

中華民國第 64 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

佳作

051805

雷射光通過透明溶液產生繞射的研究

學校名稱： 國立嘉義高級中學

作者： 高二 吳佳臻 高二 黃聆軒	指導老師： 黃冠夫
---------------------------------	------------------

關鍵詞： 衰減係數、熱光係數、吸收係數

摘要

雷射光的強度從中央軸往邊緣遞減，當雷射光束照射到透明且會吸熱的溶液時，溶液吸收的熱能使溶液形成溫度梯度，伴隨著產生折射率梯度。同時抵達溶液界面的光線通過溶液後在出口處有相位差，光線互相干涉，在屏幕上出現繞射圖樣。

本實驗採用水、乙醇和葵花油當溶劑；過錳酸鉀、甜菜根紅素、螢光素、和酪梨油等高衰減係數物質當溶質，用起偏器改變雷射光的功率；探討雷射光通過溶液產生繞射圖樣的暗紋數目以及最大半徑的差異。雷射光的功率、溶液的吸光率、熱光係數、折射率變化，溫度變化、和熱導率為主要的探究變因。

利用簡易的器材，不但可以研究雷射光通過透明溶液產生繞射的現象，還可以應用到藥品純度的檢測，以及食用油摻雜量的檢驗。

壹、前言

一、研究動機

閱讀第62屆全國科展物理與天文學科佳作的作品:高斯光束照射橄欖油產生繞射的研究〔1〕,以及2023年臺灣國際科學展覽,物理與天文學科二等獎的作品: Studies of spatial self-phase modulation of the laser beam passing through the olive oil〔2〕,作者用雷射光照射橄欖油產生繞射圖樣。因橄欖油所含有的吸光物質的含量未標示,所以兩件作品並沒有太多的定量探討,引起我們探究採用高衰減係數的溶質,以三種不同性質的溶劑配成不同濃度的溶液在不同波長的光束照射下,產生繞射的研究興趣。

二、研究目的

- (一)、實驗研究雷射光通過高衰減係數溶質的水溶液產生的繞射現象。
- (二)、實驗研究雷射光通過高衰減係數溶質的乙醇溶液產生的繞射現象。
- (三)、實驗研究雷射光通過酪梨油和葵花油混合液產生的繞射現象。

三、文獻回顧

- (一)、R. F. Turchio (2017)〔3〕以凸透鏡會聚紅光雷射照射盛醬油的方型盒,產生熱透鏡(Thermal lens)現象。
- (二)、M. S. Ribeiro (2020)〔4〕以功率較大的綠光雷射經凸透鏡會聚後,照射盛醬油的方型盒,產生繞射圖樣現象。
- (三)、R. Karimzadeh (2012)〔5〕以凸透鏡會聚綠光雷射照射盛紅色素乙醇溶液,產生因熱對流的非同心圓繞射圖樣。
- (四)、吳子謙、張夏睿 2023〔1〕以雷射光照射橄欖油,產生因熱對流的非同心圓繞射圖樣,以及因熱傳導的同心圓繞射圖樣。
- (五)、吳子謙、張夏睿 2024〔2〕以 Studies of spatial self-phase modulation of the laser beam passing through the olive oil 獲臺灣國際科展物理與天文學科二等獎。
- (六)、Tzu-Chien Wu and Hsia-Jui Chang (2024) 以 Precision detections of chlorophyll-a in olive oil 獲土耳其音樂科學工程博覽會(Buca IMSEF)金牌。

貳、研究設備及器材

一、研究裝置

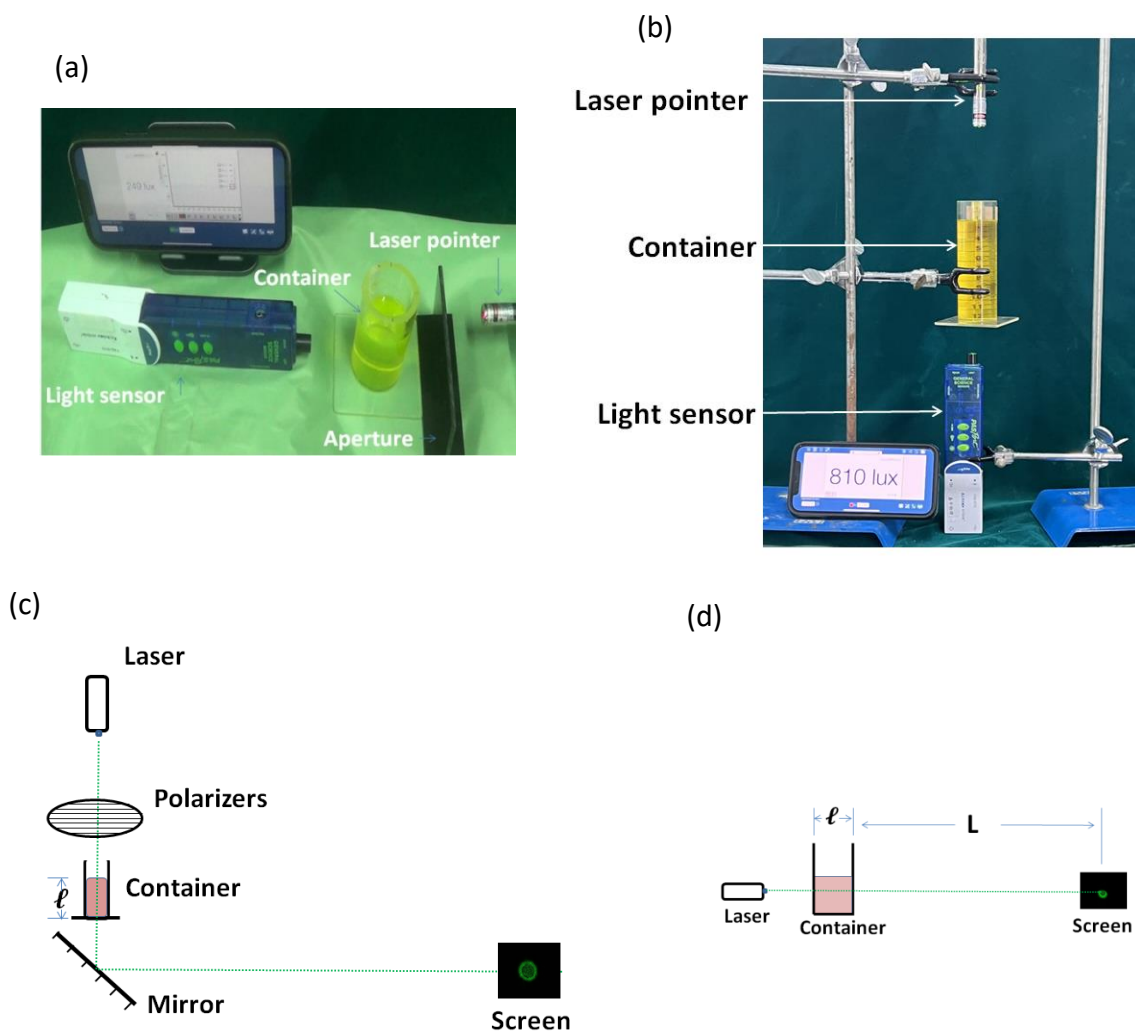


圖 1. (a)(b)測量溶質衰減係數實驗裝置圖；(c)(d)繞射圖樣實驗裝置示意圖。

二、器材

1. 圓柱形容器，內徑 3.19 cm，高度 12 cm。
2. 方型盒 長 10 cm，寬 3.0cm，高 8.0 cm。
3. (1) 雷射光筆(綠光)，532 nm：5mW 一支，100mW 一支。
(2) 雷射光筆(紅光)，670 nm：5mW 一支。
(3) 雷射光筆(藍光)，460 nm：5mW 一支，120mW 一支。
4. 光感應器 (PASCO scientific 2003)。
5. 微量滴管0-20 μl ，0-200 μl ，各一組。

- 6.(1)過錳酸鉀 (Potassium permanganate) (2)螢光素 (Fluorescein) (3)甜菜根紅素 Betanin:(Red Beet extract diluted with Dextrin) (4) 超級初榨酪梨油 (Extra virgin avocado oil) (5) 葵花油(Sunflower oil) (6)乙醇。
7. 平面鏡。
8. 屏幕 (到容器的距離 $L = 560 \text{ cm}$).
8. 起偏器。
9. Camera, Windows Media Player.
10. Microsoft Excel.

參、研究過程或方法

一、原理

(一)、高斯光束的強度(I)隨位置(y)的變化如圖 2(a)所示。

$$I = I_p e^{-\frac{y^2}{w^2}} \dots (1) \quad I_p: y=0 \text{ 光的強度,}$$

$y = w =$ 光束半徑, 其強度為 I_p/e 。

高斯光束通過介質時, 中央軸的液體吸收較多的熱能, 溫度較高, 液體的折射率較小, 介質的溫度由中央軸往外漸減, 形成溫度梯度 dT/dy 和折射率梯度 dn/dy 。

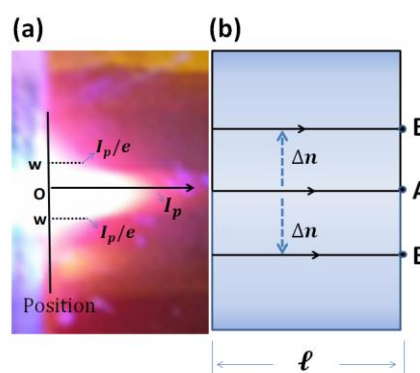


圖 2. (a)高斯光束(b)光線 B 的介質折射率和光線 A 的介質折射率相差 Δn 。

(二)、雷射光是高斯光束, 照射介質時, 通過中央軸的光線 A 強度最大(I_p), 介受熱後溫度最高, 折射率為 n , 光束邊緣的光線 B 通過介質的溫度低, 和中央軸的溫度差 ΔT , 折射率為 $n + \Delta n$ 。

$$\Delta n = \frac{dn}{dT} \Delta T \dots (2) \quad \frac{dn}{dT}: \text{熱光係數(thermo-optic coefficient).}$$

AB 兩光線通過介質後產生相位差 p

$$p = \left[\frac{\ell}{c/n} - \frac{\ell}{c/(n+\Delta n)} \right] / \tau = \frac{\ell \Delta n}{\lambda} \dots (3)$$

c : 真空中的光速, τ : 光波的週期, λ : 光波的波長。

(三)、

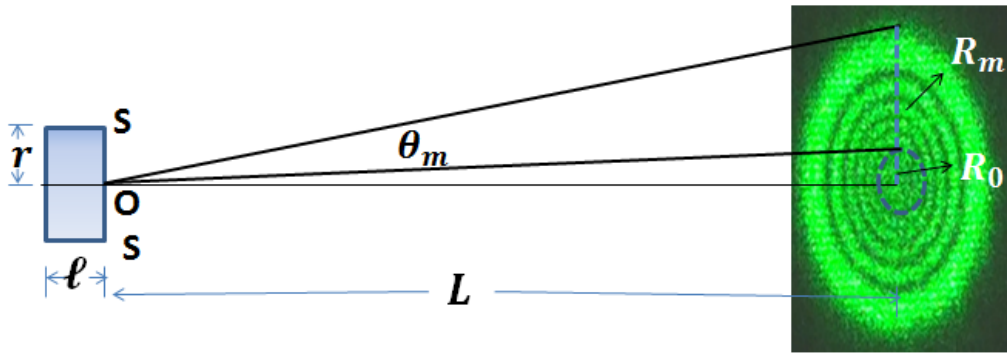


圖 3. 高斯光束通過溶液後在屏上產生的繞射圖樣，最大繞射角 θ_m ，最大繞射半徑 R_m ，光束未經溶液的半徑 R_0 。

雷射光通過溶液後，不同相位的光線互相干涉，在距離溶液 L 的屏上出現繞射圖樣，如果溶液的光徑很短，或者熱光係數 dn/dT 很小，從入口到出口的折射率梯度可以忽略不計，則繞射圖樣的最大半徑 R_m

$$R_m = \frac{L \left(\frac{dn}{dT} \right) \ell P \mu_a}{\lambda k} + R_0 \dots (4) \quad [4]$$

P : 雷射光的功率、 μ_a : 溶質的吸收係數、 k : 溶劑的熱傳導係數。

(四)、

(1)、功率 P 的雷射光，中央軸的光的強度 I_p ， $P = I_p \pi w^2 / 2 \dots (5)$ 。

(2)、高斯光束照射介質時，介質的折射率 n 隨著光線的強度 I 改變

$$n = n_0 - n_2 I \dots (6)$$

n_0 : 室溫下介質的折射率，又名線性折射率(linear refractive index)

n_2 : 強度 I 照射下的折射率，又名非線性折射率(nonlinear refractive index)。

(3)、中央軸光的強度 I_p ，介質的折射率 $n_p = n_0 - n_2 I_p \dots (7)$

(4)、圖 1b: 光線 A 和光線 B 通過的介質折射相差 $\Delta n = n_0 - n_p = n_2 I_p$ 。

(5)、繞射圖樣中的暗紋數 N 等於平面波通過介質後的相位差 p [5]，

$$N = p = \frac{\ell \Delta n}{\lambda} = \frac{\ell}{\lambda} n_2 I_p = \frac{2 n_2 \ell}{\lambda \pi w^2} P \dots (8)$$

(五)、光束通過溶液時，光子被吸收或散射，使得通過的光強度減弱的現象稱為光的衰減(attenuation of light)。光的強度 I ，穿過長度 dx 的溶液，溶液含溶質的濃度 C 。光束的能量耗損 dI 和光的強度、溶質濃度以及穿過路徑長的乘積成正比，即:

$$dI = -\alpha C I dx \dots (9)$$

α : 溶質的莫耳衰減係數 (Molar attenuation coefficient, 單位為 $M^{-1} cm^{-1}$)。

強度 I_0 的入射光束，照射深度 ℓ 的溶液後，出射光的強度 I :

$$I = I_0 e^{-\alpha C \ell} (10)$$

當光束通過介質，光的能量只有被吸收時，穿透光的強度 I

$$I = I_0 e^{-\alpha_a C \ell} = I_0 e^{-A} \dots (11)$$

α_a : 莫耳吸收係數(molar absorption coefficient); A : 吸光率(absorbance)。

公式(10)取自然對數得:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\alpha C \ell = -\mu \ell \dots (12).$$

換言之， $\mu = \alpha C \dots (13)$ μ 衰減係數(attenuation coefficient)，單位為 cm^{-1} 。

二、實驗步驟

(一)、測量水溶液及乙醇溶液中溶質的衰減係數

1. 將圓柱型容器盛體積 V 的去離子水(或乙醇)，打開光感應器，測量環境光的強度 I_b 。打開雷射，光感應器測量通過液體後光的強度 I_w
 $I_0 = I_w - I_b$ 。

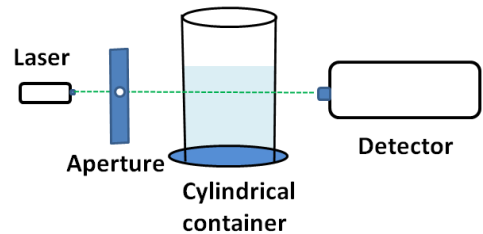


圖 4. 改變溶液濃度實驗示意圖。

2. 用微量滴管吸取待測液，滴入水中，用玻棒攪拌均勻後，光感應器測量通過液體後光的強度 I_ℓ ； $I = I_\ell - I_b$ 。
3. 逐漸增加待測液的滴數 N ，測量 I 。

4. Excell 做 $\ln \frac{I}{I_0}$ vs ℓ 關係圖，由直線的斜率亦可以得到溶質的莫耳衰減係數。

(二)、測量植物油中溶質的衰減係數

1. 在圖 1(b)圓柱型容器中裝入深度 ℓ 的的溶液，從照度計讀出射光的強度 I 。
2. 用吸管吸出 $\ell/5$ 高的溶液後，量出 I 。
3. 逐漸用吸管吸出溶液至深度 $\ell = 0$ 後，量出 I_0 。

4. Excell 做 $\ln \frac{I}{I_0}$ vs ℓ 關係圖，由直線的斜率可以得到溶質的衰減係數 μ 。

(三)、水溶液的繞射實驗

- 1.

