

# 中華民國第 64 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國小組 物理科

團隊合作獎

080117

踢出完美曲線~足球香蕉球運動軌跡的物理探秘

學校名稱： 新北市土城區清水國民小學

作者：	指導老師：
小六 馬光中	朱峯嶽
小六 黃昱睿	游沛穎
小六 沈杰	
小六 陳亦傑	
小六 蔡澈澄	
小六 林聖唯	

關鍵詞： 足球香蕉球、科學化、馬格努斯效應

## 摘 要

常常在足球比賽過程中，看見踢定位球時，球在空中劃出弧線後進球得分，實在令人著迷。這美妙的弧線球是如何踢出的呢？本研究係運用所學過「槓桿原理」、「輪軸裝置」等省力原理，自製一臺「足球發射器」，藉由實驗得知足球香蕉球飛行的情形，並印證其中原理。

本次的實驗結果，當鞋面偏角設定為 30 與 45 度時，踢中球的第 5 點（足球正視圖的中心點往右 3 公分的垂直線及往下 3 公分的水平線之交點），以及將鞋面偏角設定為 30 及 60 度踢中足球的第 6 點（足球正視圖的中心點往下 3 公分的點）時，能讓足球產生較大的向左彎曲的情形。期能讓學生能透過更科學、更有效率的方式來學習踢出「足球香蕉球」，也能體會更多的踢球樂趣喔！

# 壹、前言

## 一、研究動機

常常在足球比賽過程中，看見踢定位球時，當球射進球門時，那球的飛行曲線是多麼令人著迷。這美妙的弧線球是如何踢出的呢？

在六年級自然科學中學過有關「簡單機械」單元的「槓桿原理」、「輪軸裝置」，製作成投石機等省力機置。於是想藉由課程中學過的知識，透過自行製作實驗器材，在安全無虞的情況下，進行客觀且可再現性的實驗，試著找出這迷人飛行曲線的秘密，讓學習踢出「香蕉球」能變得更有效率，於是有了本次的實驗。

## 二、研究目的

- (一)、利用自製足球發射器，運用相同的撞擊力，以 60 度、45 度、30 度等的鞋面偏角，對足球(正視圖)右下部不同的部位(9 點)進行碰撞，觀測並記錄足球飛行軌跡。
- (二)、利用自製旋轉發射器，將不同轉速的圓柱體以直線撞出，分析其在氣墊桌上旋轉前行的情形，以驗證轉速對足球飛行軌跡的影響。
- (三)、運用相同的撞擊力道，以不同的撞擊攻角，對足球右下部不同的部位(9 點)進行撞擊，並用自製轉速測量器觀測並記錄足球的旋轉情形。
- (四)、整合足球受力後的運動數據進行分析，歸納踢出香蕉球完美曲線的條件。

## 三、文獻回饋

### (一)、「足球香蕉球」

常在足球比賽中，看到足球完美地繞過防守的人牆，然後眼看就要飛到球門外時忽然一拐，直入球門！所謂「足球香蕉球」即是足球在空中前行且路徑為弧線形狀的球，因為路線酷似香蕉的弧形狀而得名，足球香蕉球亦還有「弧旋球」或「弧線球」的別稱 (Peter Chiang, 2014)。

## (二)、馬格努斯效應

當一個旋轉物體的旋轉角速度矢量與物體飛行速度矢量不重合時，在與旋轉角速度矢量和移動速度矢量組成的平面相垂直的方向上將產生一個橫向力。在這個橫向力的作用下物體飛行軌跡發生偏轉的現象稱作馬格納斯效應（維基百科）。

下圖是一個球受空氣阻力影響的俯視圖。藍色線條代表著空氣的流動、線上的箭頭是空氣阻力的方向、紅色箭頭是球的旋轉方向。球在空中不斷的和空氣摩擦，影響了空氣的流動。足球的左側因空氣流動的方向和球旋轉方向相同，致使其空氣流速較快，而足球右側空氣與球轉向相反，流速則相對較慢。根據伯努利定律，速度快的流體壓力會較小，速度慢則壓力大。因此可知，圖中的棕色箭頭指向球受力的方向。球路徑於是會成為一向左運動的弧線。這就是著名馬格努斯效應（Magnus Effect）的應用（Physicsworld . Jun 1,1998）。

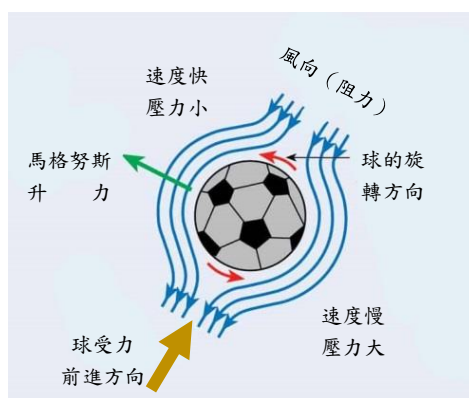


圖 1：馬格努斯效應示意圖

（圖片來源取自 Physicsworld . Jun 1,1998）

## (三)、歷屆科展研究

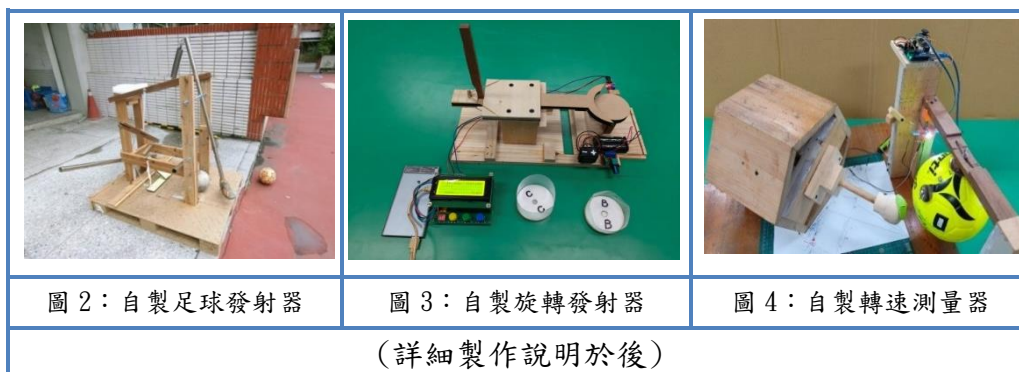
我們搜尋歷屆全國科展的研究，找到與「足球香蕉球相關」的研究—第 58 屆國小物理組作品「如何踢出夢想中的香蕉球」的研究，其中有提到「足球的旋轉越快，飛行軌跡彎曲會越明顯」，亦說明了「擊球點離球心遠近，會影響球速與轉速，進而影響其飛行軌跡」。

綜合以上，期望透過本次研究，將實驗所得「足球受力後的運動數據」進行分析，歸納踢出香蕉球完美曲線的條件。

## 貳、研究設備及器材

※本研究所有相關相片與圖片，除圖 1 已註明出處外，其餘均為作者／指導老師拍攝及繪製。

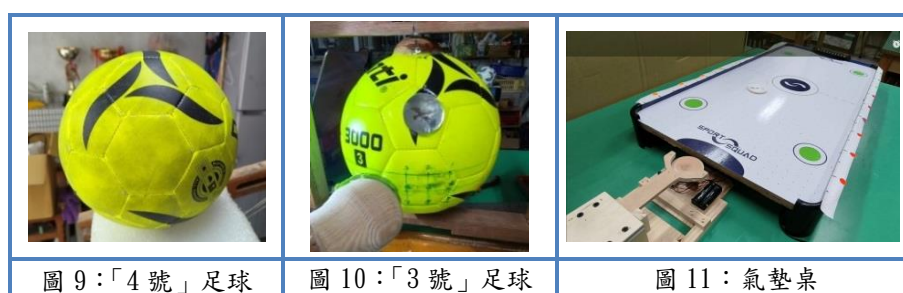
### 一、自製器材



### 二、電子器材



### 三、實驗器材



### 四、一般器材

1、木材	7、圓鋸機	13、3mm 鋼索
2、棧板	8、鑽床	14、鋼索固定器
3、14mm 牙條	9、木工螺絲	15、鎖扣
4、14mm 螺母	10、電動起子	16、31mm 鋼管
5、木工鑽尾	11、足球鞋	17、60*300*6 (mm)
6、金工鑽尾	12、塑膠鞋楦	拉伸彈簧

## 參、研究過程與結果

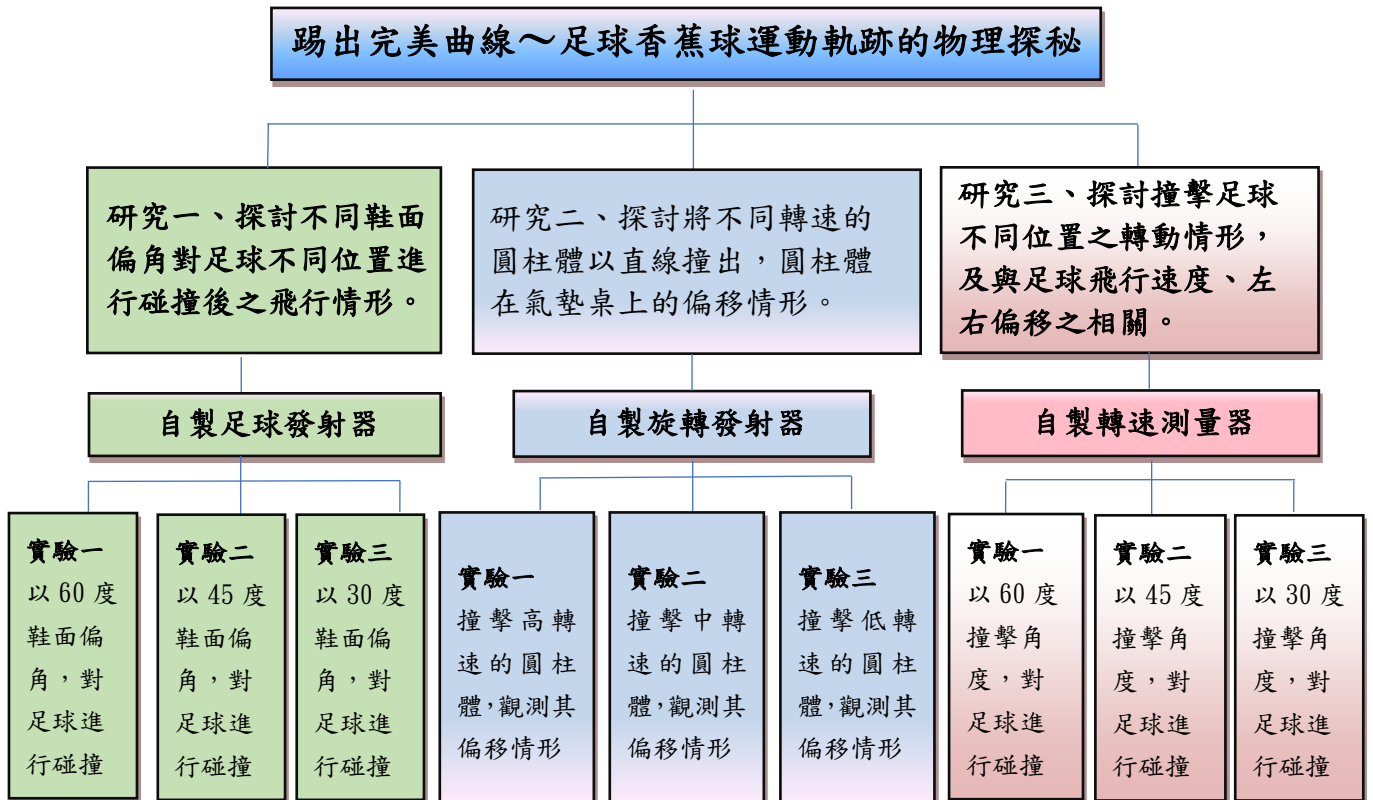


圖 12：研究架構圖

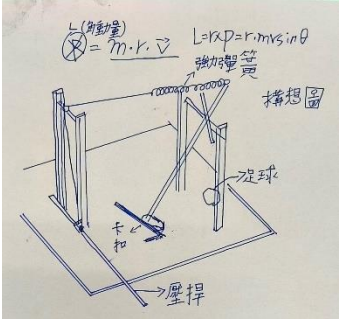






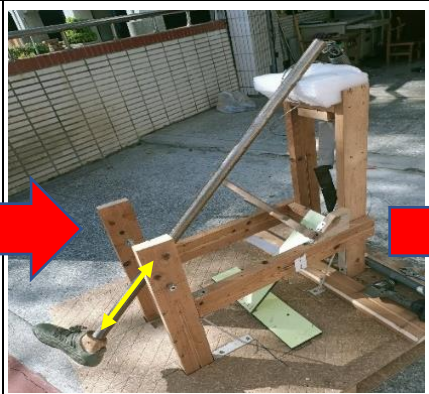

### 研究一、探討不同鞋面偏角對足球不同位置碰撞後飛行情形。

#### (一)實驗 1-1 設計「自製足球發射器」

開始進行資料蒐集時，發現大部份進行足球香蕉球的測試項目，都是以真人實際進行，對於踢球點與飛行方式關聯性，應該可以再準確一些；為了可以有較客觀的測量方式，於是開始了「自製足球發射器」的設計並用它來做進一步的實驗。

##### 1. 設計構想

利用學過簡單機械中幾種省力裝置後，我們在參考「投石機」的設置機構後，將其整體結構倒裝，運用槓桿原理及拉伸彈簧的力量，以機械腳將球踢出，再藉由慢動作錄影及電腦軟體的幫忙，測量出足球的位移方式，並試著找出在相當條件下，踢球方式的變化與飛行軌跡的相對關係。

		
<p>圖 13：設計的手稿</p>	<p>圖 14：底座與支架</p>	<p>圖 15：踢球裝置</p>
		
<p>圖 18：卡榫裝置</p>	<p>圖 17：更換大型拉伸彈簧 ( 300mm x 60mm x 6mm )</p>	<p>圖 16：更換較粗鐵管 ( 32mm→50mm )</p>
		
<p>圖 19：釋放裝置</p>	<p>圖 20：完成第一代原型機</p>	<p>圖 21：更改支點位置 (增長力臂)</p>

## 2. 「自製足球發射器」的製作過程

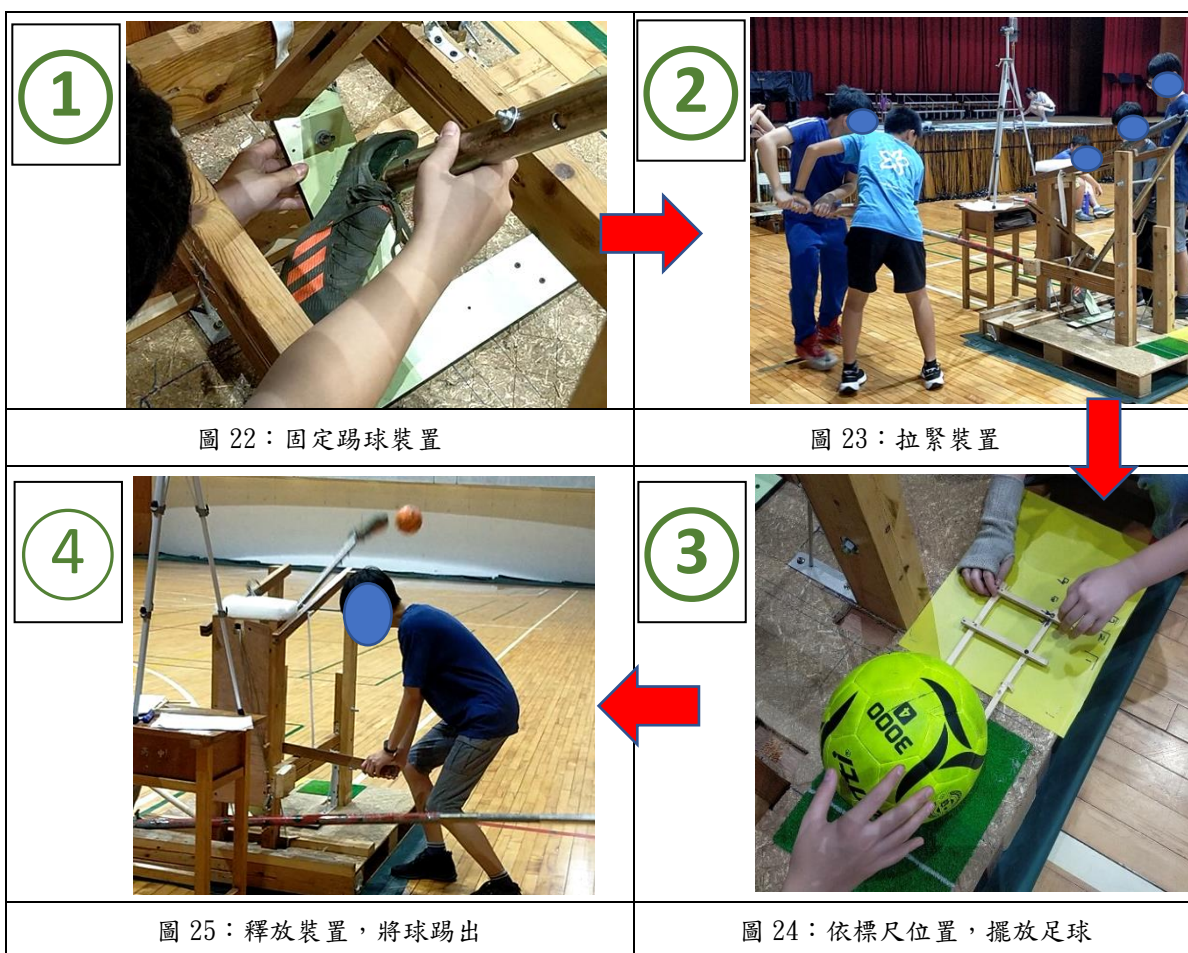
- (1) 底座與支架：利用棧板及木材完成底座與支架。
- (2) 踢球裝置：將木材修成鞋楦形狀，與木棍與鐵棍給合後，完成踢球部位裝置。
- (3) 拉緊裝置：在底座設置卡扣，扣於鞋底鐵環，將連接於拉伸彈簧上的鋼繩扣於後方拉桿上，再利用槓桿原理，將拉桿向下按壓，拉緊鋼繩，蓄勢待發。
- (4) 釋放裝置：以木棍抵於底座卡榫裝置上，利用槓桿原理，向下按壓釋放，順勢撞擊 4 號足球，將球踢出。
- (5) 增長力臂：將機械腳轉軸點上移，增長力臂，增加撞擊足球的能量。

### 3. 「自製足球發射器」的操作方式

- (1) 固定踢球裝置：將鞋底鐵環扣於底座卡榫上。
- (2) 拉緊裝置：將拉桿向下按壓，並固定於支架，拉伸彈簧完成蓄力，蓄勢待發。
- (3) 放置足球：將標尺置於底座之球點標示處，將足球放至固定球點，移開標尺。
- (4) 釋放裝置：向下按壓釋放裝置，順勢撞擊足球，將球踢出。

### 4. 結果

改裝完成後，進行實際踢球測試，並觀察足球的飛行情形，發現此裝置能確實提供安全且穩定的撞擊力量。



## (二)實驗 1-2 以 60 度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形？

### 1. 方法

- (1) 利用自製足球發射器，運用相同的力量，固定的鞋面偏角為 60 度(圖 26)，對 4 號足球的 9 個部位進行碰撞，每點間隔 3 公分，依序標示，如下圖 27 所示，並依實驗 1-1 所述之操作方式進行實驗，測量並記錄足球的飛行情形。



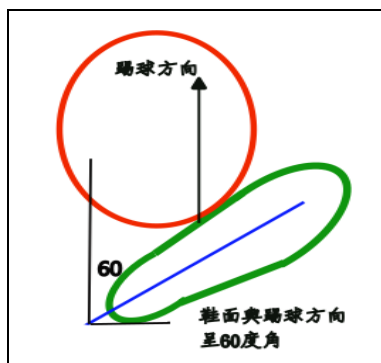


圖 26：鞋面偏角：60 度



圖 27：足球撞擊點（9 點）

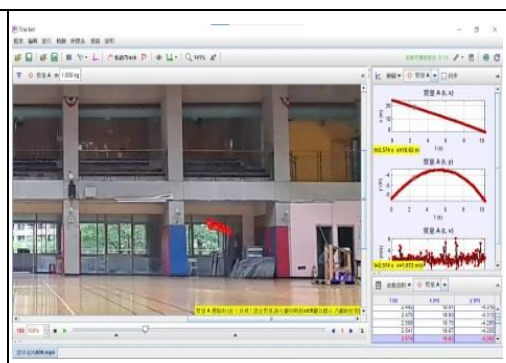


圖 28：運用 tracker 分析飛行情形

(2) 利用手機攝影，記錄各次撞擊後足球飛行的軌跡，(水平距離、垂直高度及左右偏移距離)，各測量 3 次，再運用 tracker 軟體(圖 28)，分析出各項飛行數據，記錄於表 1。

表 1 鞋面偏角為 60 度，對足球的 9 個點進行碰撞，其飛行軌跡數據記錄表 (單位：公尺)

順序 撞擊點	第 1 次測試			第 2 次測試			第 3 次測試			平均值		
	水平距離	垂直高度	左右偏移	水平距離	垂直高度	左右偏移	水平距離	垂直高度	左右偏移	水平距離	垂直高度	左右偏移
60-1	20.2	2.3	-1.7	19.2	2.1	-1.1	20.1	1.9	-2.0	19.8	2.1	-1.6
60-2	21.8	2.8	2.7	18.3	2.4	2.4	19.6	2.5	3.3	19.9	2.6	2.8
60-3	17.4	3.8	2.1	15.8	3.7	2.4	17.7	3.7	1.9	17.0	3.7	2.1
60-4	16.3	1.8	-2.1	18.1	2.1	-1.5	17.4	1.9	-1.9	17.3	1.9	-1.8
60-5	18.5	2.4	4.5	18.2	2.2	3.4	19.6	2.5	5.2	18.8	2.4	4.3
60-6	18.5	3.1	5.7	16.4	2.8	5.1	17.3	5.5	6.2	17.4	3.8	5.7
60-7	17.7	2.0	-4.1	16.3	1.6	-4.8	19.1	2.2	-3.2	17.7	1.9	-4
60-8	16.5	2.3	2.5	17.5	2.4	2.6	17.3	2.5	3.1	17.1	2.4	2.7
60-9	20.8	4.2	3	16.9	3.6	3.2	19.4	3.5	4.2	19.0	3.8	3.5

## 2. 結果

由表 1 可看出，自製足球發射器在鞋面偏角設定為 60 度時：

(1) 撞擊 9 個點的平均飛行水平距離在於 17.0~19.9 公尺之間，最近距離和最遠距離差距為 17%，可見其對足球產生水平撞擊力差異不大(如圖 29)。

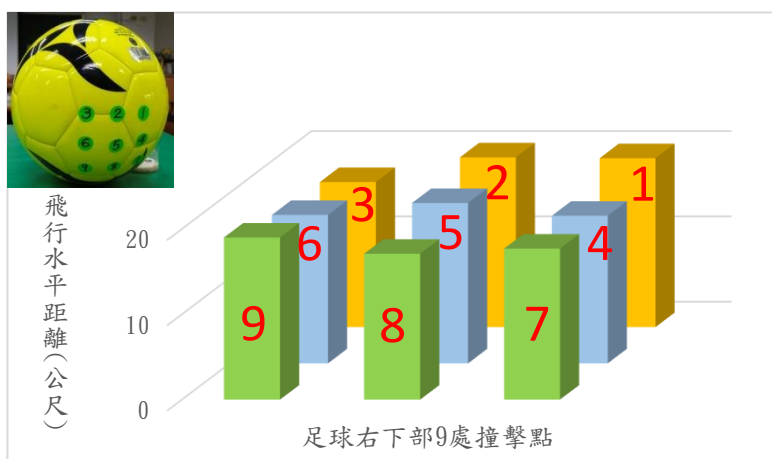


圖 29：鞋面偏角為 60 度飛行水平距離

(2) 隨著撞擊位置不同，靠近外側的撞擊點（即 1、4、7 點）的平均飛行高度為 2.0 公尺，靠近中間的撞擊點（即 3、6、9 點）平均飛行高度則來到 3.8 公尺，可見飛行高度隨撞擊點離球中間部位的遠近，有明顯的不同（如圖 30）。



圖 30 鞋面偏角為 60 度飛行垂直高度

(3) 當撞擊足球右下外側的 3 個點時（即 1、4、7 點），其落球點位於踢球方向延伸線之右側（數值為負值），而撞擊點在足球的右下中內側（即 5、6、9 點），其撞擊後因馬格努斯效應而產生球的向左偏移現象較明顯（如圖 31）。

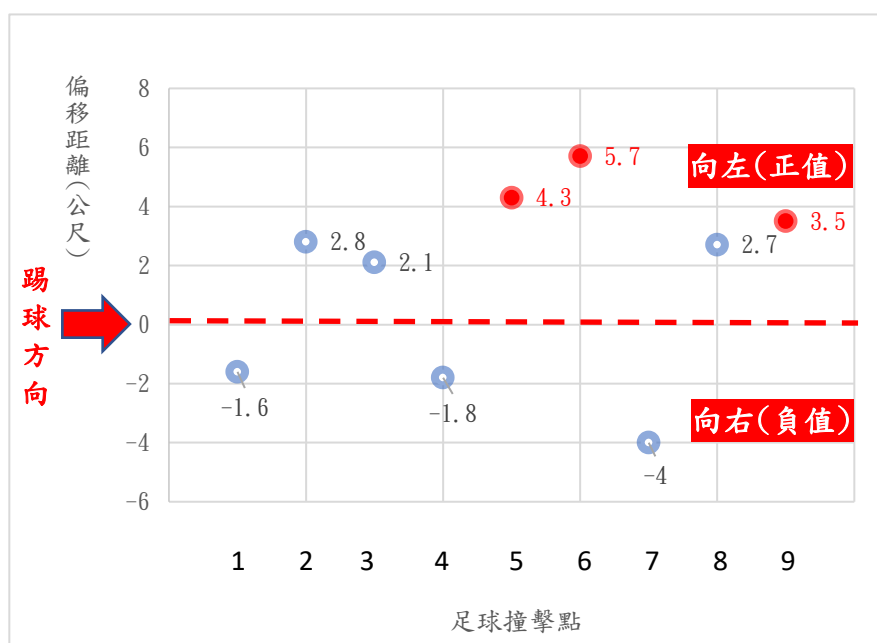


圖 31：鞋面偏角為 60 度之左右偏移距離

### 3. 討論

- (1) 鞋面偏角為 60 度，各撞擊點對於水平飛行距離差異性不大。
- (2) 鞋面偏角為 60 度，越靠近中間的撞擊點其垂直飛行高度越高。
- (3) 鞋面偏角為 60 度，撞擊右下中內側其向左偏移的程度較為明顯。

