

中華民國第 63 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

第三名

030119

雙珠連動轉珠還-探討雙珠系統的運動過程

學校名稱：南投縣立大成國民中學

作者： 國一 蔡芹詠 國一 林宸筑 國一 何峻歲	指導老師： 徐敏益 賴靈恩
---	-----------------------------

關鍵詞：扭力、動能、雙珠系統

摘要

本實驗目的在探討雙珠系統轉動情形，我們以高速攝影機，Tracker 分析軟體探討彈力串珠繩長度、彈力串珠繩數目、彈力串珠繩轉動圈數、鐵珠質量、雙鐵珠不同質量、接觸面材質等不同變因下，其開闔週期、轉動圈數、最大半徑及轉動週期間的相關性，並進一步找出雙珠系統運動原理。

由實驗結果可發現，不論是從哪一項變因探討，雙珠系統過程皆符合彈力串珠繩與鐵珠間位能與動能轉換原理。因過程中摩擦力持續作用下，轉動過程中系統總能量也會隨時間而減少。

壹、前言

一、研究動機

在選擇研究主題時，指導老師建議我們可以從「網路物理競賽 (IYPT)」找尋靈感。在琳琅滿目的主題中，我們一眼相中了「雙珠旋轉」這個題目——兩顆鐵珠被彈力串珠繩綁著來回旋轉。這兩顆鐵珠不只會旋轉，甚至還會往內轉！當我們以為彈力串珠繩轉到最底之後，這兩顆鐵珠就不會再動了，沒想到彈力串珠繩跟鐵珠竟然又開始往外轉！還往與剛才不同的方向轉，且重複了三次。

這個實驗吸引了我們的眼光，讓我們非常好奇以及懷疑：這兩顆鐵珠，究竟是為什麼會這樣運動呢？於是我們設計一連串的實驗，從彈力串珠繩的長度、粗細、鐵珠的重量、轉動圈數、摩擦力等方面，來探討雙珠連動系統的運動軌跡與方式。我們甚至還可以進一步地假設：如果這兩顆鐵珠的重量不同，是否還能運動呢？會怎樣運動呢？希望能藉由這個研究，解開我們的疑惑。

二、研究目的

- 一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數。
- 二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式。
- 三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式。
- 四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下的運動方式。
- 五、探討鐵珠質量不同下的運動方式。
- 六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式。
- 七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式。
- 八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係。

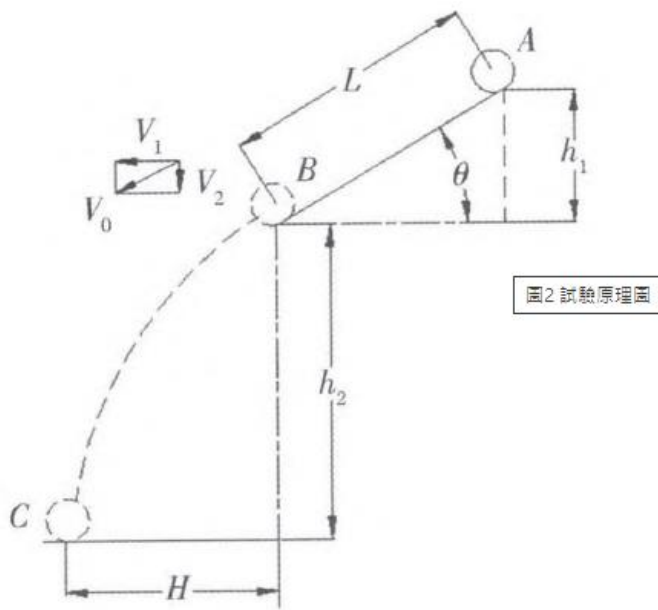
三、文獻探討

滾動摩擦係數大小的測量

將 AB 接觸面材質分別用不鏽鋼板及木板墊至 θ 角，利用 Tracker 讀取數據，再利用右側公式分別找到不銹鋼板摩擦係數 $k=0.108$ ，木板摩擦係數 $k=0.205$ 。

試驗原理

滾動摩擦係數工程測量方法試驗原理，如圖2所示。



根據能量守恆可知：

$$mgh_1 - kmgL\cos\theta = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$V_1 = V_0 \cos\theta$$

$$V_2 = V_0 \sin\theta$$

$$V_1 t = H$$

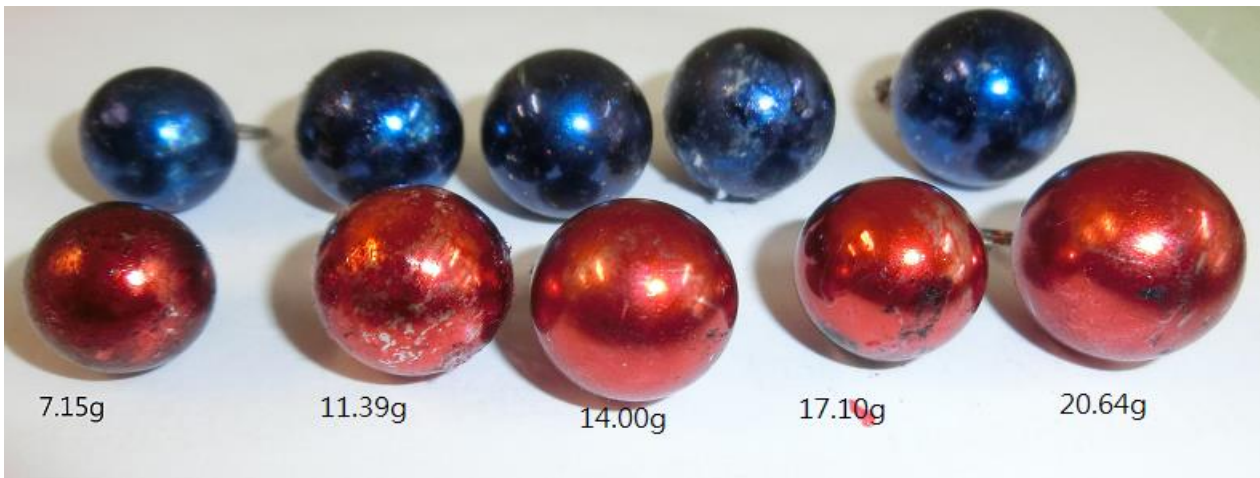
$$h_2 = V_2 t + \frac{gt^2}{2}$$

由上式可得：

$$k = \left\{ h_1 - \frac{H^2}{4\cos^2\theta(h_2 - H\tan\theta)} \right\} / L\cos\theta$$

貳、研究設備及器材

一、研究器材及設備



不同質量的鐵珠



不鏽鋼板



木板



20g 的砝碼、串珠繩、尺、電子秤



CASIO 相機

二、研究軟體



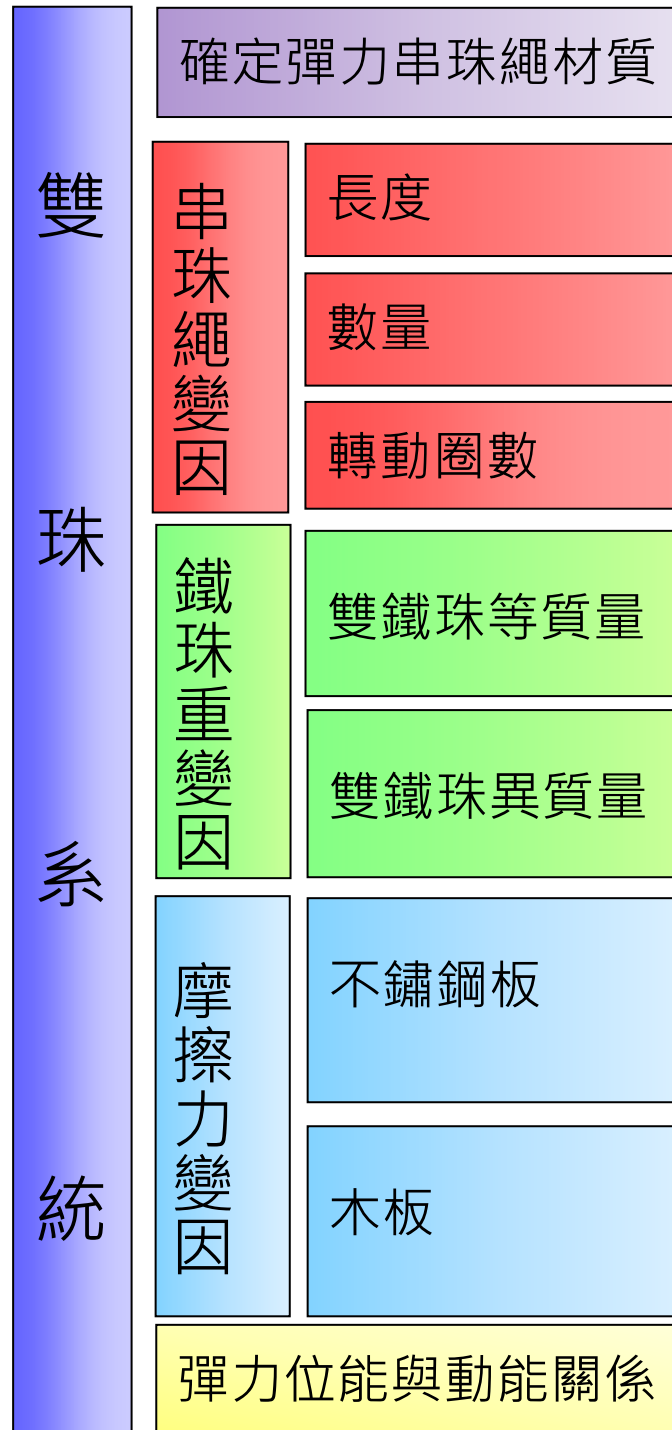
Tracker 追蹤軟體



Excel 統計軟體

叁、研究過程或方法

研究流程圖



一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數

- 1.取彈力串珠繩，剪下約 15cm 的長度。
- 2.用大鋼夾夾取 10cm 彈力串珠繩，並掛上 20g 的砝碼後，此時彈力串珠繩自動被拉長。
- 3.找出伸長量並求取彈性係數。(圖 1)
- 4.同步驟 1-3 找出 100 條同彈性係數的彈力串珠繩以供本實驗使用。



