

中華民國第 64 屆中小學科學展覽會
作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科
(鄉土)教材獎

051809

螺震舞鬥——探討螺絲下滑的震盪現象

學校名稱：桃園市立武陵高級中等學校

作者： 高二 陳羿嘉 高二 江孟恩 高二 胡睿宸	指導老師： 王慈甦
---	------------------

關鍵詞：震盪、轉動、能量

摘要

當一個螺絲以一定角度擺放於平整的斜面下滑時，螺絲的擺盪振幅也會隨著下滑的距離增加。我們以此現象為基準去設計更符合我們所需要觀察數據的自製螺絲，我們以角錐為模型去設計不同直徑、角錐角度以及螺桿的自製螺絲，並以滑軌錄影的方式再透過 Tracker 去分析不同的擺放角度和螺絲下對其震盪增幅的影響，最後繪製圖表歸納其中不同數據的相關性。而我們也利用物理分析去驗證我們實驗所得出的結論並解釋螺絲震盪的現象。

壹、前言

一、研究動機

我們首次見到此題目是在 2023IYPT 的第九題 "Oscillating Screw"，此題目指出當螺絲側放在斜面並釋放後，螺絲在沿著斜面下滑的過程中會有振幅增加的現象，這引起了我們很大的興趣，在小小的一顆螺絲中竟有如此違反常理的現象。而在高中的課程中，我們發現阻尼器的震盪幅度和此種運動具有相關性，然而我們僅學到單擺震盪與基本的簡諧震盪，因此我們希望能研究出影響螺絲擺盪振幅增大的因素並藉此學到其中的物理模型。

二、研究目的

在螺絲震盪的這個現象中主要會有和斜面以及螺絲本身的因素產生不同的實驗結果，以斜面來說有不同傾斜角度以及不同斜面摩擦係數等影響。而以螺絲來說螺絲質量還有螺絲的擺放初始角度等皆有可能影響實驗最終的結果，因此本次實驗將以以下的實驗便因進行探討。

(一)探討斜面角度對震盪其影響

(二)探討螺絲初始擺放角度對週期的影響

(三)探討螺絲質量對週期的影響

(四)探討螺絲張角對週期的影響

(五)探討螺絲初始擺放角度對震盪影響

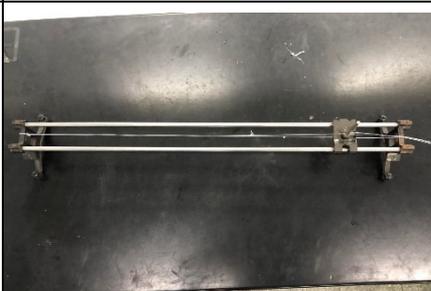
(六)探討螺絲質量對震盪影響

(七)探討螺絲張角對震盪影響

(八)探討斜面動摩擦係數對震盪影響

(九)找出螺絲震盪能量的轉換

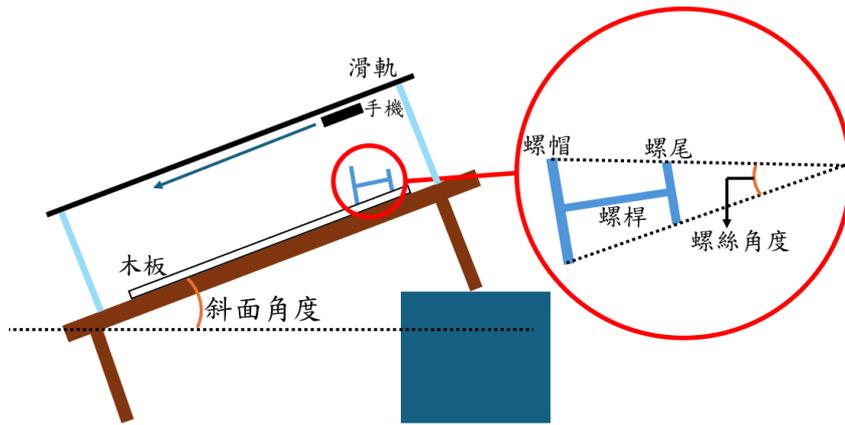
貳、研究設備與器材

		
斜面	大小不同的圓盤	各種牙籤
		
拍攝腳架	滑軌	Tracker

表一、研究設備



圖一、實驗裝置(左:側視圖, 右:俯視圖)



圖二、研究裝置示意圖

代號	單位	意義
m	g	螺絲的質量
φ	度	斜面傾斜角度
β	度	螺絲的角錐模型張角
θ	度	螺絲震盪擺角
θ_0	度	螺絲初始擺放角度
r_1	cm	螺尾直徑
r_2	cm	螺帽直徑
ℓ	cm	螺絲的角錐擺長(以質心為準)
T	s	一個週期的時間
μ_K	無	斜面動摩擦係數
I	$g \cdot \text{cm}^2$	螺絲的轉動慣量

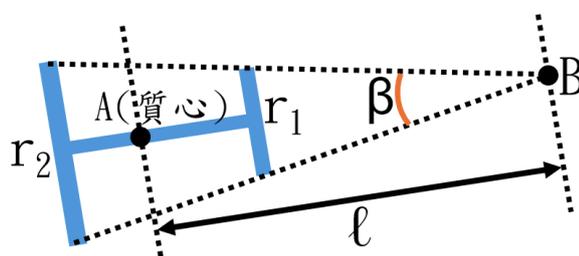
表二、實驗報告中不同的單位表示

參、研究過程與方法

一、製作自製螺絲

- (一) 利用雷射切割，切出正圓形(直徑:1、1.5、2、2.5、3、3.2、3.5 及 4cm)以代替螺尾和螺帽

- (二) 裁剪合適長度之牙籤，並與圓盤結合模擬螺絲；依照螺絲形狀之角錐的角度大小分為三種規格(25、30、35 度)，製作共 18 組螺絲
- (三) 在製作過程中，我們發現第 3、8、9、15 組的螺絲震盪不穩定，是因為螺絲的螺尾及螺帽直徑差過小，且製作上出現長度偏差，因此容易出現向下翻倒或震盪不穩的情形，故在討論參數間關係時，不討論以上四組螺絲
- (四) 將螺絲張角定為 β ，螺尾直徑定為 r_1 ，螺帽直徑定為 r_2 ，螺絲擺長為 \overline{AB} ，以 ℓ 表示



圖三、螺絲規格參數示意圖

編號	1	2	3	4	5	6
規格 $\beta / r_1 / r_2$	30/2/2.5	30/2.5/3.5	30/3/3.5	30/2/4	30/2.5/4	30/3/4
螺絲 照片						
編號	7	8	9	10	11	12
規格 $\beta / r_1 / r_2$	25/1/3	25/2/3.2	25/2.5/3	25/2/4	25/2.5/4	25/3/4
螺絲 照片						
編號	13	14	15	16	17	18
規格 $\beta / r_1 / r_2$	35/1/3	35/2/3.2	35/2.5/3	35/2/4	35/2.5/4	35/3/4
螺絲 照片						

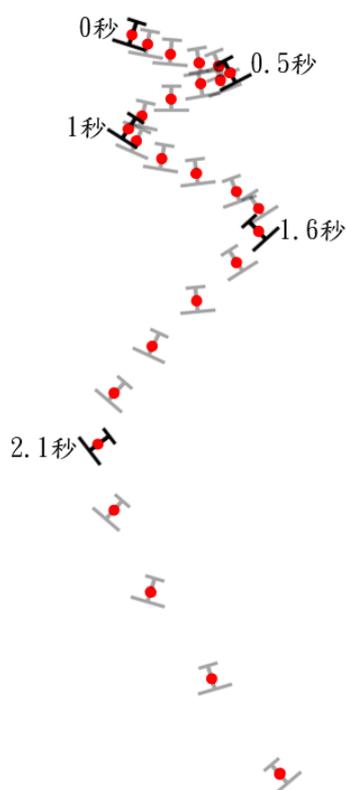
表三、各組螺絲的規格與照片

二、研究流程

- (一) 將長桌的一側以箱子架高，在固定斜面長度為 94 公分的條件下進行實驗，以俯視攝影機及側視攝影機分別取得振幅、週期及能量的相關數據。此外，為了減少視角的誤差，俯視攝影機改以滑軌負載攝影機，跟隨螺絲下滑進行拍攝，以得到更精確的實驗數據
- (二) 分別改變螺絲的質量(從 1.5g 到 4.5g)、張角(25、30、35 度)和初始擺放角度(30 到 50 度)以及斜面的傾角(15 到 20 度)和摩擦係數(木板 0.29 和紙面 0.36)，並討論能量與螺絲參數的關係，最後利用 Tracker 取得數據並使用 Excel 作圖，以分析各變因的影響

肆、現象解釋

一、現象演示

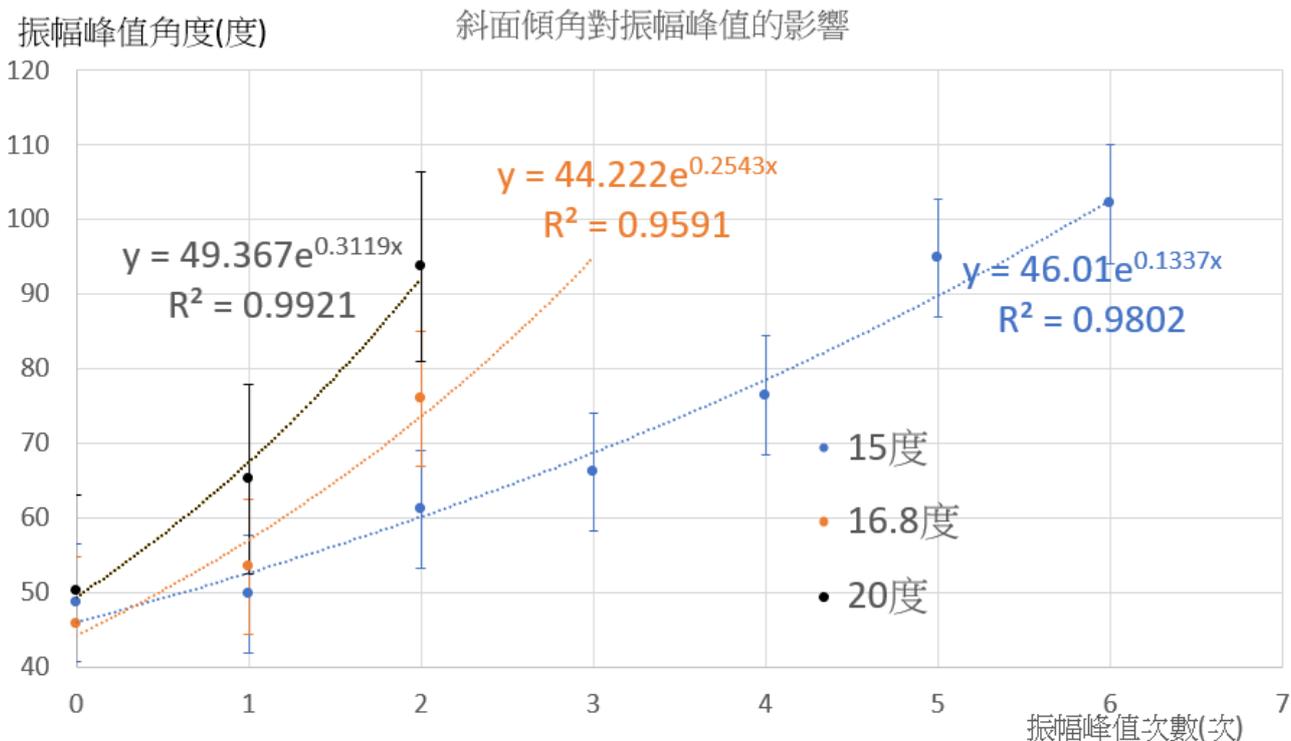


當一螺絲放置在斜面上並以一定初始角度放下，會有振幅增加的趨勢，如左圖所示。而震盪至左右的最大角度即為振幅峰值。

圖四、螺絲震盪實際位置示意圖

二、斜面傾斜角度(φ)對振幅峰值的影響

在架設器材的過程中，我們首先考量到斜面傾角的影響，我們分別對 10、15、20 及 25 度進行實驗，我們發現當斜面角度為 10 度時，基本上螺絲皆無法順利滑下，也沒有振幅增加的情況，而當斜面角度加至 25 度時，會因震盪次數不足沒有足夠的實驗數據。因此我們將斜面角度定為從 15 度到 20 度，分析斜面傾角對振幅峰值的影響



圖五、不同斜面傾角之振幅峰值趨勢圖

我們定義振幅峰值的增幅為其趨勢線指數函數中自然常數指數部分的常數，並以此判定振幅峰值的增加了的速度。我們發現隨著斜面傾角的增加，振幅的增幅也會變大，因此我們推論斜面傾角與增幅呈正相關。此外，當斜面傾角為 15 度時，有些組別的螺絲震盪不明顯，不易觀察，而當斜面角度增至 20 度時，則容易出現振幅峰值不足，以此推斷振幅趨勢將失準，故往後的實驗斜面傾角接固定在 16.8 度

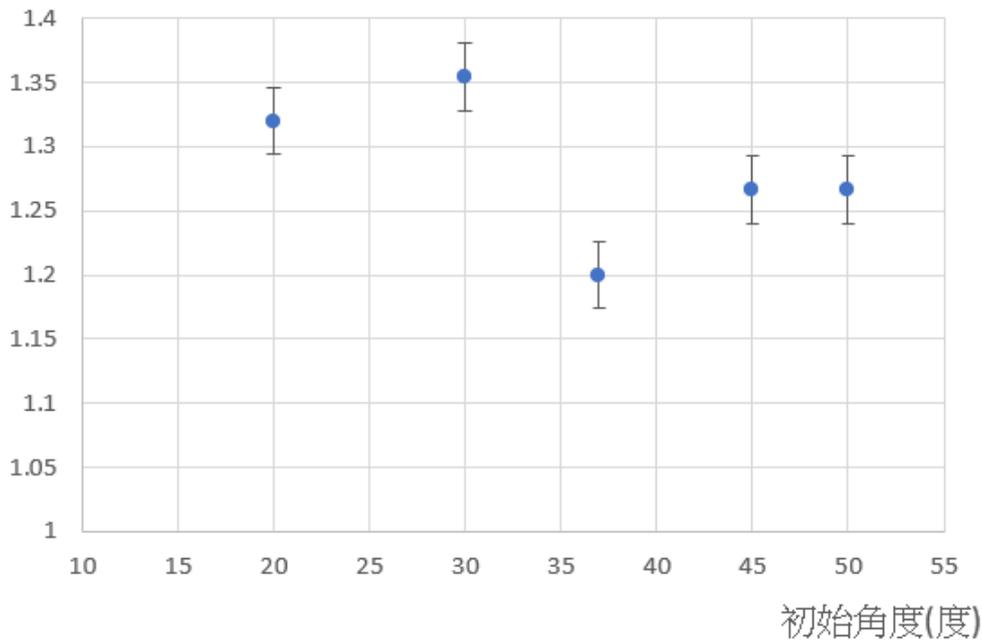
伍、研究結果

藉由俯視攝影機的數據，我們得出以下結論：

一、初始角度(θ_0)與週期(T)的關係：

在總共 14 組的實驗中，我們發現每一組螺絲初始角度與週期的關係不盡相同，有些螺絲組別的週期會隨初始角度上升，而有些組的週期則會隨初始角度上升而下降，因此我們特別將第 18 組($\beta=35$ 度、 $l=6.23\text{cm}$ 、 $m=4.16\text{g}$)分別以 5 個初始角度(分別為 20 度、30 度、37 度、45 度、50 度)滑下，並分析初始角度與週期的關係，結果如下表所示。

週期(秒) 第十八組初始角度與週期關係圖



圖六、第十八組不同初始角度與週期的對應數據圖

在經過以上實驗後，我們確認初始角度與週期不相關。此五組的週期平均為 1.286 秒，而後續我們實驗的初始角度落在 30 到 50 度，此三組的週期平均 1.280 秒，並沒有太大差距。最後，我們將此五組週期的差異視為誤差，其可能來源於標點的不精確。

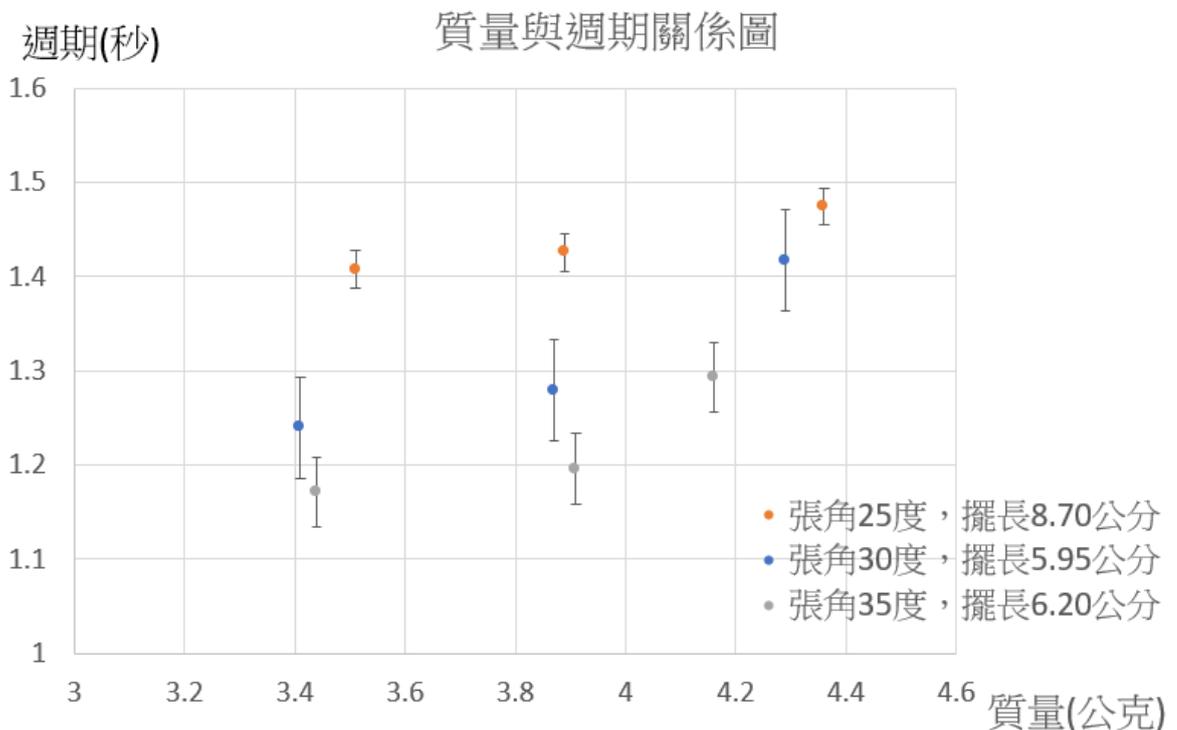
二、質量(m)與週期(T)的關係:

