

# 中華民國第 65 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

國中組 物理科

佳作

030104

軟的真的軟嗎？轉速穩住了彈性圓環的飛行軌跡

學校名稱：新北市立鶯江國民中學

作者：	指導老師：
國一 陳森邁	商仲凱
國一 翁樟畯	陳重光

關鍵詞：橡皮筋、轉動慣量、攻角

# 軟的真的軟嗎？轉速穩住了彈性圓環的飛行軌跡

## 摘要

本研究探討旋轉對彈性圓環飛行軌跡的影響，並以橡皮筋為實驗材料，主要結論如下：一、橡皮筋的伸長量與所受外力約成正比。二、彈性係數較高的橡皮筋，特定範圍內的位能－動能轉換比例較高。三、彈性係數愈高的橡皮筋，彈射時的轉速與前進速率愈大。四、伸長量固定之下，提高旋轉量不會增加橡皮筋彈射速率，但會增加轉速，穩定彈射軌跡並增加彈射距離，且旋轉量愈大，水平距離愈遠。五、旋轉造成橡皮筋彈射具有穩定形狀，特定伸長量與旋轉量進一步使橡皮筋彈射出現攻角導致軌跡上升，也降低速度衰減，明顯提升彈射距離(超過 40%)。

## 壹、前言

### 一、研究動機：

擲飛盤是常見的休閒運動，常看到它的飛行軌跡形成穩定的弧線，而生活中常見的橡皮筋，它的彈射軌跡卻不如飛盤穩定；有一次老師提到調整橡皮筋不均勻彈射會增加彈射距離，因此我們想進一步探討以橡膠材質製成的彈性圓環，其伸長量與發射速度的關係，並探討旋轉與穩定彈射軌跡的關係。

### 二、研究目的：

- (一) 橡皮筋所受外力與伸長量的關係
- (二) 橡皮筋彈射速率的測量
- (三) 橡皮筋彈性位能與動能的轉換比例
- (四) 探討彈性環的旋轉對彈射軌跡的影響

### 三、文獻探討：

- (一) 57 屆科展作品－奔跑吧！橡皮筋～，探討在拉長橡皮筋的不同位置擰高，會導致橡皮筋旋轉並造成著地滾動的效果。
- (二) 橡皮筋主要由橡膠與乳膠製成，其尺寸有多種分類，本次實驗採用最常見的 18 號尺寸，直徑約 45mm，貼平長度約 70mm，橡皮筋本體的粗細為 1.5mm，重量介於

0.40~0.50 g。

(三)旋轉前進的飛行物體，例如飛鏢、飛旋鏢等，在飛行時具有轉動慣量，也會受到氣動阻力影響，形成特定的飛行軌跡特徵。以下是主要特徵：

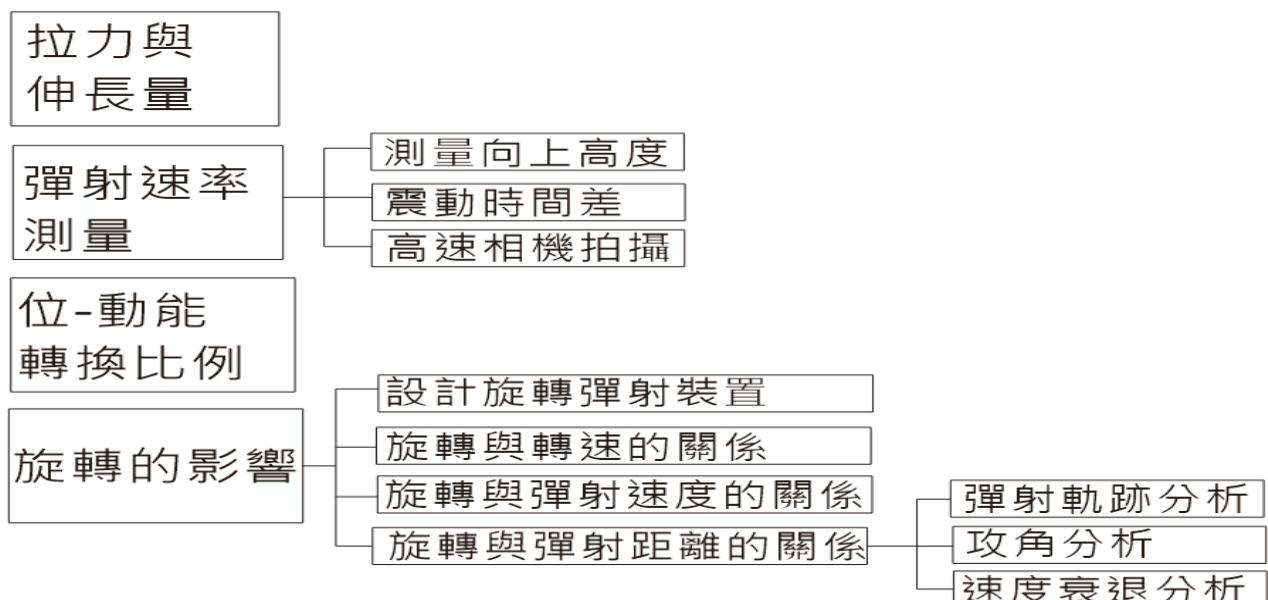
- 1.自旋穩定性：當物體繞自身軸旋轉時，轉動慣量會使其保持穩定，避免側翻或劇烈擺動。例如步槍子彈、飛鏢。這種穩定性有助於維持飛行方向，提高命中精度。
- 2.進動（precession）與章動（nutation）：若外力（如氣流或重力）作用於旋轉物體，則其軸向會發生進動，即軸心以圓錐狀方式移動。若轉動慣量分佈不均勻，則可能產生章動，導致小範圍擺動。
- 3.馬格努斯效應：若旋轉物體的表面與氣流相互作用，則會產生側向力，使飛行路徑發生偏轉。例如旋轉的足球或棒球會產生曲線軌跡。
- 4.不穩定旋轉與翻滾：若轉動軸與飛行方向不一致，或轉速過低，則可能發生不規則的翻滾或振動，導致不穩定軌跡。

## 貳、研究設備及器材

不同規格橡皮筋數條、捲尺、自製發射片、自製發射台、高速相機(sony RX100 V，600fps)、聚光手電筒、手機、電子秤(可讀至 0.01g，精確度 III 級)、軟體 phyphox、軟體 tracker

## 參、研究過程或方法

研究架構：



## 一、橡皮筋所受外力與伸長量之關係

(一) 挑選三條長度相同的橡皮筋，以手拉的鬆緊程度分別編號為 H(較緊)、I(中等)、J(鬆弛)，使用電子秤與輔助尺測量橡皮筋所受拉力與伸長量的數據，裝置如下圖 1 所示。

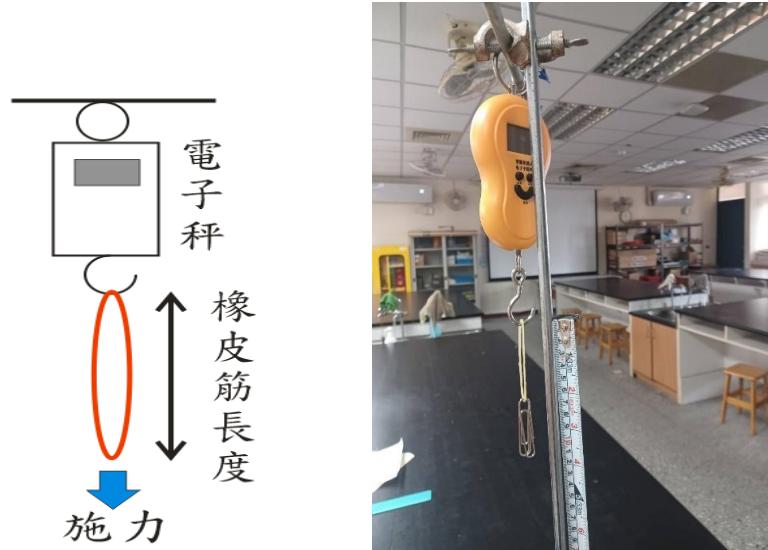


圖 1 實驗示意圖 (照片由作者拍攝/製作)

(二) 設計可控制伸長量的橡皮筋發射板：在木片邊緣每隔 2cm 刻上凹槽，可控制橡皮筋全長為 10cm～36cm，調整伸長量而直線射出，如下圖 2 所示。



圖 2 橡皮筋發射板 (照片由作者拍攝/製作)

## 二、橡皮筋彈射速度的測量

(一) 彈射速率的測量—垂直高度

將發射板立於地板，牆壁貼輔助尺，以雷射筆輔助定位橡皮筋發射所達的最大高度

$h$ ，經由公式  $V = \sqrt{2gh}$ ，可推算出橡皮筋的彈射初速。裝置如下圖 3 所示。

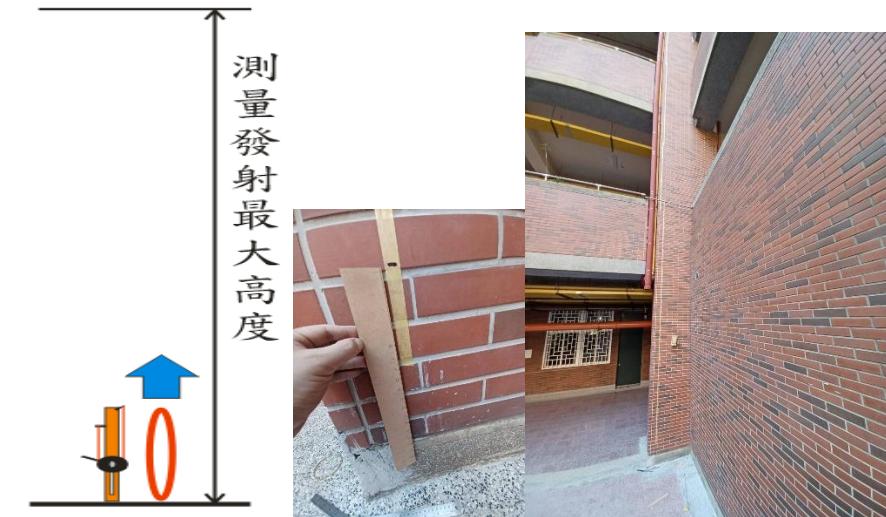


圖 3 實驗示意圖 (照片由作者拍攝/製作)

因為橡皮筋的彈射高度數據顯示有空氣阻力的影響，因此我們使用第二種速率測量方式。

## (二) 彈射速率的測量－發射板的震動時間差

組裝發射木片與擋板，利用手機測量軟體 phyphox 測量橡皮筋由『發射』至『撞擊擋板』，經歷 2 次震動的時間，經由彈射距離(180cm+橡皮筋中點長度)可求出橡皮筋的彈射速率；測量裝置如下圖 4，紀錄資訊如下圖 5 所示。

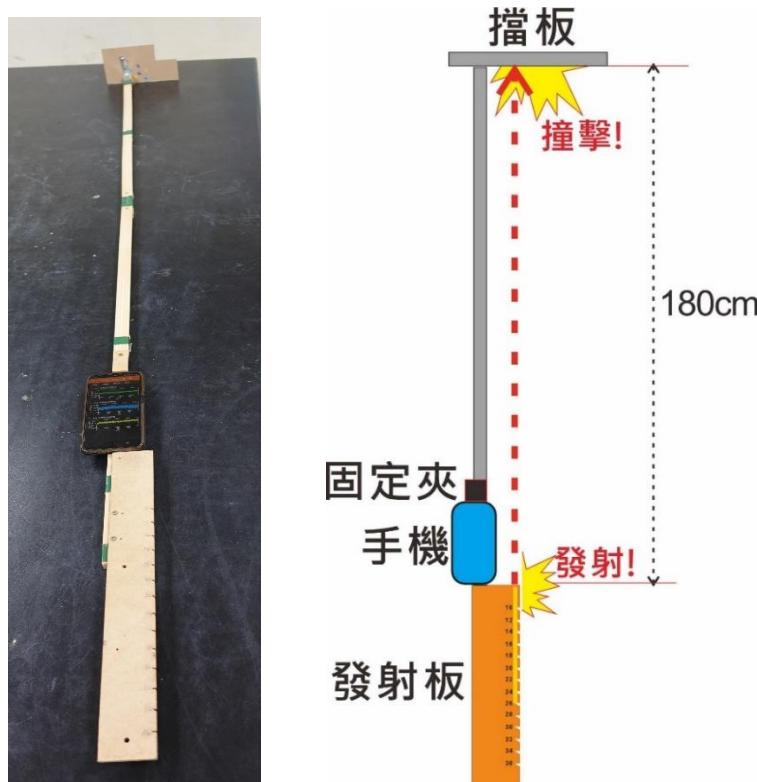


圖 4 發射板測速圖 (照片由作者拍攝/製作)

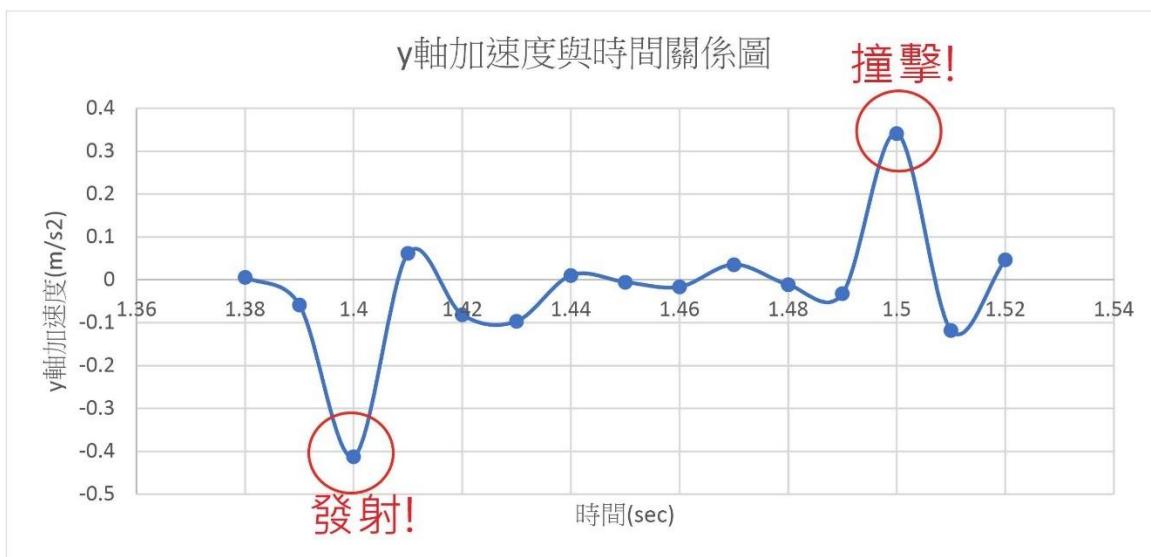


圖 5 軟體 phyphox 測量圖示 (圖片由作者製作)

因測量的最短時間間隔為 0.01 秒，我們發現橡皮筋的伸長量若較大(超過 20cm)，彈射距離短(約 80cm)，2 次震動太接近而難以辨識經過時間，若將彈射距離加大(約 180cm)，則實驗結果(圖 13)顯示有空氣阻力影響，因此我們採用第 3 種速率量測方式。

### (三) 彈射速率的測量－高速相機拍攝

1. 使用 600fps 高速相機(每秒拍攝 600 影格)拍攝橡皮筋的彈射影像，並在橡皮筋的彈射路徑旁架設輔助尺，分析橡皮筋的彈射速率與運動特徵，如下圖 6 所示。

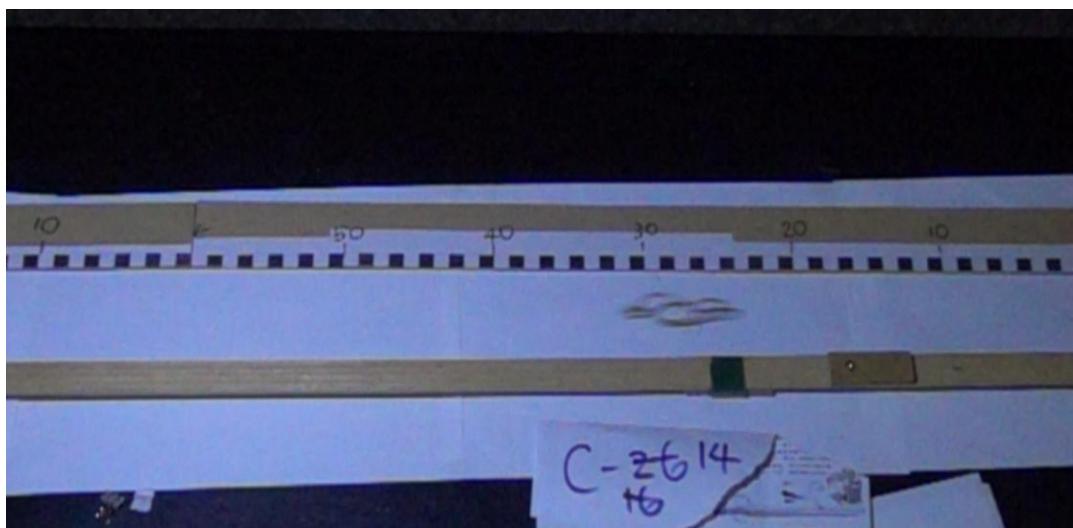


圖 6 橡皮筋彈射影像 (照片由作者拍攝)

### 2. 設定彈射距離

測量橡皮筋前 30cm 與前 60cm 的平均速率，裝置如下圖 7 所示。

因為橡皮筋在彈射 30cm 的平均速率高於彈射 60cm 的平均速率，推測橡皮筋的彈射

距離愈大，受空氣阻力影響愈明顯，如下圖 8 所示，因此採用彈射 30cm 的水平距離來計算橡皮筋的平均彈射速率。



圖 7 不同發射距離圖 (圖片由作者/指導老師製作)

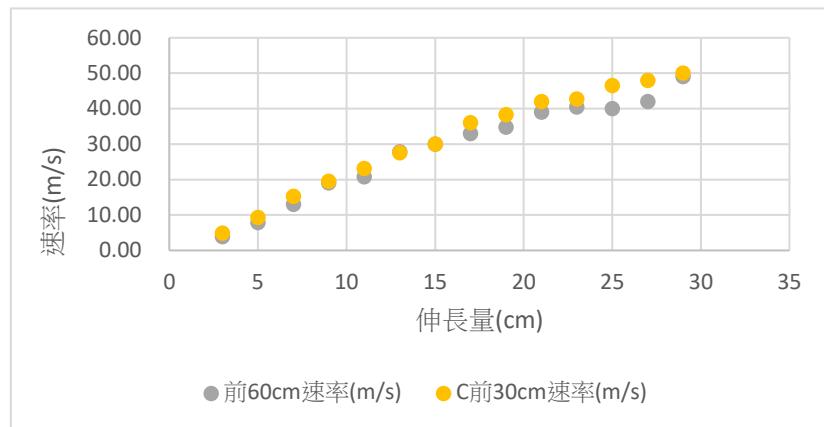


圖 8 彈射 30cm/60cm 的平均速率 (圖片由作者製作)

### 3.彈射速率的計算

若橡皮筋彈射 30cm 的影片格數為 10 格，經過時間  $10/600$  秒，平均速率為  $1800 \text{ cm/s}$ 。

## 三、橡皮筋彈性位能與動能的轉換比例

(一) 取 4 條長度相同但鬆緊程度不同的橡皮筋，編號為 C、E、F、G，測量其質量、不同伸長量與所受拉力的關係、使用 EXCEL 的趨勢線公式，找出橡皮筋在彈性限度內的彈性係數  $k$ 。

(二) 使用高速相機拍攝並計算橡皮筋的彈射速度。

(三) 由彈性位能公式( $1/2K\Delta X^2$ )與動能公式( $1/2mV^2$ )算出不同伸長量的彈性位能與動能，分析橡皮筋的彈性位能—動能轉換比例。

## 四、旋轉對彈射軌跡的影響

(一) 製作可控制伸長量—旋轉量的彈射裝置

(二) 選定 3 條鬆緊程度不同的橡皮筋，測量彈性係數，分別編號為 A01、A05、A03。以高速相機拍攝並分析此 3 條橡皮筋在不同伸長量-旋轉量下的前進初速、轉速、彈射距離。

- 測量前進速度：以橡皮筋彈射前 30cm 的距離與影片格數(時間)計算速度。
- 測量轉速：以油漆筆分別塗上黑色、白色定位橡皮筋，使用高速相機(600fps)拍攝並輔助直光手電筒照射，並分析橡皮筋旋轉一圈的影格數；例如橡皮筋旋轉 1 圈共 10 影格時間為  $10/600$  秒，每秒轉速為 60(rev/s)，如下圖 9 所示。