圖 1 確定實驗所需彈力串珠繩彈性係數

二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式

- 1.取兩顆質量皆為 17.10g 的鐵珠，利用長度為 1.8cm 的 2 條彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 50 圈為止。
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將彈力串珠繩長度改為 2.2cm、2.6cm、3.0cm、3.4cm，重複實驗 1-4。(圖 2)

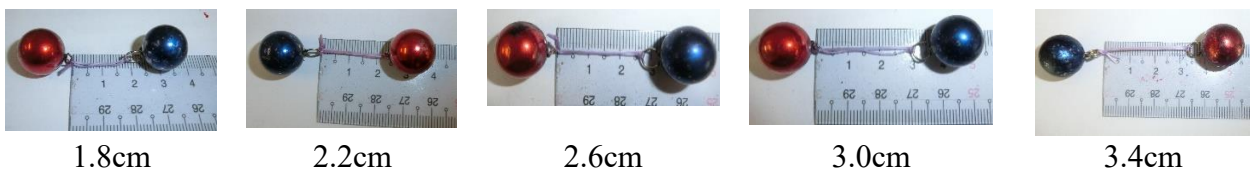


圖 2 不同長度的彈力串珠繩

三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式

- 1.取兩顆質量皆為 17.10g 的鐵珠，利用 1 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 50 圈為止。
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將彈力串珠繩條數改為 2 條、3 條、4 條、5 條，重複實驗 1-4。(圖 3)

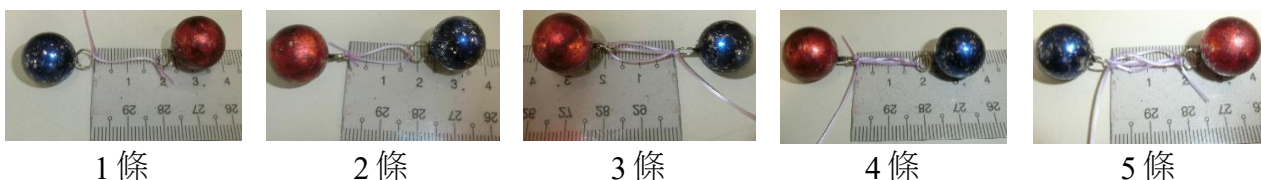


圖 3 不同數量的彈力串珠繩

四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下鐵珠的運動方式

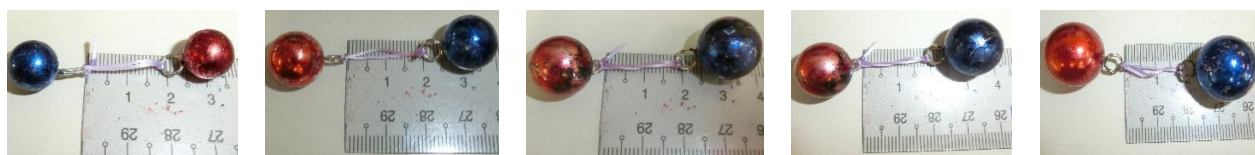
- 1.取兩顆重量皆為 17.10g 的鐵珠，利用 2 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 70 圈為止。
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將轉動圈數改為 60、50、40、30 圈，重複實驗 1-4。(圖 4)



圖 4 不同轉動圈數的彈力串珠繩

五、探討鐵珠質量不同下的運動方式

- 1.取兩顆質量皆為 7.15g 的鐵珠，利用 2 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 50 圈為止。
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將兩顆鐵珠質量改為 11.39g、14.00g、17.10g、24.42g，重複實驗 1-4。(圖 5)。



7.15g

11.39g

14.00g

17.10g

24.42g

圖 5 不同質量的鐵珠

六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式

- 1.分別取重量為 7.15g-11.39g 的鐵珠，利用 2 條長度為 2.6cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 60 圈為止。如圖 2
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將兩顆鐵珠質量改為 7.15g-14.00g、7.15g-17.10g，重複實驗 1-4。(圖 6)



7.15-11.39g

7.15-14.00g

7.15-17.10g

圖 6 兩顆不同質量的鐵珠

七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式

- 1.取兩顆重量皆為 17.10g 的鐵珠，利用 2 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 50 圈為止。
- 3.放下鐵珠於木板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄影像，並用 Tracker 軟體分析。
- 5.將接觸面改為不鏽鋼板，重複實驗 1-4。(圖 7)



圖 7 不同摩擦力的接觸面

八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係

- 1.取兩顆質量皆為 14.00g 的鐵珠，利用 2 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端。
- 2.分別旋轉兩顆鐵珠直至 60 圈為止。
- 3.放下鐵珠於不鏽鋼板上，此時鐵珠開始轉動。
- 4.重複實驗 1-3 三次，利用高速攝影機紀錄長度與轉速，並用 Tracker 軟體分析。

肆、研究結果

一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數

(一)決定選取材質

由找尋材料過程中發現，一般商用橡皮筋彈性係數不穩定，而且一次實驗後材質就會受損。而彈力繩索內部取出的橡皮筋雖彈力佳效果好，但也因如此容易在實驗過程中脫開導致實驗失敗，所以我們找到彈力串珠繩來作為這次的橡皮筋材質。

(二)求取彈性係數

取 10cm 的彈力串珠繩，掛上 20g 的砝碼後求取三次伸長量分別為 1.0、0.95、0.95cm，可得平均伸長量為 0.97cm。(圖 8)由 $F=k\Delta x$ 可知彈力串珠繩為 10cm 時，彈性係數 $k=20.62\text{gw/cm}$ 。依照此方式選取 100 條 k 值在 20-21gw/cm 的彈力串珠繩以供本實驗使用。



圖 8 彈力串珠繩掛上砝碼後的長度變化

二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式

我們用雙珠質量為 17.10g，彈力串珠繩數目為 2 條，轉動圈數 50 圈，彈力串珠繩長度分別為 1.8、2.2、2.6、3.0 及 3.4cm，可得到時間及 x 軸位置的關係圖(圖 9)。

