

中華民國第 63 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國小組 數學科

080403

騎士變奏曲

學校名稱：臺南市關廟區五甲國民小學

作者： 小五 林承翰 小五 吳承駿	指導老師： 歐俊斌 蔡靜宜
---------------------------------	-----------------------------

關鍵詞：連通圖、迴圈路徑、騎士斜式走法

摘要

騎士過城堡是一款棋盤模式的電腦遊戲，棋盤是由 14 格棋盤格組成之圖形，以騎士棋的斜日式走法，選擇棋盤格上的任意棋盤格作起點，跳完棋盤格上的 14 格棋盤格，每個棋盤格子僅能跳一次，跳完全部棋盤格回到起點即過關。研究動機是希望能找出符合過關條件的其他棋盤格圖形以增加遊戲樂趣。研究目的在 5X5 與 6X6 的棋盤格範圍內，探討以「基礎圖形擴張法」找出其延伸的棋盤格圖形，與圖形中具多條可解路徑之規律性。研究過程中下指令 Chatgpt 生成 Python 程式碼，跑出基礎圖形延伸之棋盤格路徑。研究結果在 5X5 以 8 格基礎圖形其延伸圖形有 14 個、5X5 與 6X6 以 6 格基礎圖形其延伸圖形分別有 306 與 14535 個，而圖形中的多條可解路徑由 1-多條主迴圈與 1-2 條次迴圈所構成之規律性。

壹、前言

一、研究動機

在挑戰騎士過城堡過程中，以西洋棋騎士斜日式走法，棋盤格子都要走過一次且僅一次機會，並回到起點格子，作為此遊戲的闖關條件，想要延伸騎士過城堡關卡，找出更多符合闖關條件的棋盤格圖形，讓玩家挑戰不同的棋盤格圖形。



二、研究目的

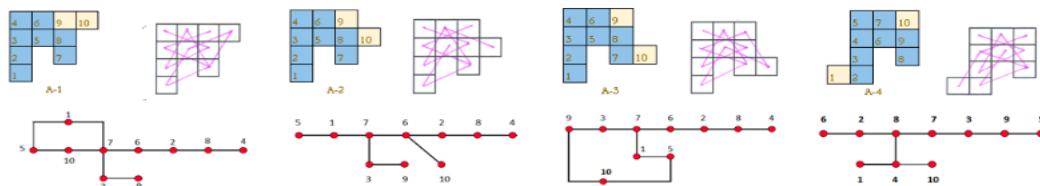
以西洋棋騎士斜式走法找出更多符合研究條件的棋盤格圖形作為研究目的，在 5X5 與 6X6 的棋盤格範圍內，以「基礎圖形擴張法」方法，作以下探討：

1. 探討符合研究條件的棋盤格有哪些圖形與數量？
2. 找出圖形中具多條可解路徑之規律性？

三、文獻回顧

(一) 數學科展第 60 屆的 CrazyKnights

參考數學科展第 60 屆 CrazyKnights 的騎士走法，其研究中整理出 158 種棋盤格圖形，觀察各種棋盤格圖形與本研究目的之間關聯性。欲以既有圖形架構下找出起點回到起點的棋盤格。



圖形舉例

截圖自數學科展第 60 屆 CrazyKnights 作品說明書-

貳、研究設備及器材

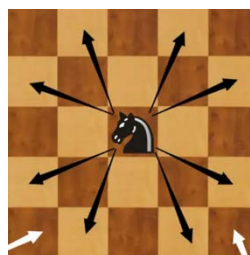
Word、Ppt、Chatgpt、Spider、Excel、筆、筆記本

參、研究方法與過程

一、研究方法

(一) 騎士斜式走法圖示說明

騎士在棋盤上可以移動的格子。

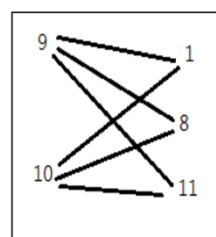
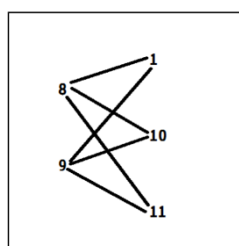


(二) 圖形原則

棋盤格圖形的格子彼此相鄰邊為原則，排除僅鄰角或獨立於其他棋盤格不鄰邊之圖形。

(三) 連通圖的基礎原理

參考數學科展第 60 屆 CrazyKnights 連通圖的基礎原理，圖形沒有固定形狀，重點在於點與點之間的連線是否正確，畫出的不同圖形時不影響頂點與邊的連接關係，所以畫出的圖形即使不同，但圖論上的本質是相同的，下面圖形代表圖形意義相同。



(四) 基礎圖形擴張法

以某個圖形作為主要迴圈基礎，其圖形連通圖中相鄰格子之間所延伸出去的次迴圈圖形，主要與次要迴圈所形成之圖形以符合研究目的之條件。

(五) 電腦輔助程式

以輸入 Chatgpt 所產出的 Python 語法，篩選整理出符合研究目的之圖形。

二、研究過程

由文獻探討之前所整理的圖形中，想要在既有的不連通圖形中增加棋盤格數量，形成連通圖的圖形，尋找符合研究目的之棋盤格圖形，但在研究過程中不容易找到其之間的關聯性，猜想嘗試著連接沒有連接上的端點即可，連接的端點組合甚多且沒有找到回到起點迴圈路徑。後來發現以原來的迴圈基礎向外擴張找出圖形的外圍格子較容易找到符合研究目的之棋盤格。以「基礎圖形擴張法」制定基礎圖形探討向外延伸圖形以符合研究目的之圖形，先以 8 格正方形作為基礎圖形，向外延伸找出符合條件的迴圈圖形。並在研究過程中 5X5 與 6X6 以電腦程式 Python 輔助探討延伸圖形與找出多條路徑圖形的規律性。

(一) 基礎圖形擴張法

基礎圖形為自己定義之迴圈，以中心向外擴張所延伸出圖形，稱為基礎圖形擴張法。猜想遊戲棋盤格是由正方形所擴張出來的，以 3X3 的 8 格正方形作為基礎圖形向外作延伸圖形。

1. 制定基礎圖形

棋盤格	連通圖									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>3</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>×</td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td></tr> </table> <p>8 格/迴圈數 1 條</p>	3	5	8	2	×	7	1	4	6	<p>1-5-6-2-8-4-3-7</p> <p>1-5-6-2-8-4-3-7-1</p>
3	5	8								
2	×	7								
1	4	6								

發現正方形棋盤格數為 8，且中心為空格時為符合研究條件的最小迴圈圖形。

2. 增加 1 格在 3X3 棋盤格的圖形外圍

棋盤格	連通圖												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>3</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>×</td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>9</td><td></td></tr> </table> <p>9 格/迴圈數 0 條</p>	3	5	8	2	×	7	1	4	6		9		<p>1-5-6-2-8-4-3-7</p> <p>9</p> <p>9 無法連其他格子，所以路徑數為 0。</p>
3	5	8											
2	×	7											
1	4	6											
	9												

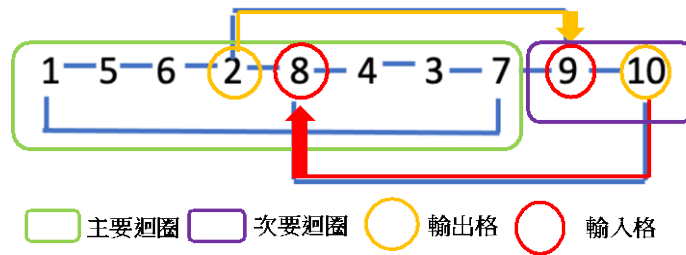
發現以圖形為中心的 3X3 正方形，只增加一格子無法形成迴圈。

3. 增加 2 格在 3X3 棋盤格圖形外圍

增加圍繞外圍的棋盤格子的排列組合，圍繞在 1-8 的棋盤格的排列組合，以排列組合方式列出圍繞於正方形圖形外圍的格子，有哪些圖形會形成迴圈。例如固定 9，移動 10 作圍繞圖形的排列組合。

棋盤格	連通圖												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>3</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>×</td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>9</td><td>10</td></tr> </table> <p>10 格/迴圈數 1 條</p>	3	5	8	2	×	7	1	4	6		9	10	<p>1-5-6-2-8-4-3-7-9-10</p> <p>8-4-3-7-1-5-6-2-9-10-8</p>
3	5	8											
2	×	7											
1	4	6											
	9	10											

小結：



由上圖可以回到起點的迴圈路徑發現，主要迴圈如果由格 1 開始跑，中途由格 2 為輸出與次要迴圈格 9 輸入到次迴圈，輸入格 2 的鄰格 10 為輸出格跑回到主要迴圈的輸入格 8 後，繼續跑完主要迴圈回到起點格 1。以此作為原則，以此圖形作為中心向外擴張為 4 階圖形。3 階棋盤格可視為 4 階基礎圖形，如以 1-5-6-2-8-4-3-7 為主要迴圈，由輸出格 2 連接到外圍格子形成次要迴圈輸入格 9 後，走完次要迴圈由輸出格 10 回到主要迴圈輸入格 8。觀察由輸出 2 出去的格子，回來時定是回到其鄰邊格子輸入格 8 而繼續走完主要迴圈。使輸出格與輸入格定是鄰居關係，而次要迴圈也是遵守相同規則，走完次要迴圈的格子後，輸入格必定與輸出格為鄰居關係。

棋盤格	說明
<pre> 17 18 19 20 21 16 3 5 8 22 15 2 9 7 23 14 1 4 6 24 13 12 11 10 25 </pre>	

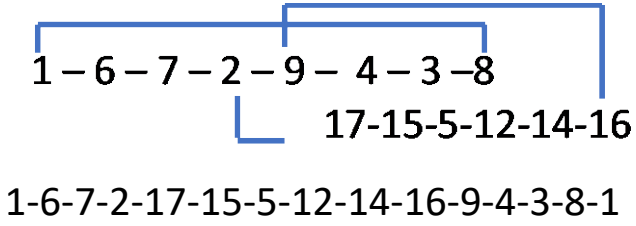
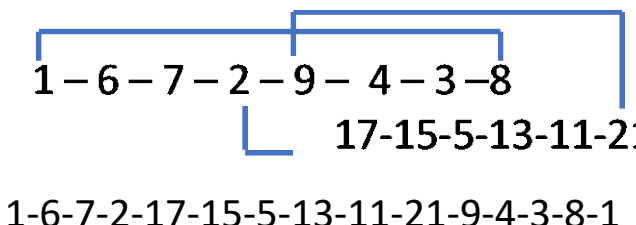
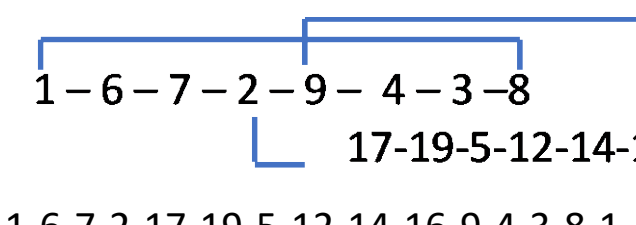
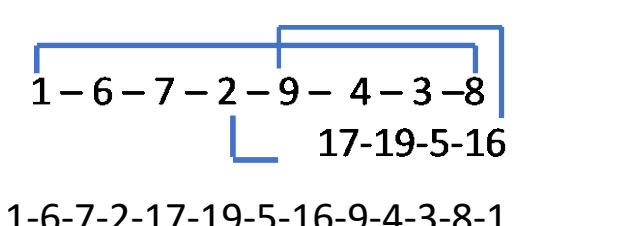
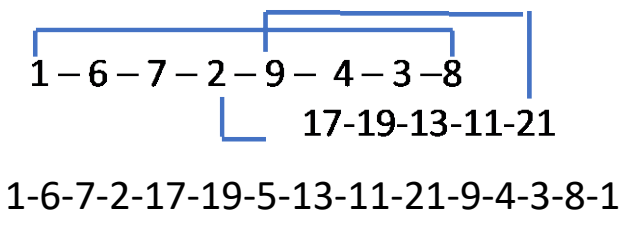
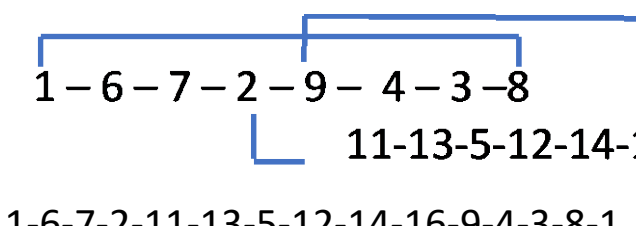
編號棋盤格子，以 1-5-6-2-8-4-3-7 為主要迴圈，找出 1-5、5-6、6-2、2-8、8-4、4-3、3-7、7-1 等兩兩編號之間各種次迴圈。