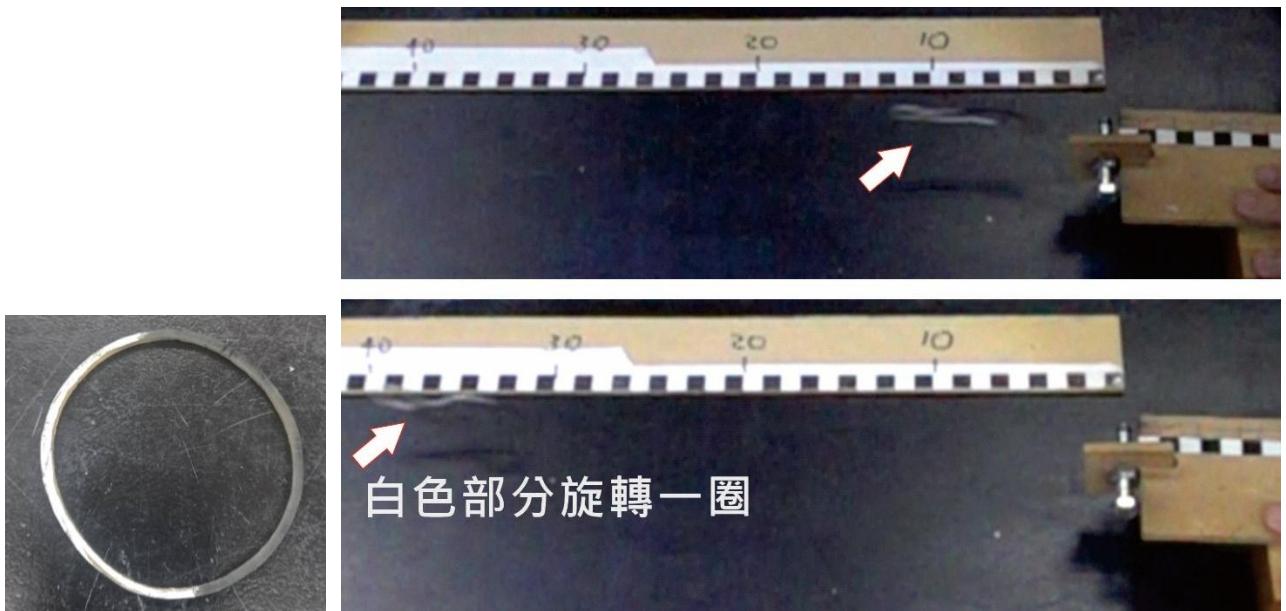


圖 9 測量橡皮筋的轉速 (照片由作者拍攝)

- 將橡皮筋 A03 架設於高度 90cm 的發射板，調整特定伸長量(16cm~28cm)與旋轉量(0~8cm)之下彈射 3 次，以捲尺測量並取平均值作為彈射水平距離，如下圖 10 示。

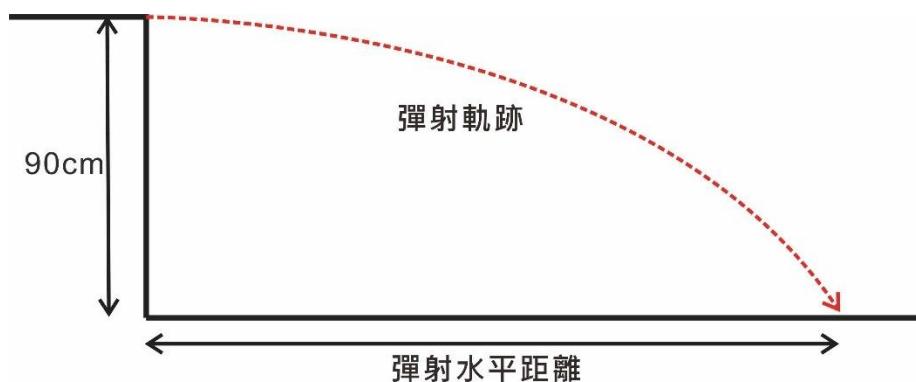


圖 10 彈射軌跡示意圖 (圖片由作者/指導老師製作)

(三) 選定數條條件固定的橡皮筋(彈性係數  $25 \text{ N/m}$ ，質量  $0.42\text{g}$ )，控制不同伸長量-旋量，使用高速相機拍攝並以軟體 tracker 分析彈射軌跡與速度變化。

## 肆、研究結果

### 一、橡皮筋所受外力與伸長量之關係

#### (一) H 橡皮筋(原長 0.071m)

全長(m)	伸長量(m)	受力(N)	恢復原長(m)
0.10	0.029	0.882	0.071
0.12	0.049	1.274	0.071
0.14	0.069	1.617	0.071
0.16	0.089	1.960	0.071
0.18	0.109	2.303	0.071
0.20	0.129	2.597	0.072
0.22	0.148	2.891	0.072
0.24	0.168	3.283	0.072
0.26	0.188	3.577	0.072
0.28	0.208	4.116	0.072
0.30	0.228	4.753	0.072
0.32	0.248	5.586	0.072
0.34	0.268	6.027	0.072
0.36	0.287	7.056	0.073
0.38	0.307	8.183	0.073
0.40	0.326	9.359	0.074
0.42	0.345	9.800	0.075

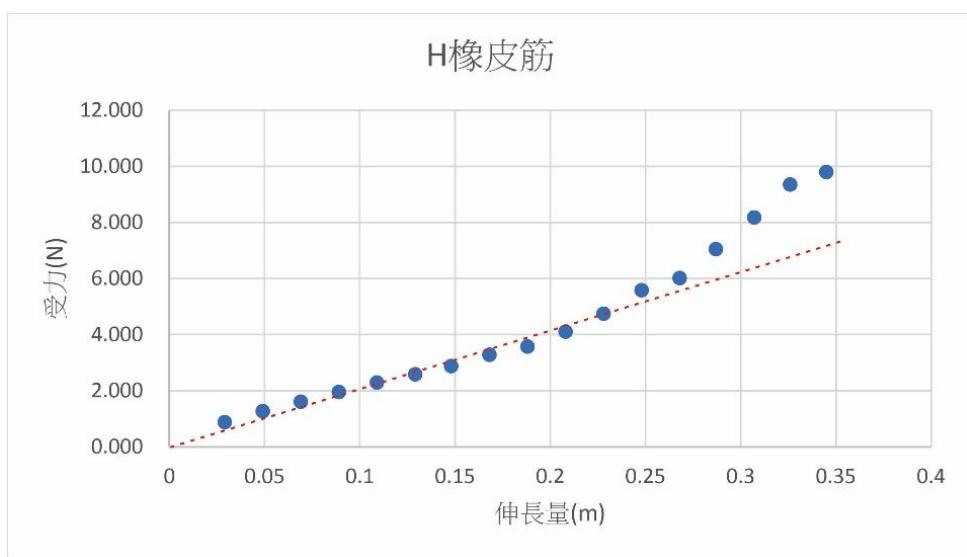


圖 11 橡皮筋 H 受力-伸長量關係 (圖片由作者製作)

由上圖 11 的趨勢線顯示 H 橡皮筋受力 4.753N，伸長量 0.228m 約達彈性限度，之後增

加伸長量所需的拉力會逐漸加大，恢復的原長也會逐漸增加。進一步由符合趨勢線的數值(彈性限度內)取斜率，得出 H 橡皮筋的彈性係數為  $18.23 \text{ N/m}$ ，可視為橡皮筋拉伸時的鬆緊程度。

### (二) I 橡皮筋(原長 $0.072\text{m}$ )

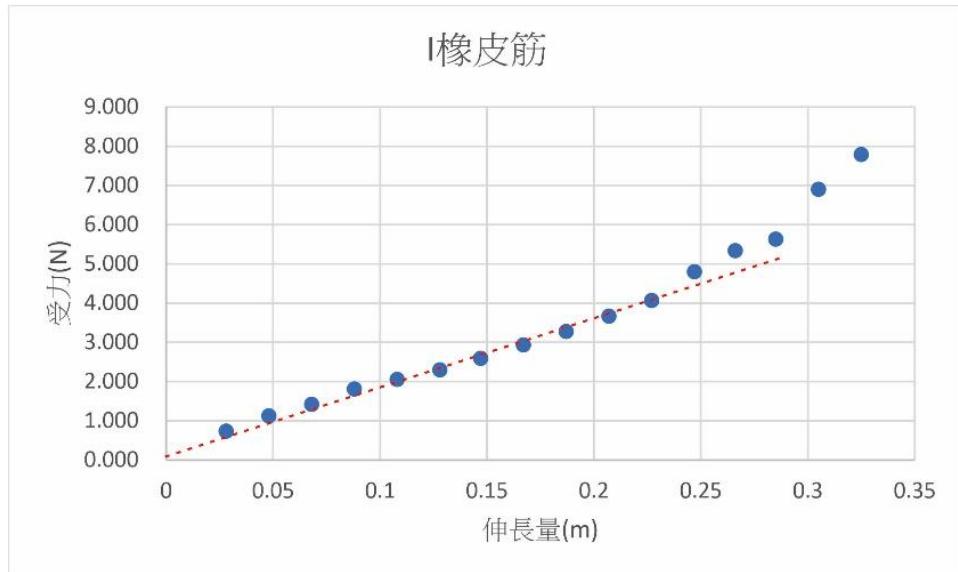


圖 12 橡皮筋 I 受力-伸長量關係 (圖片由作者製作)

由上圖 12 的趨勢線顯示 I 橡皮筋受力  $4.067\text{N}$ ，伸長量  $0.227\text{m}$  約達彈性限度，彈性係數為  $16.13 \text{ N/m}$ 。

### (三) C 橡皮筋(原長 $0.07\text{m}$ )

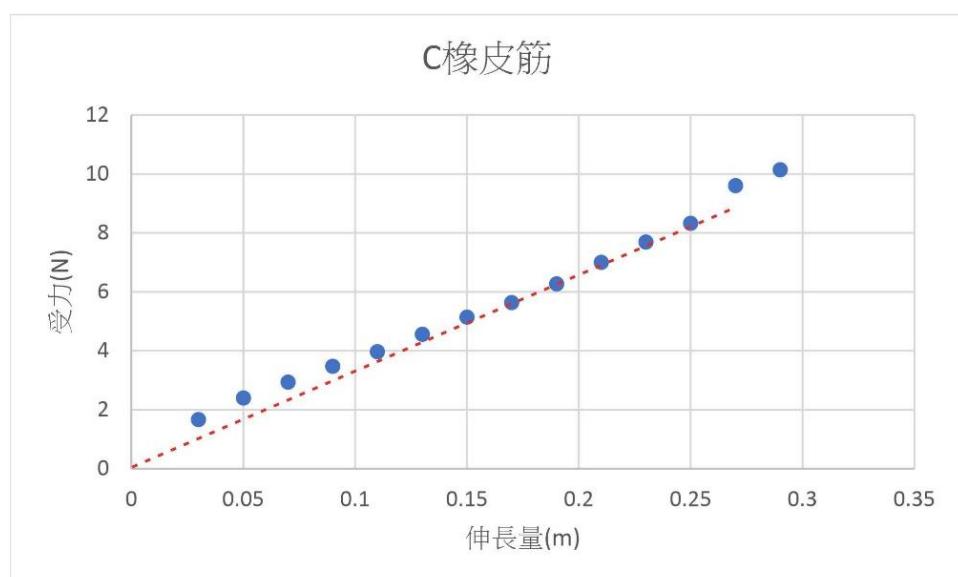


圖 13 橡皮筋 C 受力-伸長量關係 (圖片由作者製作)

由上圖 13 的趨勢線顯示 C 橡皮筋的彈性限度約為受力 8.33N，伸長量 0.25m，彈性係數為 29.54 N/m。

(四) C、H、I 橡皮筋在彈性限度內的伸長量與所受外力成正相關，我們認為在橡皮筋各自的彈性限度內，符合虎克定律。彈性係數與彈性限度的關係如下圖 14 所示，顯示橡皮筋的彈性係數愈大，彈性限度也愈大。

橡皮筋	彈性係數(N/m)	彈性限度(N)
C	29.54	8.33
H	18.23	4.75
I	16.13	4.07

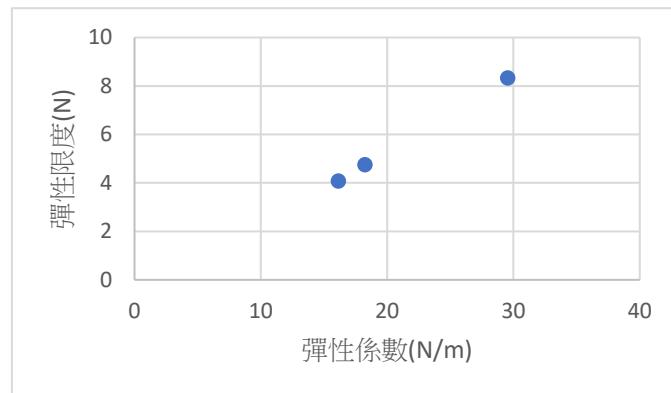


圖 14 彈性係數與彈性限度之關係 (圖片由作者製作)

## 二、橡皮筋的伸長量與發射速度之關係

(一) C 橡皮筋向上發射的最大高度與發射初速關係如下圖 15-1、圖 15-2 所示。

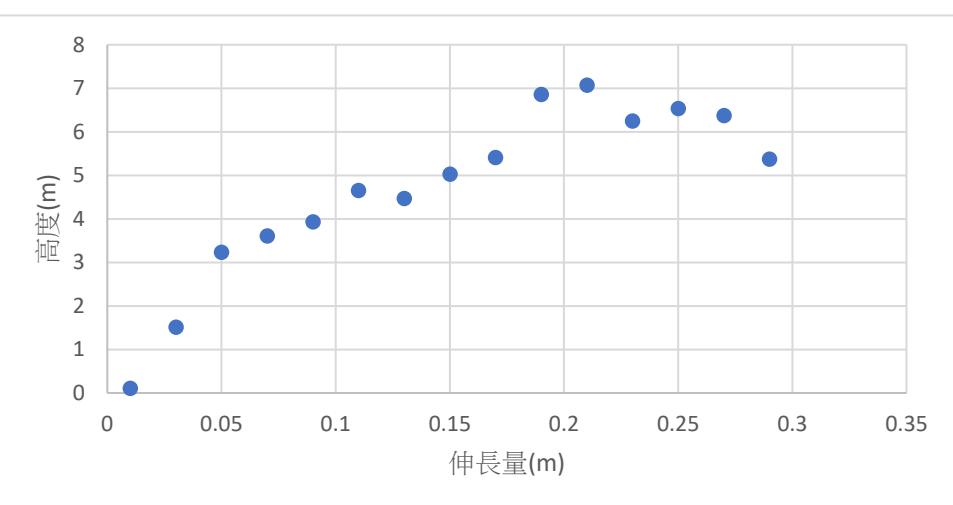


圖 15-1 伸長量與發射高度之關係 (圖片由作者製作)

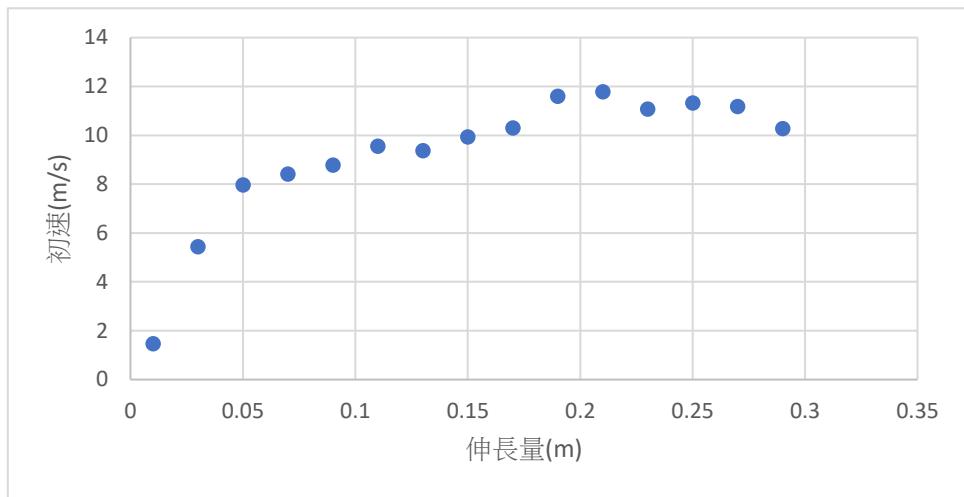


圖 15-2 伸長量與發射初速之關係 (圖片由作者製作)

上圖 15-1 顯示 C 橡皮筋伸長量 0.21m，可達最大高度 7.075m，之後增加伸長量，最大高度反而逐漸降低，推測是彈射速率增加，空氣阻力也增大。

## (二) 彈射速率的測量—發射板的震動時間差

使用手機測量 a 橡皮筋的彈射速率，可得到以下數據，如下圖 16 所示，顯示 a 橡皮筋伸長量 0.225m 的彈射速率極值約為 32m/s，之後伸長量增加，速率並未明顯增加，推測受空氣阻力影響。

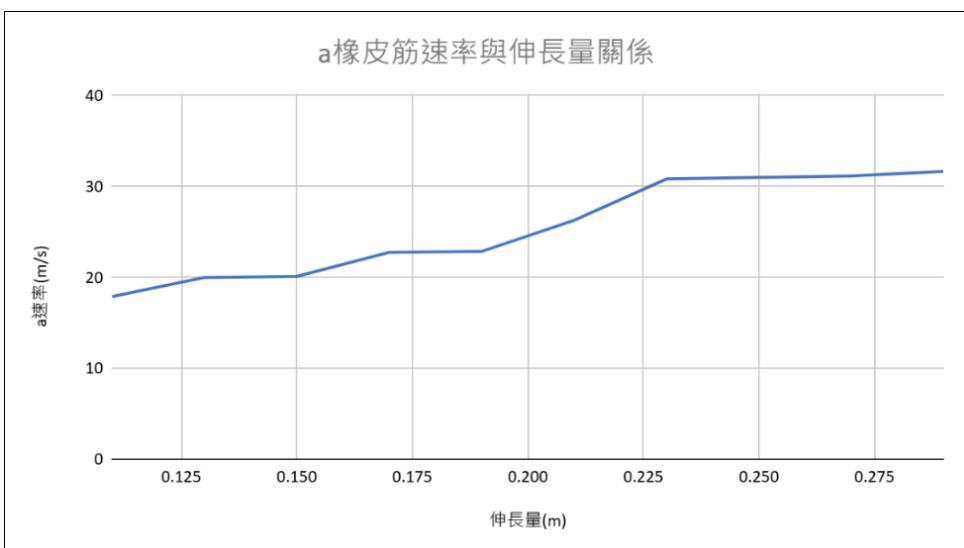


圖 16 橡皮筋速率與伸長量關係 (圖片由作者製作)

### 三、橡皮筋彈射的彈性位能與動能轉換關係

(一) 不同橡皮筋的彈性係數與質量如下表所示：

橡皮筋	彈性係數 (N/m)	質量(g)
C	29.54	0.42
E	30.03	0.42
F	21.07	0.39
G	12.52	0.43

(二) 不同橡皮筋的彈性位能、動能與轉換比例關係

1. C 橡皮筋

C 伸長量 (m)	受力 (N)	彈性 位能(J)	30cm 速 率(m/s)	動能(J)	轉換 比例(%)
0.03	1.666	0.013	4.91	0.005	38.07
0.05	2.401	0.037	9.33	0.018	49.54
0.07	2.94	0.072	15.27	0.049	67.69
0.09	3.479	0.120	19.50	0.080	66.75
0.11	3.969	0.179	23.14	0.112	62.94
0.13	4.557	0.250	27.50	0.159	63.63
0.15	5.145	0.332	30.00	0.189	56.88
0.17	5.635	0.427	36.00	0.272	63.77
0.19	6.272	0.533	38.25	0.307	57.63
0.21	7.007	0.651	42.00	0.370	56.88
0.23	7.693	0.781	42.75	0.384	49.12
0.25	8.33	0.923	46.50	0.454	49.19
0.27	9.604	1.077	48.00	0.484	44.94
0.29	10.14	1.242	50.00	0.525	42.27

2. E 橡皮筋

E 伸長量 (m)	受力 (N)	彈性位能 (J)	30cm 速率 (m/s)	動能(J)	轉換比 例(%)
0.027	1.666	0.010944	3.65	0.0028	25.59
0.047	2.45	0.033163	9.16	0.01761	53.11
0.067	3.087	0.067391	15.27	0.04899	72.69
0.087	3.675	0.11363	20.67	0.0897	78.94

0.107	4.165	0.171878	24.86	0.12975	75.49
0.127	4.753	0.242137	29.50	0.18275	75.48
0.147	5.243	0.324405	36.00	0.27216	83.90
0.167	5.978	0.418684	39.00	0.31941	76.29
0.187	6.566	0.524972	40.50	0.34445	65.61
0.207	6.958	0.643271	42.00	0.37044	57.59
0.227	7.693	0.773579	45.00	0.42525	54.97
0.247	8.673	0.915898	46.50	0.45407	49.58
0.267	9.604	1.070226	51.00	0.54621	51.04
0.287	10.143	1.236565	47.25	0.46884	37.91