### (三) 實驗 1-3 以 45 度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形？

#### 1. 方法

將固定的鞋面偏角調整為 45 度，如圖 32、圖 33，其餘的實驗步驟如實驗 1-2 進行實驗，將所得資料運用 tracker 軟體分析，並記錄於表 2。

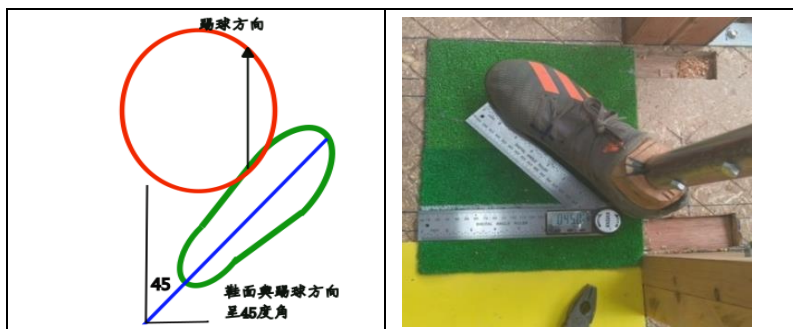


圖 32：鞋面偏角：45 度(模擬) 圖 33：鞋面偏角：45 度(實際)

表 2 鞋面偏角為 45 度，對足球的 9 個點進行碰撞，其飛行軌跡數據記錄表 (單位：公尺)

順序 距離 撞擊點	第 1 次測試			第 2 次測試			第 3 次測試			平均距離		
	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移
45-1	15.9	3.2	-4.3	16.3	2.5	-3.7	16.6	2.7	-3.8	16.3	2.8	-3.9
45-2	20.7	2.7	3.2	20.1	2.4	3.8	20.1	2.7	3.0	20.3	2.6	3.3
45-3	20.1	2.8	2.6	20.2	3.2	3.0	19.4	2.7	2.4	19.9	2.9	2.7
45-4	17.1	3.2	-0.5	16.4	2.6	-0.9	17.8	2.9	-0.5	17.1	2.9	-0.6
45-5	22.3	3.5	5.5	24.2	2.9	6.3	22.8	3.2	5.8	23.1	3.2	5.9
45-6	18.6	3.0	4.8	17.8	3.1	3.9	18.2	3.5	4.2	18.2	3.2	4.3
45-7	18.1	3.4	-0.6	18.3	2.9	-0.5	16.2	3.2	0.2	17.5	3.2	-0.3
45-8	19.6	2.7	1.7	20.6	2.8	1.9	20.8	3.2	1.6	20.3	2.9	1.7
45-9	17.1	3.6	1.7	16.4	3.1	2.1	18.3	3.2	2.4	17.3	3.3	2.1

#### 2. 結果

(1) 由表 2 可看出，自製足球發射器在鞋面偏角設定為 45 度時，撞擊 9 個點的平均水平飛行距離，最近為 45-1 的 16.3 公尺，最遠為 45-5 的 23.1 公尺，差異達 42%，顯見不同的撞擊位置對於足球飛行水平距離差異頗大(如圖 34)。

(2) 踢球點靠外側時，球體飛行距離偏近。

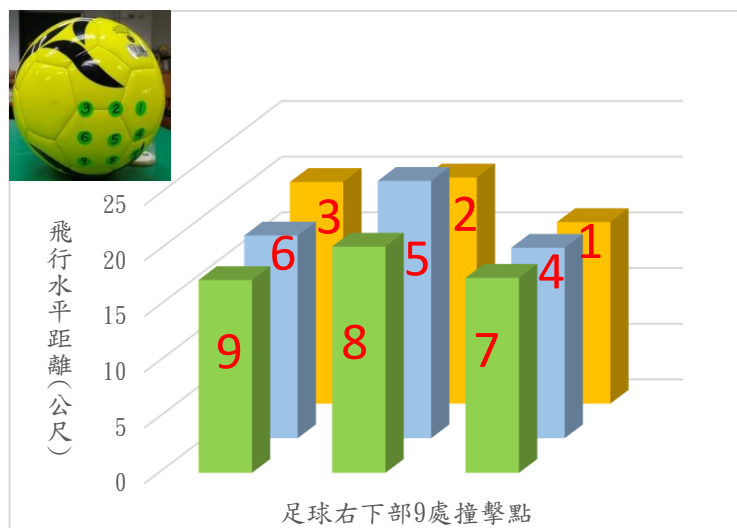


圖 34：鞋面偏角為 45 度之飛行水平距離

(3) 觀察不同撞擊位置的垂直高度，對於撞擊點離球中間部遠近，則沒有明顯的規律性（如圖 35）。

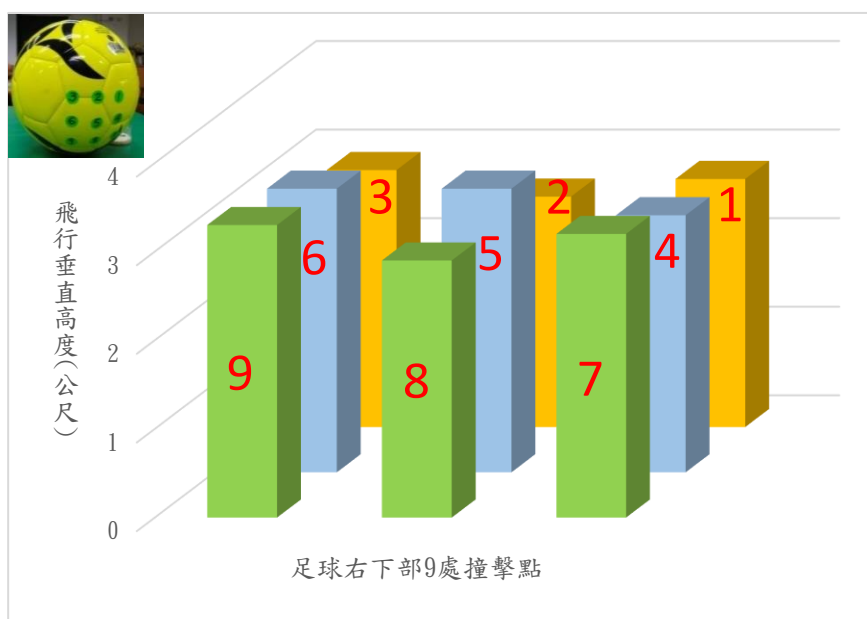


圖 35：鞋面偏角為 45 度之飛行垂直高度

(4) 當撞擊足球右下側的 3 個點時（即 1、4、7 點），其落球點位於踢球方向延伸線之右側（數值為負值）。當撞擊第 5 點時，其所產生球的向左偏移，來到 5.9 公尺，最為明顯（如圖 36）。

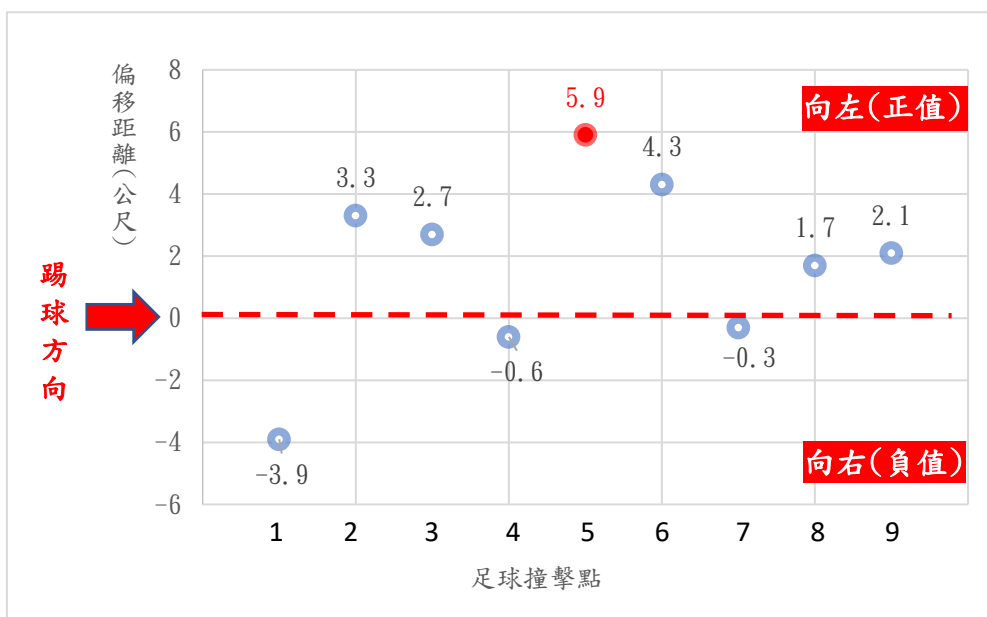


圖 36：鞋面偏角為 45 度之左右偏移距離

### 3. 討論

- (1) 鞋面偏角為 45 度，不同的撞擊位置對於足球水平飛行距離差異頗大。
- (2) 鞋面偏角為 45 度，對於垂直飛行高度差異性很大，但沒有規律性。
- (3) 鞋面偏角為 45 度，撞擊點第 5 點向左偏移的程度最為明顯。

## (四) 實驗 1-4 以 30 度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形？

### 1. 方法

- (1) 將固定的鞋面偏角調整為 30 度，(如圖 37、圖 38)，其餘的實驗步驟如實驗 1-3 來進行實驗，將所得資料運用 tracker 軟體分析，並記錄於表 3。

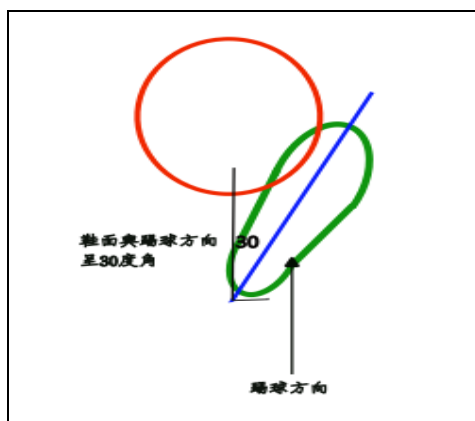


圖 37：鞋面偏角：30 度(模擬)



圖 38：鞋面偏角：30 度(實際)

表 3 鞋面偏角為 30 度，對足球的 9 個點進行碰撞，其飛行軌跡數據記錄表（單位：公尺）

順序 距離 撞擊點	第 1 次測試			第 2 次測試			第 3 次測試			平均距離		
	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移	水平 距離	垂直 高度	左右 偏移
30-1	17.7	3.2	-3.4	16.4	2.7	-2.9	17.2	3.0	-3.7	17.1	3.0	-3.3
30-2	18.3	2.6	3.7	18.2	3.0	4.0	17.3	2.7	3.5	17.9	2.8	3.7
30-3	16.0	2.5	4.1	17.2	3.0	4.8	16.6	2.6	4.4	16.6	2.7	4.4
30-4	17.7	3.5	0.9	16.8	2.8	0.8	17.2	3.2	0.6	17.2	3.2	0.8
30-5	17.9	2.6	5.8	18.9	2.9	6.4	18.2	2.9	6.2	18.3	2.8	6.1
30-6	15.9	3.4	6.2	17.2	2.4	6.9	16.8	2.6	6.2	16.6	2.8	6.4
30-7	17.5	3.5	0.5	16.2	2.9	0.3	17.2	3.1	0.5	17.0	3.2	0.4
30-8	17.4	3.2	5.1	17.9	3.2	4.2	16.2	2.8	4.8	17.2	3.1	4.7
30-9	17.4	3.1	4.5	16.3	3.3	3.7	16.6	2.9	3.7	16.8	3.1	4.0

## 2. 結果

由表 3 可看出，自製足球發射器在鞋面偏角設定為 30 度時：

(1) 撞擊 9 個點的平均飛行水平距離介於 16.6~18.3 公尺之間，差異只有 10%，

由此可知，撞擊足球所產生飛行水平距離差異不大(如圖 39)。



圖 39 鞋面偏角為 30 度之飛行水平距離

(2) 觀察不同撞擊位置的飛行垂直高度差異不大(均高於 2.7 公尺)，對於執行自由

球飛越人牆的高度，均能超過標準(如圖 40)。

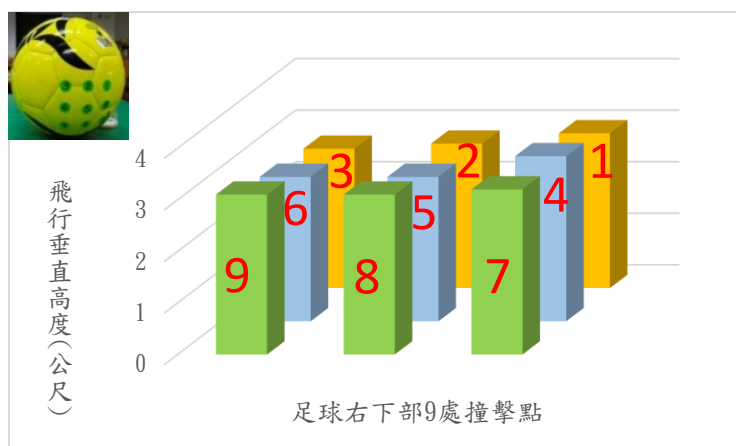


圖 40：鞋面偏角為 30 度之飛行垂直高度

(3)由下圖 41 可知，以 30 度鞋面偏角撞擊，除了第 1 點為落球點在目標線右側(數值為負值)外，其餘落點均在目標線左側(數值為正值)。當撞擊第 5 點及第 6 點時，其所產生球的向左偏移，分別為 6.1 公尺及 6.4 公尺，偏移的幅度最為明顯。

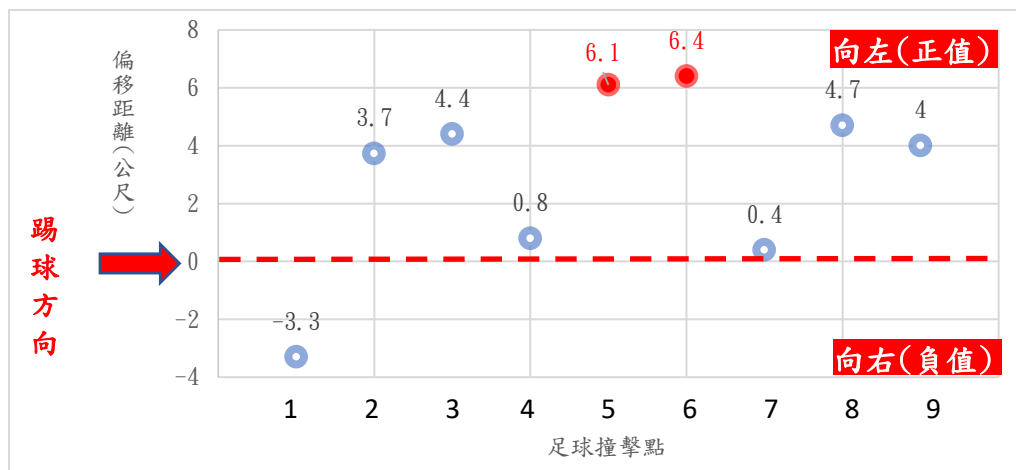


圖 41：鞋面偏角為 30 度之左右偏移距離

### 3. 討論

- (1)鞋面偏角為 30 度，對於水平飛行距離的差異性不大。
- (2)鞋面偏角為 30 度，其垂直飛行高度都能超過人牆高度。
- (3)鞋面偏角為 30 度，相比於 45 及 60 度，向左偏移的距離和機率都更大。其中以第 5 及 6 撞擊點其向左偏移的程度最為明顯。

研究二、探討將不同轉速的圓柱體以直線撞出，圓柱體在氣墊桌上的偏移情形，以驗證轉速對足球飛行軌跡的影響。

#### (一)實驗 2-1 設計「自製旋轉發射器」

##### 1. 設計構想

為能驗證旋轉中的物體在受到撞擊後，其在平面上的偏移程度，我們利用馬達、轉速調整器、發射器、自製兩個圓柱體 A、B 及氣墊桌等器材，製作一台「旋轉發射器」，其中，圓柱體 A、B 其直徑均為 6.5 公分，高度分別為 3.1 公分及 5 公分，重量則為 5.85 克及 6.41 克。此裝置運用磁吸現象，將圓柱體吸附在旋轉發射器的轉盤上，啟動馬達並調到指定轉速後，分別以 0.225kgw 及 0.31kgw 的力將圓柱體擊出，藉由慢動作錄影，記錄並測量出其在氣墊桌上前進情形，試著找出旋轉速率的變化與圓柱體飄浮在氣墊桌上運動軌跡的相對關係。

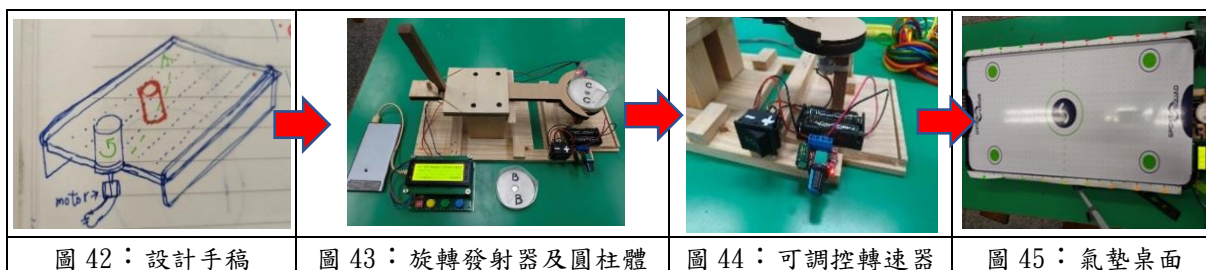


圖 42：設計手稿

圖 43：旋轉發射器及圓柱體

圖 44：可調控轉速器

圖 45：氣墊桌面

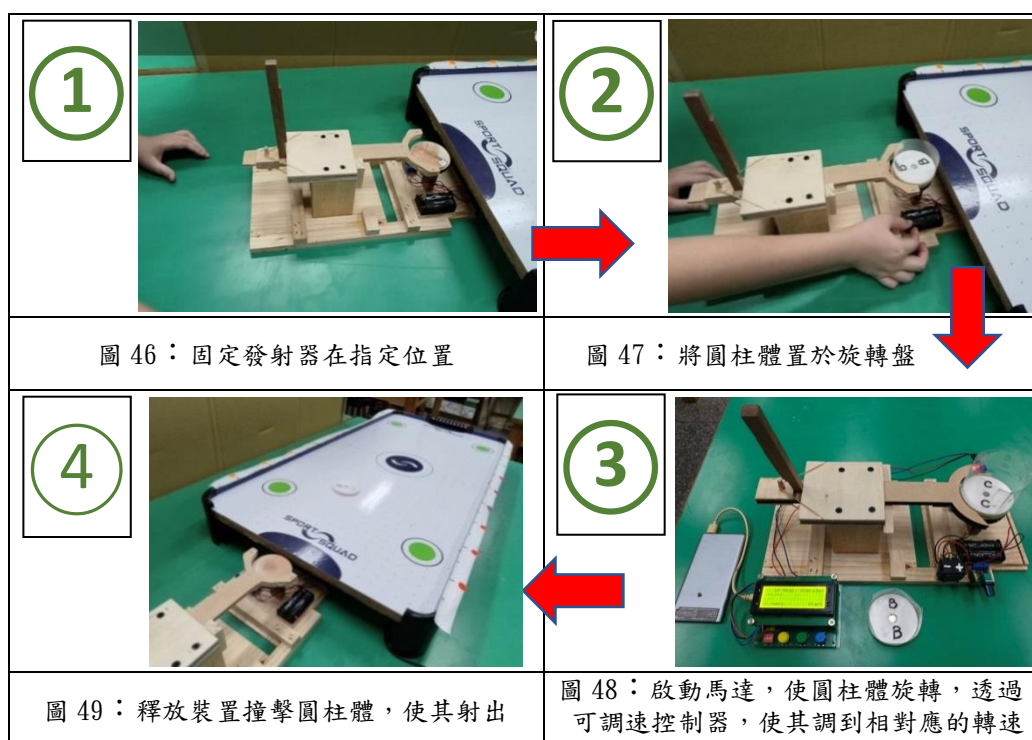
## 2. 「自製旋轉發射器」的操作方式

(1) 將發射器用卡榫固定在指定的位置上（對齊中軸線）。

(2) 將圓柱體置放於轉盤上。

(3) 啟動馬達，使圓柱體旋轉。我們將 4mm 小磁鐵嵌入轉盤側邊，運用「arduino 磁力轉速計」感應並測得即時轉速(圖 43)，利用可調速控制器(圖 44)，使其調到相對應的轉速。

(4) 移開卡榫，撞擊圓柱體下方，使其在氣墊桌上旋轉移動。



1



圖 46：固定發射器在指定位置

2



圖 47：將圓柱體置於旋轉盤

4



圖 49：釋放裝置撞擊圓柱體，使其射出

3

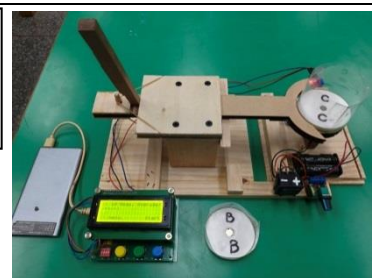


圖 48：啟動馬達，使圓柱體旋轉，透過可調速控制器，使其調到相對應的轉速

## 3. 結果

對此機構進行實際測試，了解其在穩定狀態下之最大轉速，並觀察旋轉的圓柱體受撞擊後的移動情形，發現此裝置能提供穩定的撞擊力量，受撞擊後的圓柱體除了向前移動外，亦有相當程度的偏移。



(二)實驗 2-2 以大、小不同力道，撞擊旋轉的圓柱體，觀察並記錄其移動情形？

1. 方法

(1)利用自製旋轉發射器，以粗橡皮筋及卡榫固定撞桿在不同的後方位置（並利用拉力秤測量），並依上述之操作方式撞擊旋轉中的圓柱體來進行實驗，測量並記錄其在氣墊桌上的移動情形。

(2)利用手機攝影，記錄圓柱體觸碰氣墊桌邊緣時偏離中軸線的角度，各測量 5 次，並記錄於表 4 中。

表 4 圓柱 A 於高轉速時受大、小力撞擊偏移表

項目	逆時針 撞擊 0.225kgw			順時針 撞擊 0.225kgw			逆時針 撞擊 0.31kgw			順時針 撞擊 0.31kgw		
	圓柱轉速(rpm)	碰撞邊緣距離(cm)	偏移角度(度)	圓柱轉速(rpm)	碰撞邊緣距離(cm)	偏移角度(度)	圓柱轉速(rpm)	碰撞邊緣距離(cm)	偏移角度(度)	圓柱轉速(rpm)	碰撞邊緣距離(cm)	偏移角度(度)
1	1507	78	15	1470	61	17	1496	71	16	1488	66	17
2	1467	48	23	1485	71	16	1501	79	15	1474	81	15
3	1471	51	22	1444	74	15	1483	60	18	1420	84	15
4	1426	71	16	1479	62	17	1488	69	16	1454	84	15
5	1580	64	17	1448	74	15	1508	67	16	1458	76	15
平均	1490	62.4	18.6	1465	68.4	16	1495	69.2	16.2	1459	78.2	15.4

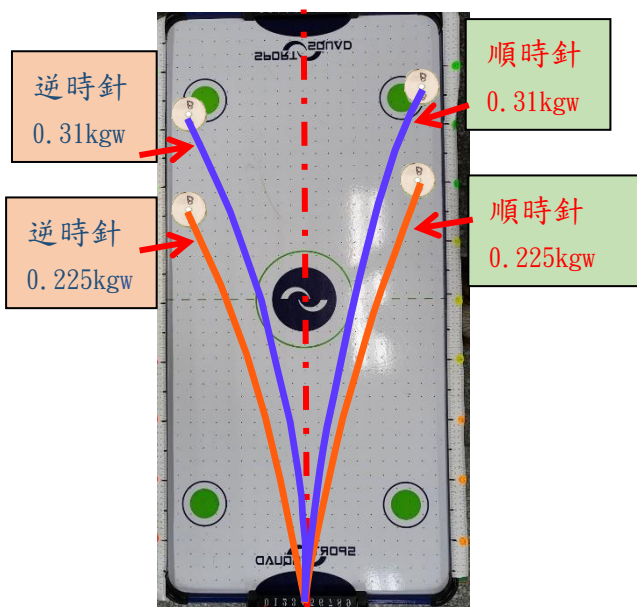


圖 50：圓柱 A 於受大、小力撞擊偏移角度圖

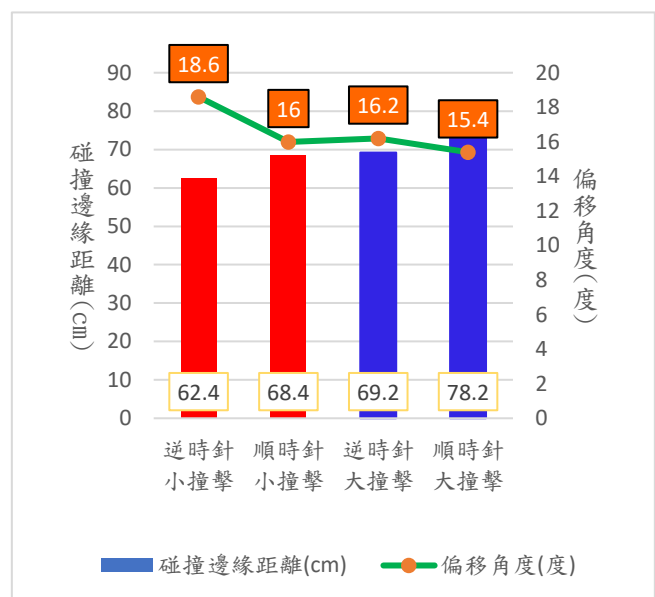


圖 51：圓柱 A 於受大、小力撞擊偏移圖

## 2. 結果

- (1)由上頁圖 50、圖 51 可知，圓柱體旋轉速度快時，當撞擊力道較大，碰撞氣墊桌邊緣的距離較遠，即其碰觸邊緣的點與出發點的連線，與撞擊方向（中軸線）夾角愈小，顯示圓柱體快速衝出，飄浮移動較遠才偏移。反之，撞擊力小，夾角愈大，顯示圓柱體移動較慢，較早產生偏移而碰觸桌緣。
- (2)圓柱體順時針快轉，向前飄移時，左側逆風（壓力大），右側順風（壓力小），所以向右偏移。反之，圓柱體逆時針快轉時，向左偏移，如圖 52。

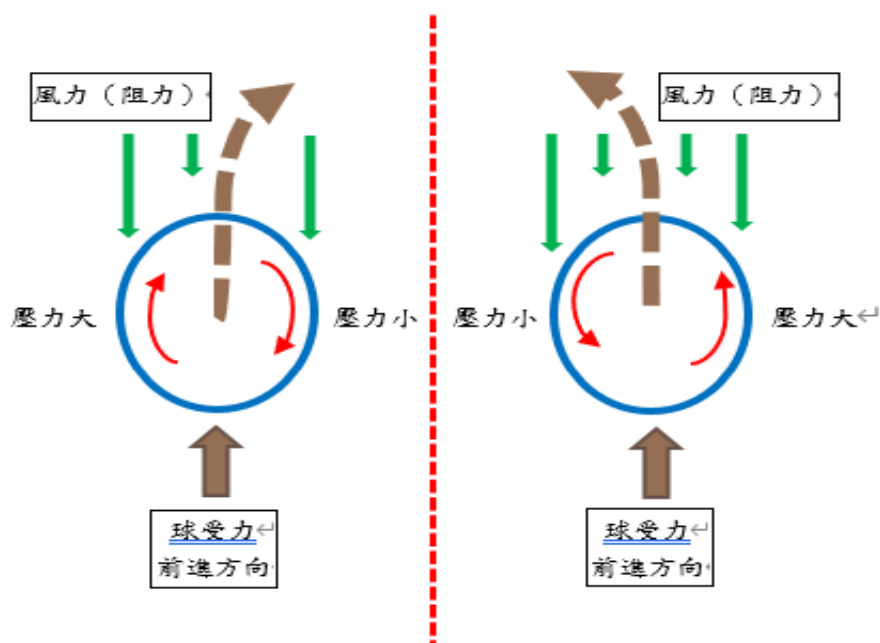


圖 52：馬格努斯效應示意圖

### (三)實驗 2-3 以相同的力道，撞擊低、中、高三種不同轉速的圓柱體，觀察並記錄其移動情形？

#### 1. 方法

- (1)利用自製旋轉發射器，以相同的 0.225kgw 的撞擊力，並依上述之操作方式撞擊低、中、高三種不同轉速的圓柱體來進行實驗，測量並記錄其在氣墊桌上的移動情形？
- (2)利用手機攝影，記錄圓柱體 A 及圓柱體 B 碰觸氣墊桌邊緣時的偏移情形，各測量 5 次，並分別記錄於表 5 及表 6 。