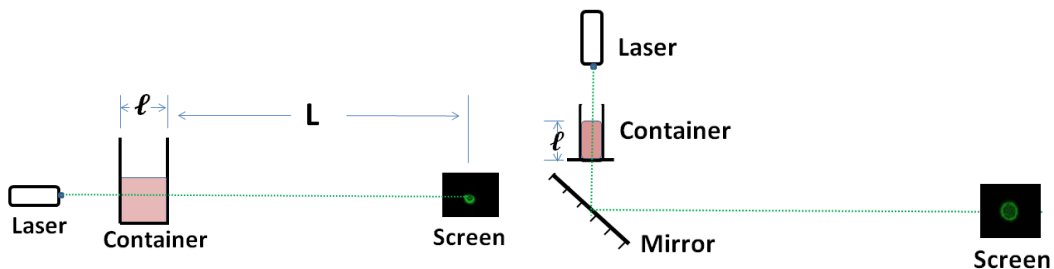


圖 5. 雷射光水平通過待測液在屏上出現繞射圖樣。

圖 6. 雷射光鉛直通過待測液在屏上出現繞射圖樣。

- (1)如圖 5 所示，在方型盒容器中盛體積 V 的水，用微量滴管滴入濃度 C_0 的水溶液，至屏上出現清晰的繞射圖樣。
- (2)用相機拍下該圖樣。
- (3)方型盒內水溶液的濃度 C ，光徑長度 ℓ ，莫耳衰減係數 α ，計算吸光率 A ，
$$A = \alpha C \ell$$
2. (1)如圖 6 所示，在圓柱型容器中盛高度 ℓ ，吸光率 A 的水溶液。
- (2) 用相機拍下該圖樣。
- (3) 用吸管吸出 $\ell/5$ 高的溶液後，用相機拍下該圖樣。
- (4) 逐漸用吸管吸出溶液至深度 $\ell/5$ 。
- (5) 作 R_m 對 ℓ 關係圖。

(四)、乙醇溶液的繞射實驗

1. (1)如圖 5 所示，在方型盒容器中盛體積 V 的乙醇，用綠光雷射照射方型盒；用微量滴管滴入濃度 C_0 的螢光素乙醇溶液，至上出現清晰的繞射圖樣。
- (2)用相機拍下該圖樣。
- (3)計算方型盒內乙醇溶液的吸光率 A 。
2. (1)如圖 6 所示，在圓柱型容器中盛高度 ℓ ，吸光率 A 的水溶液。
- (2) 用相機拍下該圖樣。
- (3) 用吸管吸出 $\ell/5$ 高的溶液後，用相機拍下該圖樣。
- (4) 逐漸用吸管吸出溶液至深度 $\ell/5$ 。
- (5) 作 R_m 對 ℓ 關係圖。
3. (1)在雷射和容器間加入起偏器如圖 1(c)所示，用相機拍下該圖樣。
- (2)逐漸改變起偏角，用相機拍下繞射圖樣。
4. 改用藍光雷射重作上列實驗。

(五)、植物油的繞射實驗

1. (1)在圓柱筒中盛 0.7cm 高的 100% 酪梨油，雷射和容器間加入起偏器如圖 1(c) 所示，用相機拍下該圖樣。
- (2)逐漸改變起偏角，用相機拍下繞射圖樣。
- (3)測量繞射圖樣的最大半徑 R_m 以及暗紋數 N ，作 $R_m - R_0$ 對功率 P 關係圖，和 N 對 P 關係圖。
2. (1) 酪梨油和葵花油體積比 4:1 混合，簡稱為 80% 酪梨油，體積比 3:2 混合，簡稱為 60% 酪梨油，未混合簡稱為 100% 酪梨油。
- (2) 分別在圓柱筒中盛 0.7cm 高的 80% 酪梨油和 60% 酪梨油，重作步驟 1。

肆、結果與討論

一、測量溶質的衰減係數

(一)、過錳酸鉀、甜菜根紅素

- (1)圓柱筒盛 40ml的水，(2) $KMnO_4$ 濃度 0.008M (3)微量滴管 1 滴體積 20 μ l (4)光通過的路徑長度 $l = 3.19$ cm。

- 圖 7 為紅光和綠光的出射光的強度 $I(\text{lux})$ 隨過錳酸鉀水溶液的濃度 $C(\text{mM})$ 的變化。公式(2) $I = I_0 e^{-\alpha C l}$

- (1) 紅光 $I = 1710.8e^{-1.813C}$ ，擬和參數

$$1.813(\text{mM})^{-1} = \alpha l = \alpha \times 3.19\text{cm}$$

$$\alpha = 5.68 \times 10^2 \text{cm}^{-1} \text{M}^{-1}。$$

- (2) 綠光 $I = 1714.6e^{-19.91C}$ ，擬和參數

$$\text{得到 } 19.91(\text{mM})^{-1} = \alpha l = \alpha \times 3.19\text{cm}， \alpha = 6.24 \times 10^3 \text{cm}^{-1} \text{M}^{-1}。$$

- (3)紫色的過錳酸鉀水溶液對綠光的莫耳衰減係數為紅光的 11 倍。

- 圖 8 為 $\lambda = 532\text{nm}$ 的綠光的出射光的強度和入射光的強度比值的對數，隨過錳酸鉀水溶液的濃度 $C(\text{mM})$ 的變化。

$$\text{公式(3) } \ln \frac{I}{I_0} = -\alpha C l$$

- (1) $\ln \frac{I}{I_0} = -19.896C(\text{mM})^{-1}$

$$= \alpha \times 3.19\text{cm}$$

$$\alpha = 6.24 \times 10^3 \text{cm}^{-1} \text{M}^{-1}$$

- (2) M. Taniguchi (2018) [6] 用分光光度

計(spectrophotometer)測量得到

$$\alpha = 6.17 \times 10^3 \text{M}^{-1} \text{cm}^{-1}。$$

本實驗用簡單自組設備，測得

$$\alpha = 6.24 \times 10^3 \text{cm}^{-1} \text{M}^{-1} \text{結果相差}$$

1.13%。

- (1)圓柱筒盛 40ml的水，(2)甜菜根紅素水溶液濃度 0.04M (3)微量滴管 1 滴體積 200 μ l，(4)光通過的路徑長度 $l = 3.19$ cm。

- 圖 9 為 $\lambda = 532\text{nm}$ 的綠光和 $\lambda = 460\text{nm}$ 的藍光的出射光的強度和入射光的強度比值的對數，隨甜菜根紅素水溶液的濃

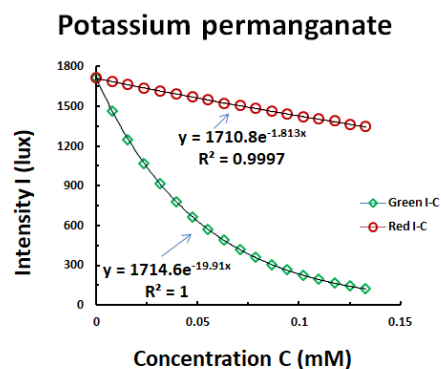


圖 7. 5mW 的雷射光照射過錳酸鉀水溶液，光的強度隨水溶液濃度的變化。

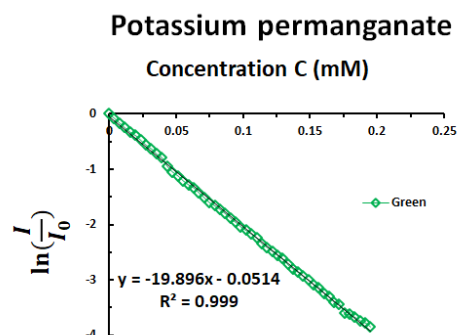


圖 8. 5mW 的綠光雷射照射過錳酸鉀水溶液，出射光的強度和入射光的強度比值的對數隨水溶液濃度的變化。

度 C(mM)的變化。擬合參數得到
 綠光的 $\alpha = 5.19 \times 10^3 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$
 藍光的 $\alpha = 2.12 \times 10^3 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$

6. M. Taniguchi (2018) [6] 用分光光度計(spectrophotometer)測量得到
 綠光的 $\alpha = 6.56 \times 10^4 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$
 藍光的 $\alpha = 2.87 \times 10^4 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$

和本實驗結果相差甚大。

7. 本實驗的藥品 Betanin: (Red Beet extract diluted with Dextrin)，含甜菜根紅素的純度應只有 7.9%。

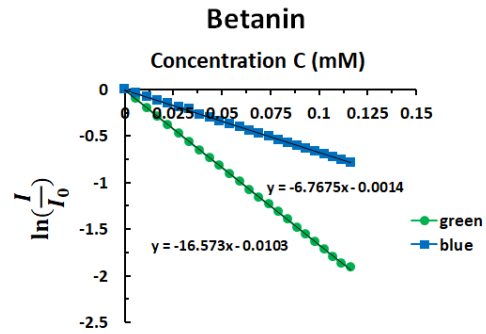


圖 9. 5mW 的綠光雷射和藍光雷射照射甜菜根紅素水溶液，出射光的強度和入射光的強度比值的對數隨水溶液濃度的變化。

(二)、螢光素

1. (1)燒杯盛 50ml的乙醇，(2)螢光素用乙醇稀釋成 0.004M 的螢光素乙醇溶液
 (3)微量滴管 1 滴體積 5 μ l，(4)光通過的路徑長度 $l = 4.17\text{cm}$ 。

2. 圖 10 為綠光和藍光的出射光的強度 I(lux)隨螢光素乙醇溶液的濃度 C(mM) 的變化。

- (1) 綠光 $I = 1819.6e^{-2.674x}$ ，擬合參數得到 $\alpha = 6.41 \times 10^2 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$
 (2) 藍光 $I = 2098.3e^{-365.4x}$ ，擬合參數得到 $\alpha = 8.76 \times 10^4 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ 。

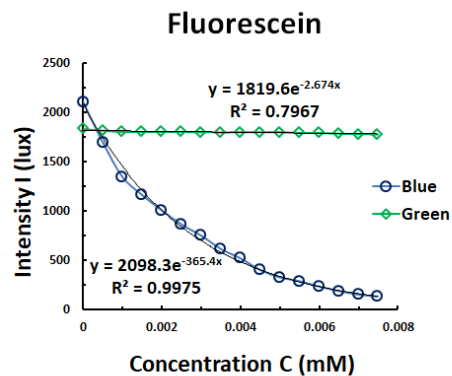


圖 10. 紅光、綠光和藍光的出射光的強度隨過螢光素乙醇溶液的濃度變化。

3. M., Taniguchi (2005) [7]

波長 $\lambda = 460.5\text{nm}$ 的藍光照射螢光素乙醇溶液測量 $\alpha = 9.09 \times 10^4 \text{M}^{-1}\text{cm}^{-1}$ 。

本實驗用波長 $\lambda = 460 \text{nm}$ 的藍光照射螢光素乙醇溶液測量結果相差 3.77%。

4. 螢光素乙醇溶液在藍光或紫外線照射下發出綠色螢光而且放出大量的熱，如圖 11 所示。換言之，雷射光照射螢光素乙醇溶液時，測量得到的莫耳衰減係數 α 包括吸收係數 α_a 和發螢光的散射係數 α_s ， $\alpha = \alpha_a + \alpha_s$ 。

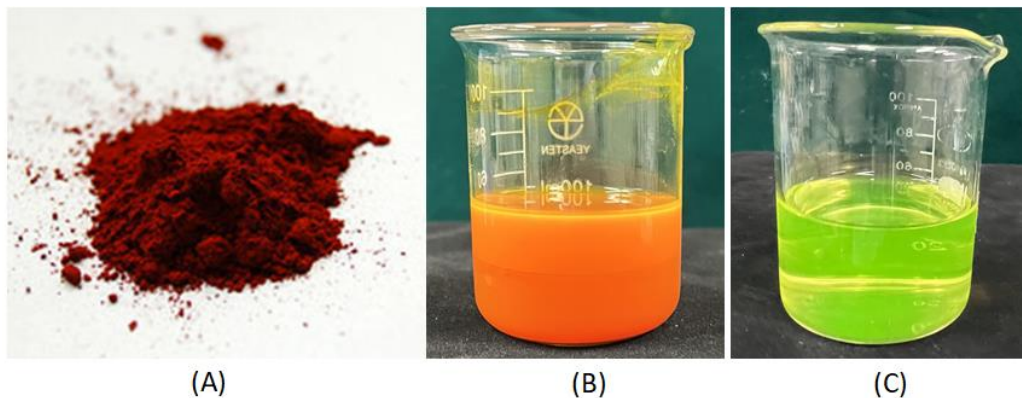


圖 11.在日光燈照射下，(A) 暗橙紅色粉末狀的螢光素，(B) $4.0 \times 10^{-3}M$ 的螢光素乙醇溶液發出的螢光混合成橙黃色，(C) $8.0 \times 10^{-4}M$ 螢光素乙醇溶液發出的螢光混合成青綠色。

(三)、植物油

1. 圖 12 為綠光照射

(1)100%酪梨油的 $\ln \frac{I}{I_0}$ - ℓ 關係圖；

$$\ln \frac{I}{I_0} = -1.721\ell, \text{ 得到}$$

$$\mu = 1.72cm^{-1},$$

(2)葵花油(0%)的 $\ln \frac{I}{I_0}$ - ℓ 關係圖；

$$\ln \frac{I}{I_0} = -0.0149\ell, \text{ 得到}$$

$$\mu = 0.0149cm^{-1},$$

(3) 80%酪梨油 $\mu = 1.37cm^{-1}$ ，

(4) 60%酪梨油 $\mu = 1.03cm^{-1}$ 。

2. 葵花油含較多的葉黃素，對綠光的吸收係數甚小。酪梨油含葉綠素 a、葉綠素 b、胡蘿蔔素等對波長 532 nm 的綠光高熱吸收係數的物質，對綠光的衰減係數為葵花油的 115 倍。

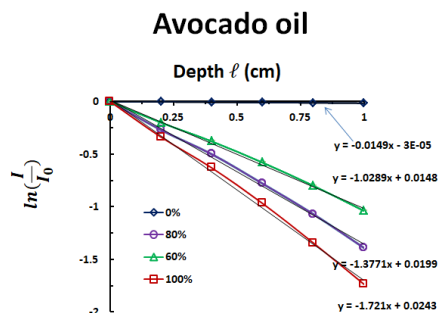


圖 12. 綠光雷射照射(1)葵花油(0%)，(2)60%酪梨油，(3)80%酪梨油，(4)100%酪梨油，出射光的強度和入射光的強度比值的對數隨光徑長度的變化。

二、水溶液的繞射

(一)、傳導、對流

- (1)在 $\ell = 3\text{cm}$ 的方型盒容器中盛體積 $V=150\text{cm}^3$ 的水，(2)用波長 532nm 的綠光雷射水平照射，(3)微量滴管滴入濃度 $C_0 = 0.008\text{M}$ 的過錳酸鉀水溶液，至屏上出現清晰的繞射圖樣，計算水溶液的濃度 $1.34 \times 10^{-4}\text{M}$ ， $A = \alpha_a C \ell = 2.5$ 。(4)用相機拍下該圖樣如圖 13(b)。

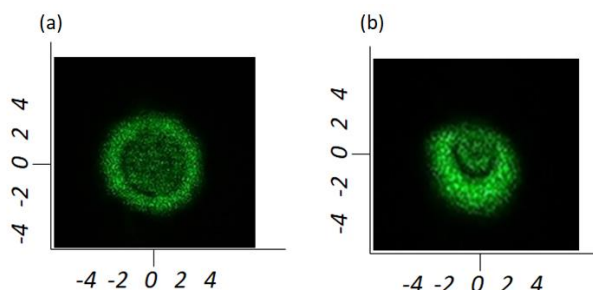


圖 13. 雷射光(A)水平(B)鉛直通過過錳酸鉀水溶液在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位 cm)。

- 在圓柱桶中盛上述水溶液 $\ell = 3\text{cm}$ ，同樣的雷射光鉛直照射水溶液，在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現圖 13(a)的繞射圖樣。
- 雷射光鉛直方向通過液體時，中央軸的光線強度大，液體受熱時溫度升高，折射率減小，熱由中央軸向外傳導，使液體產生溫度梯度，和折射率梯度，光束中的光線通過液體抵達出口的相位不同，在屏上產生同心圓狀如圖 13(a)的繞射圖樣。
- 雷射光水平方向通過液體時，中央軸的光線強度大，液體受熱時溫度升高，密度變小向上方流動，重力使中央軸上方密度大的液體向下流動的對流現象；熱對流使中央軸上方的液體折射率梯度減小，形成圖 13(b)的繞射圖樣。

(二)、光的路徑長度

- (1)在圓柱桶中分別盛 $A=2.5$ 的過錳酸鉀水溶液和甜菜根水溶液， $\ell = 3\text{cm}$ ，雷射光鉛直照射水溶液，在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現繞射圖樣，用相機拍下該圖樣，並量取繞射圖樣的最大半徑 R_m ，(2)逐步吸出 0.5cm ，紀錄 R_m 。
- 圖 14 為波長 532nm 的綠光雷射分別照射過錳酸鉀和甜菜根紅素水溶液，繞射圖樣最大半徑 R_m 隨光的路徑長度 ℓ 的變化。

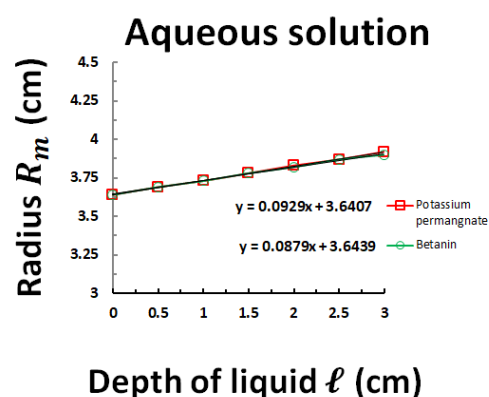


圖 14.綠光雷射分別照射過錳酸鉀和甜菜根紅素水溶液，繞射圖樣的最大半徑 R_m 隨光的路徑長度 ℓ 的變化。

3. 由公式(11) $R_m = \frac{L(\frac{dn}{dT})\ell P\mu_a}{\lambda k} + R_0$ ，圖 14 R_m vs ℓ 的斜率 $m = \frac{L(\frac{dn}{dT})P\mu_a}{\lambda k}$ ，
 (1) $L=560$ cm，(2) $\lambda = 532$ nm，(3) $P=0.1$ W，(4) $\ell = 3$ cm，(5) $\mu_a = 0.83$ cm⁻¹，(6)
 $k=0.598$ (W/m-K)；(7)由斜率計算得過錳酸鉀水溶液的 $\frac{dn}{dT} = 1.48 \times 10^{-4}K^{-1}$ ，
 甜菜根紅素水溶液的 $\frac{dn}{dT} = 1.40 \times 10^{-4}K^{-1}$ 。(8)水 $\frac{dn}{dT} = 1.36 \times 10^{-4}K^{-1}$
7. 過錳酸鉀水溶液的濃度 $1.34 \times 10^{-4}M$ ，為甜菜根紅素水溶液濃度
 $1.27 \times 10^{-5}M$ 的 10.6 倍，其熱光係數 $\frac{dn}{dT}$ 為甜菜根紅素的 1.05 倍。
- 8.過錳酸鉀水溶液和甜菜根紅素水溶液，在功率 100mW 的照射下暗紋數只有 2
 條，因為水溶液的熱光係數 $\frac{dn}{dT}$ 太小($\frac{dn}{dT} = 1.3 \times 10^{-4}K^{-1}$)；由公式
 $(7)N = p = \frac{\ell\Delta n}{\lambda} = \frac{\ell}{\lambda} \times \frac{dn}{dT} \times \Delta T$ ；增加照射光的功率以增大溫差 ΔT ，才能增
 加暗紋數。
9. 圖 14 顯示綠光照過錳酸鉀水溶液和甜菜根紅素水溶液，繞射圖樣的最大半
 徑幾乎相同大小；雖然甜菜根紅素的莫耳衰減係數 $\alpha = 6.56 \times 10^4$ cm⁻¹M⁻¹，
 為過錳酸鉀莫耳衰減係數 $\alpha = 6.24 \times 10^3$ cm⁻¹M⁻¹的 10.5 倍，但是增大過錳
 酸鉀水溶液的濃度至二者有相同的吸光率，會形成相同大小的繞射圖樣最大
 半徑。