在製作螺絲時，我們有將質量定為操縱變因，因此我們打算分析質量與週期的關係。

螺絲組別	螺絲張角 β	ℓ	m	I
1	30	5.94	2.79	3.49
2		5.96	3.23	4.05
4		6.83	3.41	5.66
5		6.74	3.87	6.21
6		6.87	4.29	7.10
7		25	6.70	1.67
10	8.70		3.51	5.66
11	8.61		3.89	6.21
12	8.81		4.36	7.10
13	35		4.84	1.67
14		4.88	2.51	2.64
16		6.18	3.44	5.66
17		6.11	3.91	6.21
18		6.23	4.16	7.10

表四、各螺絲的張角、擺長與質量數據

將擺長定為控制變因，我們分別比較第 4、5、6 組、第 10、11、12 組和第 16、17、18 組的週期。又因為初始角度與週期不相關，因此每一組的週期為各初始角度得出的週期數值平均。



圖七、質量與週期關係圖

在經過數據對比後，我們發現質量大的螺絲週期普遍會比質量小的螺絲大，且週期隨質量的增加趨勢非線性，甚至有增加越來越快的趨勢，因此我們推論質量與週期呈正相關。

三、螺絲張角(β)與週期(T)的關係:

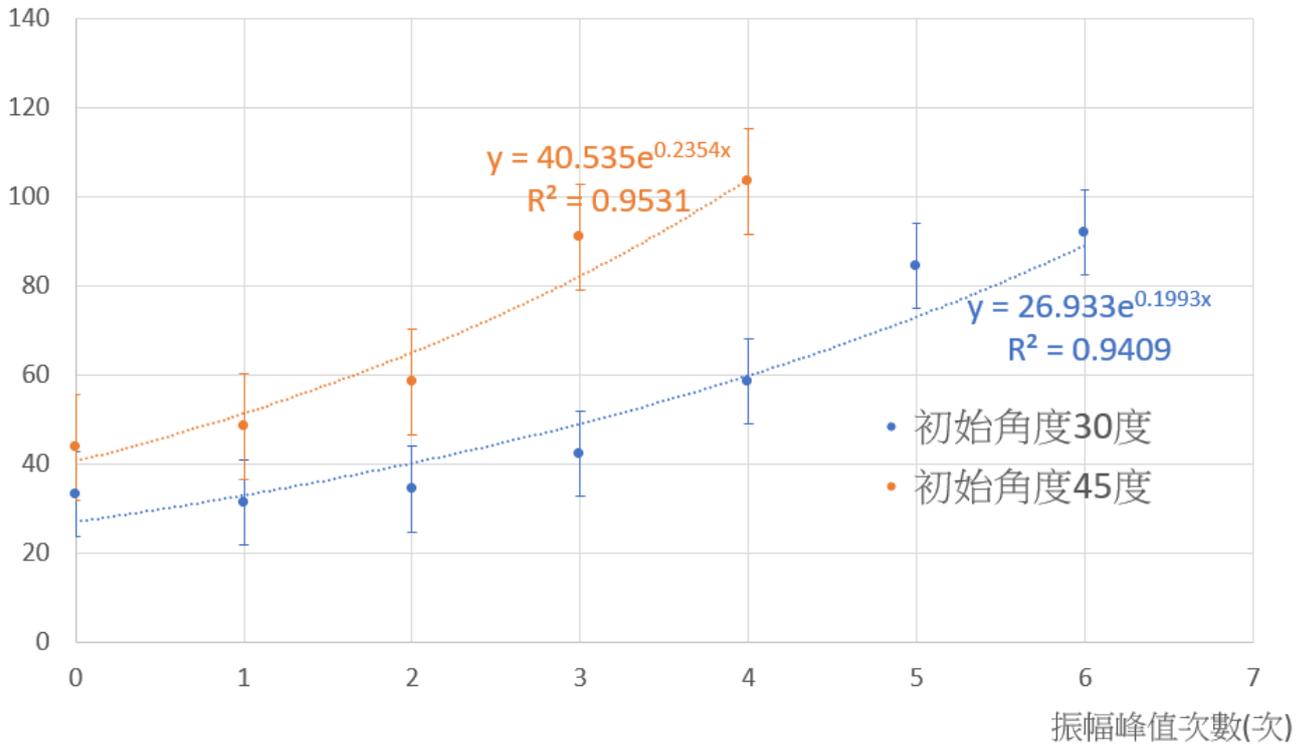
從圖七也發現螺絲張角為 25 度的組別普遍週期較長，反之螺絲張角為 35 度的組別週期較短，而擺長的影響則沒有一定趨勢，因此在確定擺長的影響並沒有張角的影響大的條件下推論螺絲張角與週期呈負相關。

四、震盪初始角度(θ_0)與振幅峰值的關係:

我們將同一螺絲以不同初始擺放角度進行實驗，發現初始角度較大的情況，後續的振幅顯然較大(初始角度較大的趨勢線會在初始角度較小的趨勢線上方)，且振幅的增幅也會較大，以下以第 1 組($\beta=30$ 度、 $\ell=5.94\text{cm}$ 、 $m=2.79\text{g}$)、第 4 組($\beta=30$ 度、 $\ell=6.83\text{cm}$ 、 $m=3.41\text{g}$)、第 10 組($\beta=25$ 度、 $\ell=8.70\text{cm}$ 、 $m=3.51\text{g}$)、第 13 組($\beta=35$ 度、 $\ell=4.84\text{cm}$ 、 $m=1.67\text{g}$)及第 18 組($\beta=35$ 度、 $\ell=6.23\text{cm}$ 、 $m=4.16\text{g}$)為例:

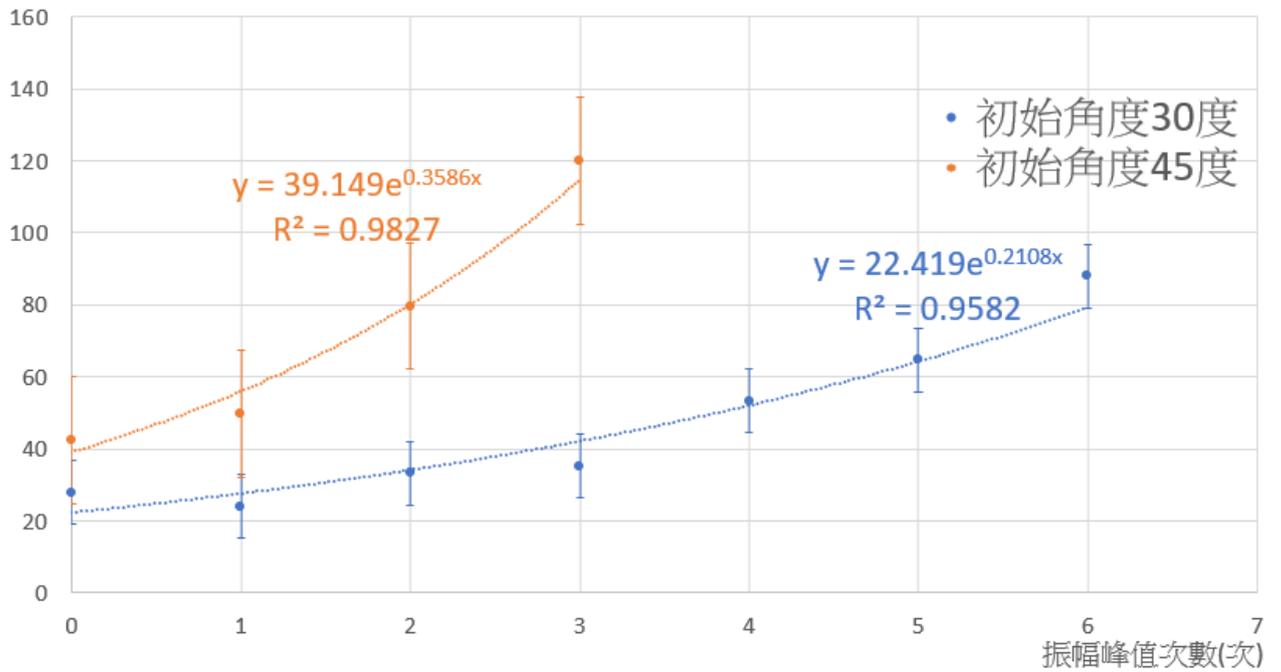
振幅角度(度)

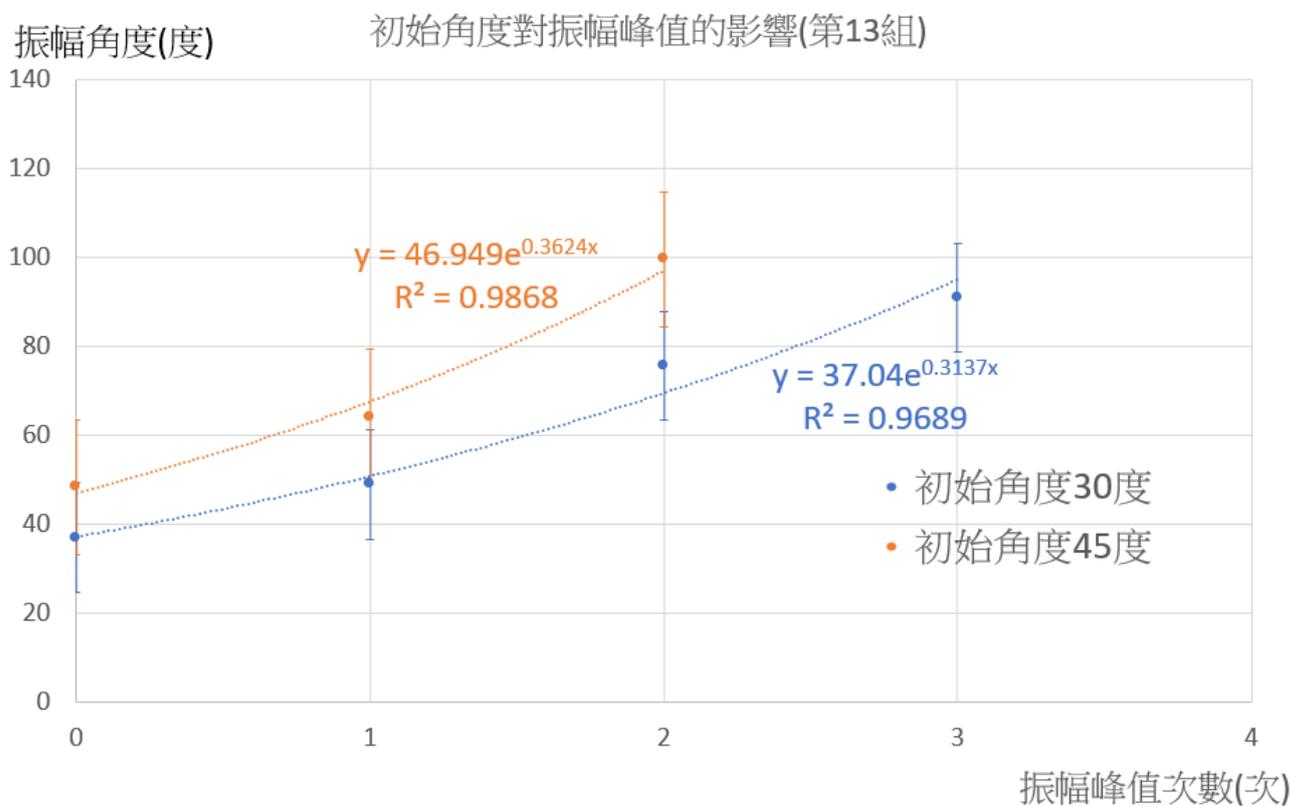
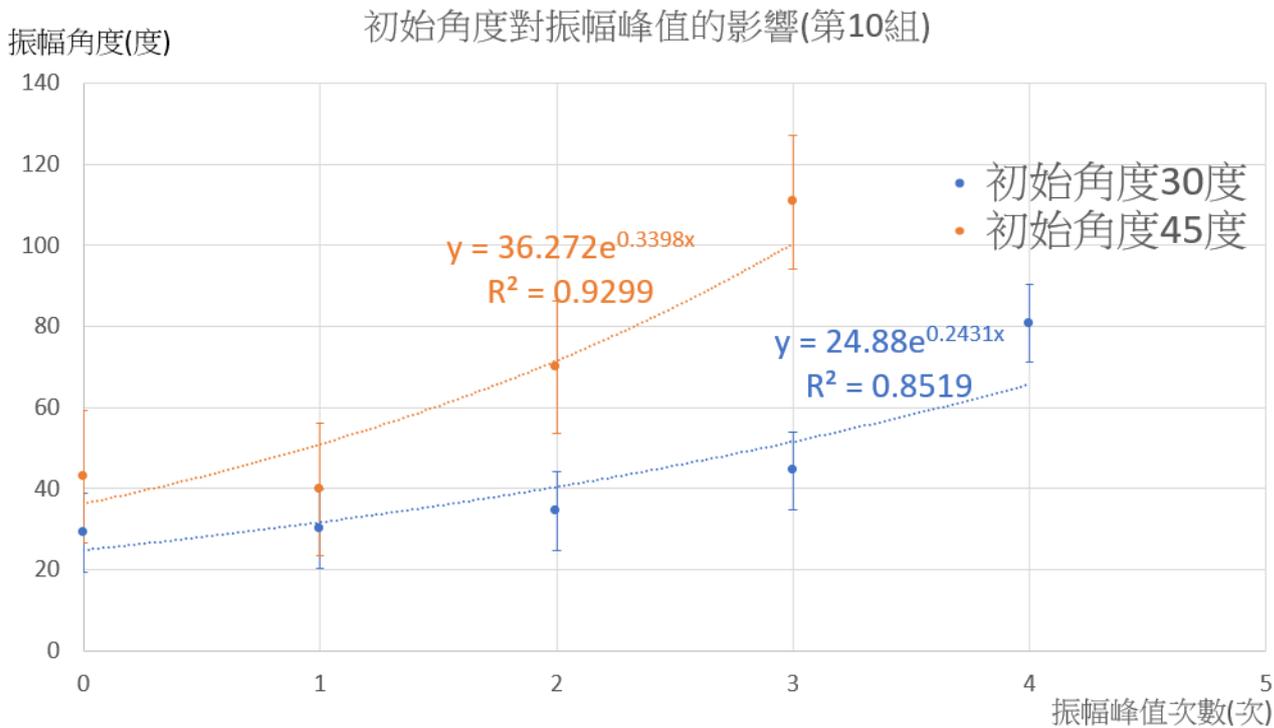
初始角度對振幅峰值的影響(第1組)

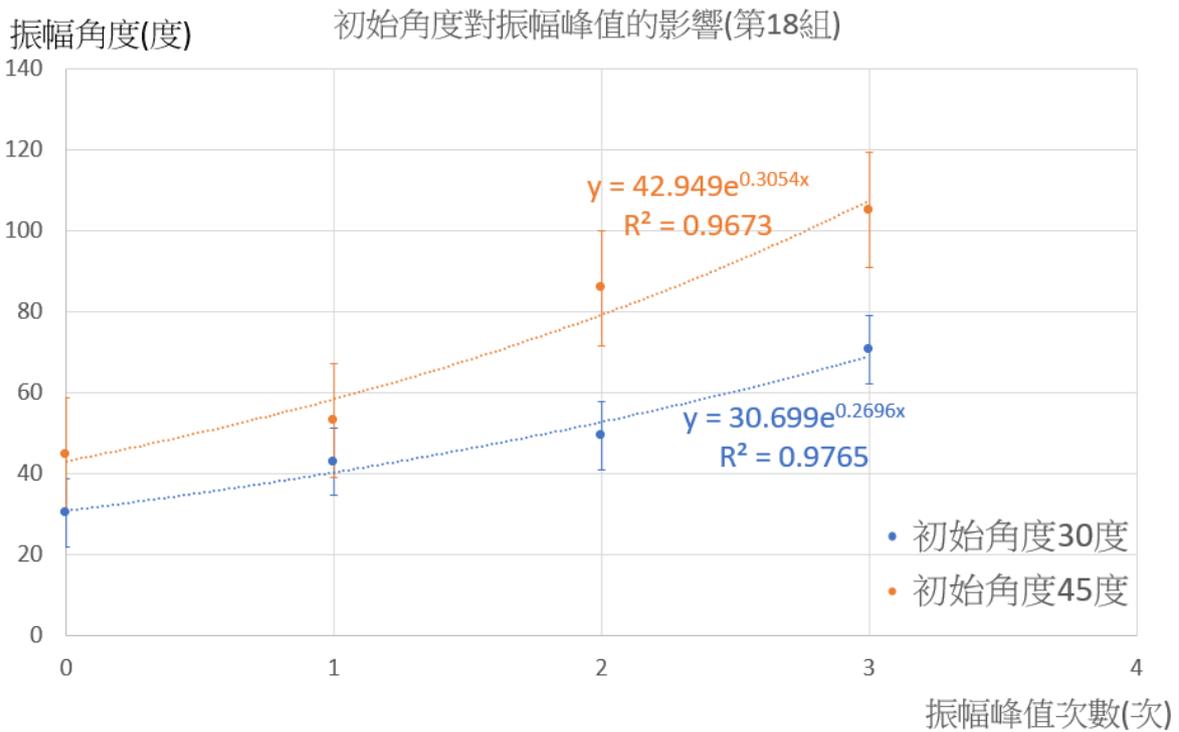


振幅角度(度)