表 5 以 0.225kgw 撞擊不同轉速圓柱 A 偏移表

項目	逆時針高轉速			順時針高轉速			逆時針中轉速			順時針中轉速			逆時針低轉速			順時針低轉速		
	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)
1	1507	78	15	1470	61	17	1074	90	12	1023	88	12	703	82	15	673		5
2	1467	48	23	1485	71	16	1062	72	16	1078	86	11	691		11	695		10
3	1471	51	22	1444	74	15	1052	66	16	1075	68	16	692		12	697		6
4	1426	71	16	1479	62	17	1060	95	11	1081	86	12	693		7	697		10
5	1580	64	17	1448	74	15	1067	87	12	1072	94	11	691		11	714		8
平均	1490	62.4	18.6	1465	68.4	16	1063	82	13.4	1066	84.4	12.4	694		11.2	695		7.8

表 6 以 0.225kgw 撞擊不同轉速圓柱 B 之偏移表

項目	逆時針高轉速			順時針高轉速			逆時針中轉速			順時針中轉速			逆時針低轉速			順時針低轉速		
	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)	圓柱轉速 (rpm)	碰撞邊緣距離 (cm)	偏移角度 (度)
1	1435	84	13	1442	74	15	1009	76	15	1047	76	15	683		6	696		8
2	1477	83	13	1452	88	12	995	64	17	1003	72	16	643		11	682		5
3	1473	89	13	1439	66	16	1028		9	1029	89	12	648		12	685	96	11
4	1454	60	18	1417	88	12	1053	93	11	1037	86	12	664		8	702		11
5	1437	81	14	1410	77	15	1085		10	1014	72	16	677		12	687		5
平均	1460	79.0	14.2	1432	78.6	14.0	1021	77.7	12.4	1026	79.0	14.2	663		9.8	691	96.0	8.0

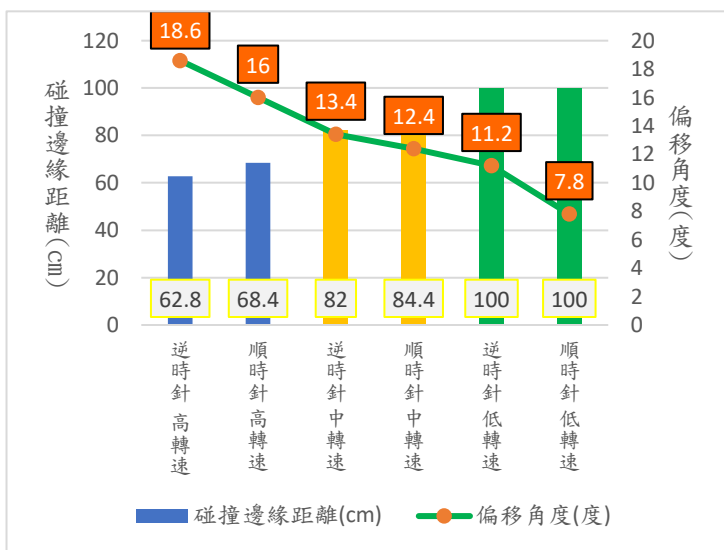


圖 53：以 0.225kgw 撞擊不同轉速圓柱 A 偏移比較圖

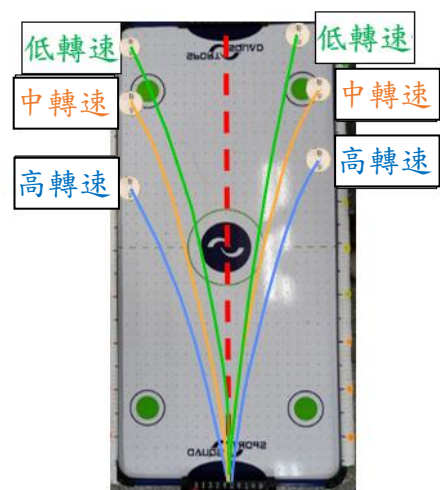


圖 54：圓柱 A 撞擊後偏移角度圖

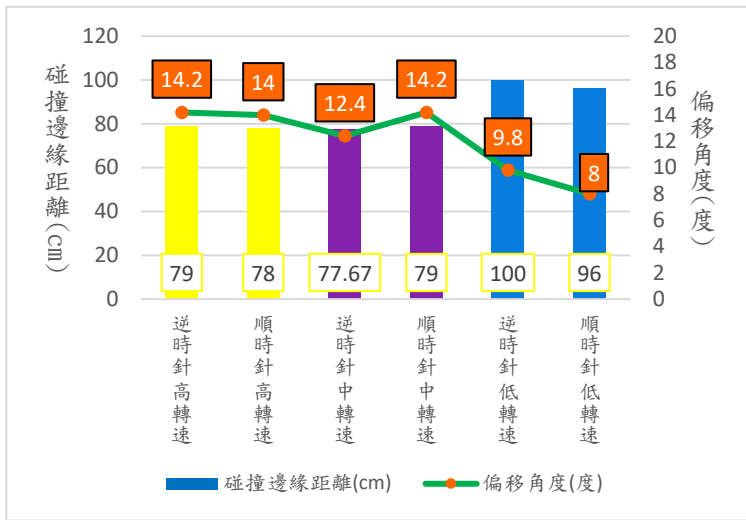


圖 55：以 0.225kgw 撞擊不同轉速圓柱 B 偏移比較圖

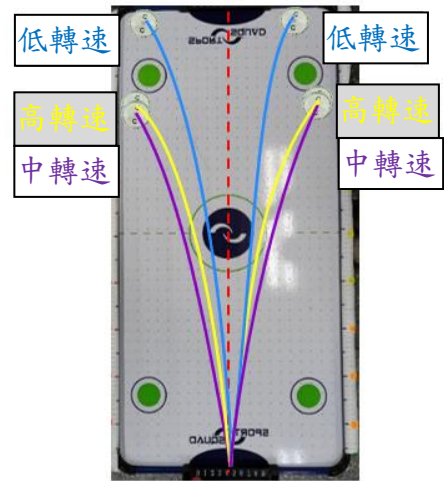


圖 56：圓柱 B 撞擊後偏移角度圖

## 2. 結果

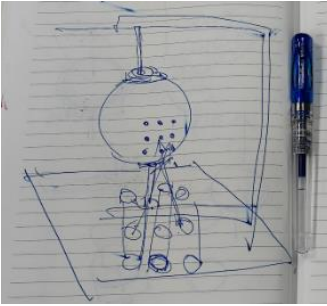




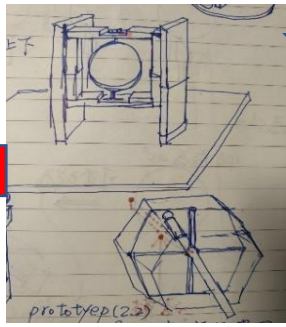



- (1) 當受到相同 0.225kgw 的撞擊力撞擊時，圓柱體 A (較 B 輕且低) 在高轉速狀態下，偏移角最大，偏移時機較中、低轉速的偏移時機更早發生，更快碰觸桌緣。(圖 53、圖 54)。
- (2) 當受到相同 0.225kgw 的撞擊力撞擊時，高轉速的圓柱體 B (較 A 高且重)，其偏移的程度與時機和中轉速相當。轉速低時，偏移時機較晚，和中軸線夾角較小 (圖 55、圖 56)。
- (3) 兩種圓柱在低轉速下，大都偏轉時機晚，而撞擊氣墊桌前方的遠端水平桌緣，量測的偏移角度明顯較小。

## 研究三、探討撞擊足球不同位置之旋轉速度，分析與足球飛行時左右偏移程度的相關性。

### (一) 實驗 3-1 設計「足球轉速測量器」

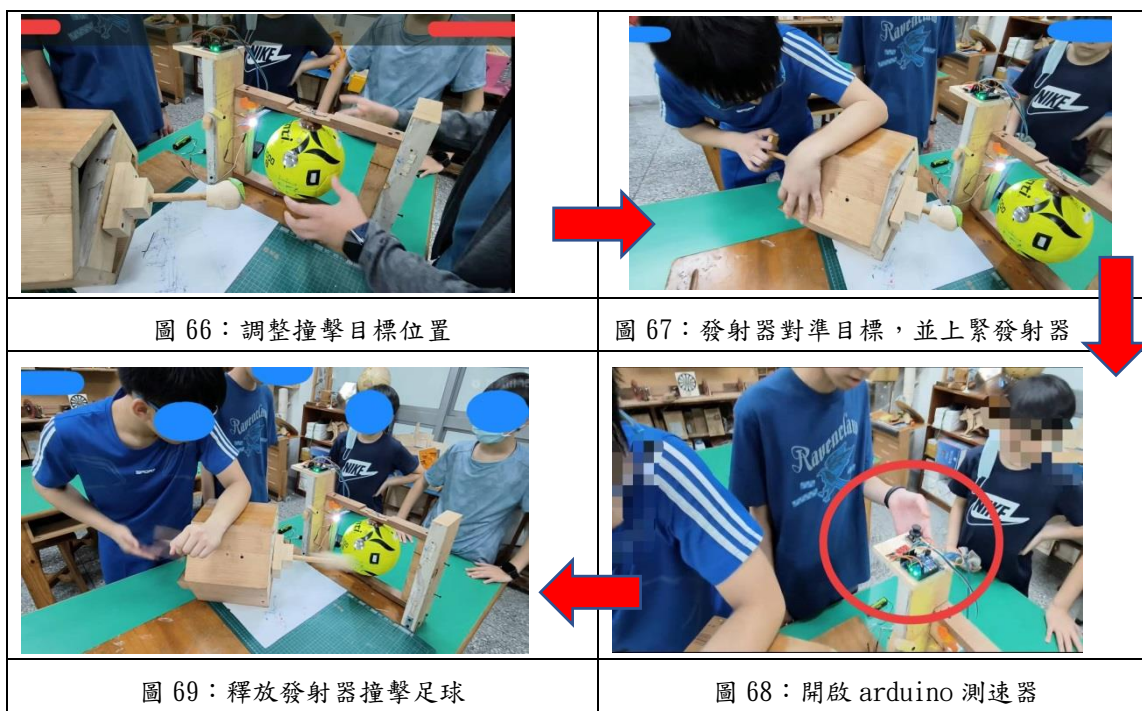
#### 1. 設計構想

為了解足球在受撞擊後旋轉速度的變化情形，並將所得結果與足球受撞擊後的「飛行初速」及「左右偏移」的狀況進行討論，並試圖找出其中的相關，我們模擬足球受力情形，設計並製作「足球轉速測量器」。運用培林將足球固定在框架上，使其能在垂直軸上旋轉。將撞擊機構依各角度設定撞擊足球上各點。藉由在足球上所貼的凹面鏡，將光線反射至光感器上，再由自製 arduino 運算機構，算出足球受撞擊後的最快轉速。

		
<p>圖 57：第一版設計的手稿</p>	<p>圖 58：將培林裝置固定於足球上</p>	<p>圖 59：完成第一版機構</p>
		
<p>圖 62：撞擊發射器裝置</p>	<p>圖 61：底座與足球旋轉機構</p>	<p>圖 60：第二版設計手稿</p>
		
<p>圖 63：arduino 光感應測速裝置</p>	<p>圖 64：運用凹面鏡，將光反射至光感測器上</p>	<p>圖 65：完成第二版旋轉測速裝置</p>

## 2. 「自製足球轉速測量器」的操作方式

- (1) 調整撞擊足球的部位，固定撞擊點。
- (2) 拉緊鬆緊帶，並將發射器上的卡榫扣在橫桿上。
- (2) 發射器依設定角度對準目標，並將其固定。
- (4) 開啟 led 光源及 arduino 光感應測速器，當光源投射在足球上凹面鏡時，透過聚光效果將光反射在光源接收器上。
- (5) 釋放發射器撞擊足球，觀察並記錄 arduino 測速器所測得的旋轉初轉速。



### 3. 結果

在完成改裝，使其能移動足球進行 9 個球點的撞擊後，進行實際測試，並觀察足球的旋轉情形，發現此裝置能配合欲調整模擬的角度和撞擊點，確實提供穩定的撞擊力量。

## (二)實驗 3-2 以 60 度攻角對足球進行撞擊，測量足球轉速？

### 1. 方法

(1)利用自製足球轉速測量器，運用相同的力量，固定撞擊角度為 60 度(圖 70)，對 3 號足球的 9 個撞擊點進行碰撞，每點間隔 2 公分，如圖 71；撞擊點與質心的垂直距離標示於圖 72。依實驗 3-1 所述之操作方式進行實驗，測量足球的初轉速各 3 次，並記錄於表 7。



圖 70：撞擊角度：60 度

圖 71：圖 25 足球 9 個撞擊點

圖 72：與質心距離

表 7 以 60 度攻角撞擊足球之初轉度 (rps)

項次 項目	與質心距 離 (cm)	第一次	第二次	第三次	平均
60 度-1	10.6	2.28	2.25	2.23	2.25
60 度-2	10.1	2.32	2.31	2.36	2.33
60 度-3	9.25	2.34	2.32	2.28	2.31
60 度-4	10.6	2.24	2.31	2.18	2.24
60 度-5	10.1	2.57	2.32	2.79	2.56
60 度-6	9.25	2.76	2.52	2.58	2.62
60 度-7	10.6	2.26	2.30	2.32	2.29
60 度-8	10.1	2.43	2.07	2.25	2.25
60 度-9	9.25	2.38	2.36	2.28	2.34

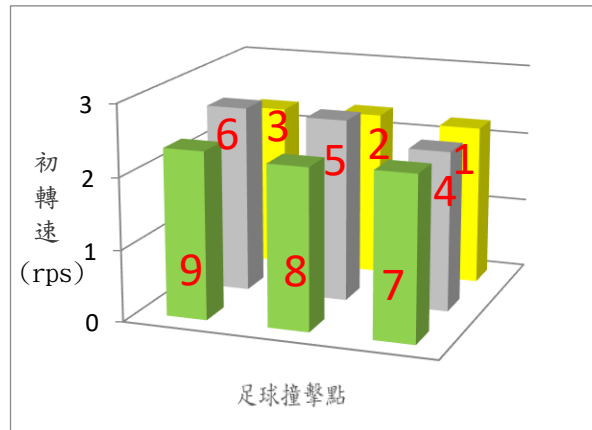


圖 73：以 60 度攻角撞擊足球之初轉速比較圖

## 2. 結果

- (1)由表 7 中可發現，當以 60 度攻角撞擊足球 9 個點時，其中以第 6 點初轉速達每秒 2.62 圈為最快，第 5 點之初轉速達每秒 2.56 圈次之。
- (2)由圖 73 中可知，當撞擊點與質心的距離愈遠如 1、4、7 三點，其產生的力矩愈大，然其初轉速並未達 9 點中 fastest。究其原因，可能因為撞擊瞬間，與足球接觸時所產生的摩擦力不足所導致。

## (三)實驗 3-3，以 45 度攻角對足球進行撞擊，測量足球的轉速？

### 1. 方法

- (1)將撞擊足球的攻角調整為 45 度，如圖 74，撞擊點與質心的垂直距離標示於圖 75，其餘的的實驗步驟如實驗 3-2 進行實驗，測量足球的初轉速各 3 次，記錄於表 8。



圖 74：撞擊角度：45 度

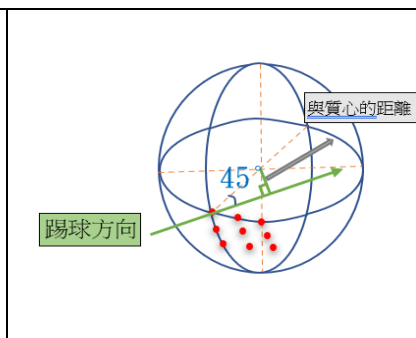


圖 75：與質心距離

表 8 以 45 度攻角撞擊足球之初轉速 (rps)

項次 項目	與質心 距離 (cm)	第一次	第二次	第三次	平均
45 度-1	9.75	2.32	2.38	2.29	2.33
45 度-2	8.75	2.34	2.42	2.29	2.35
45 度-3	7.5	2.35	2.31	2.42	2.36
45 度-4	9.75	2.24	2.31	2.35	2.30
45 度-5	8.75	2.62	2.93	2.75	2.77
45 度-6	7.5	2.53	2.70	2.58	2.60
45 度-7	9.75	2.38	2.26	2.29	2.31
45 度-8	8.75	2.44	2.32	2.32	2.36
45 度-9	7.5	2.42	2.24	2.39	2.35

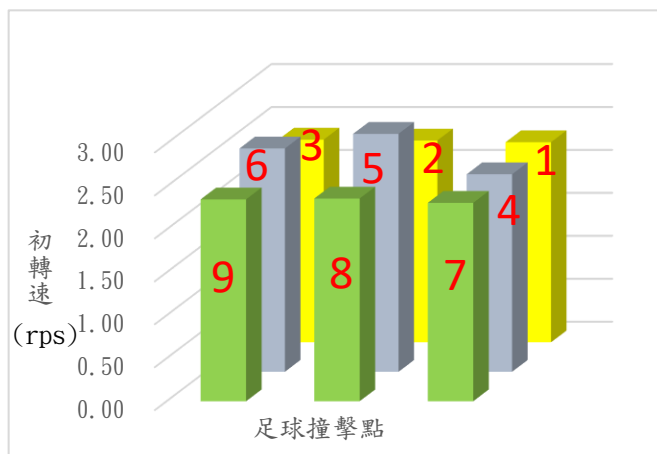


圖 76：以 45 度攻角撞擊足球之初轉速比較圖

## 2. 結果

- (1) 由表 8 及圖 76 中可發現，當以 45 度攻角撞擊足球 9 個點時，其中以第 5 點初轉速達每秒 2.77 圈為最快，第 6 點之初轉速達每秒 2.60 圈次之。

### (三) 實驗 3-4，以 30 度攻角對足球進行撞擊，測量足球的轉速？

#### 1. 方法

- (1) 將撞擊足球的攻角調整為 30 度，撞擊點與質心的垂直距離標示於如圖 78，其餘的實驗步驟如實驗 3-2 進行實驗，測量足球的初轉速各 3 次，記錄於表 9。

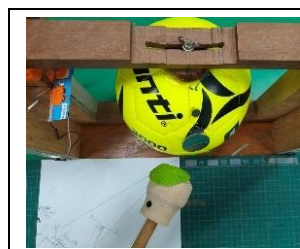


圖 77：撞擊角度：30 度

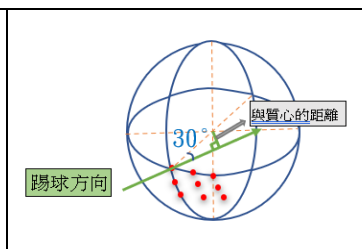


圖 78：與質心距離

表 9、以 30 度攻角撞擊足球各部位之初轉速(rps)

	與質心 距離 (cm)	第一次	第二次	第三次	平均
30 度-1	8.50	2.12	2.60	2.29	2.34
30 度-2	7.10	2.27	2.41	2.37	2.35
30 度-3	5.35	2.14	2.39	2.52	2.35
30 度-4	8.50	2.82	2.26	2.02	2.37
30 度-5	7.10	2.72	2.87	2.81	2.80
30 度-6	5.35	2.94	2.75	2.59	2.76
30 度-7	8.50	2.16	2.43	2.34	2.31
30 度-8	7.10	2.52	2.11	2.55	2.39
30 度-9	5.35	2.23	2.47	2.56	2.42

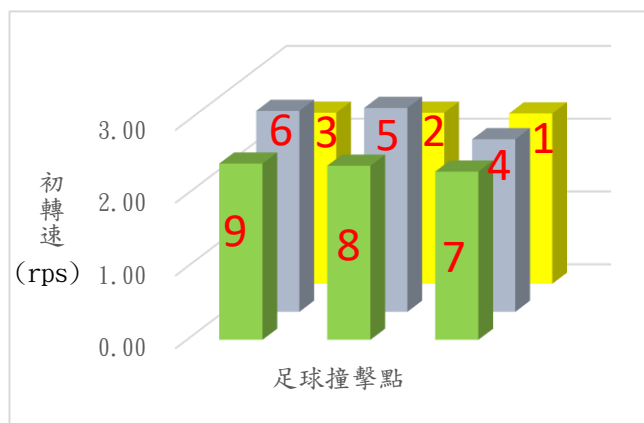


圖 79：以 30 度攻角撞擊足球之初轉速比較圖



## 2. 結果

- (1)由表 9 及圖 79 中可發現，當以 30 度攻角撞擊足球 9 個點時，中內側轉速偏快，其中以第 5 點(每秒 2.80 圈)及第 6 點(每秒 2.76 圈)為較快。

研究四、取研究一足球的飛行速度，與研究三足球的初轉速，整合比較足球偏移的程度。

### (一)鞋面偏角及撞擊攻角為 60 度時

#### 1. 方法

將鞋面偏角及撞擊攻角為 60 度時所測得的足球飛行平均速度、初轉速及偏移距離進行整合，所得如圖 80。

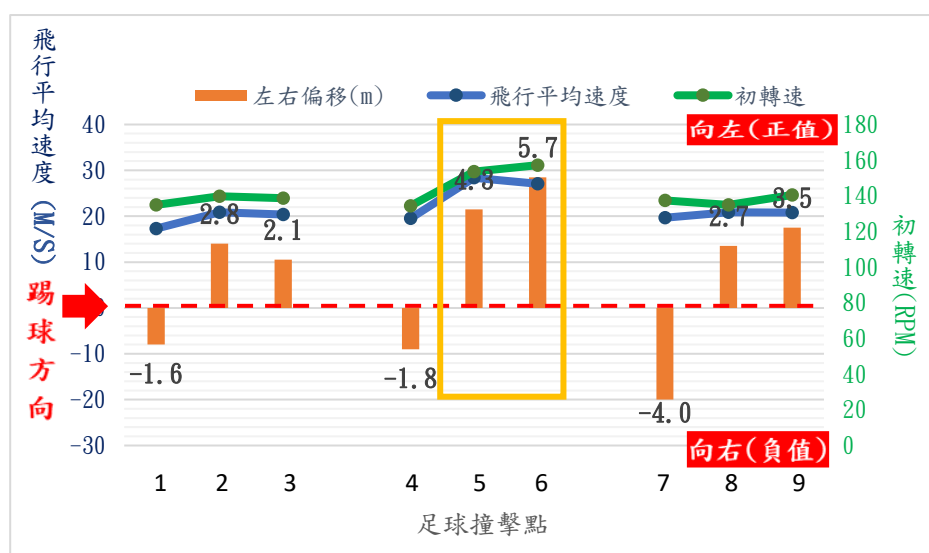


圖 80：鞋面偏角及撞擊攻角為 60 度時之組合圖

## 2. 結果

- (1)以 60 度的鞋面偏角及撞擊攻角撞擊足球右下第 5、6 兩點，可得較大偏移距離，此兩點的飛行均速與初轉速 rpm 值相比其他撞擊點的數值來得更高。
- (2)撞擊右下偏外側的 1、4、7 點，球速與轉速偏低，向右偏離中軸線，無法向左飛行。

### (二)鞋面偏角及撞擊攻角為 45 度時

#### 1. 方法

將鞋面偏角及撞擊攻角為 45 度時所測得的足球飛行平均速度、初轉速及偏移距離進行整合，所得如圖 81。

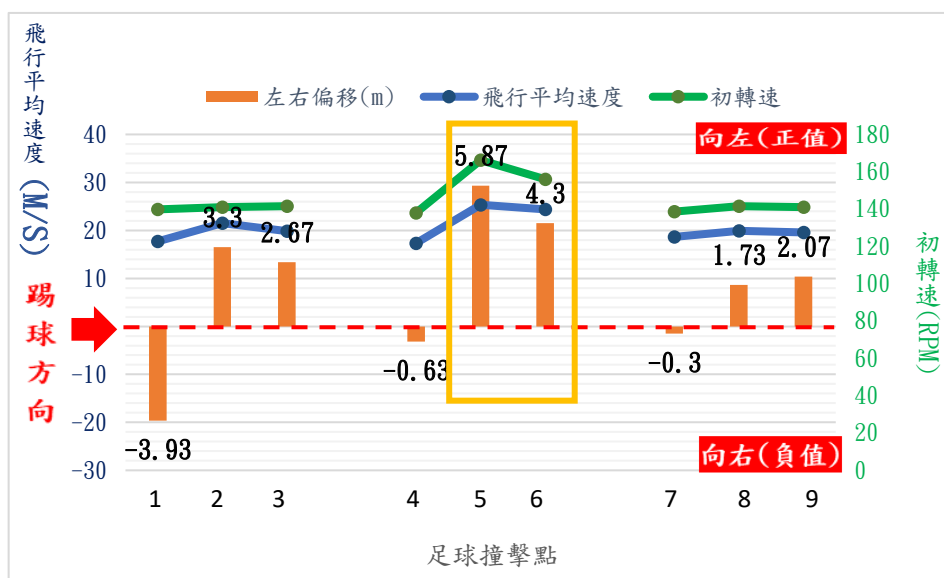


圖 81 鞋面偏角及撞擊攻角為 45 度時之組合圖

## 2. 結果

- (1) 以 45 度的鞋面偏角及撞擊攻角撞擊足球右下第 5、6 兩點，足球向左偏移幅度大。
- (2) 同圖 80，均有最佳轉速，搭配相當的飛行速度，才能有較大偏移距離。

## (三) 鞋面偏角及撞擊攻角為 30 度時

### 1. 方法

將鞋面偏角及撞擊攻角為 30 度時所測得的足球飛行平均速度、初轉速及偏移距離進行整合，所得如圖 82。

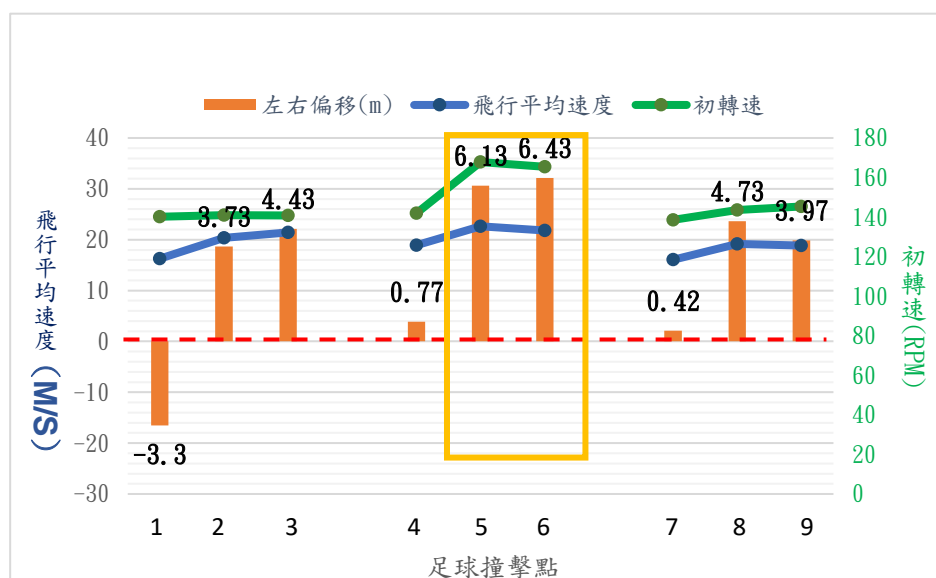


圖 82：鞋面偏角及撞擊攻角為 30 度時之組合圖

## 2. 結果

- (1)以 30 度的鞋面偏角及撞擊攻角，撞擊足球右下第 5、6 兩點，向左偏移的幅度為三種角度中最大的，偏移距離最多，效果最顯著。
- (2)第 5、6 的撞擊點，雖然球速並非最快，但搭配有明顯更快的轉速，左偏劃弧的效果佳
- (3)本角度只有第 1 點仍向右偏移，與撞擊點在最外側，鞋面偏角又小，撞擊後的球速慢有關。