因為對稱關係，而且圖形居於 5X5 中心，因為圖形具有對稱性，所以格兩兩編號之間各延伸圖形相同。

4. 格子編號 9 與 2 之間的迴圈

棋盤格子 9 與 2 和外圍格子的關係

棋盤格	連通圖
<pre> 16 17 15 3 6 9 2 5 8 1 4 7 </pre>	
12 格/迴圈 1 條	1-6-7-2-17-15-5-16-9-4-3-8-1

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>16</td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>14</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>12</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>		16	17		15	3	6	9	14	2	5	8		1	4	7		12			 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 17-15-5-12-14-16</p> <p>1-6-7-2-17-15-5-12-14-16-9-4-3-8-1</p>		
	16	17																					
15	3	6	9																				
14	2	5	8																				
	1	4	7																				
	12																						
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>13</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>21</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>			17		15	3	6	9		2	5	8	13	1	4	7	21			11		 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 17-15-5-13-11-21</p> <p>1-6-7-2-17-15-5-13-11-21-9-4-3-8-1</p>	
		17																					
15	3	6	9																				
	2	5	8																				
13	1	4	7	21																			
		11																					
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>16</td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>19</td></tr> <tr><td>14</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>12</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>		16	17			3	6	9	19	14	2	5	8		1	4	7		12			 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 17-19-5-12-14-16</p> <p>1-6-7-2-17-19-5-12-14-16-9-4-3-8-1</p>	
	16	17																					
	3	6	9	19																			
14	2	5	8																				
	1	4	7																				
	12																						
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>16</td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>19</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>		16	17			3	6	9	19		2	5	8		1	4	7	 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 17-19-5-16</p> <p>1-6-7-2-17-19-5-16-9-4-3-8-1</p>					
	16	17																					
	3	6	9	19																			
	2	5	8																				
	1	4	7																				
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>19</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>13</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>21</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>			17			3	6	9	19		2	5	8	13	1	4	7	21			11		 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 17-19-13-11-21</p> <p>1-6-7-2-17-19-5-13-11-21-9-4-3-8-1</p>
		17																					
	3	6	9	19																			
	2	5	8																				
13	1	4	7	21																			
		11																					
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>16</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>14</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>13</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td>12</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>		16				3	6	9	14	2	5	8	13	1	4	7		12	11		 <p style="text-align: center;">1-6-7-2-9-4-3-8 11-13-5-12-14-16</p> <p>1-6-7-2-11-13-5-12-14-16-9-4-3-8-1</p>		
	16																						
	3	6	9																				
14	2	5	8																				
13	1	4	7																				
	12	11																					

<p>12 格/迴圈 1 條</p>	<p>1-6-7-2-11-13-5-16-9-4-3-8-1</p>
<p>14 格/迴圈 1 條</p>	<p>1-6-7-2-11-21-5-12-14-16-9-4-3-8-1</p>
<p>12 格/迴圈 1 條</p>	<p>1-6-7-2-11-21-5-16-9-4-3-8-1</p>

以相同作法找出圖形並統計數量：

棋盤格數	圖形數量	可解路徑數量
8 格	1	1
10 格	1	1
12 格	7	1
14 格	5	1

棋盤格數 8 格的有 1 個，10 格的有 1 個，12 格的有 7 個，14 格的有 5 個，可以路徑數量指每個棋盤格圖形皆有 1 條。

小結：

發現由 3X3 擴張出去的棋盤格直接往 5X5 擴張，反而沒有出現 4X4 的棋盤格，要擴張恢復成遊戲棋盤格子方法有二：一是由上例的基礎擴張法的特定位置擴張，二是直接在 4X4 取任意 2 格相連接點，其 16 格棋盤格即為遊戲棋盤格圖形。

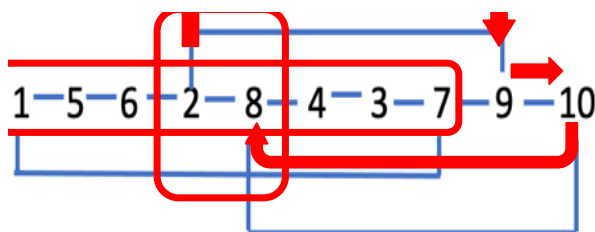
以圖形中心向外延伸格子時，知道兩兩一組的格子都可以向外作延伸，條件是回來時定要是鄰邊，所以可以向外延伸包含圖中未填滿的格子，可以延伸的格子數量是 2 格、4 格與 6 格。剛開始發現的成功圖形是可以看成輸出端與輸入端，之後的圖形可以看成主要迴圈與次要圖圈，主要迴圈的兩兩一組皆可以看成是輸出次迴圈。

過程中發現，除了固定外圍棋子外，增加外圍移動的棋子數量，擴充棋盤格，以排

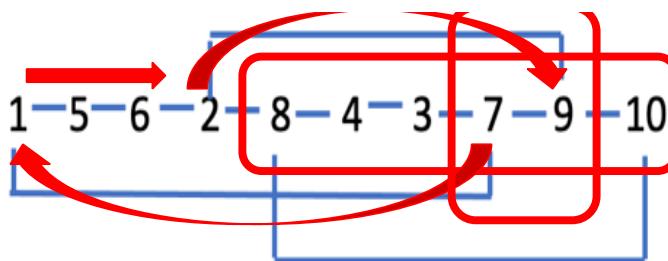
列組合外圍棋盤的方式，找出起點回到起點之圖形，由於外圍格子的排列組合太多，且大多是沒有符合研究目的圖形居多。

(二) 騎士過城堡的基礎圖形

觀察能回到起點的迴圈路徑圖形，發現圖形分成 2 個迴圈路路徑組合，分別是 1-5-6-2-8-4-3-7 與 8-4-3-7-9，以 1-5-6-2-8-4-3-7 為迴圈路徑時，從格 1 跑到格 2，格 2 與外圈的迴圈路徑作相連，外圈跑完會回到格 8，而繼續跑完未完成的迴圈，即可以看出來 2-8 為相鄰的編號。



反之，如果以 8-4-3-7-9-10 視為迴圈路徑時，由格 8 跑到格 7，格 7 與外圈的迴圈路徑作相連，再外圈跑完會回到格 9，而繼續跑完未完成的迴圈，即可以看出來 7-9 為相鄰的編號。此研究途徑可以觀察出符合研究目的之圖形規則。



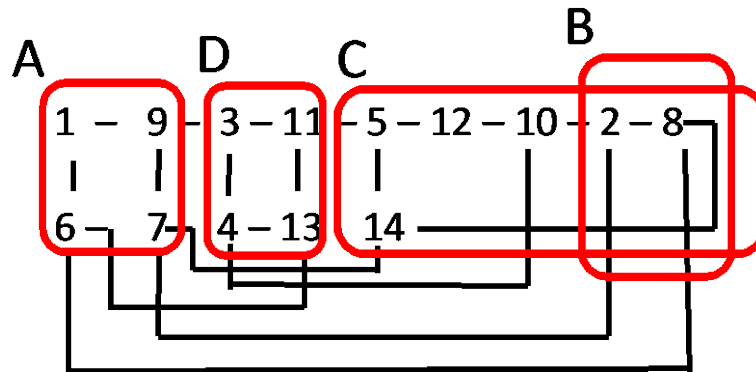
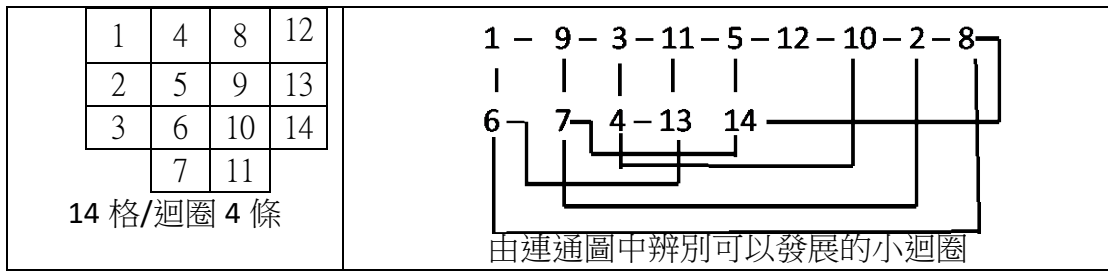
以上圖形路徑 1-5-6-2-8-4-3-7-9-10 為基礎圖形時，發現兩兩相鄰的編號格，會是與外圈迴圈路徑的樞紐規則。由此而知格 2 與格 8、格 8 與格 4、格 4 與格 3、格 3 與格 7、格 7 與格 1、格 1 與格 5、格 5 與格 6、格 6 與格 2，即可以找到符合回到起點圖形。

研究途徑的改變，能在最小迴圈為中心時，更方便找各符合條件的迴圈圖形，發現只要能以形成迴圈的棋盤格作為中心發展，向外圍擴展就能找到起點回到起點的迴圈路徑。得到以不同的迴圈棋盤格作為基礎時，即可得到不同形狀且符合起點回到起點的棋盤格。欲探討格子數愈大的棋盤格，以遊戲騎士過城堡的棋盤格已是形成迴圈路徑作基礎，先將遊戲騎士過城堡的棋盤格以連通圖加以分析，得到分開成 2 部份的迴圈路徑。

探討遊戲騎士過城堡的迴圈圖形，騎士過城堡圖形其右下與左下兩角是沒有格子，此圖形視為 4X4 棋盤中的滿版圖形。

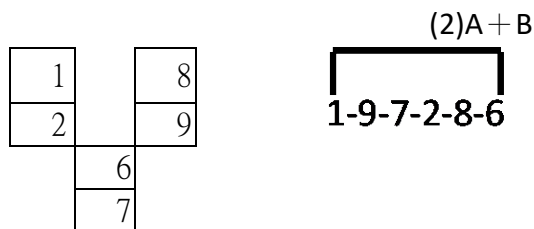
1. 分析騎士過城堡的迴圈路徑，以制定基礎圖形。

棋盤格	連通圖
-----	-----



圖形其中包括三個次要迴圈所組合而成圖形，路徑是三條迴圈路徑彼此互通，路徑中迴圈中輸出格與輸入格，迴圈之間皆可彼此互通。制定的基礎圖形愈是集中相鄰，其延伸的圖形愈能夠符合鄰邊圖形，否則基礎圖形制定格子之間太鬆散愈容易有不鄰邊的圖形。

(1)此圖形是由多個迴圈路徑組成，將連通圖可以形成的迴圈路徑找出來，先區分 A、B、C、D 等四個區塊，使 A+B 制定為發展迴圈路徑的基礎圖形，以基礎圖擴張法分別探討符合條的圖形。

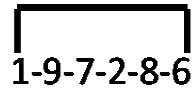


2. 探討 A+B 的基礎迴圈圖形

棋盤格	連通圖												
<table border="1"> <tr><td>1</td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td>9</td></tr> <tr><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td></td></tr> </table>	1		8	2		9		6			7		<p>此棋盤格沒有滿足相鄰有格子，所以不符合棋盤格條件，但可以發展成符合研究條件的棋盤格</p>
1		8											
2		9											
	6												
	7												