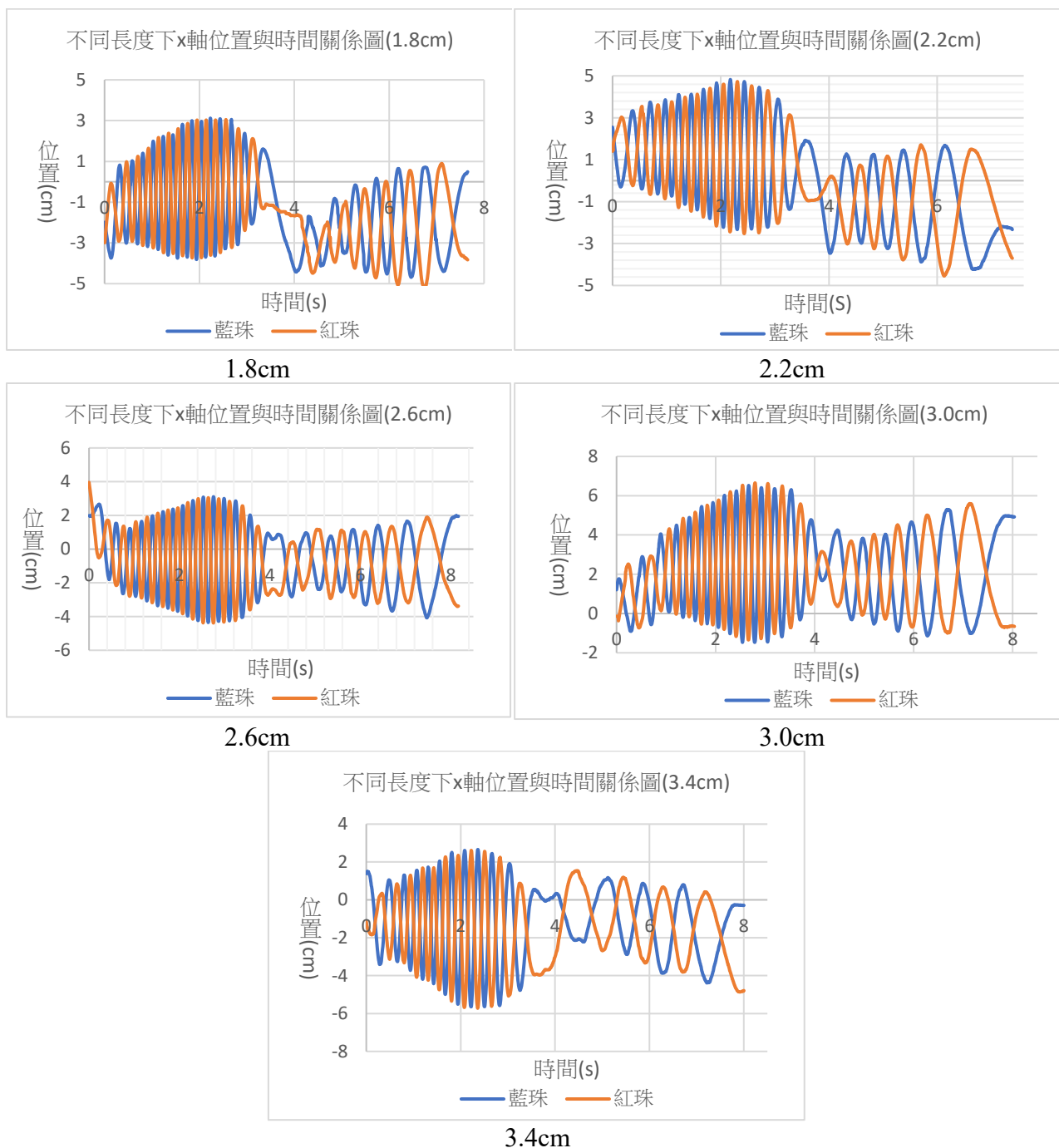


圖 9 在不同彈力串珠繩長度下雙珠轉動情形

可知，當彈力串珠繩長度分別為 1.8、2.2、2.6、3.0 及 3.4cm 時，第一次開闔週期的平均值與標準差分別為 3.57、0.08；3.34、0.15；3.3、0.09；3.3、0.21；3.03、0.1。第二次開闔週期的平均值與標準差分別為 3.29、0.36；2.54、0.14；2.93、0.16；2.62、0.28；2.85、0.26。第一次轉動圈數平均值及標準差分別為 13.3、0.58；11.67、0.47；12.7、0.58；12、0；10.5、0.71。第二次轉動圈數平均值及標準差分別為 6.3、0.7；4、0；5.33、0.58；4.5、0.71；3.5、0.71。第一次最大半徑平均值及標準差分別為 3.4、0.2；3.47、0.13；3.85、0.14；3.96、0.07；4.03、0.07。第二次最大半徑平均值及標準差分別為 2.95、0.32；2.76、0.09；3.09、0.33；3.54、0.41；3.12、0.43。第一次轉動週期平均值與標準差分別為 0.27、0.01；0.28、0；0.26、0.01；0.27、0.02；0.29、0.01。第二次轉動週期平均值與標準差分別為 0.5、0；0.63、0.04；0.55、0.05；0.59、0.04；0.82、0.1。(圖 10、11、12、13)

由圖可看出隨彈力串珠繩長度增加，開闔週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加，轉動週期也增加。

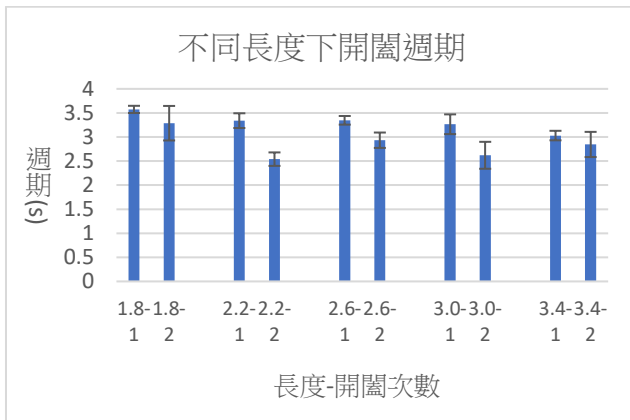


圖 10 不同彈力串珠繩長度下開闔週期

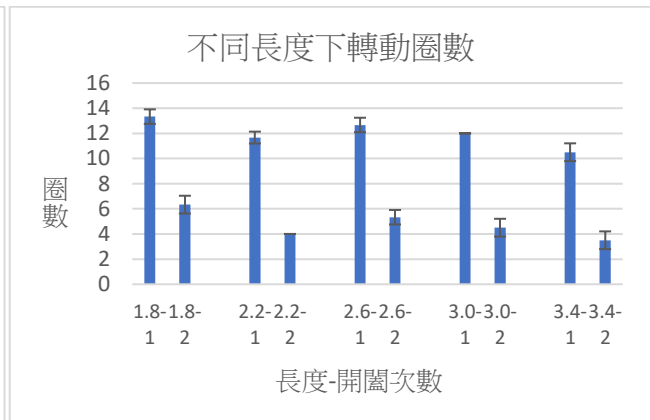


圖 11 不同彈力串珠繩長度下轉動圈數

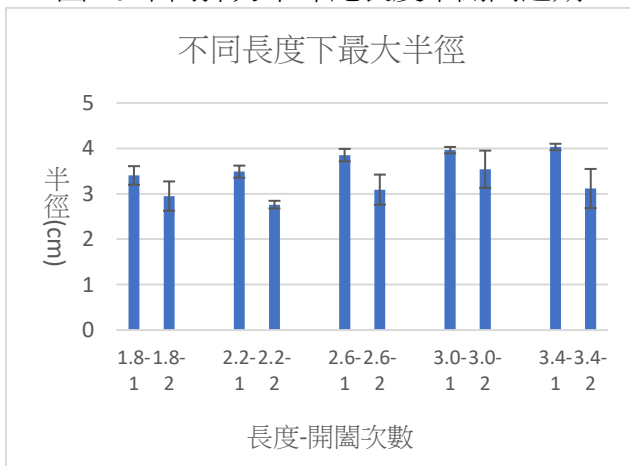


圖 12 不同彈力串珠繩長度下最大半徑

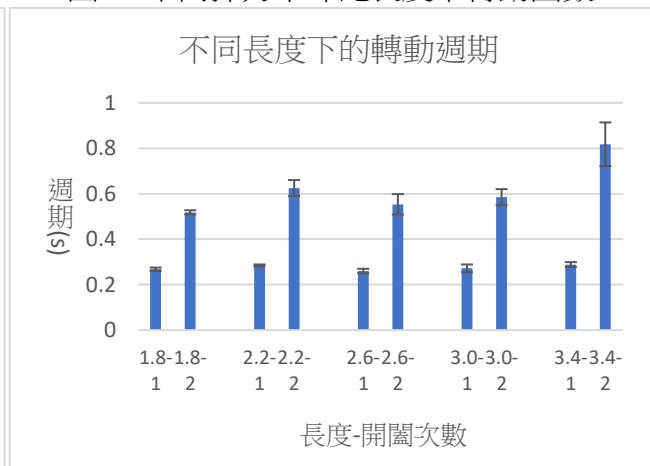


圖 13 不同彈力串珠繩長度下轉動週期

三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式

我們用雙珠質量為 17.10g，彈力串珠繩長度為 1.8cm，轉動圈數 50 圈，彈力串珠繩數目分別為 1、2、3、4、5 條，可得到時間及 x 軸位置的關係圖(圖 14)。

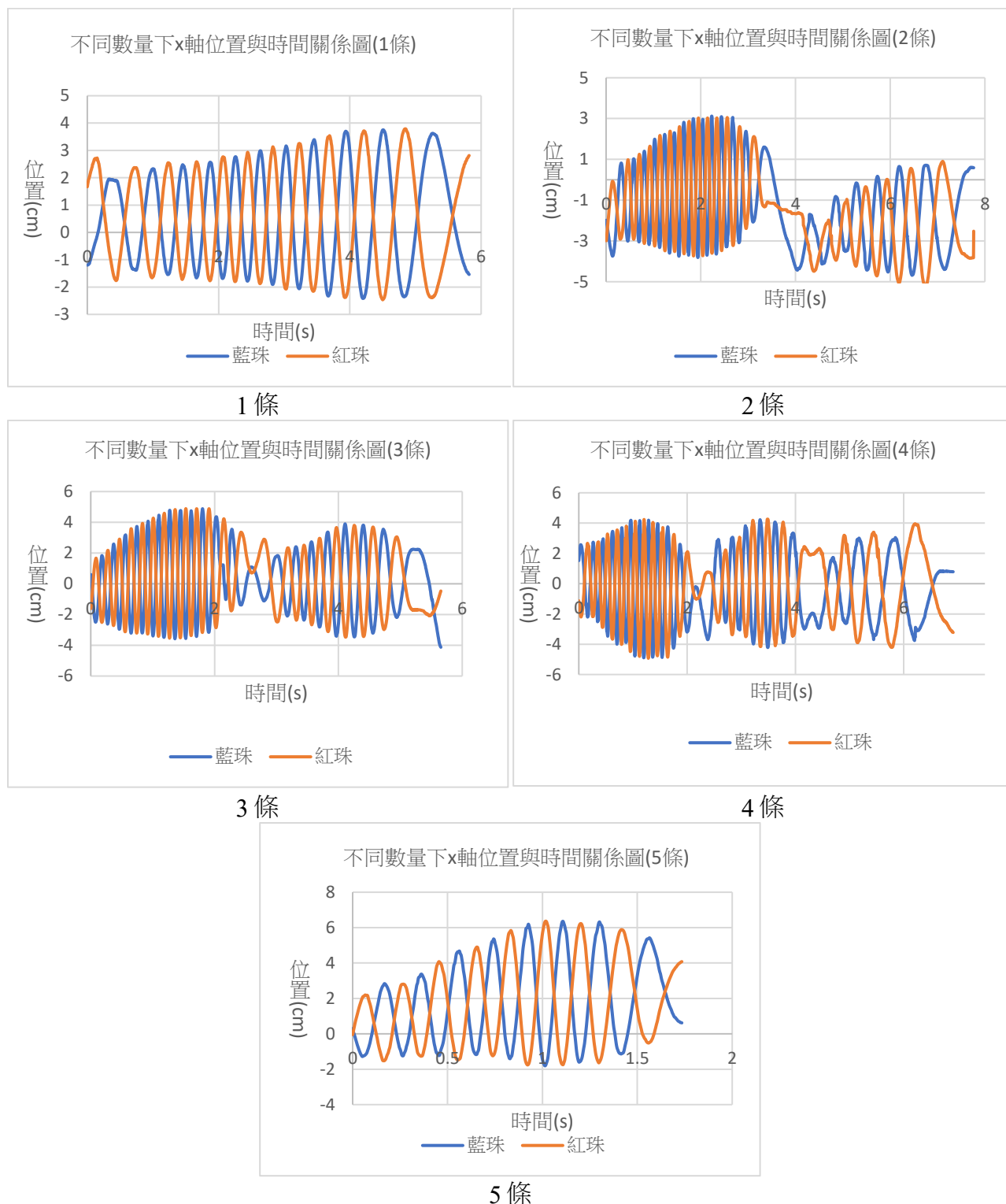


圖 14 在不同彈力串珠繩數量下雙珠轉動情形

可知，當彈力串珠繩數目分別為 1、2、3、4、5 條，第一次開闔週期平均值與標準差分別為 5.85、0.05；3.57、0.08；2.22、0.07；1.86、0.16；1.74、0.08。第二次開闔週期平均值與標準差分別為 0、0；3.29、0.36；2.02、0.1；1.71、0.12；0、0。第一次轉動圈數平均值與標準差分別為 12、1.41；13.33、0.57；10.7、0.58；10.67、0.58；8、0。第二次轉動圈數平均值與標準差分別為 0、0；6.33、0.7；6、1；5.33、0.58；0、0。第一次最大半徑平均值及標準差分別為 3.23、0.28；3.4、0.2；3.83、0.3；4.16、0.32；3.76、0.15。第二次最大半徑平均值及標準差分別為 0、0；2.95、0.32；3.35、0.35；3.6、0.52；0、0。第一次轉動週期平均值與標準差分別為 0.49、0.06；0.27、0.01；0.21、0.02；0.17、0.01；0.22、0.01。第二次轉動週期平均值與標準差分別為 0、0；0.52、0.01；0.34、0.05；0.32、0.03；0、0。(圖 15、16、17、18)