## 肆、討論

一、將實驗 1-2、1-3、1-4 中，對於最外撞擊點的左右偏移資料進行整合，所得資訊如表 10 及圖 83。

表 10 60°、45°、30°最外側撞擊點  
左右偏移距離(單位:公尺)

足球撞擊點	左右偏移
60-1	-1.6
60-4	-1.8
60-7	-4
45-1	-3.9
45-4	-0.6
45-7	-0.3
30-1	-3.3
30-4	0.8
30-7	0.4

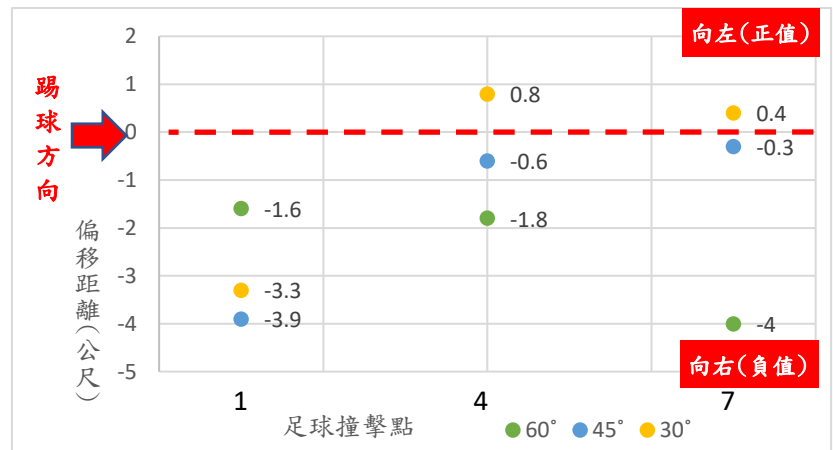


圖 83：60°、45°、30°最外側撞擊點左右偏移距離圖

由圖 83 可清楚看出，三種鞋面偏角(60、45 及 30 度)撞擊足球最外側點，其偏移的位置，除了在 30 度的第 4 點及第 7 點偏移值 0.8 及 0.4 公尺為正值(偏左)外，其餘均為負值(偏右)。與原先預期~藉由撞擊外側時而使得足球往逆時針方向偏轉的預測不同。

究其原因，可能為機械腳撞擊足球時，由於撞擊點太過外側，當所產生的向目標線右側的法向力太大，而側向摩擦力(即切線力)太小所致。

二、將實驗 1-2、1-3、1-4 中，三種鞋面偏角所測得的水平距離進行整合，所得資訊如表 11 及圖 84。

表 11 足球飛行水平距離整合表

(單位：公尺)

角度 撞擊位置	60 度	45 度	30 度
1	19.8	16.3	17.1
2	19.9	20.3	17.9
3	17.0	19.9	16.6
4	17.3	17.1	17.2
5	18.8	23.1	18.3
6	17.4	18.2	16.6
7	17.7	17.5	17.0
8	17.1	20.3	17.2
9	19.0	17.3	16.8

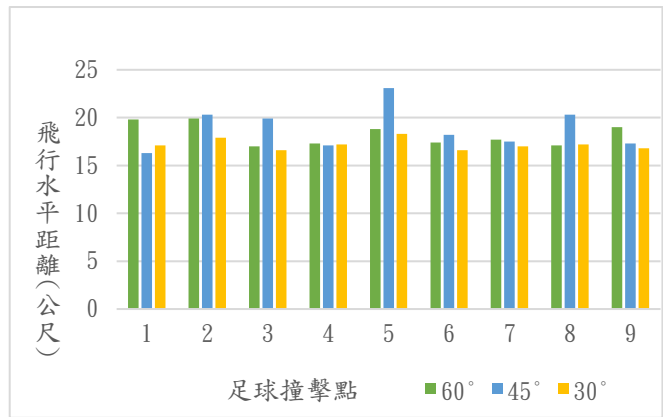


圖 84：三種鞋面偏角足球飛行水平距離整合圖

- (一)、由圖 84 可清楚看出，三種鞋面偏角(60、45 及 30 度)撞擊足球所產生的水平距離，均在 16 至 20 公尺之間，可說明三種鞋面偏角對各個撞擊點所產生的水平飛行距離，普遍都很一致；當鞋面偏角 45 度撞擊第 5 點時，飛行距離較遠，可超過 20 公尺，其原因可能為機械腳與足球兩者重心碰撞效益較高，以致有更遠的水平飛行距離。
- (二)、現行國小組足球場地(長 60 公尺、寬 40 公尺)，實驗中所得平均 18.1 公尺的距離，對於禁區外進行自由球活動，已進入有效射門範圍。

三、將實驗 1-2、1-3、1-4 中，三種鞋面偏角所測得的垂直高度進行整合，所得資訊如表 12 及圖 85。

表 12 足球飛行垂直高度整合表

(單位：公尺)

角度 撞擊位置	60 度	45 度	30 度
1	2.1	2.8	3
2	2.6	2.6	2.8
3	3.7	2.9	2.7
4	1.9	2.9	3.2
5	2.4	3.2	2.8
6	3.8	3.2	2.8
7	1.9	3.2	3.2
8	2.4	2.9	3.1
9	3.8	3.3	3.1

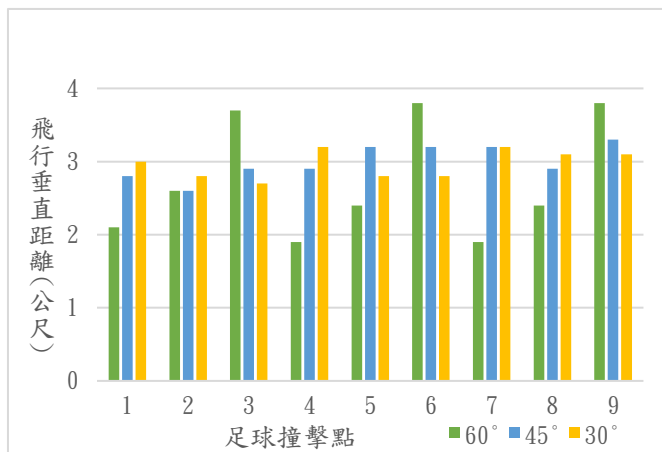


圖 85 三種鞋面偏角足球飛行垂直高度整合圖

- (一) 由表 12 及圖 85 可發現，三種鞋面偏角(60、45 及 30 度)撞擊足球所產生的垂直高度，介於最低的 1.9 公尺與最高的 3.8 公尺之間，對於實際足球比賽時，定位球戰術，能給對手帶來較大的防守壓力。
- (二) 鞋面偏角 60 度撞擊靠近球中心的 3、6、9 點，球起飛的高度夠高，最不易被防守。

四、將實驗 1-2、1-3、1-4 中，三種鞋面偏角所測得的左右偏移距離進行整合，所得資訊如表 13 及圖 86。

表 13 足球飛行左右偏移距離整合表  
(單位：公尺)

撞擊位置 \ 角度	60°	45°	30°
1	-1.6	-3.9	-3.3
2	2.8	3.3	3.73
3	2.1	2.7	4.4
4	-1.8	-0.6	0.8
5	4.3	5.9	6.1
6	5.7	4.3	6.4
7	-4	-0.3	0.4
8	2.7	1.7	4.7
9	3.5	2.1	4

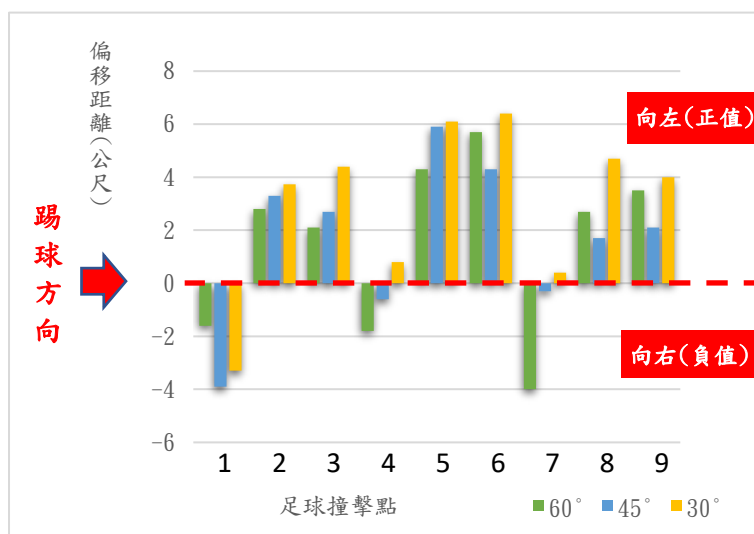


圖 86 三種鞋面偏角足球飛行左右偏移距離整合圖

(一)、由圖 86 可發現，三種鞋面偏角在撞擊足球 2、3、5、6、8、9 點等中內側位置時，產生的向左偏移較為明顯。究其原因，可能因為在撞擊中內側位置時，因其產生較大的馬格努斯效應，以致有較大的向左偏移距離（即向左彎曲程度）。

(二)、另外，當撞擊 30°-5、45°-5、60°-6 及 30°-6 等 4 個撞擊組合時，其偏移的程度最為明顯，甚至球的落點與踢球方向產生 14 度至 21 度左右的角度差(向左偏移/水平距離所得的數，查詢三角函數表)，容易在比賽中，造成對手的判斷錯誤而勁射入門。

五、從研究二的實驗結果，可發現：

(一)、轉速相同的物體，以較大撞擊力碰撞後，飄浮愈遠的距離才產生偏移現象。反之，撞擊力愈小，飄浮愈近，較早出現偏移現象。

(二)、不論是圓柱體 A 或 B，當其中、高轉速受撞擊時，偏移程度較為明顯，而在轉速低時，則兩種圓柱體的偏移情形皆不明顯，可知，轉速過低的圓柱體，其所受馬格努斯效應較不明顯。

六、從研究三中撞擊足球右下不同位置的轉速 (rps) 進行分析：

(一)、實驗結果與我們的預測不同，原以為靠外側的 1、4、7 點應會轉得快，但實測發現撞擊點太靠外側，摩擦力不足，結果外側點反而轉速不如預期。

(二)、撞擊足球右下偏中內側的各點轉速較快，各種鞋面偏角撞擊第 5、6 點，可得較快轉速，且鞋面偏角愈小，轉速愈快 (  $30^\circ > 45^\circ > 60^\circ$  )。

七、透過研究四將撞擊後足球的飛行速度、初轉速與偏移距離進行整合後發現：

(一)、各不同角度的鞋面偏角和撞擊角度，能產生大幅度的向左偏移的撞擊點，以足球右下偏中內側的第 5、6 點為最佳，分析其飛行速度與初轉速都很快。

(二)、向左偏移幅度小或無法左偏反而右偏的撞擊點，有些是球的飛行速度與轉速都明顯較慢，或其中一項明顯較低，以致無法踢出弧形曲線的香蕉球。

## 伍、結論

一、本研究僅針對國小組足球的場地規格進行數據分析。要踢出完美香蕉球的條件，須要有適度的作用力，搭配鞋面角度去撞擊最佳球點，產生轉速較快的旋轉球，才能踢出完美曲線。

二、透過自製足球發射器進行實驗後得知，不論鞋面偏角為 30、45 或 60 度時，擺動機械腳撞擊球的右下中內側(即 2、3、5、6、8、9 點)時，足球除了有相當程度的水平距離及飛行高度外，還會產生明顯的向左彎曲的飛行軌跡，其中以鞋面偏角 30 度撞擊第 5、6 點，45 度撞擊第 5 點，60 度撞擊第 6 點，其向左彎曲的軌跡最為顯著。

三、由撞出不同轉速的圓柱體在氣墊桌的偏移結果得知，物體轉速與作用力強度會影響漂浮的偏移程度，須要完美的搭配組合，才能產生最佳的偏移角度和飛行距離。球員踢自由球時須判斷球與球門距離，決定出腳力度，才能完美畫弧，勁射入網。(用力太小提早偏移落地，用力太大就太慢偏移或飛越球門)。

四、由研究三發現，撞擊點 5、6 在不同鞋面角度撞擊下有較快的轉速，與研究四中整合的結果相符，撞擊球點 5、6 有最佳的球速、轉速、與飛行高度，可產生最佳的偏移效果。

五、透過本次的實驗，運用科學化的分析，能了解在踢足球時，如何調控出腳力度與鞋面的最佳角度，撞擊最適球點位置，踢出完美的彎曲弧線，幫助足球教練在指導學生學習踢足

球香蕉球時，能運用更科學、更具體的教學方式來進行教學，也讓球員能清楚理解如何提升在踢足球香蕉球的學習效率，體會更多的足球樂趣！

## 陸、參考資料

- 一、王美芬 (2024)。國民小學自然和生活科技 六下。新北市：康軒。
- 二、第 58 屆中小學科學展覽會，國小物理組作品「如何踢出夢想中的香蕉球」。
- 三、Peter Chiang (2014) 旋轉、飛躍、進球得分！——香蕉球物理學
- 四、Magnus Effect (維基百科)
- 五、The Physics of football. Physicsworld . Jun 1, 1998



圖 87：研究團隊一起分析討論

## 【評語】 080117

本研究利用省力原理，自製實驗器材，設計研究過程。文獻回顧部分充分掌握弧線球受力的原因，也針對歷屆相關研究有所說明；實驗裝置設計用心，努力克服量化的困難，結果比對分析詳細。同時推導到實際戰術應用上，切合研究主題。從構想到實驗數據分析，是一個完整的實踐過程。



## 作品簡報

# 踢出完美曲線

足球香蕉球運動軌跡的物理探秘



# 摘要

本研究係運用所學過「槓桿原理」、「輪軸裝置」等省力原理，自製「足球發射器」，並以tracker軟體分析飛行軌跡。再用自製轉速器結合arduino感應元件測量，比較不同撞擊點的轉速變化，又以氣墊桌結合旋轉發射器進行驗證。

實驗結果發現，當鞋面偏角設定為30與45度時，踢中球的第5點（足球正視圖的中心點往右3公分的垂直線及往下3公分的水平線之交點），以及將鞋面偏角設定為30及60度踢中足球的第6點(足球正視圖的中心點往下3公分的點)時，能讓足球產生較大的向左彎曲的情形。期能讓學生能透過更科學、更有效率的方式來學習踢出「足球香蕉球」，也能體會更多的踢球樂趣喔！

## 壹、研究動機

常常在足球比賽過程中，看見踢定位球時，當球射進球門時，那球的飛行曲線是多麼令人著迷。這美妙的弧線球是如何踢出的呢？在六年級自然科學中學過有關「簡單機械」單元的「槓桿原理」、「輪軸裝置」，製作成投石機等省力機置。於是想藉由課程中學過的知識，透過自行製作實驗器材，在安全無虞的情況下，進行客觀且可再現性的實驗，試著找出這迷人飛行曲線的秘密，讓學習踢出「香蕉球」能變得更有效率，於是有了本次的實驗。

## 貳、研究目的

- 一、利用自製足球發射器，運用相同的撞擊力，以60度、45度、30度等的鞋面偏角，對足球(正視圖)右下部不同的部位(9點)進行碰撞，觀測並記錄足球飛行軌跡。
- 二、利用自製旋轉發射器，將不同轉速的圓柱體以直線撞出，分析其在氣墊桌上旋轉前行的情形，以驗證轉速對足球飛行軌跡的影響。
- 三、運用相同的撞擊力道，以不同的撞擊攻角，對足球右下部不同的部位(9點)進行撞擊，並用自製轉速測量器觀測並記錄足球的旋轉情形。
- 四、整合足球受力後的運動數據進行分析，歸納踢出香蕉球完美曲線的條件。

## 參、研究設備與器材

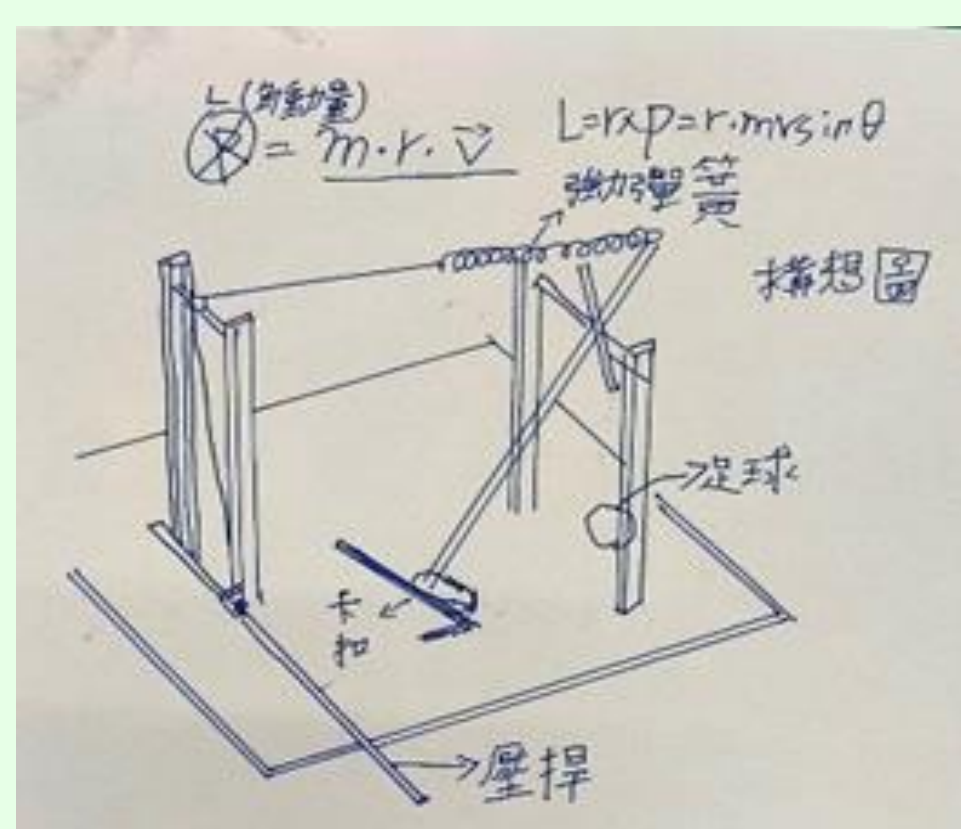
研究器材：自製足球發射器、自製旋轉發射器、自製轉速測量器、木材、棧板、14mm牙條、14mm螺母、木工鑽尾、金工鑽尾、圓鋸機、鑽床、木工螺絲、電動起子、足球鞋、塑膠鞋楦、3mm鋼索、鋼索固定器、鎖扣、鋼管、拉伸彈簧、攝影機、4號足球、數位角度尺。

研究設備：tracker(分析影片影格速度軟體)、arduino光感應測速計(測量足球初轉速)、arduino磁力感應轉速器(測量圓柱體轉速)、氣墊桌。

## 肆、研究過程與結果

### 研究一、探討不同鞋面偏角對足球不同位置碰撞後飛行情形。

#### 實驗1-1 足球發射器設計、製作與改良



本研究所有相關相片與圖片，均為作者/指導老師拍攝及繪製。

成功

圖1. 足球射器設計圖

圖2. 第一代足球發射器

圖3. 更換大尺寸拉伸彈簧

圖4. 更換大口徑鐵管

圖5. 第二代足球發射器

#### 實驗1-2 以60度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形

方法：固定的鞋面偏角為60度，對4號足球的9個部位進行碰撞。

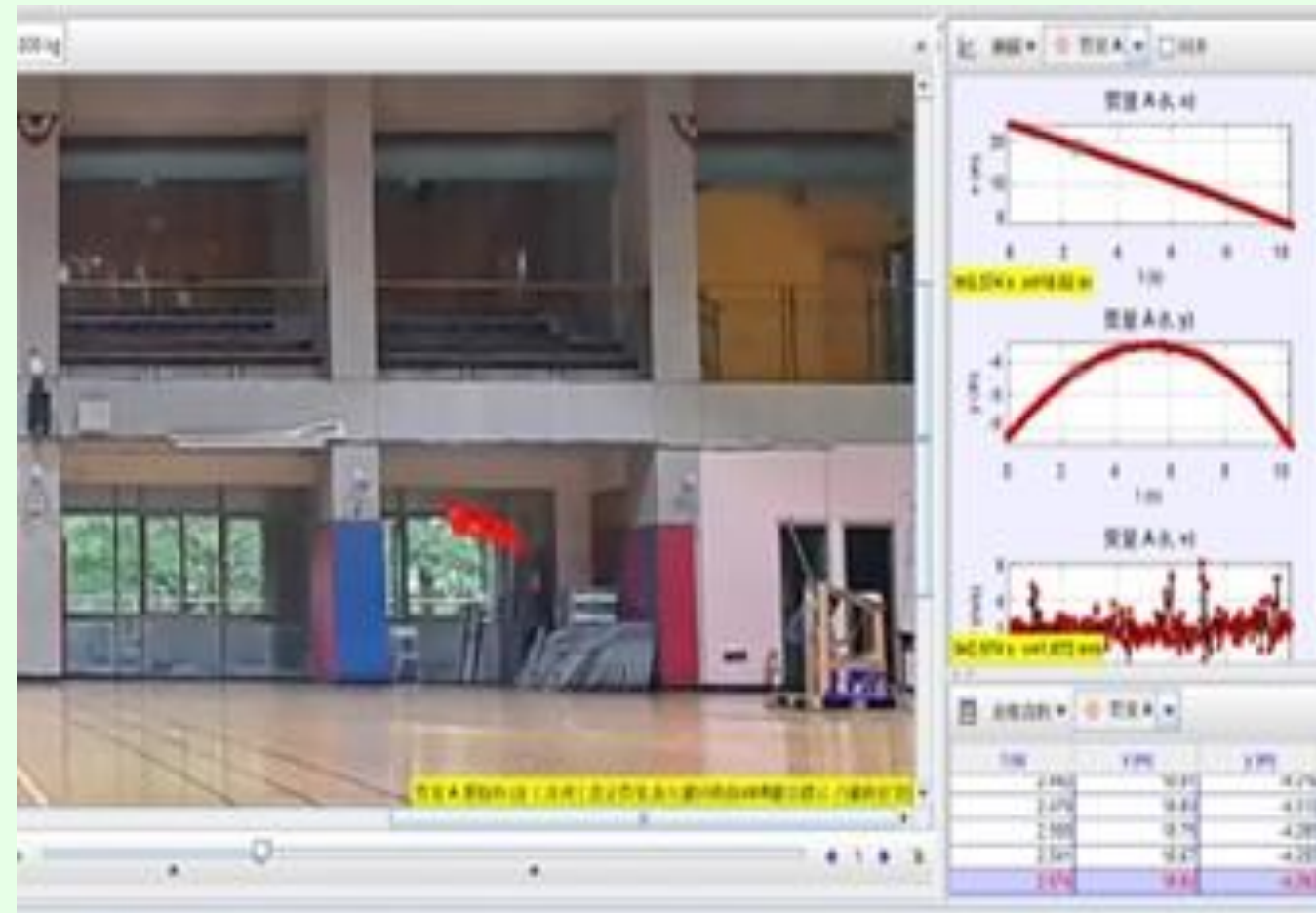
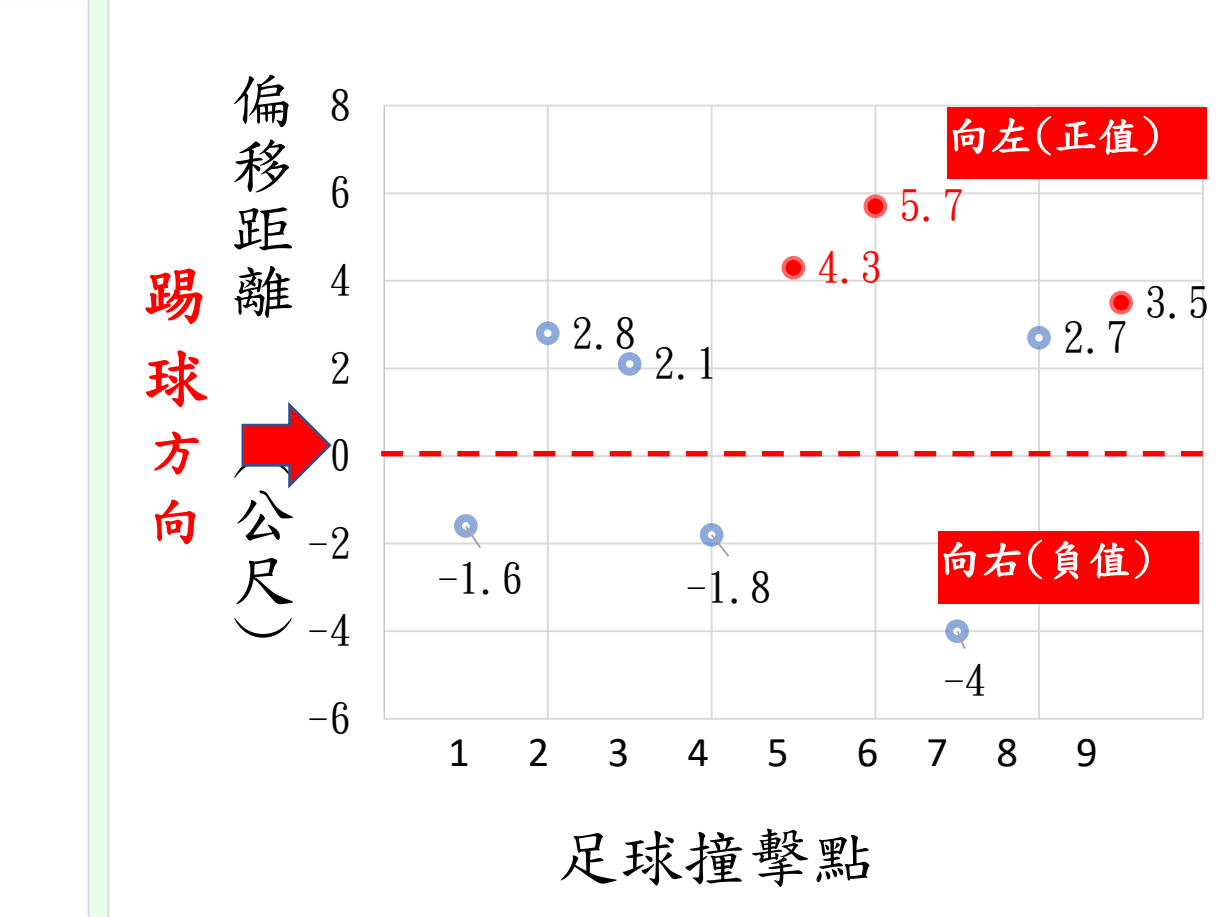
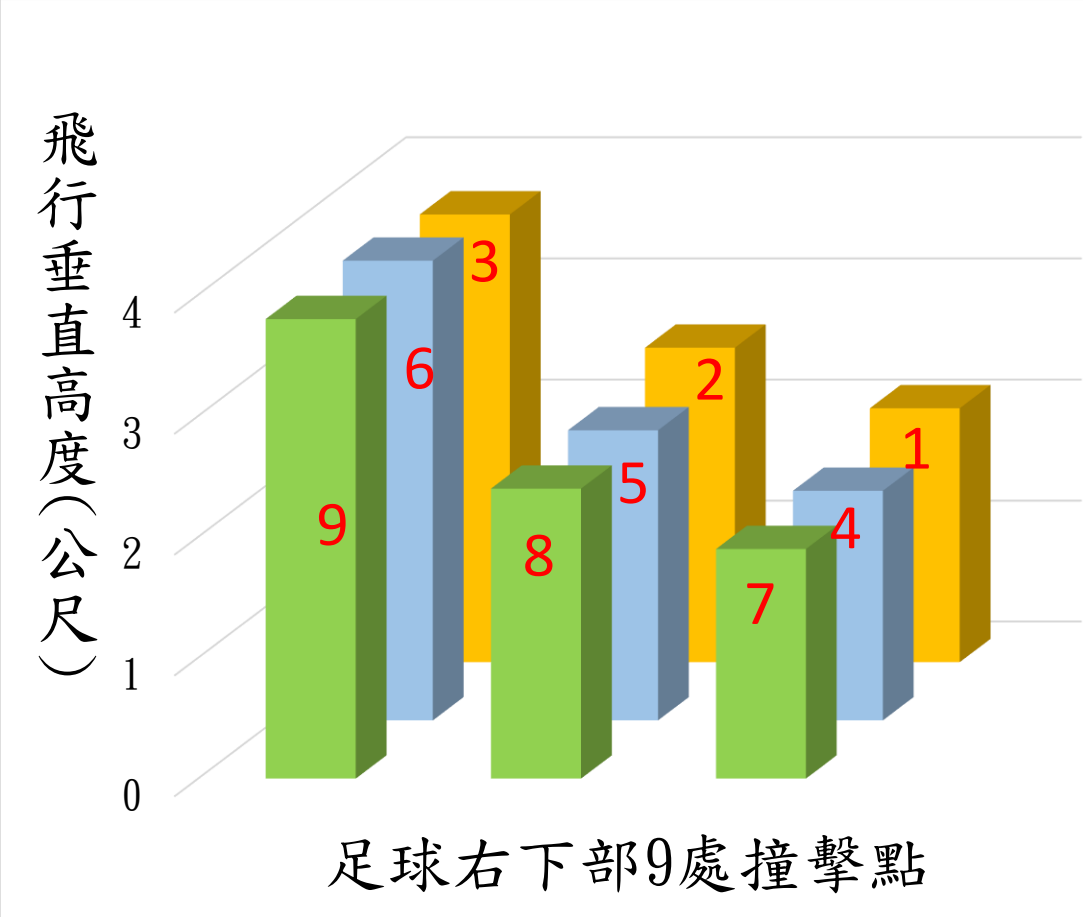
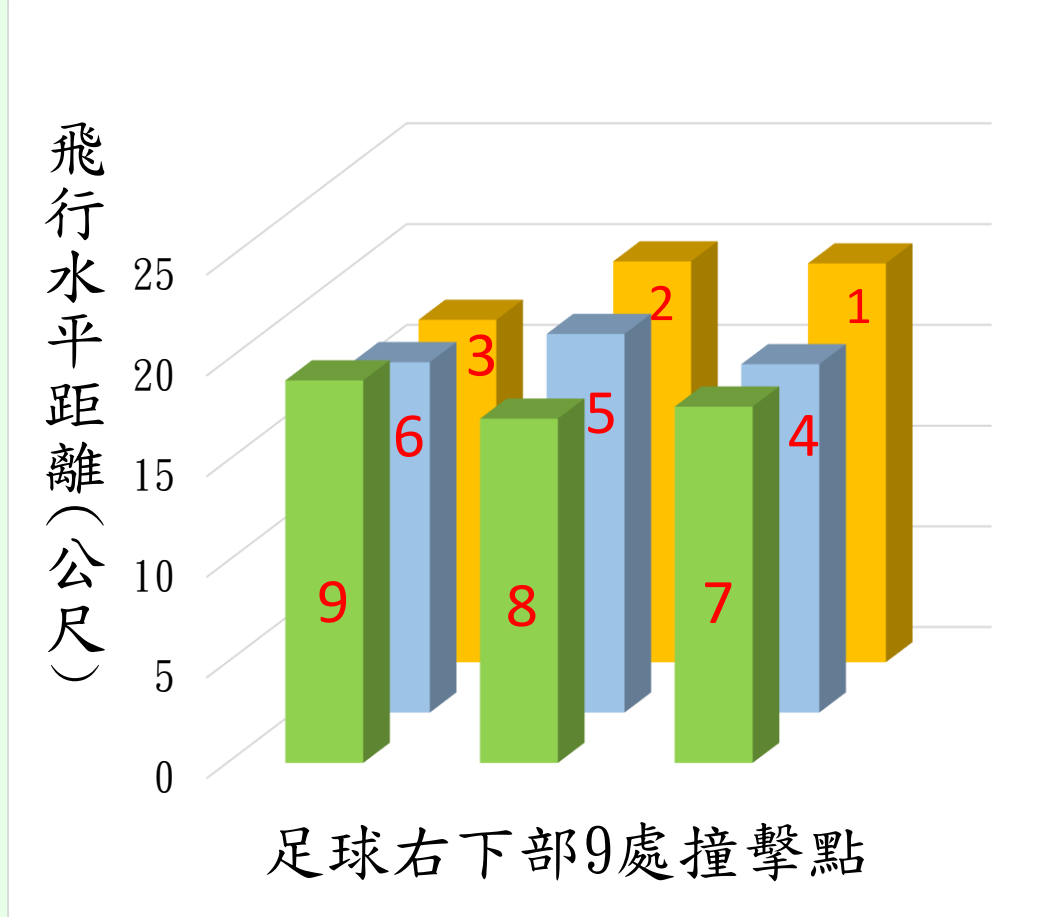