	20	21	22	
19	1	4	8	12
18	2	5	9	13
17	3	6	10	14
	16	7	11	15
		28	27	

自訂格子編號

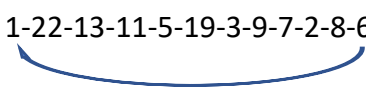
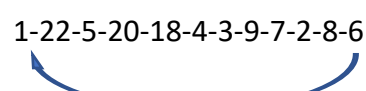
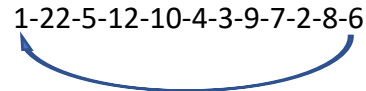
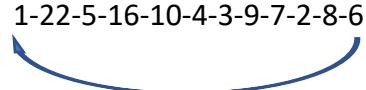
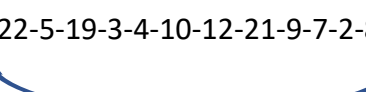
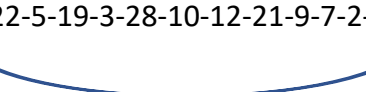


進行格子編號

分別探討在 1-9、9-7、7-2、2-8、8-6、6-1 的圖形。

(1) 格子編號 1 與 9

棋盤格	連通圖																				
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>			22		1	4	8		2	5	9	13	3	6	10		16	7	11		<p>1-22-13-4-10-16-5-11-3-9-7-2-8-6</p> <p>1-22-13-4-10-16-5-11-3-9-7-2-8-6-1</p>
		22																			
1	4	8																			
2	5	9	13																		
3	6	10																			
16	7	11																			
<table border="1"> <tr><td>19</td><td>1</td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td></tr> </table> <p>10 格/迴圈 2 條</p>	19	1		8		2	5	9	17	3	6				7		<p>1-17-5-19-3-9-7-2-8-6</p> <p>1-9-3-19-5-17-7-2-8-6 (9-7)</p>				
19	1		8																		
	2	5	9																		
17	3	6																			
		7																			
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td></tr> </table> <p>10 格/迴圈 1 條</p>			22		1	4	8		2		9	13	3	6					7		<p>1-22-13-4-3-9-7-2-8-6</p>
		22																			
1	4	8																			
2		9	13																		
3	6																				
		7																			

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>				22		19	1		8			2	5	9	13		3	6					7	11		<p>1-22-13-11-5-19-3-9-7-2-8-6</p> 					
			22																												
19	1		8																												
	2	5	9	13																											
	3	6																													
		7	11																												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>20</td><td></td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>		20		22			1	4	8		18	2	5	9			3	6					7			<p>1-22-5-20-18-4-3-9-7-2-8-6</p> 					
	20		22																												
	1	4	8																												
18	2	5	9																												
	3	6																													
		7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>			22				1	4	8	12		2	5	9			3	6	10				7			<p>1-22-5-12-10-4-3-9-7-2-8-6</p> 					
		22																													
	1	4	8	12																											
	2	5	9																												
	3	6	10																												
		7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>			22				1	4	8			2	5	9			3	6	10			16	7			<p>1-22-5-16-10-4-3-9-7-2-8-6</p> 					
		22																													
	1	4	8																												
	2	5	9																												
	3	6	10																												
	16	7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>			21	22		19	1	4	8	12		2	5	9			3	6	10				7			<p>1-22-5-19-3-4-10-12-21-9-7-2-8-6</p> 					
		21	22																												
19	1	4	8	12																											
	2	5	9																												
	3	6	10																												
		7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>28</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">14 格/迴圈 1 條</p>			21	22		19	1	x	8	12		2	5	9			3	6	10				7					28			<p>1-22-5-19-3-28-10-12-21-9-7-2-8-6</p> 
		21	22																												
19	1	x	8	12																											
	2	5	9																												
	3	6	10																												
		7																													
		28																													

	20				
	1	4	8		
18	2	5	9	13	
17	3	6			
		7	11		
14 格/迴圈 1 條					
	1	4	8		
18	2	5	9	13	
17	3	6	x	14	
	16	7	11		
			27		
16 格/迴圈 1 條					
	20				
	1	4	8		
18	2	5	9	13	
17	3	6	10		
	16	7	11		
16 格/迴圈 1 條					
		21	22		
19	1	x	8	12	
	2		9	13	
	3	6	10		
		7	11	15	
		28			
16 格/迴圈 1 條					
	20	21	22		
19	1	4	8	12	
18	2	5	9		
	3	6	10		
		7			
16 格/迴圈 1 條					

1-17-5-20-18-4-13-11-3-9-7-2-8-6

1-17-5-14-27-16-18-4-13-11-3-9-7-2-8-6





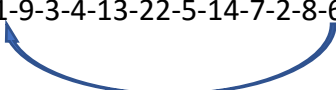

1-17-5-20-18-16-10-4-13-11-3-9-7-2-8-6

1-22-13-11-3-19-21-12-10-28-15-9-7-2-8-6

1-22-5-20-18-4-10-12-26-11-3-28-10-16-27-14-24-9-7-2-8-6

(2) 格子編號 9 與 7

棋盤格					連通圖	
					1-9-3-19-5-17-7-2-8-6	
19	1		8			
	2	5	9			
17	3	6			1-17-5-19-3-9-7-2-8-6(1-9)	
		7				
10 格/迴圈 2 條						

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">10 格/迴圈 1 條</p>		1		8			2	5	9		17	3	6					7	11		<p>1-9-3-11-5-17-7-2-8-6</p> 										
	1		8																												
	2	5	9																												
17	3	6																													
		7	11																												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>				22			1		8			2	5	9	13	17	3	6					7	11		<p>1-9-3-11-13-22-5-17-7-2-8-6</p> 					
			22																												
	1		8																												
	2	5	9	13																											
17	3	6																													
		7	11																												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>28</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>		1		8	12		2	5	9		17	3	6	10				7					28			<p>1-9-3-28-10-12-5-17-7-2-8-6</p> 					
	1		8	12																											
	2	5	9																												
17	3	6	10																												
		7																													
		28																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>20</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>		20					1	4	8		18	2	5	9		17	3	6					7			<p>1-9-3-4-18-20-5-17-7-2-8-6</p> 					
	20																														
	1	4	8																												
18	2	5	9																												
17	3	6																													
		7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td></td><td>14</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>			22			1	4	8			2	5	9	13		3	6		14			7				<p>1-9-3-4-13-22-5-14-7-2-8-6</p> 					
		22																													
1	4	8																													
2	5	9	13																												
3	6		14																												
	7																														
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td>9</td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>x</td><td>14</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">12 格/迴圈 1 條</p>			22					8			1		9	13		2	5	9	13		3	6	x	14			7	11			<p>1-9-3-11-13-22-5-14-7-2-8-6</p> 
		22																													
		8																													
1		9	13																												
2	5	9	13																												
3	6	x	14																												
	7	11																													

<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td>23</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>x</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>			22	23	1	4	8		2	5	9	13	3	6	x	14		7	11		<p>1-9-23-4-3-11-13-22-5-14-7-2-8-6</p>											
		22	23																													
1	4	8																														
2	5	9	13																													
3	6	x	14																													
	7	11																														
<table border="1"> <tr><td></td><td>20</td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>		20	21		19	1	4	8	18	2	5	9	17	3	6				7		<p>1-9-21-19-3-4-18-20-5-17-7-2-8-6</p>											
	20	21																														
19	1	4	8																													
18	2	5	9																													
17	3	6																														
		7																														
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td></td><td>15</td></tr> <tr><td></td><td>28</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>	1	4	8	12	2	5	9		3	6	10	14		7		15		28			<p>1-9-15-28-3-4-10-12-5-14-7-2-8-6</p>											
1	4	8	12																													
2	5	9																														
3	6	10	14																													
	7		15																													
	28																															
<table border="1"> <tr><td></td><td>20</td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>		20	21		19	1	4	8	12	18	2	5	9		17	3	6	10				7			<p>1-9-3-19-21-12-10-4-18-20-5-17-7-2-8-6</p>							
	20	21																														
19	1	4	8	12																												
18	2	5	9																													
17	3	6	10																													
		7																														
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>			21		19	1	4	8	12		2	5	9	13		3	6	10	14			7	11		<p>1-9-3-19-21-12-10-4-13-11-5-14-7-2-8-6</p>							
		21																														
19	1	4	8	12																												
	2	5	9	13																												
	3	6	10	14																												
		7	11																													
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td><td>26</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>28</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>18 格/迴圈 1 條</p>			21	22		19	1	x	8	12		2	5	9	13		3	6	10	14	26			7	11				28			<p>1-9-21-19-3-28-10-12-26-11-13-22-5-14-7-2-8-6</p>
		21	22																													
19	1	x	8	12																												
	2	5	9	13																												
	3	6	10	14	26																											
		7	11																													
		28																														


(3) 格子編號 7 與 2

棋盤格	連通圖
-----	-----

	1		8
	2	5	9
17	3	6	10
		7	11
		28	

12 格/迴圈 1 條


1-9-7-17-5-11-3-28-10-2-8-6



	1	4	8
18	2	5	9
17	x	6	10
	16	7	

12 格/迴圈 1 條


1-9-7-17-5-16-18-4-10-2-8-6



	20		
	1		8
18	2	5	9
17	x	6	10
	16	7	

12 格/迴圈 1 條


1-9-7-17-5-20-18-16-10-2-8-6



		21		
19	1	4	8	12
		2	5	9
17	3	6	10	
		7		

14 格/迴圈 1 條


1-9-7-17-5-19-3-4-10-12-21-2-8-6



	20	21		
	1	x	8	12
18	2	5	9	
17	x	6	10	
	16	7		


14 格/迴圈 1 條

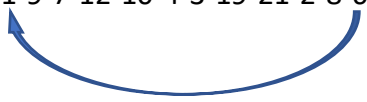

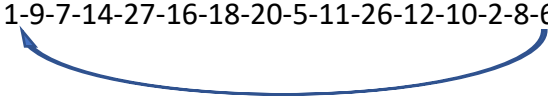


1-9-7-17-5-20-18-16-10-12-21-2-8-6



			22	
	1		8	
	2	5	9	13
17	3	6	10	
		7	11	
		28		

1-9-7-17-22-13-11-3-28-10-2-8-6



<p>14 格/迴圈 1 條</p>																															
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>			21			19	1	4	8	12			2	5	9	17	3	6	10				7			<p>1-9-7-12-10-4-3-19-21-2-8-6</p> 					
		21																													
19	1	4	8	12																											
		2	5	9																											
17	3	6	10																												
		7																													
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>6</td><td>x</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p>14 格/迴圈 1 條</p>			21	22		19	1	x	8				2	5	9			3	6	x			7	11		<p>1-9-7-14-5-22-13-11-3-19-21-2-8-6</p> 					
		21	22																												
19	1	x	8																												
		2	5	9																											
		3	6	x																											
		7	11																												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>20</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>16</td><td>7</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>27</td><td></td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>			20					1	8	12	18	2	5	9				6	10	14			16	7	11				27		<p>1-9-7-14-27-16-18-20-5-11-26-12-10-2-8-6</p> 
		20																													
		1	8	12																											
18	2	5	9																												
		6	10	14																											
		16	7	11																											
			27																												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>22</td><td>23</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>17</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td>25</td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>			22	23				1	4	8			2	5	9	17	3	6	10	13			7	11	25	<p>1-9-7-17-5-22-13-11-3-4-23-25-10-2-8-6</p> 					
		22	23																												
		1	4	8																											
		2	5	9																											
17	3	6	10	13																											
		7	11	25																											
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td>10</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>16</td><td>7</td><td>14</td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>			21	22				1	4	8	18	2	5	9	12			6	10	13			16	7	14	<p>1-9-7-14-5-22-13-4-18-16-10-12-21-2-8-6</p> 					
		21	22																												
		1	4	8																											
18	2	5	9	12																											
		6	10	13																											
		16	7	14																											