由圖可看出，當 1 條及 5 條彈力串珠繩時，都只能呈現一次開闔。除了只綁一條彈力串珠繩外，隨彈力串珠繩條數增加，開闔週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加(5 條除外)，轉動週期也減少。

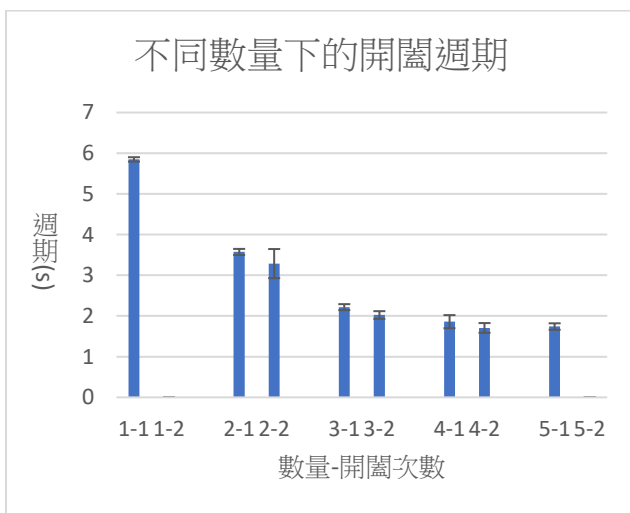


圖 15 不同彈力串珠繩數量下開闔週期

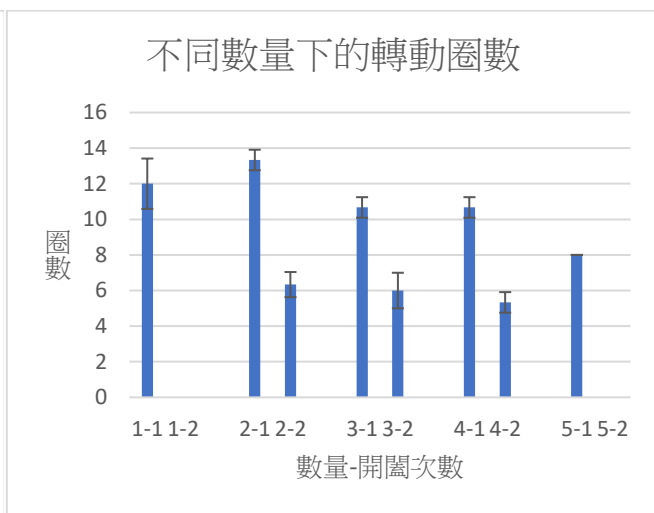


圖 16 不同彈力串珠繩數量下轉動圈數

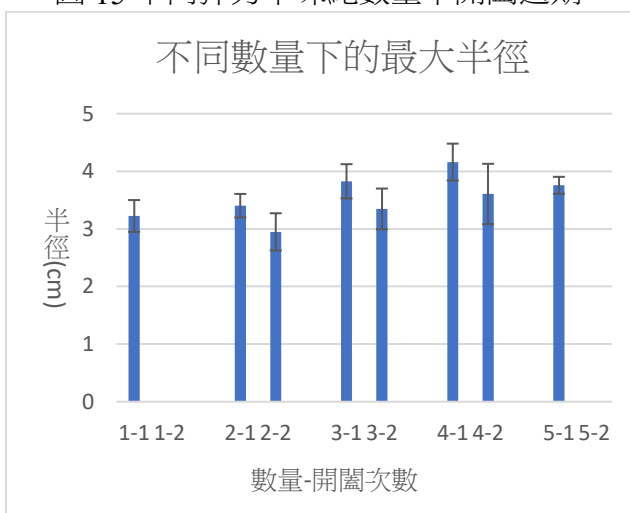


圖 17 不同彈力串珠繩數量下最大半徑

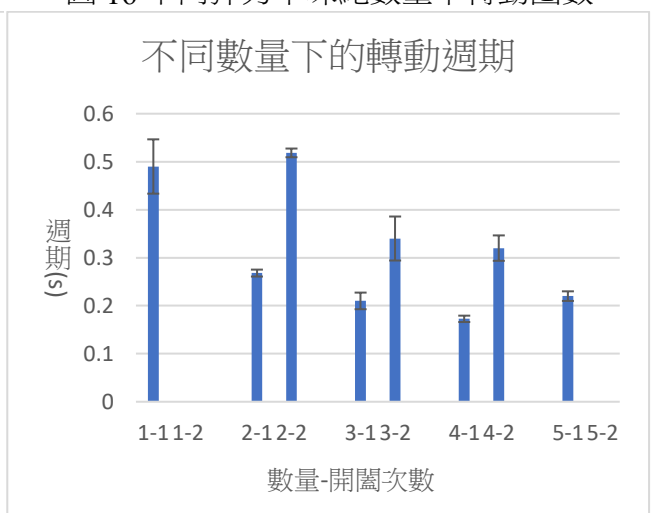


圖 18 不同彈力串珠繩數量下轉動週期

四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下的運動方式

我們用雙珠質量為 17.10g，彈力串珠繩長度為 1.8cm，數目為 2 條，彈力串珠繩轉動圈數分別為 30、40、50、60、70 圈，可得到時間及 x 軸的關係圖(圖 19)。