### 3. F 橡皮筋

F伸長量(m)	受力(N)	弾性位能(J)	30cm速率(m/s)	動能(J)	轉換比例(%)
0.026	0.98	0.007122	0.00	0	0
0.046	1.372	0.022292	0.00	0	0
0.066	1.666	0.04589	9.16	0.01635	35.64
0.086	2.058	0.077917	11.14	0.02421	31.07
0.106	2.352	0.118371	15.27	0.04548	38.43
0.126	2.744	0.167254	18.67	0.06795	40.62
0.146	3.234	0.224564	21.75	0.09225	41.08
0.166	3.675	0.290302	24.00	0.11232	38.69
0.186	4.214	0.364469	25.71	0.12894	35.38
0.206	4.753	0.447063	28.00	0.15288	34.20
0.226	5.194	0.538086	31.00	0.1874	34.83
0.246	5.782	0.637536	31.80	0.19719	30.93
0.266	6.125	0.745414	32.40	0.2047	27.46
0.286	6.762	0.861721	33.60	0.22015	25.55

### 4. G 橡皮筋

G伸長量(m)	受力(N)	弾性位能(J)	30cm速率(m/s)	動能(J)	轉換比例(%)
0.026	0.49	0.005158	0.00	0	0
0.046	0.882	0.016145	0.00	0	0
0.066	1.078	0.033236	4.80	0.00495	14.90
0.086	1.323	0.056431	5.23	0.00588	10.42

0.106	1.519	0.085731	9.47	0.0193	22.51
0.126	1.764	0.121134	10.76	0.02491	20.57
0.146	1.911	0.162641	12.92	0.03591	22.08
0.166	2.303	0.210252	15.27	0.05015	23.85
0.186	2.597	0.263967	17.70	0.06736	25.52
0.206	2.842	0.323787	18.30	0.072	22.24
0.226	3.381	0.38971	23.25	0.11622	29.82
0.246	3.822	0.461737	21.38	0.09823	21.27
0.266	4.165	0.539868	24.00	0.12384	22.94
0.286	4.655	0.624103			

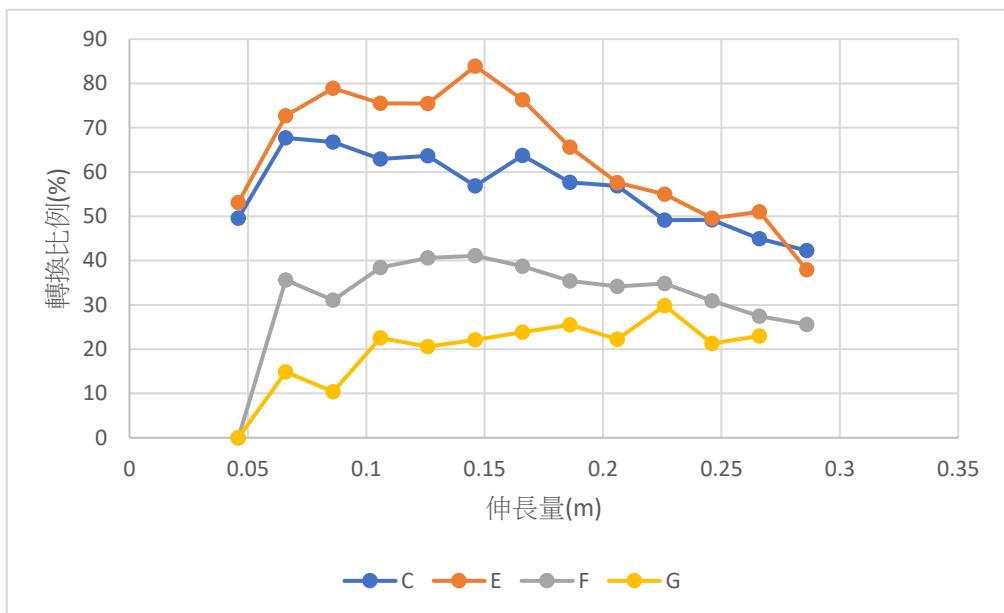


圖 17 橡皮筋的動能一位能轉換比例 (圖片由作者製作)

由上圖 17 顯示：

- (1). 彈性係數較高的橡皮筋，例如橡皮筋 C、E，彈性位能-動能的轉換比例較高，且伸長量介於0.046m~0.146m 之間，具有較高轉換比例，例如橡皮筋 E 可高達72~83%，但隨著伸長量增加，轉換比例逐漸下降。
- (2). 彈性係數較低的橡皮筋，例如橡皮筋 F、G，位能-動能的轉換比例較低，轉換比例與伸長量的大小無明顯關係。

#### 四、旋轉量對彈射水平距離、轉速、前進速率的影響

##### (一) 製作可調整伸長量－旋轉量的發射裝置

為了控制橡皮筋彈射的伸長量與旋轉量，我們在發射板前方裝置一個可旋轉螺絲(直徑

9mm)，使發射板可調整伸長量，旋轉螺絲可調整旋轉量；例如將橡皮筋裝置於發射板 24 公分，螺絲旋轉 4 公分，表示橡皮筋伸長為全長 24cm，旋轉量 4cm，『伸長量－旋轉量』表示為「24－4」，如下圖 19 示。



圖 18 可控制伸長量-旋轉量的彈射裝置 (圖片由作者拍攝/製作)

若固定伸長量，僅改變旋轉量並不會增加橡皮筋總伸長量，不會增加彈性位能；例如原長 6cm 的橡皮筋，若拉長為全長 26cm，則橡皮筋兩邊伸長量皆為 20cm，總伸長量 40cm，若將前方螺絲旋轉 4cm，則橡皮筋一邊伸長量增為 24cm，另一邊伸長量減為 16cm，總伸長量仍為 40cm，如下圖 20 所示。

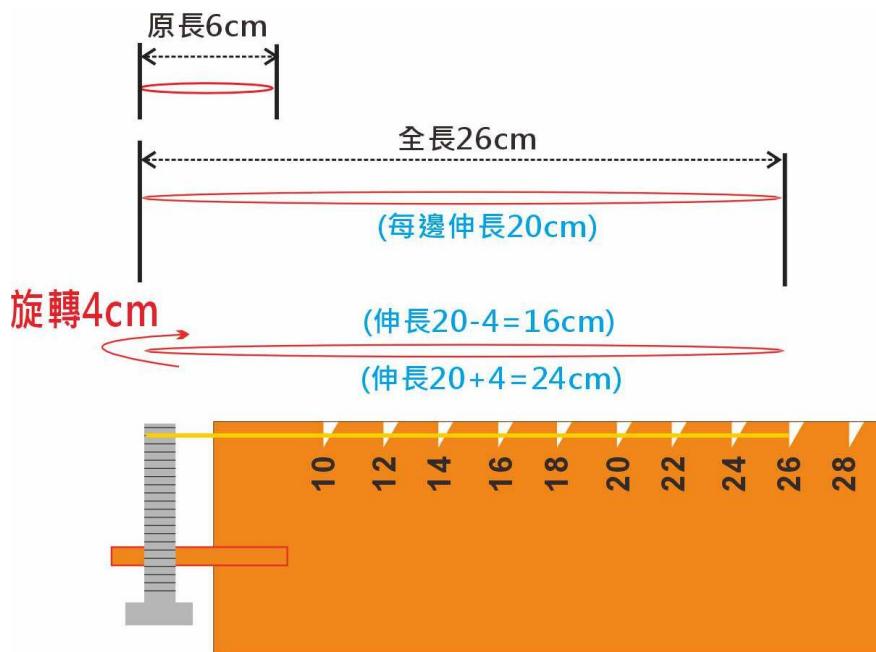


圖 19 旋轉量對伸長量的影響 (圖片由作者製作)

## (二) 測量不同伸長量與轉速、前進速率、彈射距離的關係

表一 不同伸長量與轉速、前進速率之關係

橡皮筋	a01		a05		a03	
彈性係數(N/m)	21.9		25.4		30.1	
伸長量-旋轉量(cm)	速率(m/s)	轉速(rev/s)	速率(m/s)	轉速(rev/s)	速率(m/s)	轉速(rev/s)
16-2	15.0	21.4	19.3	36.4	24.9	40.0
16-4	15.0	50.0	21.3	60.0	24.9	66.7
16-6	15.0	60.0	19.3	70.6	24.9	80.0
16-8	14.6	60.0	21.6	75.0	22.8	85.7
<hr/>						
20-2	18.0	32.4	23.3	40.0	26.0	42.9
20-4	18.7	35.3	23.3	54.5	27.6	66.7
20-6	17.3	50.0	23.3	60.0	26.4	66.7
20-8	19.3	70.6	24.0	75.0	26.4	85.7

### 1. 不同旋轉量對前進速率的影響：

由下圖 20 顯示無論伸長量 16cm 或 20cm，旋轉量的大小並不影響橡皮筋的前進初速，但伸長量較大或是彈性係數較高的橡皮筋，皆會提高前進速率，例如前進速率 20cm > 16cm，或是 a03 > a05 > a01。

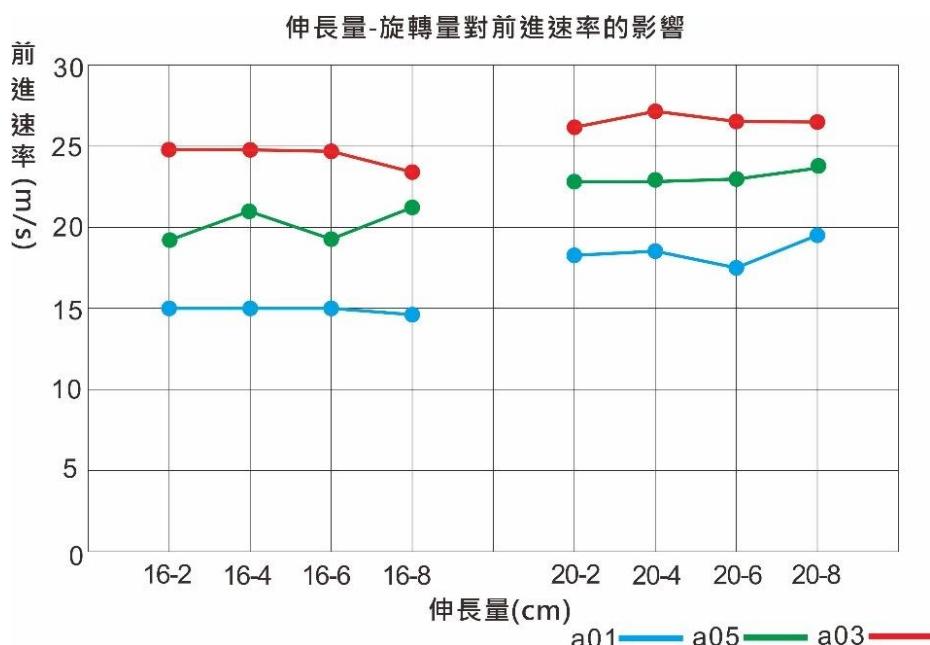


圖 20 不同旋轉量對前進速度的影響 (圖片由作者製作)

## 2.不同旋轉量對轉速的影響：

下圖 21 顯示旋轉量會使橡皮筋的轉速變快，而且彈性係數愈高，轉速愈大，例如伸長量 16cm 或 20cm，轉速大小皆為  $a03 > a05 > a01$ 。但不同伸長量，相同旋轉量的橡皮筋，例如 16-2 與 20-2，轉速上並無明顯差別。

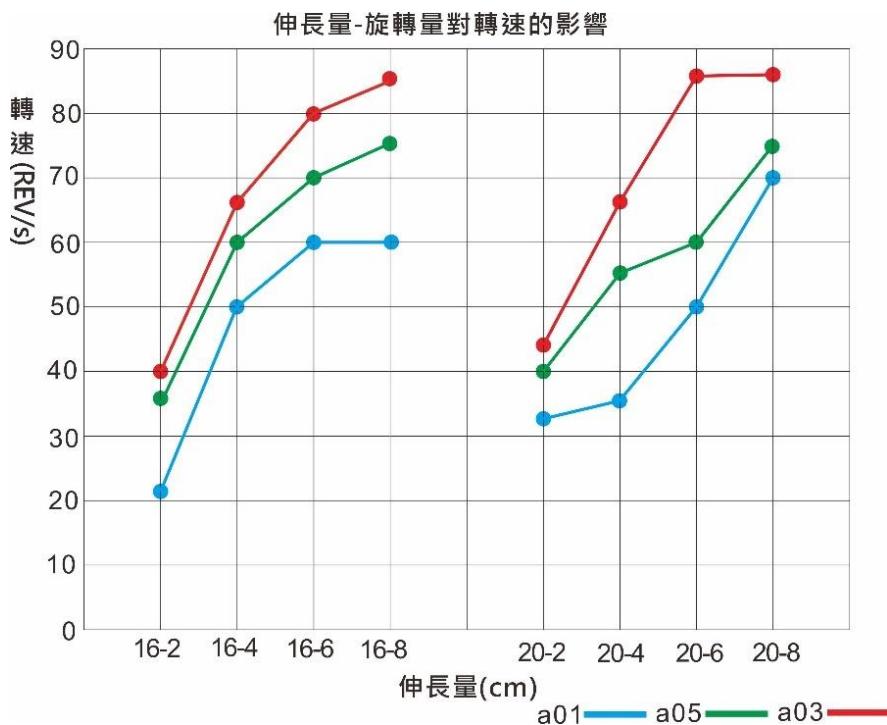


圖 21 不同旋轉量對轉速的影響 (圖片由作者製作)

## 3.不同旋轉量對彈射水平距離的影響：

不同伸長量－旋轉量對彈射水平距離的關係如下表二與下圖 22，顯示伸長量介於 16cm~28cm 的範圍中，提高旋轉量會明顯增加橡皮筋的彈射距離，且旋轉量愈大，水平距離愈遠，觀察具有旋轉量的橡皮筋，其初始軌跡前段明顯會“維持水平”，示意圖如下圖 23 所示，推測旋轉會導致橡皮筋轉動而具有轉動慣量，因此增加水平彈射距離，。

表二 不同伸長量、旋轉量的彈射水平距離 (表中單位 cm)

旋轉量(cm)\伸長量(cm)	0	2	4	6	8
16	390.0	405.0	434.0	500.0	520.0
18	472.5	535.0	550.0	580.0	590.0
20	485.0	520.0	576.0	596.7	641.7
22	492.5	545.0	690.0	760.0	683.0
24	530.0	635.0	700.0	769.0	756.5

26	550.0	640.0	727.0	822.0	688.5
28	580.0	660.0	780.0	840.0	780.0

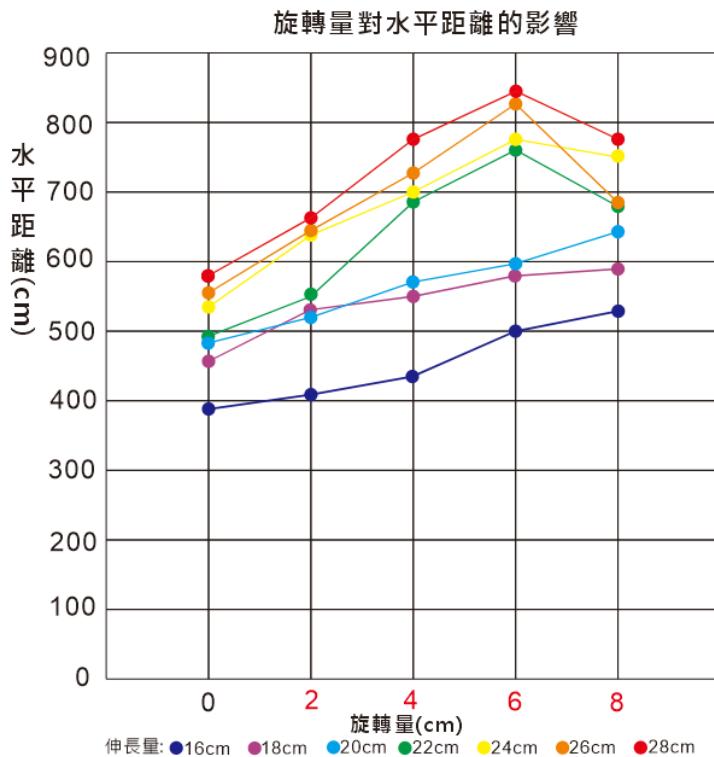


圖 22 旋轉量對彈射水平距離的影響 (圖片由作者製作)

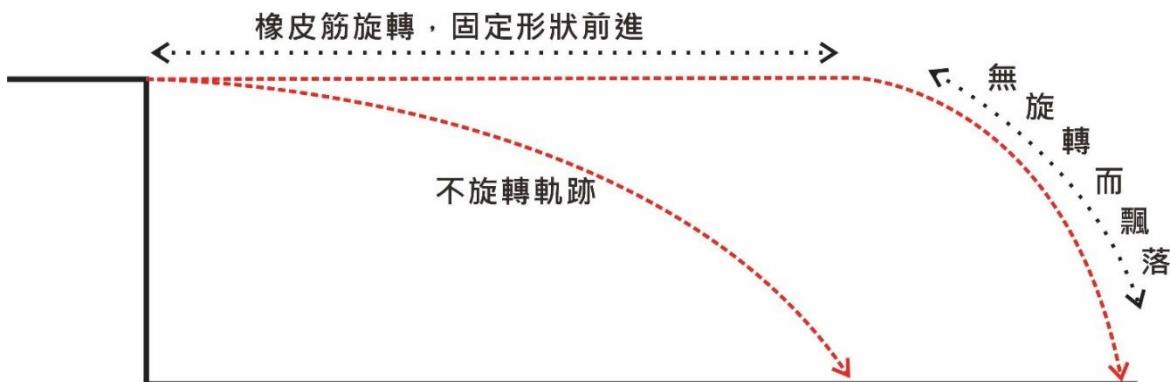


圖 23 軌跡示意圖 (圖片由作者/指導老師製作)

下表三將水平距離轉換為增加距離百分比，表二中的紅字部分為超過原始射程 40%，顯示部分伸長量－旋轉量的彈射距離明顯增加，例如 22-4，22-6。

因實驗過程也觀察到橡皮筋有向上躍升的軌跡，我們想進一步找出其中原因。

表三 不同伸長量、旋轉量的彈射水平距離增加百分比

伸長量(cm)\旋轉量(cm)	2	4	6	8
16	3.8%	11.3%	28.2%	33.3%
18	13.2%	16.4%	22.8%	24.9%
20	7.2%	18.8%	23.0%	32.3%
22	10.7%	40.1%	54.3%	38.7%
24	20.8%	24.5%	43.4%	42.7%
26	15.5%	32.2%	49.5%	25.2%
28	13.8%	17.2%	32.8%	32.8%

(1.百分比的計算：若 16—0 的水平距離 390cm，16—2 的水平距離 405cm，增加距離百分比為 $(405-390)/390=3.8\%$ 。2.紅色數字為水平距離超過 40%的部分)

### (三) 以高速相機分析旋轉橡皮筋的特徵

1.影像顯示無旋轉的橡皮筋會以不斷扭曲的形狀前進，因此受到較大空氣阻力，導致水平彈射距離較短，如下圖 24-1 示；而旋轉的橡皮筋具有轉動慣量，以固定形狀前進，因此受空氣阻力較小，導致水平彈射距離較遠，如下圖 24-2 所示。



圖 24-1 不旋轉的前進形狀 (照片由作者拍攝)

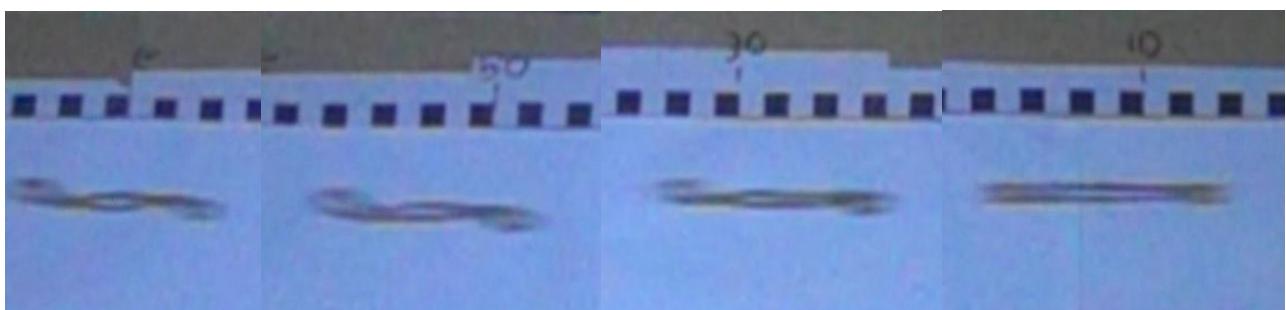


圖 24-2 旋轉的前進形狀 (照片由作者拍攝)

2.高速相機影片顯示有幾段明顯水平距離較遠的軌跡中，初始發射的橡皮筋以水平盤面穩定旋轉前進，但因空氣阻力作用(對橡皮筋而言是風力)，會逐漸改變其形狀與傾斜角度，與

空氣作用產生升力而使橡皮筋突然上升，此過程造成水平距離明顯增加，示意圖如下圖 25，推測是上表二中，水平距離超過原始距離 40% 的原因，但為何會產生上升軌跡，需進一步分析彈射軌跡。