三、乙醇溶液的繞射實驗

(一)、傳導、對流

1. (1)在 $\ell = 3$ cm的方型盒容器中
 盛體積 $V=150$ cm³的乙醇，(2)用
 功率 100mW，波長 532nm 的綠
 光 雷射水平照射，(3)微量滴
 管滴入濃度 $C_0 = 0.004M$ 的螢
 光素乙醇溶液，至屏上出現清
 晰的繞射圖樣，溶液的濃度
 $7.2 \times 10^{-6}M$ ， $A = \alpha_a C\ell=2.5$ 。
 (3)用相機拍下該圖樣如圖 15(a)。

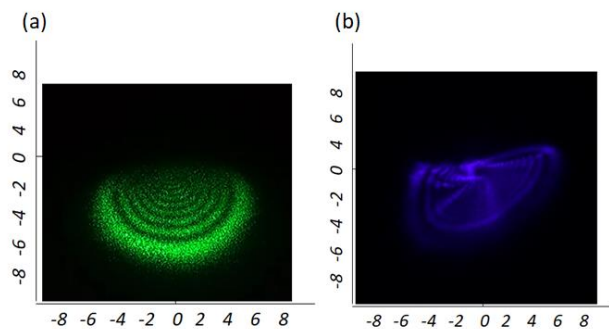


圖 15. (a)綠光雷射 (b)藍光雷射，水平通過螢光素乙醇溶液在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位 cm)。

2. 用功率 120mW，波長 460 nm 的藍光雷射水平照射，用相機拍下該圖樣如圖 15(b)。

3. 在圓柱型容器中盛高度 $\ell = 3\text{cm}$ ，吸光率 $A=2.5$ 的螢光素乙醇溶液。(1)綠光雷射光鉛直照射溶液，在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現圖 16(a)。

(2)藍光雷射鉛直照射溶液，屏上出現圖 16(b)。

4. 圖 15(b)顯現:藍光雷射的功率大中央軸的液體密度小，產生劇烈的對流現象。

5. 圖 16(b):藍光雷射照射螢光素乙醇溶液產生的繞射圖樣並非同心圓；其理由是本實驗使用的藍光雷射光筆(售價 1200 元)形成的光點是接近橢圓形，再加上容器稍有傾斜，強烈的對流，使繞射圖樣變形。

6. 圖 16(a):吸光率 $A=2.5$ 的螢光素乙醇溶液，在功率 100mW 的照射下暗紋數 $N=6$ ，乙醇的熱光係數 $\frac{dn}{dT} = 3.98 \times 10^{-4} K^{-1}$ (約為水的 3 倍)；由公式(8) $N = p =$

$\frac{\ell \Delta n}{\lambda} = \frac{\ell}{\lambda} \times \frac{dn}{dT} \times \Delta T$ ，繞射暗紋數為水溶液的 3 倍。圖 16(b)在功率 120mW 的藍光照射下暗紋數 $N=8$ 。

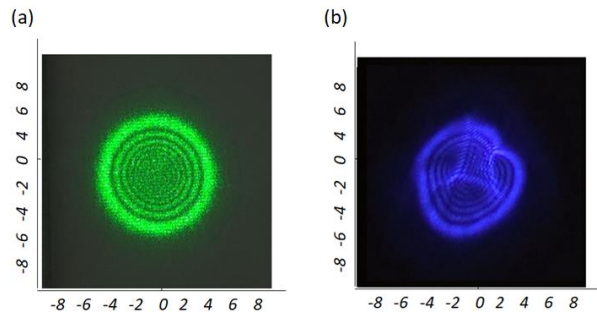


圖 16. (a)綠光雷射 (b)藍光雷射，鉛直通過螢光素乙醇溶液在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位 cm)。

(二)、光的路徑長度

1. (1)用吸管吸出 0.5cm 高的溶液後，用相機拍下該圖樣，並量取繞射圖樣的最大半徑 R_m ，(2)逐步吸出 0.5cm，紀錄 R_m ，(3)圖 17 為 R_m vs ℓ 關係圖。

2. 由公式(7) $R_m = \frac{L(\frac{dn}{dT})\ell P \mu_a}{\lambda k} + R_0$ ，

圖 17 R_m vs ℓ 的斜率 $m = \frac{L(\frac{dn}{dT})\ell P \mu_a}{\lambda k}$

3. (1)藍光的波長 $\lambda = 460 \text{ nm}$ ，雷射的功率 $P=0.12\text{W}$ ，乙醇 $k=0.179$

$$W/m-K, \frac{dn}{dT} = 3.98 \times 10^{-4}$$

$L=560\text{cm}$ ， $\ell = 3\text{cm}$ ， $m=1.046$ ；計算得到 $\mu_a = 0.76\text{cm}^{-1}$ 。

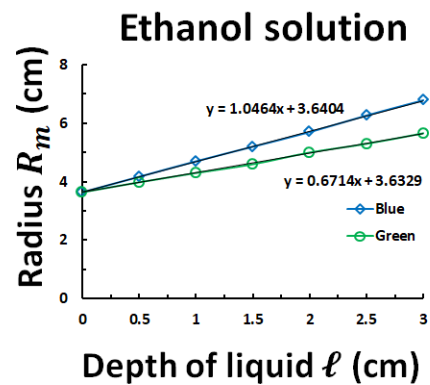


圖 17.綠光雷射和藍光雷射分別照射螢光素乙醇溶液，繞射圖樣的最大半徑 R_m 隨光的路徑長度 ℓ 的變化。

(2)結果與討論二:螢光素的莫耳衰減係數 $\alpha = 1.15 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$,

衰減係數 $\mu = \alpha C = 1.15 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1} \times 7.2 \times 10^{-6} \text{ M} = 0.86 \text{ cm}^{-1}$

(3)由上二結果比較:藍光通過螢光素乙醇溶液時光的強度衰減，其中 84% 被吸收，16%發螢光。

4.(1) 綠光的波長 $\lambda = 532 \text{ nm}$ ，雷射的功率 $P=0.1\text{W}$ ，綠光斜率 $m = 0.6714$ 計算得到 $\mu_a = 0.040 \text{ cm}^{-1}$ 。

(2) 結果與討論二:螢光素的莫耳衰減係數 $\alpha = 6.41 \times 10^3 \text{ cm}^{-1} \text{ M}^{-1}$,

衰減係數 $\mu = \alpha C = 0.046 \text{ cm}^{-1}$

(3)由上二結果比較:綠光通過螢光素乙醇溶液時光的強度衰減，其中 87% 被吸收，13%發螢光。

(三)、雷射光的功率

- 在圓柱型容器中盛高度 $l = 3 \text{ cm}$ ，濃度 $C = 8.0 \mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液，藍光雷射光鉛直照射溶液，在距離 $L=560 \text{ cm}$ 的屏上出現圖 18(e) 的繞射圖樣；加上起偏器改變照射光的功率，得到圖 18(a)~18(d)。量取五種不同功率照射下產生的繞射圖樣中的暗紋數目 N 以及最大半徑 R_m 。

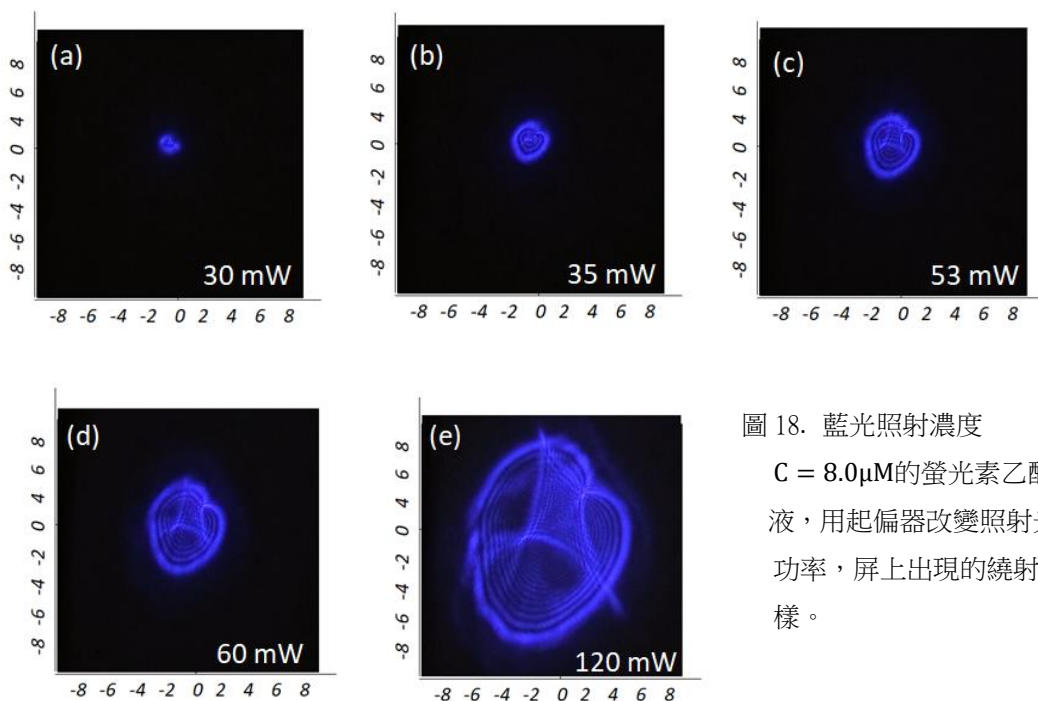


圖 18. 藍光照射濃度 $C = 8.0 \mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液，用起偏器改變照射光的功率，屏上出現的繞射圖樣。

- 圓柱型容器中改盛高度 $l = 3 \text{ cm}$ ，濃度分別為 $C = 6.0 \mu\text{M}$ 和 $C = 4.0 \mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液，重作上述實驗。

3. (1)圖 19 為:圓柱型容器中盛高度 $\ell = 3\text{cm}$, 濃度分別為 $C = 8.0\mu\text{M}$ 、 $C = 6.0\mu\text{M}$ 和 $C = 4.0\mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液, 藍光雷射光鉛直照射溶液, 在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現的繞射暗紋數目隨照射光功率的變化。

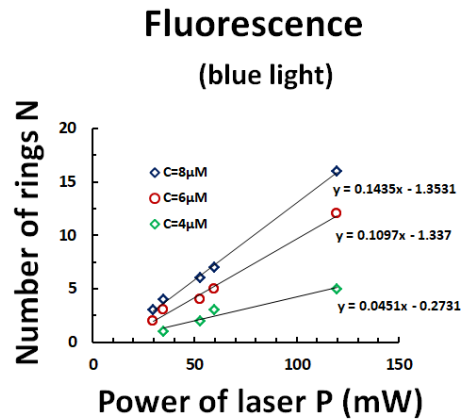


圖 19.藍光雷射照射螢光素乙醇溶液, 繞射圖樣的暗紋數 N 隨照射光功率的變化。

(2)由公式 $N = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2} P \dots (10)$ 擬合參數得到表一的結果。

$$(3)N = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2} P = \beta P.$$

$$\text{線性係數 } \beta = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2}, \quad n_2 = \frac{\lambda\pi w^2}{2\ell} \beta.$$

雷射光的光束半徑 $w = 140\mu\text{m}$ [8]

$$(4) \cdot \Delta n = n_2 I_p \dots (8), \quad I_p = \frac{2P}{\pi w^2} = 3.84 \times 10^6 \text{W/m}^2$$

$$(5) \text{ 由公式 } \Delta n = \frac{dn}{dT} \Delta T \dots (5), \text{ 乙醇的 } \frac{dn}{dT} = 3.98 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$$

表一: 不同濃度的螢光素乙醇溶液的非線性折射率 n_2 、 Δn 和 ΔT

濃度	β (W^{-1})	$n_2(\times 10^{-10} \text{m}^2 \text{W}^{-1})$	$\Delta n(\times 10^{-4})$	$\Delta T(\text{k})$
8.0 μM	143.5	0.22	8.4	2.2
6.0 μM	109.7	0.17	6.5	1.7
4.0 μM	45.1	0.11	4.2	1.1

4. (1) 圖 20 為:圓柱型容器中盛高度 $\ell = 3\text{cm}$, 濃度分別為 $C = 8.0\mu\text{M}$ 、 $C = 6.0\mu\text{M}$ 和 $C = 4.0\mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液, 藍光雷射光鉛直照射溶液, 在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現的繞射圖樣的最大半徑差($R_m - R_0$)隨照射光功率的變化。(2)斜率分別為 $m = 55.9$ 、 43.6 和 28.4 ; $L=560\text{cm}$ 、 $\lambda = 440\text{nm}$ 、

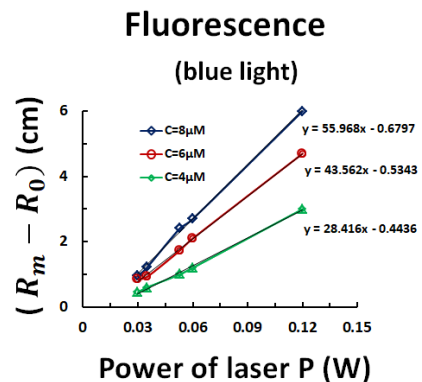


圖 20.藍光雷射照射螢光素乙醇溶液, 繞射圖樣的最大半徑差($R_m - R_0$)隨照射光功率的變化。

$$k=0.179 \text{ (W/m-K)}, \quad \frac{dn}{dT} = 3.98 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}.$$

由斜率計算得螢光素乙醇溶液的莫耳吸收係數分別為

$$\alpha_{8\mu M} = 1.02 \times 10^5 M^{-1} cm^{-1} ,$$

$$\alpha_{6\mu M} = 1.01 \times 10^5 M^{-1} cm^{-1}$$

$$\alpha_{4\mu M} = 1.00 \times 10^5 M^{-1} cm^{-1}$$

與結果與討論二:螢光素乙醇溶液的莫耳衰減係數 $\alpha = 1.15 \times 10^5 cm^{-1} M^{-1}$ 做比較得知:藍光通過螢光素乙醇溶液時光的強度衰減，其中 88%被吸收，12%發螢光。

5. 雷射光束未經溶液的半徑 R_0 隨著雷射光的功率線性遞增，30mW 的藍光 $R_0=1.22cm$ ，120mW 的藍光 $R_0=3.86cm$ 。

四、植物油的繞射實驗

1.