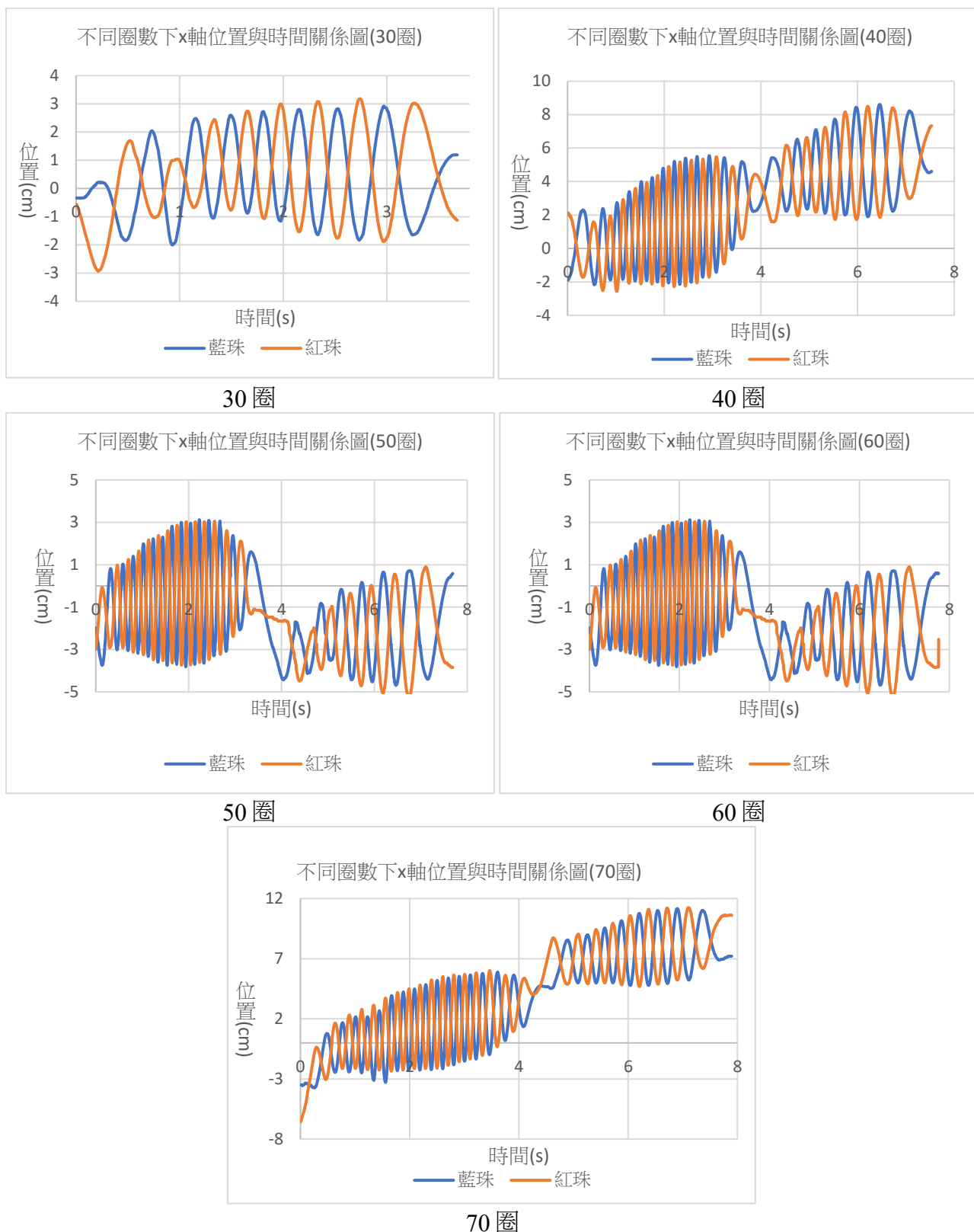


圖 19 在不同彈力串珠繩圈數下雙珠轉動情形

可得，當彈力串珠繩轉動圈數為 30、40、50、60、70 圈時，第一次開闔週期平均值與標準差分別為 2.94、0.22；3.65、0.19；3.57、0.08；3.52、0.25；3.46、0.06。第二次開闔週期平均值與標準差分別為 0、0；3.75、0.19；3.4、0.22；2.5、0.3；2.63、0.13。第一次轉動圈數平均值與標準差分別為 7、0；12、1；13.3、0.58；15、1；15、0。第二次轉動圈數平均值與標準差分別為 0、0；6.67、0.58；6.33、0.71；7、1；7、0.57。第一次最大半徑平均值及標準差分別為 2.33、0.01；2.65、0.1；3.40、0.2；3.7、0.28；3.81、0.09。第二次最大半徑平均值及標準差分別為 0、0；2.24、0.09；2.95、0.32；3.2、0.24；3.2、0.14。第一次轉動週期平均值與標準差分別為 0.42、0.03；0.3、0.01；0.27、0.01；0.23、0；0.23、0。第二次轉動週期平均值與標準差分別為 0、0；0.56、0.04；0.52、0.01；0.36、0.03；0.35、0.03。(圖 20、21、22、23)

由圖可以看出 30 圈時只能呈現一次開闔。除了 30 圈外，隨著彈力串珠繩圈數增加，開闔週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。

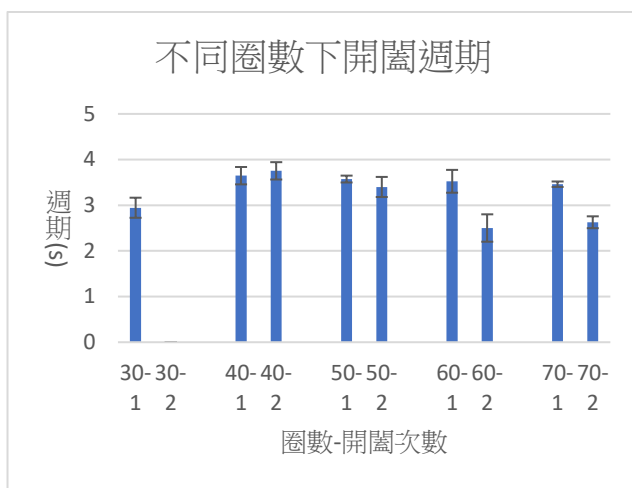


圖 20 不同彈力串珠繩圈數下開闔週期

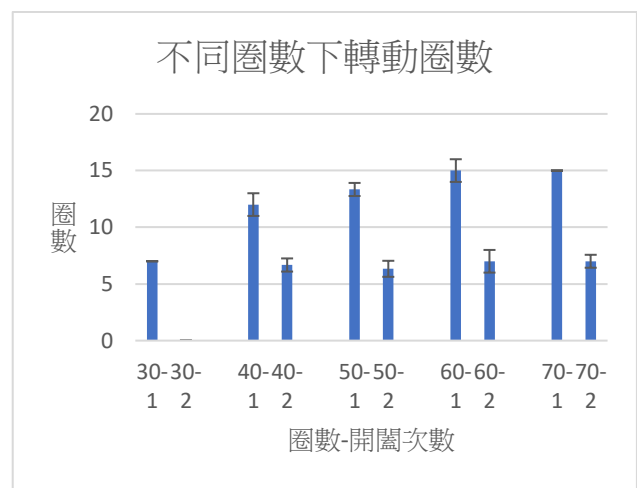


圖 21 不同彈力串珠繩圈數下轉動圈數

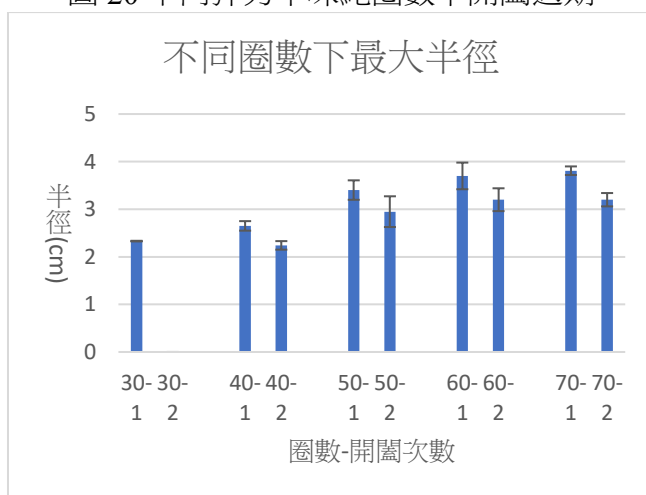


圖 22 不同彈力串珠繩圈數下最大半徑

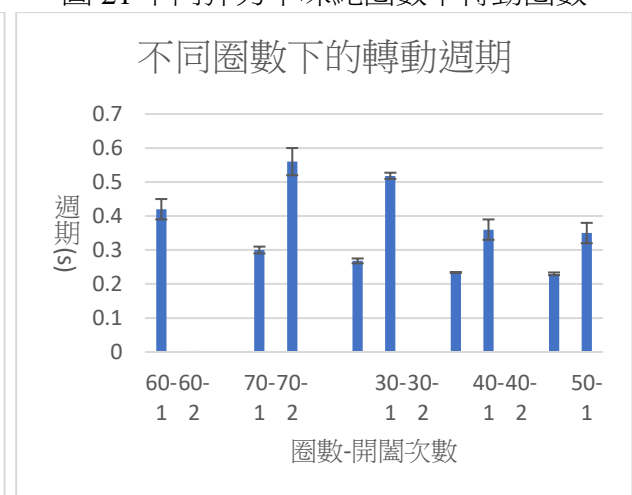


圖 23 不同彈力串珠繩圈數下轉動週期

五、探討鐵珠質量不同下的運動方式

我們用雙珠質量分別為 7.15、11.39、14.00、17.10、24.42g，彈力串珠繩長度為 1.8cm，數目為 2 條，轉動圈數 50 圈，可得到時間及 x 軸位置的關係圖(圖 24)。