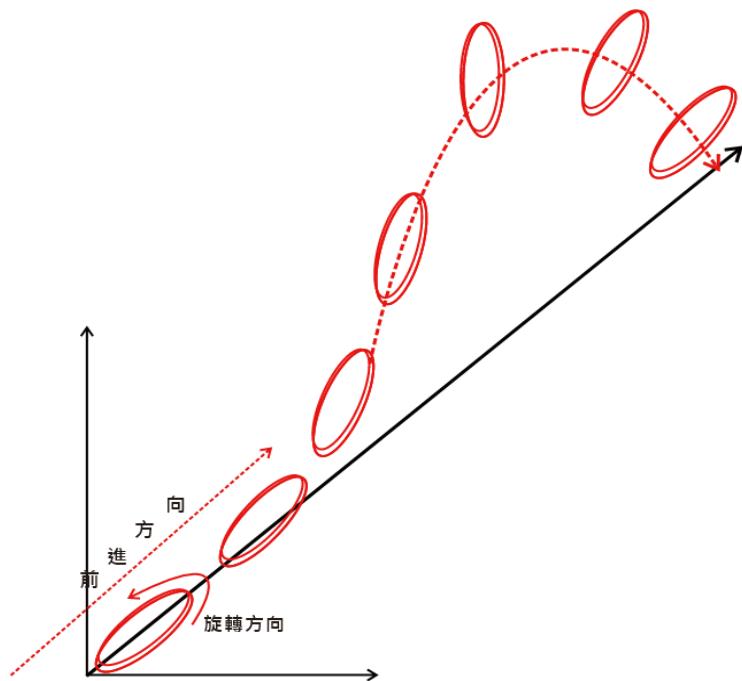


圖 25 彈射上升軌跡示意圖 (圖片由作者/指導老師製作)

#### (四) 分析伸長量—旋轉量對軌跡的影響

##### 1. 軌跡分析

(1) 伸長量 20cm (20-0, 20-4, 20-8) 的軌跡如下圖 26 所示，顯示旋轉量會增加水平距離，但軌跡差異不大，前進時無出現向上仰角。

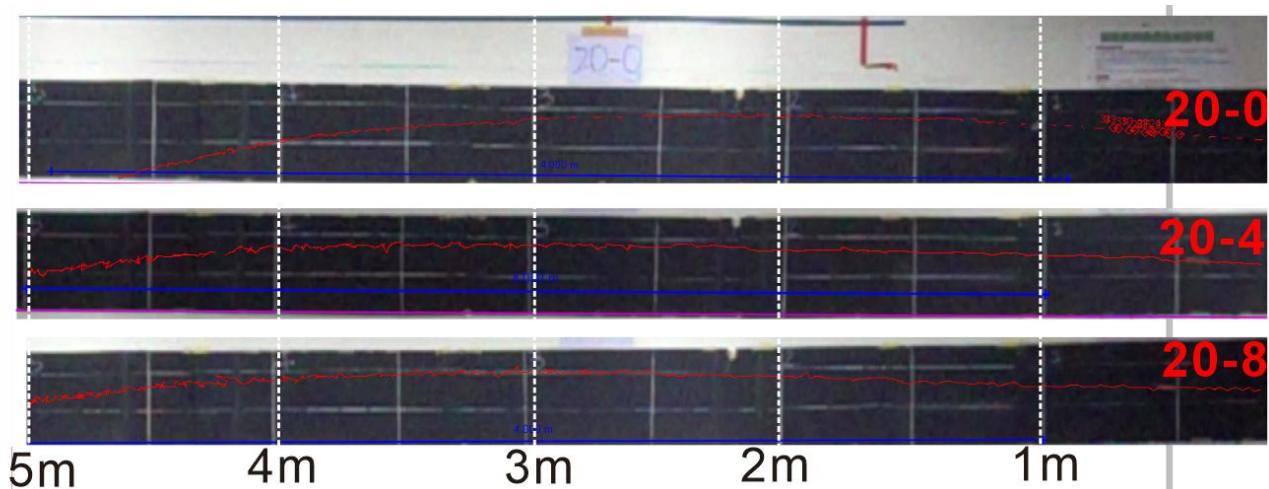


圖 26 伸長量 20-0, 20-4, 20-8 的彈射軌跡圖 (照片由作者拍攝)

(2) 伸長量 24cm (24-0, 24-4, 24-8) 的軌跡如下圖 27 所示，顯示旋轉量會增加水平距離，但軌跡有明顯差異：

24-0：軌跡水平且距離較短，無上升幅度。

24-4：前進時產生向上仰角，造成 1~4m 階段的軌跡逐步上升，水平距離明顯增加。

24-8：前進時產生向上仰角，造成 1~5m 階段的軌跡逐步上升，上升幅度較平緩，水平距離明顯增加。

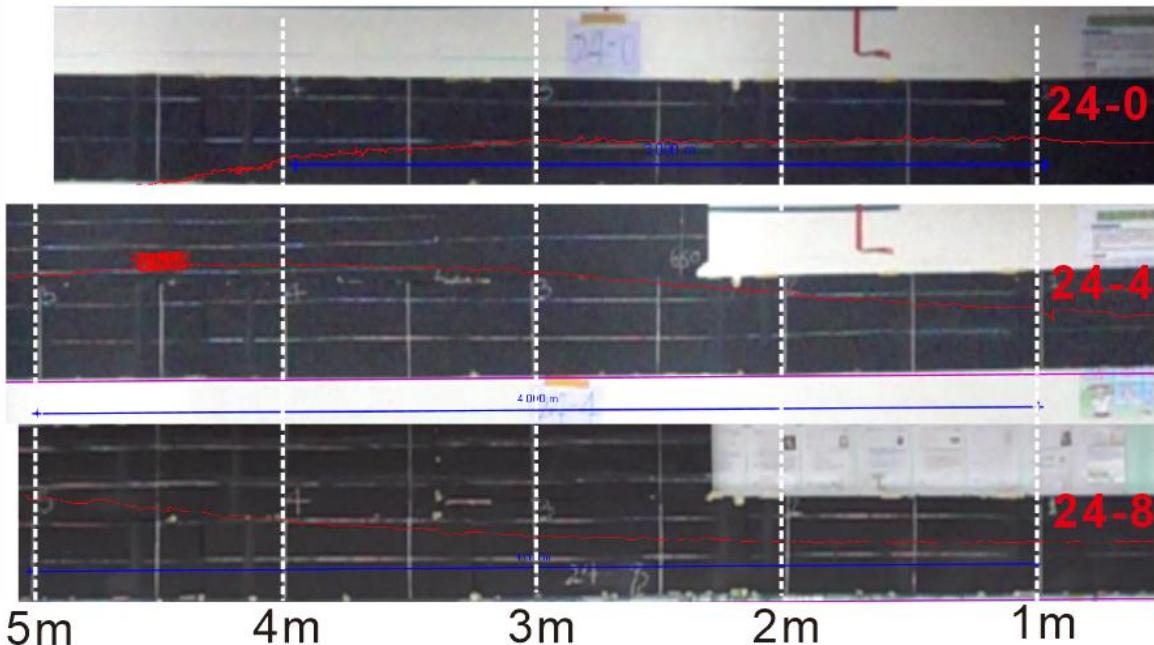


圖 27 伸長量 24-0, 24-4, 24-8 的彈射軌跡圖 (照片由作者拍攝)

## 2. 攻角分析

高速相機畫面顯示伸長量-旋轉量為 24-4, 24-8 的橡皮筋上升時會形成攻角，如下圖 28。

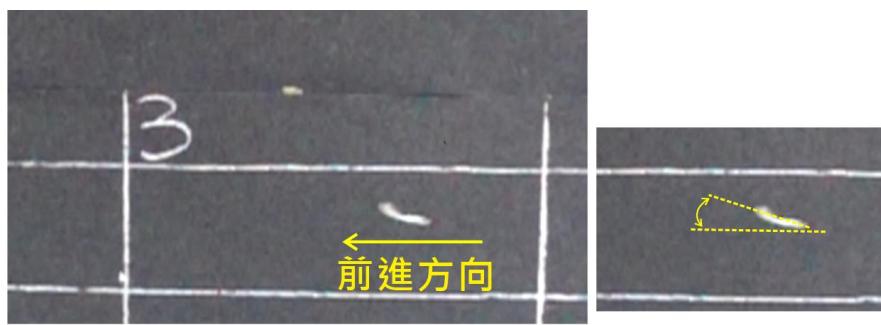


圖 28 前進時出現攻角 (照片由作者拍攝)

以軟體 Tracker 分析不同旋轉量的彈射距離與攻角關係如下表四與下圖 29 所示，24-8 的橡皮筋因旋轉量較大，攻角增加幅度較慢，前進過程中的形狀較穩定，推測是旋轉量會提升

橡皮筋轉速與轉動慣量，形成穩定軌跡，示意圖如下圖 30。

表四 前進距離與不同旋轉量的攻角關係

前進距離(cm)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
伸長量-旋轉量	24-4	0.0	0.0	2.5	16.2	30.0	45.0	58.0	85.0	(開始翻滾)	
24-8	0.0	3.7	6.0	6.7	7.3	9.1	18.9	26.1	33.9	63.7	82.2

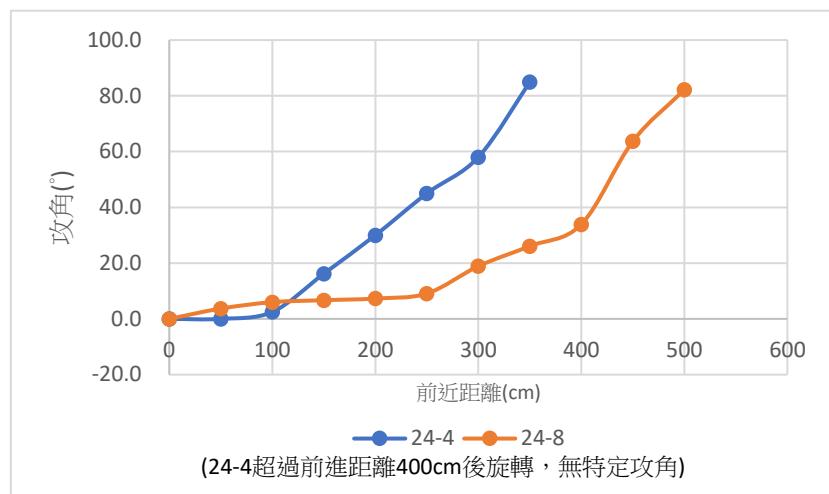


圖 29 旋轉量與攻角關係圖 (圖片由作者製作)

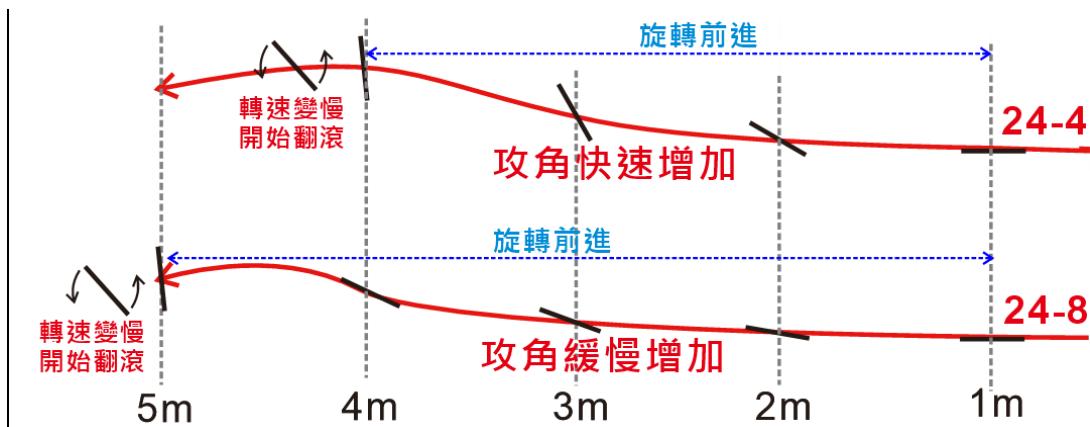


圖 30 攻角增加示意圖 (圖片由作者/指導老師製作)

(1) 旋轉前進的橡皮筋，在空氣阻力與重力共同作用，易於形成攻角。

如上表四，24-8 的彈射角度顯示在前進距離 250cm 範圍內，攻角穩定維持在 10 度以內，之後才逐漸抬升，推論橡皮筋是具有彈性的軟材質，在空氣中旋轉前進時，前端較輕易被氣流撐起，後方拖著本體重量，受重力作用而下垂，導致物體呈現前高後低，形成微微向上的攻角，類似風箏在前進時會自動「拉起來」的現象，而氣流流過形成穩定升力，易於維持穩定形狀，顯示空氣動力會自動將結構調整到一個比較穩定的角度，也就是升力最大與氣流穩定

的平衡角度，示意圖如下圖 31。

但攻角現象並未發生在 20-4 與 20-8，推測是旋轉量相同，轉速類似，但伸長量較低，彈射速度較慢所致。

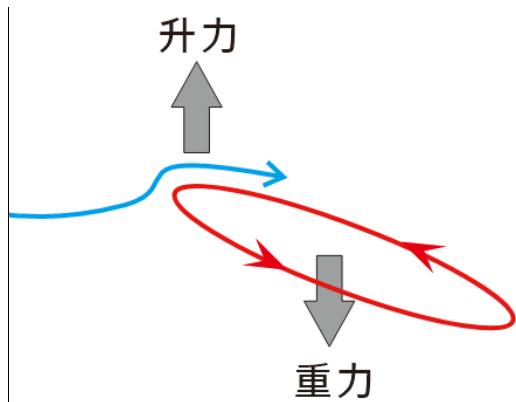


圖 31 橡皮筋旋轉前進受力示意圖 (圖片由作者/指導老師製作)

### (2) 攻角上升與臨界值

前進初期的攻角會微量增加，軌跡顯示橡皮筋維持水平或微幅上升，表示升力逐漸增加，推測此過程的氣流偏轉角度微幅增加，導致壓力差增加導致升力；但攻角超過 20~30 度後，角度會快速增加至接近 90 度，此時通常已至軌跡高點，之後旋轉落下。顯示攻角超過臨界值會快速上升，破壞穩定氣流，導致升力下降。

### (3) 速度降幅

下表五顯示 24-0, 24-4, 24-8 不同旋轉量在前進區間中的平均速度，如下示意圖 32 所示。趨勢如下圖 33，顯示在相同前進距離下，若旋轉量愈大，速度降幅較緩，受到空氣阻力的影響較小。

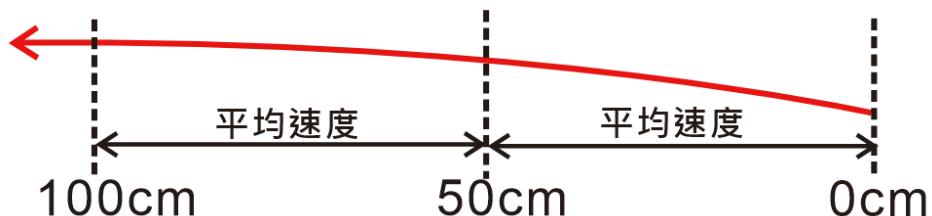


圖 32 計算前進各階段的平均速度 (圖片由作者/指導老師製作)

表五 不同旋轉量速度

伸長量—旋轉量	前進距離(cm)	0~50	50~100	100~150	150~200	200~250	250~300	300~350	350~400	400~450	450~500
24-0	2.73	2.50	2.20	2.00	1.58	1.43	1.25	1.00	0.86	0.60	
24-0(2)	2.73	2.31	2.14	1.76	1.58	1.30	1.07	0.94	0.81	0.71	
24-0(3)	2.73	2.31	2.20	2.00	1.58	1.30	1.25	1.00	0.81	0.71	
平均值	2.73	2.37	2.18	1.92	1.58	1.35	1.19	0.98	0.83	0.68	
24-4	3.33	2.73	2.73	2.50	2.31	2.14	2.14	1.67	1.36	1.11	
24-4(2)		3.00	2.73	2.73	2.31	2.00	1.88	1.58	1.30	1.15	
24-4(3)		2.73	2.73	2.50	2.31	2.14	1.88	1.58	1.30	1.11	
平均值	3.33	2.82	2.73	2.58	2.31	2.10	1.97	1.61	1.32	1.13	
24-8	3.33	3.33	2.93	2.50	2.50	2.14	2.00	1.88	1.50	1.36	
24-8(2)	3.33	3.33	2.93	2.73	2.31	2.31	2.00	1.88	1.58	1.30	
24-8(3)	3.33	3.00	2.73	2.73	2.50	2.31	2.00	1.67	1.58	1.36	
平均值	3.33	3.22	2.86	2.65	2.44	2.25	2.00	1.81	1.55	1.34	

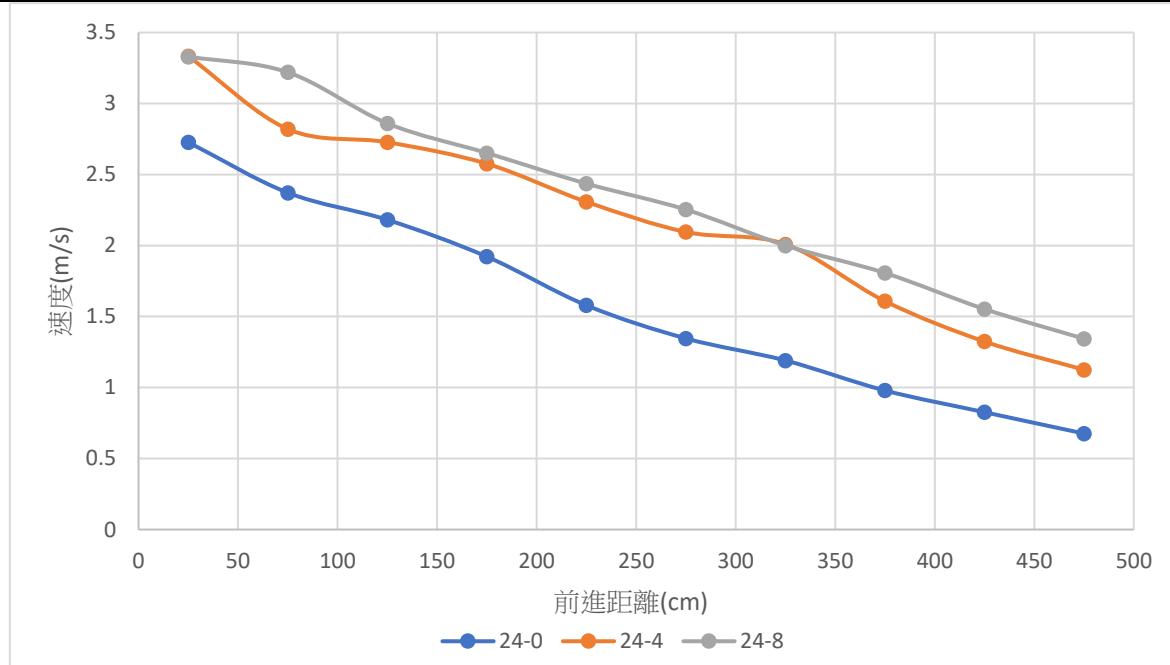


圖 33 前進距離與速度衰退關係 (圖片由作者製作)

## 伍、討論

- 一、橡皮筋所受拉力愈大，伸長量愈大，但拉長時間愈久，會導致橡皮筋彈力減弱，難以回復原長，因此我們盡力縮短橡皮筋的拉長時間，約控制在 5 秒內。
- 二、愈精確的測量方式會得到愈高的速率極值，顯示空氣阻力對橡皮筋造成極大影響：

(一) 向上彈射的彈射高度約為 7m，速率極值約為 12 m/s。

(二) 振動模式的水平距離約為 2m，速率極值約為 31.6 m/s。

(三) 採用高速相機測量彈射 30cm 的平均速率，速率極值約為 50 m/s。

三、高速相機影片顯示，旋轉前進的橡皮筋雖然具有穩定軌跡，但其形狀並非正圓，而是常顯示橢圓、不規則或扭曲圓形的形狀轉動前進，前進時的形狀也會慢慢變化，例如初始以橢圓形狀快速旋轉前進，至中、後段的速率會漸慢，轉速漸慢，受空氣阻力影響而逐漸形成另一種形狀繼續旋轉前進，最後因阻力造成旋轉停止且緩慢落下。此飛行特徵也符合文獻探討所說的，當橡皮筋彈射前進的形狀不規則，表示其轉動慣量分佈不均勻，在空氣阻力作用下會產生章動，導致小範圍擺動。

四、彈性圓環在特定伸長量與旋轉量會產生上升軌跡，並未出現在旋轉飛盤或迴力鏢等具有轉動慣量物體的飛行軌跡，推測是橡皮筋的彈性軟材質，因旋轉維持固定形狀，足夠的速度與空氣氣流作用而產生升力，造成軌跡上升。