初始角度對振幅峰值的影響(第4組)





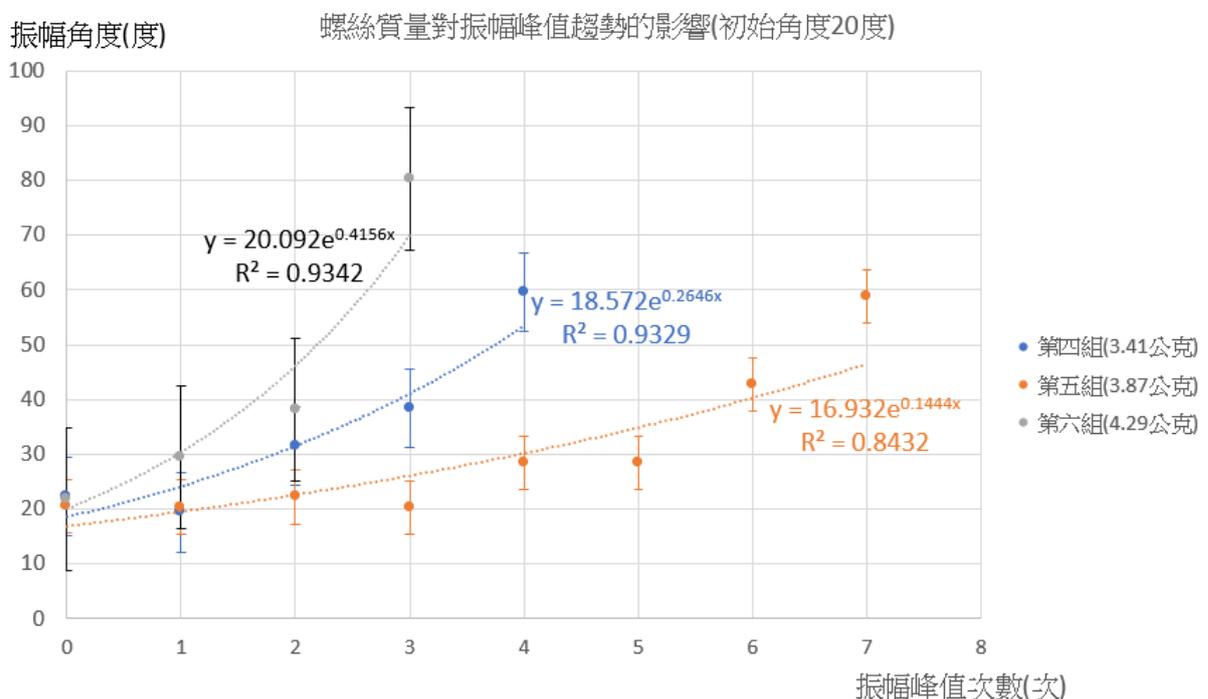


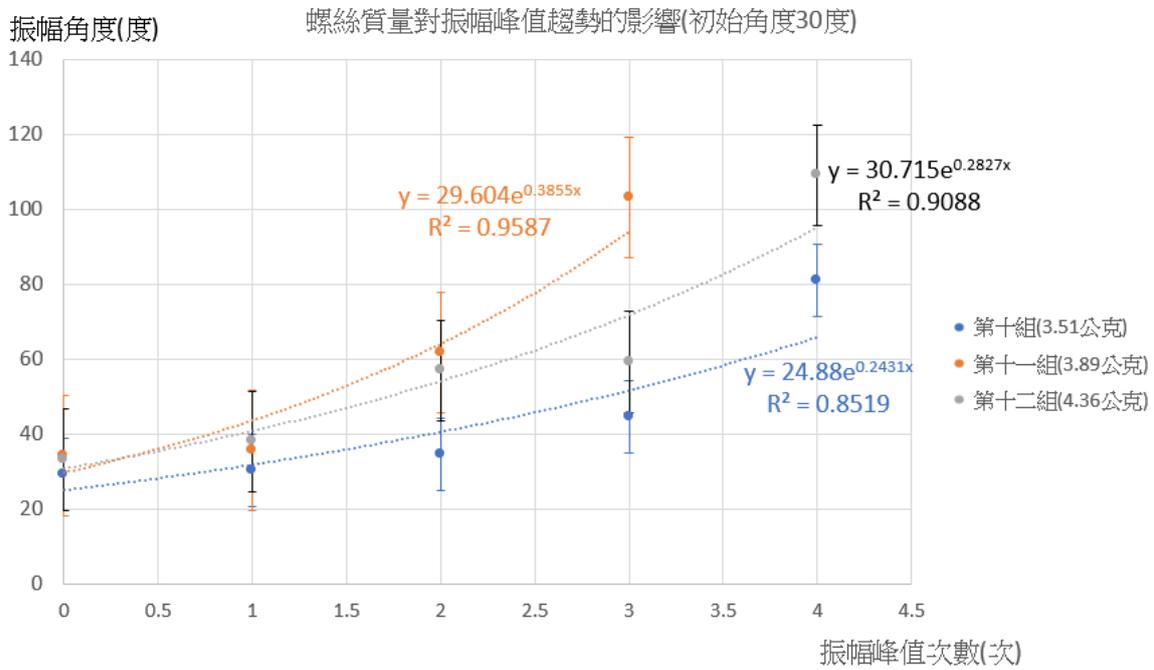
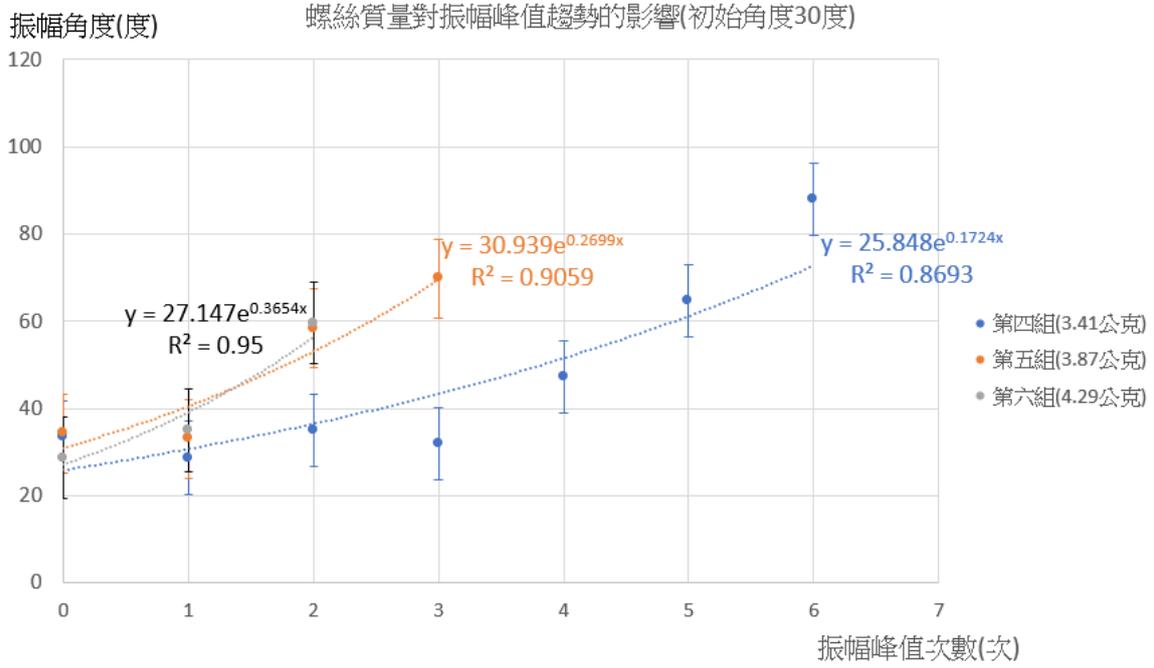
圖八、不同初始角度之振幅峰值趨勢圖

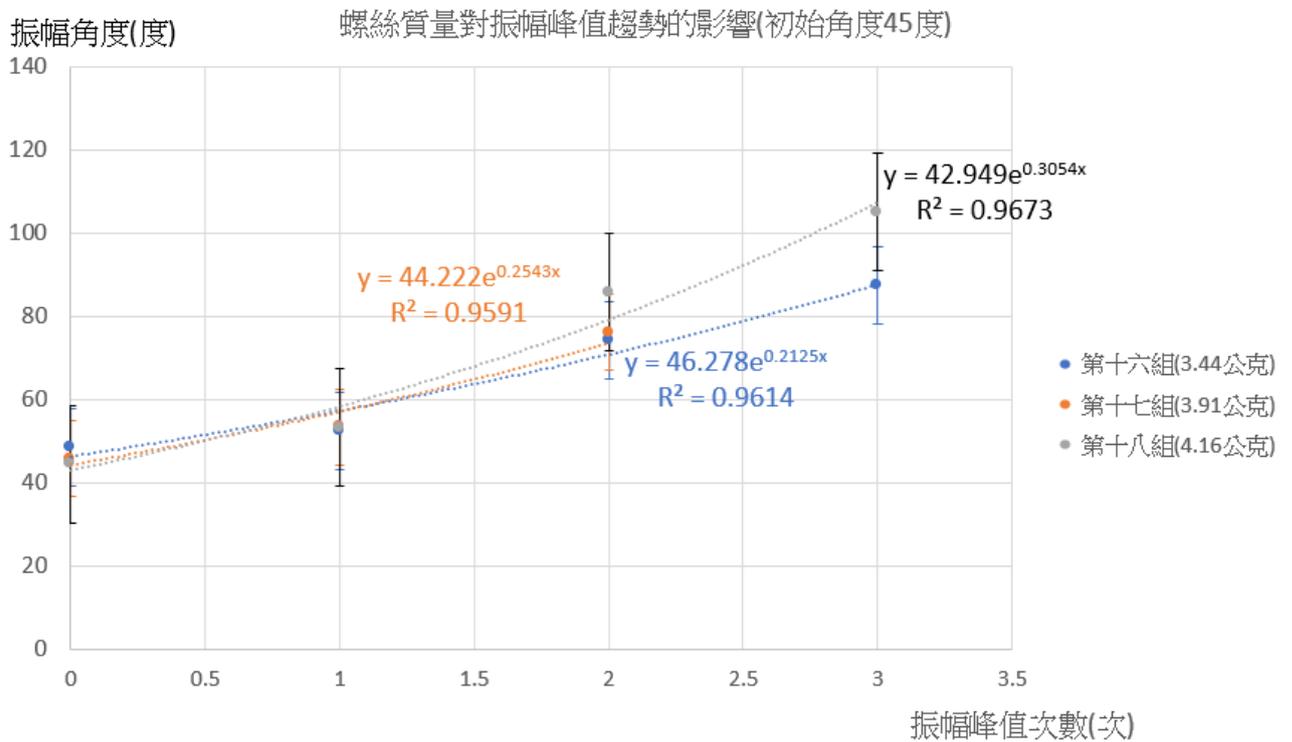
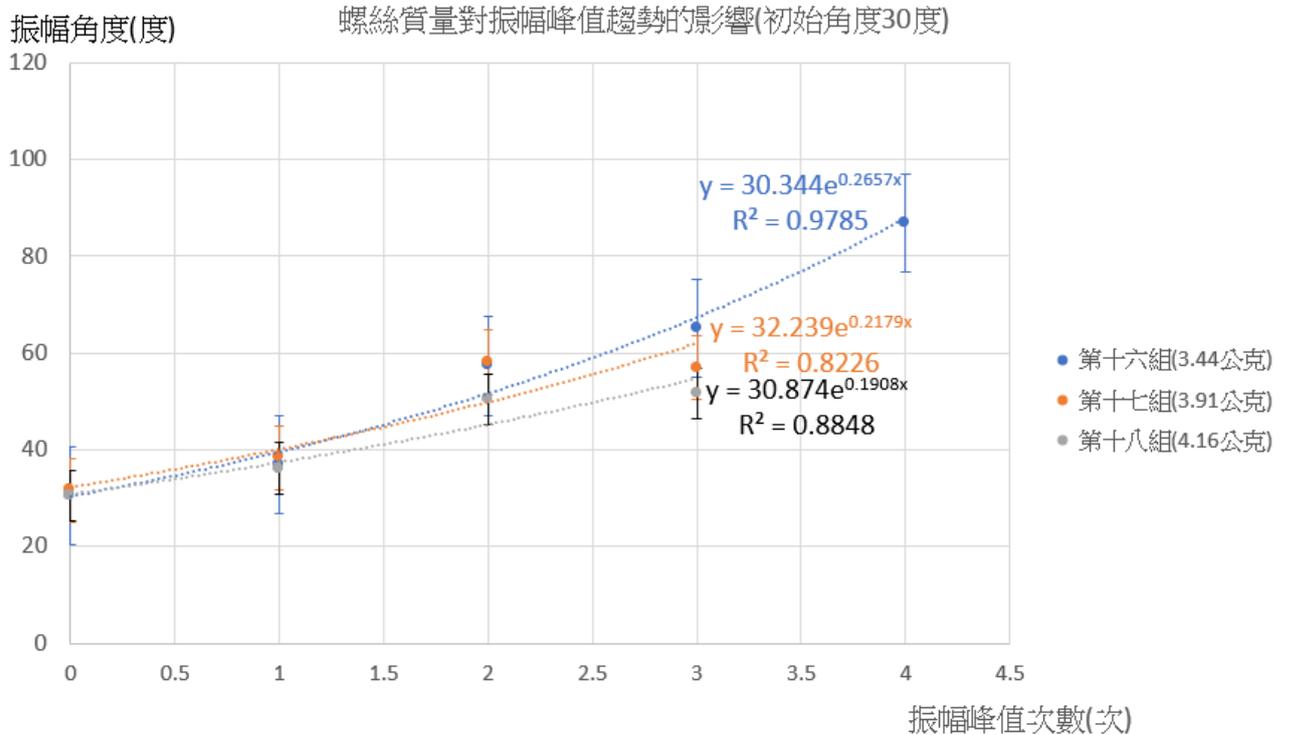
除了上述 5 組，其他 9 組也呈現相同相關性，因此我們推論初始角度愈大，初始角度與振幅增幅呈正相關，而此結果可能因為初始角度較大，初始的質心位置到斜面底部的高度差較大導致重力位能差較大，故有更大的能量提供給震盪

五、螺絲質量(m)與振幅峰值的關係:

在確定螺絲質量與週期呈負相關後，我們繼續研究螺絲質量與振幅增幅的關係，我們依次分別比較第 4、5、6 組、第 10、11、12 組以及第 16、17、18 組的振幅數據







圖九、不同螺絲質量之振幅峰值趨勢圖

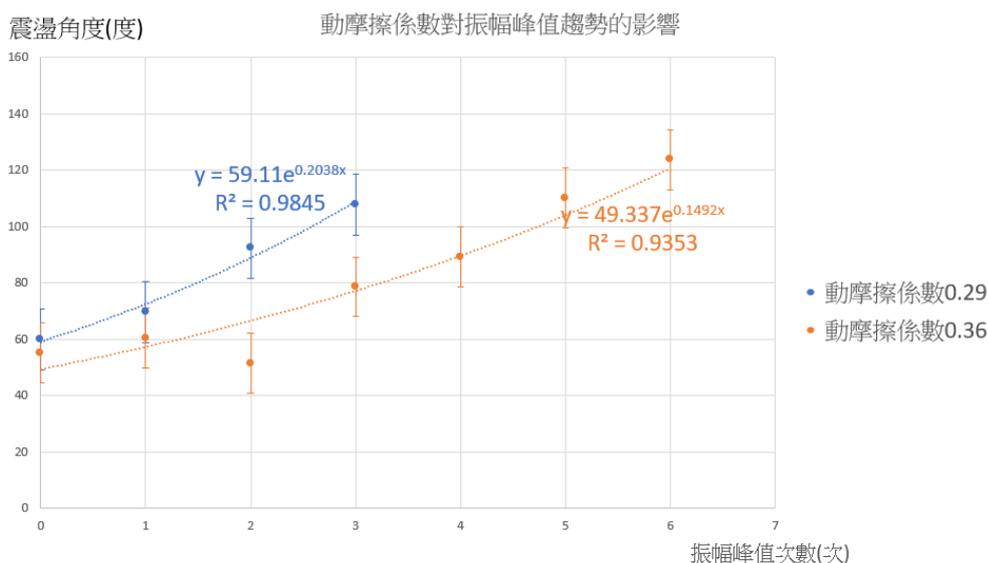
由以上五組數據對比，我們發現第 4、5、6 組中不同螺絲質量對應的振幅增幅差異甚大，而第 16、17、18 組則對應的振幅增幅相近，亦沒有特別關係，因此我們推論質量與振幅增幅無關，而第 4、5、6 組的差異情形我們認為是因為第 4、5 組在震盪前期不穩定，故整體的增幅會較小

六、不同斜面接觸面對震盪影響:

首先，我們測量螺絲相對於斜面的動摩擦係數(μ_K):

將桌面傾斜角度增大為 20 度，使已知重量螺絲可在無震盪的情況下向下滑動，並以側視攝影機錄影，接著使用 Tracker 標點分析其位能變化及動能變化，並將其能量之損耗視為動摩擦力作功，並取絕對值。最後繪製出動摩擦力作功(絕對值)與位移關係圖，其斜率即為動摩擦力量值 $W = f \cdot \Delta x$ 。利用三角函數求出螺絲在斜面上的正像力 $Nmg\cos 20^\circ$ ，接著帶入動摩擦力公式 $f = N\mu_K$ 得出其相對動摩擦係數。

我們原先都是以木板為斜面去做實驗，而木板的動摩擦係數經由上述方式測量為 0.29，而我們在木板上貼上一層平整的紙面來增加動摩擦係數，經測量動摩擦係數為 0.36，再分別做實驗對比。



