244.8	242.2	262.1	241.2	292.6
90	457.2	-13.6	342.2	273	261.9	301.2	329.8	327.3	357	459.7
110	465.2	430.2	348.8	316.6	279.4	312	310	350.8	416.3	487.5
130	575.8	474.5	399.6	346.3	287	355.7	212.2	407.4	344.5	199.6
150	476.9	489.3	428.3	426.3	417.3	390.8	335.3	337.3	463.6	415.1
170	509.1	571.7	445.1	392.3	424.7	416.6	401.3	438.8	275.4	355.6

四、 探討水流動位置與翻轉角度之關係

表 4-4-1 水量為 250mL 的翻轉角度

(第二作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	424.7	417.3	287	279.4
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	261.9	225.8	-32.1	

表 4-4-2 水固定在瓶子上方的翻轉角度

(第二作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	未翻轉	未翻轉	659.5	606.6
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	501.3	311.4	313.1	

在水固定在上的實驗中，我們將水量固定在 250mL，發現當翻轉角度為 170 度和 150 度時無法翻出，且剩下的翻轉角度都比水沒有固定的翻轉角度大。

表 4-4-3 水固定在瓶子下方的翻轉角度

(第二作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	725.8	未翻轉	599.0	479.4
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	475.6	327.7	238.0	

在水固定在下方的實驗中，我們將水量固定在 250mL，發現當翻轉角度為 150 度時直接掉落但無翻轉，且在剩下的初始翻轉角度的實驗中，水固定在下因子比水固定在上以及水沒有固定因子的翻轉角度大。

五、 探討內容物的不同與翻轉角度之關係

因為瓶口大小的關係，再加上我們的可選擇性少，所以我們選擇了沙子、膠水、水晶寶寶、彈珠四種材料做實驗。

沙子：

表 4-5-1 內容物為沙子的翻轉角度(體積 250cm^3)

(第一作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	未翻出	未翻出	427.8	396.9
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	356.5	55.1	-235	

膠水：

表 4-5-2 內容物為膠水的翻轉角度(體積 250cm^3)

(第一作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	664.2	683.3	589.6	618.4
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	356.6	255.1	-56	

水晶寶寶：

表 4-5-3 內容物為水晶寶寶的翻轉角度(體積 250cm^3)

(第一作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	382.8	377.1	未翻出	320.0
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	327.8	257.3	-56.0	

彈珠：

表 4-5-4 內容物為彈珠的翻轉角度(體積 250cm³)

(第一作者製作)

初始翻轉角度	170度	150度	130度	110度
翻轉角度	345.4	342.6	379.9	324.9
初始翻轉角度	90度	70度	50度	
翻轉角度	321.1	288.3	-116.1	

伍、討論

翻水瓶裝置：

雖然第五代翻轉機器是我們做的裡面最好的，但是由於是手工製作，還是有很多無法跟機器製作的比擬，例如：機器還是會有輕微晃動、放置瓶子的地方還是會有摩擦力造成數據偏差，我們希望下次能有專業的人一起進行繪畫設計圖，並使用工廠的工具以及機器進行製作，並且將放置水瓶的地方的摩擦力減少，相信實驗數據會比現在的更完美。

一、觀察水面在翻滾時的變化

這個實驗可以發現當第一周期來到一半以後，翻水瓶機器擺動時的水面都與瓶身垂直，而在翻出前一刻的水面與桌面平行，進一步可以推斷出當水瓶在未翻出機器的擺盪過程的水面並不會影響水瓶被翻出後的成功率。

二、探討不同角度對水瓶翻滾的變化

在初始翻轉角度 110 度以上時，質點 A 的速度是呈現規律性下降的，而到了 90 度以下時，數據開始呈現不規律性。而質點 B 則是 110 度以上時，速度呈現先降後升，而到了 90 度以下以後，數據一樣開始呈現不規律性。而 90 度以下呈現不規律可能是因為水瓶加入的水太少，導致水瓶總質量較小且轉動慣量小，所以角速度就呈現不規則變化。

我們把質點 A、B，利用Tracker軟體進一步分析質心運動，發現無論初始翻轉角度是幾度，在翻水瓶過程中分成兩個部份，0.16 秒前和 0.16 秒後。0.16 秒前的角速度變化較大，而 0.16 秒後可以發現到角速度的變化沒有像 0.16 秒前的角速度變化一樣多，0.16 秒後的角速度變化則是幾乎維持不變，也就是說水瓶翻轉剛開始的角速度變化較水瓶翻出 0.16 秒後的角速度變化較大。

翻轉初期角速度大於翻轉後期，而使得離心力讓水往瓶口以及瓶底方向移動，而隨著越接近後期，角速度逐漸變小，轉動慣量逐漸增加，使得後期落地較為平穩。

三、 探討不同水量及角度對水瓶翻滾的變化

翻轉前轉動慣量公式： $I = M \times (\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12})$

表 5-3-1 翻轉前的轉動慣量及水量的關係
(第二作者製作)

水量	50	100	150	200	250
轉動慣量 $\text{g}\cdot\text{cm}^2$	241.85	461.70	830.53	1525.59	2215.87
水量	300	350	400	450	500
轉動慣量 $\text{g}\cdot\text{cm}^2$	3400.79	4962.18	6891.48	9184.91	12237.33

翻轉中轉動慣量公式： $I = \frac{I}{4} \times M \times (R_1^2 + R_2^2) + \frac{I}{12} \times M \times L^2$

表 5-3-2 翻轉中的轉動慣量及水量的關係
(第二作者製作)

水量	50	100	150	200	250
轉動慣量 $\text{g}\cdot\text{cm}^2$	3163.50	5092.47	7021.43	8950.39	10879.36
水量	300	350	400	450	500
轉動慣量 $\text{g}\cdot\text{cm}^2$	12808.32	14737.29	16666.25	18595.22	20524.18

從以上兩個表格可以得知，當初始翻轉角度愈大，翻轉角度愈大，而水量愈多，轉動慣量就跟著變多，但隨著水量變多，轉動慣量的前後差也會跟著變少。

因為水瓶在初始翻轉角度由 0 度轉到 180 度時，轉動慣量下降，假設角動量守恆，因為轉動慣量的下降，角速度應該增加。而承(二)的結果，90 度以下的初始翻轉角度因為轉動慣量過小，所以測量到的翻轉角度較不規律。

當水量較少時，由於水瓶底部較小的轉動慣量貢獻，造成翻轉方向和初始翻轉角度有關；當初始角度較小時水瓶順時針翻轉，當初始角度較大時水瓶逆時針翻轉。當水量較多時，由於水瓶底部貢獻較大的轉動慣量，造成翻轉方向和初始翻轉角度無關，水瓶皆作逆時針方向翻轉。若翻轉角度接近 360 度，則就增加了瓶子立起來的機率，而從表 5-4-1 中發現，水量 150、450 毫升會有兩個角度是接近 360 度的，而它的兩個角度卻不是相同的，但都介於 90 度 ~ 130 度的。

從表 5-3-1 中發現，水量 150、450 毫升會有兩個角度是接近 360 度的，而它的兩個角度

卻不是相同的，但都介於 90 度 ~ 130 度的。當初始翻轉角度為 50 度時，水量低於 250 毫升的數據會因為瓶子的頭部重量站比較其他數據大且轉動慣量較小，導致易撞擊到桌面造成順時針方向翻轉，也就是逆角度翻轉。當初始翻轉角度為 100 度時，水量低於 100 毫升的數據也會因為瓶子的頭部重量站比較其他數據大且轉動慣量較小，導致逆角度翻轉。