<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>7</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>28</td><td>27</td></tr> </table> <p>18 格/迴圈 1 條</p>			21	22	19	1	x	8		2	5	9	13		3	6	10	14		16	7	11			28	27	<p>1-9-7-14-27-16-10-28-3-11-13-22-5-19-21-2-8-6</p>			
		21	22																											
19	1	x	8																											
	2	5	9	13																										
	3	6	10	14																										
	16	7	11																											
		28	27																											
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td>12</td><td>24</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>7</td><td>11</td></tr> </table> <p>18 格/迴圈 1 條</p>			21	22	19	1	x	8	12	24		2	5	9	13		3	6	10	14		16	7	11	<p>1-9-7-14-24-22-13-11-3-19-21-12-5-16-10-2-8-6</p>					
		21	22																											
19	1	x	8	12	24																									
	2	5	9	13																										
	3	6	10	14																										
	16	7	11																											
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>24</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td>17</td><td>x</td><td>6</td><td>x</td><td>14</td><td>26</td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>7</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>27</td></tr> </table> <p>20 格/迴圈 1 條</p>			21	22		1	4	8	12	24	18	2	5	9	13	17	x	6	x	14	26		16	7	11				27	<p>1-9-7-17-5-22-24-14-27-16-18-4-13-11-26-12-21-2-8-6</p>
		21	22																											
	1	4	8	12	24																									
18	2	5	9	13																										
17	x	6	x	14	26																									
	16	7	11																											
			27																											

(4) 格子編號 2 與 8

棋盤格	連通圖																											
<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>19</td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td><td>25</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td>10</td><td></td><td>26</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>16 格/迴圈 1 條</p>			21	22	19	1	x	8	12		2	5	9	13	25			6	10		26			7	11			<p>1-9-7-2-21-19-5-22-13-11-26-12-10-25-8-6</p>
		21	22																									
19	1	x	8	12																								
	2	5	9	13	25																							
		6	10		26																							
		7	11																									
<table border="1"> <tr><td></td><td>20</td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>7</td><td>11</td><td></td></tr> </table> <p>14 格 /迴 圈 1 條</p>		20	21			1	4	8	12	18	2	5	9	13			6					7	11		<p>1-9-7-2-21-12-5-11-13-4-18-20-8-6</p>			
	20	21																										
	1	4	8	12																								
18	2	5	9	13																								
		6																										
		7	11																									
<table border="1"> <tr><td></td><td>20</td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>x</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr> </table>		20	21			1	x	8	12	18	2	5	9				6			<p>1-9-7-2-21-12-5-16-18-20-8-6</p>								
	20	21																										
	1	x	8	12																								
18	2	5	9																									
		6																										

16 7					
12 格/迴圈 1 條					
	20	21			
19	1	4	8	12	
18	2	5	9		
	3	6			
		7			
14 格/迴圈 1 條					

1-9-7-2-21-12-5-19-3-4-18-20-8-6

之後繼續探討格子編號 2 與 8 未完成的圖形、格子編號 8 與 6、格子編號 6 與 1 的圖形路徑，限於書面篇幅關係，省略找出迴圈路徑研究過程。

小結：

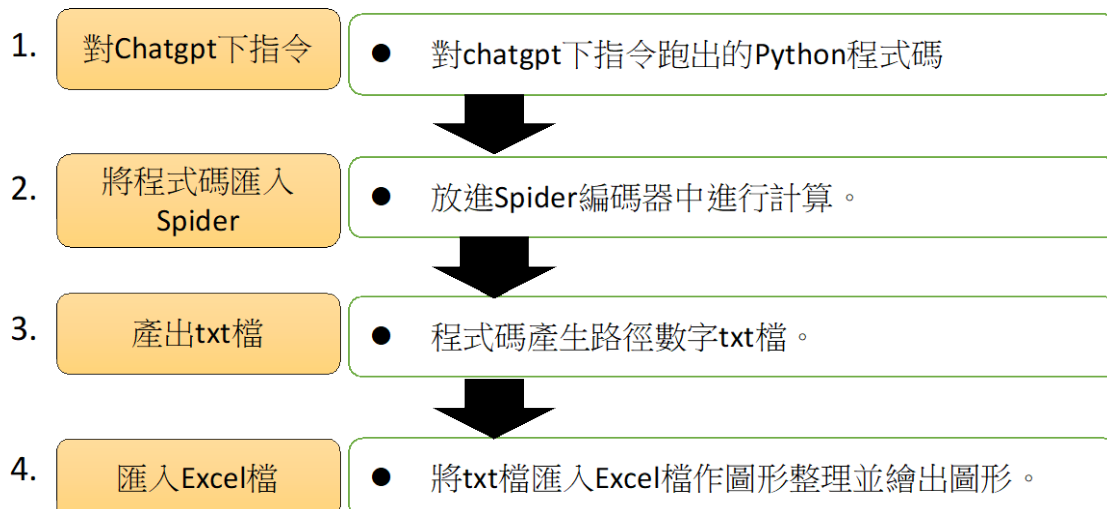
以 4X4 的格子數為中心去找出圍繞其外圍格子的迴圈時，只有原來的遊戲圖形可以形成迴圈，並且存在有多條迴圈數量。此圖形裡包括有 2 個彼此相連的迴圈而形成的圖形，而分析遊戲圖形的多條迴圈路徑中，為多個相連接的迴圈作相連接，影響不同的路徑變化。

(三) Python 程式碼

基礎圖形在棋盤格 5X5 與 6X6 時的變化，所延伸出來的圖形，需要藉由程式來確定延伸圖形數量的正確性，研究過程中發現人工方式所得到圖形較曠日費時，圖形太多無法將全部納入，所以欲利用電腦程式跑出基礎圖形所延伸的圖形與可解路徑路徑數量，後來經由一位國中資訊教師，引導我們可以經由 Chatgpt 下指令跑出 Python 程式碼。

由 Chatgpt 下指令產出適合跑出符合基礎圖形路徑的 Python 程式碼，使 Python 所產出的路徑 txt 檔匯入到 excel 檔，再由 excel 整理篩選符合遊戲規則之路徑圖形。

使用 Python 的研究步驟：



藉由嘗試 chatgpt 下指令跑出 Python 程式碼，放進 Spider 編輯器中進行計算，過程中 chatgpt 是需要不斷反覆修正指令，以找出適合跑出的程式碼結果。在 Chatgpt 中下指令 6X6 棋盤格，需要給格子編碼，以西洋棋騎士的斜日式走法，起點格子碼與終點格子碼，以 dfs 深度優先搜索法，再以匯出 txt 檔案。之後將 txt 檔匯入 excel 作篩選路徑並繪出圖形，剛開始時發現圖形有重複與未鄰邊問題，需要下指令 Chatgpt 指令跑出 Python 能刪重複的與沒有鄰邊圖形的程式碼，進行圖形篩選，圖形數量由 37000 減少到 14646 個。

Chatgpt 下指令如下：

```
有一個 6x6 的棋盤格，格子編號如下  
1 2 3 4 5 6  
7 8 9 10 11 12  
13 14 15 16 17 18  
19 20 21 22 23 24  
25 26 27 28 29 30  
31 32 33 34 35 36  
起點是 9，最後一點是 17。10、14、21、22 不能走，以西洋棋騎士走法從 9 走到 17，用 dfs 函數深度優化搜索算法，以 python 語言法將所有路徑輸出成文字檔。
```

將 Chatgpt 產生的程式碼匯入 Spider 編碼器執行，程式碼如下：

```

# 棋盤大小
BOARD_SIZE = 6

# 起點和終點
START = 9
END = 17

# 不可走的格子
BLOCKED = [10, 14, 21, 22]

# 記錄所有路徑的列表
all_paths = []

# 深度優先搜索算法
def dfs(node, path):
    # 添加當前節點到路徑中
    path.append(node)

    # 如果當前節點是終點，將路徑添加到列表中
    if node == END:
        all_paths.append(path.copy())
    else:
        # 繼續搜索
        for neighbor in get_neighbors(node):
            if neighbor not in path and neighbor not in BLOCKED:
                dfs(neighbor, path)

    # 回溯，將當前節點從路徑中移除
    path.pop()

# 獲取一個節點的所有相鄰節點
def get_neighbors(node):
    row = (node - 1) // BOARD_SIZE
    col = (node - 1) % BOARD_SIZE

    deltas = [(-2, -1), (-2, 1), (-1, -2), (-1, 2), (1, -2), (1, 2), (2, -1), (2, 1)]

    neighbors = []
    for delta in deltas:
        new_row = row + delta[0]
        new_col = col + delta[1]
        if 0 <= new_row < BOARD_SIZE and 0 <= new_col < BOARD_SIZE:
            neighbors.append(new_row * BOARD_SIZE + new_col + 1)

    return neighbors

# 執行搜索
dfs(START, [])

# 將所有路徑輸出到文件
with open('paths.txt', 'w') as f:
    for path in all_paths:
        f.write(','.join(str(node) for node in path) + '\n')

```



(四) 探討 5X5

設定一組 6 格迴圈為基礎圖形，依上述之步驟找出其延伸圖形。將程式碼設定棋盤格大小為 5x5，先以 12-19 這組開始，分別輸入起點 12 與終點 19，不可走格子為 8、9、15、18 按執行，輸出 txt 檔找出可能的迴圈路徑，再匯入 Excel 作整理。依此類推尋找其他五組 19-8、8-15、15-18、18-9、9-12 的可能迴圈路徑。以下 6 組各取其中兩路徑作呈現。


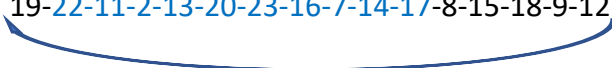
棋盤格					說明
1	2	3	4	5	<p>12-19-8-15-18-9</p>
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
基礎圖形					

分別探討在 12-19、19-8、8-15、15-18、18-9、9-12 的圖形。

(1) 格子編號 12 與 19

棋盤格					連通圖
1	2	3	4	5	<p>12-23-20-13-22-19-8-15-18-9</p> 
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
10 格/迴圈 1 條					
1	2	3	4	5	<p>12-23-16-7-14-17-6-3-10-13-2-11-22-19-8-15-18-9</p> 
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
18 格/迴圈 1 條					

(2) 格子編號 19 與 8

棋盤格					連通圖
1	2	3	4	5	<p>19-10-3-6-13-2-11-8-15-18-9-12</p> 
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
12 格/迴圈 1 條					
1	2	3	4	5	<p>19-22-11-2-13-20-23-16-7-14-17-8-15-18-9-12</p> 
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
16 格/迴圈 1 條					

(3) 格子編號 8 與 15

棋盤格	連通圖
-----	-----

1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
14 格/迴圈 1 條					
1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
16 格/迴圈 1 條					

8-11-22-13-16-7-14-17-24-15-18-9-12-19

8-5-14-3-6-17-24-13-16-7-4-15-18-9-12-19

(4) 格子編號 15 與 18

棋盤格					連通圖
1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
14 格/迴圈 1 條					
1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
16 格/迴圈 1 條					

15-24-17-14-23-20-13-22-11-18-9-12-19-8

15-4-7-14-3-6-17-24-13-2-11-18-9-12-19-8

(5) 格子編號 18 與 9

棋盤格					連通圖
1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
12 格/迴圈 1 條					

18-25-14-3-10-13-20-9-12-19-8-15

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

16 格/迴圈 1 條

18-11-22-13-6-3-14-7-16-23-20-9-12-19-8-15

(6) 格子編號 9 與 12

棋盤格	連通圖																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table> <p>10 格/迴圈 1 條</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>9-2-13-10-3-12-19-8-15-18</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table> <p>18 格/迴圈 1 條</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>9-2-11-22-13-4-7-14-17-6-3-12-19-8-15-18</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

小結：


棋盤格數量	圖形數量	可解路徑數量
8 格	0	0
10 格	12	1-1
12 格	75	1-3
14 格	104	2-13
16 格	94	2-26
18 格	22	4-59
20 格	0	0

p.s 圖形數量表示各基礎圖形以棋盤格數量作分類的統計數量，可解路徑代表在相同棋盤格數中至少 1 條可解路徑至最多條可解路徑數


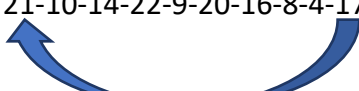
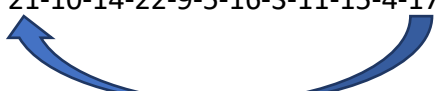
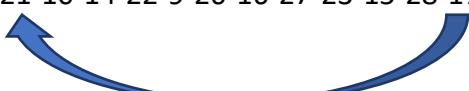
棋盤格數量 8 格的有 0 個、10 格的有 12 個、12 格的有 75 個、14 格的有 104 個、16 格有 94 個、18 格有 22 個、20 格有 0 個。可以路徑數量指每個棋盤格圖形皆有 1 條至多條可解路徑數量，在 10 格的可解路徑數量為 1 條、在 12 格的可解路徑數量為 3 條、在 14 格的可解路徑數量為 2-13 條、在 16 格的可解路徑數量為 2-26 條、在 18 格的可解路徑數量 4-59 條。