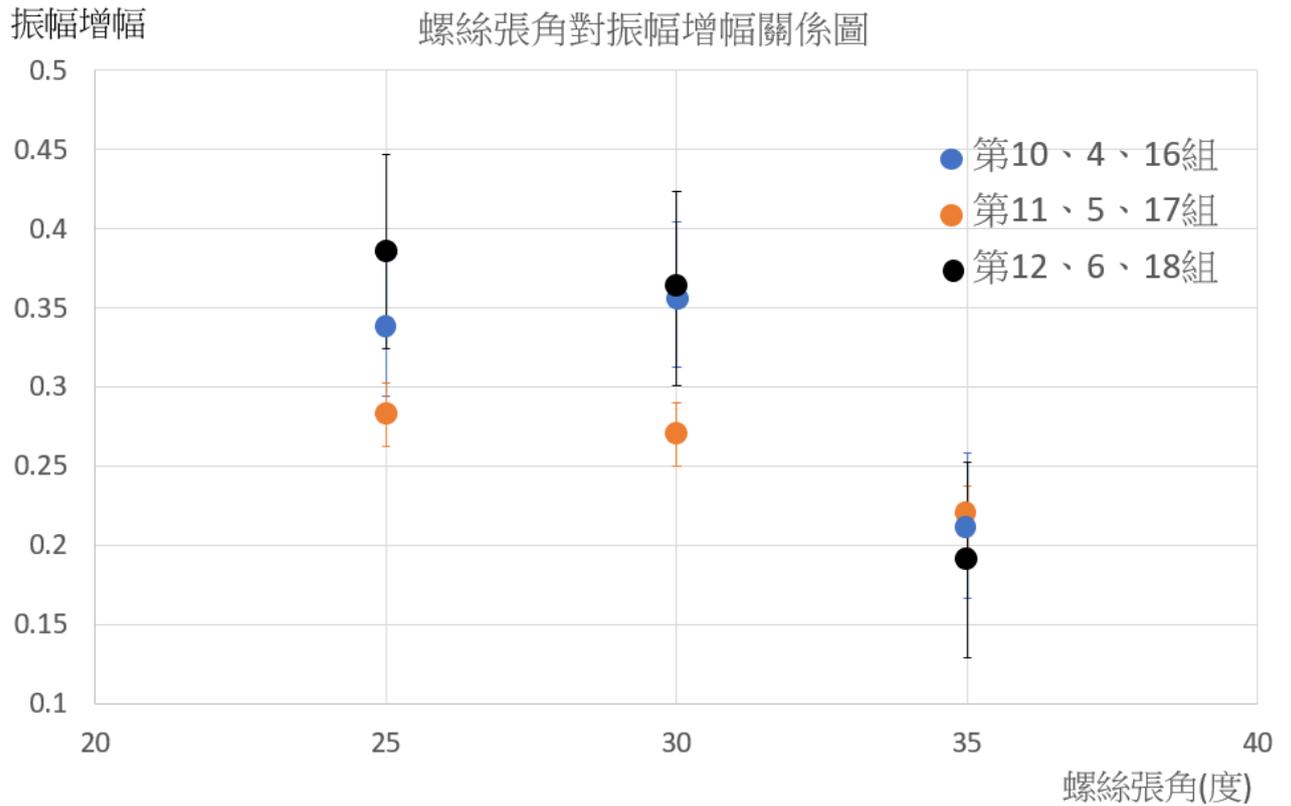
圖十、不同動摩擦係數之振幅峰值趨勢圖

從圖中我們可以發現，在摩擦係數較小的斜面的螺絲振幅增幅較大，而在摩擦係數較大的斜面的螺絲振幅增幅則較小，而造成此關係的原因為在動摩擦係數較小的情況下，摩擦耗能會較小，使移動動能及震盪能量增大，其體現在摩擦係數較小時，震盪次數較少，即移動動能及速度較大，且振幅增幅的較大體現了震盪能量較大。由斜面傾角與增幅呈正相關及斜面摩擦係數與增幅呈負相關可推論振幅增幅與螺絲下滑力呈正相關

七、螺絲張角(β)對震盪的影響

在確認各參數對震盪增幅的影響中，我們最後分析螺絲張角與振幅增幅的影響，我們將螺絲分為質量類似的 3 堆進行討論，分別為第 10、4、16 組($m=3.45g$)、第 11、5、

17組(m=3.90g)、第12、6、18組(m=4.30g)，其中每堆的三組螺絲張角分別為25度、30度、35度，以此進行比對

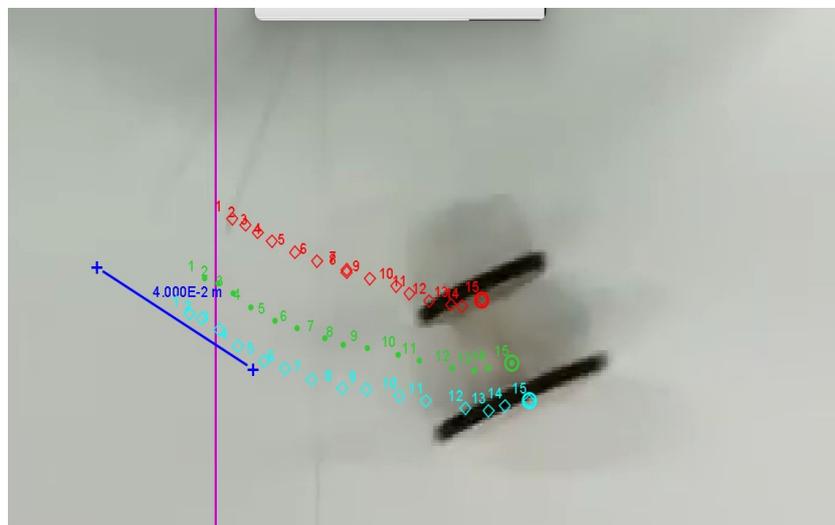


圖十一、螺絲張角對振幅增幅關係圖

由此圖，我們發現螺絲張角與振幅的增幅大致呈負相關

八、下滑時期造成震盪的能量探討

分析螺絲兩端的圓盤運動，加總後得出質心位置。如下圖



圖十二、質心位置示意圖

由於鏡頭的螺絲並不會左右移動，因此單純檢測 x 方向的位移即是螺絲的橫向位移，而後將震盪到最低點時(也就是 $\theta=0$ 時)，求出該點速度，並帶入動能公式 $Kinetic = \frac{1}{2}mv^2$ ，而此時螺絲本身旋轉也會帶有轉動動能 $Rotational\ energy = \frac{1}{2}I\omega^2$ ，又因為是最低點，此時的動能加上轉動動能即為造成螺絲震盪的總力學能。

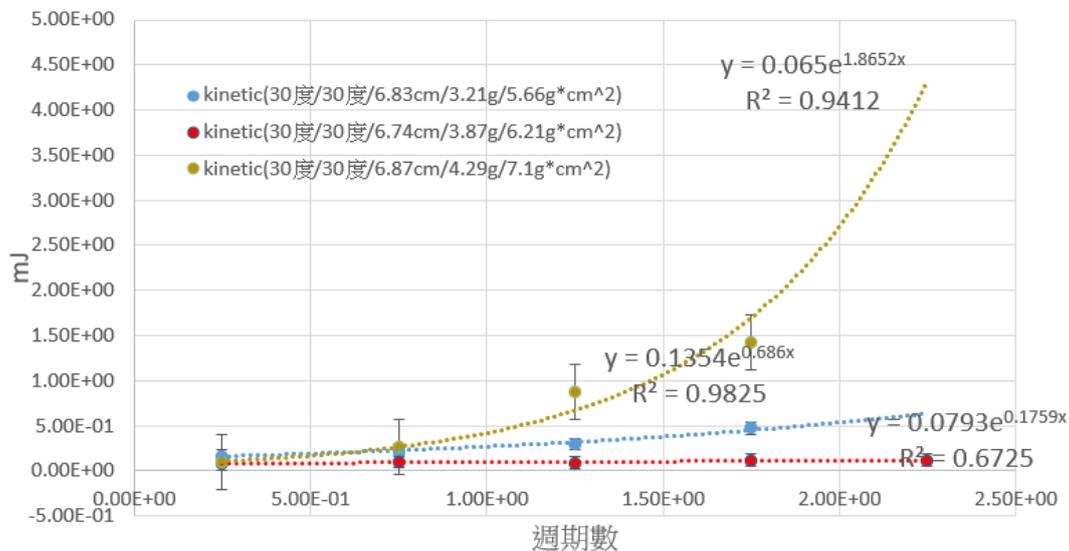
使用指數作為擬合曲線，而指數部分則表示其增加趨勢的程度。

用以上方法分析”第 4、5、6 組”、”第 10、11、12 組”、”第 16、17、18 組”(螺絲張角 β 、擺長 l 相同；轉動慣量 I 不同)

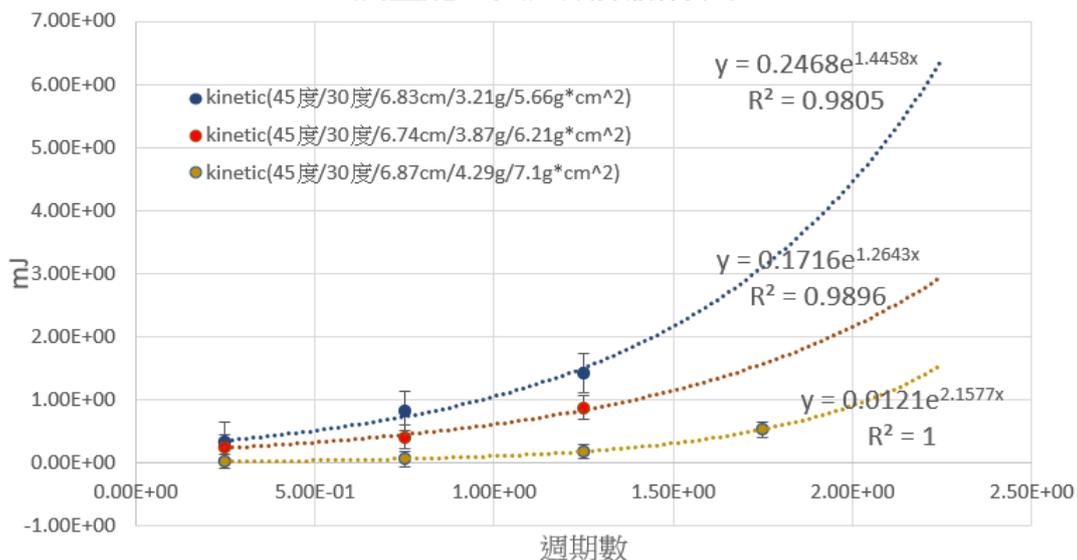
圖例標示依序為(初始角度 θ_0 /螺絲張角 β /擺長 l /質量 m)