我們將表 5-3-2 翻轉中的轉動慣量除以表 5-3-1 翻轉前的轉動慣量，求出兩者之間的倍數關係，並四捨五入取至小數點後第一位，得到下表 5-3-3。

表 5-3-3 翻轉前及翻轉中兩者轉動慣量的倍數關係
(第二作者製作)

水量	50	100	150	200	250
兩表倍數關係	13.0	11.0	8.4	6.8	4.9
水量	300	350	400	450	500
兩表倍數關係	3.7	2.9	2.4	2.0	1.6

我們發現轉動慣量的倍數關係隨著水量的增加持續下降，這個數據可以證明轉動慣量隨著水量變多，翻轉前和翻轉中的轉動慣量差距愈來愈小，代表角速度的變化隨著水量的增加角速度也跟著增加。

四、 探討水流動位置與翻轉角度之關係

在這個實驗中，有些特定角度是水瓶固定在上下方無法翻出的，經過討論後，我們推測可能是因為重心的固定，導致翻轉空間較少，所以水瓶才會直接掉落且無翻轉。

我們發現其他可翻出的翻轉角度都比內容物為水的翻轉角度大，可能是因為水固定在上方或下方，因為水可流動的空間較少，導致重心幾乎不變，翻轉角度也隨之變大，所以可以推論出：水瓶的翻轉角度大小除了看受到的慣性大小以外，水在瓶子內的重心變化也是水瓶的翻轉角度的大小的變因之一。水在瓶子內的重心變化愈多，水瓶的翻轉角度愈小；水在瓶子內的重心變化愈少，水瓶的翻轉角度愈大。

五、 探討內容物的不同與翻轉角度之關係

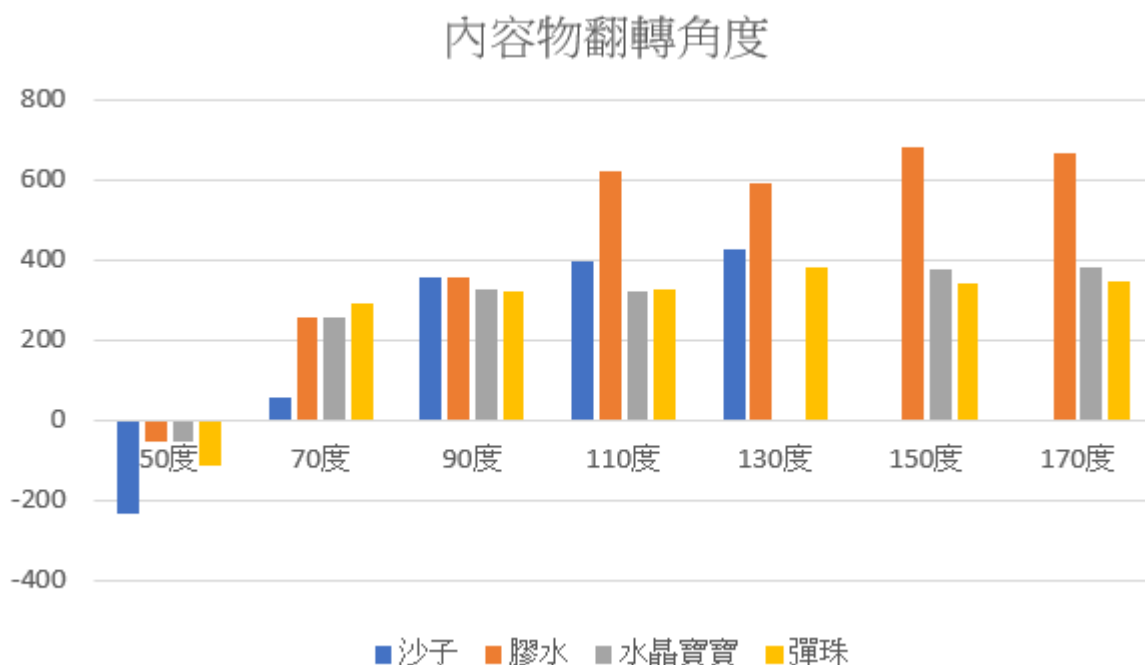


圖5-5-1 數據長條圖

(第一作者繪圖)

沙子：隨著初始角度的增加，翻轉角度增的加會比水大的許多，但初始翻轉角度為 50 度時，沙子的翻轉角度是比水小的。而 150 度及 170 度的數據則因為沙子重心來不及隨著瓶子向下擺動導致在未撞擊到檔版之前就掉出機器外，可能是因為沙子的重心靠近瓶底，在較不亦晃動的情況下，使得瓶子被拋出時無法產生有效的轉動，亦即初始角速度為零，進而導致瓶子直接掉落。

膠水：膠水隨著初始角度的增加，翻轉角度的上限更高且下限也更低而且翻轉角度的增加會比水大的許多，但初始翻轉角度為 50 度時，膠水的翻轉角度是比水小的。而 110 度跟 130 度與 150 度跟 170 度這兩組有下降的趨勢，可能是因為膠水流動性較低的關係。而相較於水的不同，可以發現有些數據是呈現未翻出狀態的，可能是因為重心變化不夠或穩定不夠或兩者都有。由於50度的動力不夠，造成逆角度翻轉，而有些70度的數據也因為會撞到桌子而導致逆角度翻轉。

水晶寶寶：水晶寶寶隨著初始角度的增加，翻轉角度的增加會比水大的許多，但初始翻轉角度為 50 度時，水晶寶寶的翻轉角度是比水小的。而 130 度未翻出可能是因為他既沒有 170 度的重心變化，也沒有 90 度的穩定性。水晶寶寶的流動性較膠水及沙子大，也證明了重心變化愈大，翻轉角度愈小，且水晶寶寶還有另一項誤差，就是當水晶寶寶翻轉太多次的時候，會破裂並黏著在底部，造成每次翻轉的重心變化程度都不相同。

彈珠：彈珠隨著初始角度的增加，翻轉角度的增加會比水大的許多，但初始翻轉角度為 50 度時，彈珠的翻轉角度是比水小的。而 50 度數據與 70 度數據相差極大可能是因為 50 度給的動量不夠，導致翻轉角度從順時鐘旋轉變成逆時鐘旋轉，而彈珠的重心變化比水晶寶寶小，但比膠水及沙子的重心變化大，所以數據呈現翻轉角度比水晶寶寶大，但比膠水及沙子的翻轉角度小。