## 陸、結論

一、橡皮筋在彈性限度內，伸長量與所受外力約成正比，且彈性係數愈大，彈性限度也愈大  
二、彈性係數較高的橡皮筋，彈性位能-動能的轉換比例較高，而且伸長量介於  
 $0.046\text{m} \sim 0.146\text{m}$  之間，具有較高的轉換比例；彈性係數較低的橡皮筋，彈性位能-動能的轉換比例較低，且轉換比例與伸長量的大小無明顯關係。

三、在相同伸長量與旋轉量下彈射，彈性係數愈高的橡皮筋，轉速愈大，前進速率愈快。

四、伸長量固定之下，提高旋轉量不會增加橡皮筋的前進速率，但會增加轉速，穩定彈射軌跡並增加彈射水平距離，且旋轉量愈大，水平距離愈遠。

五、彈射距離明顯提升(超過 40%)的軌跡分析顯示，旋轉會穩定橡皮筋的前進形狀，出現攻角導致軌跡上升，同時會降低前進速度的衰減幅度。

## 柒、參考文獻資料

一、中華民國第 5 7 屆中小學科展-國小物理科-奔跑吧！橡皮筋

(<https://www.ntsec.edu.tw/science/detail.aspx?a=21&cat=13521&sid=13790>)

二、Romain vermorel. (2006). *Rubber Band Recoil.*

([https://www.researchgate.net/publication/29621395\\_Rubber\\_Band\\_Recoil](https://www.researchgate.net/publication/29621395_Rubber_Band_Recoil))

三、棒球軌跡分析(<https://shop.jingletek.com/blogs/baseball-insight>)

四、攻角介紹(<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%94%BB%E8%A7%92>

## 【評語】030104

本科展作品以橡皮筋飛行穩定性為主題，創意地引入旋轉機制來提升其穩定性，並運用高速攝影記錄橡皮筋飛行過程中的形變，展現出作者對物理現象的觀察力與創新思維。若能進一步思考此研究是否可延伸應用於實際生活情境，將能更突顯其探究價值，讓趣味的科學現象與生活應用產生連結。此外，建議在實驗過程中，能更清楚說明所測量的物理量與其測量方法，將使報告更完整、分析更具說服力。

作品海報

# 軟的真的軟嗎？

## 轉速穩定了彈性圓環的飛行軌跡

### 摘要

本研究探討旋轉對彈性圓環飛行軌跡的影響，並以橡皮筋為實驗材料，主要結論如下：一、橡皮筋的伸長量與所受外力約成正比。二、彈性係數較高的橡皮筋，特定範圍內的位 - 動能轉換比例較高。三、彈性係數愈高的橡皮筋，彈射時的轉速與前進速率愈大。四、伸長量固定之下，提高旋轉量不會增加橡皮筋彈射速率，但會增加轉速，穩定彈射軌跡並增加彈射距離，且旋轉量愈大，水平距離愈遠。五、旋轉造成橡皮筋彈射具有穩定形狀，特定伸長量與旋轉量使橡皮筋彈射出現攻角導致軌跡上升，也降低速度衰減並提升彈射距離(超過40%)。

### 壹、前言

#### 一、研究動機：

橡皮筋的彈射具有快速且軌跡穩定的特徵；老師曾提到橡皮筋的不均勻彈射會增加彈射距離，因此我們想探討彈性圓環的伸長量與發射速度的關係，以及不均勻彈射對彈射距離的影響。

#### 二、研究目的：

- (一) 橡皮筋所受外力與伸長量的關係
- (二) 橡皮筋彈射速率的測量
- (三) 橡皮筋彈性位能與動能的轉換比例
- (四) 探討彈性環的旋轉對彈射軌跡的影響

#### 三、文獻探討：

(一) 57屆科展:奔跑吧！橡皮筋～，探討在拉長橡皮筋的不同位置撐高，會導致橡皮筋旋轉並造成著地滾動效果。

(二) 旋轉的飛行物體具有轉動慣量，也會受氣動阻力影響，形成特定軌跡：

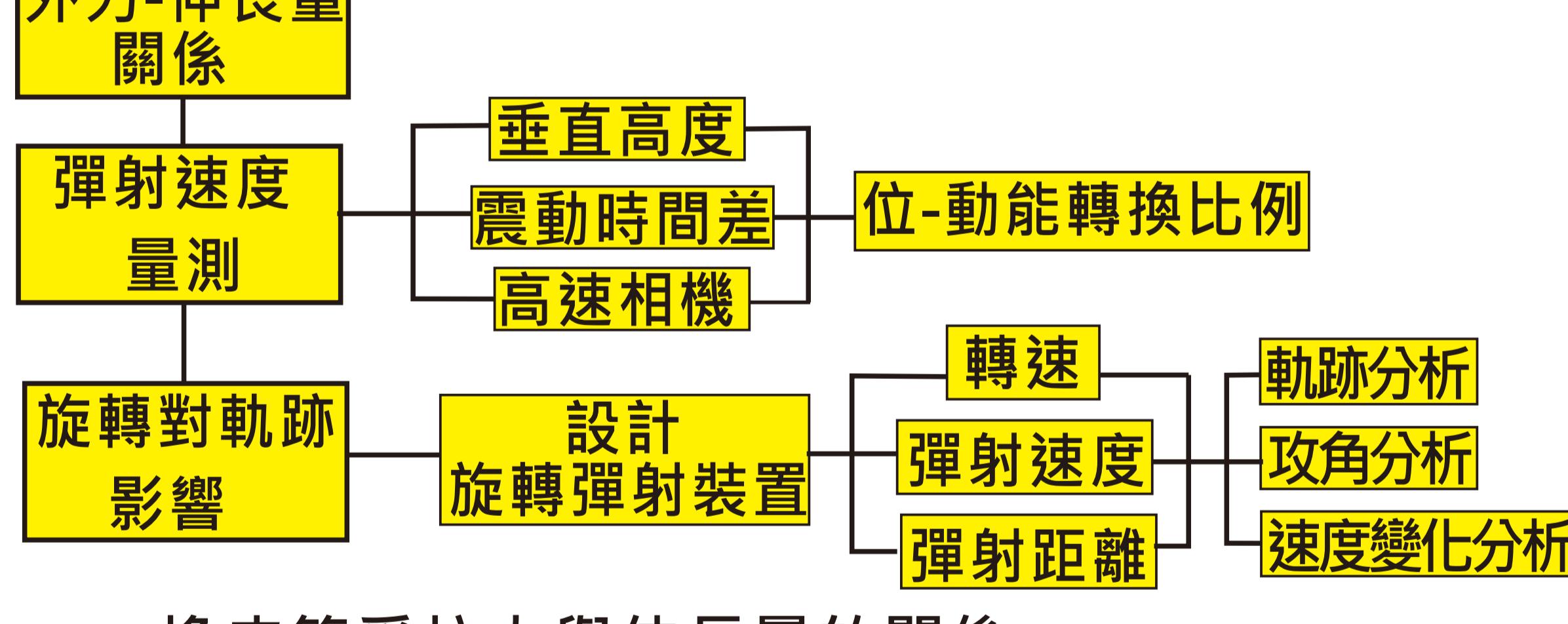
1. 自旋穩定性：當物體繞自身軸旋轉時，轉動慣量會使其保持穩定，有助於維持飛行方向，避免側翻或晃動；例如子彈、飛鏢。
2. 馬格努斯效應：若旋轉物體的表面與氣流相互作用，會產生側向力，使飛行軌跡偏轉，例如旋轉的足球或棒球產生曲線軌跡。
3. 不穩定旋轉與翻滾：若轉動軸與飛行方向不一致或轉速降低，可能產生不規則翻滾，導致不穩定軌跡。

### 貳、研究設備及器材

不同規格橡皮筋數條、捲尺、自製發射片、自製發射台、高速相機(sony RX100V, 600fps)、聚光手電筒、手機、電子秤(可讀至0.01g, 精確度III級)、軟體phyphox、軟體tracker

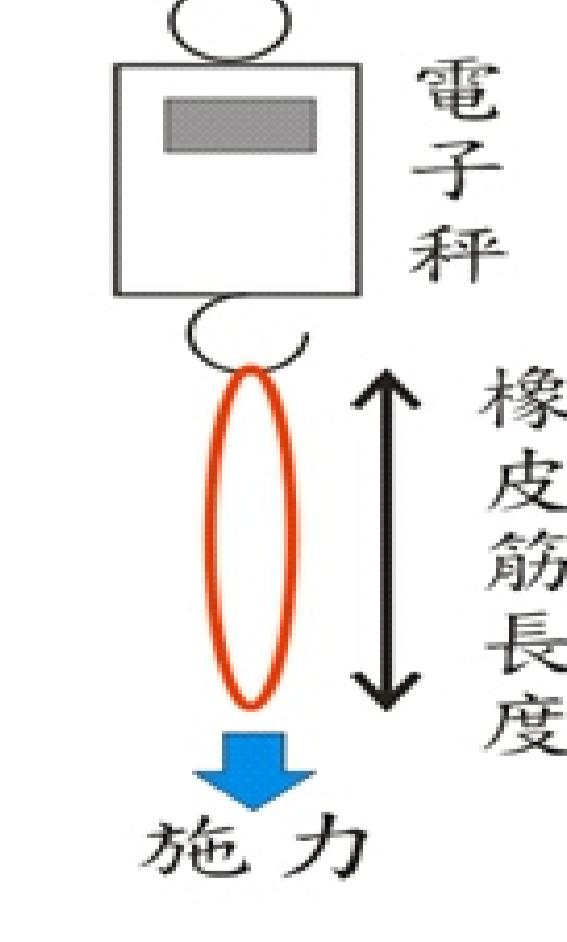
### 參、研究過程與結果

#### 研究架構:

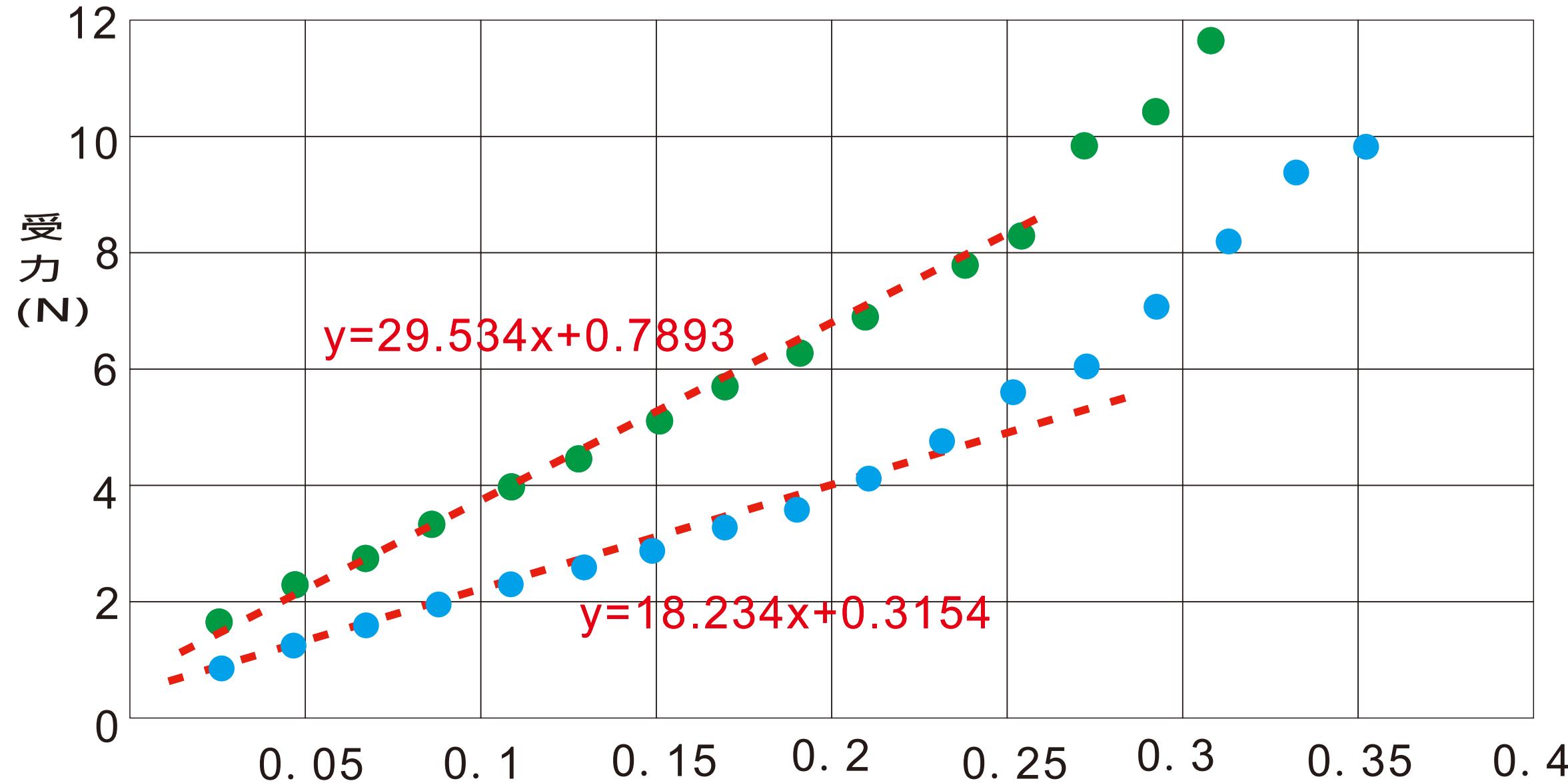


#### 一、橡皮筋受拉力與伸長量的關係：

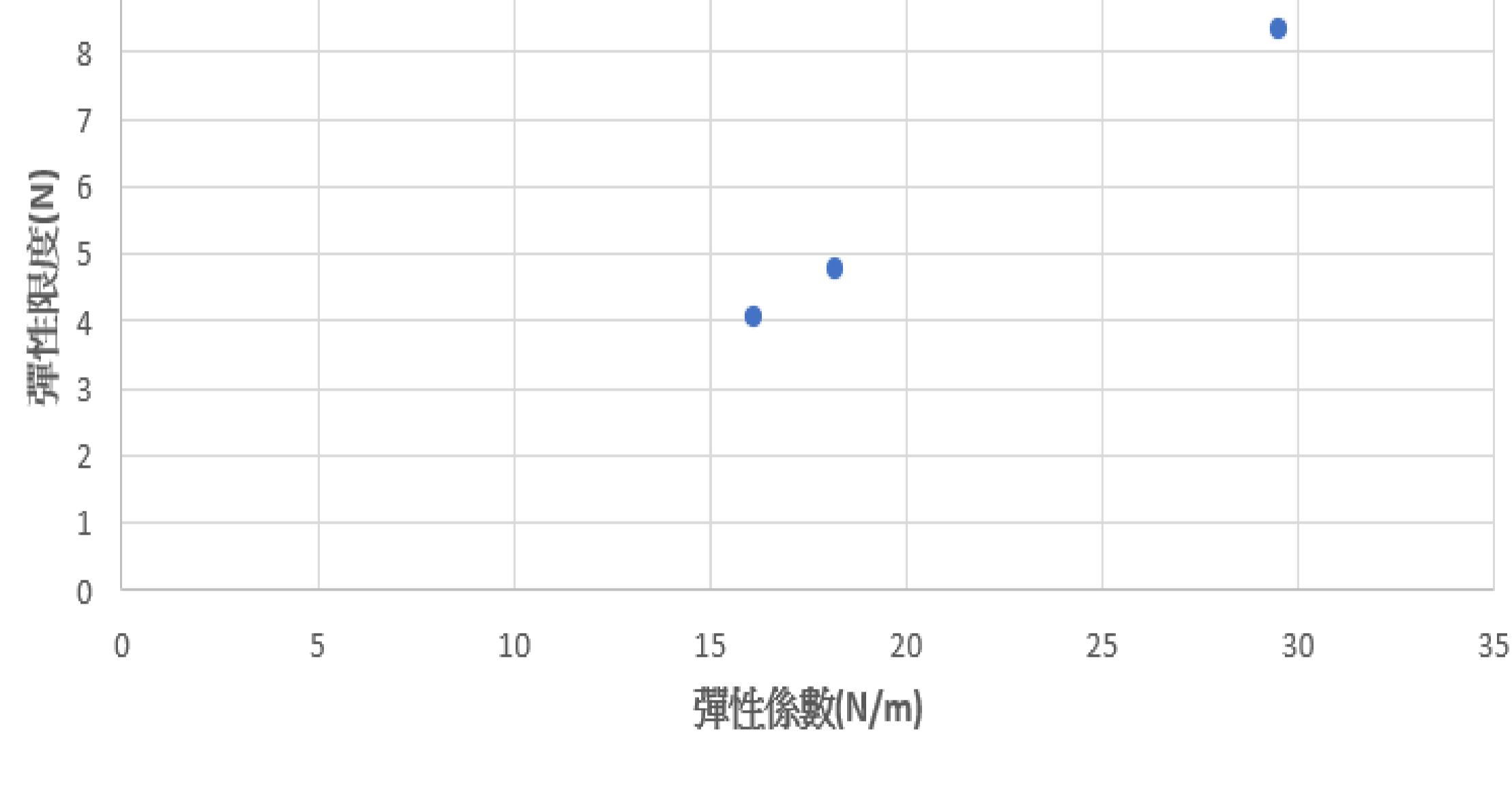
利用電子秤、直尺測量橡皮筋受拉力與伸長量的關係，並利用excel找出彈性限度與彈性係數，裝置如下圖：



受力與伸長量關係



彈性限度與彈性係數



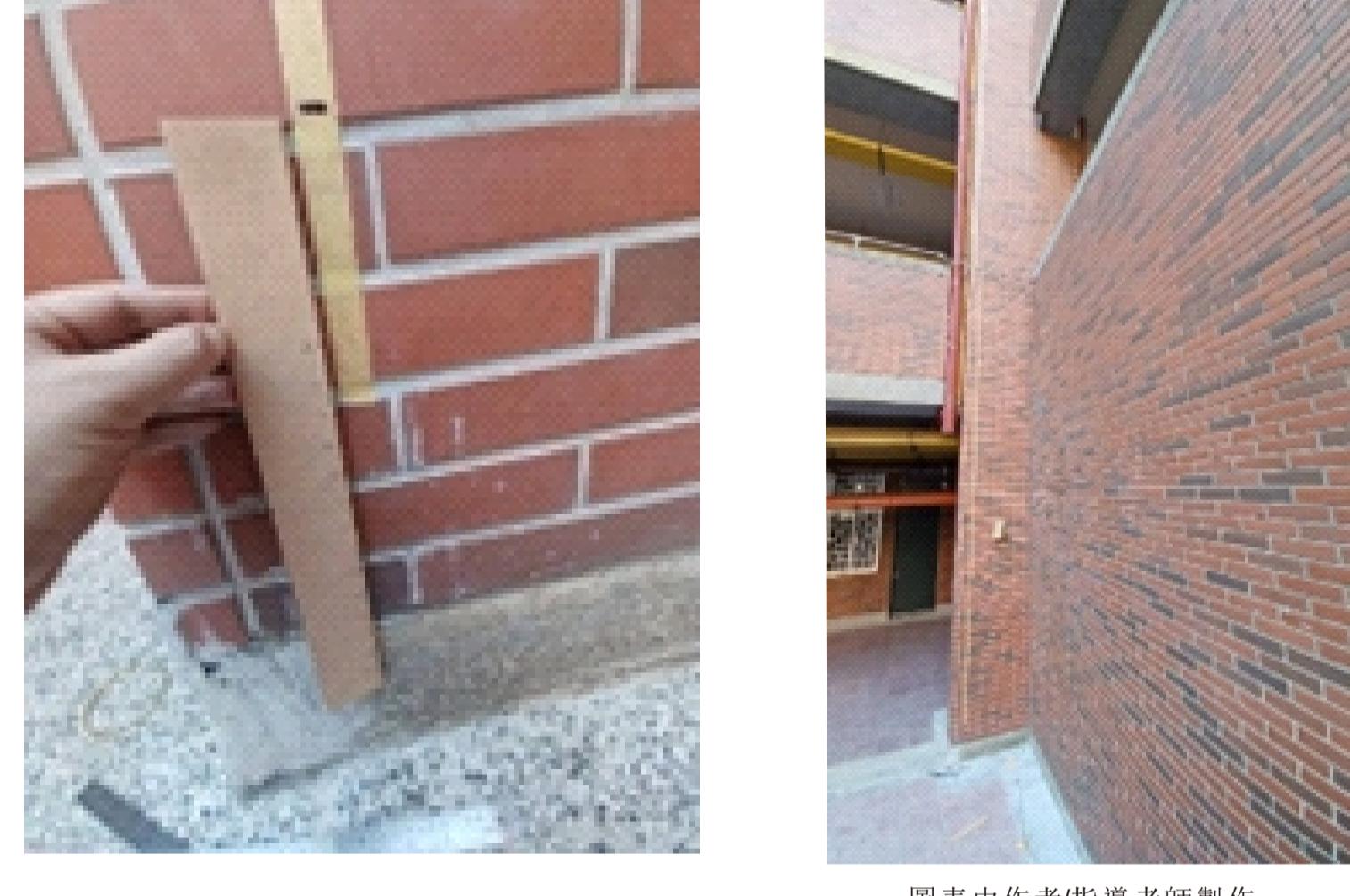
#### 實驗結果

- 1.橡皮筋受力愈大，伸長量愈大，超過彈性限度的拉力會逐漸加大，恢復原長也會逐漸增加，例如H橡皮筋受力4.753N，伸長量0.228m約達彈性限度。
- 2.彈性限度內的趨勢線取斜率為彈性係數，視為橡皮筋鬆緊程度，且彈性係數愈大，彈性限度也愈大。