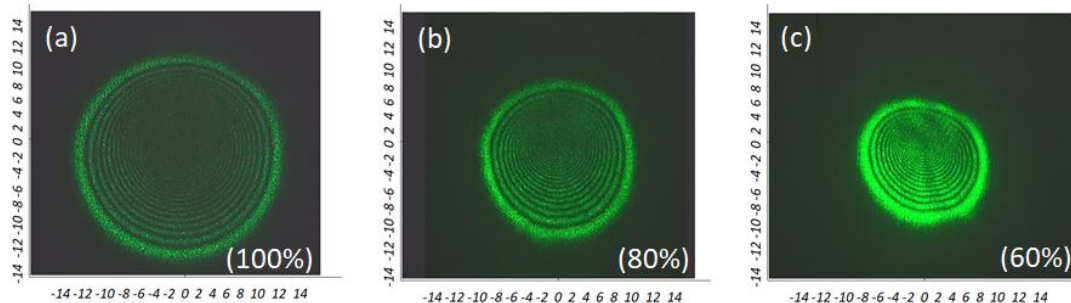


圖 21. 綠光雷射光水平通過:(a)100%，(b)80%和(c)60%的酪梨油，在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位 cm)。

- (1)在 $l = 1.75cm$ 的方型盒容器中分別盛 100%，80%和 60%的酪梨油，用功率 $P=100mW$ ，波長 $532nm$ 的綠光雷射水平照射，在距離 $L=560cm$ 的屏上出現的繞射圖樣。
- (2)圖(a)的繞射圖樣:最大半徑 $R_m = 12.0cm$ ，暗紋數目 $N=25$ ，吸光率 $A=3.01$ ，亮帶光的強度僅為入射光強度的 4.9%。
- (3)圖(b)的繞射圖樣:最大半徑 $R_m = 10.2cm$ ，暗紋數目 $N=19$ ，吸光率 $A=2.40$ ，亮帶光的強度為入射光強度的 9.2%。
- (4)圖(c)的繞射圖樣:最大半徑 $R_m = 8.60cm$ ，暗紋數目 $N=16$ ，吸光率 $A=1.80$ ，亮帶光的強度為入射光強度的 16.5%。

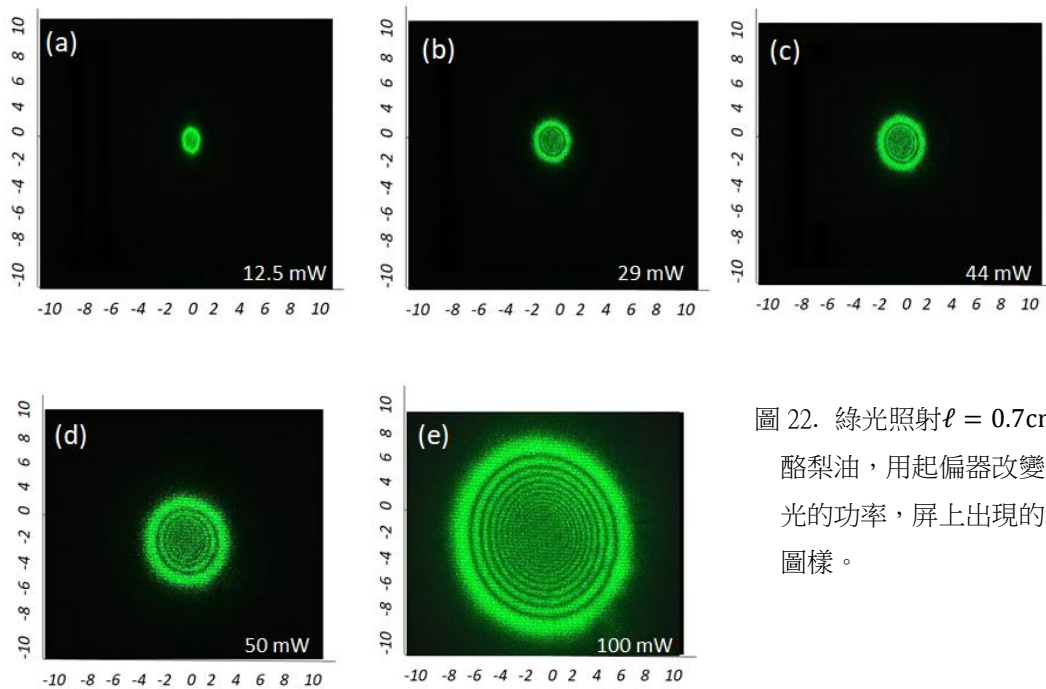


圖 22. 綠光照射 $\ell = 0.7\text{cm}$ 的酪梨油，用起偏器改變照射光的功率，屏上出現的繞射圖樣。

(1) 圖 22 為：在圓柱型容器中盛高度 $\ell = 0.7\text{cm}$ 的 100% 酪梨油，綠光雷射光鉛直照射在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現圖 22(e) 的繞射圖樣。(2) 加上起偏器改變照射光的功率，得到圖 22(a)~22(d)。(3) 量取最大半徑 R_m 以及繞射暗紋數 N 。

3. 圖 23 為：綠光雷射照射圓柱型容器中盛高度 $\ell = 0.7\text{cm}$ ，(1) 100% 酪梨油 (2) 80% 酪梨油，(3) 60% 酪梨油；繞射圖樣的暗紋數 N 隨照射光功率的變化。

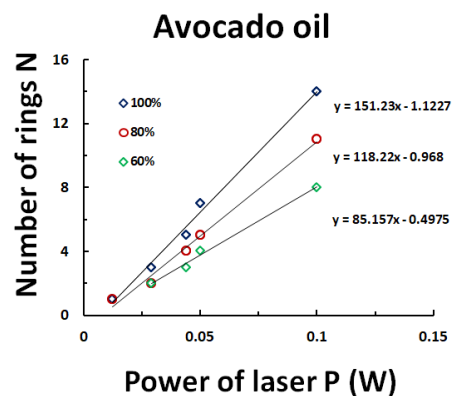


圖 23. 綠光雷射照射酪梨油，繞射圖樣的暗紋數 N 隨照射光功率的變化。

4. 由公式 $N = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2} P \dots (10)$ 擬合參數得到表二的結果。

$$(1) N = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2} P = \beta P. \text{ 線性係數}$$

$$\beta = \frac{2n_2\ell}{\lambda\pi w^2}, \quad n_2 = \frac{\lambda\pi w^2}{2\ell} \beta. \text{ 雷射光}$$

的光束半徑 $w = 140\mu\text{m}$

$$(2) \Delta n = n_2 I_p \dots (8)$$

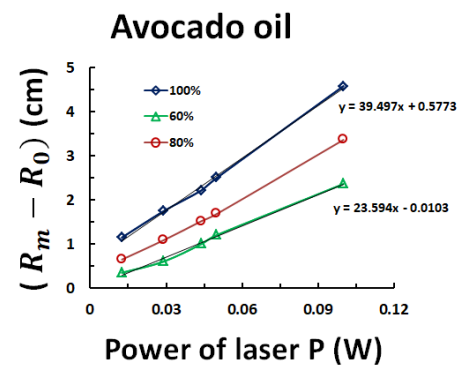
$$I = \frac{2P}{\pi w^2} = 3.2 \times 10^6 \text{W}/\text{m}^2$$

(3) 由公式 $\Delta n = \frac{dn}{dT} \Delta T \dots (5)$ ，植物油的 $\frac{dn}{dT} = 9.0 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$

表二: 酪梨油的 n_2 、 Δn 和 ΔT

濃度	β (W^{-1})	$n_2(\times 10^{-10}m^2W^{-1})$	$\Delta n(\times 10^{-4})$	$\Delta T(k)$
100%	151.2	2.92	9.3	1.0
80%	118.2	2.28	7.3	0.8
60%	85.2	1.64	5.2	0.6

5. (1) 圖 24 為:圓柱型容器中盛高度 $\ell = 0.7cm$, 濃度分別為 100%、80% 和 60%的酪梨油, 繞射圖樣的最大半徑差($R_m - R_0$)隨照射光功率的變化。
 (2)斜率分別為 $m = 39.5$ 、 31.3 和 23.6 ; $L=560\text{ cm}$ 、 $\lambda = 532\text{ nm}$ 、 $k=0.57\text{ (W/m-K)}$ 、植物油的



$$\frac{dn}{dT} = 9.0 \times 10^{-4} K^{-1} .$$

- (3)由斜率計算得酪梨油的吸收係數分別為: $\mu_a = 1.5\text{ cm}^{-1}$ 、 1.2 cm^{-1} 和 0.90 cm^{-1} , 與結果與討論二酪梨油衰減係數 $\mu = 1.72\text{ cm}^{-1}$ 、 1.37 cm^{-1} 和 1.03 cm^{-1} 、做比較:綠光通過酪梨油時光的強度衰減, 其中 87%被吸收, 13%發螢光。
5. 雷射光束未經溶液的半徑 R_0 隨著雷射光的功率線性遞增, 12.5mW 的綠光 $R_0=1.0\text{cm}$, 100mW 的綠光 $R_0=3.64\text{cm}$ 。

圖 24.綠光雷射照射酪梨油, 繞射圖樣的最大半徑差($R_m - R_0$)隨照射光功率的變化。

五、熱對流

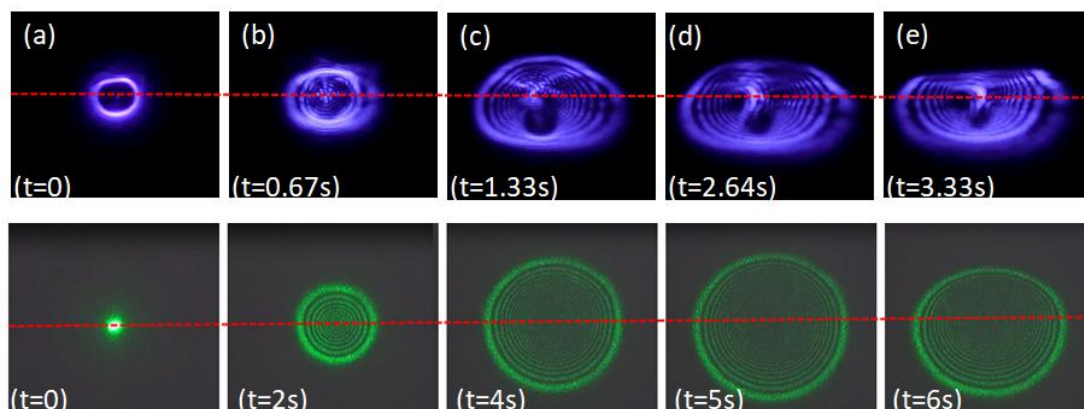


圖 25.(a)~(e)雷射光水平照射螢光素乙醇溶液，(f)~(j) 雷射光水平照射 100% 酪梨油，繞射圖樣隨時間的變化。

- (1)圖 25(a)~(e)為: $P=120\text{mW}$ 的藍光雷射水平照射 $\ell = 1.0\text{cm}$ 的盛螢光素乙醇溶液的方形盒，繞射圖樣隨時間的變化。(2)圖 24(f)~(j)為: $P=100\text{mW}$ 的綠光雷射水平照射 $\ell = 1.0\text{cm}$ 盛酪梨油的方形盒，繞射圖樣隨時間的變化。

- (1) 膨脹係數:乙醇 $\gamma = 1.2 \times 10^{-3}\text{°C}^{-1}$

酪梨油 $\gamma = 6.4 \times 10^{-4}\text{°C}^{-1}$ [8]

- (2)表一和表二:高斯光束通過介質時，中央軸和光束邊緣的溫度差 ΔT

乙醇 $\Delta T = 2.2\text{K}$ ，酪梨油 $\Delta T = 1.0\text{K}$ 。

- (3)中央軸的乙醇溶液受到高功率的雷射照射時，密度減少大於酪梨油，往上方形成強烈的對流，使得頂端沒有折射率梯度。

- (4)圖 15(b) 藍光雷射水平照射 $\ell = 3.0\text{cm}$ 的盛螢光素乙醇溶液的方形盒，吸光率為 $\ell = 1.0\text{cm}$ 的 3 倍，劇烈的熱對流，使得繞射圖樣的上半部幾乎沒有折射率梯度。

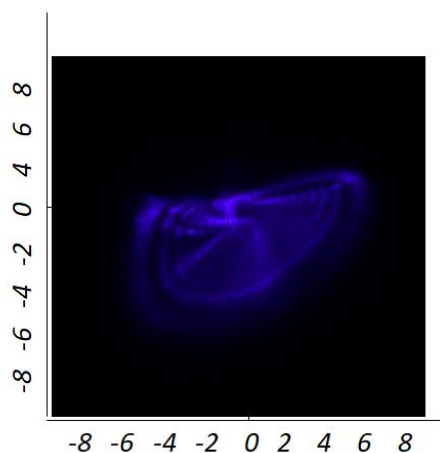


圖 15. (b)藍光雷射，水平通過螢光素乙醇溶液在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位 cm)。

六、應用

1. 用來測量藥品的純度:本實驗的藥品 Betanin: (Red Beet extract diluted with Dextrin)，含甜菜根紅素的純度應只有 7.9%。
2. 用來檢測食用油是否參雜:本實驗將葵花油摻入酪梨油，雷射光照射時，由繞射圖樣的最大半徑、暗紋數目和亮帶的亮度的差異，可以檢測食用油的參雜量。

伍、結論

本實驗利用低功率雷射和簡單的組裝器材實驗:

1. 雷射光通過高熱吸收率的透明液體，使液體產生溫度梯度和折射率梯度，在屏上出現繞射圖樣。
2. 雷射光功率是影響繞射圖樣的暗紋數目和最大半徑的最大變因。
3. 在相同功率照射下，熱光係數成為影響繞射圖樣的暗紋數目和最大半徑的最大變因。
4. 可用來測量藥品的純度，和檢測食用油是否參雜。

陸、參考資料

1. 吳子謙、張夏睿， 高斯光束照射橄欖油產生繞射的研究，中華民國第 62 屆科學展覽會歷屆參展作品物理與天文科。 www.ntsec.gov.tw
2. 吳子謙、張夏睿， Studies of spatial self-phase modulation of the laser beam Passing through the olive oil，2023 年臺灣國際科學展覽會歷屆參展作品物理與天文科。 www.ntsec.gov.tw
3. R. de F. Turchiello, L. A. A. Pereira, and S. L. Gómez 2017 *Am. J. Phys.* **85** 522-28
4. M. S. Ribeiro, K. C. Ribeiro, and S. L. Gomez 2020 *Am. J. Phys.* **88** 102-06
5. R. Karimzadeh 2012 *J. Opt.* **14** 095701
6. M. Taniguchi 2018 *Photochem. Photobio.* **94** 290-327.
7. J. Dixon, M. Taniguchi, and J. S. Lindsey, 2005, *Photochem. Photobio.* **81**, 212-213.
8. P. Yang, and J. Liu, 2017, *European Journal of Physics*, **38**, 025302.

【評語】 051805

該研究通過詳細的實驗過程，探討了不同透明溶液對雷射光繞射的影響，並且在理論分析和實驗數據的比對中展現了出色的科學精神。實驗設計簡單，數據分析完整，得以開發成實驗課教材。參賽者在實驗設計、數據處理及結果分析中展現出優秀的科學素養。整體而言，該作品充分體現了參賽者的研究能力與科學探究精神。

作品簡報

雷射光通過透明溶液 產生繞射的研究

(所有圖片、圖表、數據表格和圖形均由作者創建)

前言

雷射光的強度從中央軸往邊緣遞減，當雷射光束照射到透明且會吸熱的溶液時，溶液吸收的熱能使溶液形成溫度梯度，伴隨著產生折射率梯度。同時抵達溶液界面的光線通過溶液後在出口處有相位差，光線互相干涉，在屏幕上出現繞射圖樣。

本實驗採用水、乙醇和葵花油當溶劑；過錳酸鉀、甜菜根紅素、螢光素、和酪梨油等高衰減係數物質當溶質，用起偏器改變雷射光的功率；探討雷射光通過溶液產生繞射圖樣的暗紋數目以及最大半徑的差異。雷射光的功率、溶液的吸光率、熱光係數、Optical Kerr effect的非線性折射率，折射率變化和溫度變化為主要的探究變因。

利用簡易的器材，不但可以研究雷射光通過透明溶液產生繞射的現象，還可以應用到化學藥品純度的檢測，以及食用油摻雜量的檢驗。

研究設備器材及理論

設備和器材

- 圓柱形容器，內徑3.19 cm，高度12 cm。
- 方型盒 長10 cm，寬3.0cm，高8.0 cm。
- 雷射光筆，532 nm：5mW一支，100mW一支。
- 雷射光筆，670 nm：5mW一支。
- 雷射光筆，460 nm：5mW一支，120mW一支。
- 光感應器 (PASCO scientific 2003)。
- 微量滴管0-20 μl ，0-200 μl ，各一組。
- 過錳酸鉀，螢光素，甜菜根紅素，超級初榨酪梨油，葵花油，乙醇。
- 屏幕（到容器的距離 $L = 560 \text{ cm}$ ）。
- 起偏器。
- 攝影機。

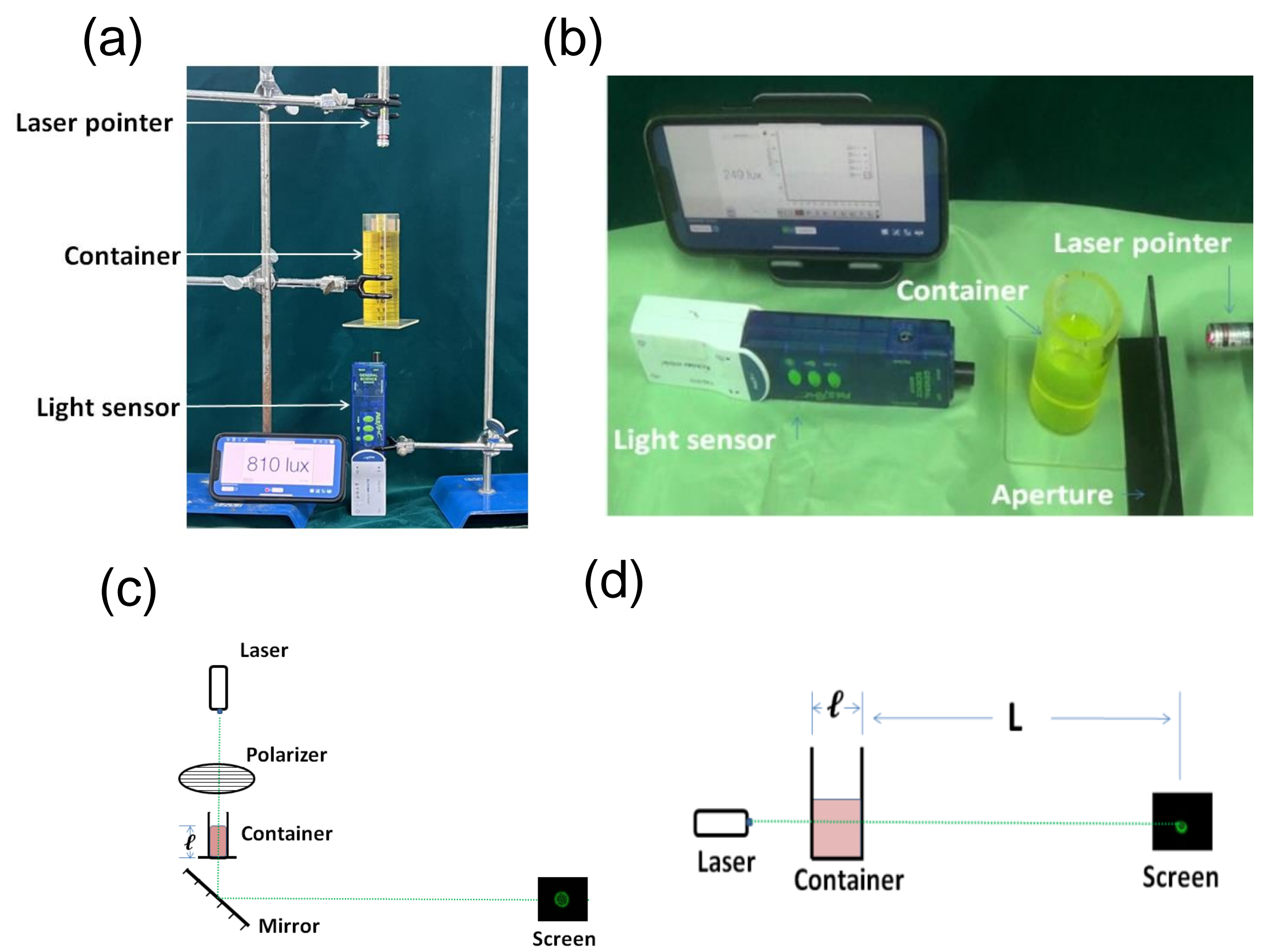


圖1. (a)(b)測量溶質衰減係數實驗裝置圖，(c)(d)繞射圖樣實驗裝置示意圖。

原理

- 強度 I_0 的入射光束，照射深度 ℓ 的溶液後，出射光的強度 I ：

$$I = I_0 e^{-\alpha C \ell} = I_0 e^{-A} \dots (1)$$
 A :吸光率， α :莫耳衰減係數($M^{-1} \text{ cm}^{-1}$)