雖然應該要將質量固定在質量 250 公克進行翻轉而不是固定內容物為體積 250 立方公分進行翻轉，但由於先前的選擇出錯導致後來沒時間再做質量與水相同的實驗。

陸、結論

- 一、我們觀察到了水瓶在雖然翻水瓶機器隨著初始角度的不同，水面也都因重力有所差異，但在翻出前的水面都會呈現平穩狀態，代表可以證明水瓶在翻水瓶機器未翻出時的水面並不會影響到翻出的翻轉角度以及成功率，所以之後的實驗都可以確定水面是不會影響實驗的進行。
- 二、我們發現到 x 軸的速度、y 軸的速度都持續的上升，就理論而言，x 軸速度應該是維持定值，y 軸的質心速度應該是受地球引力影響而持續上升。所以在瓶外貼貼紙，並不能真正找到水瓶翻轉過程中的質心，而且因為我們使用的相機是使用每秒 60 幀，所以在拍攝上可能會有殘影，進而導致在點質點時無法點到正確的時點，所以應使用向量分析翻轉角度，才可更好的觀察成功率。
- 三、我們發現角度跟慣性的大小有相當大的關係。角度越大，水瓶被翻出的力量就越大；角度越小，水瓶收到的慣性就越小，而慣性越小，水瓶就更容易漂浮不定，所以 70 度跟 50 度的翻轉角度較不規律。我們還發現到成功率最高的水量是 150mL 或 450mL，而最佳翻轉角度為 130 度，與文獻上的最佳水量不同(寶特瓶容量為 600mL)，可能是因為我們使用的機器無法完美復刻出人類在翻水瓶時的過程，或是翻水瓶機器離地面太遠，所以無法與文獻中的最佳水量相同。
- 四、為了觀察水的重心和普通的翻水瓶的動作什麼差別，所以把水分別固定在瓶子的上方和下方，發現如果水瓶的重心在上方，翻轉角度比內容物為水的翻轉角度大；如果把水瓶的重心在下方，翻轉角度會比內容物為水以及水固定在上方的翻轉角度大，所以可以總結成「當重心變化愈小，翻轉角度愈大；當重心變化愈大，翻轉角度愈小」。
- 五、沙子：我們透過翻轉角度以及水瓶是否有翻出發現到它的重心變化比膠水還大，但比內容物為水、彈珠、水晶寶寶三種內容物還要小，所以翻轉角度就比膠水小，但比水、彈

珠、水晶寶寶的翻轉角度大。但我們發現當初始翻轉角度為170度及150度時未能翻出裝置，但重心變化比沙子小的膠水卻能翻出，這點我們目前還不知道原因。

膠水：膠水為流體的一種，屬於流動性較低的流體，所以它的翻轉角度是相對其他三種內容物最大的，且並沒有未能翻出裝置的問題，所以膠水是可以當作一個適合翻水瓶的內容物。

水晶寶寶：因為水晶寶寶的體積大且脆，會導致碎裂黏在瓶底，造成重心都在底部，就會變得和膠水一樣的翻轉方式，只是因為水晶寶寶並沒有全部碎裂，所以重心變化會比膠水多。

彈珠：除了初始翻轉角度50度以外，其他的數據是所有內容物裡面最穩的，大約都穩定在300度至400度，但又因彈珠的密度較大，導致重量較重，翻轉較為困難，使得翻轉成功率極低。

柒、參考文獻

- 一、P.J. Dekker¹ , L.A.G. Eek¹ , M.M. Flapper¹ , H.J.C. Horstink¹ , A.R. Meulenka¹ , J. van der Meulen¹ , E.S. Kooij^{1,2} , J.H. Snoeijer^{1,3} , A. Marin (2018) Water Bottle Flipping Physics
- 二、Douglas Llewellyn, Aaron Shafer (2017) Bottle Flipping
- 三、Paulo Simeão Carvalho , Marcelo José Rodrigues (2017) The bottle-flip challenge demystified: where is the Centre of Mass?
- 四、陳秀麗、陳光韻 (2020) 瓶水相逢的擺攤人生-研究蹺蹺板成為翻水瓶工具的可能性

【評語】 030106

本作品以瓶中內容物（如水量、液體或固體）與翻轉角度對瓶子翻轉成功率的影响為探討主題，從日常現象出發，切入物理中的轉動與穩定性議題，展現出良好的觀察力與研究動機。若能進一步聚焦於內容物「流動性」對結果的影响，將有助於更有效控制實驗變數，提升研究的準確性與可重複性。同時，若能在說明書中更詳實說明實驗架設與操作流程，以及數據處理方法（如速度與角速度的測量方式、轉動慣量的估算過程），將使研究結果的說服力與完整度更加提升。

作品海報



瓶起瓶坐



探討瓶中內容物與翻轉角度的關係

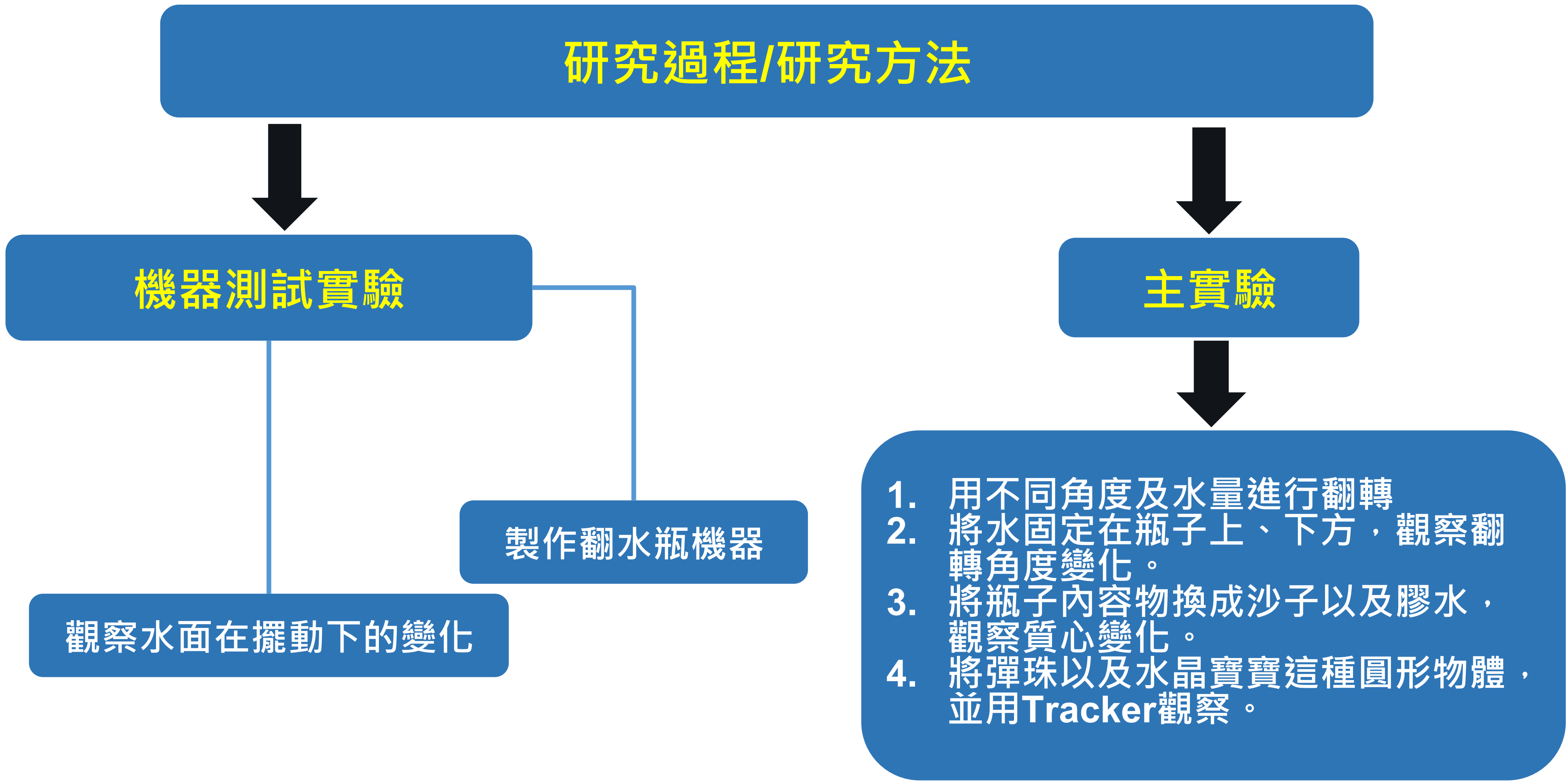
摘要

本研究旨在探討瓶中內容物與翻轉角度關係，採用自製單擺裝置進行實驗，並使用了不同水量、不同角度以及不同內容物三種操作變因當作研究目的觀察翻轉角度的變化。例如：變換不同初始翻轉角度、瓶中水量、變換不同內容物、改變瓶子重心.....等。在內容物為水且單純變換翻轉角度及水量的實驗中，得到了**初始角度愈大，翻轉角度愈大**以及**水瓶的慣性愈小，翻轉角度愈不規律**的兩個結論；在變換不同內容物的實驗中，證明了**非流體在水瓶中的重心變化較小，流體的重心變化則要依據流體的流動程度進行判斷**；在改變瓶子重心的實驗中，證明了**水瓶的重心變化愈小，翻轉角度愈大；水瓶的重心變化愈大，翻轉角度愈小**。