圖6. 飛行水平距離

圖7. 飛行垂直高度

圖8. 左右偏移距離

圖9. 運用tracker軟體分析足球飛行情形

結果：

1. 撞擊9個點的平均飛行水平距離，最近距離和最遠距離差距不大。
2. 飛行高度隨撞擊點離球中間部位的遠近，有明顯的不同。
3. 撞擊點在足球的右下中內側(即5、6、9點)，其撞擊後因馬格努斯效應而產生球的向左偏移現象較明顯。

#### 實驗1-3 以45度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形

方法：固定的鞋面偏角為45度，對4號足球的9個部位進行碰撞。

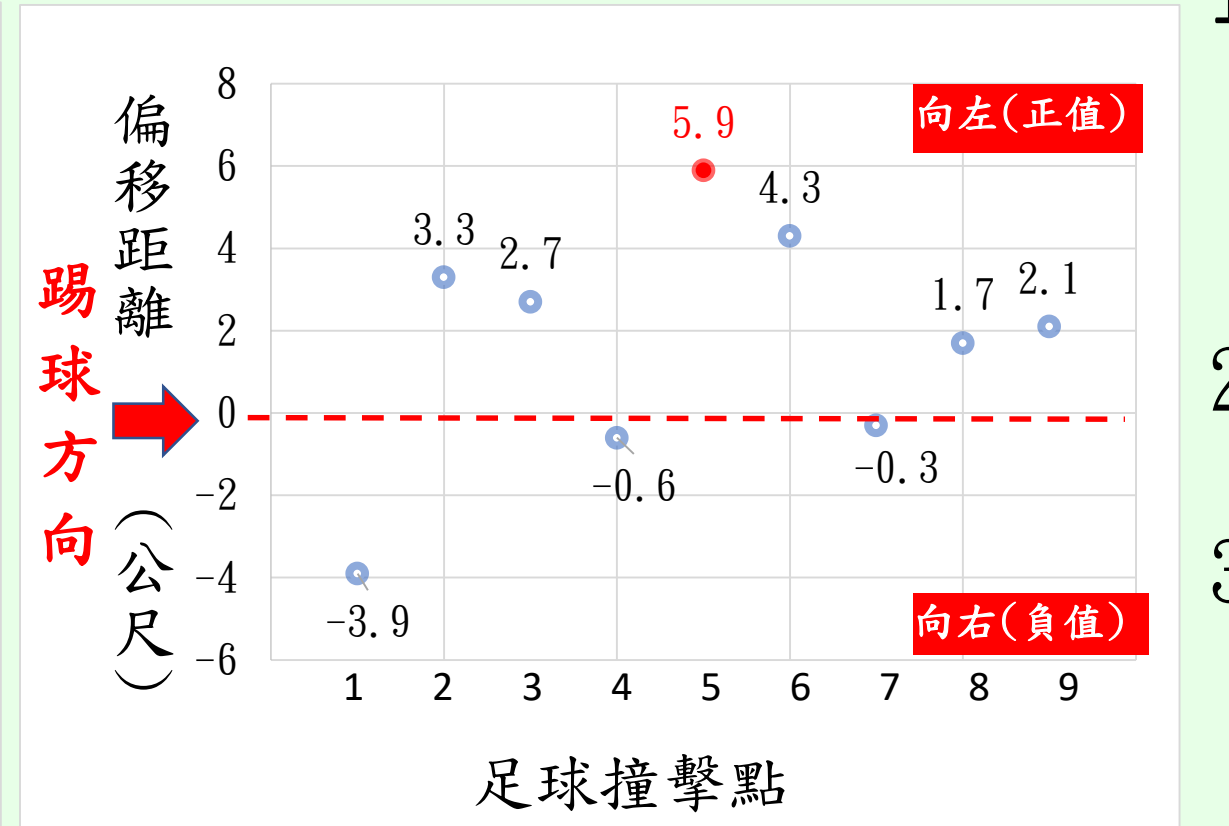
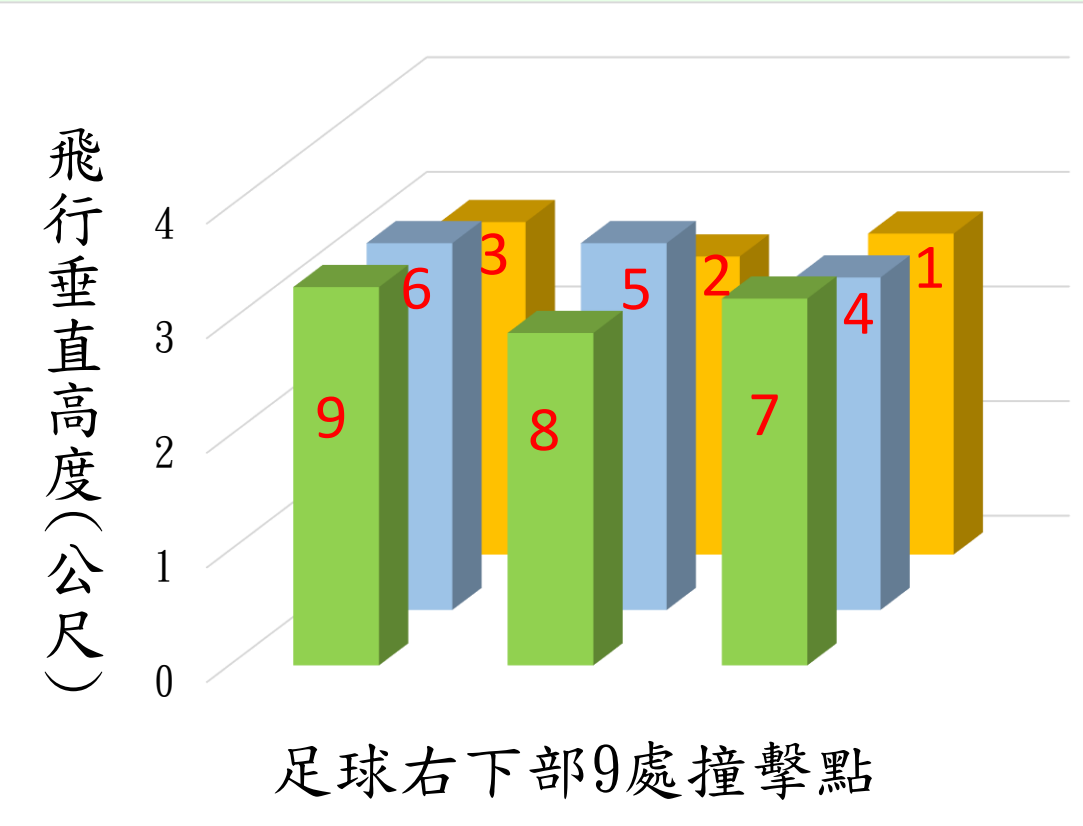
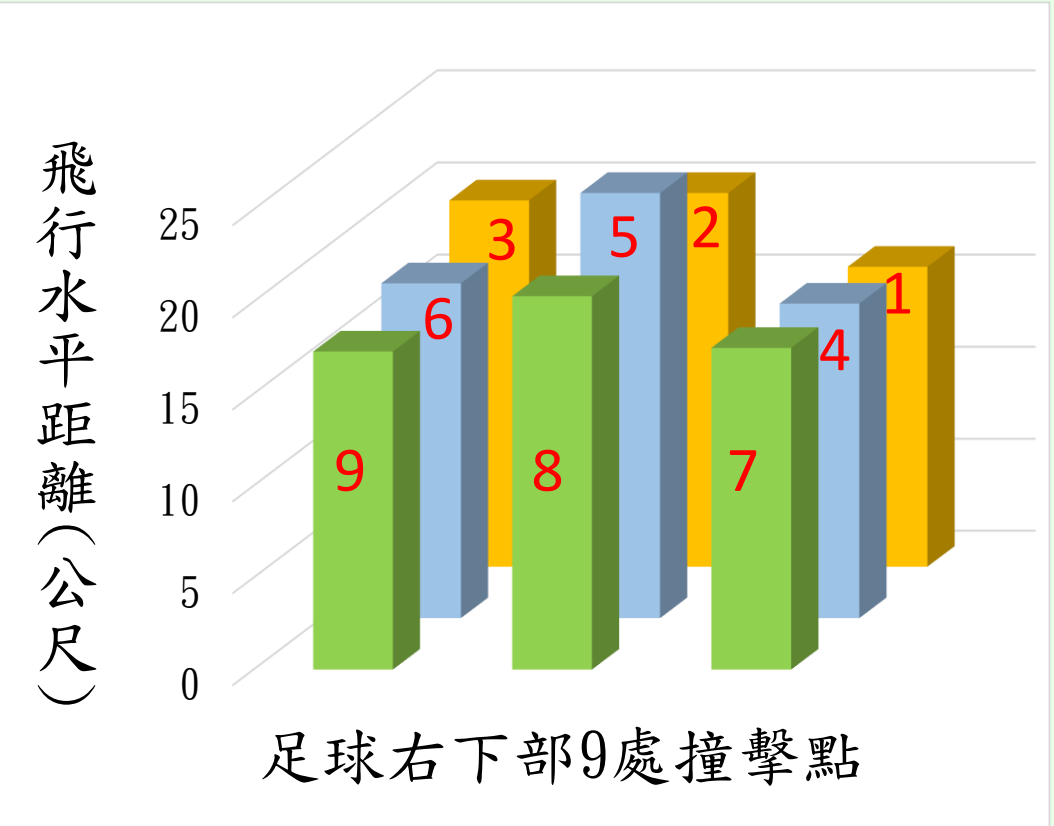


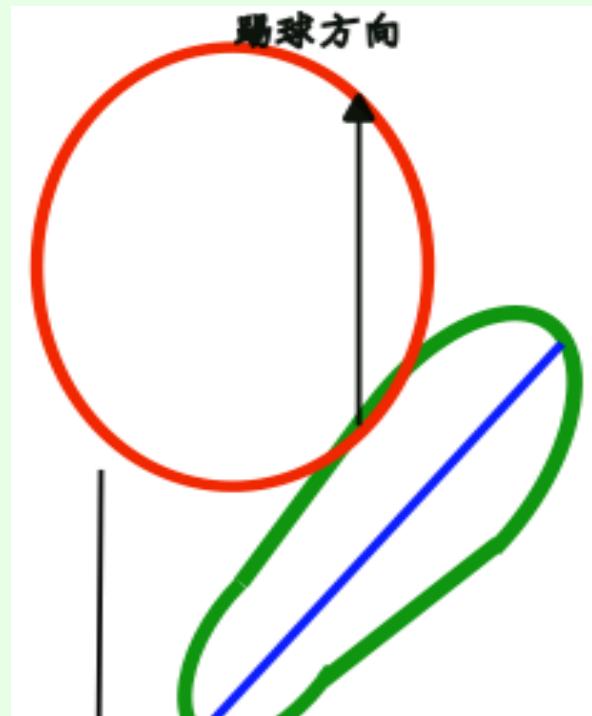
圖10. 飛行水平距離

圖11. 飛行垂直高度

圖12. 左右偏移距離

結果：

1. 鞋面偏角為45度時，不同的撞擊位置對足球飛行水平距離差異頗大；當踢球點靠外側時，球體飛行距離偏近。
2. 觀察不同撞擊位置的垂直高度，則沒有明顯的規律性。
3. 當撞擊第5點時，球的向左偏移，最為明顯。



鞋面偏角45度

#### 實驗1-4 以30度鞋面偏角對足球進行撞擊，測量並記錄其飛行情形

方法：固定的鞋面偏角為30度，對4號足球的9個部位進行碰撞。

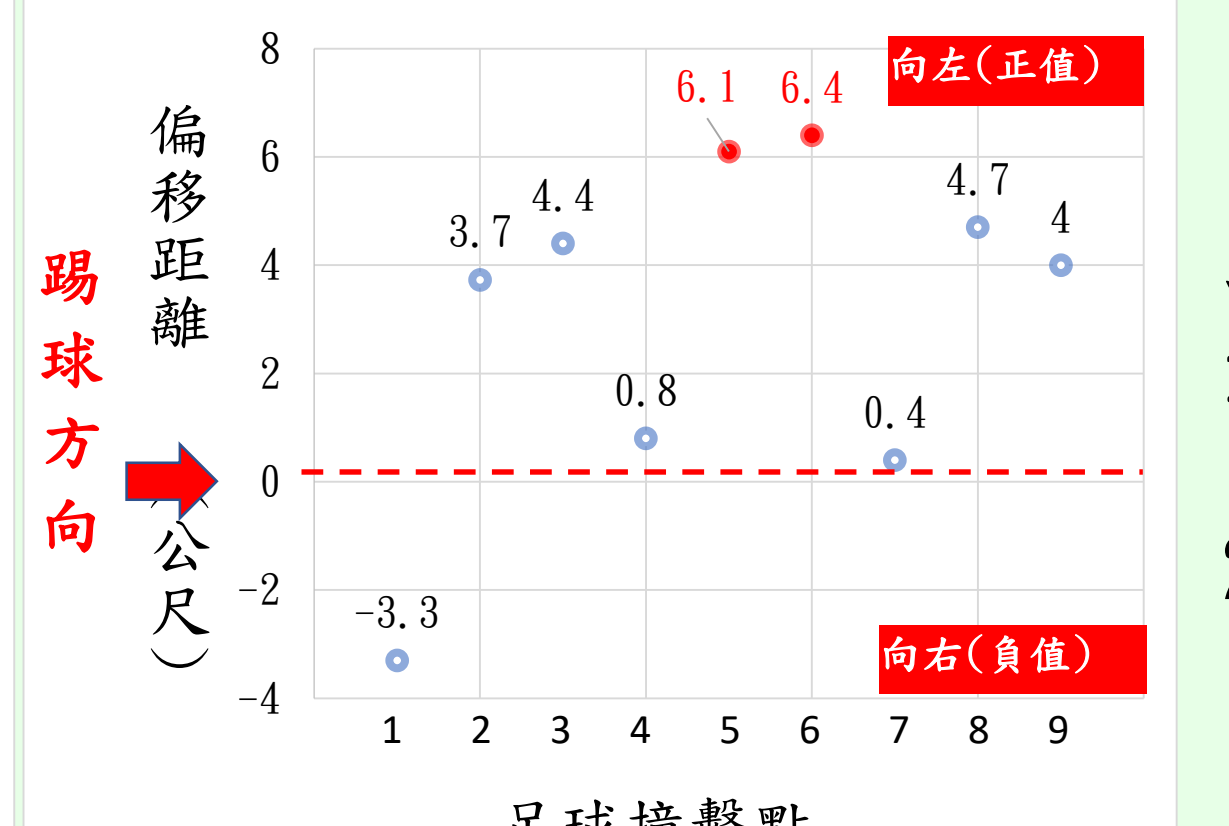


圖13. 飛行水平距離

圖14. 飛行垂直距離

圖15. 左右偏移距離

結果：

1. 以鞋面偏角30度時，撞擊足球所產生飛行水平距離差異不大。
2. 觀察不同撞擊位置的飛行垂直高度差異不大，對於執行自由球飛越人牆的高度，均能超過標準。
3. 當撞擊第5點及第6點時，球的向左偏移幅度最為明顯。