(五) 探討 6X6

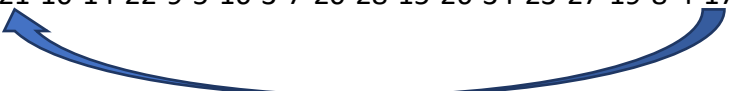

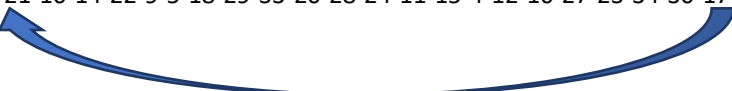

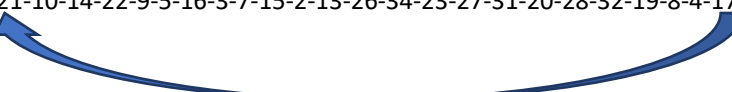
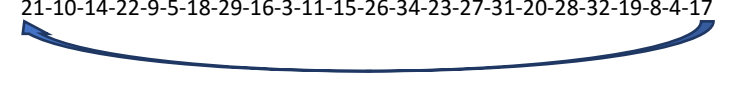
如果以 5X5 的 6 格基礎圖形作為 6X6 的基礎圖形時，由於路徑數量太多僅以格子編號 9-17 作為其延伸圖形，刪除不鄰邊圖形以符合圖形原則。以基礎圖形的格 9-17 的延伸圖形。

棋盤格						連通圖
1	2	3	4	5	6	<p>9-17-21-10-14-22</p> 
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
基礎圖形						

以基礎圖形的編號格 9-17 作延伸圖形分別列出 10 格、12 格、14 格、16 格、18 格、20 格、22 格、24 格、26 格、28 格、30 格、32 格之圖形。

棋盤格						連通圖
1	2	3	4	5	6	<p>21-10-14-22-9-5-16-8-4-17</p> 
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
10 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	<p>21-10-14-22-9-20-16-8-4-17</p> 
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
10 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	<p>21-10-14-22-9-5-16-3-11-15-4-17</p> 
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
12 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	<p>21-10-14-22-9-20-16-27-23-15-28-17</p> 
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
12 格/迴圈 1 條						

1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-3-11-15-23-12-4-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
14 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-13-26-15-19-8-16-20-28-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
14 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-20-7-3-11-15-19-27-16-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
16 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-13-26-15-28-20-16-27-19-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
16 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-15-23-27-19-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
18 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-16-8-19-27-23-15-11-3-7-20-28-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
18 格/迴圈 1 條						

1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
20 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-15-26-34-23-27-19-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
20 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-13-26-15-28-32-19-27-31-20-33-29-16-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
22 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-28-24-11-15-4-12-16-27-23-34-30-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
22 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-28-15-26-34-23-27-35-24-16-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
24 格/迴圈 2 條						21-10-14-22-9-5-16-3-7-15-2-13-26-34-23-27-31-20-28-32-19-8-4-17 21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-31-27-23-34-26-13-2-15-28-32-19-8-4-17
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
24 格/迴圈 1 條						21-10-14-22-9-5-18-29-16-3-11-15-26-34-23-27-31-20-28-32-19-8-4-17

1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-32-19-27-35-24-11-15-2-13-26-34-23-12-4-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
26 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-32-19-8-4-12-23-27-35-24-11-15-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
26 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-32-19-8-4-12-23-27-35-24-11-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
28 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-3-7-20-28-36-23-12-4-8-19-27-35-24-11-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
28 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-29-33-20-7-3-11-24-35-27-19-32-28-36-23-12-4-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
30 格/迴圈 1 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-16-29-33-20-7-3-11-24-35-27-19-8-4-12-23-36-28-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
30 格/迴圈 1 條						

1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-35-24-11-3-16-12-23-36-28-32-19-8-4-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-35-24-11-3-16-8-19-32-28-36-23-12-4-15-2-13-26-34-30-17
13	14	15	16	17	18	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-35-24-11-3-16-8-4-12-23-36-28-32-19-15-2-13-26-34-30-17
19	20	21	22	23	24	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-35-24-11-3-16-12-4-8-19-32-28-36-23-15-2-13-26-34-30-17
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
32 格/迴圈 4 條						
1	2	3	4	5	6	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-19-32-28-36-23-12-4-8-16-24-11-3-7-15-2-13-26-34-30-17
7	8	9	10	11	12	21-10-14-22-9-5-18-29-33-20-31-27-23-36-28-32-19-8-4-12-16-24-11-3-7-15-2-13-26-34-30-17
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
32 格/迴圈 2 條						

統計各圖形數量如下：

棋盤格數量	圖形數量	可解路徑
8 格	0	0
10 格	2	1
12 格	16	1
14 格	81	1-2
16 格	205	1-2
18 格	883	1-4
20 格	2036	1-16
22 格	3330	1-30
24 格	3681	1-34
26 格	2705	1-24
28 格	1279	1-18
30 格	311	1-14
32 格	6	1-12

棋盤格數量 8 格的有 0 個、10 格的有 2 個、12 格的有 16 個、14 格的有 81 個、16 格有 205 個、18 格有 883 個、20 格有 2036 個、22 格有 3330 個、24 格有 3681 個、26 格有 2705 個、28 格有 1279 個、30 格有 311 個、32 格有 6 個。可以路徑數量指每個棋盤格圖形皆有 1 條至多條可解路徑數量，在 10 格的可解路徑數量為 1 條、在 12 格的可解路徑數量為 1 條、在 14 格的可解路徑數量為 1-2 條、在 16 格的可解路徑數量為 1-2 條、在 18 格的可解路徑數量 1-4 條、在 20 格的可解路徑數量為 1-16 條、在 22 格的可解路徑數量為 1-30 條、在 22 格的可解路徑數量為 1-30 條、在 24 格的可解路徑數量為 1-34 條、在 26 格的可解路徑數量為 1-24 條、在 28 格的可解路徑數量為 1-18 條、在 30 格的可解路徑數量為 1-14 條、在 32 格的可解路徑數量為 1-12 條。

(六) 探討可解路徑之規律性

由基礎圖形的棋盤格兩兩一組出發的延伸圖形，所延伸出的圖形中，其格子數量愈少愈不易出現重覆的圖形，在格子數量接近整個棋盤格時，相同格子數圖形存在不同順序的可解路徑。

在整理路徑過程中，發現程式碼輸出圖形的路徑只要排列組合不同，但格子號碼同時表示是相同圖形，在各種不同圖形中，每個圖形的可解路徑數量皆不同，試圖找出圖形中有多條可解路徑的數量的規律性。

1. 在 15-18(50)有 2 條可解路徑，裡面的 1 條主迴圈與 2 條次迴圈。

棋盤格圖形	可解路徑																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>15-4-7-14-3-6-13-2-11-18-9-12-19-8 15-4-13-6-3-14-7-18-11-2-9-12-19-8</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

2. 在 15-18(118)圖形有 4 條可解路徑，裡面的 1 主迴圈與 2 條次迴圈。

棋盤格圖形	可解路徑																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>15-4-7-14-3-6-17-24-13-2-11-18-9-12-19-8 15-4-13-24-17-6-3-14-7-18-11-2-9-12-19-8 15-24-17-6-3-14-7-4-13-2-11-18-9-12-19-8 15-24-17-14-3-6-13-4-7-18-11-2-9-12-19-8</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

3. 在 15-18(117)圖形有 6 條可解路徑，裡面的 1 主迴圈與 2 條次迴圈。

棋盤格圖形	可解路徑																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>15-18-9-20-13-24-17-14-23-12-19-22-11-8 15-18-11-22-13-24-17-14-23-20-9-12-19-8 15-24-13-20-9-18-11-22-19-12-23-14-17-8 15-24-17-14-23-12-19-22-13-20-9-18-11-8 15-24-17-14-23-20-13-22-11-18-9-12-19-8 15-24-17-14-23-20-13-22-19-12-9-18-11-8</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

4. 在 12-19(124)滿格圖形有 13 條可解路徑，裡面的 1 主迴圈與 3 條次迴圈。

棋盤格圖形	可解路徑																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	<p>12-3-6-17-14-7-16-23-20-13-2-11-22-19-8-15-18-9 12-3-6-17-14-7-16-23-20-13-22-19-8-15-18-11-2-9 12-3-6-17-14-7-18-15-8-19-22-11-2-13-16-23-20-9 12-3-6-17-14-23-16-7-18-15-8-19-22-11-2-13-20-9 12-3-6-17-14-23-20-13-16-7-18-15-8-19-22-11-2-9 12-3-14-17-6-13-2-11-22-19-8-15-18-7-16-23-20-9 12-3-14-17-6-13-20-23-16-7-18-15-8-19-22-11-2-9 12-19-22-11-2-13-6-3-14-17-8-15-18-7-16-23-20-9 12-19-22-11-2-13-16-7-18-15-8-17-6-3-14-23-20-9</p>
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

	12-19-22-11-2-13-20-23-16-7-14-3-6-17-8-15-18-9 12-19-22-11-18-15-8-17-6-3-14-7-16-23-20-13-2-9 12-19-22-13-2-11-18-15-8-17-6-3-14-7-16-23-20-9 12-19-22-13-20-23-16-7-14-3-6-17-8-15-18-11-2-9
--	--

5. 在 15-18(166)滿格圖形有 6 條可解路徑，裡面的 2 主迴圈與 2 條次迴圈。

棋盤格圖形	可解路徑																									
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	15-4-7-16-23-14-3-6-17-24-13-2-11-18-9-12-19-8 15-4-13-24-17-6-3-14-23-16-7-18-11-2-9-12-19-8 15-24-17-6-3-14-23-16-7-4-13-2-11-18-9-12-19-8 15-24-17-6-3-14-23-16-13-4-7-18-11-2-9-12-19-8
1	2	3	4	5																						
6	7	8	9	10																						
11	12	13	14	15																						
16	17	18	19	20																						
21	22	23	24	25																						

小結：

由可解路徑的顏色標示，可解路徑皆此方式去達到多條可解路徑數量之規律性。目前找到最多可解路是 59 條，其規律性為主迴圈有 1 條至多條，每個主迴圈都有變化的 2 條次迴圈組合而來。