文獻探討



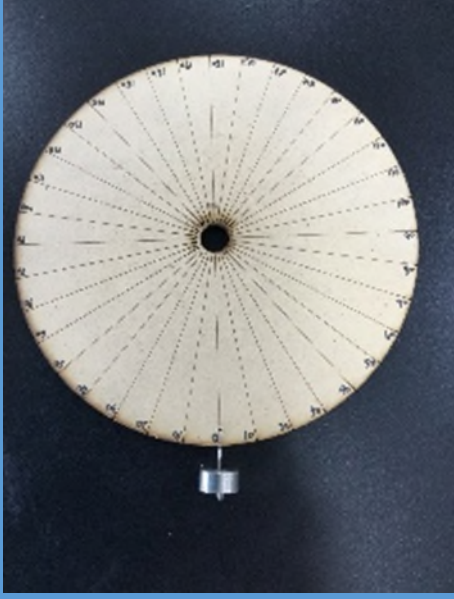

我們看完四篇文獻之後，發現他們只有在瓶子有立起來才叫成功，因為我們實驗中還有很多不可控的變因，例如瓶子接觸地面的彈性.....等，所以我們經過討論後決定把「成功」定義為「**翻轉過程中，翻轉角度為360±20度**」即為成功。

研究流程圖



(第二作者與第一指導老師共編)

器材介紹

步驟	翻水瓶機器：			
				
	組裝支架 (第二作者拍攝)	用雷切機及木板 製作翻水瓶機器 (第一作者拍攝)	畫出量角器 (第二作者拍攝)	將翻水瓶裝置與鐵架 和量角器組裝起來 (第一作者拍攝)

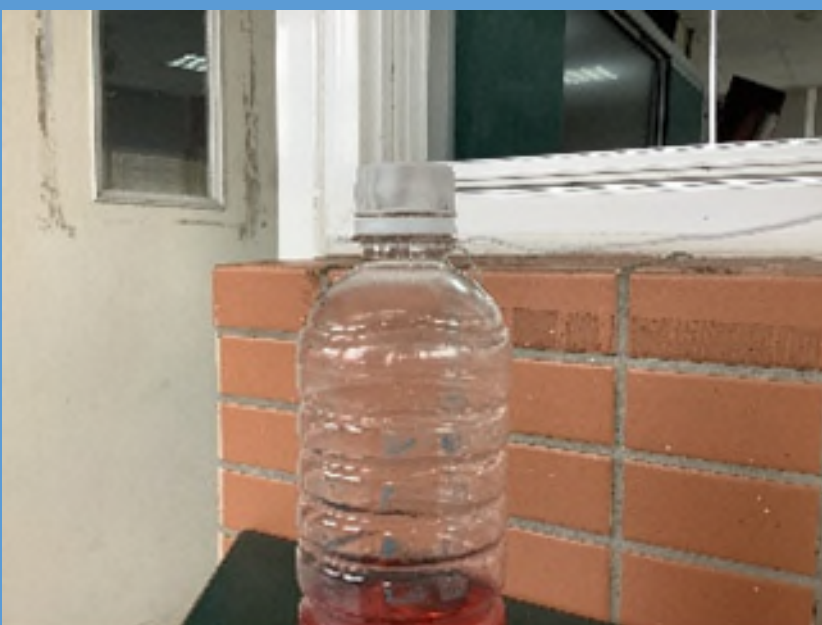
結果	我們總共做了五代的裝置，第五代完美避免了前四代機器的缺點，像是裝置之前是 單軸 ，現在改為 雙軸 、測量初始翻轉角度的工具也更精確，是目前最好的一代機器。		 (第一作者拍攝)
		(第一作者製作)	

討論與結論	雖然第五代翻轉機器是我們做的裡面最好的，還是有很多需要再細部改進，例如： 機器還是會有輕微晃動、放置瓶子的地方還是會有摩擦力造成數據偏差 ，將放置水瓶的地方的摩擦力減少，相信實驗數據會比現在的更完美。		

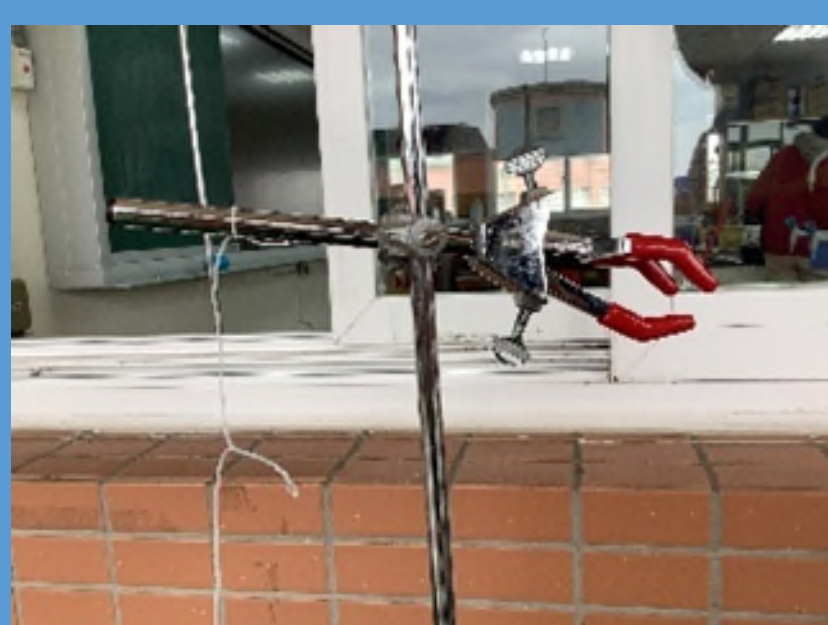
(第二作者製作)

研究目的一：觀察水面在翻滾時的變化

步驟



把繩子固定在瓶頸
(第一作者拍攝)