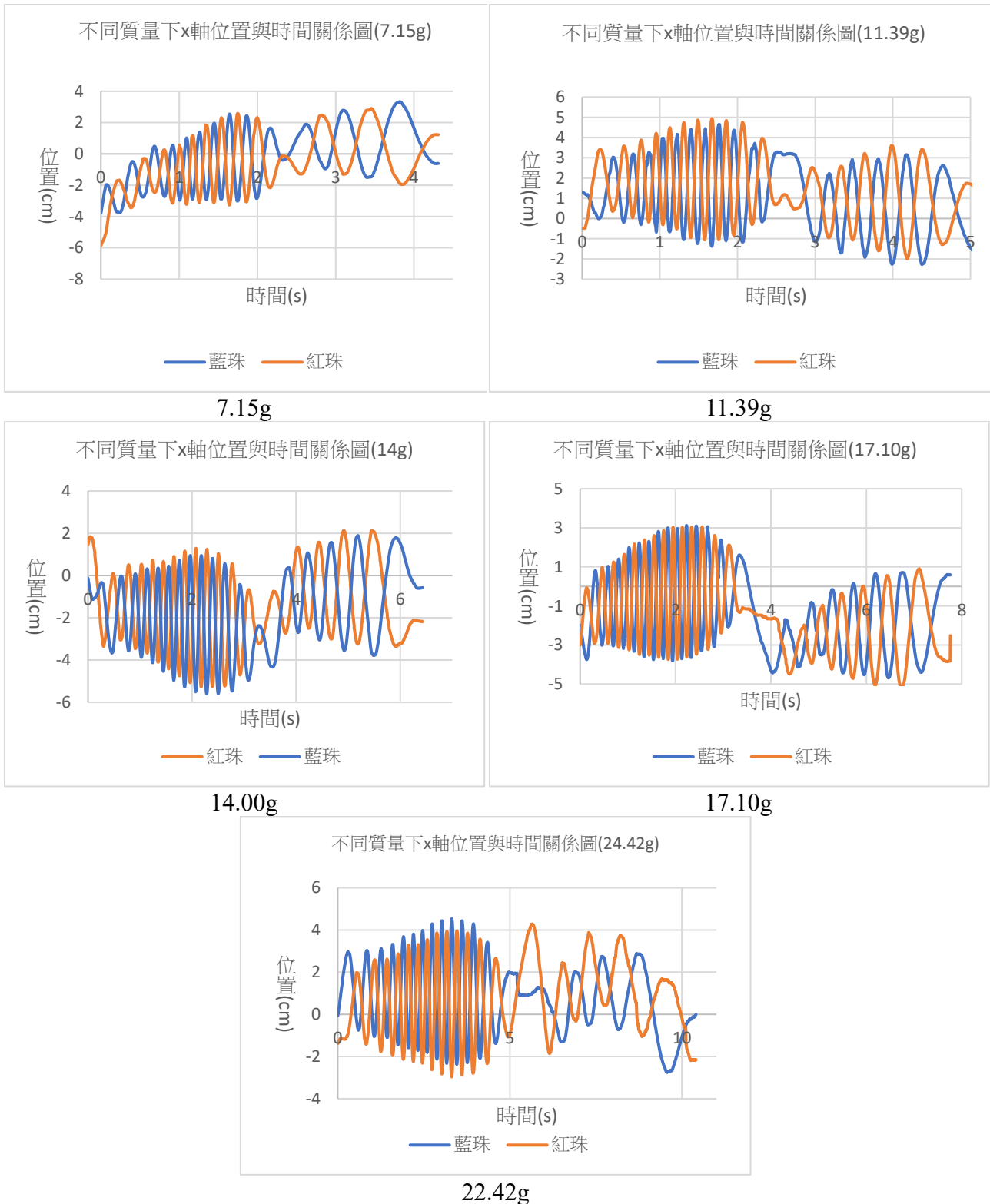


圖 24 在不同鐵珠質量下雙珠轉動情形

可得，當雙珠質量為 7.15、11.39、14.00、17.10、24.42g 時，第一次開闔週期平均值與標準差分別為 2.15、0.122.52、0.14；2.73、0.12；3.57、0.08；4.26、0.3。第二次開闔週期平均值與標準差分別為 1.85、0.1；2.07、0.06；2.07、0.06；3.29、0.36；2.94、0.25。第一次轉動圈數平均值與標準差分別為 10、0；11.67、0.58；12、0；13.33、0.58；13、0。第二次轉動圈數平均值與標準差分別為 4、0；5、0；5、0；6.33、0.71；5.5、0.71。第一次最大半徑平均值及標準差分別為 2.91、0.36；3.47、0.42；3.28、0.11；3.4、0.2；3.38、0.14。第二次最大半徑平均值及標準差分別為 2.52、0.25；2.79、0.13；2.88、0.02；2.95、0.32；2.93、0.22。第一次轉動週期平均值與標準差分別為 0.22、0.01；0.22、0.01；0.23、0.01；0.27、0.01；0.33、0.02。第二次轉動週期平均值與標準差分別為 0.46、0.02；0.42、0.02；0.41、0.01；0.52、0.01；0.54、0.02。(圖 25、26、27、28)

由圖可看出隨鐵珠質量增加，開闔週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似(7.15g 除外)，與轉動週期增加。

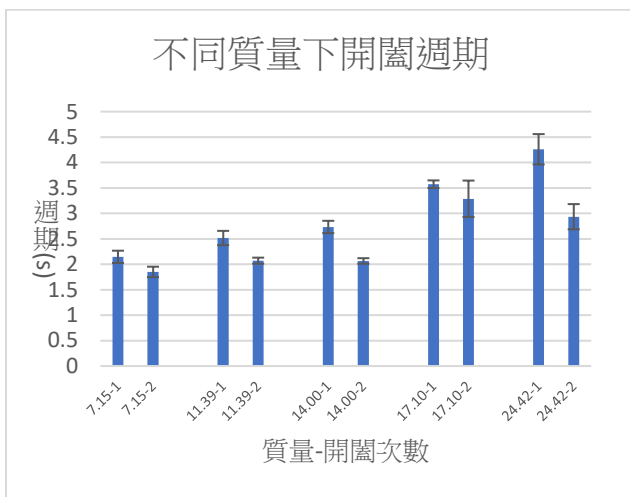


圖 25 不同鐵珠質量下開闔週期

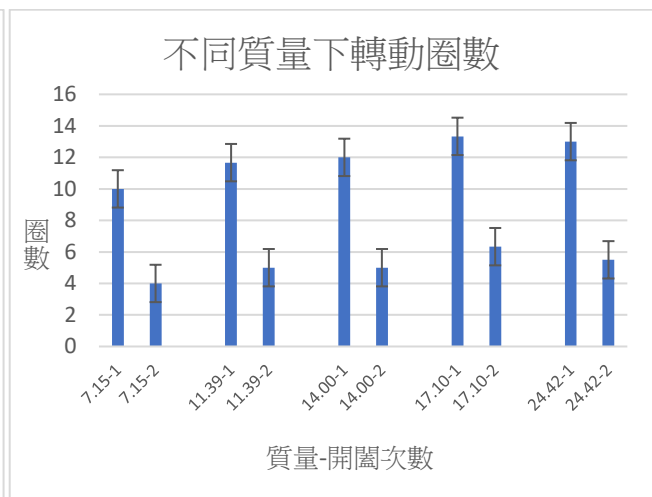


圖 26 不同鐵珠質量下轉動圈數

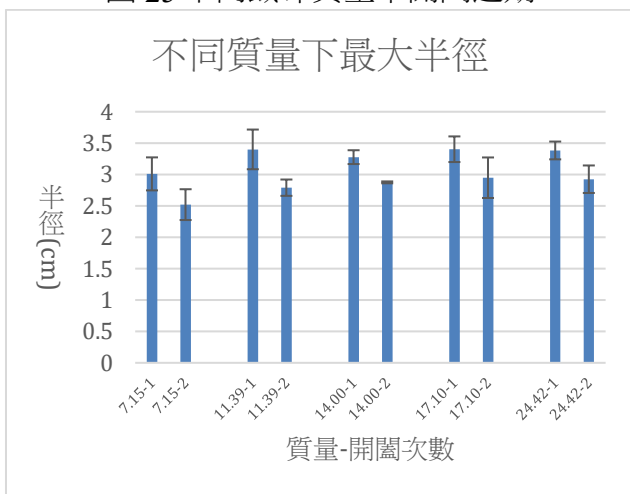


圖 27 不同鐵珠質量下最大半徑

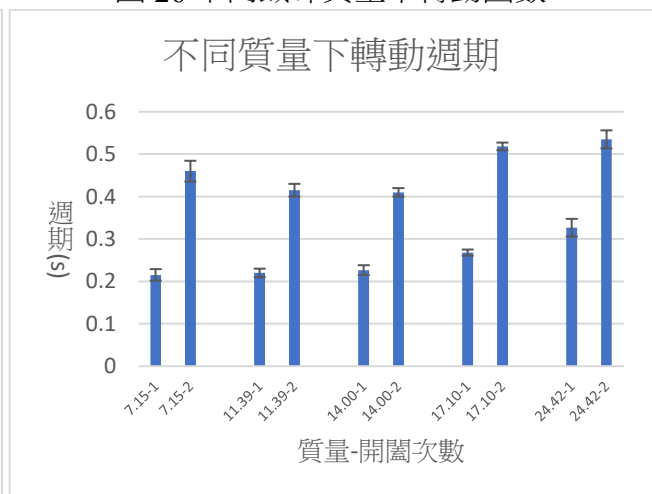
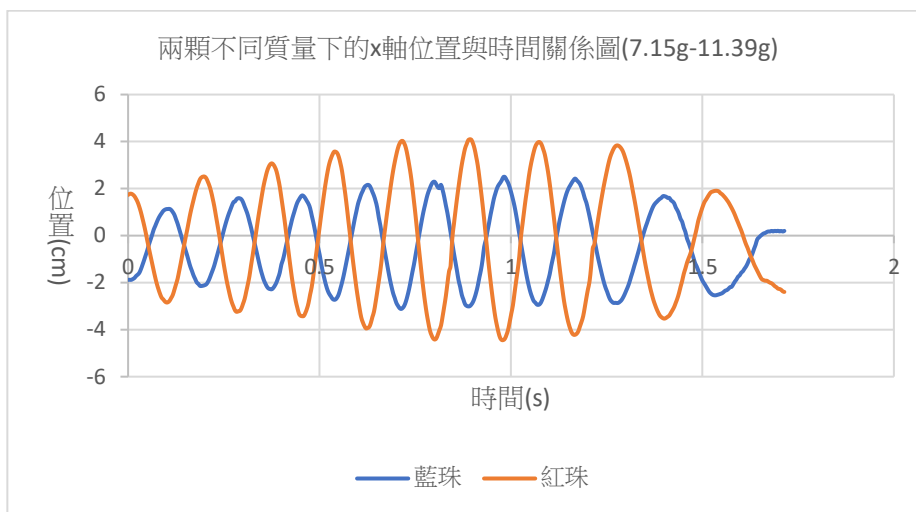


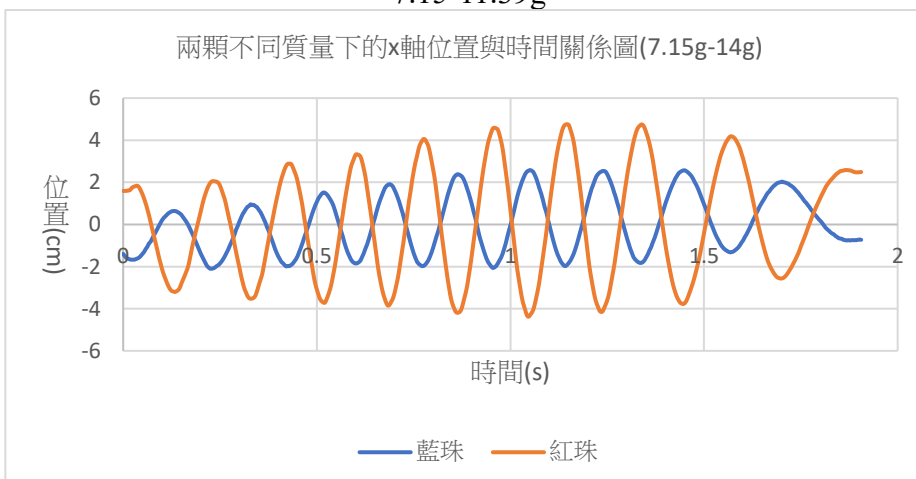
圖 28 不同鐵珠質量下轉動週期

六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式

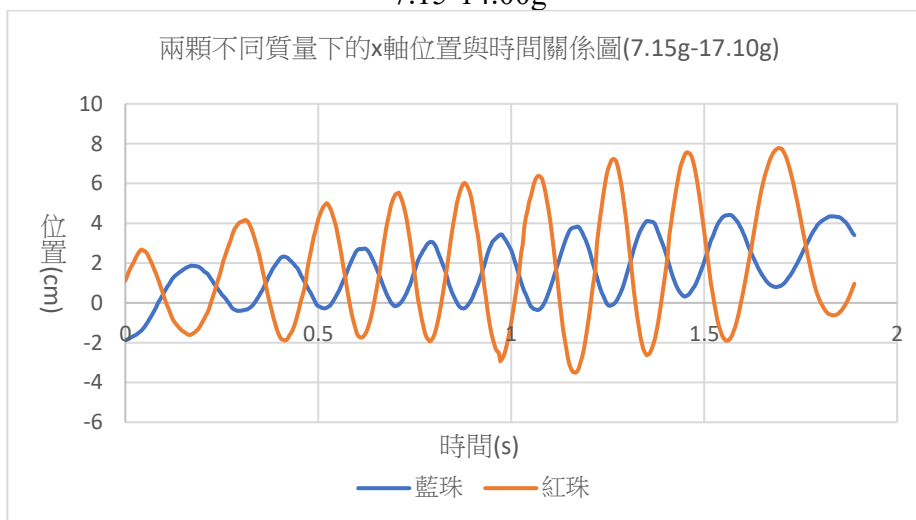
我們用雙珠質量分別為 7.15-11.39g、7.15-14.00g 和 7.15-17.10g，彈力串珠繩長度為 2.6cm，數目為 2 條，轉動圈數 60 圈，可得到時間及 x 軸位置係圖(圖 29)。