以下圖表為震盪能量與週期數的關係圖，而同一張圖表中螺絲的螺絲張角 β 相同，擺長 l 、初始擺角 θ_0 相近。

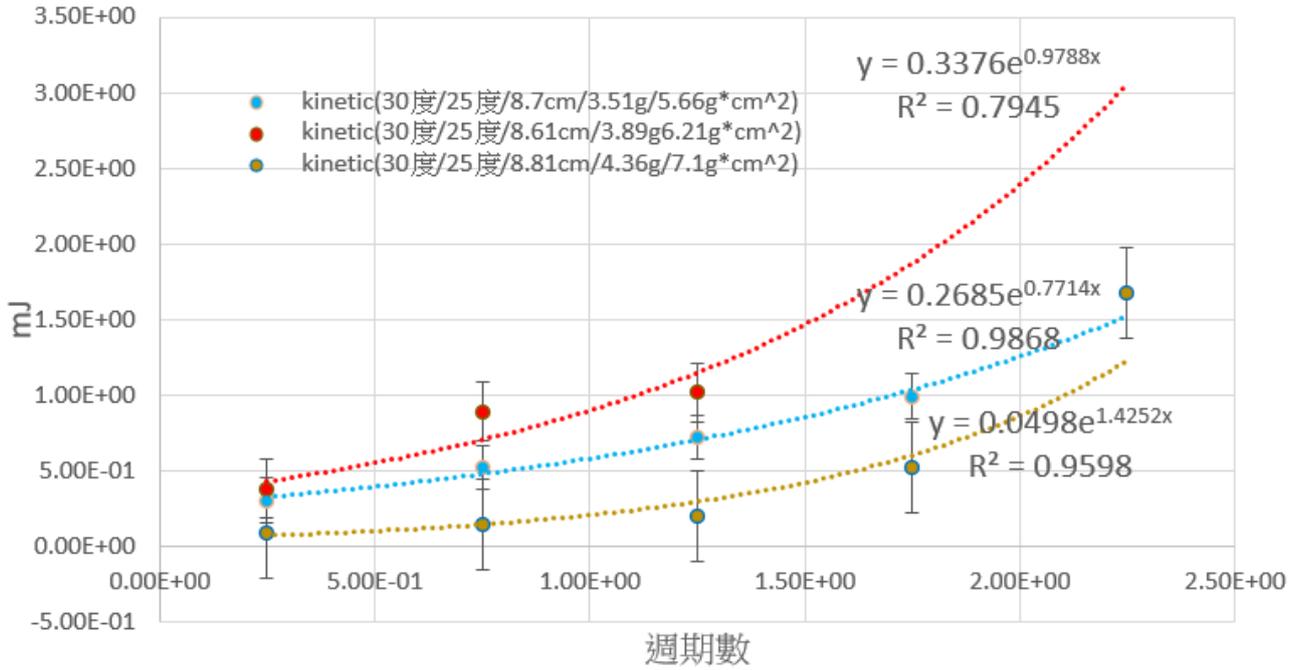
震盪能量與週期數關係圖



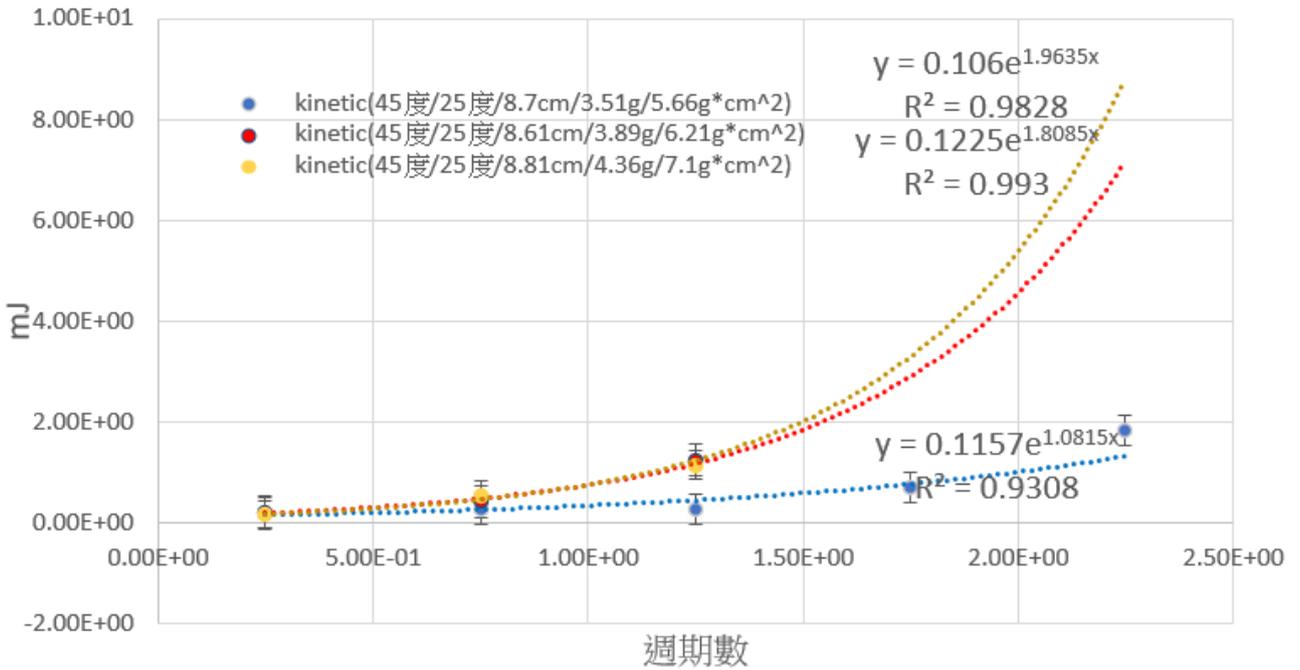
震盪能量與週期數關係圖



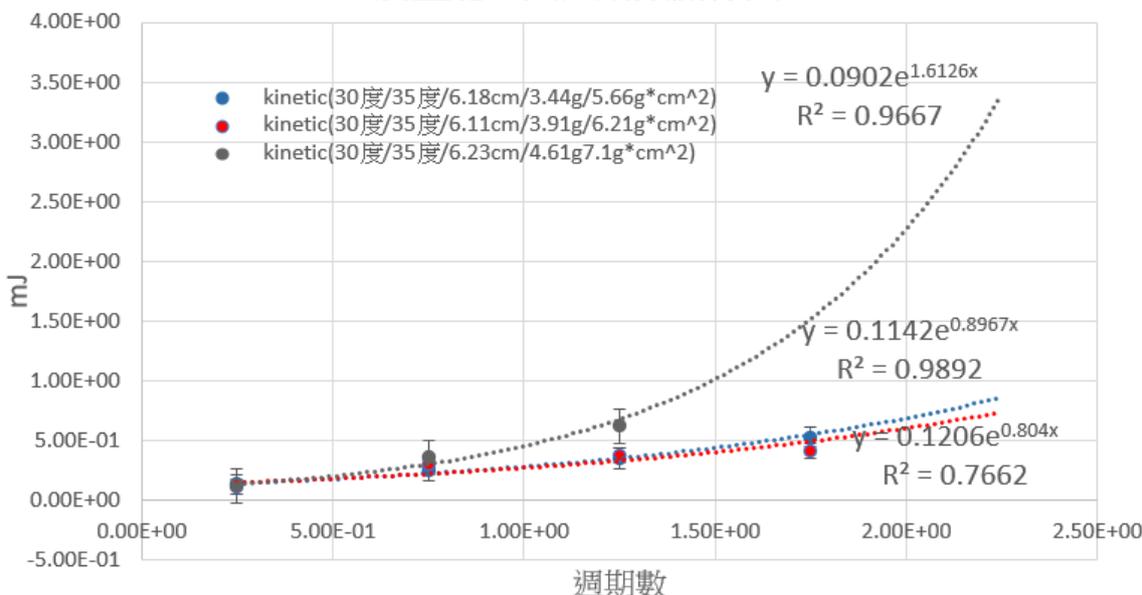
震盪能量與週期數關係圖



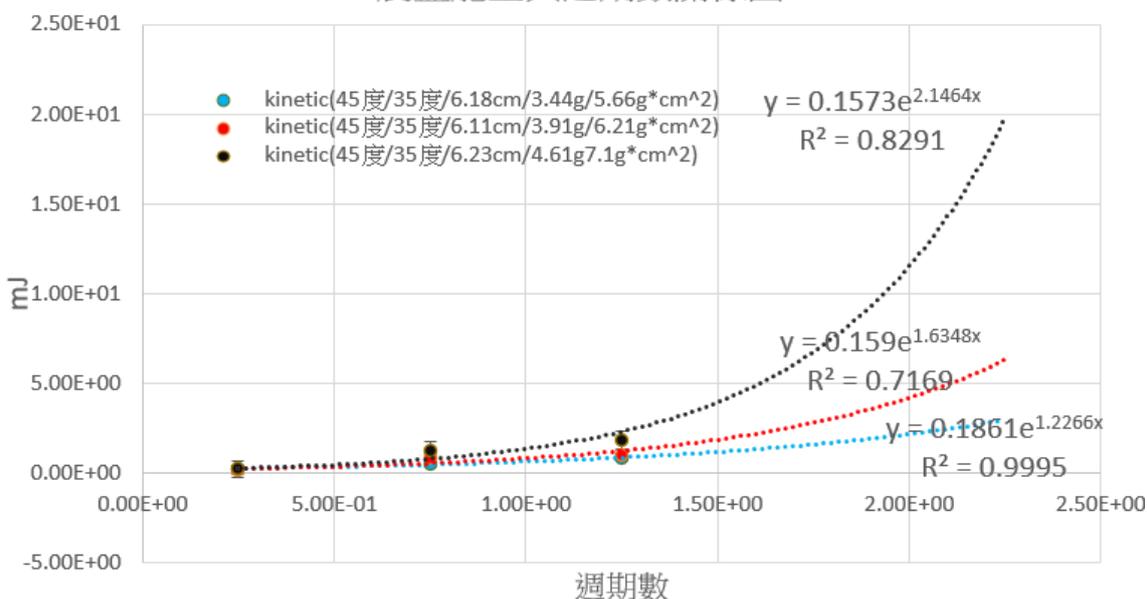
震盪能量與週期數關係圖



震盪能量與週期數關係圖



震盪能量與週期數關係圖



圖十三、振幅能量與週期數關係圖

從對比圖表可以觀察到，能量增加的趨勢與振幅增加之間存在明顯的相關性。對於給定的螺絲，不同的初始擺角似乎不影響能量增加程度的順序。然而，隨著初始擺角的增大，因能量的增加幅度隨周期呈指數級增長，更大的擺角會有更高的能量起始點，進而使得增長趨勢更為顯著。此外，除了第 4、5、6 組外，其他組別的數據顯示，轉動慣量的增加與能量增幅的提升成正比，因此推測轉動慣量可能是影響能量增幅的一個重要因素。

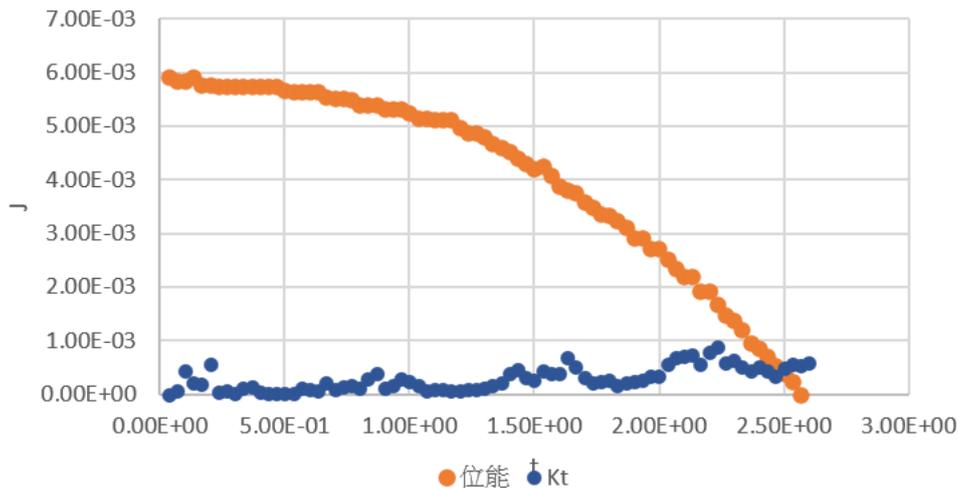
我們由側視攝影機的數據分析螺絲不同時刻的能量變化，以實驗標點的最後一點時的位能視為 0，並套入位能公式 $U = mgh$ 求出個點位能，接著導入從俯視攝影機的橫向速率(x)，結合側視攝影機的縱向速率(y)，以及螺絲自身自轉的轉動動能得出總動能

$$K_t = \frac{1}{2}m(V_x^2 + V_y^2) + \frac{1}{2}I\omega^2, \text{ 其中 } \omega = \frac{2v_c}{r_c} = \frac{2v}{\ell \sin(\frac{\beta}{2})}$$

(此為假設螺絲純滾動的條件下，螺絲的轉動速度會是質心速度的 2 倍)

而由於第四組的螺絲有較多的實驗點，因此以第四組的螺絲為範例。實驗圖表如下

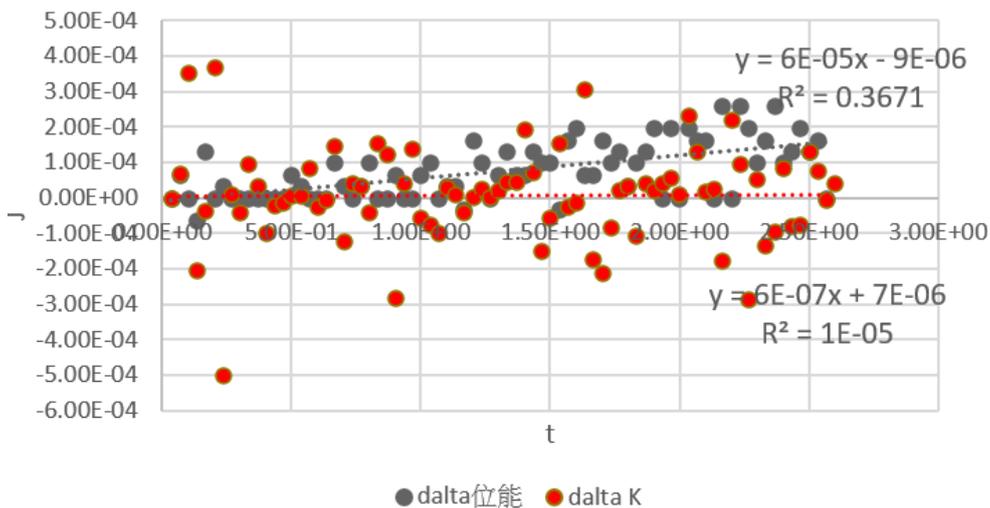
第4組30度的能量變化圖



圖十四、動能、位能對時間關係圖(第 4 組、初始角度 30 度)

由圖表可以發現絕大部分的能量被損耗掉，始有少部分位能被轉換成動能，而動能的波動形則是隨著震盪的週期呈現週期性的遞增，推測是摩擦造成的能量損耗。而下圖則是位能及動能的變化率

第4組30度的能量變化圖



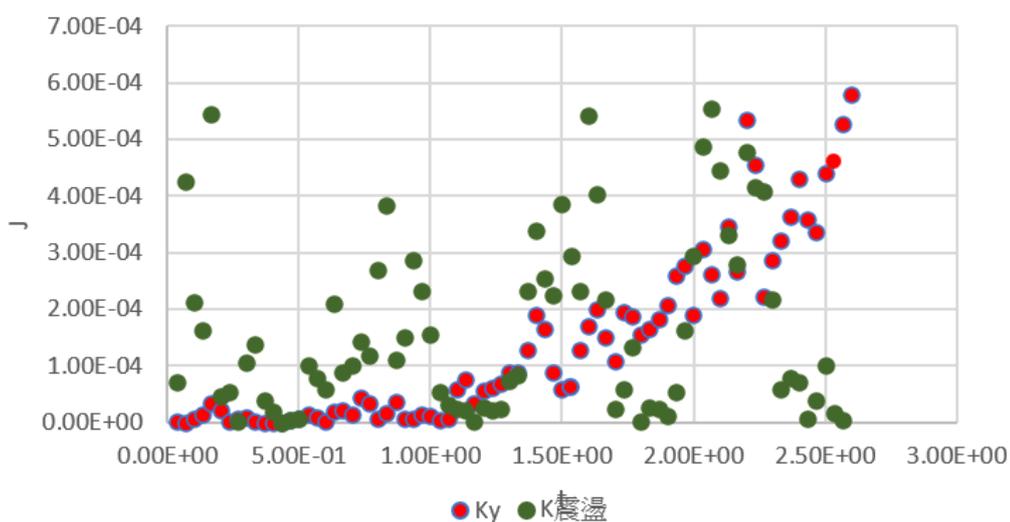
圖十五、動能、位能變化量對時間關係圖(第 4 組、初始角度 30 度)

由圖表發現，數據點的分布相當零散，是由於當追蹤後期，速度變快，影片中的螺絲逐漸模糊不清，造成標點的誤差出現。但即便如此，位能的變化量(乘上負號，以更清楚的對比位能及動能的變化量)依然明顯多於動能。

此外可以發現動能變化較為凌亂，原因為在震盪過程中能量在動能及位能間來回切換，而相同的能量對於位能來說所佔比例不高，因此位能較無明顯震盪。

而造成震盪的能量主要和橫向(x)的動能及轉動動能有關係，因此繪製圖表比較橫向動能及震盪能量的表格以了解震盪能量的占比。表格如下

第4組30度的能量變化圖



圖十六、震盪能量、縱向動能對時間關係圖

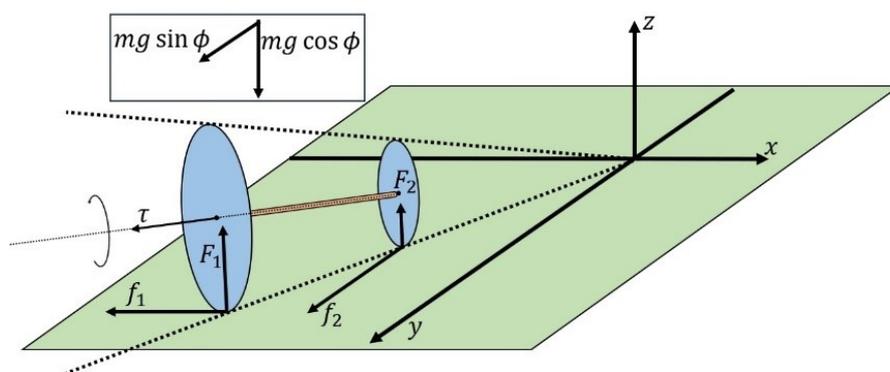
由圖表的比對可以發現，能量所佔比例相當而 K 震盪相對凌亂，具有週期性的突起，意味著螺絲系統本身的動能變化如同單擺一般有著動能與位能的轉換。

由以上資料可得知，造成螺絲震盪的能量並非憑空出現，而是由位能轉換而來，而且造成震盪的能量只占位能中的一小部分。

陸、討論

一、理論模型討論

(一) 原理

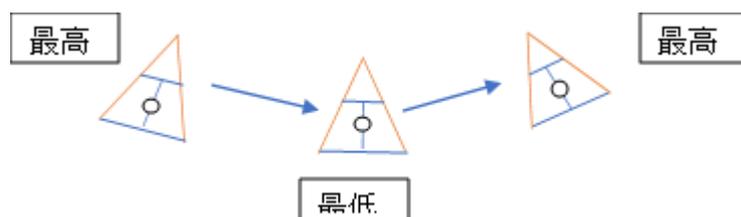


圖十七、螺絲震盪理論模型

螺絲在下滑時可以分成移動和轉動討論，有一定初始角度擺放下滑質心會受到重力和摩擦力影響而加速，而螺尾和螺帽會有摩擦力的力矩而開始轉動。我們假定螺絲為一理想鋼體，所以螺尾和螺帽會有同角速度，而因為半徑不同所以螺尾和螺帽具有不同的速度導致震盪的產生，整體運動分成下列兩種情形討論。

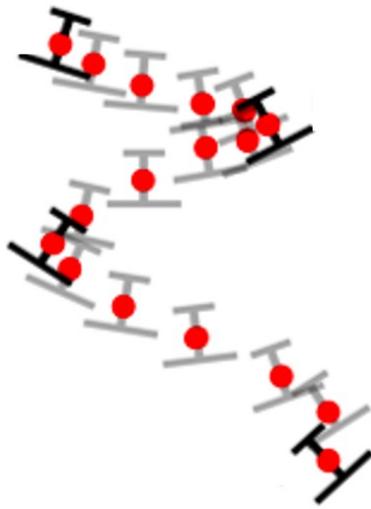
1. 往下擺盪時增加質心下滑速度、轉動速度由零開始增加
2. 往上擺盪時仍會增加質心下滑速度、但轉動速度減至零

一般沒有往下滑時在傾斜桌面上震盪時理論上會只會形成一般如同單擺的簡諧震盪，而當我們給一個加速度時卻會使振幅增加，因此我們分別討論固定震盪和下滑震盪。



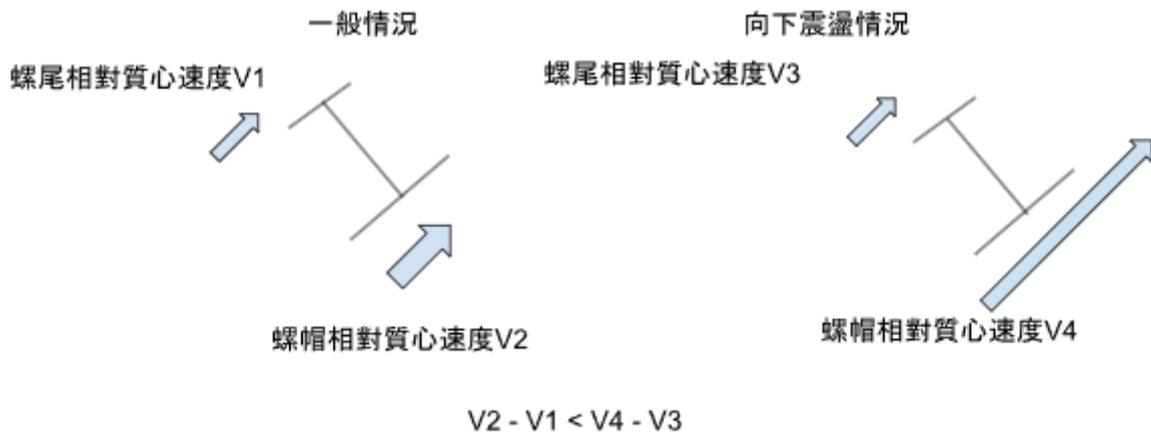
圖十八、螺絲類單擺的震盪模型

如果沒有下滑時震盪我們看成類似單擺的理想模型，從最高點釋放時速度和角速度皆為零，而到最低點時位能被轉換成動能和轉動動能，而擺回最高點時動能和轉動動能則又變回位能。不過我們分別觀察螺尾和螺帽的話會發現因為他們有同個轉動速度而導致兩端點接觸斜面速度和半徑成正比，而他們的位移也會有所差距。



圖十九、螺絲震盪的實際位移圖

那我們再分析有個重力往下加速度的系統，整體螺絲會變成質心的移動外加質心的轉動，那麼其中的不同之處出現於轉動，當螺絲越往下震盪時期質心速度越快，而且也因為位移更多而得到更多的摩擦力做功使轉動速度變快，這時就會出現和上述單擺模型的差異。



圖二十、不同相對於質心速度的比較圖

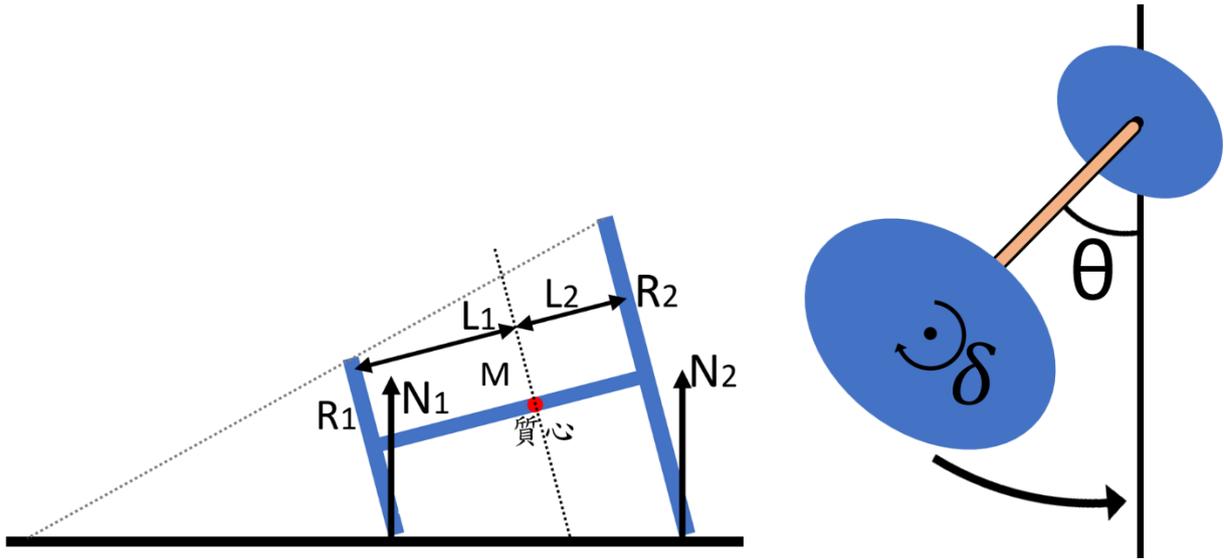
因為兩端點接觸斜面速度和半徑成正比所以我們可以得知螺帽本體速度會比螺尾快，而在往下震盪的系統中轉動速度又會比一般情況更快導致兩端點的速度差會再一步擴增。在震盪到最高點時轉動速度會歸零並且螺尾和螺帽相對於質心的速度也為零，代表著螺絲振幅之所以會增大來自於兩端速度差，螺尾和螺帽相比有往下的速度而螺帽和螺尾相比則有往上的速度，產生較大的振幅，而之後的擺盪也因為速度差擴大而持續產生更大的振幅直到翻滾為止。