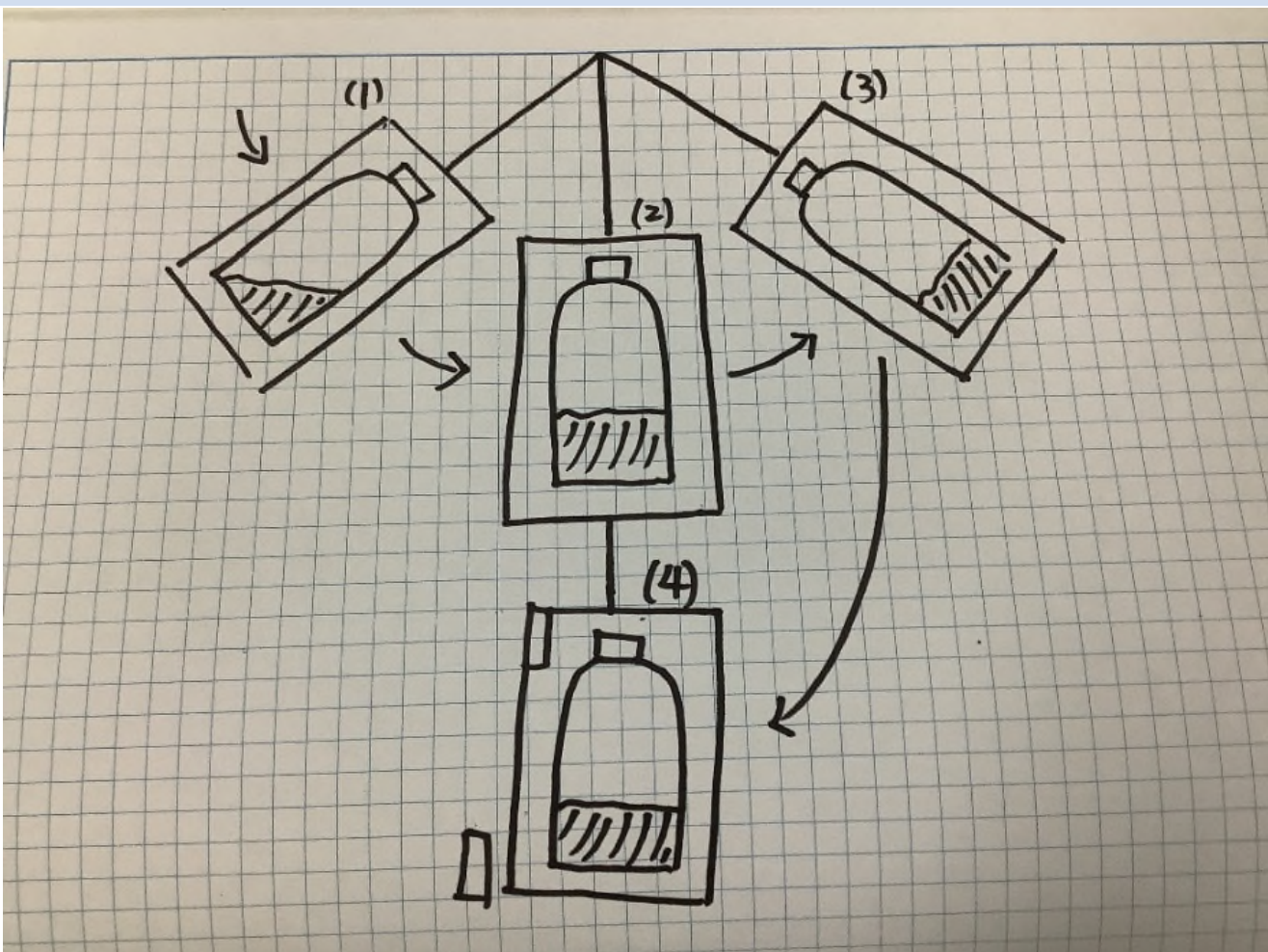
將鐵架、C 型夾組裝成實驗裝置
(第二作者拍攝)



把繩子掛在 C 型夾上，並且擺動瓶子
(第二作者拍攝)

結果

使用繩子模擬翻水瓶裝置的擺臂，並且觀察水面，發現當起始放下水瓶時，它會因為重力的關係造成水的分佈集中瓶子的一側，但是當水瓶擺動來到另一方至高點時，因離心力增大之故而使水開始漸漸地跟著水瓶一起擺動，進而造成除了第一周期的一半前擺動時會不垂直於瓶身，半週期之後的水面都是垂直於瓶身的。



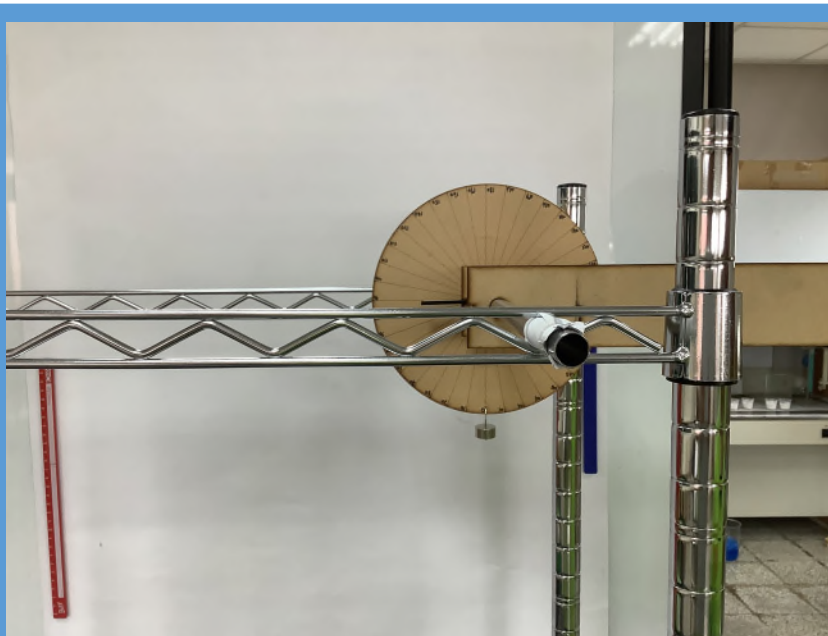
(第一作者拍攝)

討論與結論

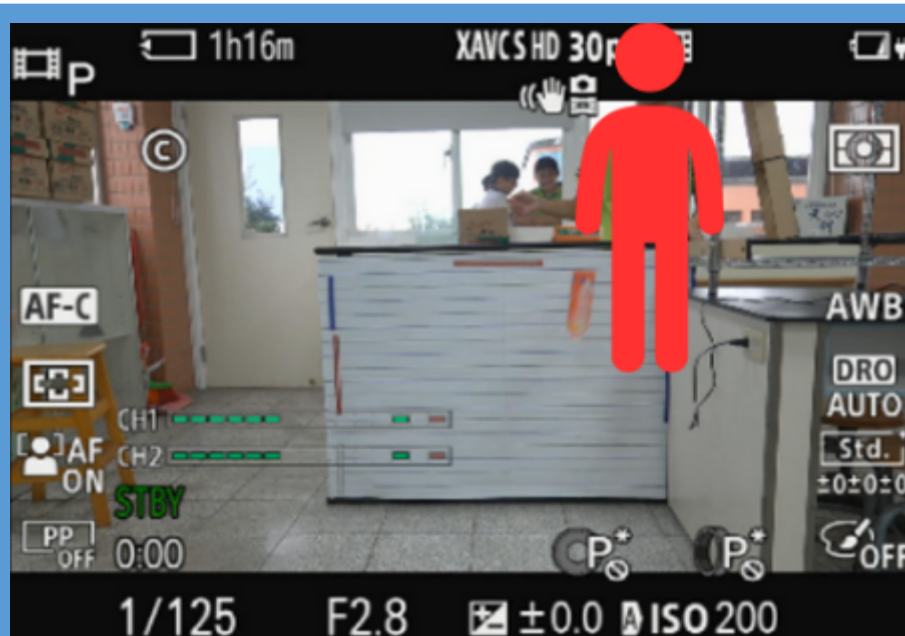
這個實驗可以發現當第一周期來到一半以後，翻水瓶機器擺動時的水面都與瓶身垂直，而在翻出前一刻的水面與桌面平行，進一步可以推斷出當水瓶在末翻出機器的擺盪過程的水面並不會影響水瓶被翻出後的成功率。