7.15-11.39g



7.15-14.00g



7.15-17.10g

圖 27 兩顆不同鐵珠質量下雙珠轉動情形

可得，雙珠質量分別為 7.15-11.39g、7.15-14.00g、7.15-17.10 時，藍珠開闔週期平均值及標準差分別為 1.76、0.02；1.81、0.05；1.95、0.29。紅珠開闔週期平均值及標準差分別為 1.76、0.02；1.81、0.05；1.95、0.29。藍珠轉動圈數平均值及標準差分別為 8.67、0.58；9.67、0.58；8.67、0.58。紅珠轉動圈數平均值及標準差分別為 8.67、0.58；9.67、0.58；8.67、0.58。藍珠最大半徑平均值及標準差分別為 4.25、0.03；4.57、0.15；4.89、0.23。紅珠最大半徑平均值及標準差分別為 2.65、0.05；2.17、0.27；1.81、0.14。藍珠轉動週期平均值及標準差分別為 0.2、0.02；0.19、0.01；0.22、0.02。紅珠轉動週期平均值及標準差分別為 0.2、0.02；0.19、0.01；0.22、0.02。(圖 30、31、32、33)

由圖可看出在雙珠分別不同質量下，雙珠質量差距越大，開闔週期越大，最大半徑越大，而轉動圈數與轉動週期無相關性。

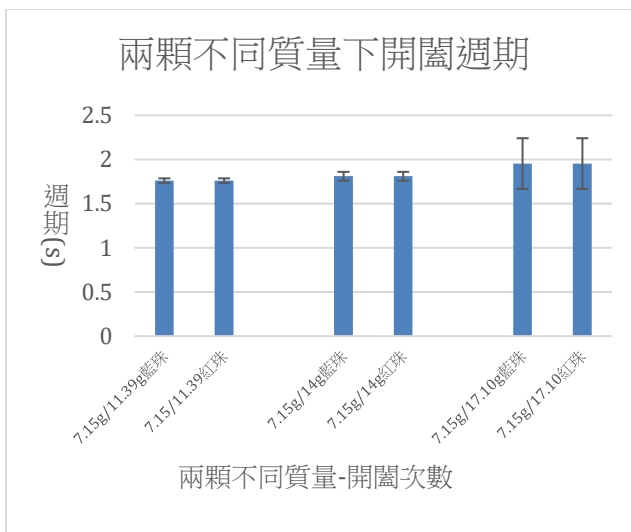


圖 30 兩顆鐵珠不同質量下雙珠開闔次數

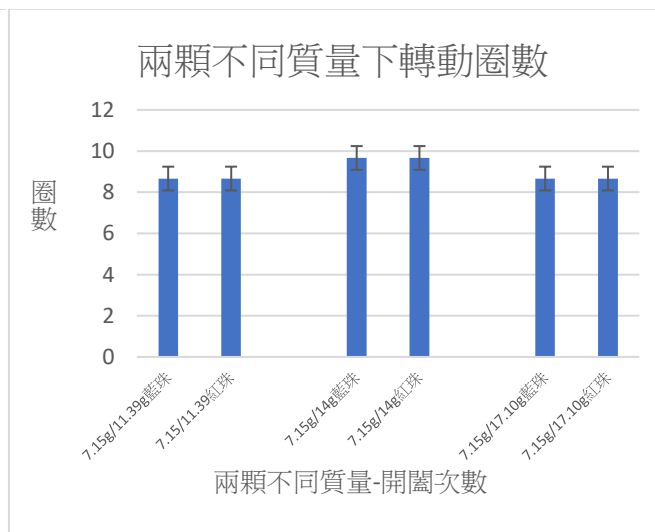


圖 31 兩顆鐵珠不同質量下轉動圈數

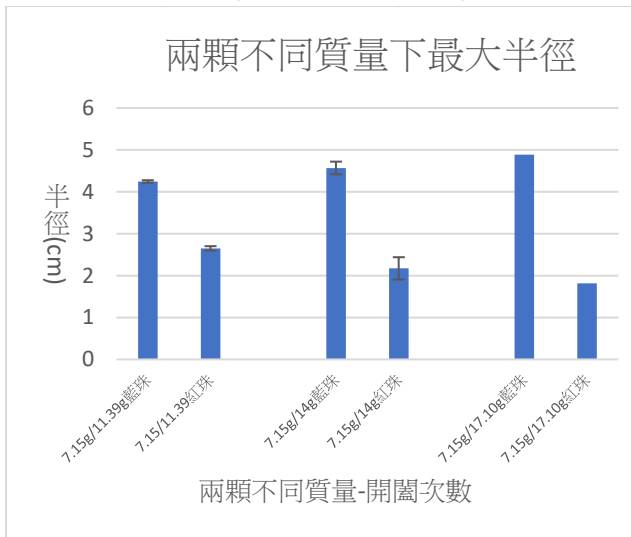


圖 32 兩顆鐵珠不同質量下雙球最大半徑

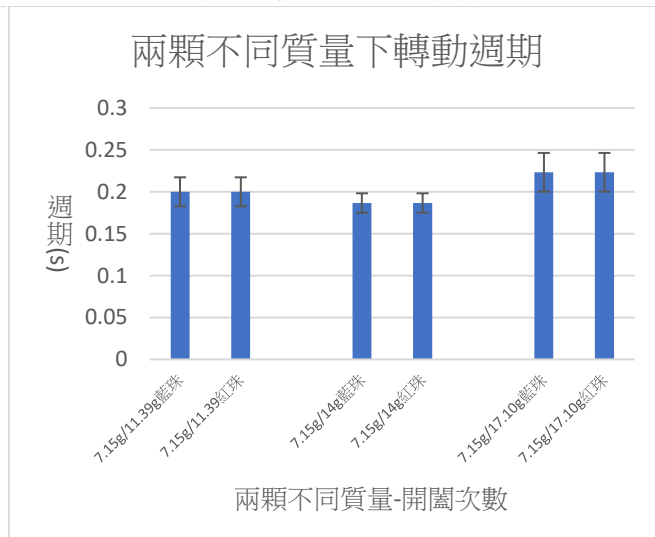


圖 33 兩顆鐵珠不同質量下轉動週期

分別求出三組雙珠質量比(輕/重)與其最大半徑比(重/輕)並加上雙珠質量相同的條件下，作四組數據的回歸分析，可發現呈現 $R^2=0.99$ 的高度正相關。(圖 34)

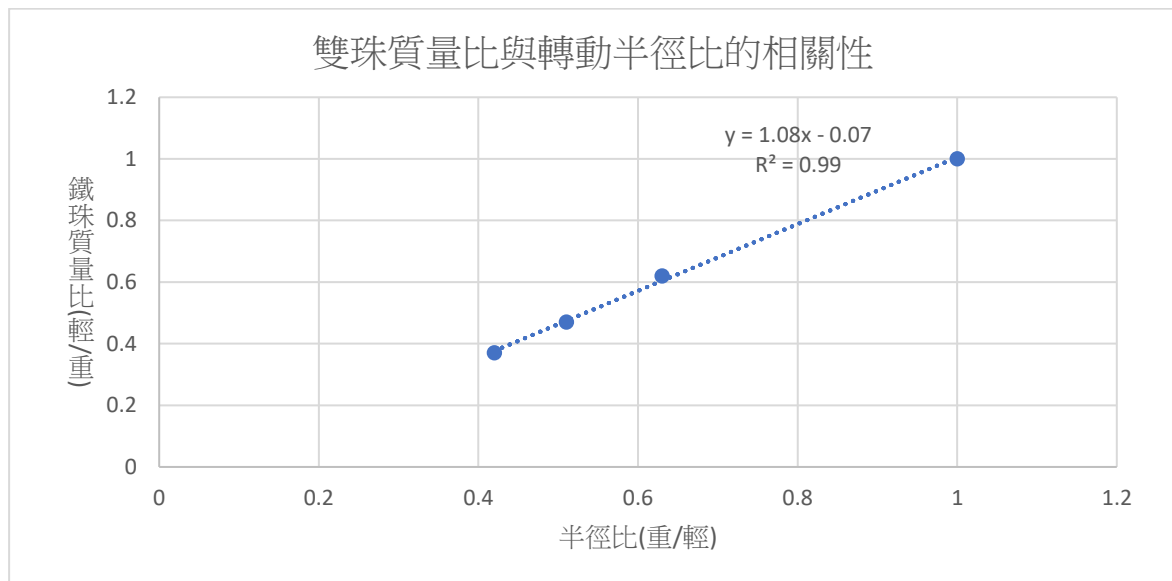


圖 34 雙珠質量比與轉動半徑比的相關性

七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式

我們用雙珠質量 17.10g，彈力串珠繩長度為 1.8cm，數目為 2 條，轉動圈數 50 圈，接觸面分別為不鏽鋼板(摩擦係數 $k=0.108$)、木板(摩擦係數 $k=0.205$)，可得到時間及 x 軸位置的關係圖(圖 35)。