因此我們可以理論歸納為

1. 任何牽扯到摩擦力的因素皆會影響震盪

2. 螺尾和螺帽的半徑差會影響震盪

(二) 理論模型



圖二十一、螺絲不同參數示意圖

假設螺絲質心有水平和鉛直速度分量 V_x 和 V_y ，螺絲總質量為 m ，螺尾質量為 m_1 ，螺帽質量為 m_2 ，螺絲的密度處處相等且忽略螺桿的質量，斜面動摩擦力為 μ_k 。螺尾正向力和半徑為 N_1 和 r_1 ，且距離質心 L_1 ，螺帽正向力和半徑為 N_2 和 r_2 ，且距離質心 L_2 。斜面傾斜角度為 φ ，螺絲震盪的角度振幅為 θ 、螺絲自旋的角速度為 ω_δ 、螺帽和螺尾繞質心的角速度為 ω_θ ，螺絲張角為 β 。

令螺絲震盪的角度振幅以正 y 軸向量為基準，如果螺帽偏向 x 軸正向則 θ 為正，反之偏向 x 負向則為負。而螺絲的角動量以正 x 軸為基準，如果自旋角動量偏向 y 軸正向則 ω_δ 為正，反之偏向 y 軸負向則為負。螺帽和螺尾繞質心的角動量偏向 z 軸正向則 ω_θ 為正，反之為負。

在 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 的情況我們可以列出以下方程式：

$$V_1 = (V_x - L_1 \omega_\theta \cos \theta \sin \beta - r_1 \omega_\delta |\sin \theta| \frac{V_x}{|V_x|}, V_y + L_1 \omega_\theta \sin \theta \sin \beta + r_1 \omega_\delta \cos \theta \frac{V_x}{|V_x|} \frac{\theta}{|\theta|})$$

$$V_2 = (V_x + L_2 \omega_\theta \cos \theta \sin \beta - r_2 \omega_\delta |\sin \theta| \frac{V_x}{|V_x|}, V_y - L_2 \omega_\theta \sin \theta \sin \beta + r_2 \omega_\delta \cos \theta \frac{V_x}{|V_x|} \frac{\theta}{|\theta|})$$

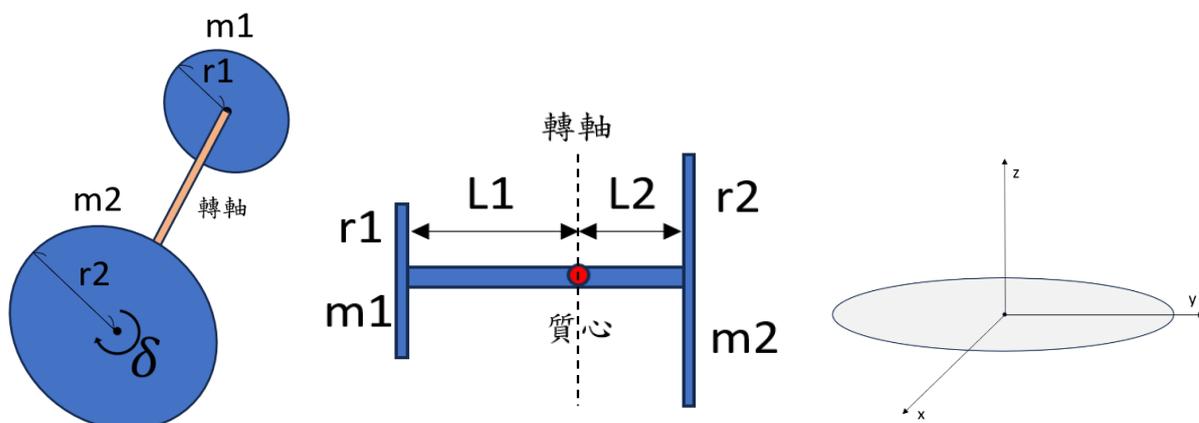
其中 V_1 、 V_2 各代表螺尾和螺帽的接觸面與木板的相對速度，從中我們可以獲得摩擦力的方向，因此我們可以列出質心加速度方程式：

$$m a_y = m g \sin \varphi - \mu_k (N_1 \frac{V_{1y}}{|V_1|} + N_2 \frac{V_{2y}}{|V_2|})$$

$$m a_x = -\mu_k N_1 \frac{V_{1x}}{|V_1|} + \mu_k N_2 \frac{V_{2x}}{|V_2|}$$

因為摩擦力的方向是相對速度的反方向，因此我們可以藉由取速度的 x 和 y 分量判斷摩擦力的方向並以此算出摩擦力的 x 分量以及 y 分量，但由於摩擦力也會對螺絲本身做功，因此我們需要把摩擦力的 x 和 y 分量再取垂直螺絲自旋角動量的摩擦力量值算出力矩。

力矩可以分成繞質心轉的力矩和自旋力矩，若要用力矩求出繞質心轉的角加速度以及自旋角加速度並須把兩方各自的轉動慣量算出來。



圖二十二、轉動慣量基本數據

首先看自旋的轉動慣量，由於我們忽略螺桿的質量，因此我們只考慮螺尾和螺帽的影響，我們可以視螺尾和螺帽皆為一個薄圓柱體。

圓柱體繞 z 轉軸的轉動慣量為 $\frac{1}{2}MR^2$ ， M 為圓柱質量而 R 為圓柱半徑，因此我們可以推得。

$$I_{\delta} = \frac{1}{2}m_1r_1^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2$$

而繞著質心轉的轉動慣量則需要考慮垂直軸定理和平行軸定理，由垂直軸定理我們可以得知圓柱體繞 x 轉軸的轉動慣量為 $\frac{1}{4}MR^2$ ，而實際上真正的轉軸則是在質心上，因此繞質心的轉動慣量可推得。

$$I_{\theta} = \frac{1}{4}m_1r_1^2 + \frac{1}{4}m_2r_2^2 + m_1L_1^2 + m_2L_2^2$$

但是如果上面的算式去看一個放在平面上的螺絲轉軸會與平面不垂直，而理論上螺絲在斜面上的轉軸是和斜面垂直的。因此我們需要把改變螺絲的轉軸方向，而如果螺絲張角為 β ，我們可以求得新的轉動慣量為

$$I_{\theta} = \frac{1}{4}m_1r_1^2 + \frac{1}{4}m_1r_1^2(\sin\frac{\beta}{2})^2 + \frac{1}{4}m_2r_2^2 + \frac{1}{4}m_2r_2^2(\sin\frac{\beta}{2})^2 + m_1\left(L_1\cos\frac{\beta}{2}\right)^2 + m_2\left(L_2\cos\frac{\beta}{2}\right)^2$$

而我們有了螺絲的兩個轉動慣量我們可以藉由螺絲受到的摩擦力來計算螺絲自轉以及螺絲繞著質心轉的角加速度，由於會影響螺絲旋轉的摩擦力只有平行螺絲平面的方向

才會影響其轉動，我們令 F_1 和 F_2 分別為平行螺尾和螺帽的摩擦力，而我們可以用摩擦力和轉動慣量列出以下式子

$$F_1 = -\mu_K N_1 \left(\frac{V_{1x}}{|V_1|} \cos \theta + \frac{V_{1y}}{|V_1|} |\sin \theta| \right)$$

$$F_2 = -\mu_K N_2 \left(\frac{V_{2x}}{|V_2|} \cos \theta + \frac{V_{2y}}{|V_2|} |\sin \theta| \right)$$

$$I_\delta \alpha_\delta = F_1 r_1 + F_2 r_2$$

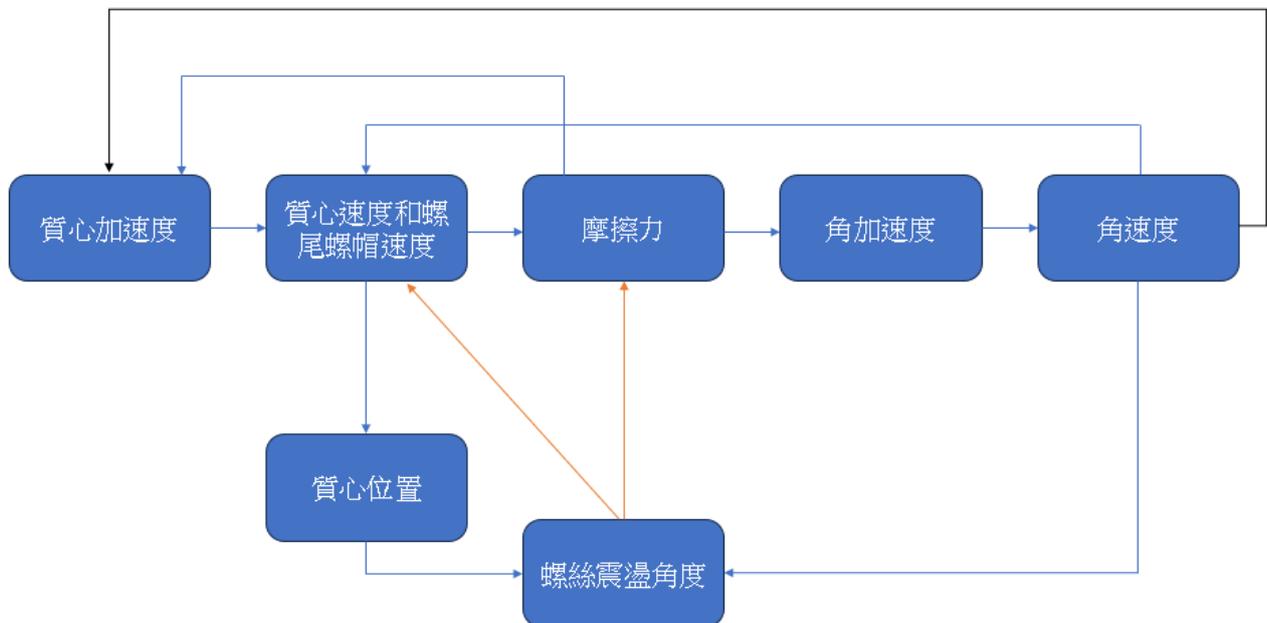
$$I_\theta \alpha_\theta = F_1 L_1 \cos \frac{\beta}{2} - F_2 L_2 \cos \frac{\beta}{2}$$

而我們藉由力矩可以得到螺絲的自轉角加速度和繞質心的角加速度，理論上可以藉由對時間的積分得出其中的角速度，但實際上整體的運動中只要改變一個變因有所改變(例:水平速度、摩擦力量值等)，將會改變所有其他牽涉的變因，而再改變更多已被影響的變因，不停地持續下去。因此無法直接觀察其中的相關性，但是我們可以藉由列出的定變因(例:質量、轉動慣量、螺尾半徑等)去比對實驗的結果。

二、理論模型與實驗結果比對

(一) 程式模擬運動概念

雖然我們無法直接求得螺絲震盪的一般式，但我們可以透過程式模擬此運動來推求一些螺絲震盪的概念。



圖二十三、模擬程式流程圖

整體程式會以外推法的概念模擬，設 $t = 0.001s$ 為每跑一次程式的間隔時間，我們會用初始的加速度來一步一步計算下個瞬間的速度、摩擦力、角速度等，從而計算螺絲的震盪角度，利用這個瞬間所求得的數值來推算下個瞬間的各類數值。經過多次重複後我們可以得到螺絲下滑的角度震盪曲線。

如果我們改變螺絲和斜面的定變因，可能會導致此模擬實驗中的數據如骨牌一樣一個個被推倒，可能會產生明顯增大或縮小的趨勢，這個部份我們放到稍後再討論。

(二) 質量與週期和振幅峰值的關係

在質量與週期的關係實驗中，我們得知螺絲質量和週期是呈正相關性的，但螺絲質量和振幅峰值並沒有直接相關。在實驗中，為了固定擺長和螺絲張角，我們只能改變螺尾的半徑和螺桿的長度達成相同的實驗條件，在這時候質量越大螺尾半徑則會越大。根據理論公式，加速度和角加速度會與摩擦力及重力分量相互影響，所以實際上質量並不會與角加速度和加速度有相關性，因此螺絲的振幅峰值與質量無明顯相關性。因此週期和質量的關係我們猜測是空氣阻力的影響，螺絲的質量越大時螺尾截面積越大而產生更大的空氣阻力，使整體震盪速度減緩，週期變長。但相關的驗證需要利用程式模擬才能得知。

(三) 螺絲張角與週期和震盪的關係

在螺絲張角與週期的實驗中，我們發現螺絲張角和週期是呈負相關性的。由於實驗中使用的螺尾和螺帽材質相同，在忽略螺桿的情況下如果質量相近，它們理論上會有相同的截面積。但是螺絲張角會影響實際的截面積。當螺絲張角越小時截面積會越大，空氣阻力越大，反之，螺絲張角越大則截面積會越小。空氣阻力越小。由上面的理論可以預測螺絲張角和週期是呈負相關性的。

$$I_{\theta} = \frac{1}{4}m_1r_1^2 + \frac{1}{4}m_1r_1^2(\sin\frac{\beta}{2})^2 + \frac{1}{4}m_2r_2^2 + \frac{1}{4}m_2r_2^2(\sin\frac{\beta}{2})^2 + m_1\left(L_1\cos\frac{\beta}{2}\right)^2 + m_2\left(L_2\cos\frac{\beta}{2}\right)^2$$

$$I_{\theta}\alpha_{\theta} = F_1L_1\cos\frac{\beta}{2} - F_2L_2\cos\frac{\beta}{2}$$

而再看張角對螺絲繞質心的角加速度關係，以 I_{θ} 來說張角變大時 \sin 值和 \cos 值會互相彌補，使的張角的變化不會嚴重影響螺絲繞質心的轉動慣量。主要是其力矩會受到較大的影響，張角越大力矩越小，因而使角加速度變小而導致震盪中振幅增幅趨勢和螺絲張角呈負相關。

(四) 震盪初始角度與振幅峰值關係

在震盪初始角度與振幅峰值的實驗中，初始角度會與振幅峰值的增幅呈正相關，這部分就要引用到程式模擬所提到的推倒概念。初始角度較小的組別在一開始會有比

較小的自旋和繞質心旋轉的力矩，經過層層累加力矩對角度的影響後，震到另外一端時會有比較小的角度增幅。初始角度大的則會有比較大的力矩產生更大的角度增幅。這會導致第一個振幅角度的差異，並在後續的振幅中產生更大的振幅差，因此初始角度越大時其振幅峰值的增幅趨勢會變更大。

(五) 不同接觸斜面與振幅峰值關係

在不同接觸斜面與振幅峰值的實驗中，我們測得木板為接觸斜面的動摩擦係數為 0.29，紙張為接觸斜面的動摩擦係數為 0.36。由於摩擦係數會很明顯的影響摩擦力矩，因此摩擦係數大的會有較大的振幅峰值趨勢是可被預測的。不過在實驗中會發現摩擦力較大的多數實驗中前兩三次的振幅會出現振幅並非連續增幅的情況(如圖十二橘線)，且螺絲下滑前期並非一直持續下滑而是產生頓停，我們推測是摩擦係數大導致前期下滑速度慢而在某些特定的情況下反而會產生靜摩擦力，代表某些時刻沒有 y 分向力矩幫助震盪而產生振幅峰值非連續增幅。但這部分也需要以程式模擬並比對現實和模擬的差異得知。

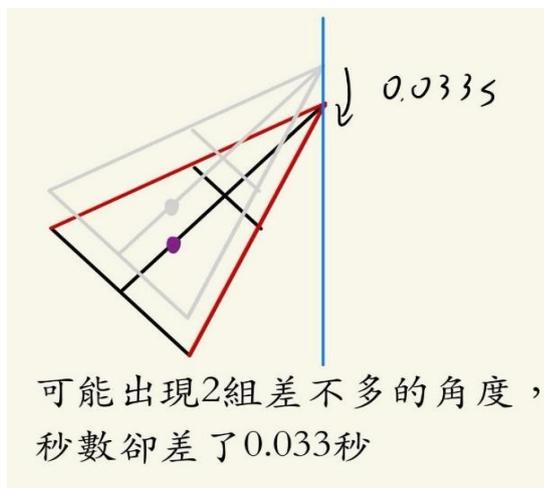
柒、結論

- 一、斜面傾角(φ)與振幅增幅呈正相關
- 二、震盪週期(T)與震盪初始角度(θ_0)無關
- 三、震盪週期(T)與質量(m)呈正相關
- 四、震盪週期(T)與螺絲張角(β)呈負相關
- 五、螺絲質量(m)與振幅增幅無關
- 六、震盪初始角度(θ_0)與震幅增幅呈正相關
- 七、斜面動摩擦係數(μ_k)與振幅增幅呈負相關
- 八、螺絲張角(β)與震幅增幅呈負相關
- 九、震盪能量與增幅成正相關
- 十、螺絲震盪來源為位能的轉換，且大部分能量被摩擦力所損耗