研究目的二：探討不同角度對水瓶翻滾的變化

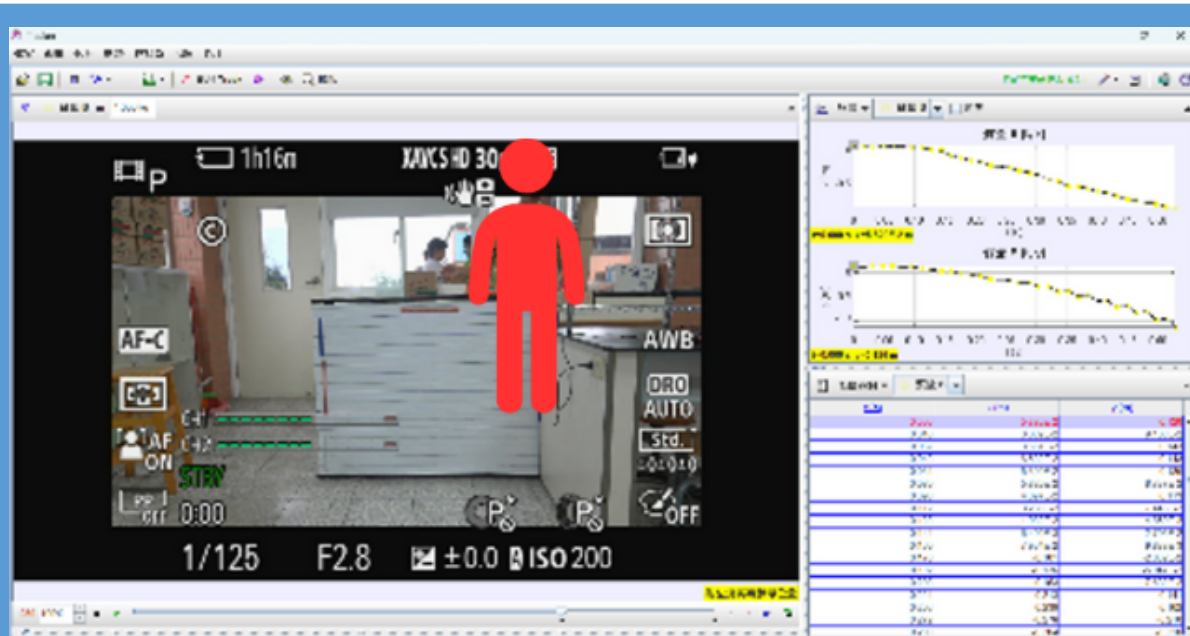
步驟



將翻水瓶機器的角度調到分別的角度
(第二作者拍攝)



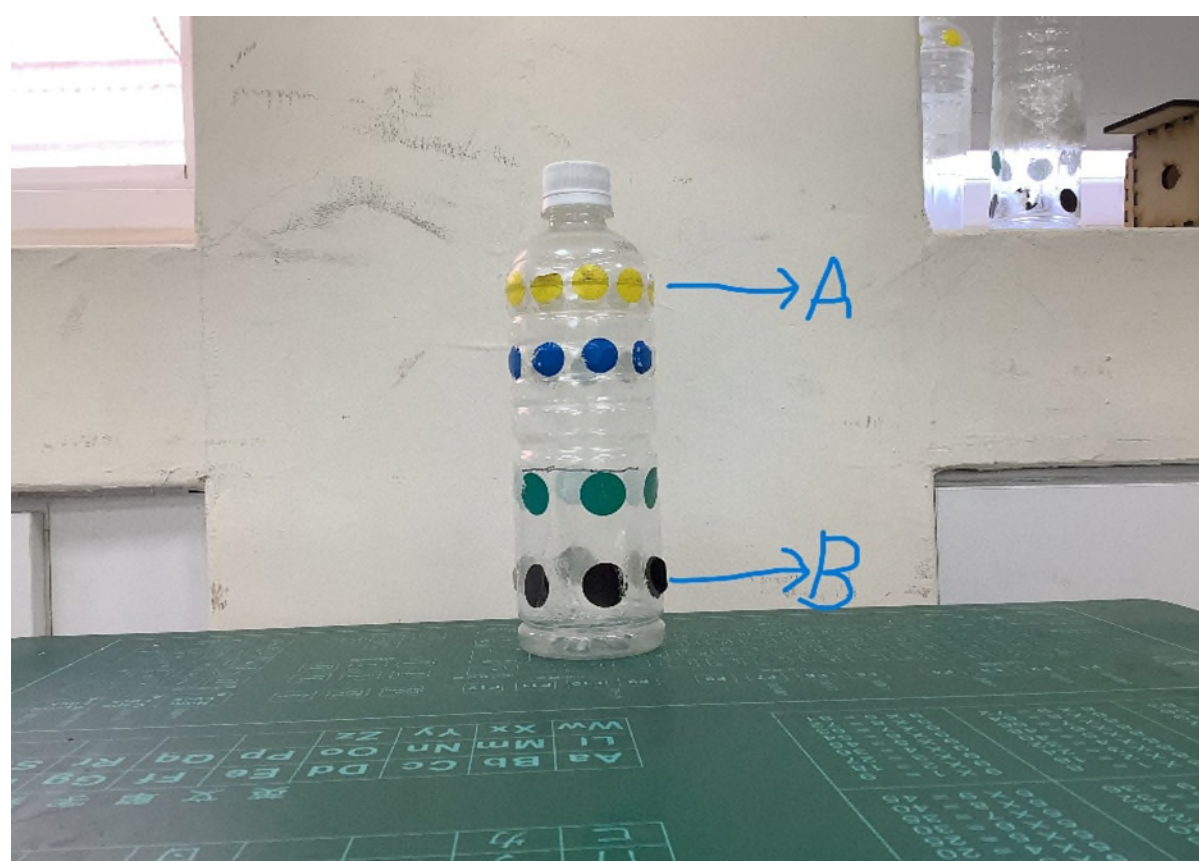
翻水瓶並用相機記錄過程
(水量為250mL)
(第二作者拍攝)



將影片匯入 Tracker並分析
(每秒60幀)
(第二作者拍攝)

結果

我們用50度~170度並每間隔20度拍一個影片，利用Tracker內建的質點分析來觀察水瓶的實驗變化。發現靠近瓶口質點 A 的x軸速度及y軸速度呈現持續上升；靠近瓶底質點B的x軸速度及y軸速度呈現先降後升的情形。



(第二作者拍攝)

討論與結論

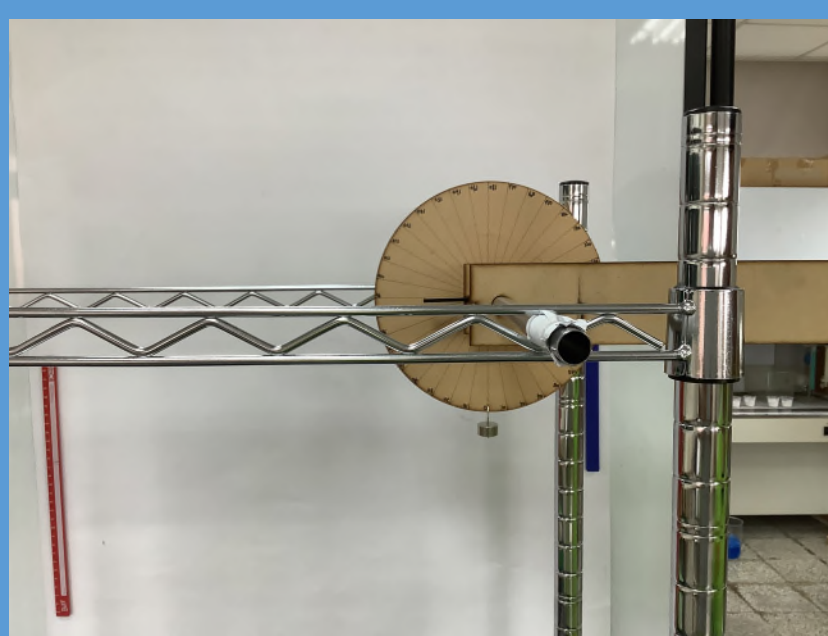
無論初始翻轉角度是幾度，0.16秒前的角速度變化較大，0.16秒後的角速度變化則是幾乎維持不變。推測翻轉初期角速度大於翻轉後期，而使得離心力讓水往瓶口以及瓶底方向移動，而隨著越接近後期，使得後期落地較為平穩。