# 研究二、探討不同轉速圓柱體直線撞出後，在氣墊桌的偏移情形，以驗證轉速對足球飛行軌跡的影響。

## 實驗2-1 旋轉發射器設計與操作

利用馬達、轉速調整器、發射器、圓柱體及氣墊桌，製作「**旋轉發射器**」。

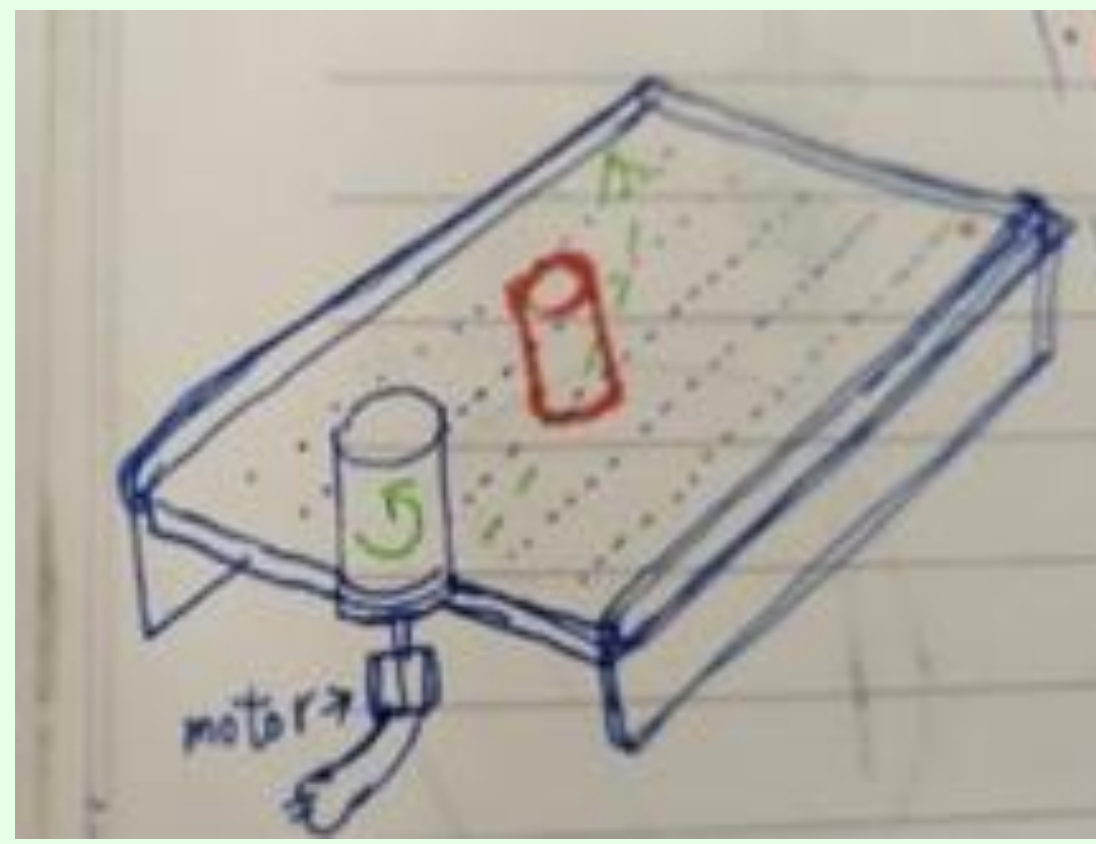


圖16：設計手稿

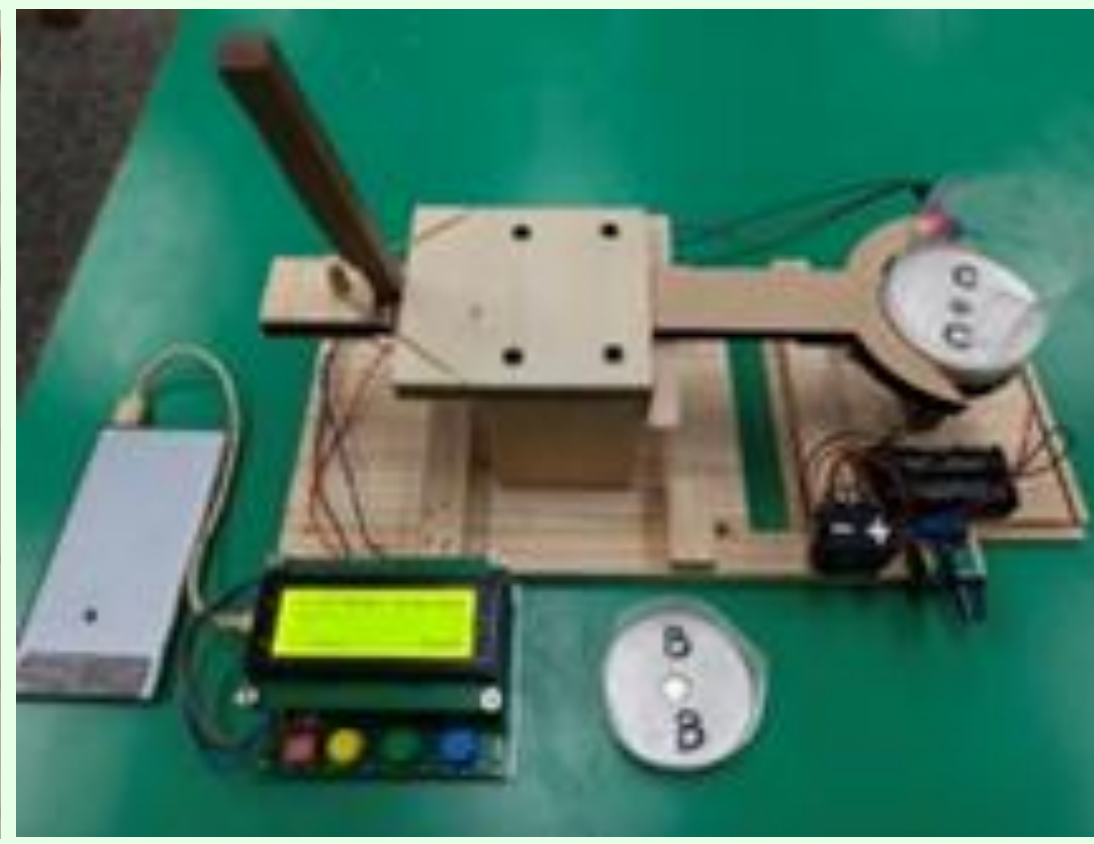


圖17：旋轉發射器及圓柱體

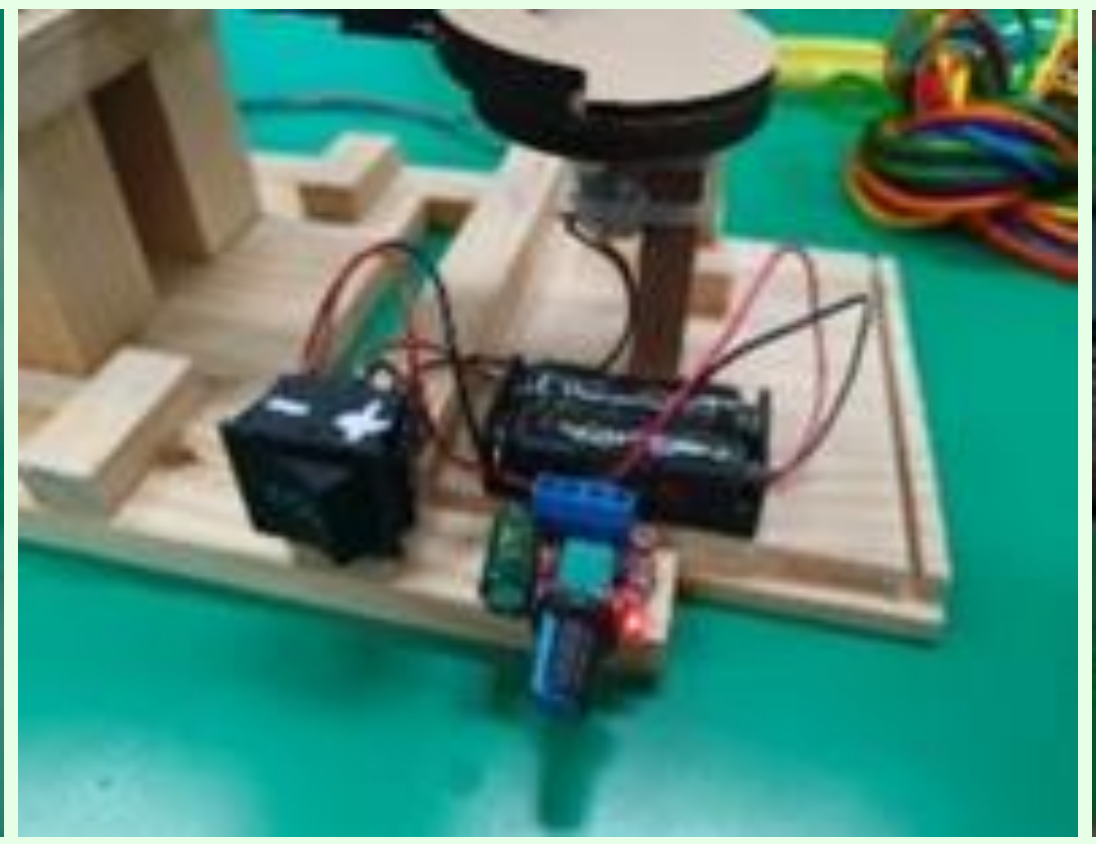


圖18：可調控轉速器

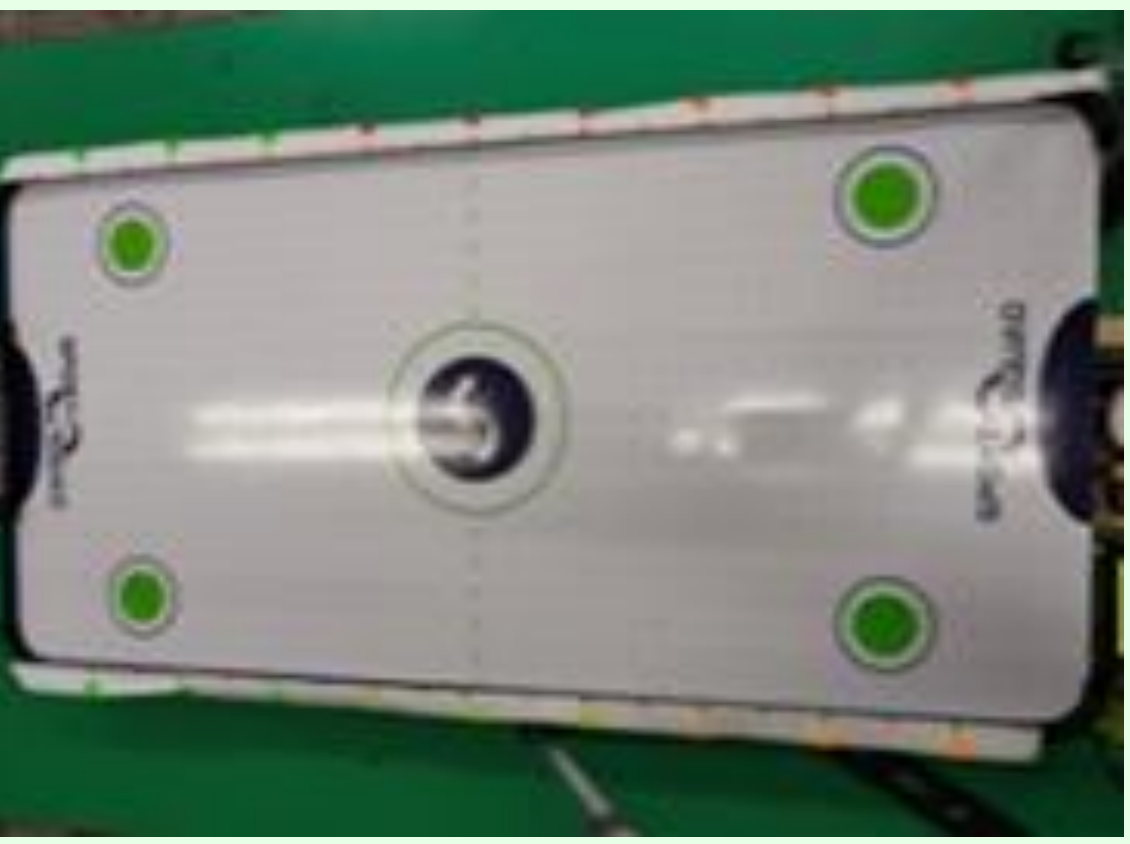


圖19：氣墊桌面

## 實驗2-2 以大、小不同力道，撞擊旋轉的圓柱體，觀察並記錄其移動情形

方法：利用自製旋轉發射器，撞擊旋轉中圓柱體，測量並記錄其在氣墊桌上移動情形。

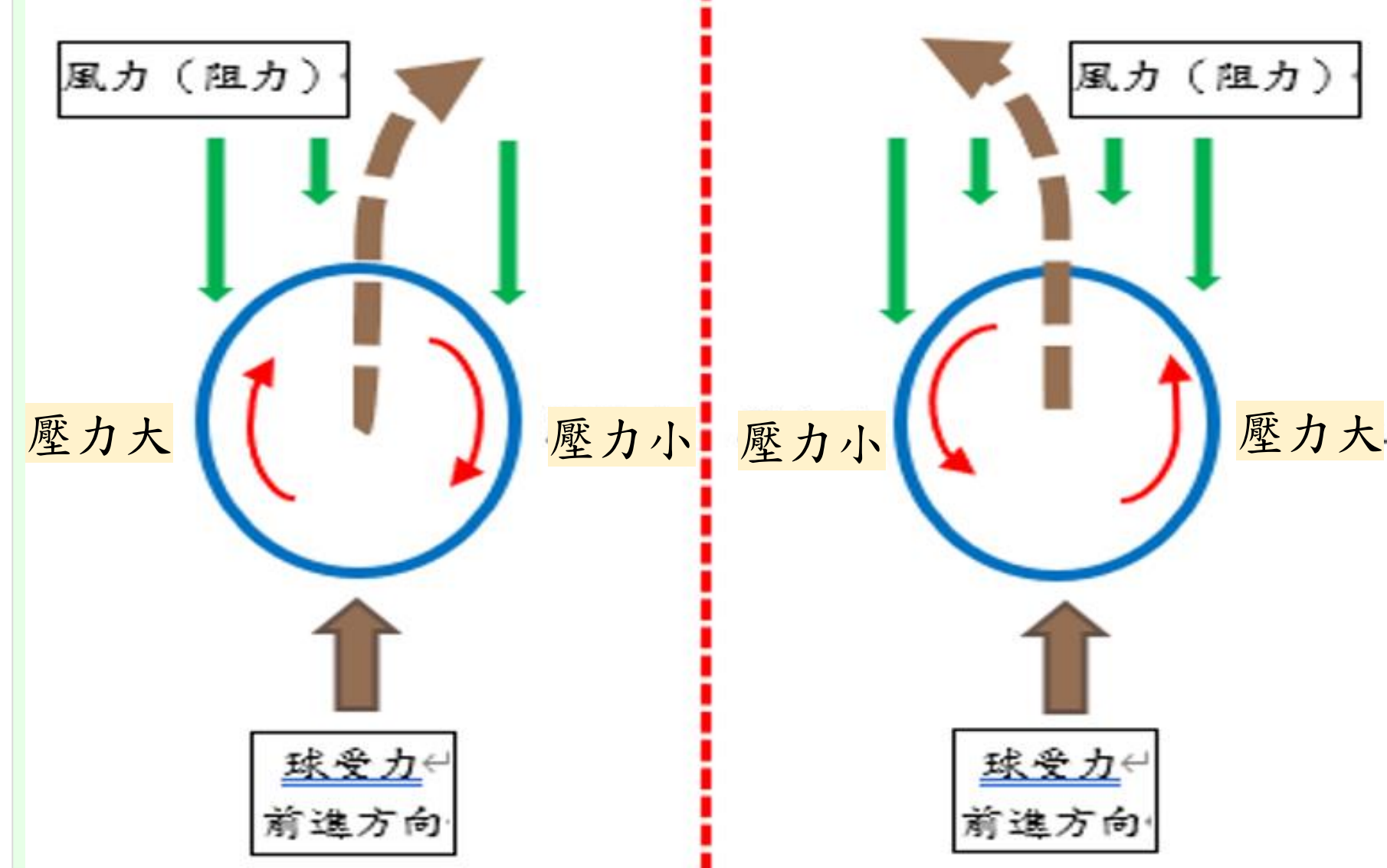
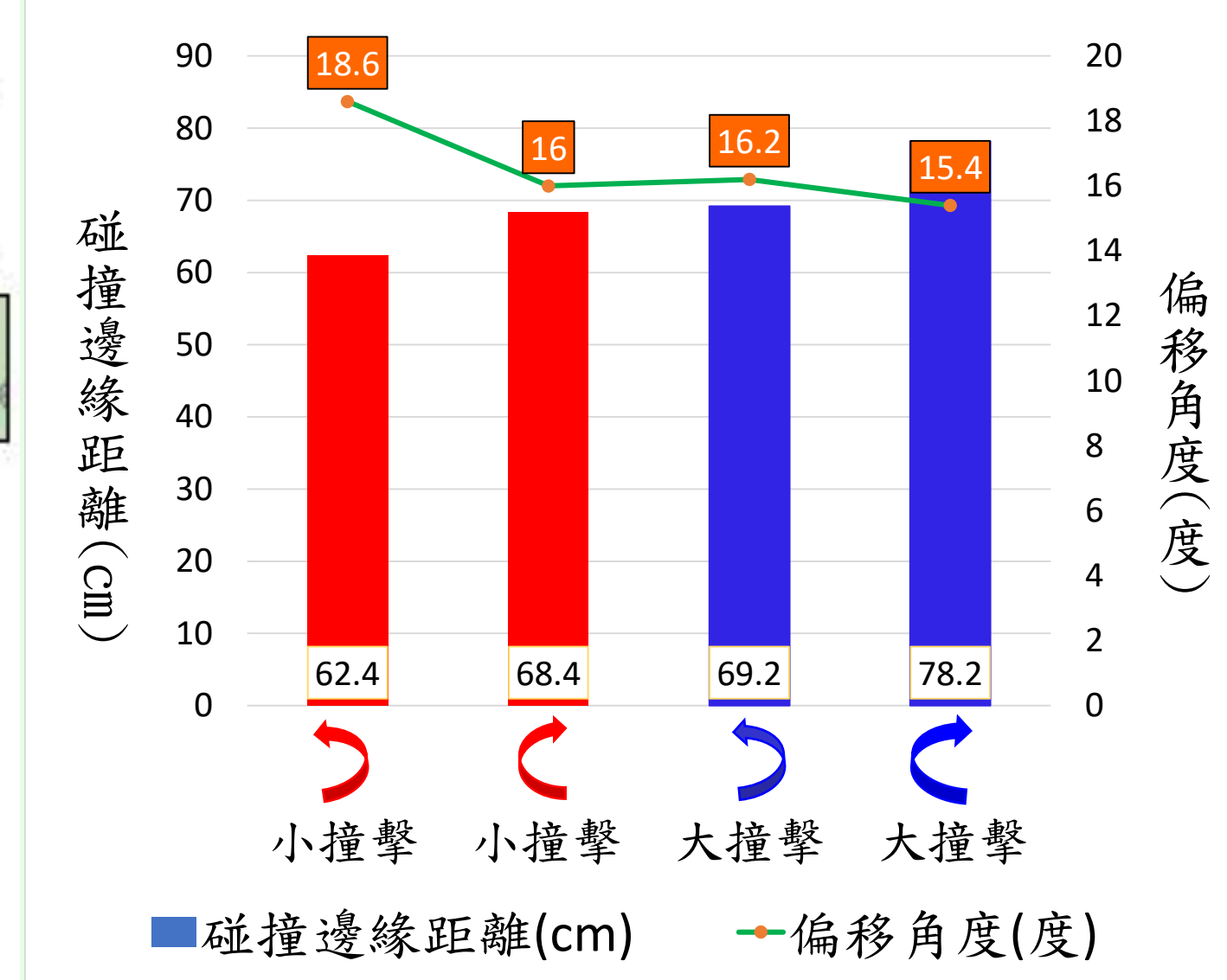
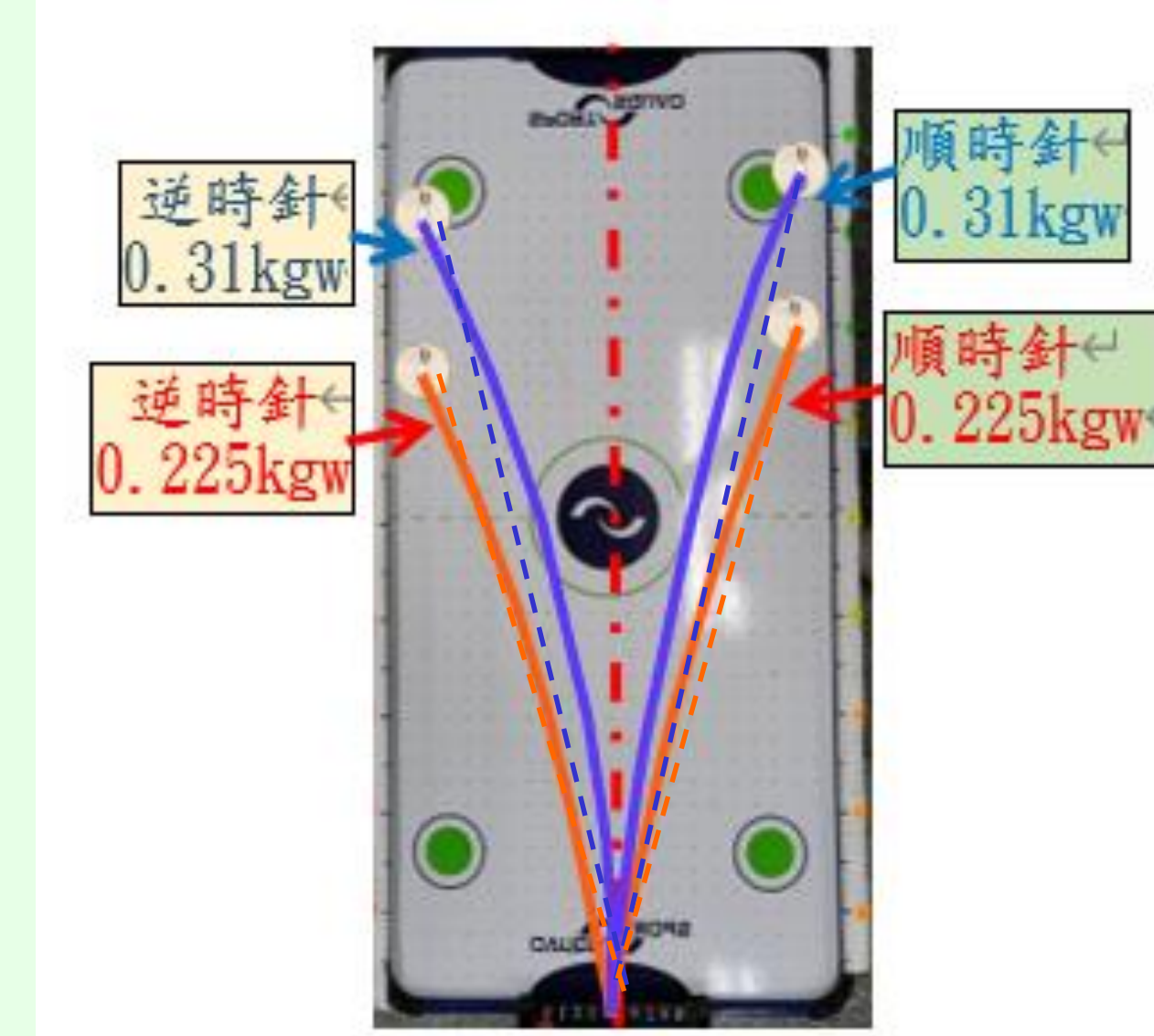


圖22：馬格努斯效應示意圖

結果：

- 當撞擊力道大時，圓柱體飄浮移動較遠才偏移。反之，撞擊力小，夾角愈大，圓柱體移動較慢，較早偏移而碰觸桌緣。
- 圓柱體順時針快轉時，左側逆風（壓力大），右側順風（壓力小），所以向右偏移。反之，圓柱體逆時針快轉時，向左偏移。