### 二、測量彈射速度

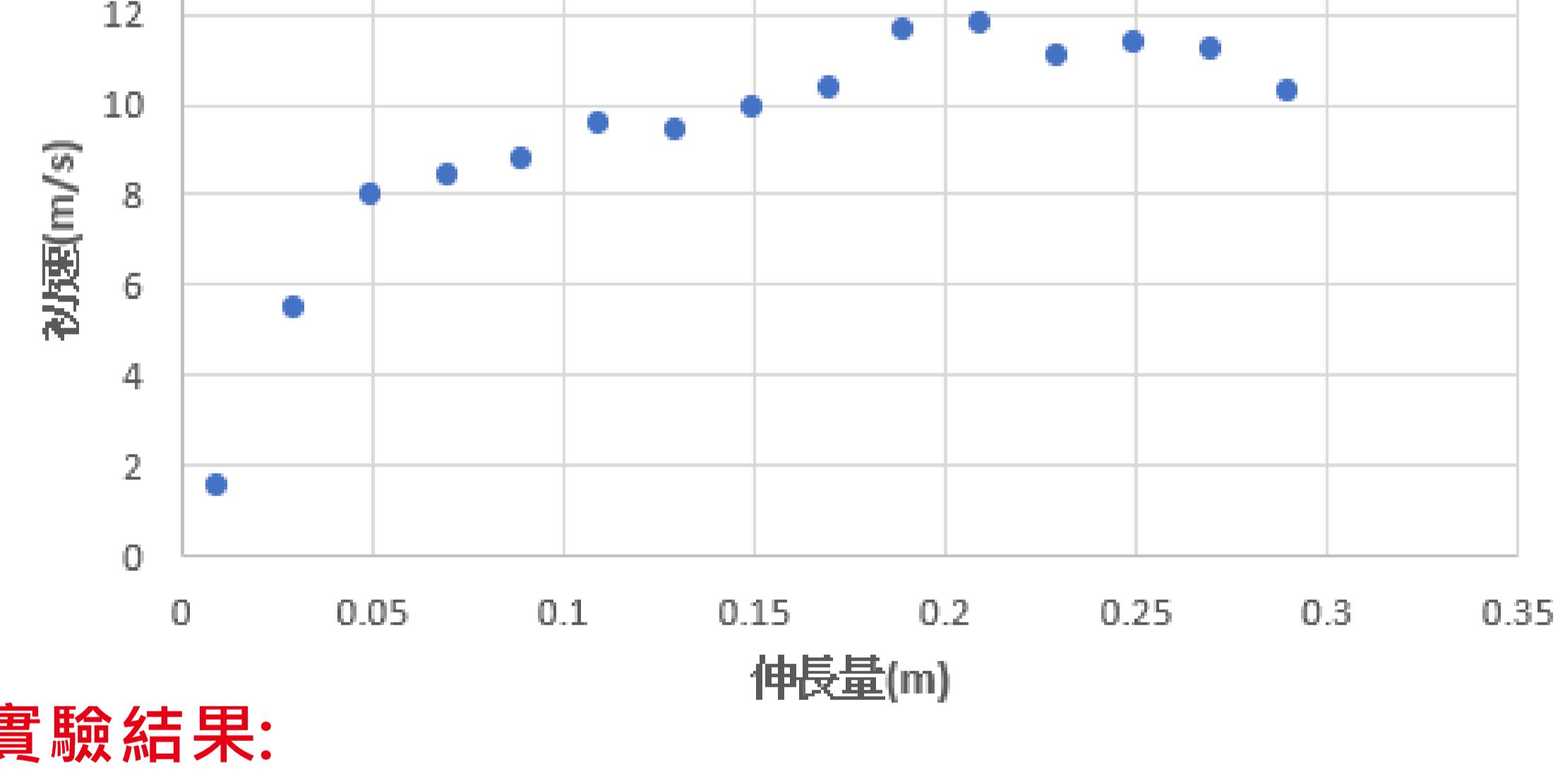
#### (一)、最大高度推算初速：

測量由地面發射不同伸長量的橡皮筋，可到達的最大高度，再由公式  $V=2gh$  求出發射初速。



圖表由作者/指導老師製作

伸長量與初速



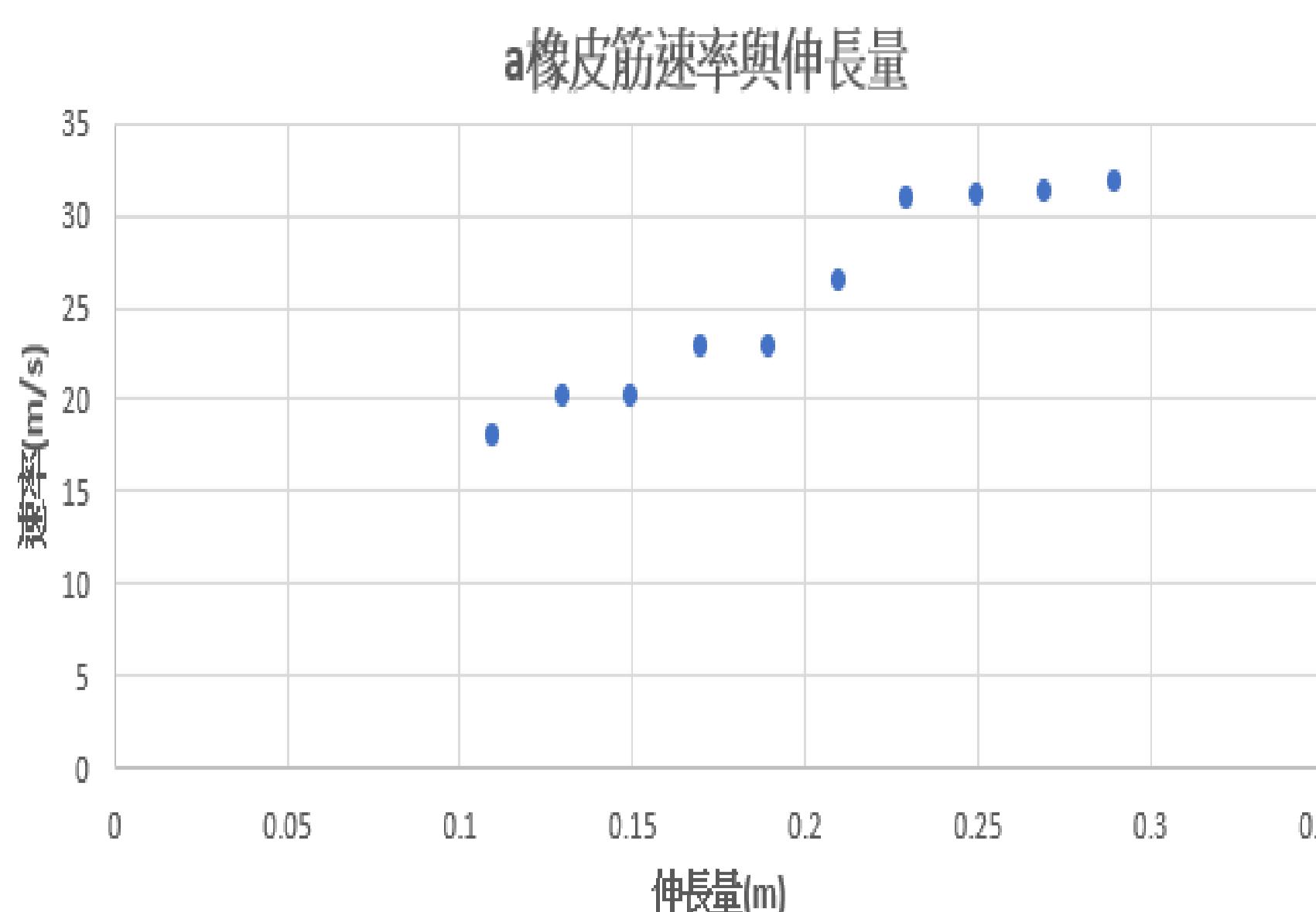
#### 實驗結果:

橡皮筋伸長量為0.21m，速度極值約12m/s，之後增加伸長量卻無法提升速率，推測受空氣阻力影響。

#### (二)、震動時間差：

以軟體 phyphox 測量橡皮筋由『發射』至『撞擊檔板』的時間，加上彈射距離即可求出平均速度。





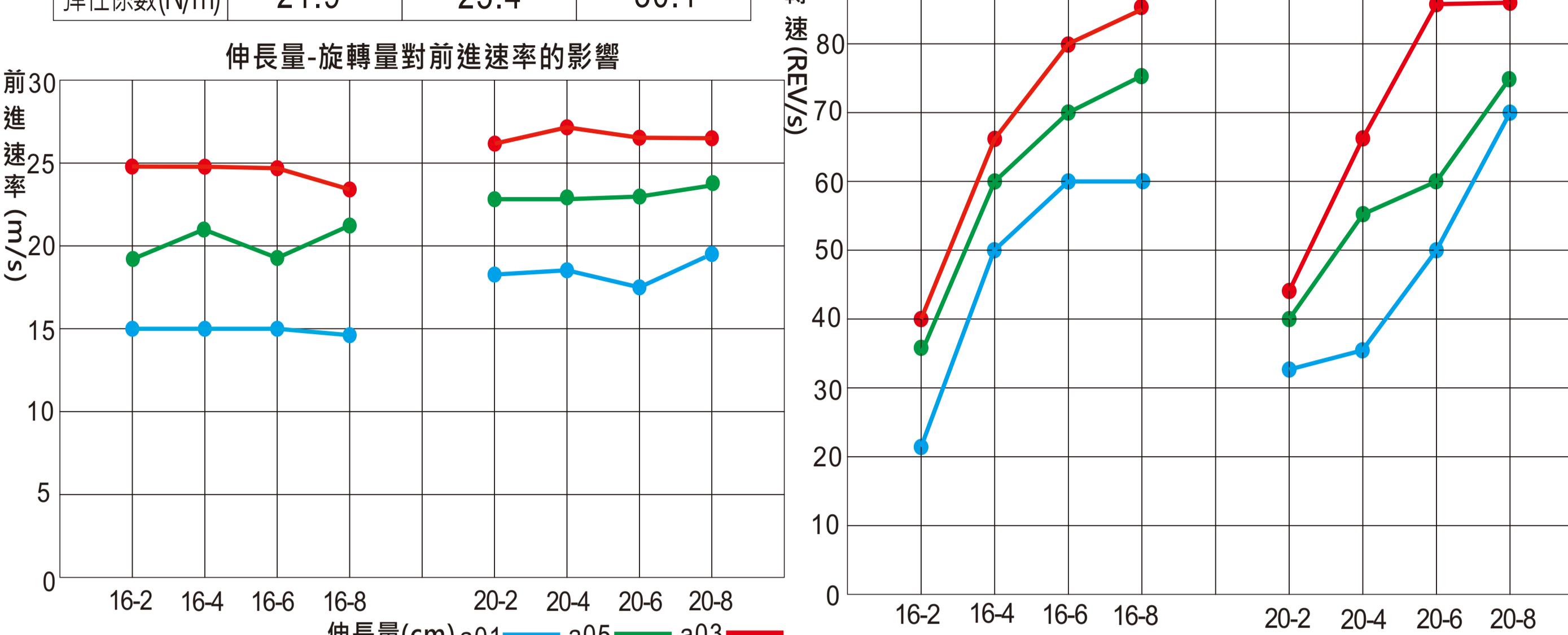
**實驗結果:**  
橡皮筋伸長量0.225m，彈射速率極值約32m/s，之後增加伸長量卻無法提升速率，推測仍受空氣阻力影響。

(二)測量橡皮筋(A01、A03、A05)的彈性係數，不同伸長量與旋轉量的彈射距離、前進速度與轉速。

**實驗結果:**

1. 旋轉量對前進速率與轉速的影響：  
(1)下圖左顯示在伸長量或彈性係數固定之下，旋轉量大小並不影響橡皮筋的前進速度。
- (2)下圖右顯示旋轉量會使橡皮筋的轉速變快，而且彈性係數愈高，轉速愈大。但不同伸長量，相同旋轉量的橡皮筋，轉速並無明顯差別。

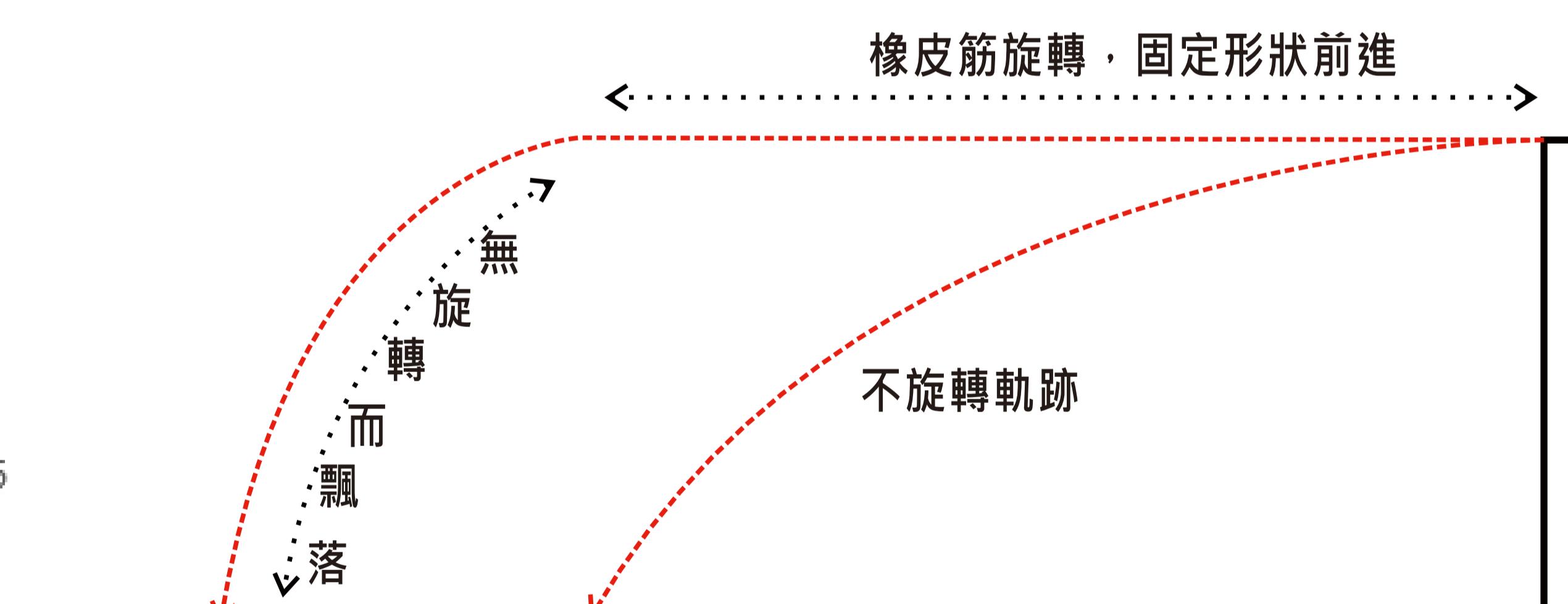
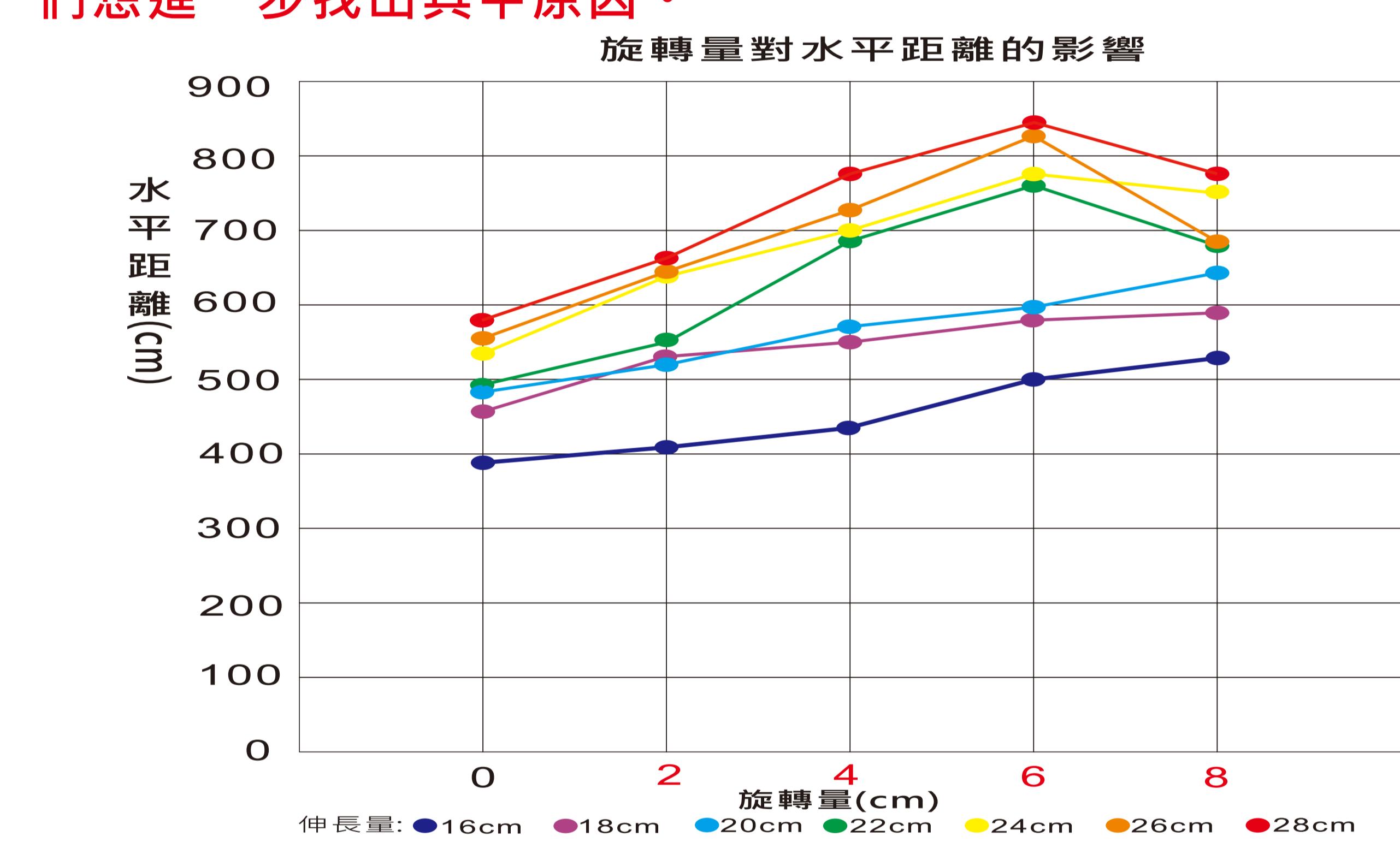
橡皮筋	a01	a05	a03
彈性係數(N/m)	21.9	25.4	30.1