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\alpha C \ell \dots (2) \quad \mu = \alpha C \dots (3) \quad \mu: \text{溶質的衰減係數}(cm^{-1})$$

- 雷射光是高斯光束，照射介質時，過中央軸的光線A強度最大，介質受熱後溫度最高，射率為 n ，光束邊緣的光線B和A溫度差 ΔT ，

$$\Delta n = \frac{dn}{dT} \Delta T \dots (4) \quad \frac{dn}{dT}: \text{熱光係數}$$

平面波通過介質後，光線A和光線B的相位差 p

$$p = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\ell \Delta n}{\lambda} \dots (5)$$

- 雷射光通過溶液後，不同相位的光線互相干涉，在距離溶液 L 的屏上出現繞射圖樣，從入口到出口的折射率梯度可以忽略不計時，其繞射最大半徑 R_m

$$R_m = \frac{L \left(\frac{dn}{dT} \right) \ell P \mu_a}{\lambda k} + R_0 \dots (6)$$

P :雷射光的功率、 μ_a :溶質的吸收係數、 k :溶劑的熱傳導係數。

- Optical Kerr effect $\Delta n = n_2 I_p \dots (7)$ ， n_2 :非線性折射率

$$\text{暗紋數目 } N = p = \frac{\ell \Delta n}{\lambda} \dots (8)$$

$$P = I_p \pi w^2 / 2 \dots (9)$$

w :雷射光的半徑(radius of laser beam)

$$N = \frac{2n_2 \ell}{\lambda \pi w^2} P \dots (10)$$

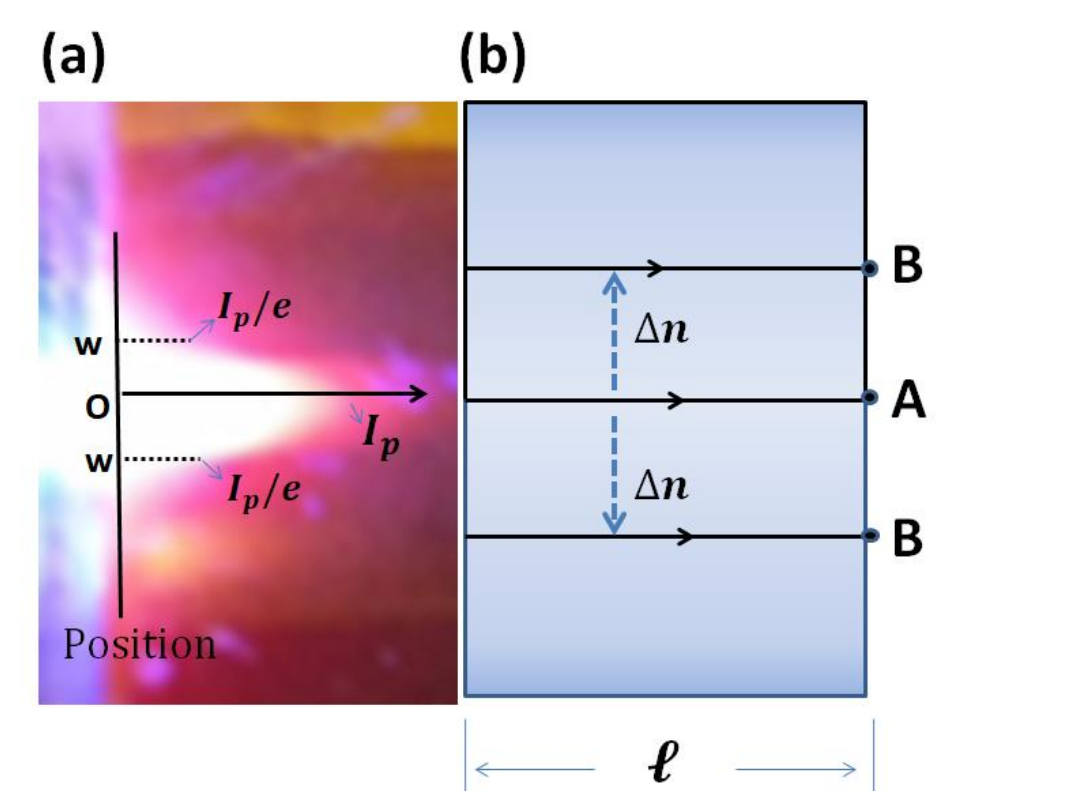


圖2. (a)高斯光束 (b)光線B和光線A的介質折射率相差 Δn 。

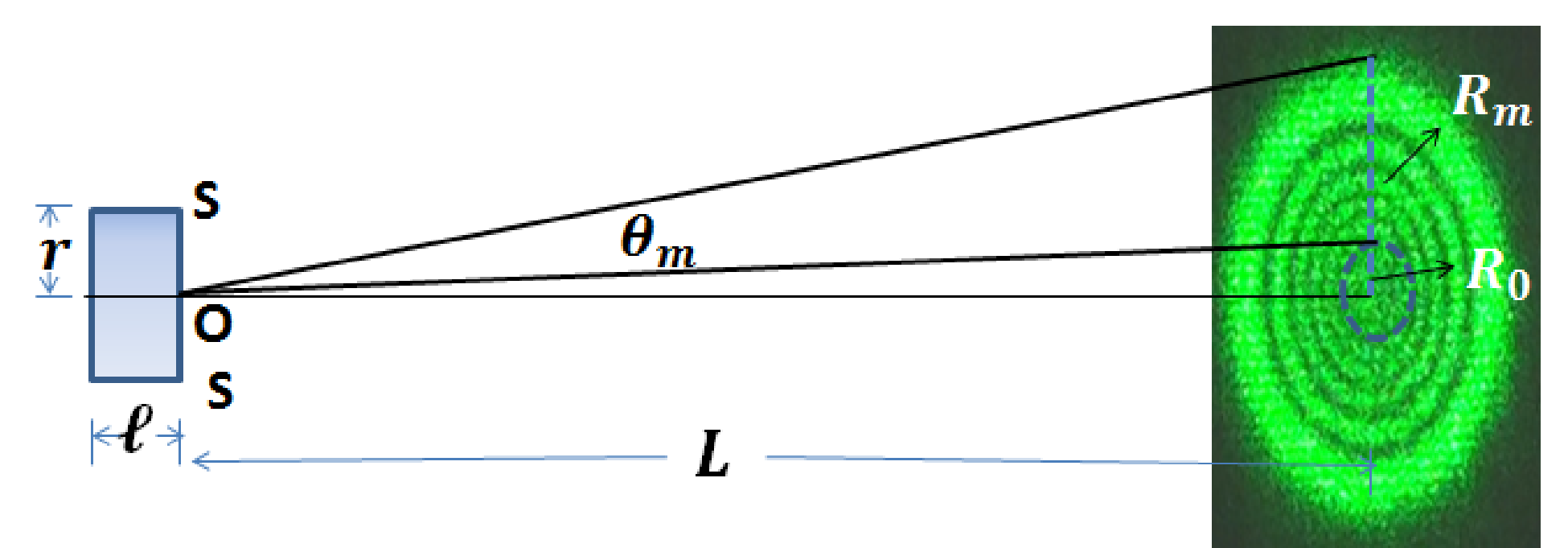


圖3. 高斯光束通過溶液後再屏上產生的繞射圖樣，最大繞射角 θ_m ，最大繞射半徑 R_m ，光束未經溶液的半徑 R_0 。

結果和討論

溶質的衰減係數

- 圓柱筒直徑 $\ell = 3.19 \text{ cm}$ ，圖4:紅光 $I = 1710.8e^{-1.813C}$ ，擬和參數得 $\alpha = 5.68 \times 10^2 \text{ cm}^{-1} M^{-1}$ ；

綠光 $I = 1714.6e^{-19.91C}$ ，擬和參數得過錳酸鉀的

紅光莫耳衰減係數 $\alpha = 5.68 \times 10^2 \text{ cm}^{-1} M^{-1}$

綠光莫耳衰減係數 $\alpha = 6.24 \times 10^3 \text{ cm}^{-1} M^{-1}$ 。

- 圖5圖藍光 $\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) = -6.76C$ ，綠光 $\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) = -16.57C$

擬和參數得甜菜根紅素的

藍光莫耳衰減係數 $\alpha = 2.12 \times 10^3 \text{ cm}^{-1} M^{-1}$

綠光莫耳衰減係數 $\alpha = 5.19 \times 10^3 \text{ cm}^{-1} M^{-1}$ 。

和既有的實驗結果[6]比較，本實驗的藥品 Betanin (Red Beet extract diluted with Dextrin)，含甜菜根紅素的純度只有7.9%。

Potassium permanganate

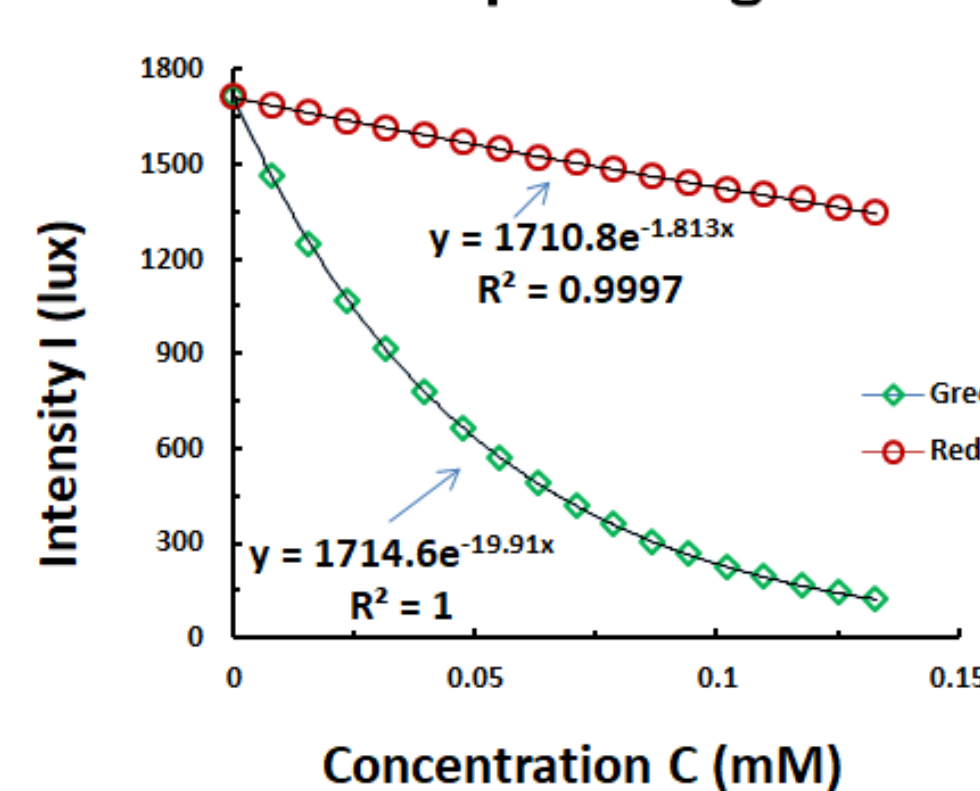


圖4. 過錳酸鉀水溶液，光的強度隨溶液濃度的變化。

Betanin

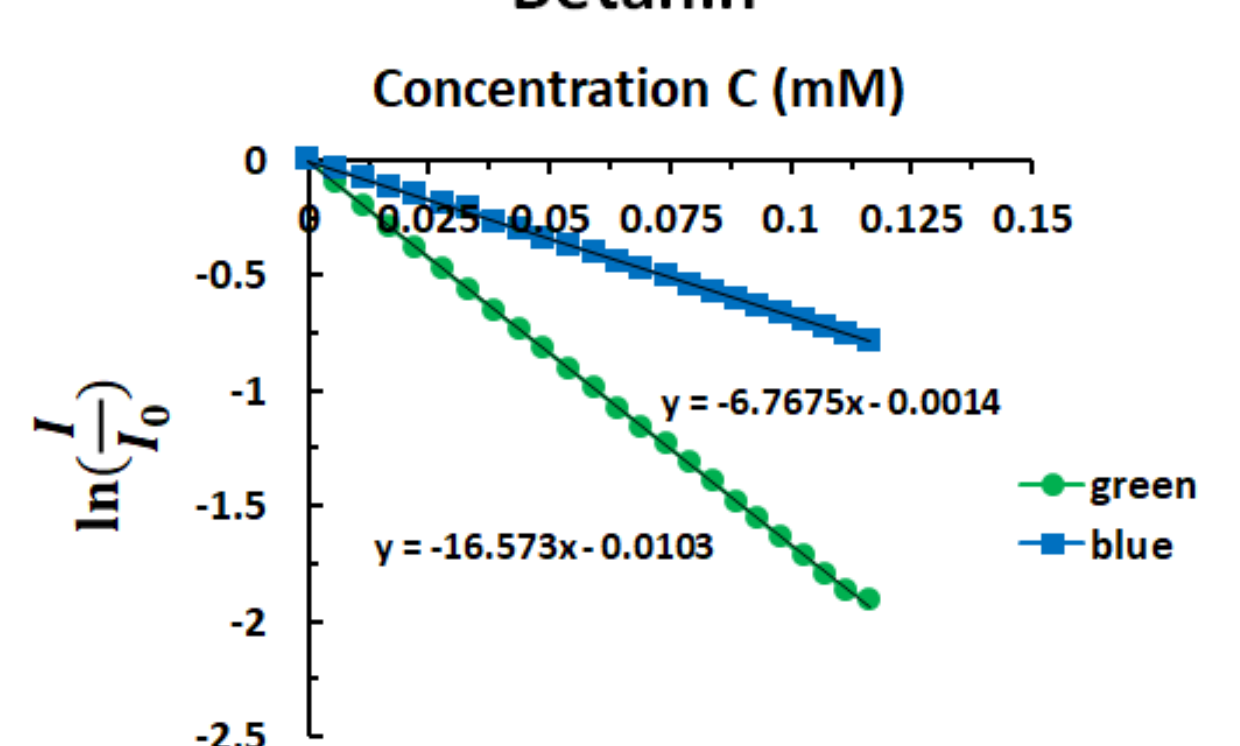


圖5. 甜菜根紅素水溶液，光的強度對數值隨溶液濃度的變化。

- 圓柱筒直徑 $\ell = 4.17\text{cm}$ ，圖6為藍光和綠光的出射光的強度隨螢光素乙醇溶液的濃度的變化。擬和參數得綠光 $\alpha = 6.41 \times 10^2 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ ，藍光 $\alpha = 8.76 \times 10^4 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ 螢光素乙醇溶液在藍光或紫外線照射下發出綠色螢光而且放出大量的熱。 $\alpha = \alpha_a + \alpha_s$ ，