研究目的三：探討不同水量及角度對水瓶翻滾的變化

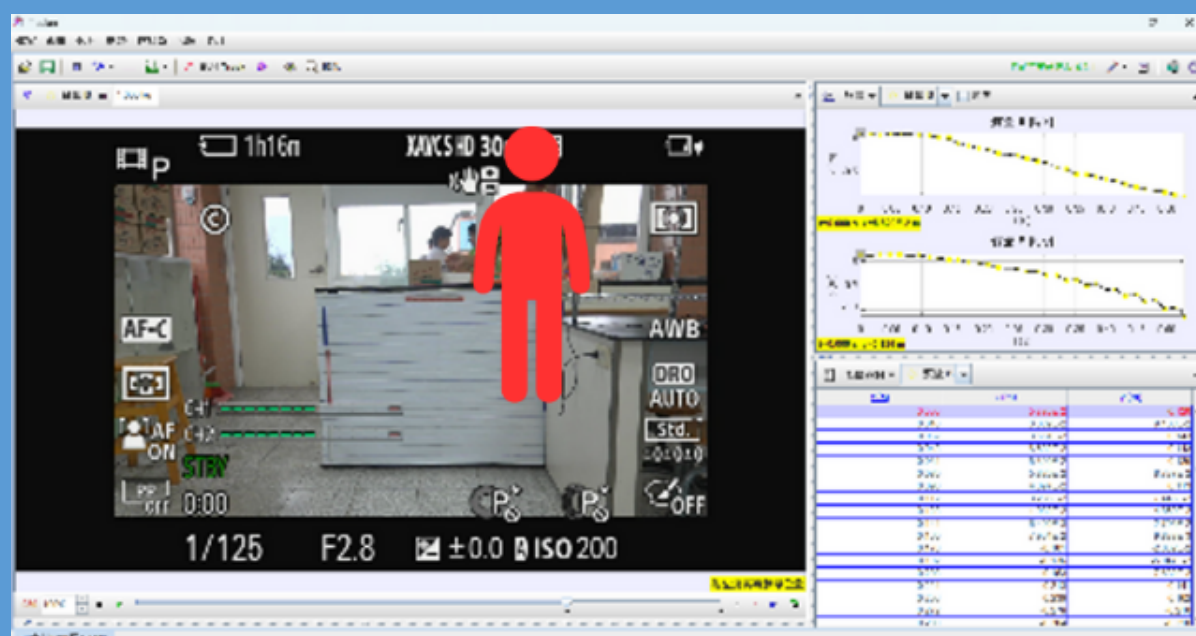
步驟



將寶特瓶裝入不同容量的水
(第二作者拍攝)



將翻水瓶機器固定在不同角度的位置
(第二作者拍攝)



翻水瓶並用相機記錄過程且匯入 Tracker分析 (第一作者拍攝)

結果

角度\水量(mL)	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
50	-152.9	-26.4	-156.8	-12.9	-32.1	188.9	202.1	199.7	162.5	94.6
70	-26.4	-75.8	278.4	196.1	225.8	244.8	242.2	262.1	241.2	292.6
90	457.2	-13.6	342.2	273	261.9	301.2	329.8	327.3	357	459.7
110	465.2	430.2	348.8	316.6	279.4	312	310	350.8	416.3	487.5
130	575.8	474.5	399.6	346.3	287	355.7	212.2	407.4	344.5	199.6
150	476.9	489.3	428.3	426.3	417.3	390.8	335.3	337.3	463.6	415.1
170	509.1	571.7	445.1	392.3	424.7	416.6	401.3	438.8	275.4	355.6

我們定義翻轉角度為「瓶子離開裝置後到接觸地面前所旋轉的總角度」，當翻轉角度>0，代表水瓶為逆時鐘翻轉；當翻轉角度<0，代表水瓶為順時鐘翻轉。
(第二作者製作)

討論與結論

翻轉前轉動慣量公式： $I = M \times (\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12})$ (第二作者製作)

水量	50	100	150	200	250
轉動慣量 g·cm ²	241.85	461.70	830.53	1525.59	2215.87
水量	300	350	400	450	500
轉動慣量 g·cm ²	3400.79	4962.18	6891.48	9184.91	12237.33







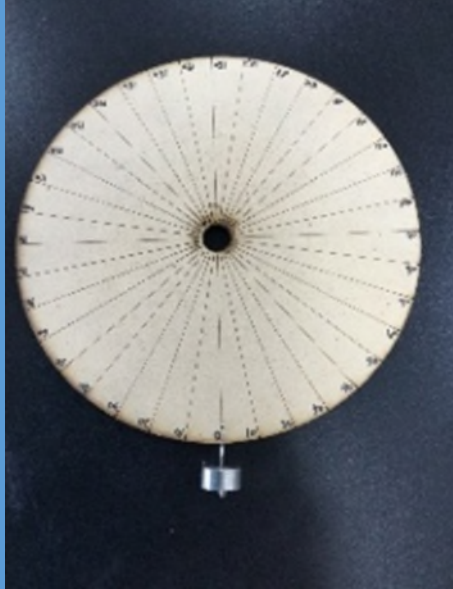

翻轉中轉動慣量公式： $I = \frac{1}{4} \times M \times (R_1^2 + R_2^2) + \frac{1}{12} \times M \times L^2$
(第二作者製作)

水量	50	100	150	200	250
轉動慣量 g·cm ²	3163.50	5092.47	7021.43	8950.39	10879.36
水量	300	350	400	450	500
轉動慣量 g·cm ²	12808.32	14737.29	16666.25	18595.22	20524.18

- 當固定水量且初始角度由0度增大到180度時，因初始轉動動能(初始角速度)越來越大，使得翻轉角度隨初始角度增加而變大。
- 當固定角度且水量由50mL增大到250 mL時，因少水量使得水瓶底部的轉動慣量較小，且受水瓶底部和機器間摩擦力影響初始翻轉方向，也就是水量較小時，水瓶順時針翻轉；水量較大時，水瓶逆時針翻轉。
- 當固定角度且水量由300mL增大到500 mL時，由於水瓶貢獻較大的轉動慣量，造成翻轉方向和初始翻轉角度較無關，水瓶皆作逆時針方向翻轉。

研究目的四：探討水流動位置與翻轉角度之關係

步驟

	 	 
將寶特瓶切成兩半 (第二作者拍攝)	將水注入寶特瓶的 上半部/下半部(250 mL) (第一作者拍攝)	將瓶子上半部/下半部的 頂部蓋住 (第一作者拍攝)
		
將瓶身的下半部與上半部 用膠帶黏起來 (第一作者拍攝)	用 50度 ~ 170度並每間隔 20度拍一個影片(第二作者拍攝)	錄製影片並匯入Tracker分析 (第二作者拍攝)