## 實驗2-3 以相同的力道，撞擊低、中、高三種不同轉速的圓柱體，觀察並記錄其移動情形

方法：以相同的0.225kgw的撞擊力，撞擊三種不同轉速的圓柱體A（低、輕）及圓柱體B（高、重），測量並記錄其在氣墊桌上的移動情形。

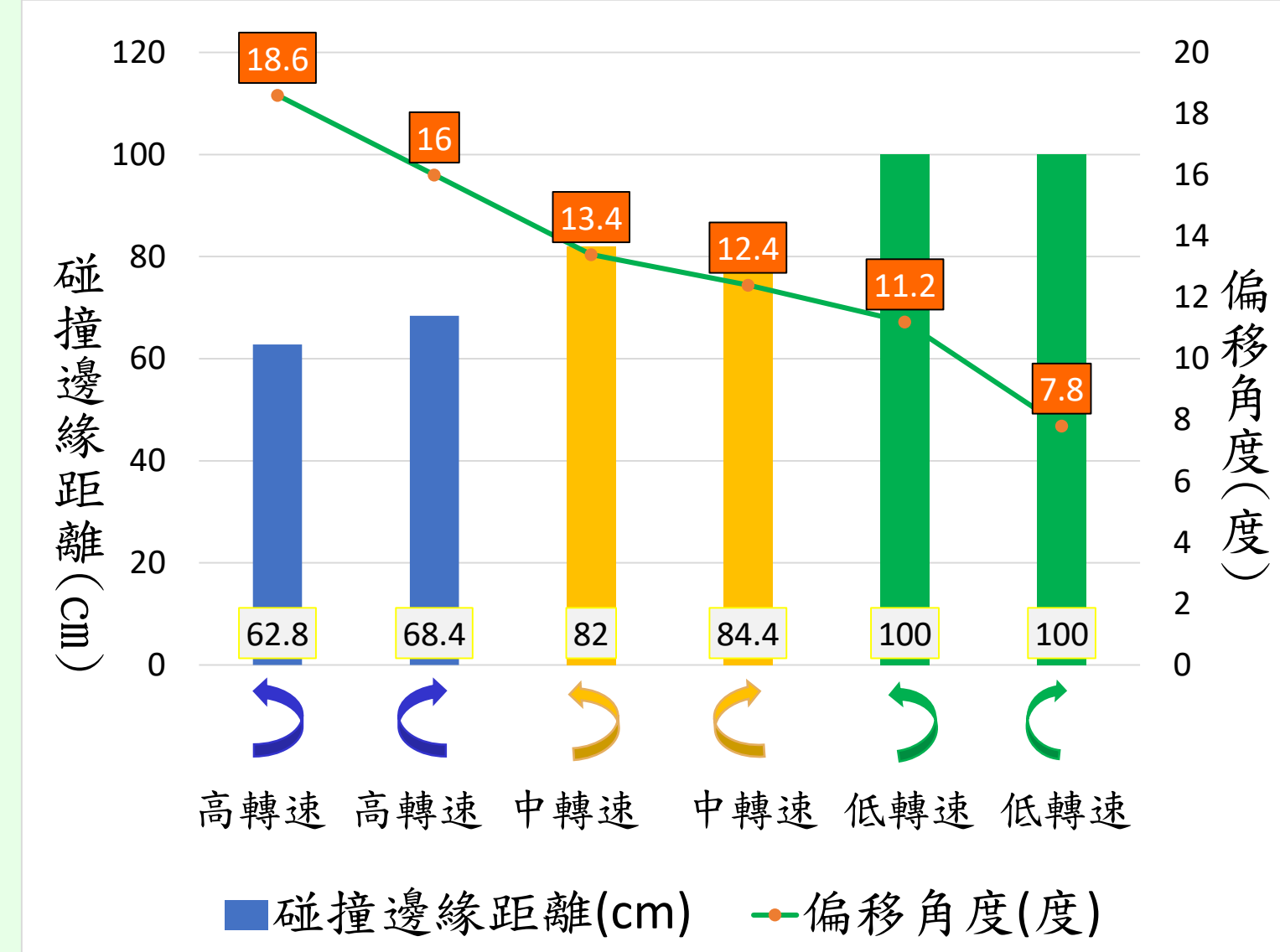


圖23：撞擊不同轉速圓柱A偏移比較圖

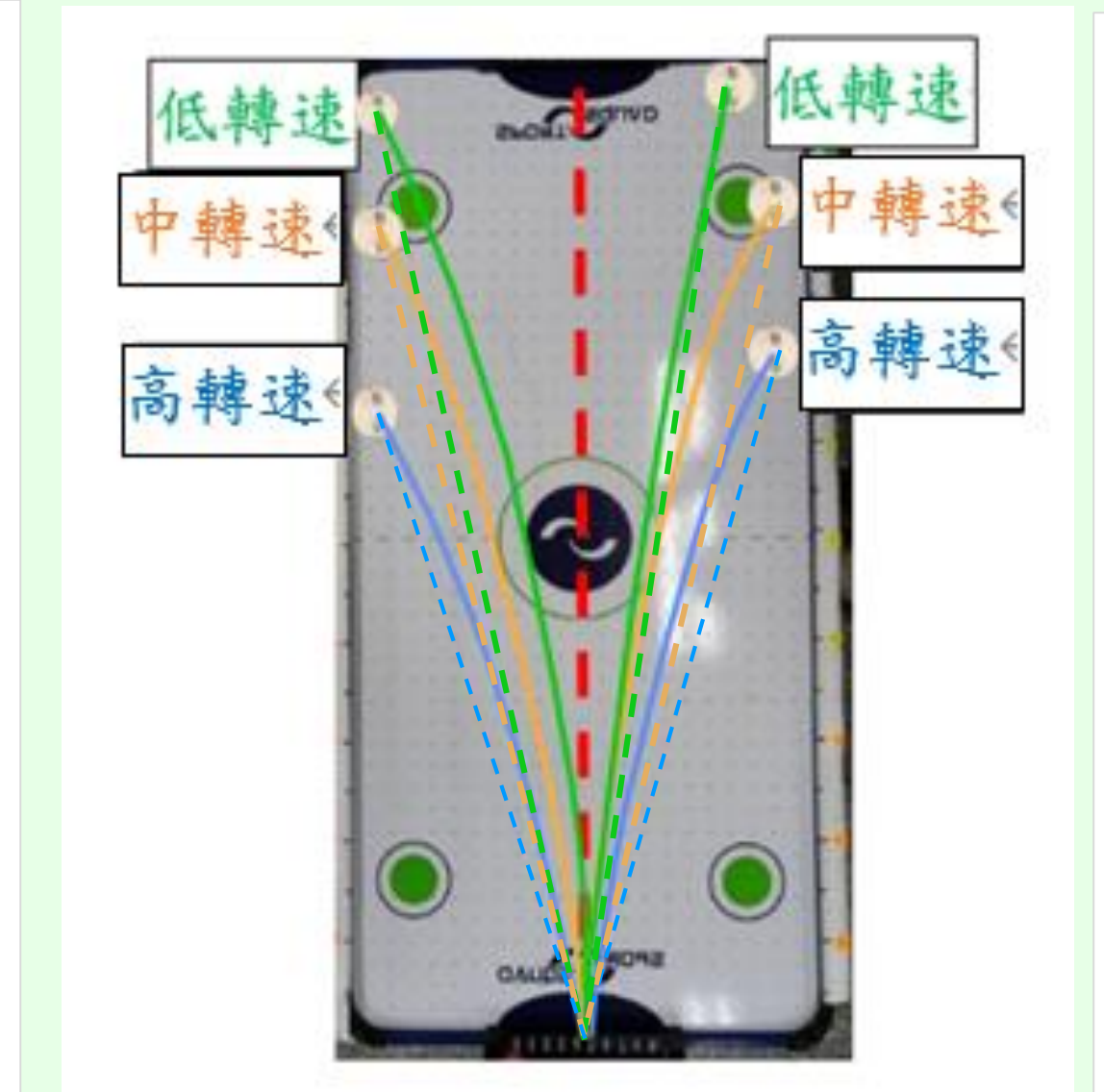


圖24：圓柱A撞擊後偏移角度圖

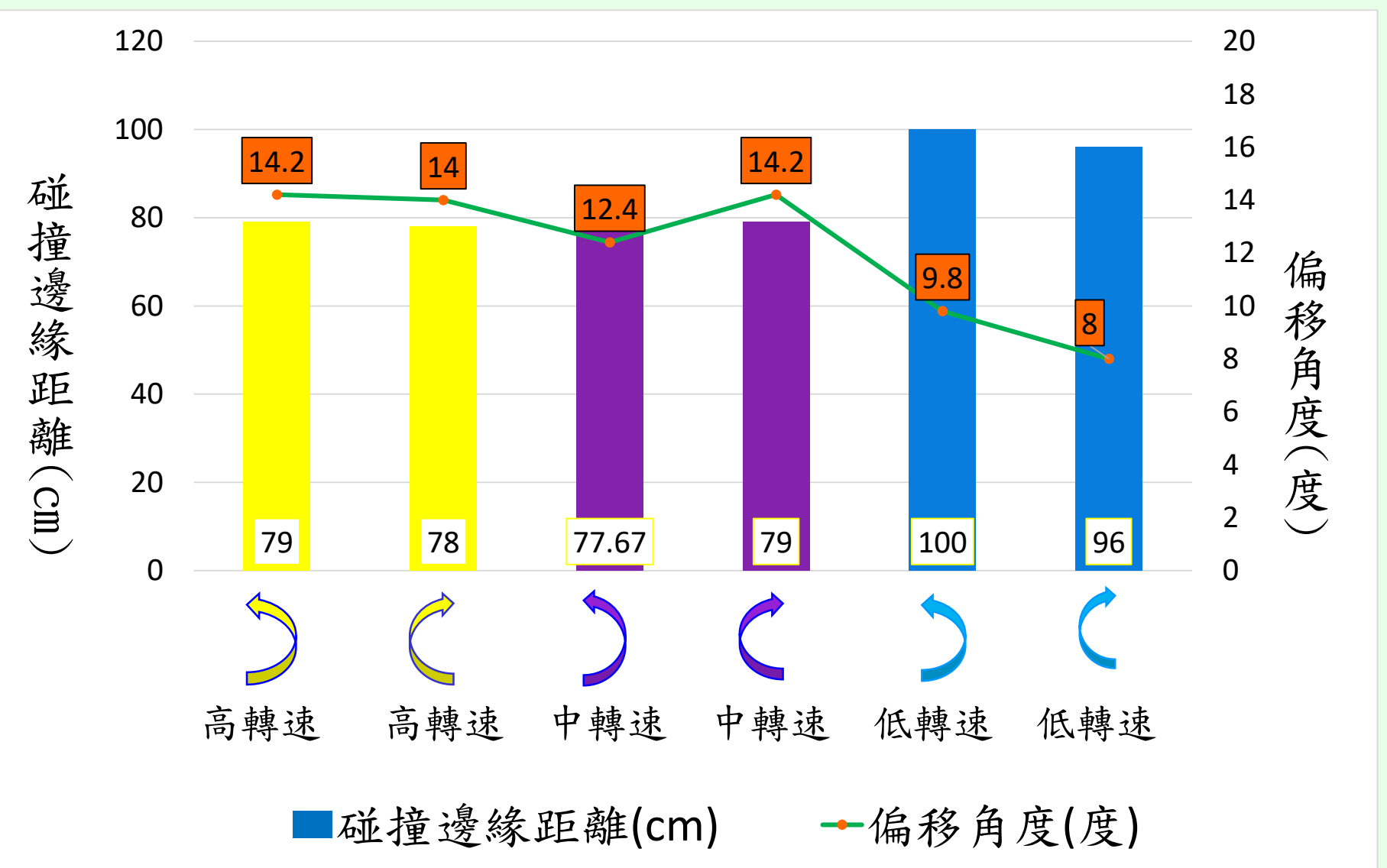


圖25：撞擊不同轉速圓柱B偏移比較圖

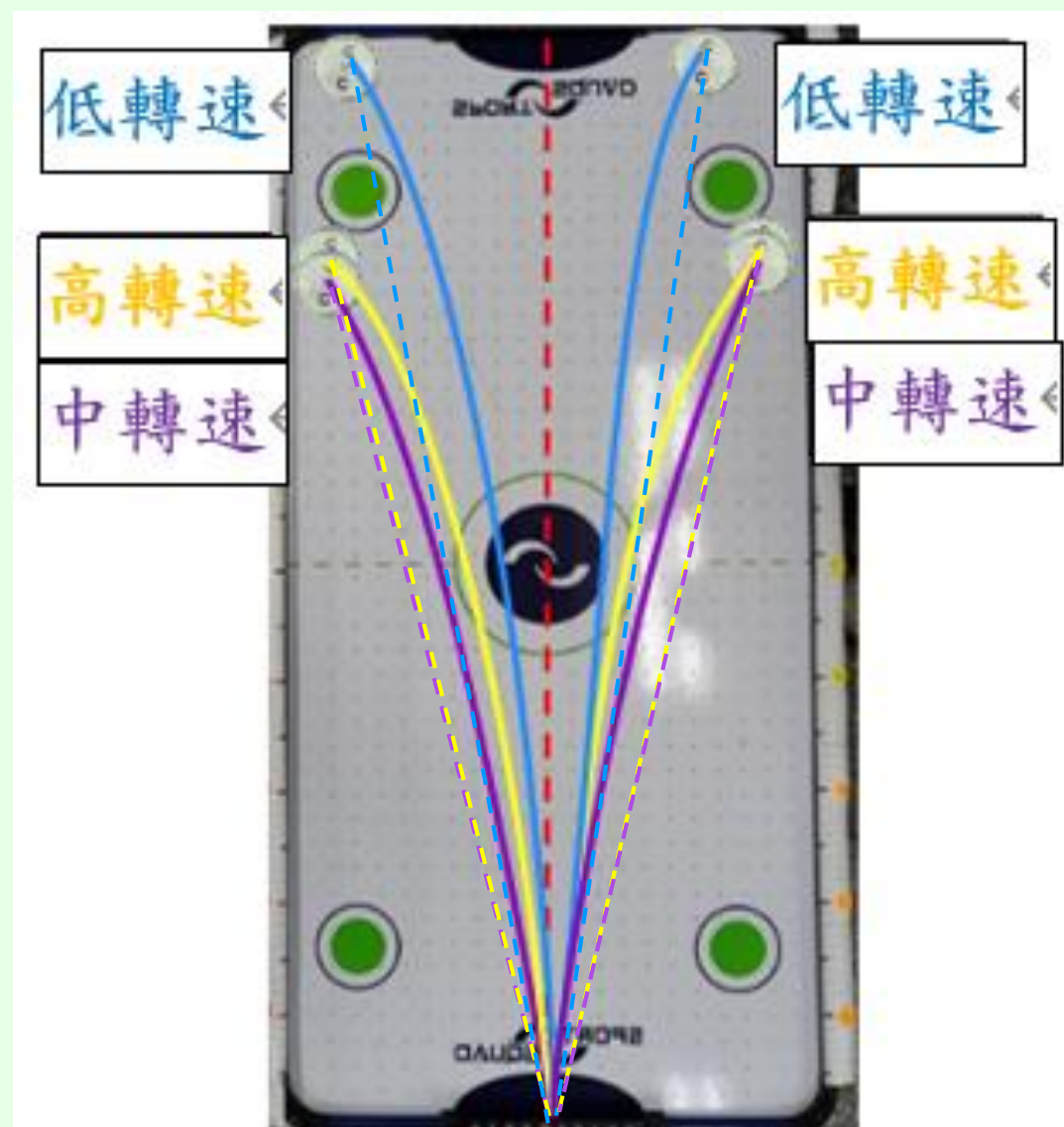


圖26：圓柱B撞擊後偏移角度圖

結果：

- 當受到相同的力撞擊時，圓柱體A（輕、低）在高轉速狀態下，偏移角最大，偏移時機更早發生，如圖23、圖24。
- 當受到相同的力撞擊時，高轉速的圓柱體B（高、重），其偏移的程度與時機和中轉速相當。轉速低時，偏移時機較晚，如圖25、圖26。
- 兩種圓柱在低轉速下，大都偏轉時機晚，而撞擊氣墊桌前方的遠端水平桌緣，量測的偏移角度明顯較小。

新發現：

- 轉速相同的物體，以較大撞擊力碰撞後，飄浮愈遠的距離才產生偏移現象。反之，撞擊力愈小，飄浮愈近，較早出現偏移現象。
- 不論是圓柱體A或B，當其在**中、高轉速**受撞擊時，**偏移程度較明顯**，轉速過低的圓柱體，其所受馬格努斯效應較不明顯。

# 研究三、探討撞擊足球不同位置之旋轉速度，分析與足球飛行時左右偏移程度的相關性

## 實驗3-1 足球轉速測量器設計與操作

1. 設計構想

為了解足球在受撞擊後旋轉速度的變化情形，並將所得結果與足球受撞擊後的「飛行初速」及「左右偏移」的狀況進行討論，並試圖找出其中的相關，我們模擬足球受力情形，設計並製作「**足球轉速測量器**」。

2. 操作方法：



圖27：調整撞擊目標位置



圖28：對準目標，上緊發射器



圖29：開啟arduino測速器

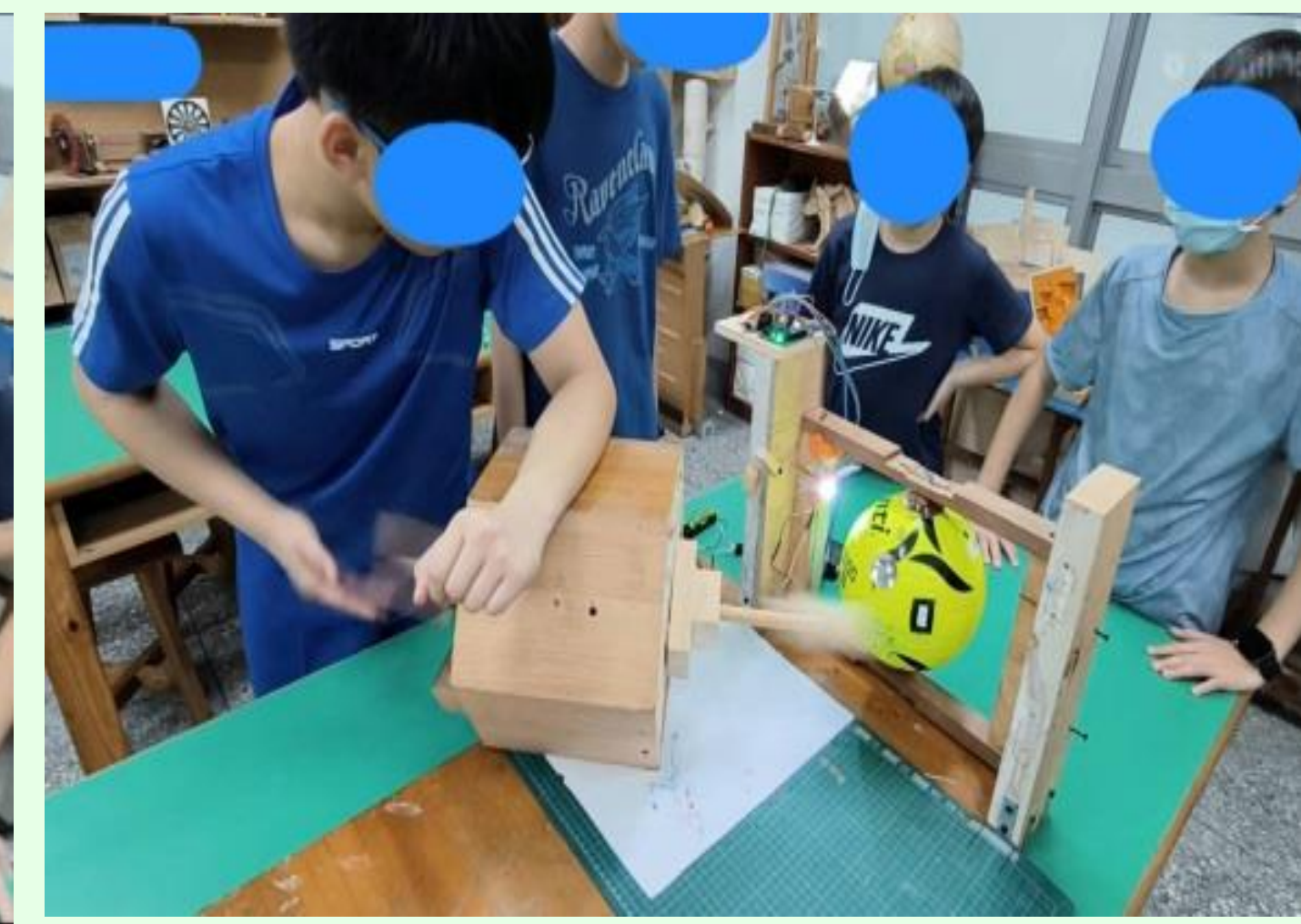


圖30：釋放發射器撞擊足球

## 實驗3-2、3-3、3-4 以60度、45度及30度攻角對足球進行撞擊，測量足球轉速

方法：利用自製轉速測量器，分別以60度、45度及30度的攻角，對3號足球的9個撞擊點進行碰撞，測量並記錄足球的初轉速。



圖31：足球右下側9點位置圖

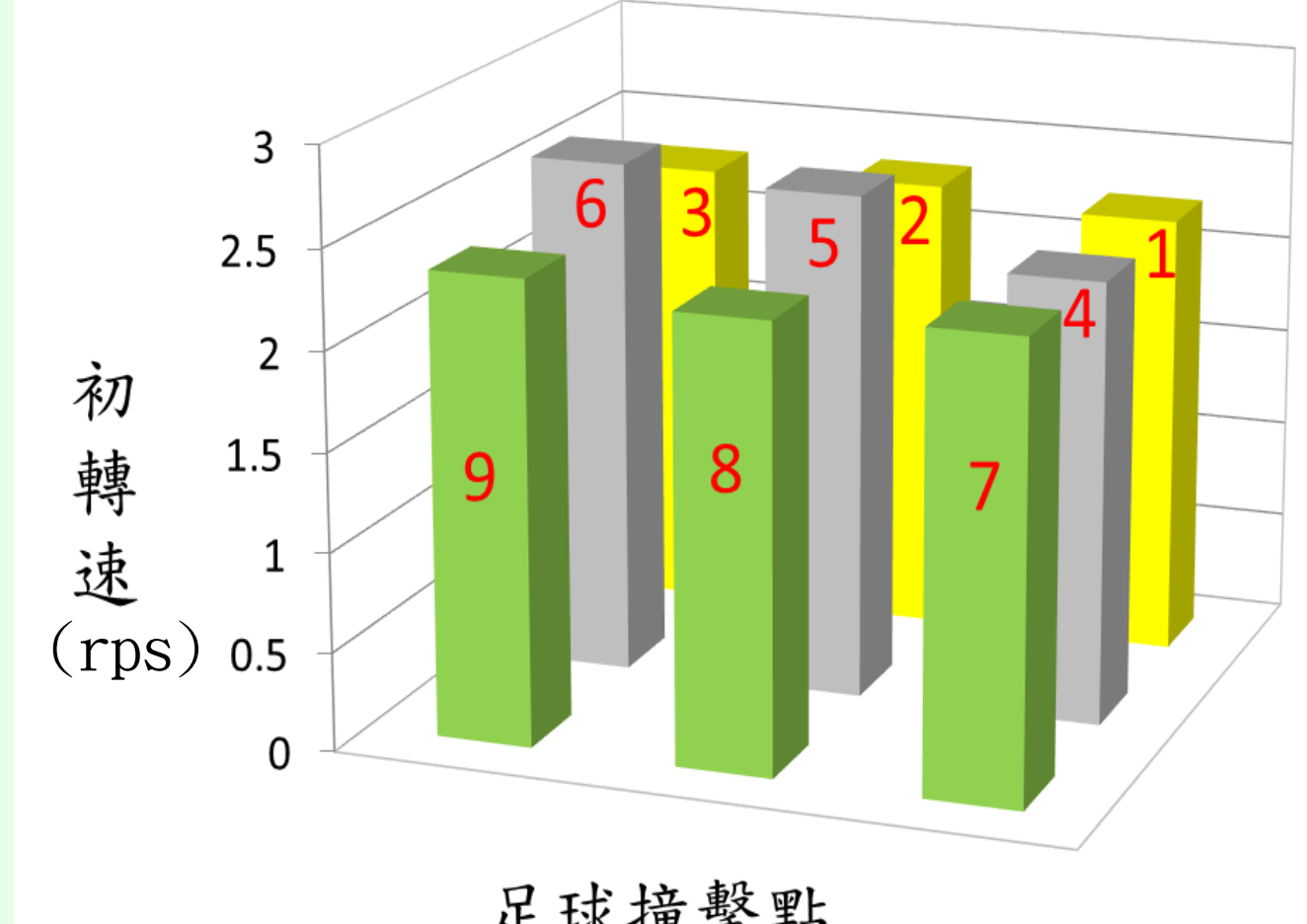


圖32：60度攻角撞擊足球初轉速

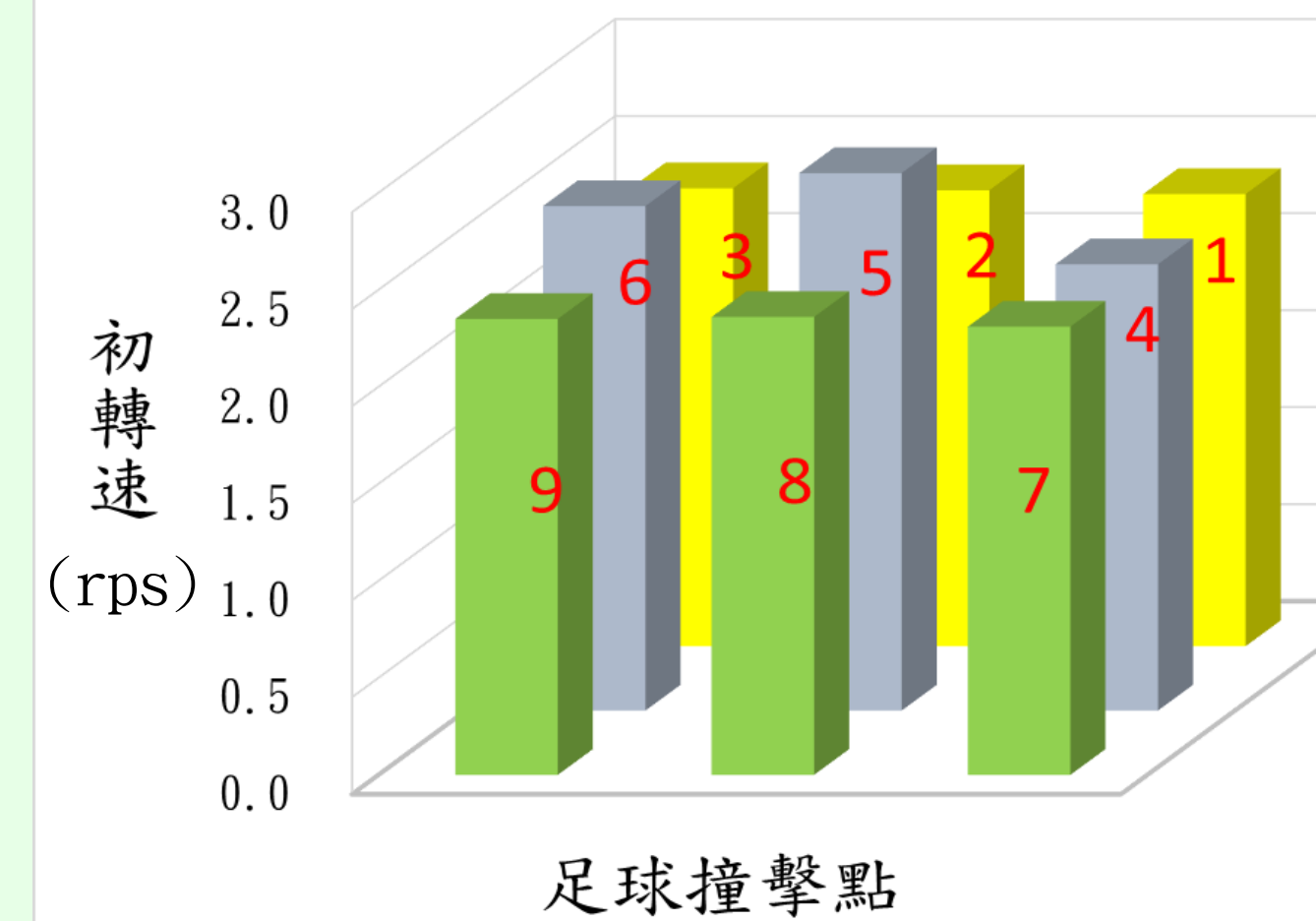


圖33：45度攻角撞擊足球初轉速

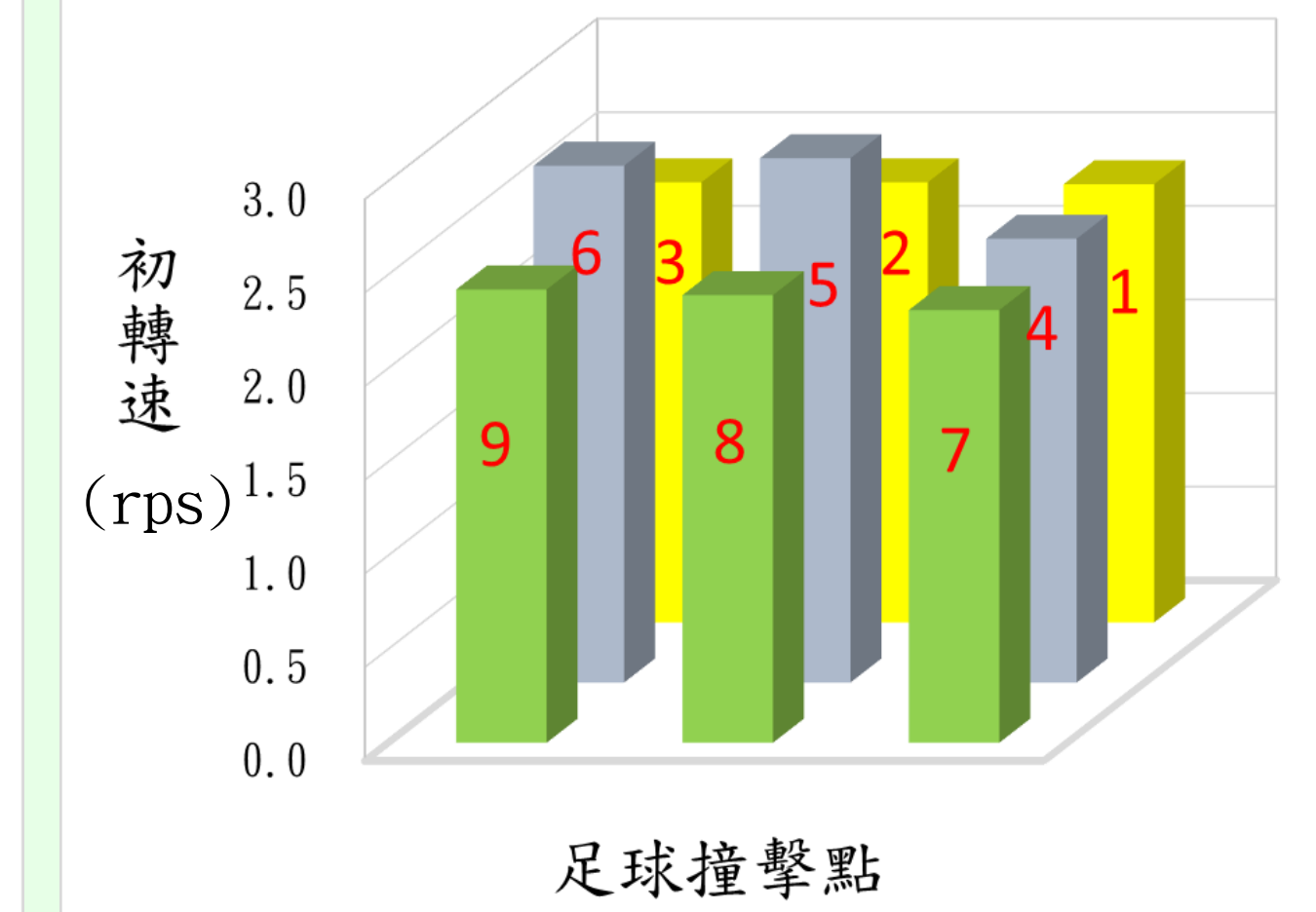


圖34：30度攻角撞擊足球初轉速

結果：

從研究三中撞擊足球右下不同位置的轉速 (rps) 進行分析：

- 原以為靠外側的1、4、7點應會轉得快，但實測發現撞擊點太靠外側，摩擦力不足，結果外側點反而轉速不如預期。
- 撞擊足球右下偏中內側的各點轉速較快，各種鞋面偏角撞擊第5、6點，可得較快轉速，且鞋面偏角愈小，轉速愈快 (30° > 45° > 60°)。