捌、未來展望

- 一、減少誤差的產生
 - (一) 週期的誤差:

在實驗過程中常有振幅達到同樣最大值的時間不只一個，造成週期時間判定困難，其源自於我們現在使用的攝影裝置為手機，其幀率僅有 30fps。因此未來我們想用更高幀率的攝影器材並在螺絲擺到最高點時以最大角度的時間為標準找角度差不到 0.01% 的時間並取全部的平均來求得比較準確的時間。



圖二十四、週期誤差原因示意圖

(二) 角度測量的誤差:

儘管我們使用滑軌進行實驗以避免視角的誤差，但在使用 Tracker 分析的過程中，時常因為標點的不精確而造成角度的不準確，甚至到震盪的後期，會有影像模糊的現象，造成標點的困難。因此我們會將滑軌更靠近斜面以拍攝更細部的畫面，並提升自製螺絲與背景顏色的對比以利 Tracker 追蹤可降低標點的困難並減少震盪角度測量的誤差

二、製作更多種螺絲張角的螺絲

製作更多種螺絲張角的螺絲以了解螺絲張角大小對其能量轉換率及震盪增加趨勢的影響

三、探討擺長與週期的關係

在製作螺絲的過程中，我們有將擺長列為變因(如表六)，但在發現質量與週期有正相關後，必須將質量列為控制變因，然而我們所製作的螺絲基本上擺長越大，質量也會越大。我們未來會製作更多的螺絲，嘗試控制質量的變因，進而了解擺長對震盪的影響。

四、加入測量角速度的能量探討

在能量探討的分析中我們只分析位能、動能和摩擦力對整體能量的變化，但是整體運動是否為純滾動尚不明確，當初未能分析旋轉的原因是受到解析度的限制。我們將會在螺帽加定一個旋轉參考線並用解析度較高的器材去測量旋轉的能量加入震盪能量的探討。

五、找出各種變因之間的關係式

我們在分析數據時有嘗試求出質量與週期的關係，然而因為數據不夠精確，無法推得完整的次方關係，我們可以利用更多精確的數據，進而找出變因之間的更多關係。

六、計算振幅一般式

我們列出了螺絲所受到的各種力和力矩的方程式，但我們並沒有辦法從中化簡出不同質量、擺長和螺絲張角等變因下振幅一般是會呈現的形式，我們會在未來尋找其他解法或是翻閱相關書籍找出振幅的一般式。

七、利用程式模擬實驗並找出理論與實際的差別

其實在螺絲下滑時不免會出現斜面材質不均勻、空氣阻力、人為實驗誤差等影響導致量出來的數據並非理想的，因此我們會利用理論模型得出的算式去模擬螺絲下滑的實驗，並從中觀察其與我們實際實驗的差別，且從差別中可以得知某些理論推測的正確性。

玖、參考資料

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2020). Principles of Physics(11th ed.). New York: Wiley and Sons.

註:圖(二十二)引用來源:維基百科轉動慣量列表 <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%BD%89%E5%8B%95%E6%85%A3%E9%87%8F%E5%88%97%E8%A1%A8>
除上述圖片引自他處，其他照片及圖片均為作者親自製作

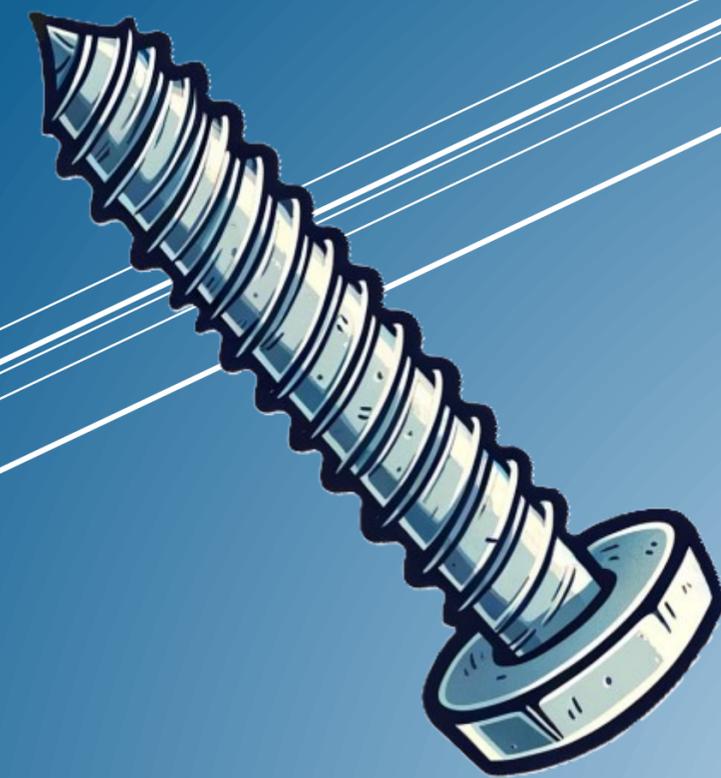
【評語】 051809

藉由兩端具圓板的棍自斜面上端下滑的運動，探討其與桌面各種條件造成下滑的各種運動情況。自製實驗架設，為達到實驗分析的目的，以棍端圓板的大小及棍長為實驗參數，拍攝棍下滑的運動，能探討震盪週期與震盪初始角度、質量、張角、振幅、震盪能量的關係。進行各種可能運動方式的分析，及用能量的方式來討論，並解釋震盪能量與週期的關係，還有摩擦力造成的影響，內容豐富，有物理機制討論。

作品簡報

螺震舞鬥

探討螺絲下滑的震盪現象



摘要

當一個螺絲以一定角度擺放於平整的斜面下滑時，螺絲的擺盪振幅也會隨著下滑的距離增加。我們以此現象為基準去設計更符合我們所需要觀察數據的自製螺絲，我們以角錐為模型去設計不同直徑、角錐角度以及螺桿的自製螺絲，並以滑軌錄影的方式再透過Tracker去分析不同的擺放角度和螺絲下對其震盪增幅的影響。

研究目的和研究器材

- (一) 探討斜面角度(φ)對震盪其影響
- (二) 探討螺絲初始擺放角度(θ_0)對週期的影響
- (三) 探討螺絲質量(m)對週期(T)的影響
- (四) 探討螺絲張角(β)對週期(T)的影響
- (五) 探討螺絲初始擺放角度(θ_0)對震盪影響
- (六) 探討螺絲質量(m)對震盪影響
- (七) 探討螺絲張角(β)對震盪影響
- (八) 探討斜面動摩擦係數(μ_k)對震盪影響
- (九) 找出螺絲震盪能量的轉換

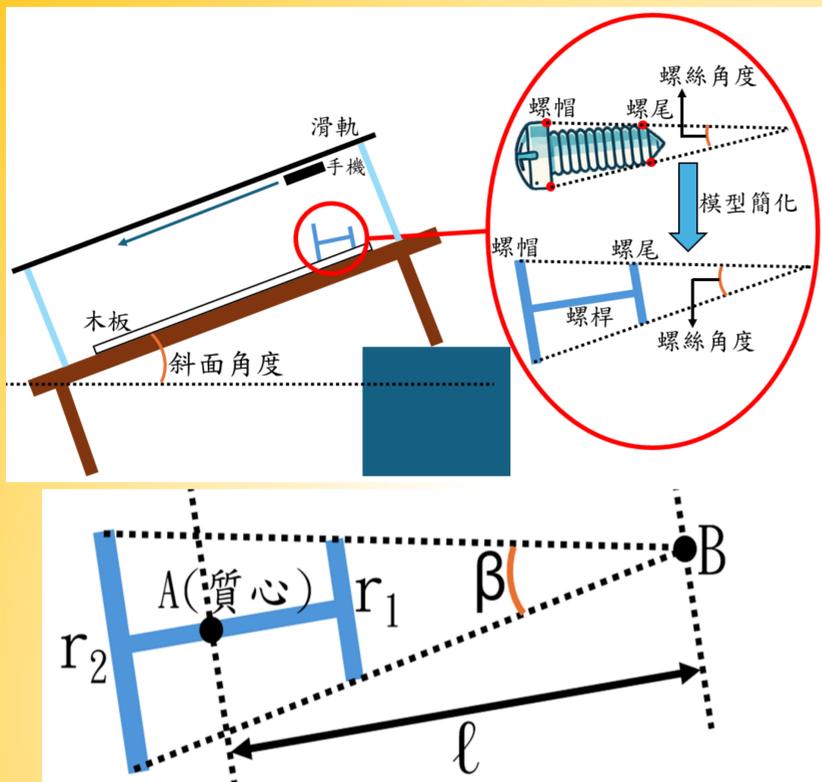


螺絲組別

螺絲組別	螺絲角度 β	ℓ	m
1	30	5.94	2.79
2		5.96	3.23
3		6.20	3.67
4		6.83	3.41
5		6.74	3.87
6		6.87	4.29
7	25	6.70	1.67
8		6.70	2.51
9		6.70	2.62
10		8.70	3.51
11		8.61	3.89
12		8.81	4.36
13	35	4.84	1.67
14		4.88	2.51
15		4.82	2.75
16		6.18	3.44
17		6.11	3.91
18		6.23	4.16

實驗裝置與研究流程

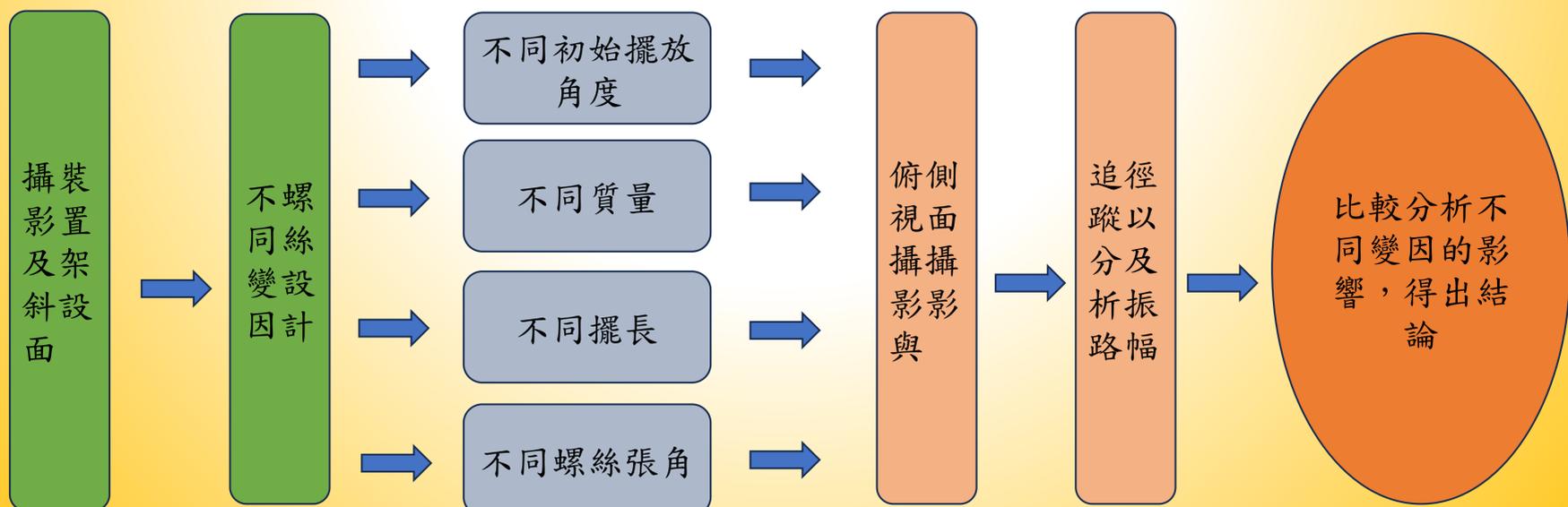
實驗裝置與螺絲示意圖



固定變因數據測量

1. 斜面動摩擦係數測量：
我們使用相同的木板(長94公分)以固定斜面動摩擦係數，使已知質量與螺絲相同材質木塊下滑，追蹤動能和位能，其損耗的力學能即為摩擦力做功，可反推出斜面動摩擦係數為0.29
2. 斜面角度：
我們分別對斜面傾角10、15、20及25度進行實驗，發現角度為10度時，螺絲無法順利滑下，角度加至25度時，會因震盪次數不足沒有足夠的實驗數據。因此為了架設方便我們將斜面角度定為16.8度
3. 螺絲模型簡化
為了方便控制螺絲的不同數據，我們簡化了螺絲模型(如左圖)，並製作不同的圓盤和螺桿長度以調整實驗所需的不同變因

實驗流程

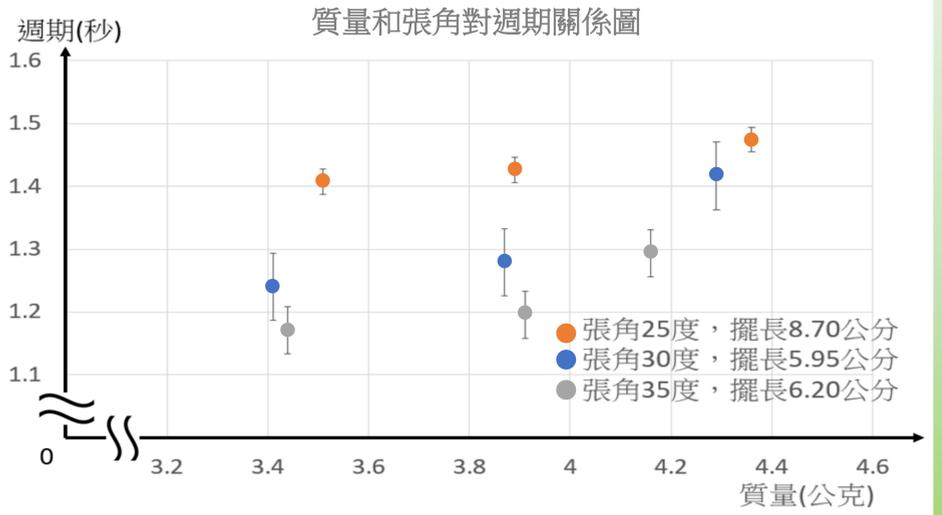
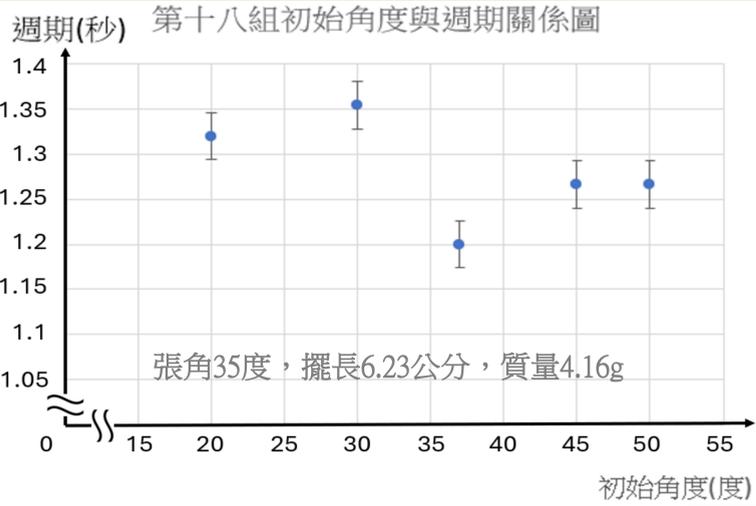


參考資料

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2020). Principles of Physics(11th ed.). New York: Wiley and Sons.