結果

水在上時(第二作者製作)：

初始翻轉角度	50度	70度	90度	110度
翻轉角度	313.1	311.4	501.3	606.6
初始翻轉角度	130度	150度	170度	
翻轉角度	659.5	未翻轉	未翻轉	

水在下時(第二作者製作)：

初始翻轉角度	50度	70度	90度	110度
翻轉角度	238.0	327.7	475.6	479.4
初始翻轉角度	130度	150度	170度	
翻轉角度	599.0	未翻轉	725.8	

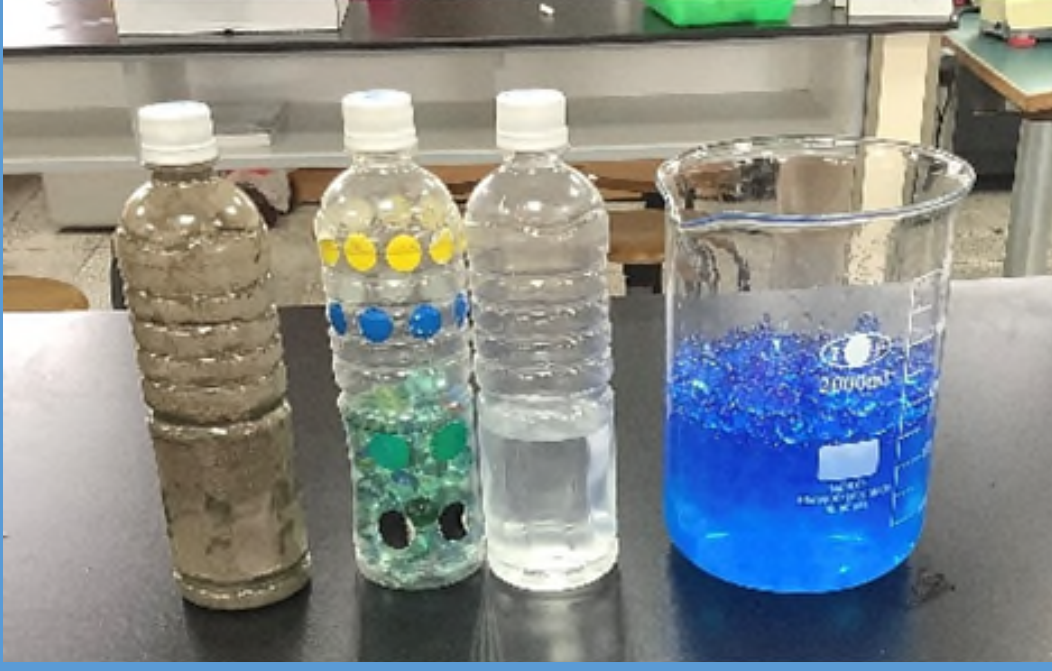

討論與結論

在這個實驗中，有些特定角度是水瓶固定在上下方無法翻出的，經過討論後，我們推測可能是因為重心的固定，導致翻轉空間較少，所以水瓶才會直接掉落且無翻轉。

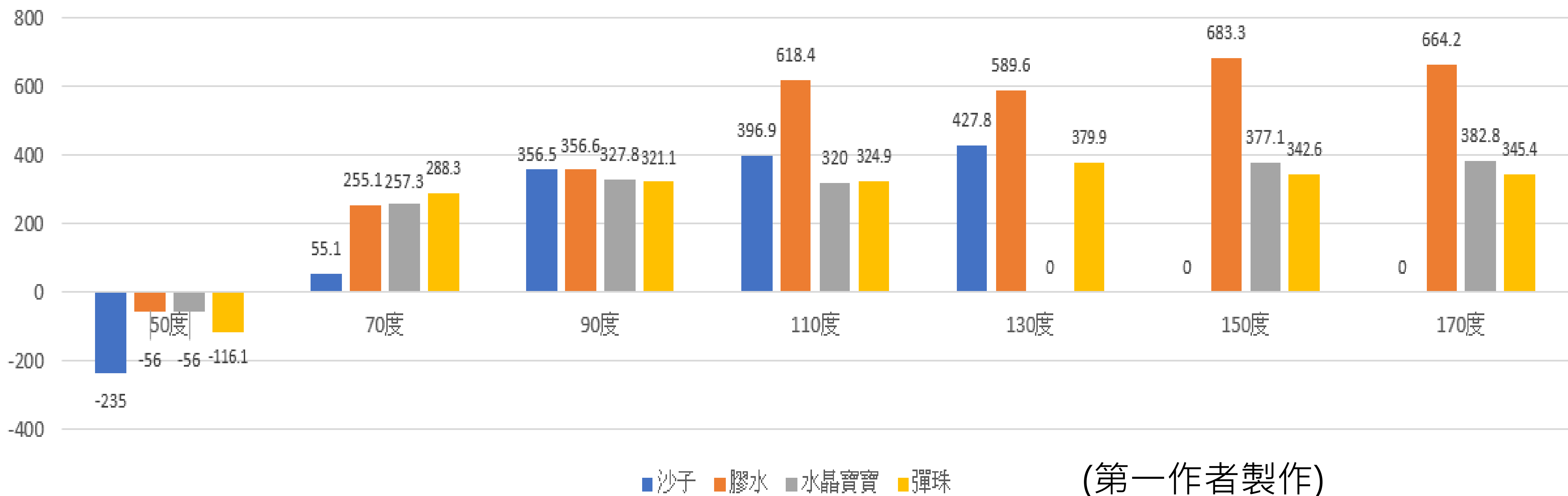
其他可翻出情況下的翻轉角度都比實驗三同條件下的翻轉角度大，可能是因為水固定在上方或下方，因為水可流動的空間較少，導致重心幾乎不變，翻轉角度也隨之變大。所以水瓶的翻轉角度大小除了看受到的慣性大小以外，水在瓶子內的重心變化也是水瓶的翻轉角度的大小的變因之一。水在瓶子內的**重心變化愈多**，水瓶的**翻轉角度愈小**；水在瓶子內的**重心變化愈少**，水瓶的**翻轉角度愈大**。

研究目的五：探討內容物的不同與翻轉角度之關係

步驟

	
將膠水、沙子、彈珠、水晶寶寶分別 裝入寶特瓶內(第二作者拍攝)	用50度~170度並每間隔20度拍一個 影片並匯入 Tracker 分析(第二作者拍攝)

不同內容物翻轉角度



(第一作者製作)

討論與結論

沙子：沙子的重心變化比膠水還大，但比水、彈珠、水晶寶寶三種內容物小，所以翻轉角度就比膠水小，但比水、彈珠、水晶寶寶大。但當初始翻轉角度為170度及150度時未能翻出裝置，而重心變化比沙子小的膠水卻能翻出，可能是因為沙子的重心靠近瓶底，在較不亦晃動的情況下，使得瓶子被拋出時無法產生有效的轉動，亦即初始角速度為零，進而導致瓶子直接掉落。

膠水：膠水為流動性較低的流體，所以它的翻轉角度是相對其他三種內容物最大的，且並沒有未能翻出裝置的問題，所以膠水是一個非常適合翻水瓶的內容物。

水晶寶寶：因為水晶寶寶的體積大且脆，會導致碎裂黏在瓶底，造成重心都在底部，就會變得和膠水一樣的翻轉方式，只是因為水晶寶寶並沒有全部碎裂，所以重心變化會比膠水多。

彈珠：除了初始翻轉角度50度以外，其他的數據是所有內容物裡面最穩的，大約都穩定在300度至400度，但又因彈珠的密度較大，導致重量較重，翻轉較為困難，使得翻轉成功率極低。

參考文獻