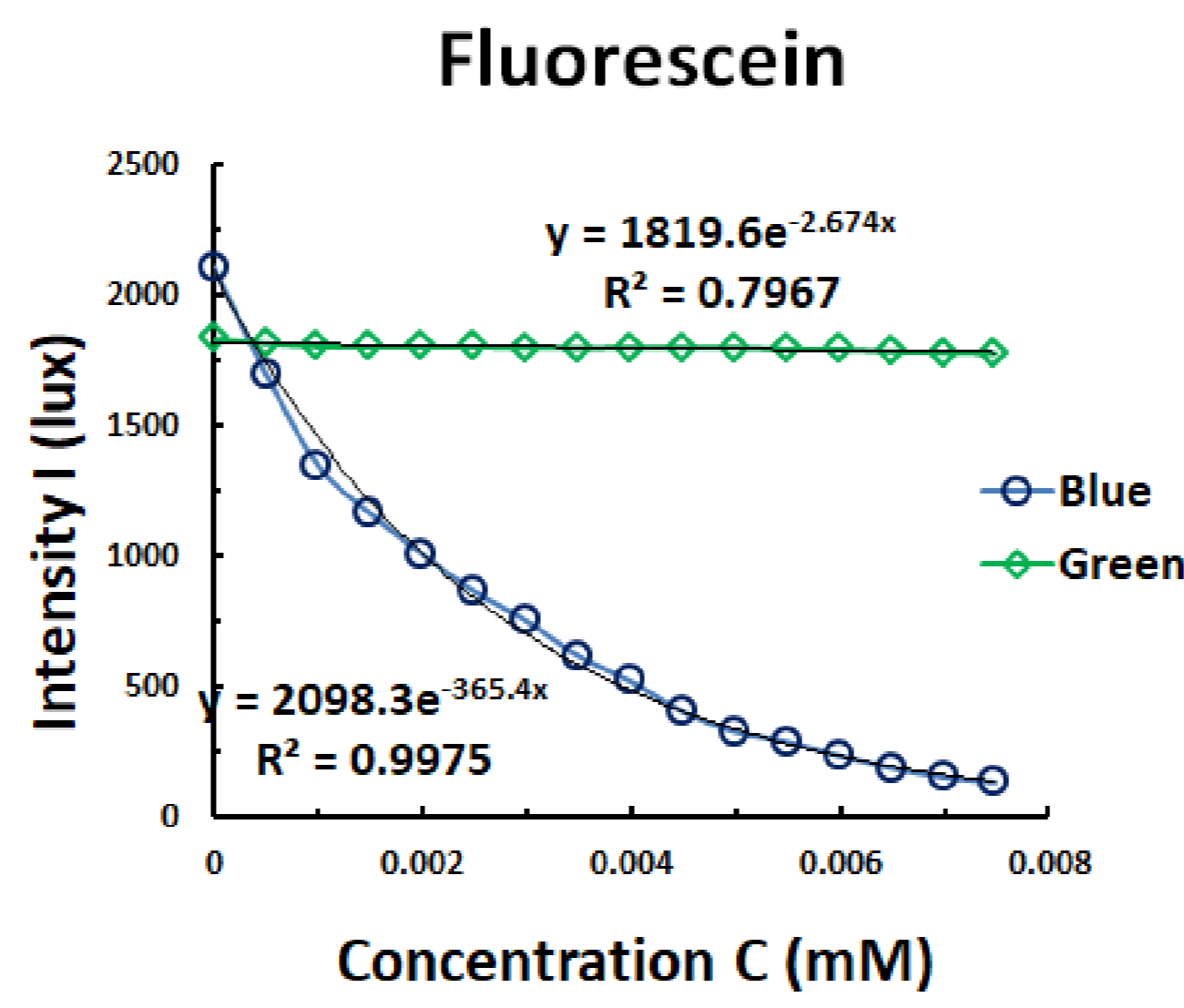


圖6. 螢光素乙醇溶液，出射光的強度和入射光的強度比值的對數隨水溶液濃度的變化。

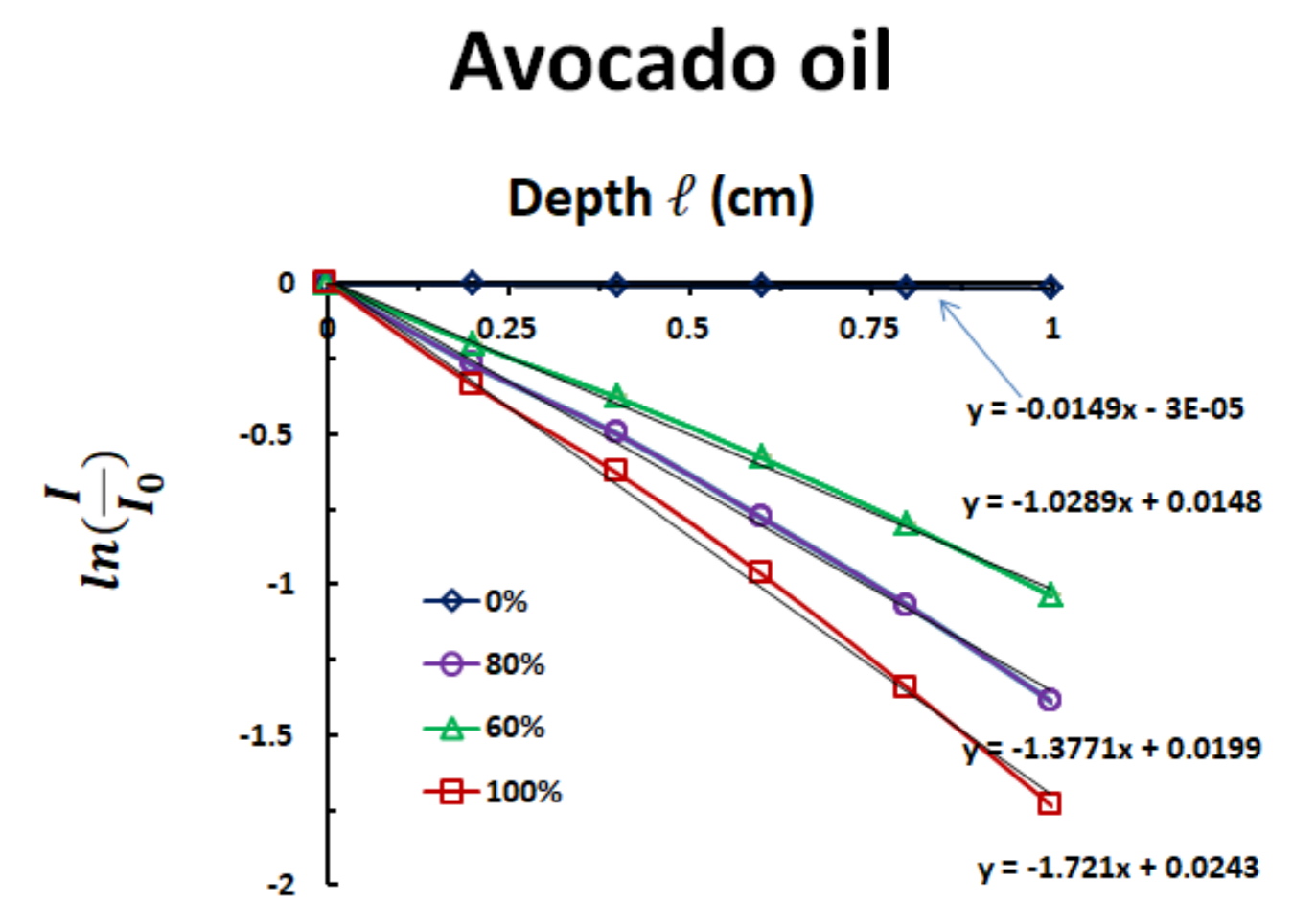


圖7. 綠光雷射照射葵花油和60% 80%，100%酪梨油，出射光的強度和入射光的強度比值的對數隨光徑長度的變化。

- 圓柱筒鉛直至放 $\ell = 1\text{cm}$ ，圖7為綠光的出射光強度和入射光強度比值的對數，隨光徑長度變化，擬和參數得100%酪梨油 $\mu = 1.72\text{cm}^{-1}$ ，80%酪梨油 $\mu = 1.37\text{cm}^{-1}$ ，60%酪梨油 $\mu = 1.03\text{cm}^{-1}$ ，葵花油(0%) $\mu = 0.0149\text{cm}^{-1}$ 。

水溶液的繞射

- 在 $\ell = 3\text{cm}$ 的容器中盛 $A=2.5$ 的過錳酸鉀水溶液：(1)雷射光鉛直照射，熱傳導使液體產生折射率梯度，產生同心圓狀繞射圖樣如圖8(a)；(2)雷射光水平照射，熱對流使中央軸上方的液體折射率梯度減小，形成圖8(b)的繞射圖樣。

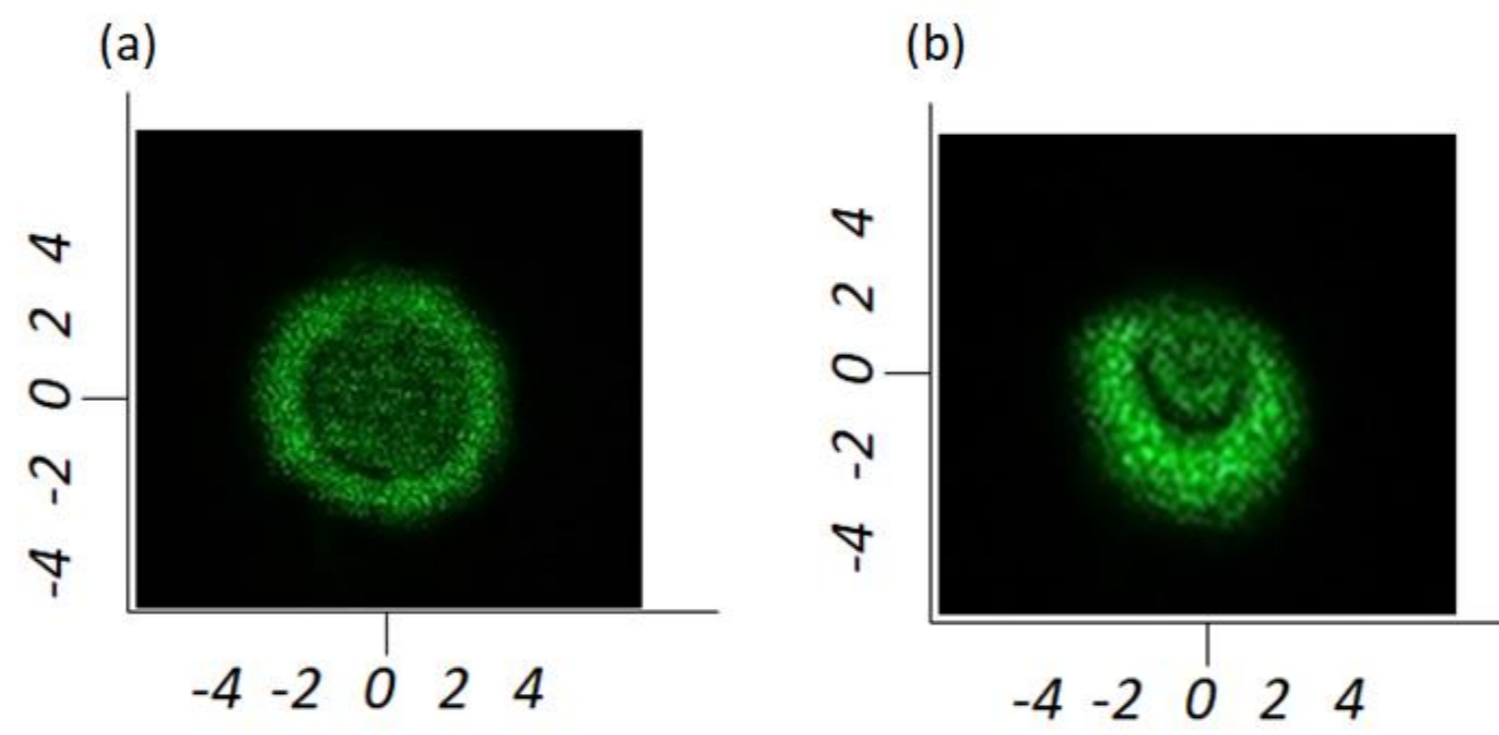


圖8. 雷射光(a)鉛直(b)水平通過過錳酸鉀水溶液在屏上出現繞射圖樣(座標軸的單位cm)。

- 圖9雷射光分別照射過錳酸鉀和甜菜根紅素水溶液：(1)甜菜根紅素的莫耳衰減係數為過錳酸鉀的10.5倍，但是增大過錳酸鉀水溶液的濃度至二者有相同的吸光率，會形成相同大小的繞射圖樣最大半徑。
- 過錳酸鉀水溶液和甜菜根紅素水溶液，在功率100mW綠光雷射照射下暗紋數只有2條，因為水溶液的熱光係數太小 ($\frac{dn}{dT} = 1.39 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$)。

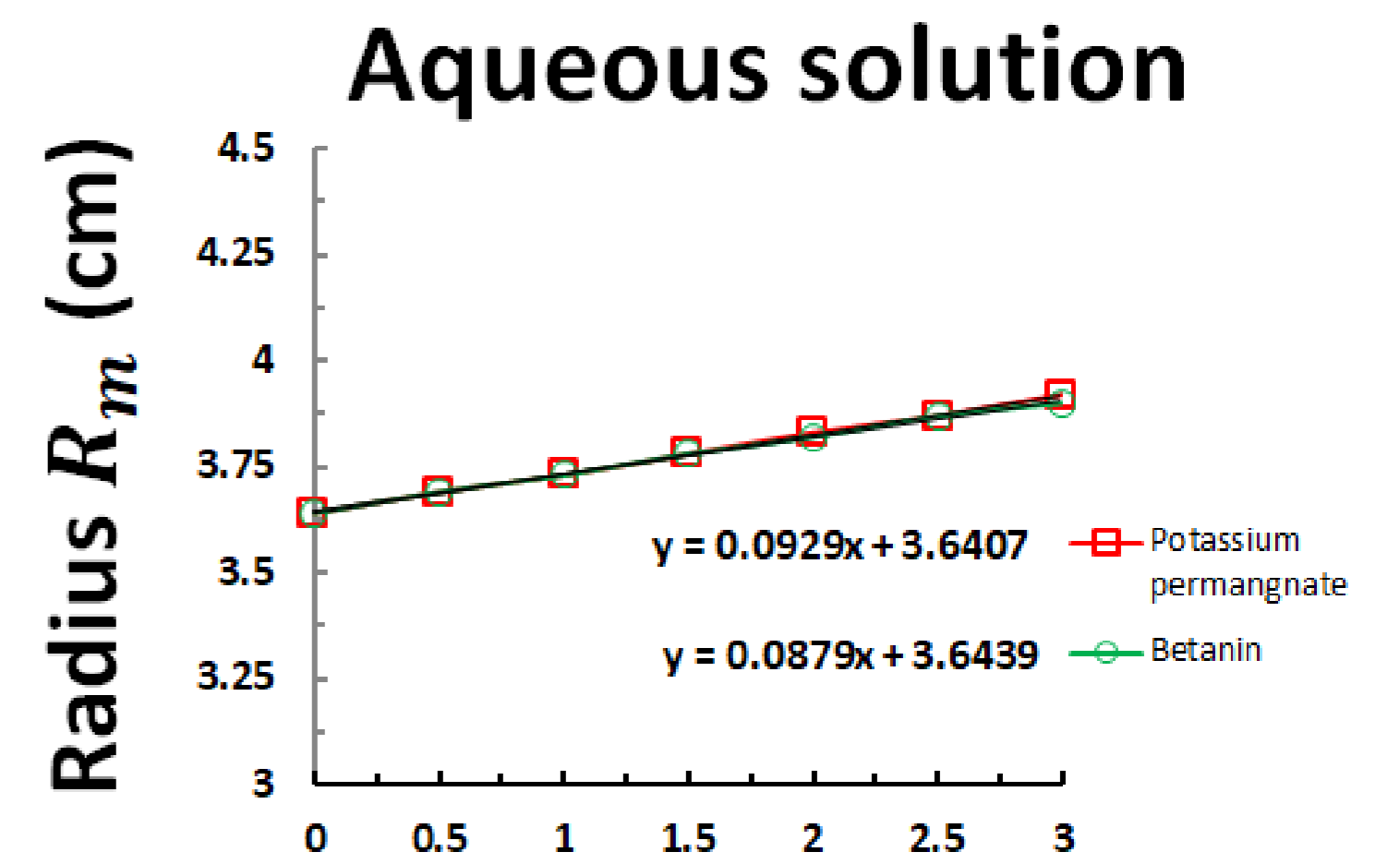


圖9. 雷射光照射過錳酸鉀和甜菜根紅素水溶液，繞射圖樣的最大半徑 R_m 隨光的路徑長度 ℓ 的變化。

乙醇溶液的繞射

- $\ell = 3\text{cm}$ ，吸光率 $A=2.5$ 的螢光素乙醇溶液。(1)功率100mW的綠光雷射光照射下暗紋數 $N=6$ ，(2)功率120mW的藍光照射下暗紋數 $N=8$ 。
- 乙醇的熱光係數 $\frac{dn}{dT} = 3.98 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$ ，水的2.86倍，
- 藍光雷射光點接近橢圓形，產生的繞射圖樣並非同心圓。