**實驗結果:**  
彈射60cm的速率在伸長量超過22cm會出現不穩定，推測仍受空氣阻力影響，因此採用較短30cm距離作為平均彈射速率，降低空氣阻力的影響。

2. 旋轉量對彈射水平距離的影響：

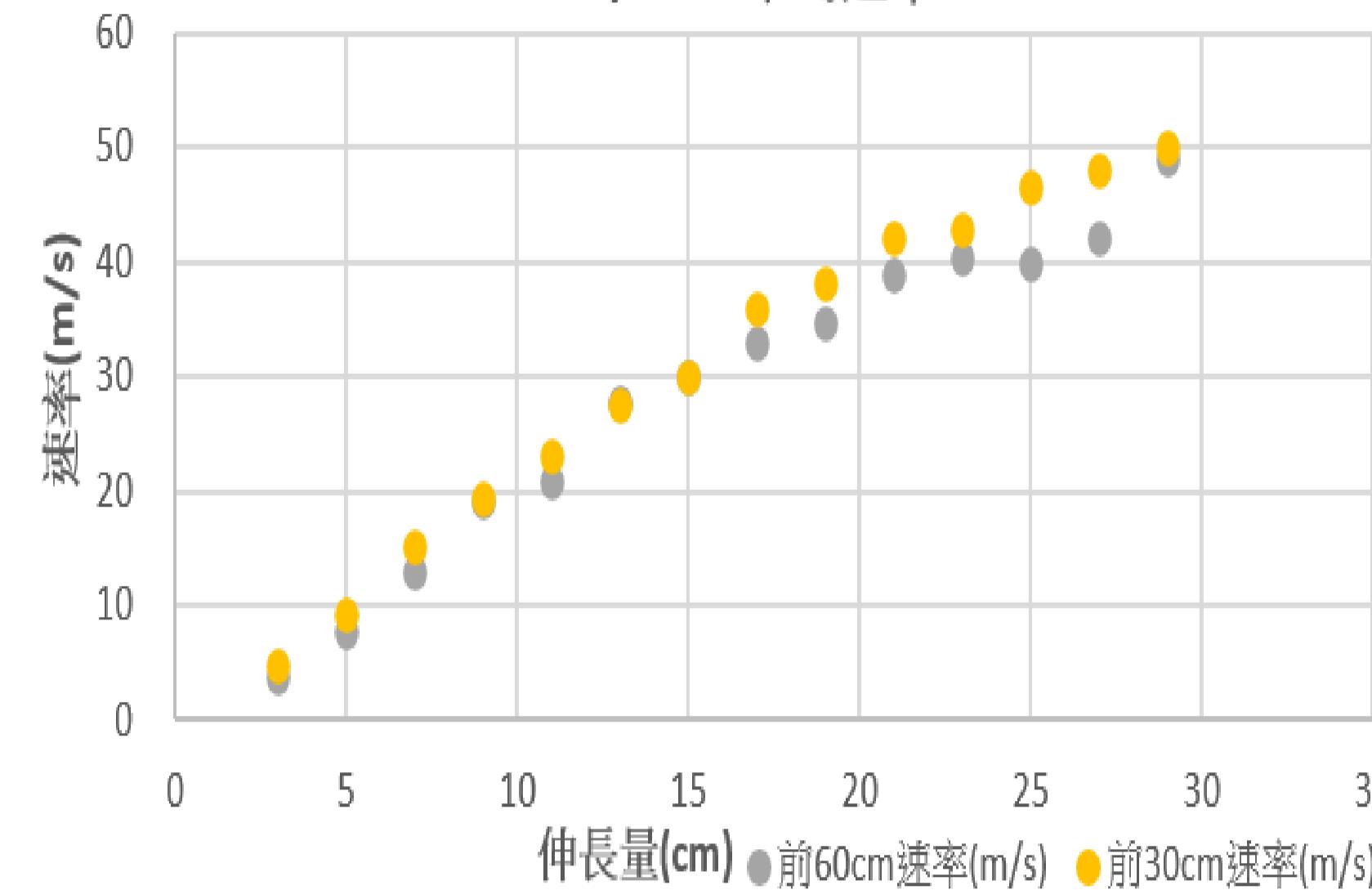
- (1)下圖顯示提高旋轉量會明顯增加橡皮筋的彈射距離，旋轉量愈大，水平距離愈遠。
- (2)具有旋轉量的橡皮筋，其初始軌跡前段明顯會維持水平，如下圖所示，推測橡皮筋因旋轉具有轉動慣量，使軌跡穩定。
- (3)下表紅字部分為超過原始射程40%，顯示部分旋轉量的彈射距離明顯增加，過程中也觀察到橡皮筋有向上躍升的軌跡，我們想進一步找出其中原因。



## (三)、高速相機測速：

架設輔助尺，使用600fps高速相機拍攝橡皮筋的彈射影片，找出彈射速度與運動特徵。

30cm/60cm平均速率

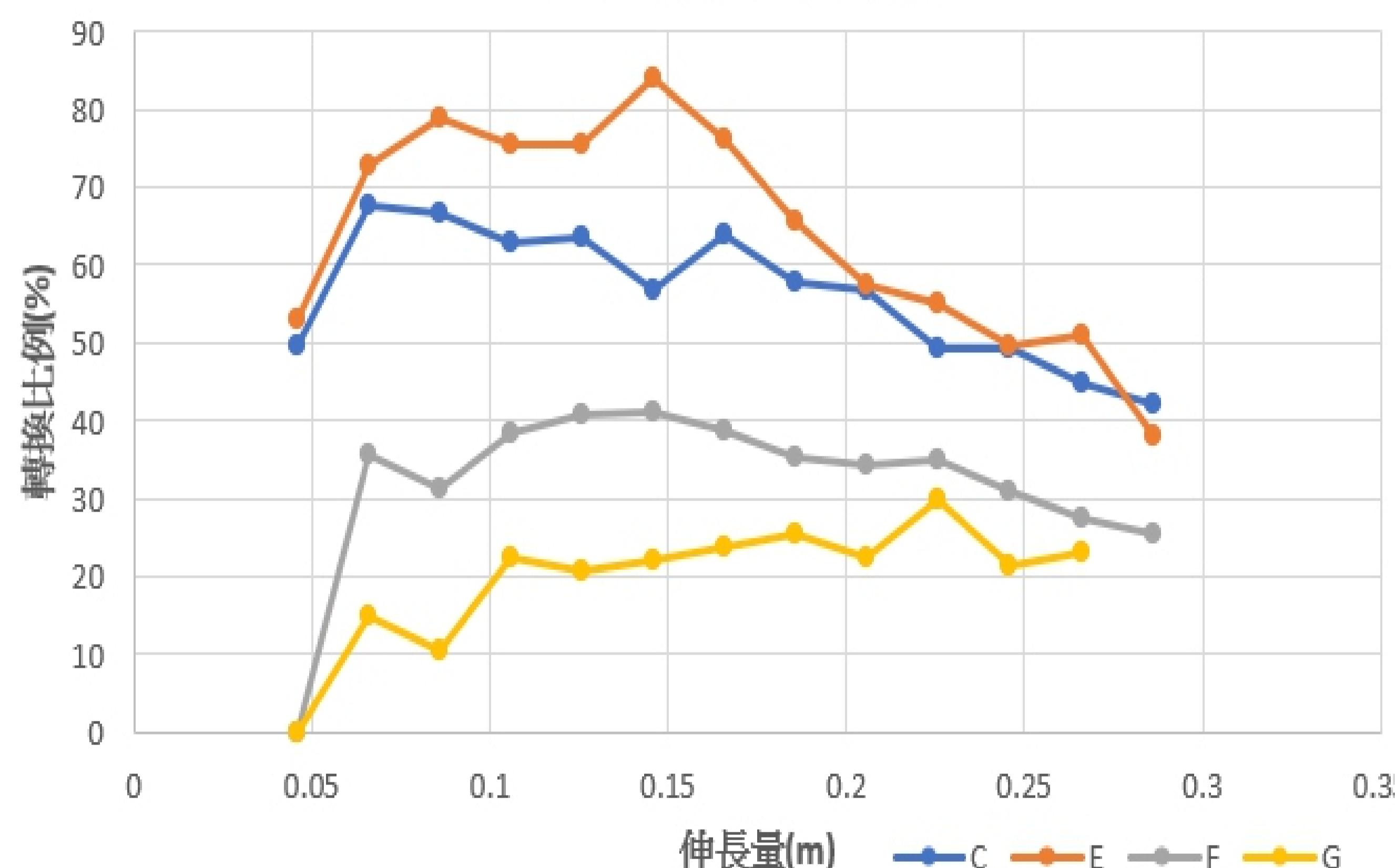


## 三、彈性位能與動能的轉換比例

- (一)、取4條同長度但不同鬆緊程度橡皮筋(C、E、F、G)，測量質量、彈性係數k、彈射速度。
- (二)、由彈性位能公式( $1/2K\Delta X$ )與動能公式( $1/2mV^2$ )算出彈性位能與動能，分析橡皮筋的彈性位能 - 動能轉換比例。

橡皮筋	質量(g)	彈性係數(N/m)
C	0.42	29.54
E	0.42	30.03
F	0.39	21.07
G	0.43	12.52

位能-動能轉換比例



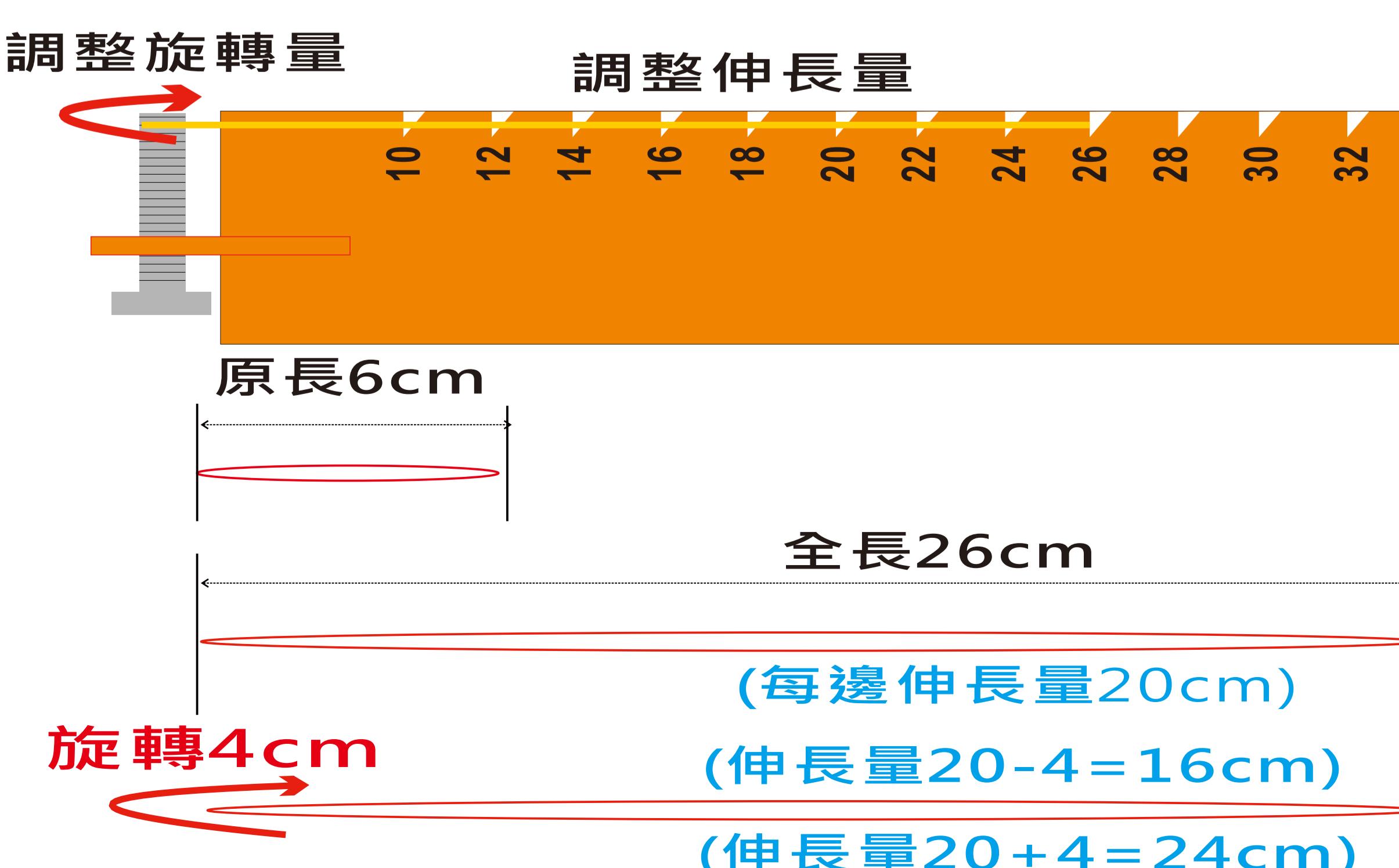
### 實驗結果:

- 1.彈性係數較高的橡皮筋，位-動能轉換比例較高，例如 C、E，伸長量4.6~14.6cm，轉換比例高達70~80%。
- 2.彈性係數較低的橡皮筋，位-動能轉換比例較低，約20~40%。且轉換比例與伸長量大小較無明顯關係。

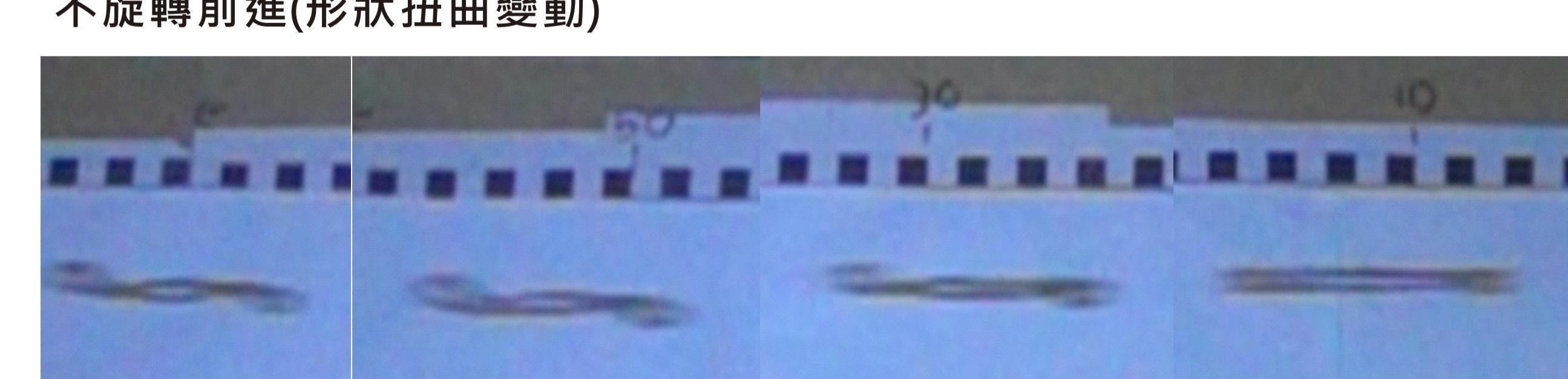
## 四、橡皮筋不均勻伸長量對彈射距離的影響

### (一)、組裝控制伸長量-旋轉量的裝置:

- 1.發射板前方裝置螺絲可調整伸長量與旋轉量；例如橡皮筋拉長為24cm，旋轉4cm，可表示為24 - 4cm。



不旋轉前進(形狀扭曲變動)



旋轉前進(形狀固定)



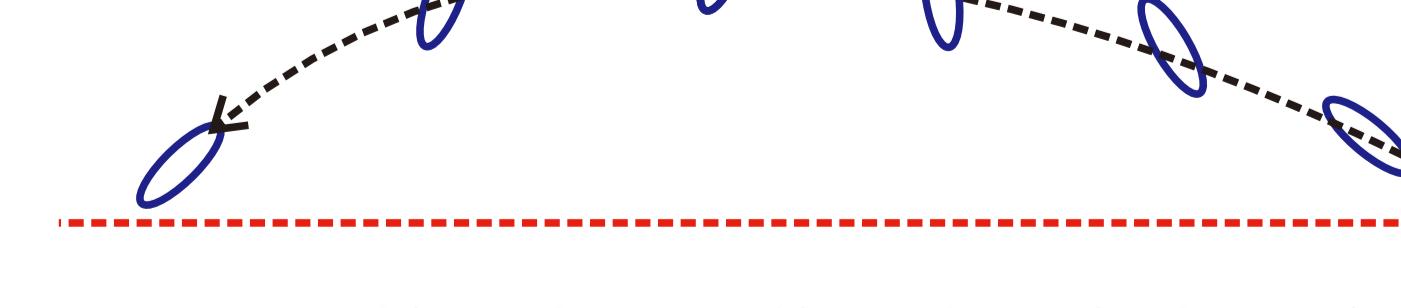
圖表由作者/指導老師製作

表三 不同伸長量、旋轉量的彈射水平距離增加百分比

旋轉量(cm)	2	4	6	8
伸長量(cm)				
16	3.8%	11.3%	28.2%	33.3%
18	13.2%	16.4%	22.8%	24.9%
20	7.2%	18.8%	23.0%	32.3%
22	10.7%	40.1%	54.3%	38.7%
24	20.8%	24.5%	43.4%	42.7%
26	15.5%	32.2%	49.5%	25.2%
28	13.8%	17.2%	32.8%	32.8%

1.百分比：比未旋轉彈射水平距離的增加率。

2.紅色數字為水平距離超過40%的部分



較長水平距離，出現向上軌跡

#### 4. 分析伸長量—旋轉量對軌跡的影響

##### (1) 軌跡分析：

a. 伸長量20cm的軌跡如下圖，顯示旋轉量會增加水平距離，但軌跡差異不大，前進時無出現向上仰角。

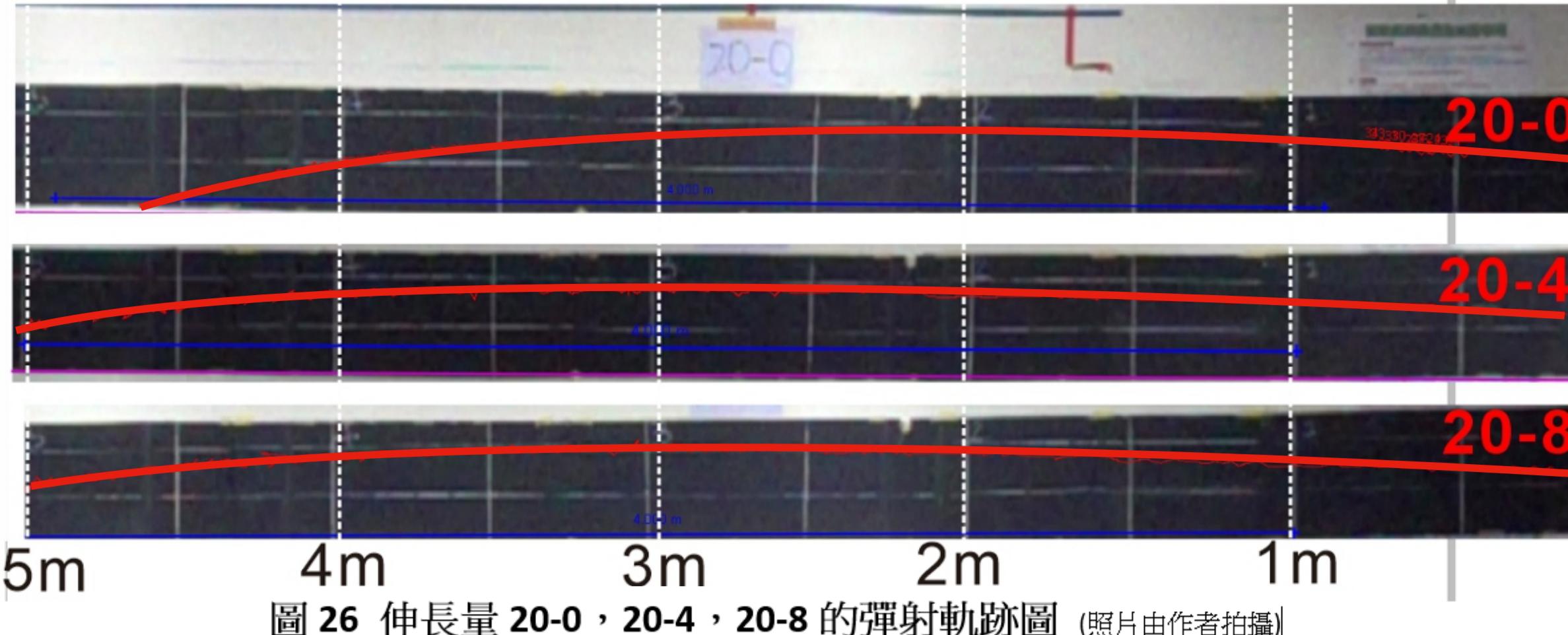


圖 26 伸長量 20-0, 20-4, 20-8 的彈射軌跡圖 (照片由作者拍攝)