肆、研究結果與討論

一、研究結果

(一) 整理 5X5、6X6 棋盤格

5X5 分別以 8 格正方形與 6 格為基礎圖形所作延伸圖形；6X6 以 6 格為基礎圖形所延伸圖形。6X6 以格子編號 7-19 所延伸圖形作數量統計。

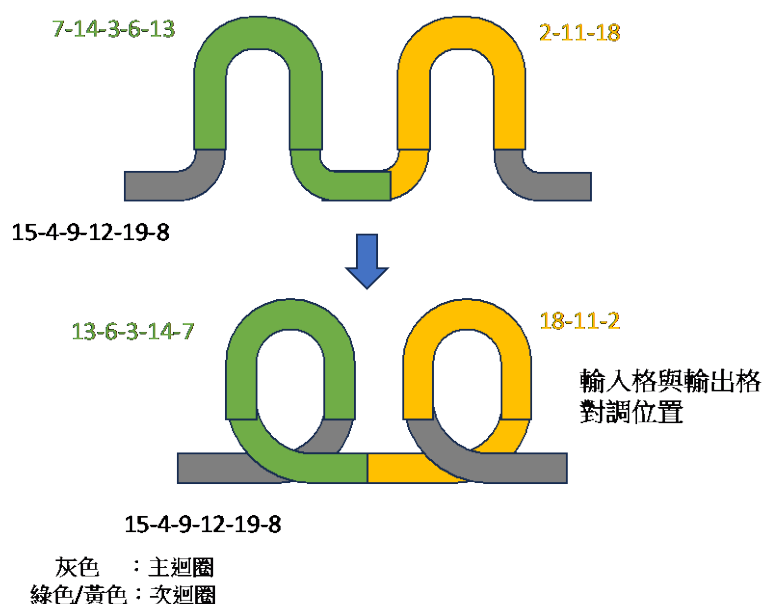
棋盤格	5X5										6X6(7-19)					
	17	18	19	20	21	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6
基礎圖形	16	3	5	8	22	6	7	8	9	10	7	8	9	10	11	12
	15	2	9	7	23	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18
	14	1	4	6	24	16	17	18	19	20	19	20	21	22	23	24
	13	12	11	10	25	21	22	23	24	25	25	26	27	28	29	30
											31	32	33	34	35	36
棋盤格數量	圖形數量		可解路徑數量		圖形數量		可解路徑數量		圖形數量		可解路徑數量					
8 格	1		1		0		0		0		0					
10 格	1		1		12		1		2		1-1					
12 格	7		1		74		1-3		16		1-1					
14 格	5		1		104		2-13		81		1-2					
16 格	0		0		94		2-26		205		1-2					
18 格	0		0		22		4-59		883		1-4					
20 格	0		0		0		0		2036		1-16					
22 格	0		0		0		0		3330		1-30					
24 格	0		0		0		0		3681		1-34					
26 格									2705		1-24					
28 格									1279		1-18					
30 格									311		1-14					
32 格									6		1-12					
總合	14				306				14535							

p.s 圖形數量表示各基礎圖形以棋盤格數量作分類的統計數量，可解路徑代表在相同棋盤格數中至少 1 條可解路徑至最多條可解路徑數量。

5X5 以 8 格基礎圖形其延伸圖形總共有 14 個、5X5 以 6 格基礎圖形其延伸圖形數量總共有 306 個、6X6 以 6 格基礎圖形在 7-19 所延伸圖形數量總共有 14535 個（其中包含未刪除沒有鄰邊的圖形）。

(二) 多條可解路徑之規律性

15-18(50)有2條可解路徑解析：
15-4-7-14-3-6-13-2-11-18-9-12-19-8
15-4-13-6-3-14-7-18-11-2-9-12-19-8



多條可解路徑規律性

可解路徑數量有多條可解路徑之規律性，其規律性為主迴圈有 1 條至多條，其主迴圈變化搭配 2 條次迴圈組合而來。

二、研究討論

1. 發現所有的棋盤格數量為偶數無奇數，推測迴圈進出成對所以棋盤格數量均為偶數。
2. 使用 Python 加入基礎圖形中，幫助找出此基礎圖形下完整的圖形與數量，但棋盤格數量愈多所以不鄰邊的圖形愈多，例如在 4X4 時不同的基礎圖形就是接近滿版圖形，棋盤格並不會完全被填滿，而遊戲棋盤格是個 4X4 近滿版的棋盤格有 6X6 可解路徑。
3. 發現固定以連通圖中的相鄰格子為一組發展延伸圖形，不同位置的延伸圖形在未滿版情況下，圖形的重覆性低，但圖形延到最後接近滿版時，即發生圖形相同路徑不同圖形，可看作是圖形的可解路徑，在 4X4 的滿版格數是 14 格，5X5 的滿版格數是 18 格，6X6 的滿版格數是 32 格，皆存在有 1 至多條可解路徑。
4. 在 6X6 的棋盤格檢驗時發現其路徑是以鏡射方法產出，例如有一個 a 點與 b 點是對稱的，然後 c 點可以同時走到 a 點與 b 點，那麼 c 點走到 a 點的路徑把它倒過來變成 c 點走到 b 點的路徑，反過來時就是可以寫出新路徑。

伍、未來展望

希望能夠找到其他符合研究目的圖形之研究方法。

陸、參考文獻資料

黃楷宸、林子濠、方晨熙、李公云（2020）。中華民國第 60 屆中小學科學展覽會作品說明書 --CrazyKnights。

【評語】 080403

本研究嘗試延伸「騎士過城堡」電腦遊戲，運用騎士的走法，在 5x5 與 6x6 的棋盤範圍內，以基礎圖形向外擴張的方法探討符合研究條件的棋盤格有哪些圖形與數量，並找出圖形中具多條可解路徑之規律性。作者找出兩種基本迴路，以此為研究架構，並加深研究其他迴路。由於騎士問題是一個古老的問題，歷屆作品中有不少的研究，要有創新，需要花點心思；此外，程式的設計是本研究重要的核心，相對的數學脈絡與推演，亦應有適當的探索。

作品海報

研究動機

這是款棋盤格電腦遊戲，騎士需要跳過兩座城堡中間的棋盤格才能過關，但遊戲中的棋盤格僅此一個，想要設計其他具有相同破關規則的圖形，作為遊戲關卡的延伸，找出各種起點回到起點棋盤格可能性。

研究工具與設備

- ◆ 筆記本、筆（記錄遊戲過程）。
- ◆ Word、Ppt（書面製作及繪圖）。
- ◆ ChatGPT、Spyder、Excel（AI生成與後製）

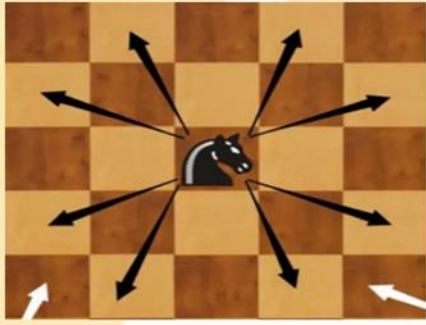
連通圖基礎原理

圖形中點與點之間的連線，與頂點與邊的连接關係正確，即使圖形不同，圖論上的本質是相同的。

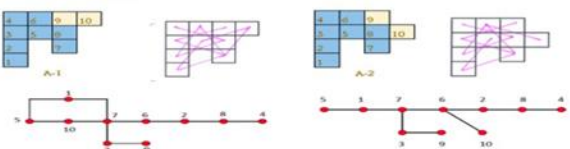


騎士走法與圖形條件

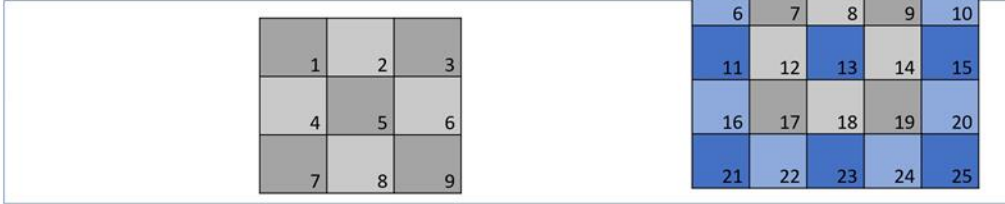
- ◆ 騎士在棋盤格中可移動的8個位置。
- ◆ 圖形符合鄰邊條件，格子之間為相鄰邊。



【猜測與實驗一】連接連通圖上的不相連接的點



【猜測與實驗二】排列組合圖形外圍格子



研究目的

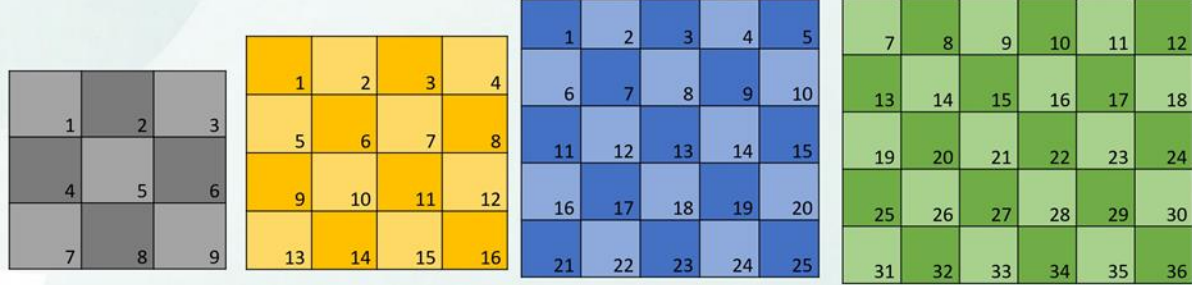
- ◆ 探討起點回到起點的棋盤格有哪些圖形？
- ◆ 圖形中具多條可解路徑之規律性？

研究方法

【基礎圖形擴張法】制定一個迴圈路徑，以迴圈路徑上兩兩相鄰格子為單位向外延伸次迴圈的路徑圖形。

研究範圍

- ◆ 棋盤格3X3、4X4、5X5與6X6。



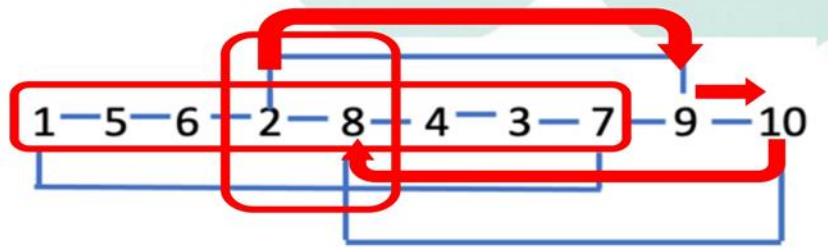
研究工具輔助



研究歷程

【解構路徑】分析圖形

在迴圈路徑中，起點回到起點圖形規律性通常是由2條迴圈交集，以其中一條迴圈路徑的相鄰兩格子可以連接並且跑完另外一條迴圈路徑，即可以形成起點回到起點圖形。



7-4-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形10格

7-4-13-2-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-16-13-2-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-16-13-22-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-4-13-22-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

基礎圖形

7-18-9-12-19-8-17-14

7-16-13-4-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-16-13-24-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-16-23-20-13-22-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

7-4-13-24-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形12格

7-16-23-20-13-4-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

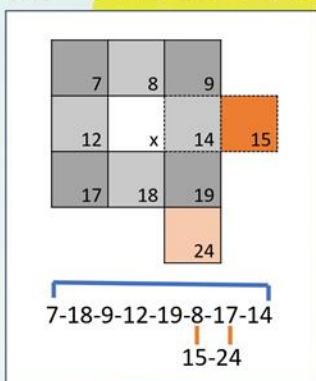
7-16-23-20-13-2-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

7-4-15-24-13-2-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

7-4-15-24-13-22-11-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

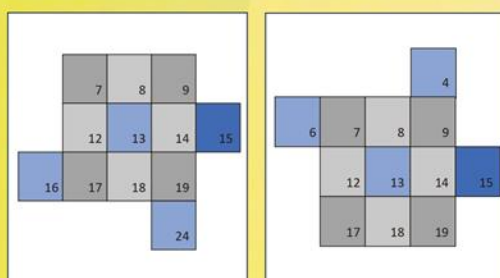
7-16-23-20-13-24-15-18-9-12-19-8-17-14
5X5延伸圖形14格

【發現一】外圍格子與基礎圖形之關係



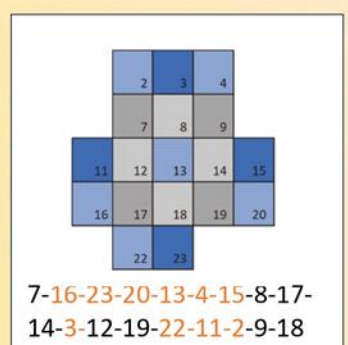
增加的格子數量需要是偶數，而且增加在相鄰兩格之間與主要迴圈形成次迴圈。即可以環繞圖形外圍格子。