2023 International Young Physicist's Tournament Problems <https://www.iypt.org/problems/problems-for-the-36th-iypt-2023/>

研究結果—不同變因對週期的影響

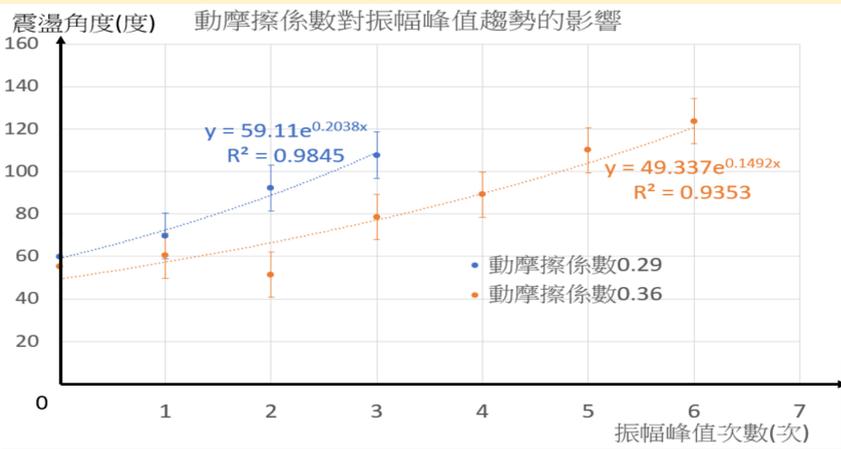


初始擺放角度(θ_0)與週期(T)關係:
在總共14組的實驗中，我們發現每一組週期與螺絲初始角度的關係不盡相同，因此我們特別將第18組分別以5個初始角度(分別為20度、30度、37度、45度、50度)滑下。實驗後可以確認週期與初始角度不相關。我們也把週期的差異視為標點誤差。

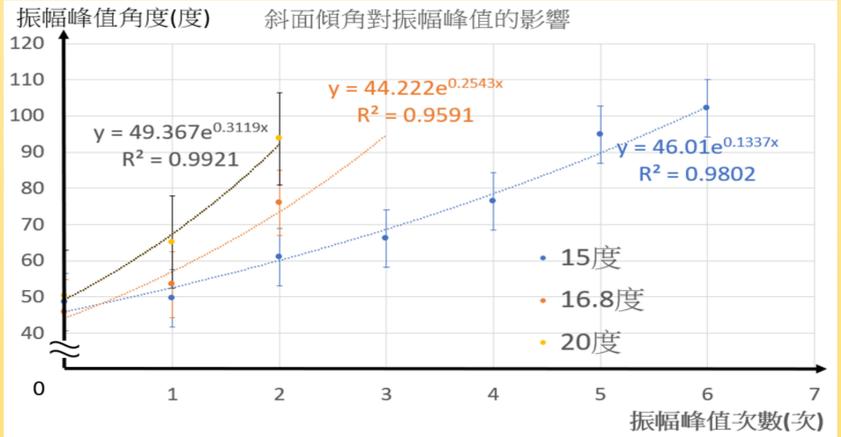
質量(m)與週期(T)的關係:
我們分別比較三個不同張角的螺絲震盪週期趨勢。因為週期與初始角度不相關，因此每一組的週期為各初始角度得出的週期數值平均。在經過數據對比後，我們發現質量大的螺絲週期普遍會比質量小的螺絲大，因此我們推論週期與質量呈正相關。

螺絲張角(β)與週期(T)的關係:
從上圖也可以發現螺絲張角為25度的組別普遍週期較長，反之螺絲張角為35度的組別週期較短，週期與擺長無關，因此推論週期與螺絲張角呈負相關。

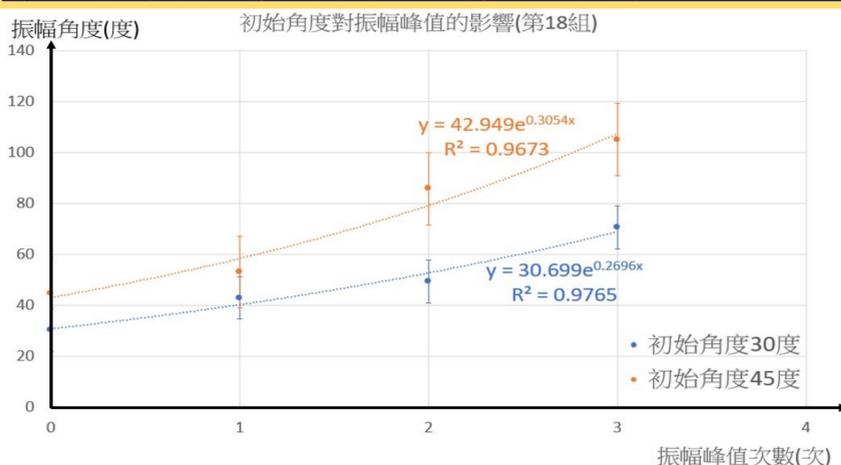
研究結果—不同變因對振幅峰值的影響



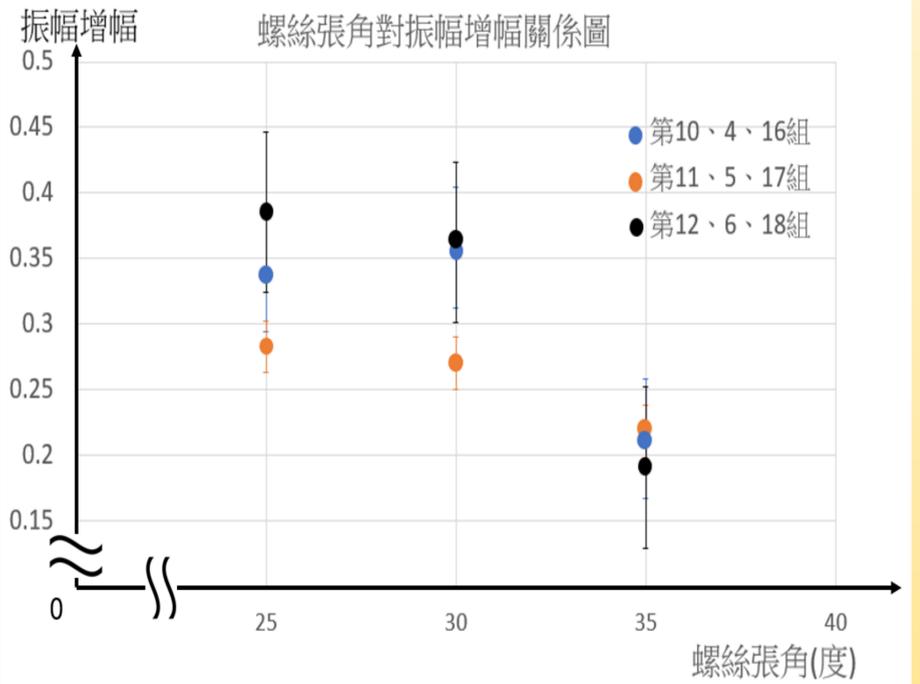
不同斜面動摩擦係數(μ_k)震盪影響:
在斜面上鋪上一層紙張，利用前述方法計算出動摩擦係數為0.36，用第十八組螺絲實驗可以得出當振幅與斜面動摩擦係數呈負相關



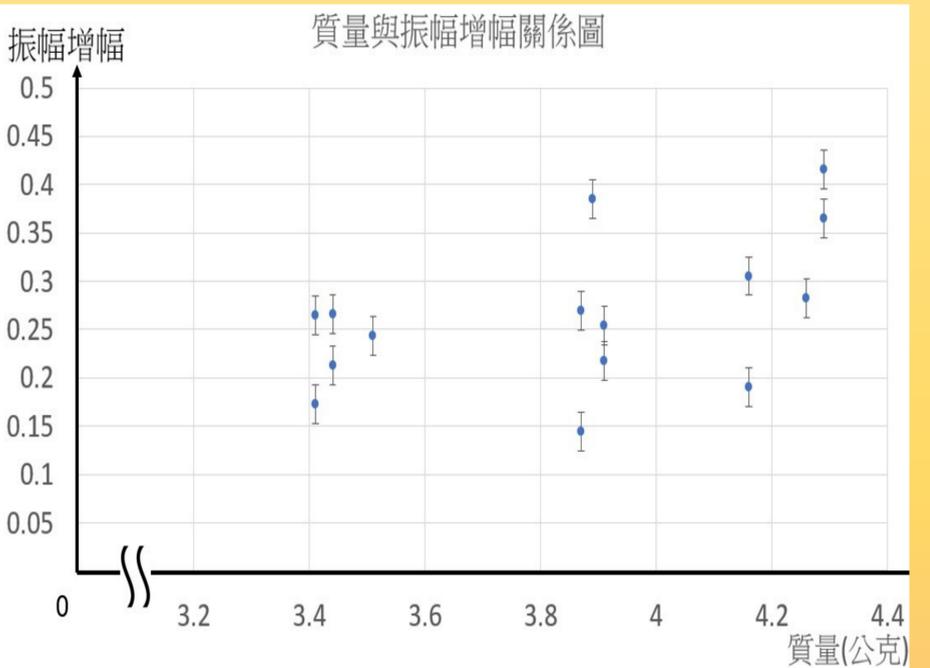
斜面傾斜角度(φ)對振幅峰值的影響:
由前述實驗我們將斜面角度定為15、16.8、20度進行實驗。我們以擬合曲線的指數項常數做增幅的標準。發現振幅增幅與斜面傾角呈正相關



初始擺放角度(θ_0)與振幅的關係:
以第18組螺絲為例，初始角度較大的情況，後續的振幅顯然較大，且振幅增幅也會較大。其他13組螺絲也呈現相同特性，因此我們推論振幅增幅與初始擺放角度呈正相關

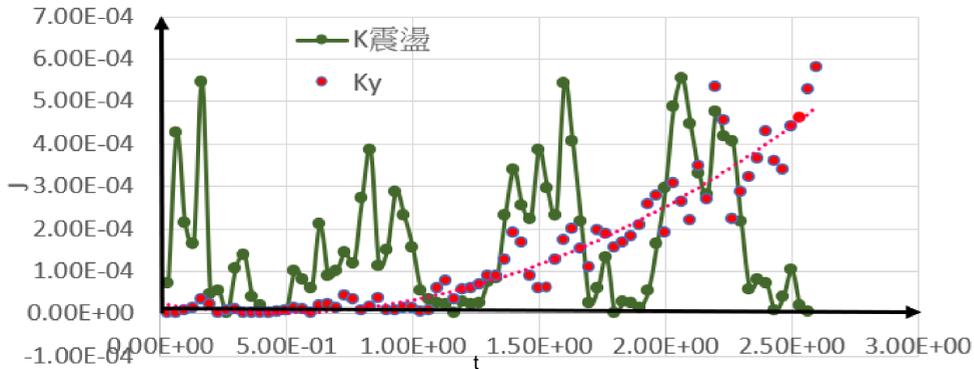


螺絲張角(β)與振幅增幅的關係:
我們最後分析螺絲張角與振幅增幅的影響，我們將螺絲分為質量類似的3組進行討論。由圖表發現，當螺絲張角增加時，振幅增幅有逐漸下降的趨勢

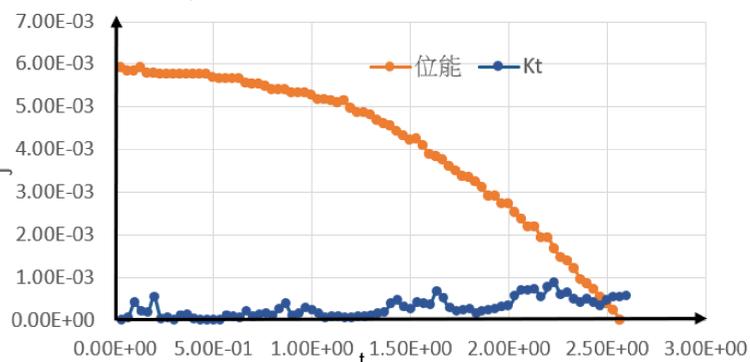


螺絲質量(m)與振幅增幅的關係:
在確定螺絲質量與週期呈負相關後，我們依次分別比較第4、5、6組、第10、11、12組以及第16、17、18組的振幅數據，由以上數據對比，我們發現振幅增幅主要在0.15到0.3之間，沒有相依關係，因此我們推論振幅增幅與質量無關

第4組30度的能量變化圖



第4組30度的能量變化圖



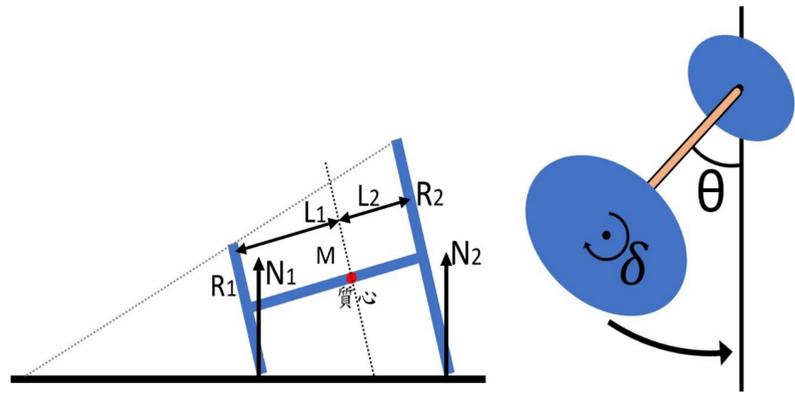
螺絲下滑時期總動能變化圖

將動能單一分析，並且分成X軸方向的震盪動能(K震盪)及Y軸方向的下滑動能(Ky)，如圖表可發現Ky有類似二次函數的增加趨勢，而K震盪則是有著明顯的週期震盪的情況；兩者相加即為Kt，除了逐漸增加外還伴隨著微微的震盪情形

螺絲下滑時期造成震盪的能量探討

對比下滑時不同時間的位能與總動能，發現震盪的動能來自位能，且多數能量被非保守力耗損掉。

討論—理論模型



	螺尾	螺帽	質心	
速度	V_{1x}, V_{1y}	V_{2x}, V_{2y}	速度	V_x, V_y
質量	m_1	m_2	總質量	m
正向力	N_1	N_2	自旋角速度	ω_δ
半徑	r_1	r_2	螺帽螺尾繞質心角速度	ω_θ
質心距離	L_1	L_2		

在 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 的情況我們可以列出以下方程式：

$$V_{1x} = V_x - L_1 \omega_\theta \cos \theta \cos \frac{\beta}{2} - r_1 \omega_\delta |\sin \theta| \frac{V_x}{|V_x|}$$

$$V_{1y} = V_y + L_1 \omega_\theta \sin \theta \cos \frac{\beta}{2} + r_1 \omega_\delta \cos \theta \frac{V_x}{|V_x|} \frac{\theta}{|\theta|}$$

$$V_{2x} = V_x + L_2 \omega_\theta \cos \theta \cos \frac{\beta}{2} - r_2 \omega_\delta |\sin \theta| \frac{V_x}{|V_x|}$$

$$V_{2y} = V_y - L_2 \omega_\theta \sin \theta \cos \frac{\beta}{2} + r_2 \omega_\delta \cos \theta \frac{V_x}{|V_x|} \frac{\theta}{|\theta|}$$

其中 V_1, V_2 各代表螺尾和螺帽的接觸面與木板的相對速度，我們可以用速度列出質心加速度方程式：

$$ma_y = mgsin\phi - \mu_K (N_1 \frac{V_{1y}}{|V_1|} + N_2 \frac{V_{2y}}{|V_2|})$$

$$ma_x = -\mu_K N_1 (\frac{V_{1x}}{|V_1|}) + \mu_K N_2 (\frac{V_{2x}}{|V_2|})$$

螺絲旋轉可以分為自旋和繞質心旋轉兩種，要分別討論兩者的轉動慣量，螺帽和螺絲皆可視為一個薄圓柱體

$$\text{自旋轉動慣量 } I_\delta = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2$$

$$\text{繞質心轉動慣量 } I_\theta = \frac{1}{4} m_1 r_1^2 (1 + (\sin \frac{\beta}{2})^2) +$$

$$\frac{1}{4} m_2 r_2^2 (1 + (\sin \frac{\beta}{2})^2) + m_1 (L_1 \cos \frac{\beta}{2})^2 + m_2 (L_2 \cos \frac{\beta}{2})^2$$

而我們有了螺絲的兩個轉動慣量我們可以藉由螺絲受到的摩擦力來計算螺絲自轉以及螺絲繞著質心轉的角加速度，我們令 F_1 和 F_2 分別為平行螺尾和螺帽的摩擦力。

$$F_1 = -\mu_K N_1 (\frac{V_{1x}}{|V_1|} \cos \theta + \frac{V_{2y}}{|V_2|} |\sin \theta|)$$

$$F_2 = -\mu_K N_2 (\frac{V_{2x}}{|V_2|} \cos \theta + \frac{V_{2y}}{|V_2|} |\sin \theta|)$$

$$I_\delta \alpha_\delta = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2$$

$$I_\theta \alpha_\theta = L_1 \cos \frac{\beta}{2} \times F_1 - L_2 \cos \frac{\beta}{2} \times F_2$$

討論—模型驗證

震盪初始角度與週期關係

初始角度為算式中的 θ 的起始值，初始角度在初始條件下轉動角加速度比較大，但其角度位移也較大，故初始角度對週期並沒有明顯相關性。

質量與週期關係

而以簡斜運動看週期和角加速度呈負相關，在設計實驗中質量越大其轉動慣量會越大，使角加速度變小進而使週期變大，故週期和質量呈正相關

$$\alpha_\theta = \frac{1}{I_\theta} (F_1 L_1 \cos \frac{\beta}{2} - F_2 L_2 \cos \frac{\beta}{2})$$

螺絲張角與週期關係

螺絲張角會直接影響螺絲角加速度，張角越大角加速度越小，因此週期和螺絲張角呈負相關

$$\alpha_\theta = \frac{1}{I_\theta} (F_1 L_1 \cos \frac{\beta}{2} - F_2 L_2 \cos \frac{\beta}{2})$$

震盪能量與振幅增幅關係

震盪能量是由水平方向x與螺絲自旋的速度能量組成，螺絲往上擺動時其螺絲會由震盪能量中相對獲得位能，故震盪能量與振幅增幅呈正相關

不同接觸斜面與振幅增幅關係

由於摩擦係數會很明顯的影響震盪能量，因此摩擦係數大的會有較小的振幅增幅

不同傾斜角度與振幅增幅關係

傾斜角度會影響螺絲下滑獲得震盪能量的速度以及減少摩擦力損耗，因此當傾斜角度愈大時，其震盪能量會愈大，故傾斜角度與振幅增幅呈正相關

震盪初始角度與振幅增幅關係

初始角度為算式中的 θ 的起始值，而由前面結論可以知道初始角度與週期無相關性，故初始角度大其單位時間之角位移比較大，會有較大的震盪能量而使得會有較大的振幅增幅

質量與振幅增幅關係

當螺絲在運動時其加速度和自旋角加速度不受質量影響，並且無法直接判斷繞質心力矩的大小，可以得知振幅增幅與質量無直接相關性，與螺絲本身設計有關

$$ma_x = -\mu_K N_1 (\frac{V_{1x}}{|V_1|}) + \mu_K N_2 (\frac{V_{2x}}{|V_2|})$$

$$I_\delta \alpha_\delta = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2$$

螺絲張角與振幅增幅關係

螺絲張角並沒有與加速度與自旋角加速度有直接的相關性，但以繞質心力矩看張角越大力矩值越小，其擁有的震盪能量變小而有較小的振幅增幅

$$I_\theta \alpha_\theta = L_1 \cos \frac{\beta}{2} \times F_1 - L_2 \cos \frac{\beta}{2} \times F_2$$

結論

- 一、振幅增幅與斜面傾角(ϕ)呈正相關
- 二、震盪週期(T)與震盪初始角度(θ_0)無關
- 三、震盪週期(T)與質量(m)呈正相關
- 四、震盪週期(T)與螺絲張角(β)呈負相關
- 五、振幅增幅與螺絲質量(m)無關
- 六、振幅增幅與震盪初始角度(θ_0)呈正相關
- 七、振幅增幅與斜面動摩擦係數(μ_K)呈負相關
- 八、振幅增幅與螺絲張角(β)呈負相關
- 九、振幅增幅與震盪能量呈正相關
- 十、螺絲震盪來源為位能的轉換，且大部分能量被摩擦力所損耗