b. 伸長量24cm 軌跡如下圖示，顯示旋轉量會增加水平距離，但軌跡有明顯差異。

24-0：軌跡水平且距離較短，無上升幅度。  
24-4：產生向上仰角，軌跡逐步上升，水平距離明顯增加。

24-8：產生向上仰角，軌跡逐步上升，上升幅度較平緩，水平距離明顯增加。

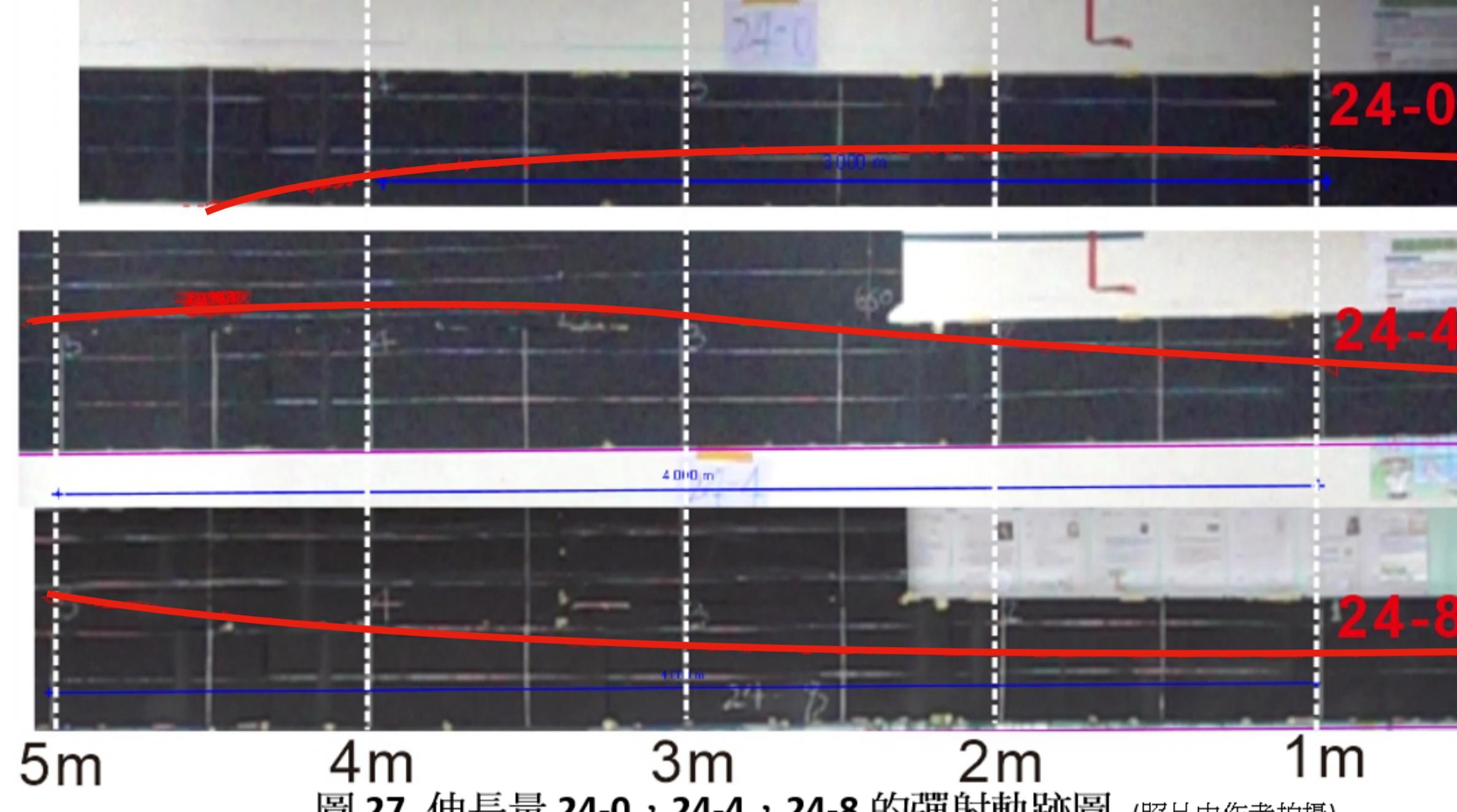


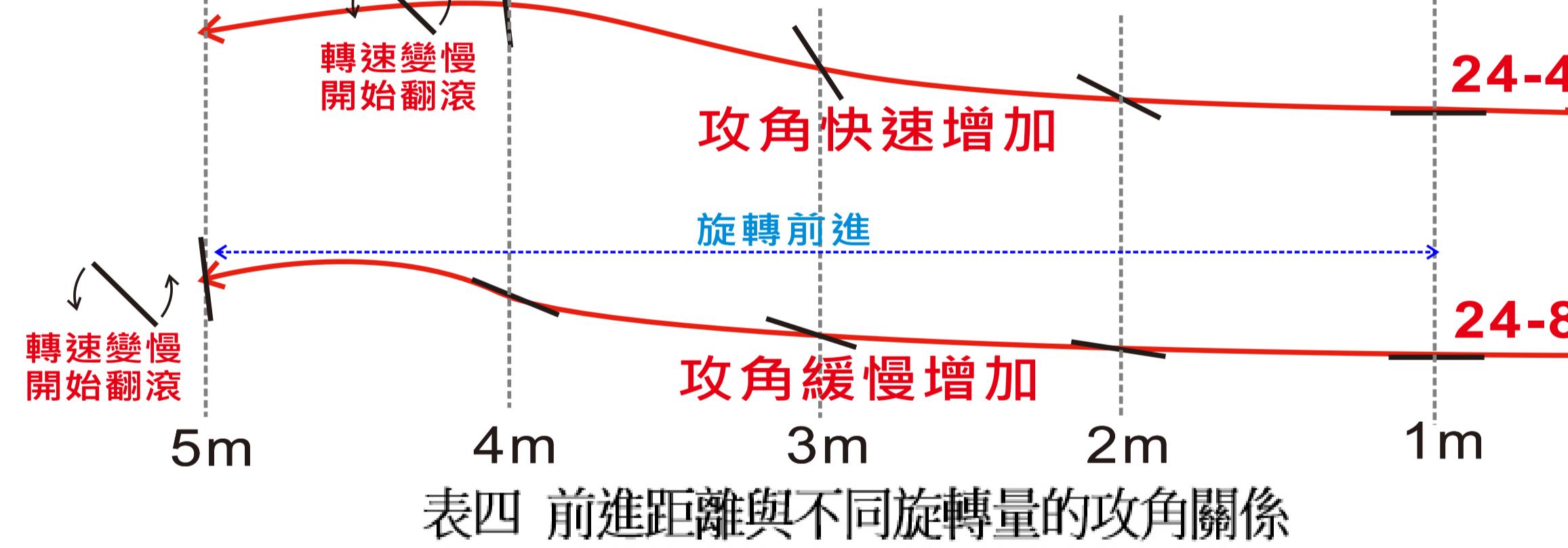
圖 27 伸長量 24-0, 24-4, 24-8 的彈射軌跡圖 (照片由作者拍攝)

##### (2) 攻角分析

a. 拍攝顯示24-4, 24-8的軌跡上升會形成攻角，以 Tracker 分析攻角關係如下圖示，24-8的橡皮筋因旋轉量較大，攻角增加幅度較慢，前進形狀較穩定，推測是旋轉量提升橡皮筋轉速與轉動慣量，形成穩定軌跡。



圖 28 前進時出現攻角 (照片由作者拍攝)



表四 前進距離與不同旋轉量的攻角關係

前進距離(cm)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
伸長量-旋轉量	0	0.0	2.5	16.2	30.0	45.0	58.0	85.0	(開始翻滾)		
24-4	0.0	0.0	2.5	16.2	30.0	45.0	58.0	85.0			
24-8	0.0	3.7	6.0	6.7	7.3	9.1	18.9	26.1	33.9	63.7	82.2

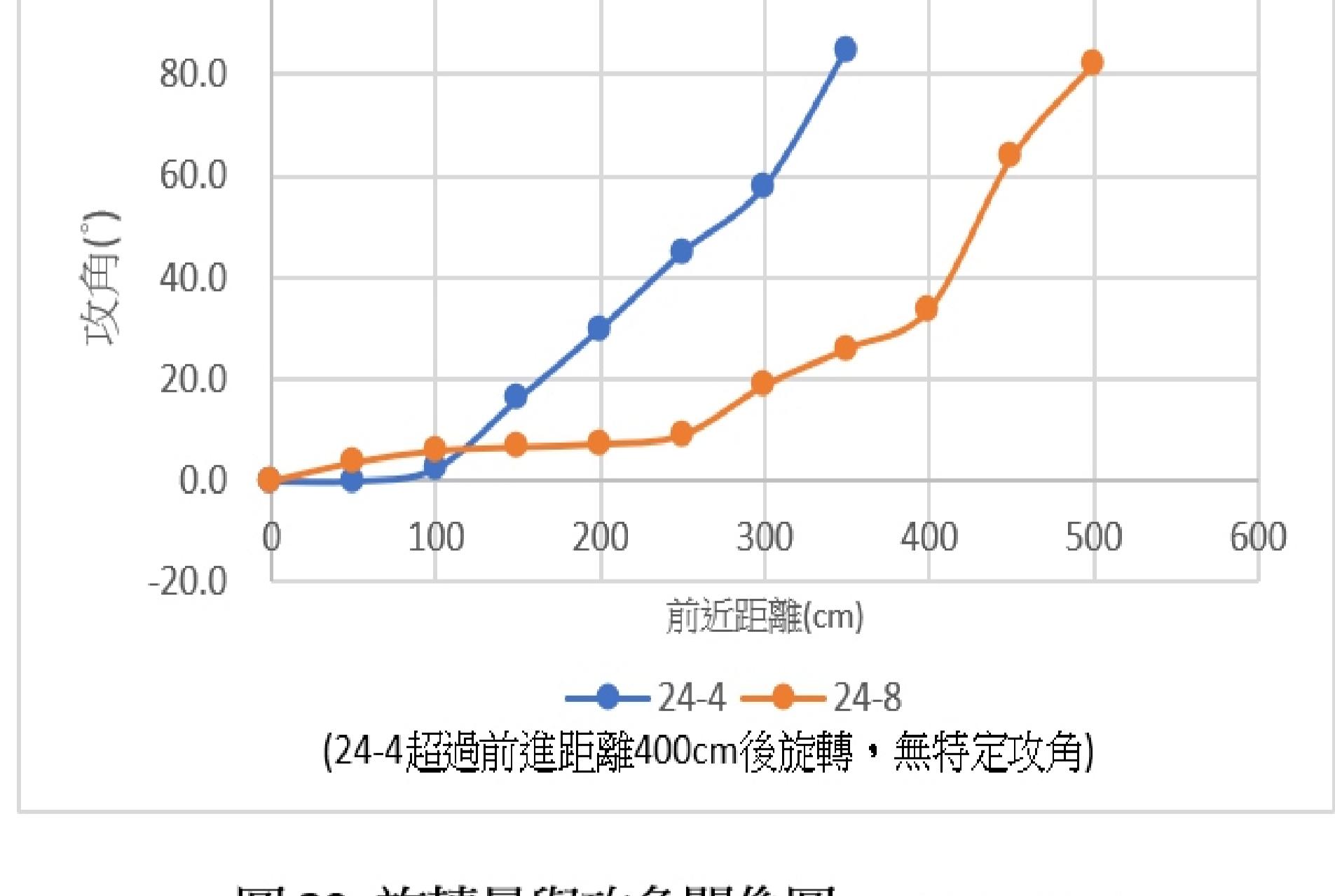
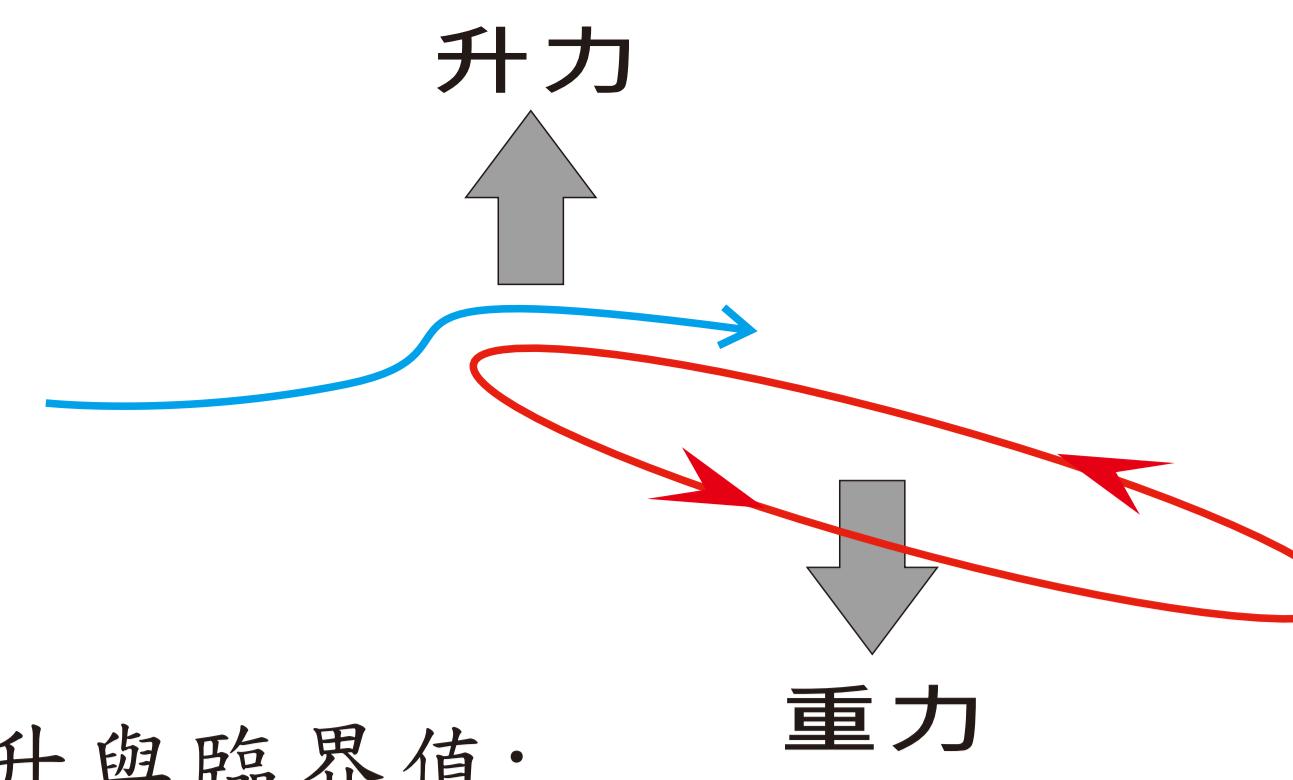


圖 29 旋轉量與攻角關係圖 (圖片由作者製作)

旋轉前進的橡皮筋，在空氣阻力與重力共同作用，易形成攻角，如上表四，24-8的彈射角度顯示在前進距離250cm範圍內，攻角穩定維持在10度內，之後才逐漸抬升，推論橡皮筋是有彈性的軟材質，在空氣中旋轉前進時，前端較輕易被氣流撐起，後方受重力作用而下垂，導致物體呈現前高後低，形成微向上攻角，類似風箏前進時會自動「拉起來」，也因氣流流過形成穩定升力而維持穩定形狀，顯示空氣動力會自動將結構調整到穩定角度，達到升力最大與氣流的穩定平衡，示意圖如下圖31。



##### 上升與臨界值：

初期的攻角會微量增加，軌跡顯示橡皮筋維持水準或微幅上升，表示升力逐漸增加，推測此過程的氣流偏轉角度微幅增加，導致壓力差增加導致升力；但攻角超過20~30度後，角度會快速增加至90度，此時通常已至軌跡高點，之後旋轉落下。顯示攻角超過臨界值會快速上升，破壞穩定氣流，導致升力下降。

##### c. 速度降幅：

在前進區間中的平均速度，如下示意圖所示。趨勢，如下圖33，顯示在相同前進距離下，若旋轉量愈大，速度降幅較緩，受到空氣阻力的影響較小。

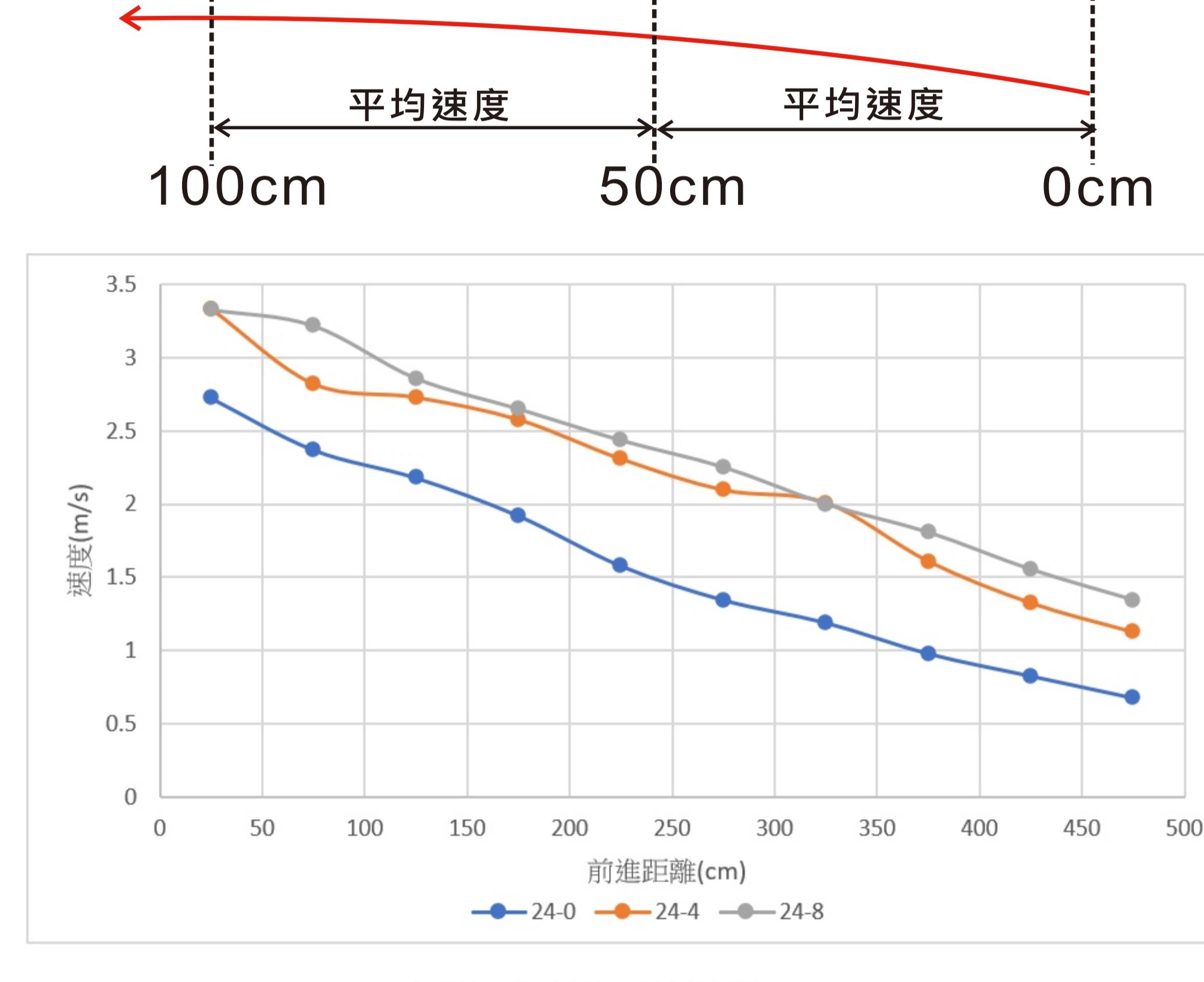


圖 33 前進距離與速度衰退關係 (圖片由作者製作)

## 肆、討論

一、橡皮筋所受拉力愈大，伸長量愈大，但拉長時，會導致橡皮筋彈力減弱，難以回復原長，因此須盡力縮短橡皮筋拉長時間。

二、精確測量方式與縮短計算距離會得到愈高速率極值，顯示空氣阻力對橡皮筋造成極大影響：

(一) 向上彈射距離7m，測得速率為12 m/s。

(二) 振動模式距離2m，測得速率為31.6 m/s。

(三) 高速相機距離30cm，測得速率為50 m/s。

三、高速影片顯示旋轉前進的橡皮筋雖具有穩定軌跡，但其形狀並非正圓，而是常以橢圓、不規則或扭曲形狀轉動前進，前進時的形狀也會慢慢變化。此飛行特徵也符合參考文獻內容，表示其轉動慣量分佈並不均勻，在前進的形狀不規則，會產生擺動。

四、彈性圓環在特定伸長量與旋轉量會產生上升軌跡，並未出現在旋轉飛盤或迴力鏢等具有轉動慣量的飛行軌跡，推測是橡皮筋的彈性與空氣流作用而旋轉維持固定形狀，足夠的速度與空氣流作用而產生升力，造成軌跡上升。

## 五、結論

一、橡皮筋在彈性限度內，伸長量與所受外力約成正比，且彈性係數愈大，彈性限度也愈大。

二、彈性係數較高的橡皮筋，彈性位能-動能的轉換比例較高，而且伸長量介於0.046m~0.146m之間，具有較高轉換比例；彈性係數較低的橡皮筋，彈性位能-動能的轉換比例較低，且轉換比例與伸長量的大小無明顯關係。

三、在相同伸長量與旋轉量下彈射，彈性係數愈高的橡皮筋，轉速愈大，前進速率愈快。

四、伸長量固定之下，提高旋轉量不會增加橡皮筋的前進速率，但會增加轉速，穩定彈射軌跡並增加彈射水平距離，且旋轉量愈大，水平距離愈遠。

五、彈射距離明顯提升(超過40%)的軌跡分析顯示，旋轉會穩定橡皮筋的前進形狀，出現攻角導致軌跡上升，同時會降低前進速度的衰減幅度。

## 陸、參考文獻資料

一、中華民國第57屆中小學科展-國小物理科-奔跑吧！橡皮筋 (<https://www.ntsec.edu.tw/science/detail.aspx?a=21&cat=13521&sid=13790>)

二、Romain vermorel. (2006). Rubber Band Recoil. ([https://www.researchgate.net/publication/29621395\\_Rubber\\_Band\\_Recoil](https://www.researchgate.net/publication/29621395_Rubber_Band_Recoil))

三、棒球軌跡分析(<https://shop.jingletek.com/blogs/baseball-insight>)

四、攻角介紹(<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%94%BB%E8%A7%92>)