【發現二】對稱圖形

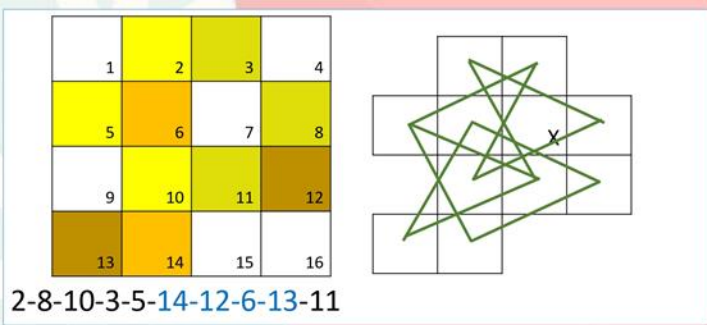


因為延伸方向不同而產生對稱圖形，此研究針對重複圖形與未鄰邊圖形加以篩選。

【發現三】其他解法

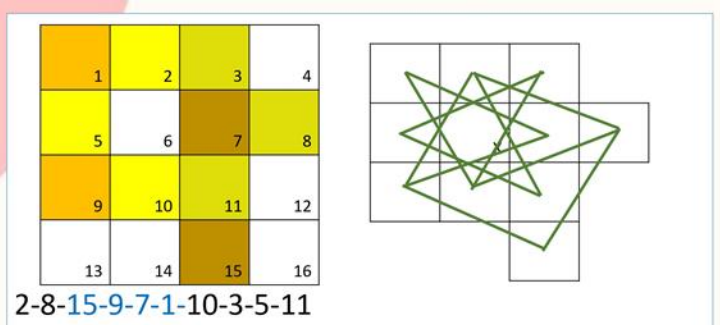


在不規則情況下，可以排列出的外圍格子並且符合起點回到起點圖形。



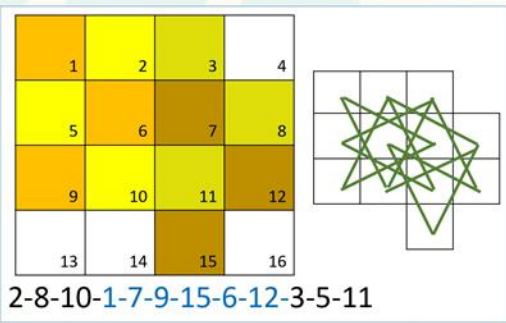
2-8-10-3-5-14-12-6-13-11

4X4延伸圖形10格有6個



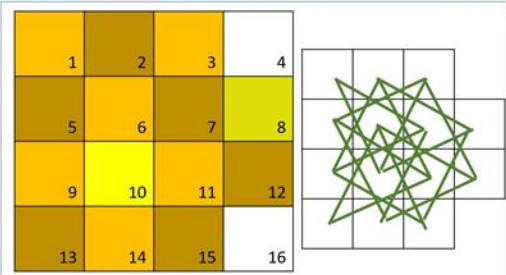
2-8-15-9-7-1-10-3-5-11

4X4延伸圖形10格有6個



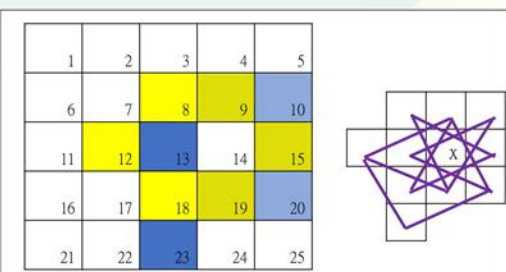
2-8-10-1-7-9-15-6-12-3-5-11

4X4延伸圖形12格有9個



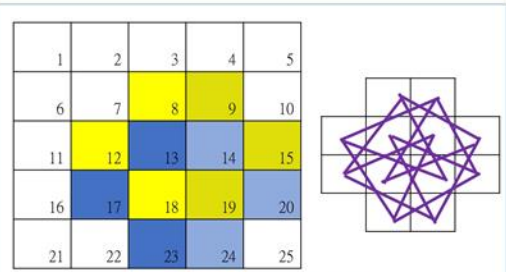
10-1-7-14-5-3-12-6-13-11-2-9-15-8

4X4延伸圖形14格有1個



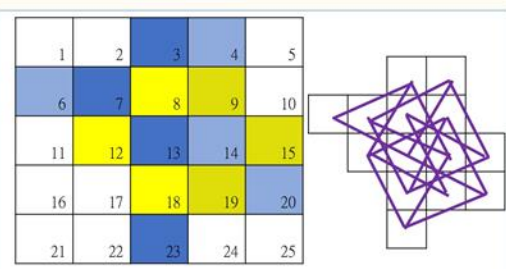
12-23-20-13-10-19-8-15-18-9

5X5延伸圖形10格有12個



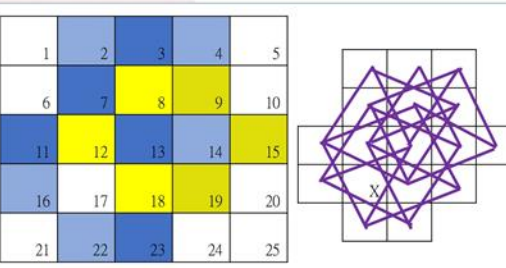
12-19-8-17-14-23-20-13-24-15-18-9

5X5延伸圖形12格有74個



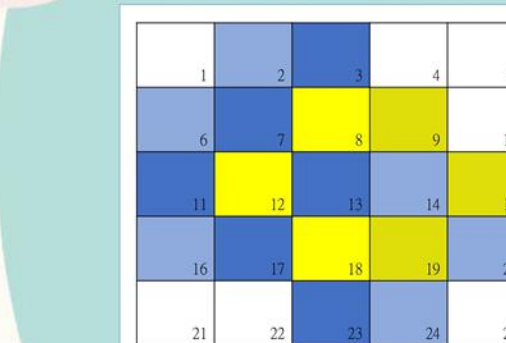
12-19-8-15-18-7-4-13-6-3-14-23-20-9

5X5延伸圖形14格有104個



12-3-14-23-16-7-4-13-2-11-22-19-8-15-18-9

5X5延伸圖形16格有94個



12-19-8-11-2-13-20-23-16-7-14-3-6-17-24-15-18-9

5X5延伸圖形18格有22個

基礎圖形

4x4

2-8-10-3-5-11

5x5

12-19-8-15-18-9

延伸圖形計算過程

1-9

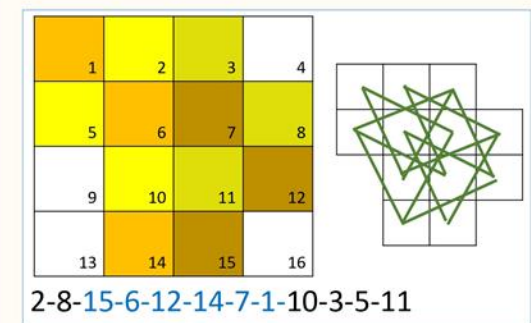
```

1- 22- 24
13- 11- 5- 19- 3-
4- 3-
5- 20- 18- 4-
19- 3- 4-
12- 10- 4-
16- 18- 4-
17- 5- 19- 3-
10- 12- 21-
10- 12- 26- 11- 3- 28- 10- 16- 27- 14- 24-
    
```

3
2
4
5
6
7
1

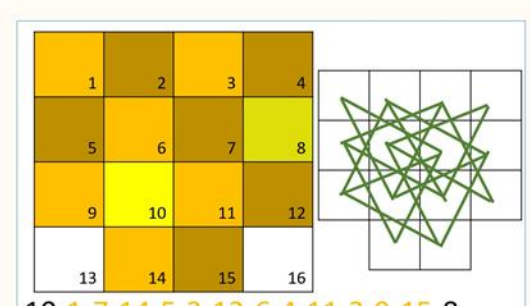
延伸圖形數量

圖示	9	8 9	8 15
	12	18 19	18
5X5	12-19/9-12	19-8/18-9	8-15/15-18
未篩選	127	156	177
未鄰邊	62	66	57
重複圖	2	7	7
篩選後	63	83	113