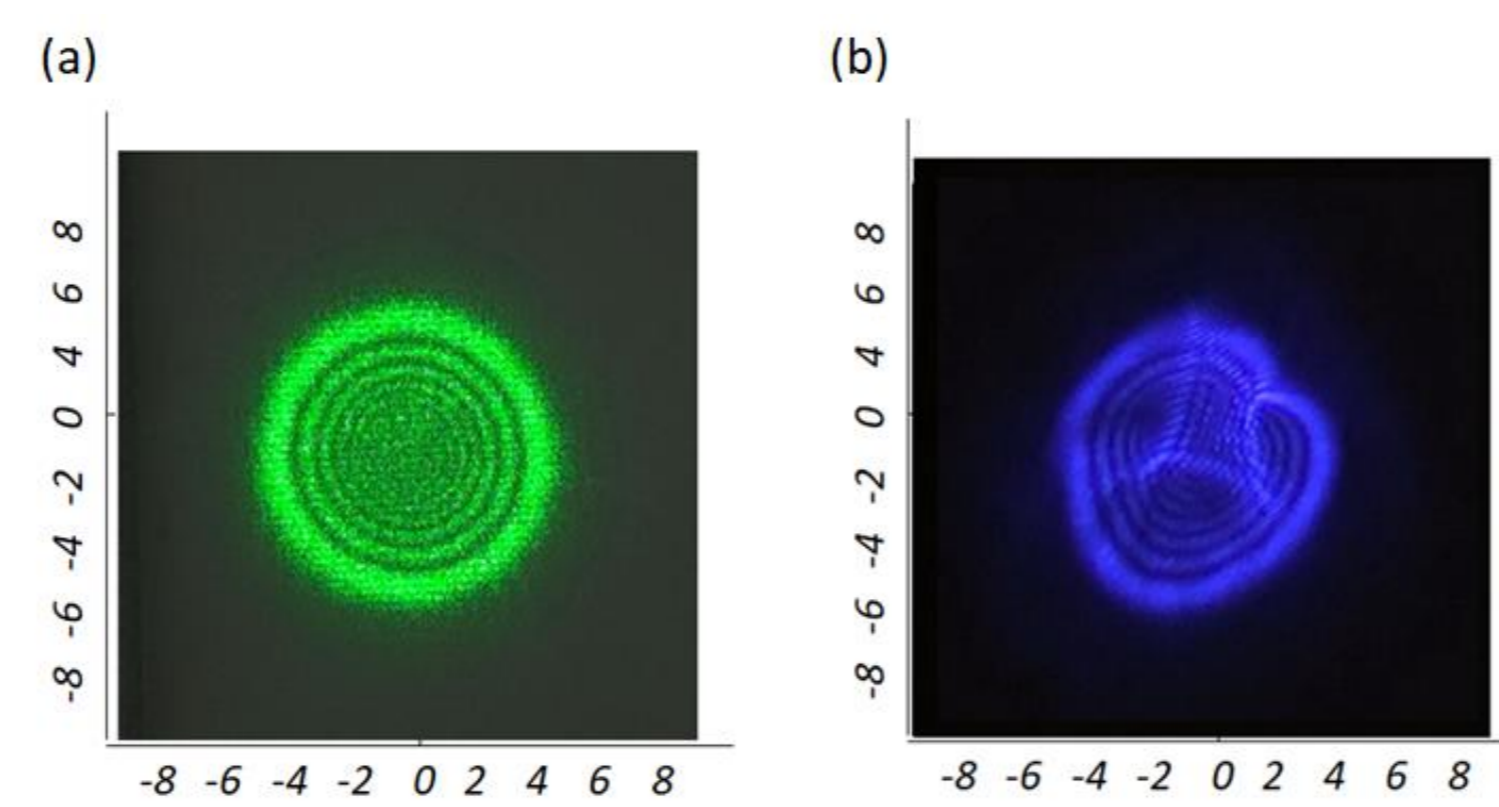


圖10雷射光鉛直照射螢光素乙醇溶液的繞射圖樣(座標軸單位cm)。

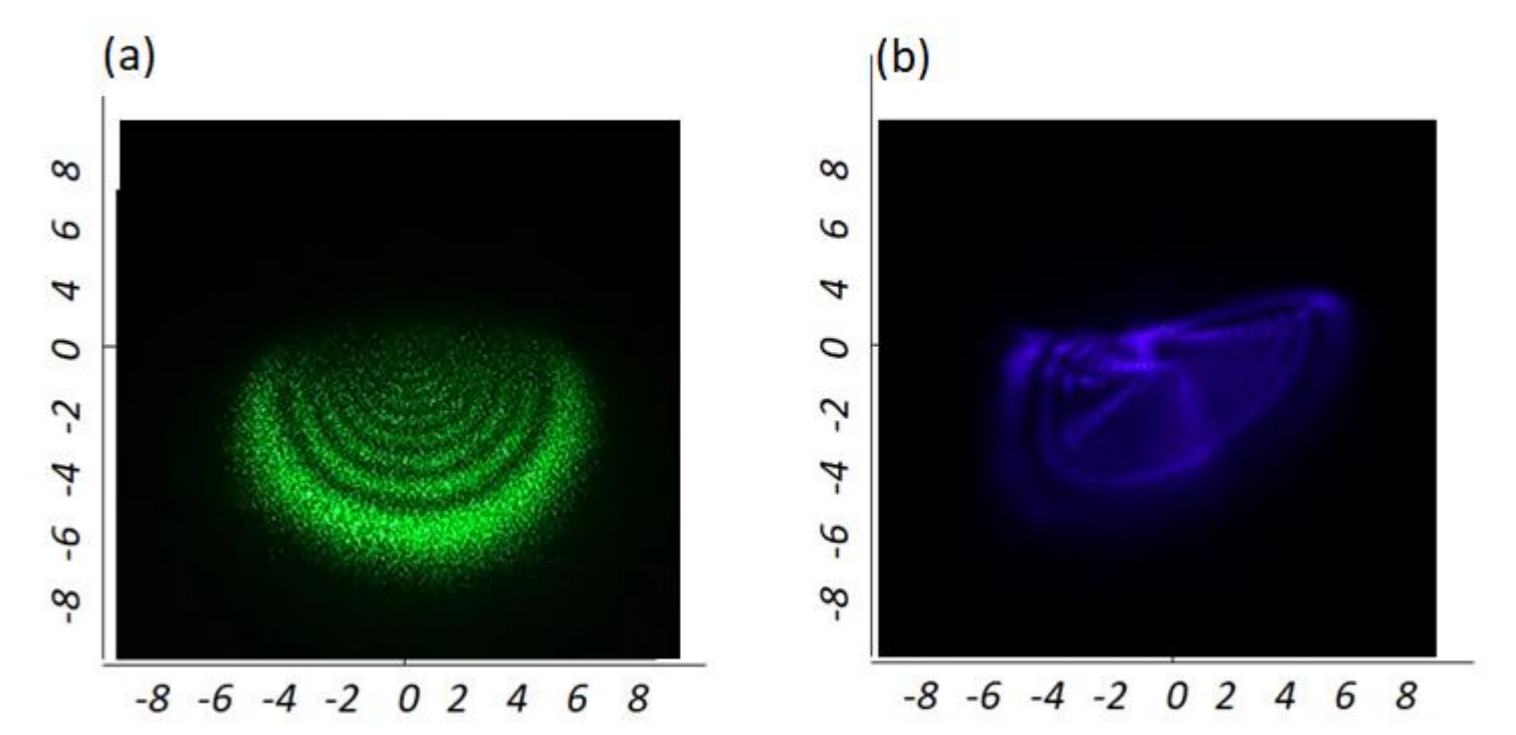


圖11雷射光水平照射螢光素乙醇溶液的繞射圖樣(座標軸單位cm)。

- 公式(7) $R_m = \frac{L(\frac{dn}{dT})\ell P \mu_a}{\lambda k} + R_0$ (1)藍光雷射的功率 $P=0.12\text{W}$ ，乙醇 $k=0.179\text{W/m-K}$ ，圖12的斜率=1.046擬和參數 $\mu_a = 0.76\text{cm}^{-1}$ ，螢光素的莫耳吸收係數 $\alpha_a = 0.97 \times 10^5 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ ，和圖6莫耳衰減係數 $\alpha = 1.15 \times 10^5 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ 比較：藍光通過螢光素乙醇溶液時光的強度衰減，其中84%被吸收，16%發螢光。(2)綠光雷射的功率 $P=0.1\text{W}$ ，圖12的斜率=0.671，得到莫耳吸收係數 $\alpha_a = 5.6 \times 10^3 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ ，和圖6莫耳衰減係數 $\alpha = 6.41 \times 10^3 \text{cm}^{-1}\text{M}^{-1}$ 比較：綠光通過螢光素乙醇溶液時光的強度衰減，其中87%被吸收，13%發螢光。(4)螢光素乙醇溶液的濃度低於 $1.3 \times 10^{-4}\text{M}$ ，看不出散射現象。

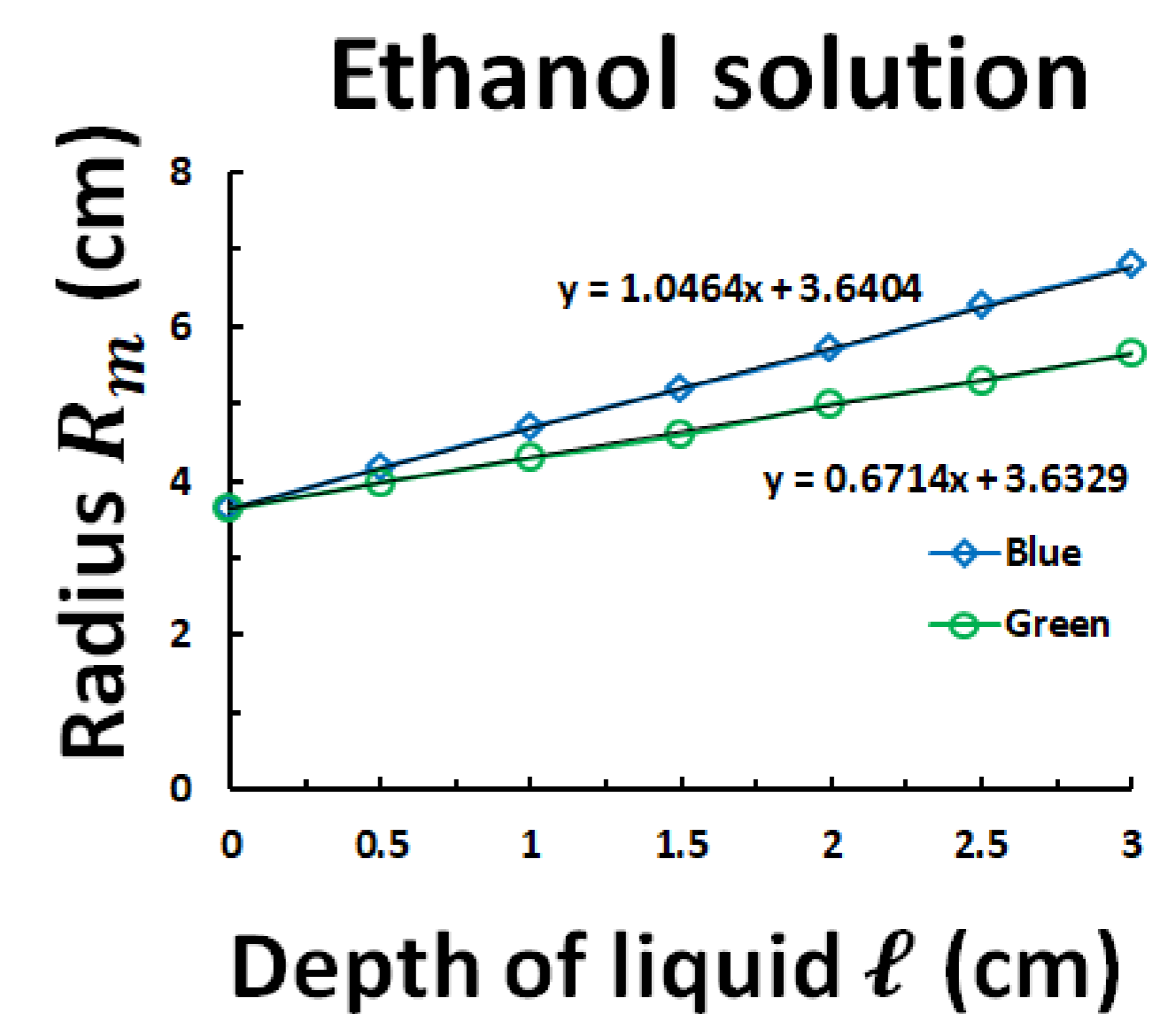


圖12. 雷射光照射螢光素乙醇溶液， R_m 隨 ℓ 的變化。

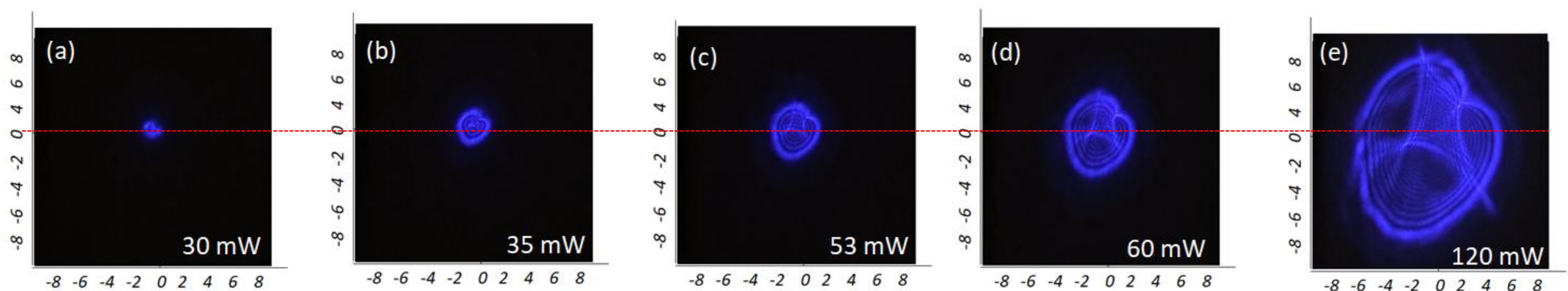


圖13. 藍光照射濃度 $C = 8.0\mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液，用起偏器改變照射光的功率，屏上出現的繞射圖樣。

- $\ell = 3\text{cm}$ ，濃度 $C = 8.0\mu\text{M}$ 的螢光素乙醇溶液以功率120mW的藍光雷射照射在距離 $L=560\text{cm}$ 的屏上出現圖13(e)的繞射圖樣；加上起偏器改變照射光的功率，得到圖13(a)~13(d)。量取五種不同功率照射下產生的繞射圖樣中的暗紋數目 N 以及最大半徑 R_m 。

➤ 圖14為： $l = 3cm$ ，濃度分別為 $C = 8.0\mu M$ 、 $C = 6.0\mu M$ 和 $C = 4.0\mu M$ 的螢光素乙醇溶液，藍光雷射光照射溶液，暗紋數目隨照射光功率的變化。由圖的斜率以及公式

$$(7) N = p = \frac{\ell \Delta n}{\lambda}, \text{ 公式(10) } N = \frac{2n_2 \ell}{\lambda \pi w^2} P \text{ 擬和參數得到}$$

$$C = 8.0\mu M, n_2 = 3.7 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 2.2k$$

$$C = 6.0\mu M, n_2 = 2.8 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 1.7k$$

$$C = 4.0\mu M, n_2 = 1.2 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 1.1k$$