# 研究四、取研究一足球的飛行速度，與研究三足球的初轉速，整合比較足球偏移的程度

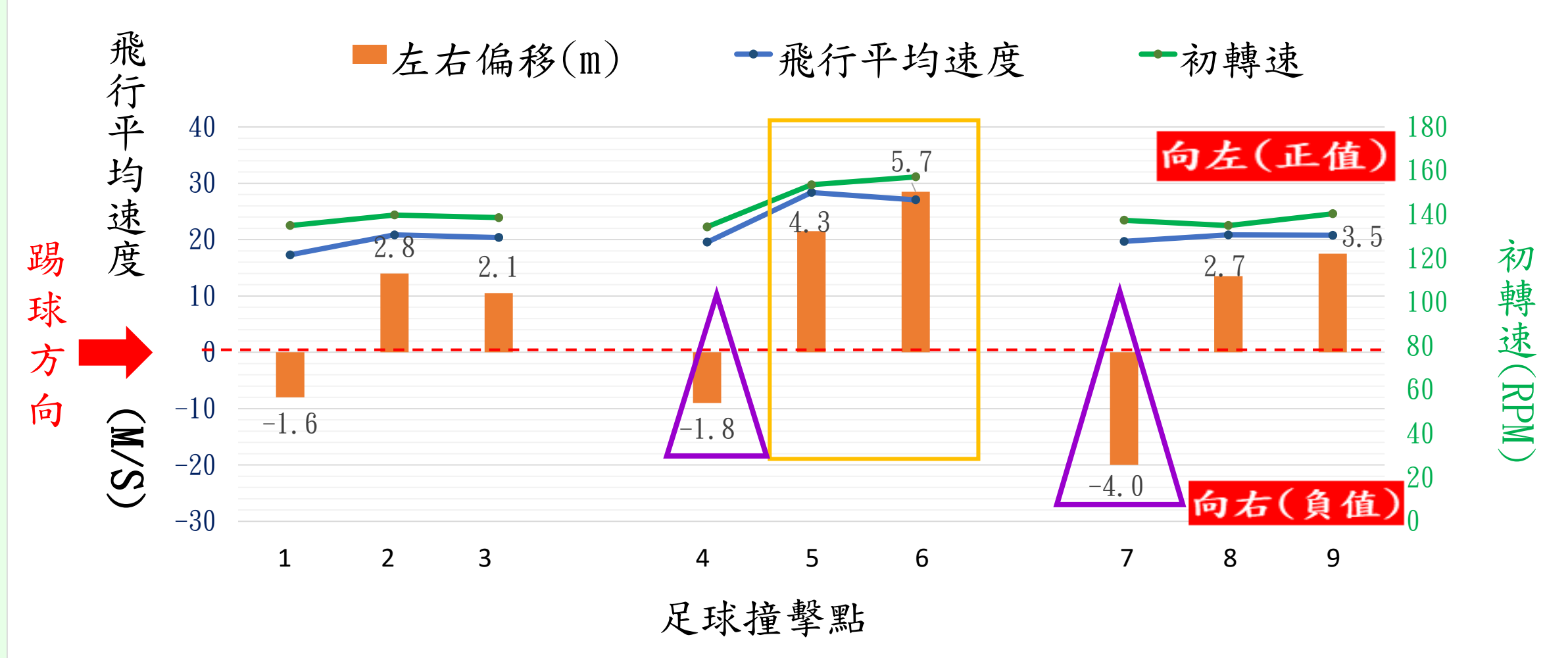


圖35. 鞋面偏角及撞擊攻角為60度組合圖

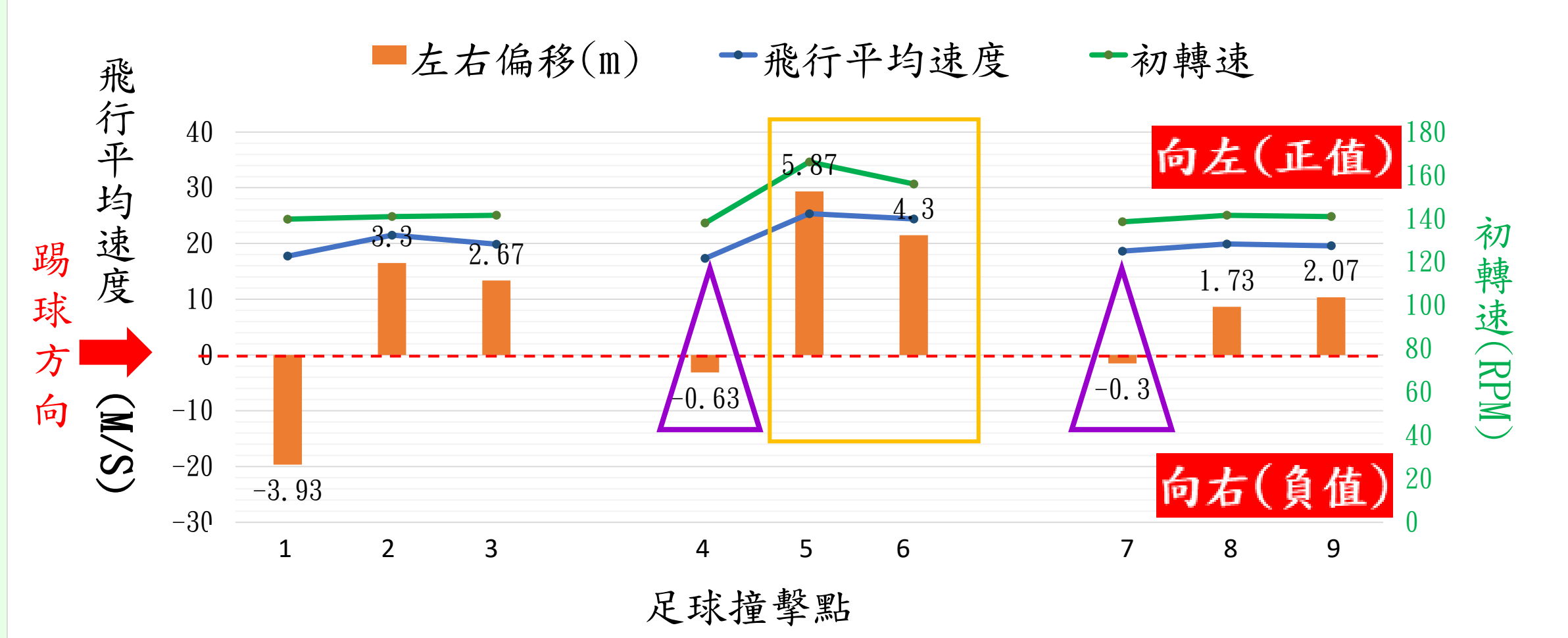


圖36. 鞋面偏角及撞擊攻角為45度組合圖

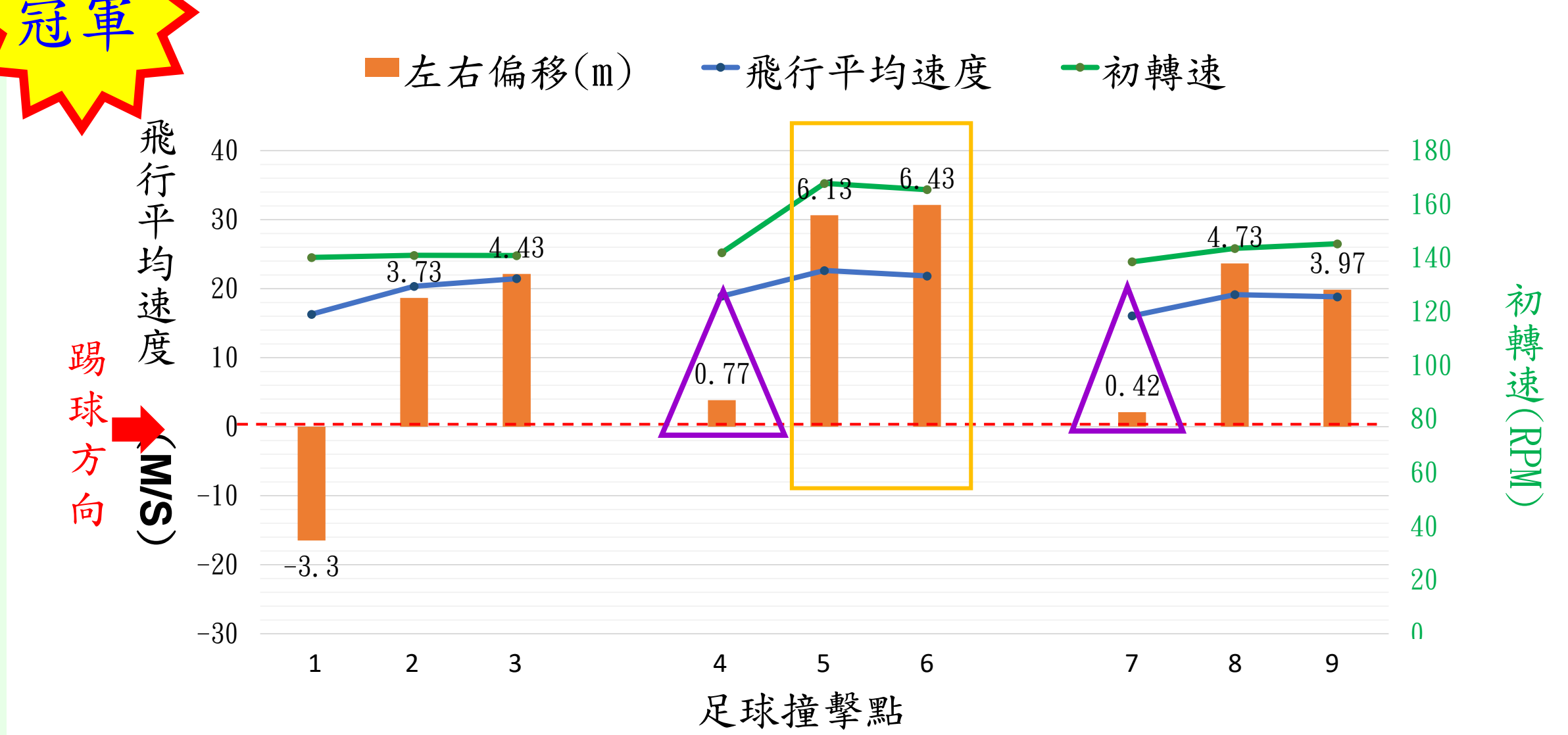


圖37. 鞋面偏角及撞擊攻角為30度組合圖

冠軍

方法：

將鞋面偏角及撞擊攻角分別為60度、45度及30度時所測得足球飛行平均速度、初轉速及偏移距離進行整合。

結果：

- 鞋面偏角及撞擊攻角為60度時
  - 以60度的鞋面偏角及撞擊攻角撞擊足球右下第5、6兩點，可得較大偏移距離，此兩點的飛行均速與初轉速rpm值相比其他撞擊點的數值來得更高。
  - 撞擊右下偏外側的1、4、7點，球速與轉速偏低，向右偏離中軸線，無法向左飛行。
- 鞋面偏角及撞擊攻角為45度時
  - 以45度的鞋面偏角及撞擊攻角撞擊足球右下第5、6兩點，足球向左偏移幅度大。
  - 有最佳轉速，搭配較快的飛行速度，才能有較大偏移距離。
- 鞋面偏角及撞擊攻角為30度時
  - 以30度的鞋面偏角及撞擊攻角，撞擊足球右下第5、6兩點，向左偏移的幅度為三種角度中最大的，偏移距離最多。
  - 第5、6的撞擊點，雖然球速並非最快，但搭配有明顯更快的轉速，左偏劃弧的效果佳
  - 本角度只有第1點仍向右偏移，與撞擊點在最外側，鞋面偏角又小，撞擊後的球速慢有關。

新發現：

- 各不同角度的鞋面偏角和撞擊角度，能產生大幅度的向左偏移的撞擊點，以足球右下偏中內側的第5、6點為最佳，分析其飛行速度與初轉速都很快。
- 向左偏移幅度小或無法左偏反而右偏的撞擊點，有些是球的飛行速度與轉速都明顯較慢，或其中一項明顯較低。
- 第4、第7點隨著鞋面角度變小，球由向右偏移轉成向左偏移，可能是鞋面角度小與球外側在撞擊磨擦過程的接觸面積變大，切線力增加，讓球踢出後有較大的馬格努斯效應，使球向左偏移。

## 伍、討論

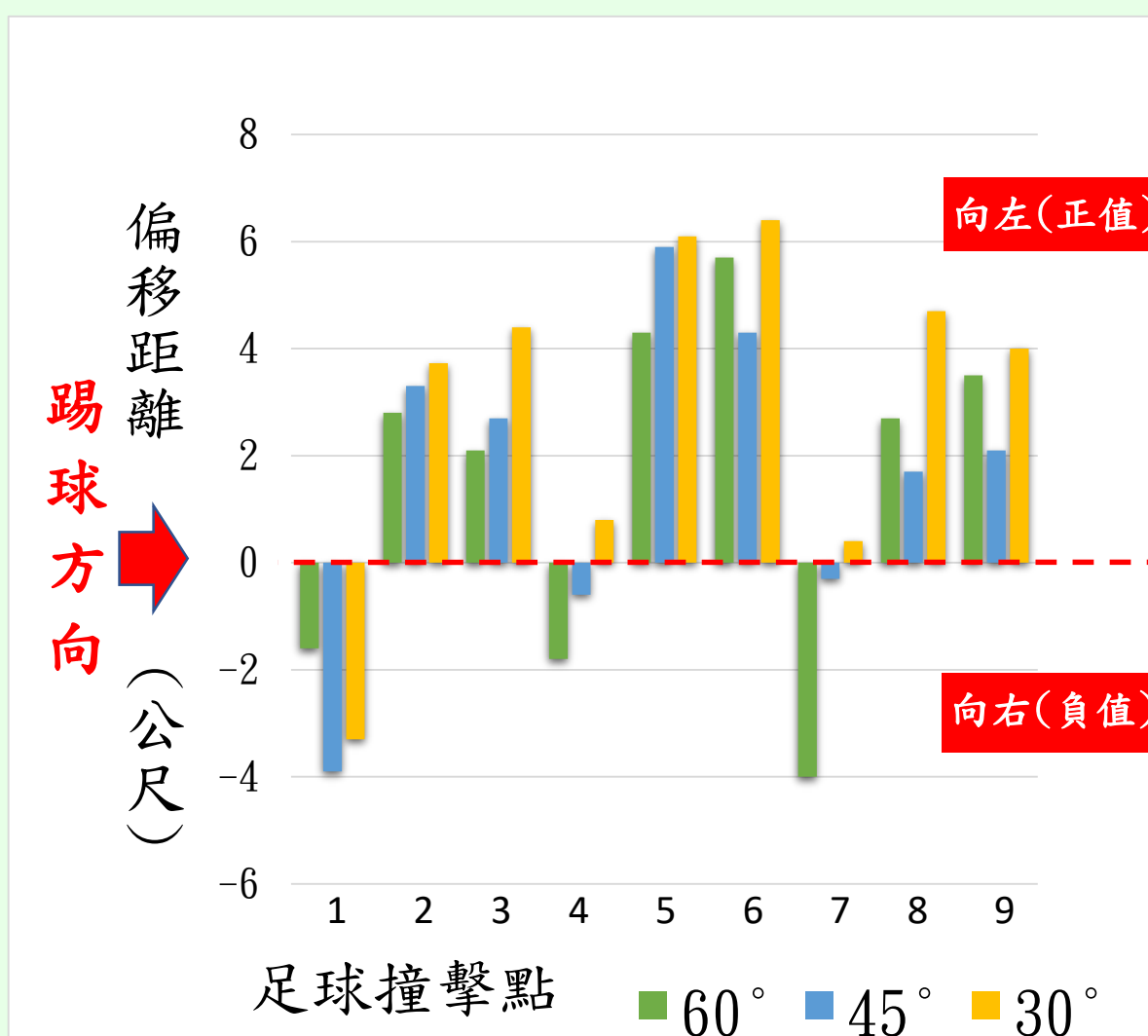
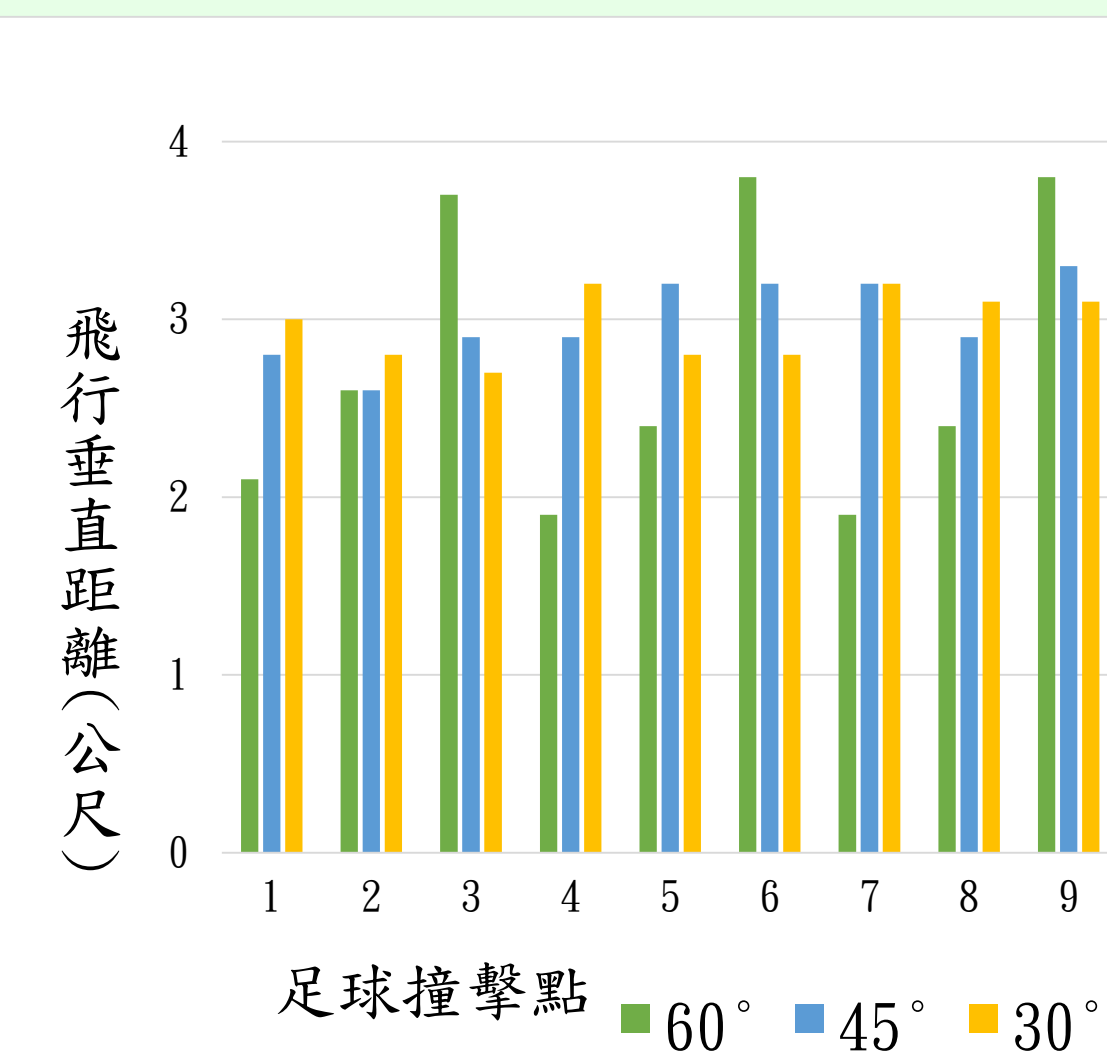
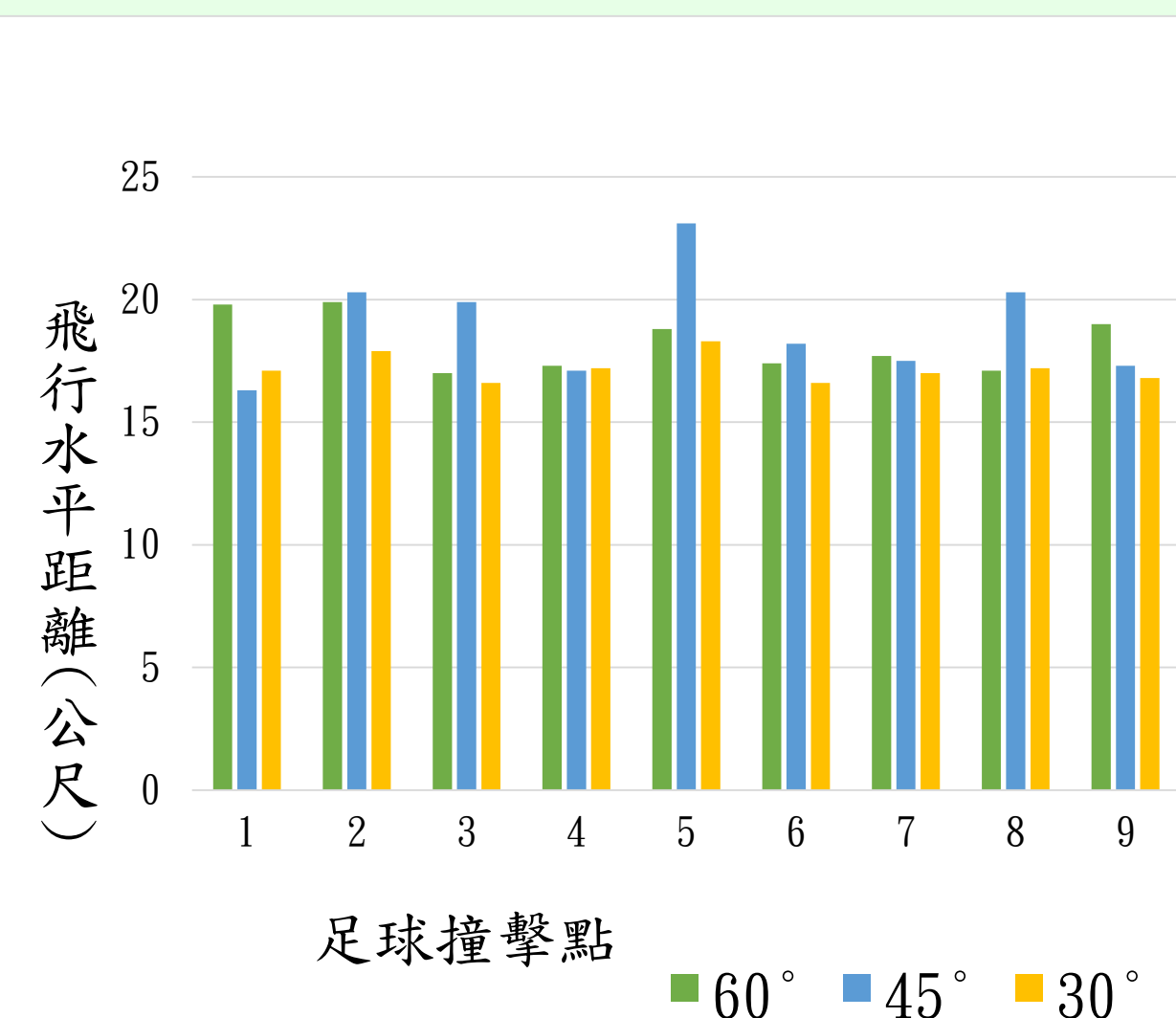
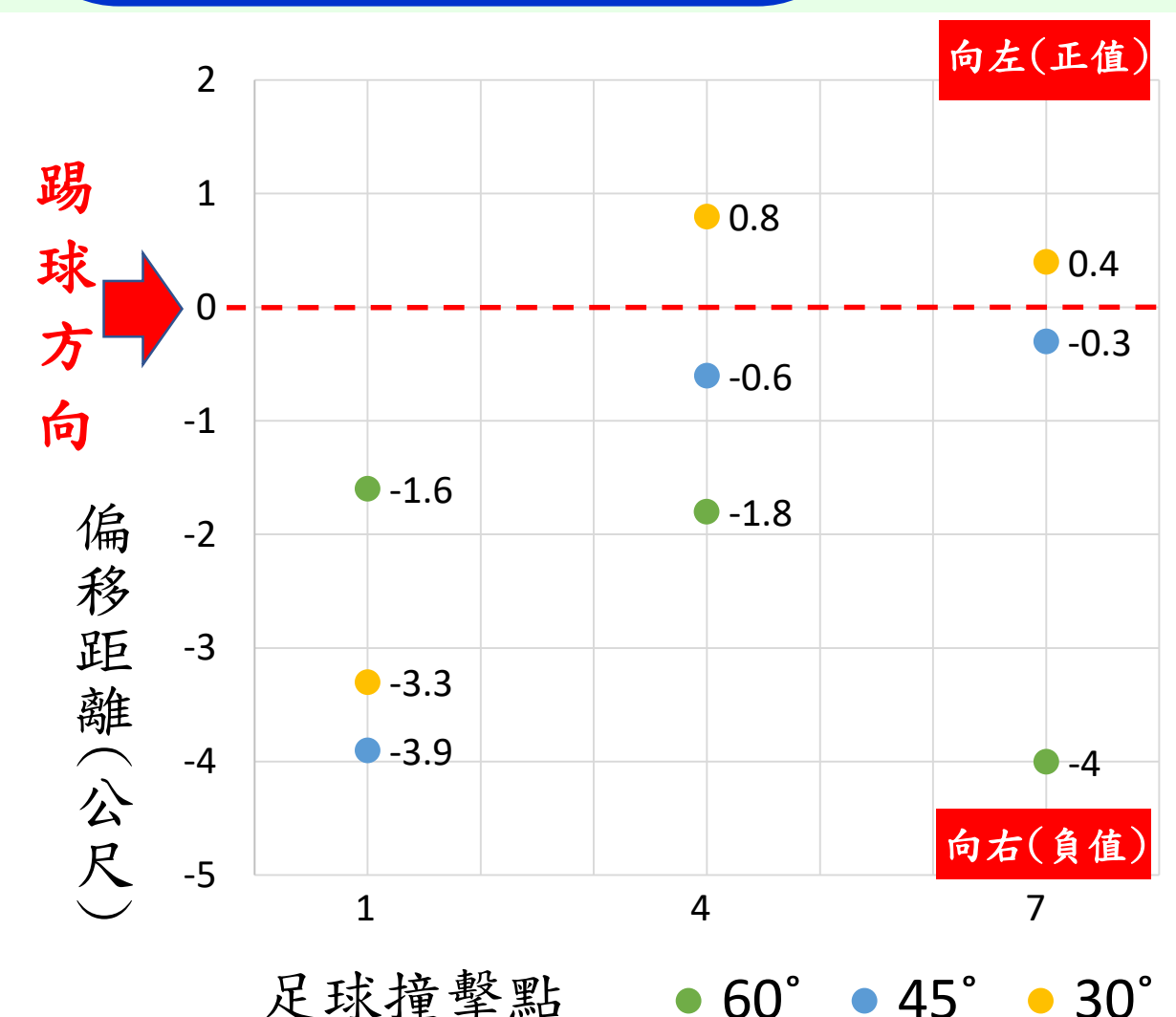


圖38. 60°、45°、30°最外側撞擊點左右偏移距離整合圖

圖39.三種鞋面偏角足球飛行水平距離整合圖

圖40.三種鞋面偏角足球飛行垂直高度整合圖

圖41.三種鞋面偏角足球飛行左右偏移距離整合圖

- 由圖38可看出，撞擊足球最外側點，其偏移的位置為負值(偏右)，與原先預期~藉由撞擊外側時而使得足球往逆時針方向偏轉的預測不同。可能為撞擊點太過外側，當所產生的向軸線右側的力量太大，而側向摩擦力(即切線力)太小所致。
- 由圖39可清楚看出，三種鞋面偏角對各個撞擊點所產生的水平飛行距離，普遍都很一致；當鞋面偏角45度撞擊第5點時，飛行距離較遠，可超過20公尺，其原因可能為機械腳與足球兩者重心碰撞效益較高，以致有更遠的水平飛行距離。
- 由圖40可發現，三種鞋面偏角撞擊足球所產生的垂直高度，介於最低的1.9公尺與最高的3.8公尺之間，對在足球比賽時執行定位球戰術，能給對手帶來較大防守壓力，其中又以鞋面偏角60度撞擊靠近球中心的3、6、9點，球起飛的高度夠高，最不易被防守。
- 由圖41可發現，三種鞋面偏角在撞擊足球2、3、5、6、8、9點等中內側位置時，產生的向左偏移較為明顯，因其產生較大的馬格努斯效應，以致有較大的向左偏移距離。
  - 當撞擊30°-5、45°-5、30°-6及60°-6等4個撞擊組合時，其偏移的程度最為明顯，甚至球的落點與踢球方向產生14度至21度左右的角度差，容易在比賽中，造成對手的判斷錯誤而勁射入門。

## 陸、結論

- 本研究僅針對國小組足球的場地規格進行數據分析。要踢出完美香蕉球的條件，須要有適度的作用力，搭配鞋面角度去撞擊最佳球點，產生轉速較快的旋轉球，才能踢出完美曲線。
- 透過自製足球發射器進行實驗後得知，不論鞋面偏角為30、45或60度時，擺動機械腳撞擊球的右下中內側(即2、3、5、6、8、9點)時，足球除了有相當程度的水平距離及飛行高度外，還會產生明顯的向左彎曲的飛行軌跡，其中以鞋面偏角30度撞擊第5、6點，45度撞擊第5點，60度撞擊第6點，其向左彎曲的軌跡最為顯著。
- 由撞出不同轉速的圓柱體在氣墊桌的偏移結果得知，物體轉速與作用力強度會影響漂浮的偏移程度。可見踢足球時，球與腳作用力須要完美的搭配組合，才能產生最佳的偏移角度和飛行距離。球員踢自由球時須判斷球與球門距離決定出腳力度，才能完美畫弧，勁射入網。(用力太小提早偏移落地，用力太大就太慢偏移或飛越球門)。
- 由研究三發現，撞擊點5、6在不同鞋面角度撞擊下有較快的轉速。研究四中整合的結果得知，撞擊球點5、6有最佳的球速、轉速、與飛行高度，可產生最佳的偏移效果。
- 透過本次的實驗，運用科學化的分析，能了解在踢足球時，如何調控出腳力度與鞋面的最佳角度，撞擊最適球點位置，踢出完美的彎曲弧線。幫助足球教練在指導學生學習踢足球香蕉球時，能運用更科學、更具體的教學方式來進行教學，也讓球能清楚理解如何提升在踢足球香蕉球的學習效率，體會更多的足球樂趣！

## 柒、參考資料

- 第58屆中小學科學展覽會，國小物理組作品「如何踢出夢想中的香蕉球」。
- Peter Chiang (2014) 旋轉、飛躍、進球得分！——香蕉球物理學
- The Physics of football. Physicsworld . Jun 1,1998