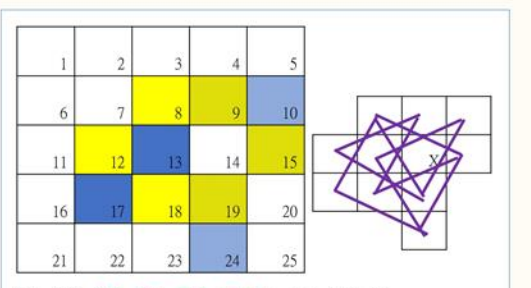
2-8-15-6-12-14-7-1-10-3-5-11

4X4延伸圖形12格有9個



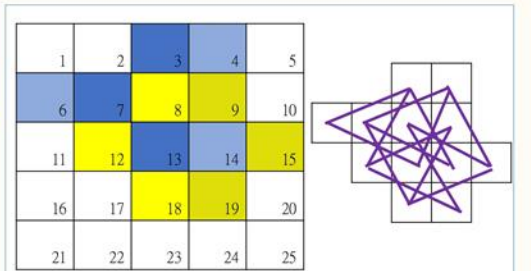
10-1-7-14-5-3-12-6-4-11-2-9-15-8

4X4延伸圖形14格有1個



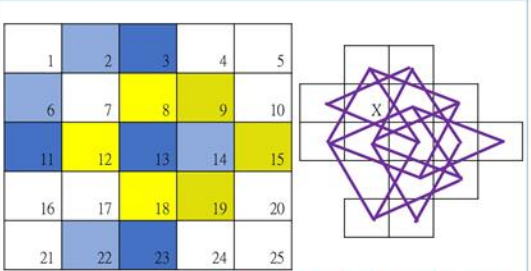
12-19-10-13-24-17-8-15-18-9

5X5延伸圖形10格有12個



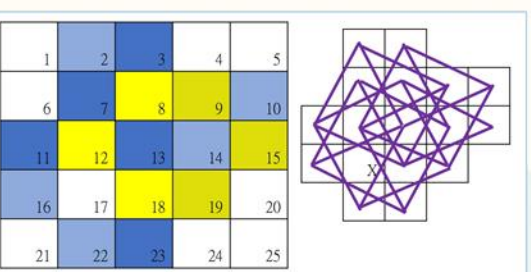
12-19-8-15-4-13-6-3-14-7-18-9

5X5延伸圖形12格有74個



12-19-8-15-18-9-2-11-22-13-6-3-14-23

5X5延伸圖形14格有104個



12-19-8-15-18-7-16-23-14-3-10-13-22-11-2-9

5X5延伸圖形16格有94個

左右對稱

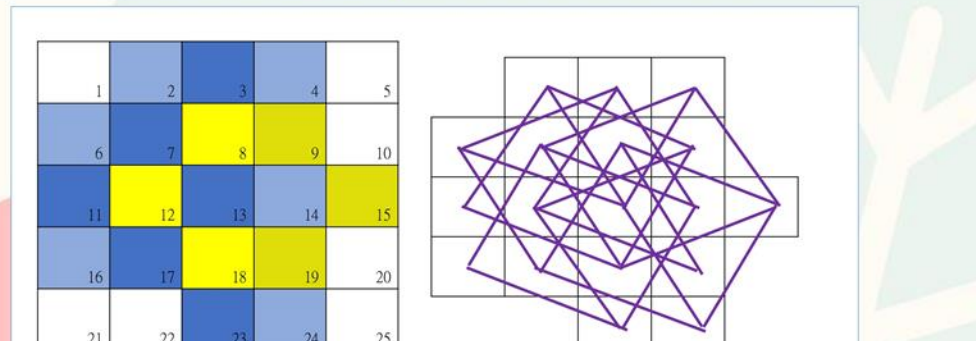
上下對稱

未鄰邊圖形

5X5滿格(18格)可解路徑數量

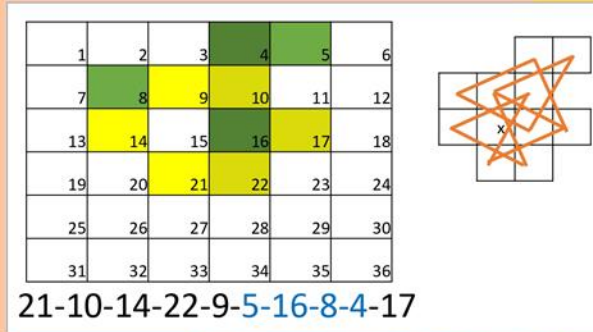
有4條可解路徑

有13條可解路徑

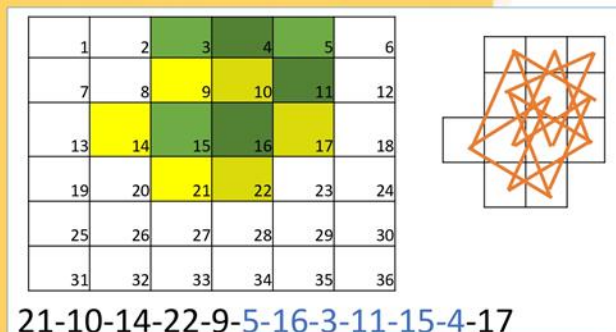


12-19-8-15-4-7-16-23-14-3-6-17-24-13-2-11-18-9

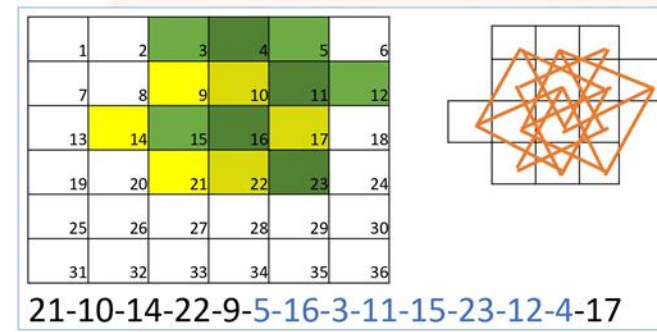
5X5延伸圖形18格有22個



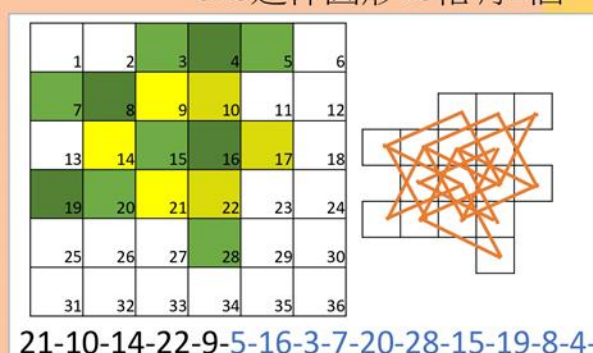
6X6延伸圖形10格有2個



6X6延伸圖形12格有16個



6X6延伸圖形14格有81個

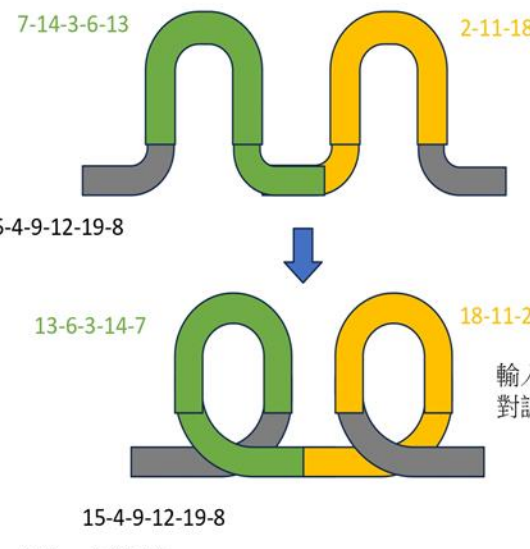


6X6延伸圖形16格有205個

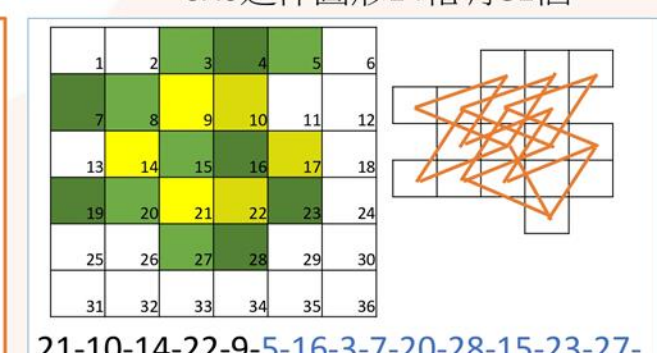


多條可解路徑解的規律性

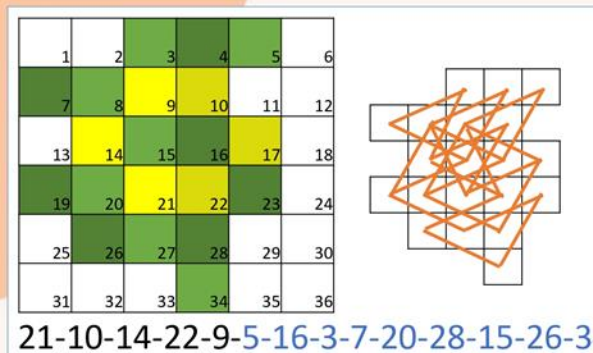
15-18(50)有2條可解路徑解析：
 15-4-7-14-3-6-13-2-11-18-9-12-19-8
 15-4-13-6-3-14-7-18-11-2-9-12-19-8



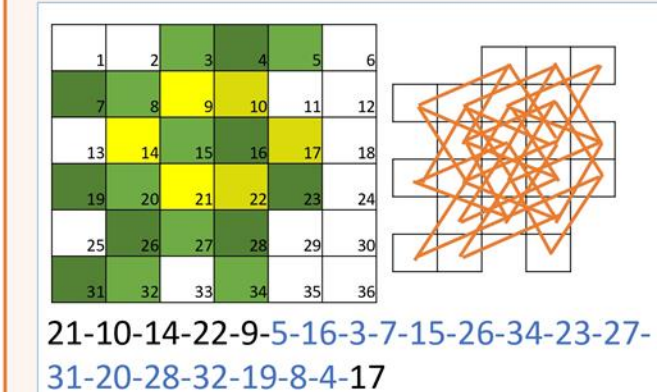
灰色：主迴圈
 綠色/黃色：次迴圈



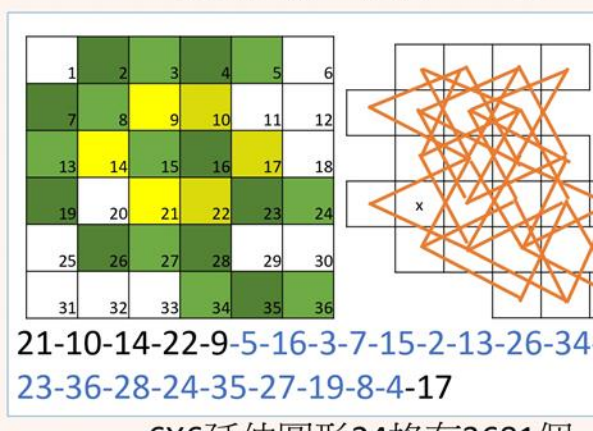
6X6延伸圖形18格有883個



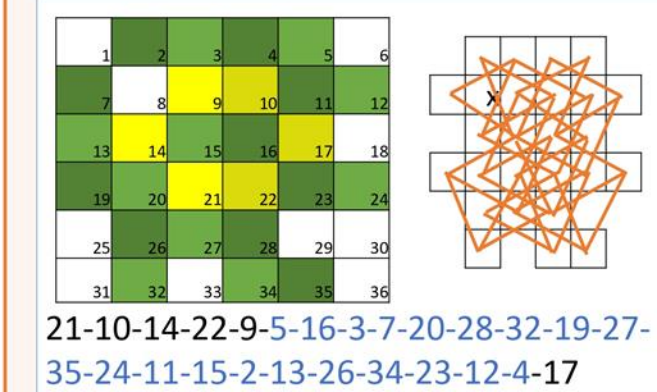
6X6延伸圖形20格有2036個



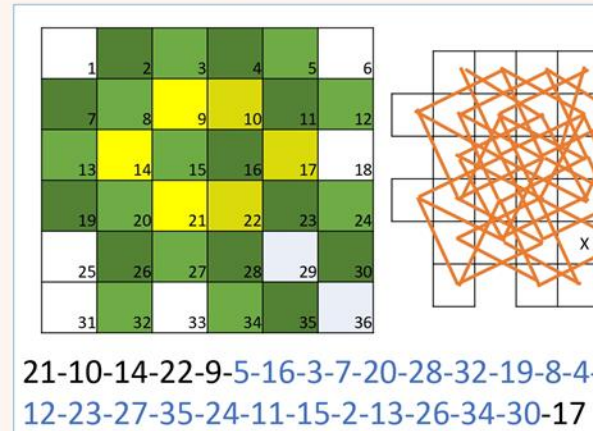
6X6延伸圖形22格有3330個



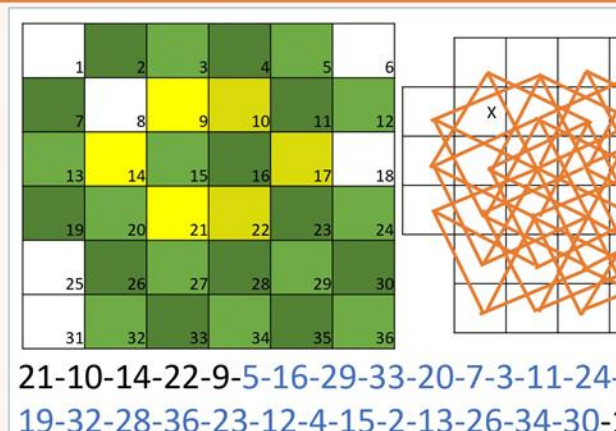
6X6延伸圖形24格有3681個



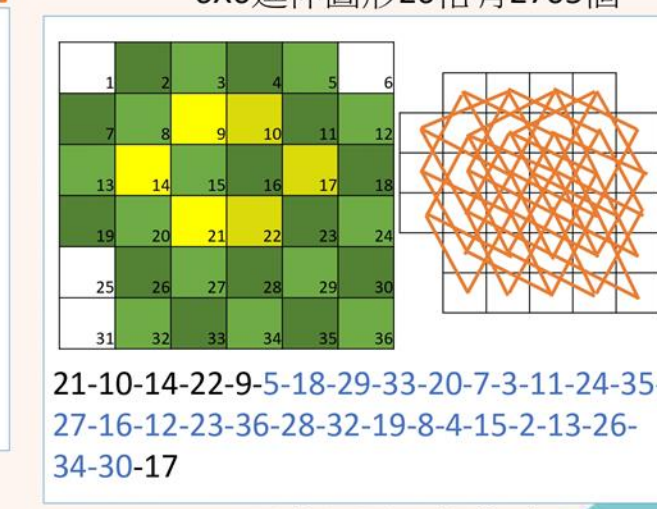
6X6延伸圖形26格有2705個



6X6延伸圖形28格有1279個



6X6延伸圖形30格有311個



6X6延伸圖形32格有6個

研究結果

棋盤格	3X3		4X4		5X5		6X6(9-17)			
基礎圖形										
棋盤格數量	圖形數量	可解路徑數量	圖形數量	可解路徑數量	圖形數量	可解路徑數量	圖形數量	可解路徑數量	圖形數量	可解路徑數量
8 格	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
10 格			6	1-5	1	1	12	1	2	1-1
12 格			9	1-9	7	1	74	1-3	16	1-1
14 格			0	0	5	1	104	2-13	81	1-2
16 格					0	0	94	2-26	205	1-2
18 格					0	0	22	4-59	883	1-4
20 格					0	0	0	0	2036	1-16
22 格					0	0	0	0	3330	1-30
24 格					0	0	0	0	3681	1-34
26 格									2705	1-24
28 格									1279	1-18
30 格									311	1-14
32 格									6	1-12
總合	1	1	15		14		306		14535	

研究討論

- ◆ 棋盤格子數量均為偶數
進出迴圈格子成對使棋盤格子數量均為偶數。
- ◆ 不鄰邊圖形
棋盤格愈大，格子獨立於主要圖形之外的情況愈多。

- ◆ 各棋盤格滿版數量
4X4的滿版是14格，5X5的滿版是24格，6X6的滿版是32格，皆存在有1至多條可解路徑數量。
- ◆ 可解路徑數量
圖形愈接近滿版時，發現棋盤格數量相同但可解路徑數量不同。

參考文獻：
 黃楷宸、林子濠、方晨熙、李公云（2020）。Crazy Knights. 中華民國第60屆 中小學科學展覽會作品說明書國小組數學科。