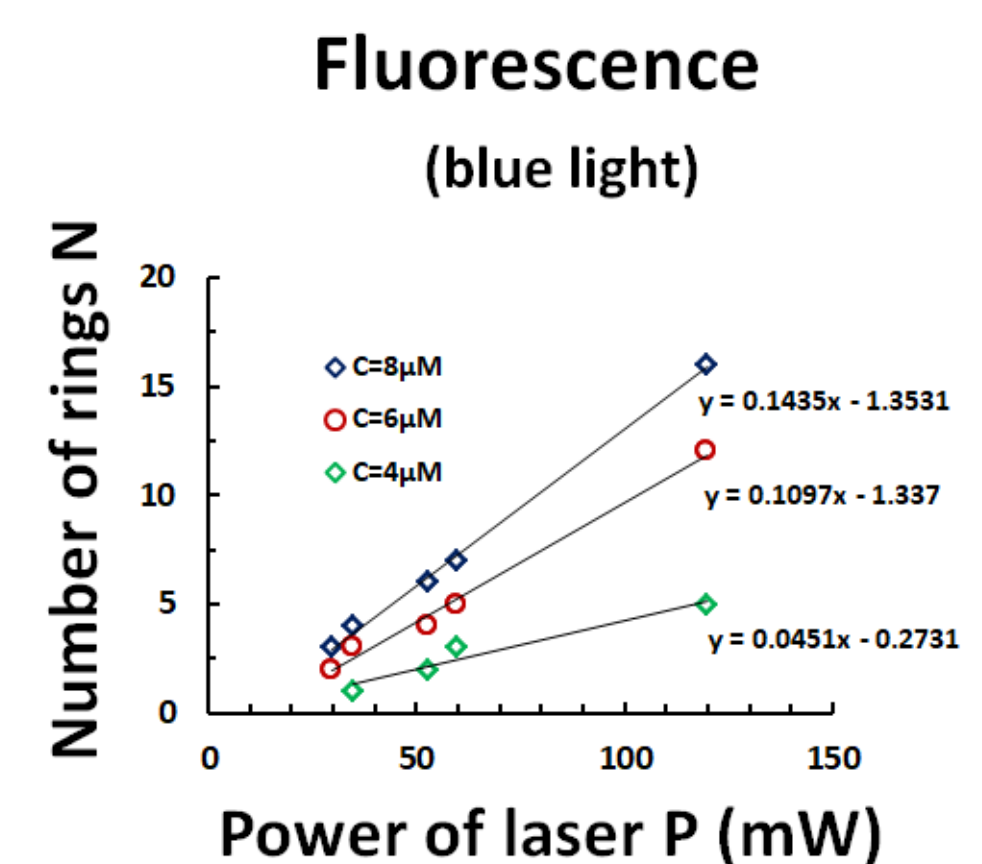


圖14. 雷射光照射螢光素乙醇溶液，暗紋數目隨雷射光功率的變化。

植物油的繞射

➤ $l = 1.75cm$ ，532nm的綠光雷射水平照射，在距離 $L=560cm$ 的屏上出現的繞射圖樣：

圖15(a) $R_m = 12.0cm$ ， $N=25$ ，吸光率 $A=3.01$ ，

圖15(b) $R_m = 10.2cm$ ， $N=19$ ，吸光率 $A=2.40$

圖15(c) $R_m = 8.60cm$ ， $N=16$ ，吸光率 $A=1.80$

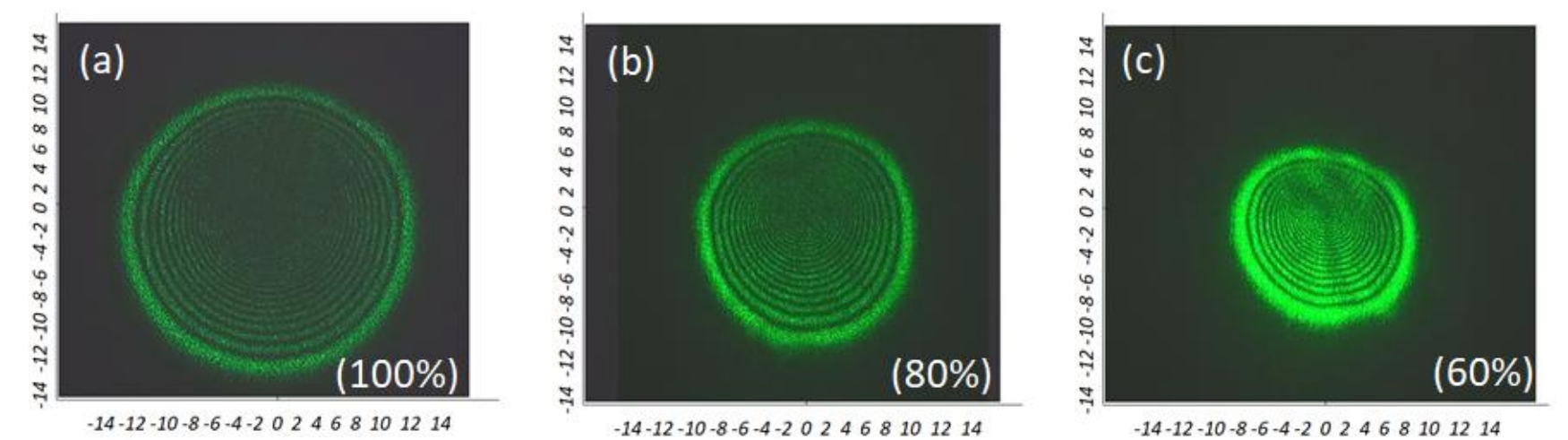


圖15. 雷射光照射(a)100%(b)80%(c)60%的酪梨油的繞射圖樣。

➤ $l = 0.7cm$ ，100%的酪梨油以功率100mW的綠光雷射照射在距離 $L=560cm$ 的屏上出現圖16(e)的繞射圖樣；加上起偏器改變照射光的功率，得到圖16(a)~16(d)。

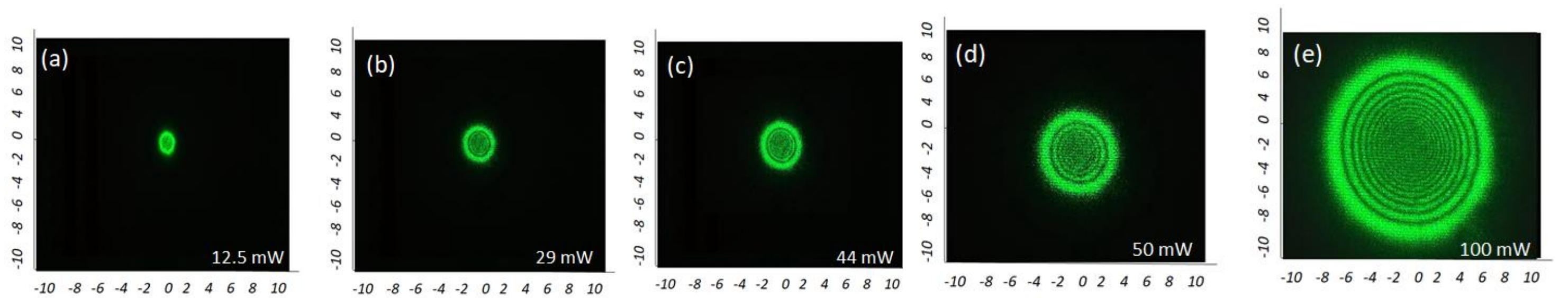


圖16. 綠光照射 $l = 0.7cm$ 的酪梨油，用起偏器改變照射光的功率，屏上出現的繞射圖樣。

圖17暗紋數目隨照射光功率的變化。由 N vs P 的斜率以及公式(7)

和(10) $N = \frac{\ell \Delta n}{\lambda} = \frac{2n_2 \ell}{\lambda \pi w^2} P$ ，計算得到

$$100\%, n_2 = 22.1 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 1.3k$$

$$80\%, n_2 = 17.3 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 1.0k$$

$$60\%, n_2 = 12.5 \times 10^{-10} m^2 W^{-1}, \Delta T = 0.7k$$

➤ 圖18繞射圖樣最大半徑差($R_m - R_0$)隨照射光功率的變化。

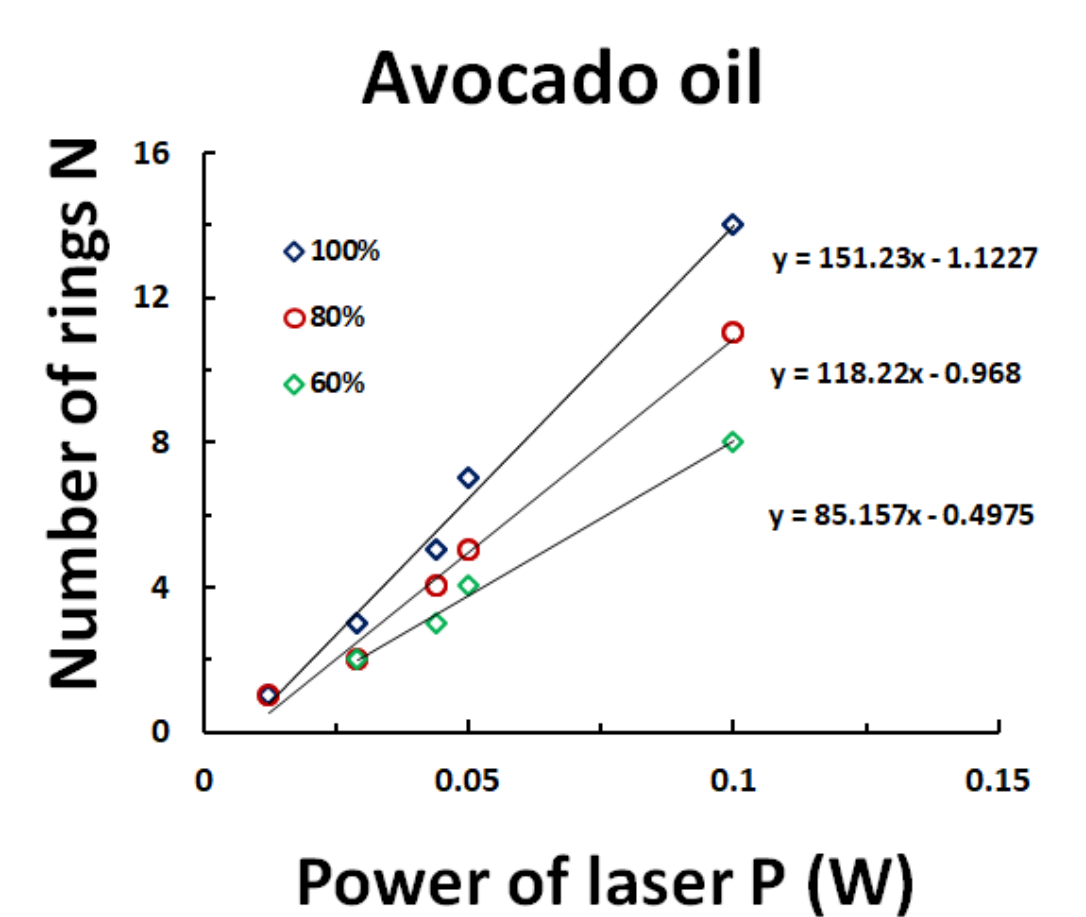


圖17. 酪梨油 N 隨 P 的變化。

公式(6) $R_m - R_0 = \frac{L \left(\frac{dn}{dT} \right) \ell P \mu_a}{\lambda k}$ 擬和參數得到酪梨油的吸收係數分別為：100%， $\mu_a = 1.50 cm^{-1}$ ；80%， $\mu_a = 1.20 cm^{-1}$ ；

$$60\%, \mu_a = 0.90 cm^{-1}.$$

和酪梨油的衰減係數100%， $\mu = 1.72 cm^{-1}$ ；80%，

$\mu = 1.37 cm^{-1}$ ；60%， $\mu = 1.03 cm^{-1}$ 比較，得知：532nm的綠光

照射酪梨油時，87%的能量被吸收，13%的能量被散射。

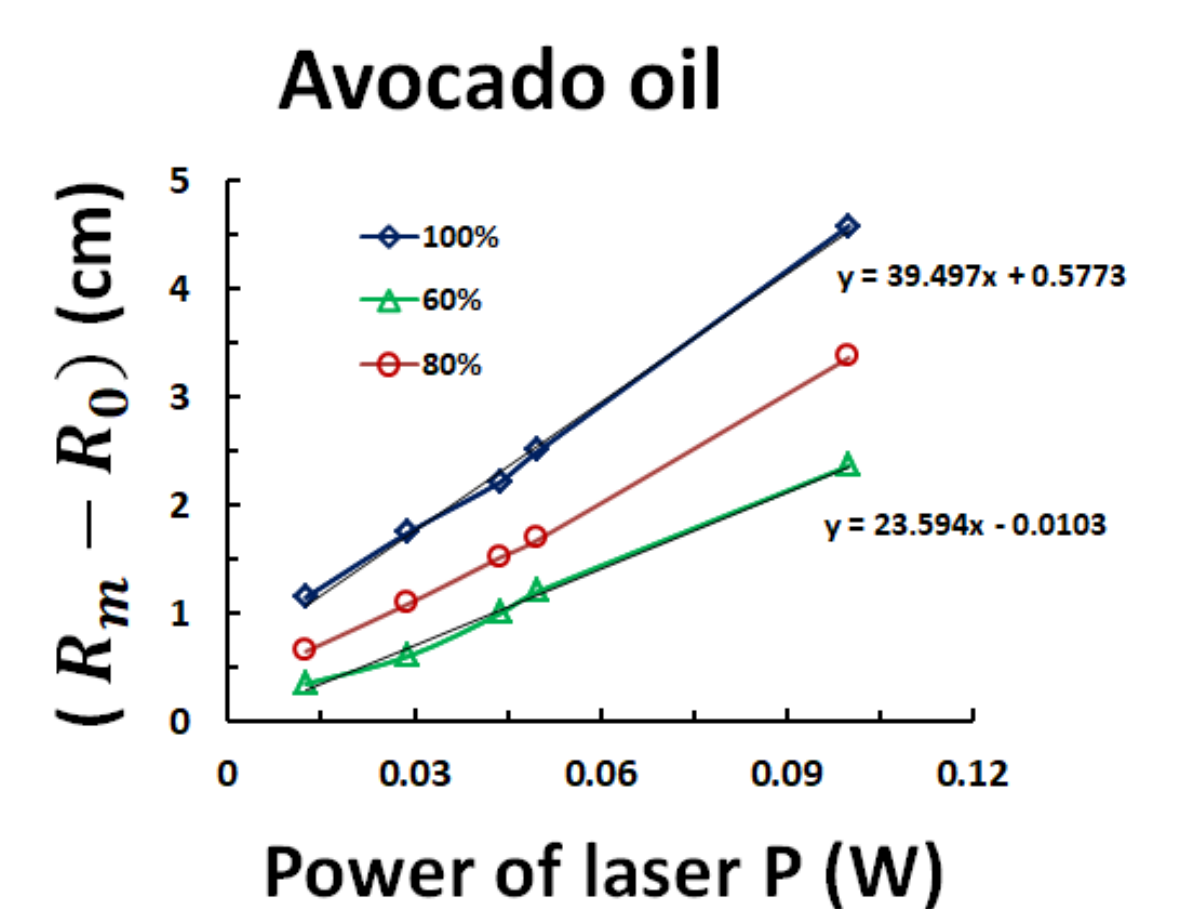


圖18. 酪梨油($R_m - R_0$)隨 P 的變化。

➤ 圖19 (a)~(e)為藍光雷射水平照射螢光素乙醇溶液，(f)~(j)為綠光雷射水平照射酪梨油的方形盒，繞射圖樣隨時間的變化。

➤ 乙醇膨脹係數為酪梨油的5倍，溫度差 ΔT 2.2倍，溶液受到高功率的雷射照射時，密度減少大於酪梨油，往上方形成強烈的對流，使得頂端沒有折射率梯度。

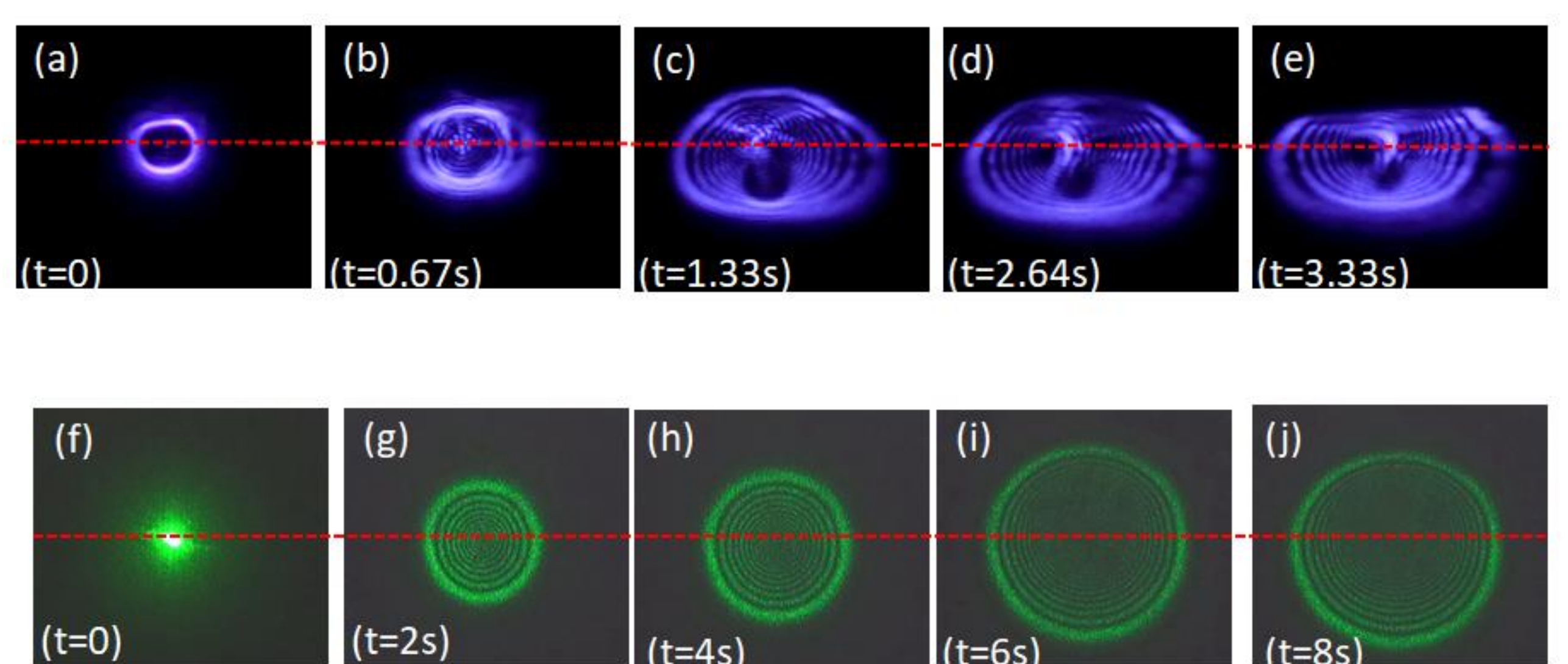


圖19. (a)~(e)雷射光水平照射螢光素乙醇溶液，(f)~(j)雷射光水平照射100%酪梨油，繞射圖樣隨時間的變化。

結論

- 雷射光通過高熱吸收率的透明液體，使液體產生溫度梯度和折射率梯度，在屏上出現繞射圖樣。
- 雷射光功率是影響繞射圖樣的暗紋數目和最大半徑的最大變因。
- 在相同功率照射下，熱光係數為影響繞射圖樣的最大半徑的最大變因，非線性折射率為影響繞射圖樣的暗紋數目的最大變因。
- 可用來測量藥品的純度，和檢測食用油是否摻雜。

參考資料

- [1] R. de F. Turchiello, L. A. A. Pereira, and S. L. Gómez 2017 Am. J. Phys. 85 522-28
- [2] M. S. Ribeiro, K. C. Ribeiro, and S. L. Gomez 2020 Am. J. Phys. 88 102-06
- [3] R. Karimzadeh 2012 J. Opt. 14 095701
- [4] R. Karimzadeh 2013 Optics communications 286 329-333
- [5] J. M. Dixon, M. Taniguchi, and J. S. Lindsey 2005 Photochem. Photobiol., 81 212-213
- [6] A. Giuliani, L. Cerrentani, and A. Cichelli 2011 Critical Reviews in Food Science and Nutrition, 51, 678-690