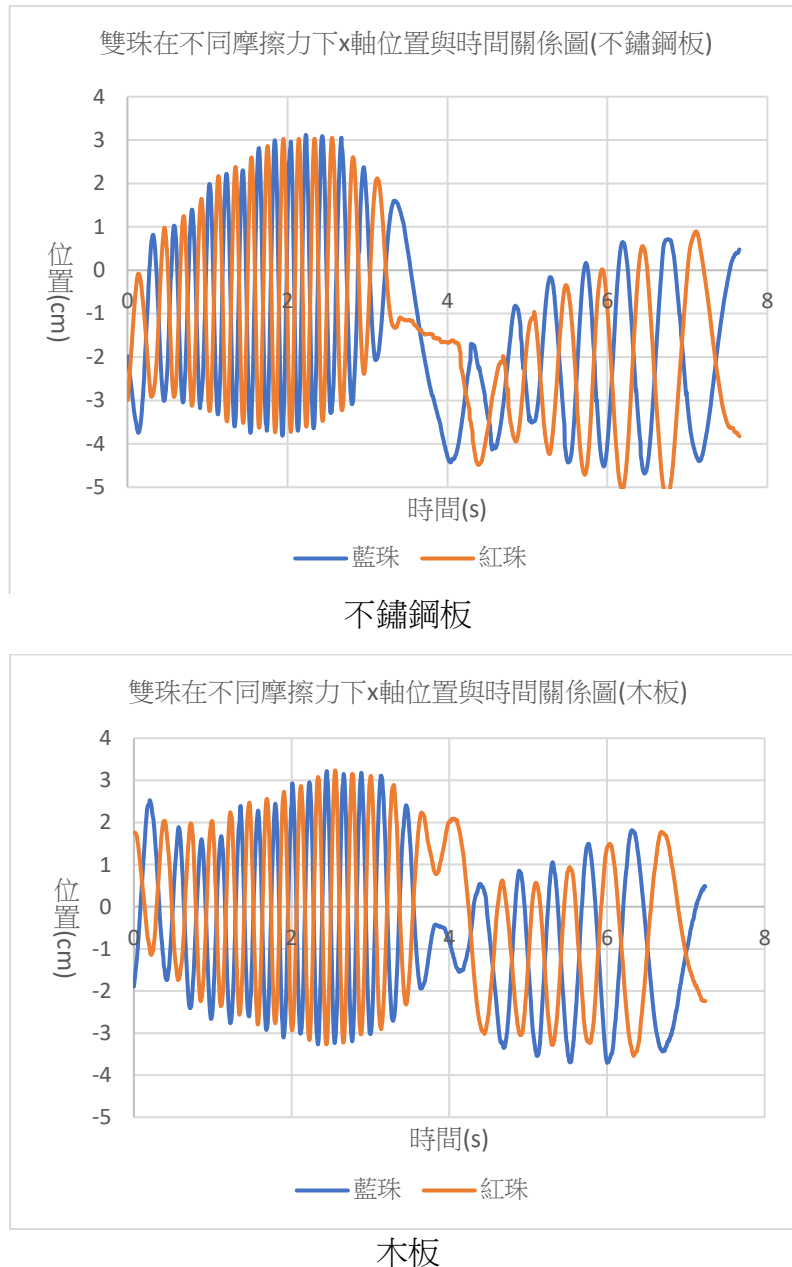


圖 35 在不同接觸面摩擦力下雙珠轉動情形

可得，當改變接觸面分別為不鏽鋼板、木板時，第一次開闔週期平均值及標準差分別為 3.57、0.08；3.29、0.36。第二次開闔週期平均值及標準差分別為 3.29、0.36；2.63、0.11，第一次轉動圈數平均值及標準差分別為 13.33、0.58；13.67、0.58。第二次轉動圈數平均值及標準差分別為 6.33、0.58；5.5、0.71，第一次最大半徑平均值及標準差分別為 3.4、0.2；3.57、0.34。第二次最大半徑平均值及標準差分別為 2.95、0.26；2.27、0.32，第一次轉動週期平均值及標準差分別為 0.27、0.01；0.24、0.02。第二次轉動週期平均值及標準差分別為 0.52、0.01；0.48、0.04。(圖 36、37、38、39)

由圖可以看出摩擦力較大時，開闔週期較小，轉動圈數較多，最大半徑較大，轉動週期較小。

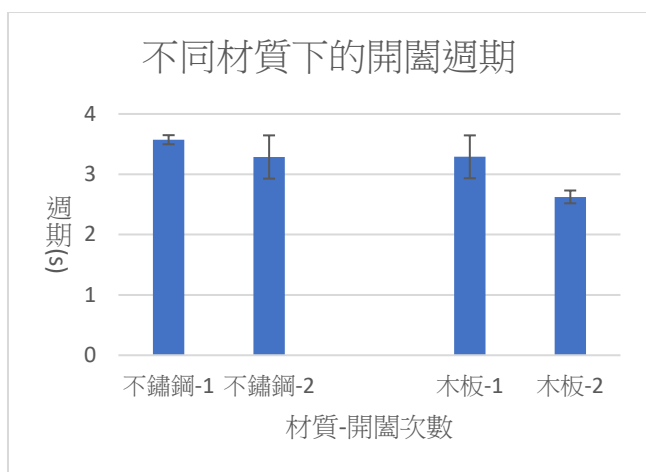


圖 36 不同接觸面下雙珠開闔週期

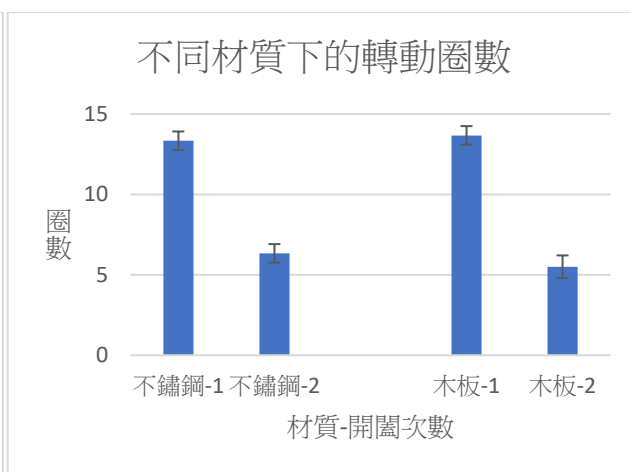


圖 37 不同接觸面下雙珠轉動圈數

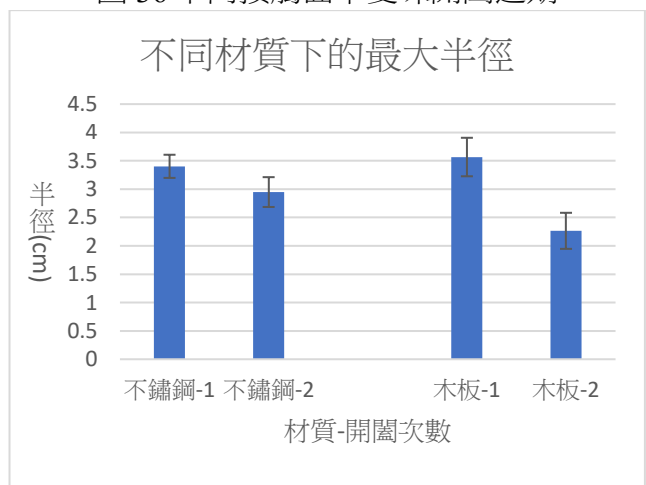


圖 38 不同接觸面下雙珠最大半徑

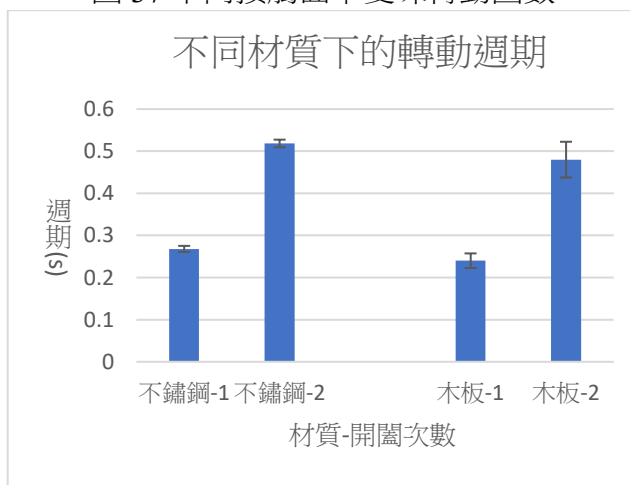


圖 39 不同接觸面下雙珠轉動週期

八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係

取兩顆質量皆為 14.00g 的鐵珠，利用 2 條長度為 1.8cm 的彈力串珠繩分別綁住兩端，並旋轉至 60 圈為止。放開鐵珠後可發現彈力串珠繩長度及鐵珠轉速會隨時間做週期性變化。(圖 40)

由圖可知，當 0-2.6、4.18-6.10、7.9-9.8 秒時，彈力串珠繩在 y 軸長度增加，鐵珠轉速也隨之增加。當 2.6-4.17、6.10-7.9、9.8-11.4 秒時，彈力串珠繩在 y 軸長度減少，鐵珠轉速也隨之減少。此外，彈力串珠繩平均長度變化及鐵珠轉速都會隨著時間而減少。

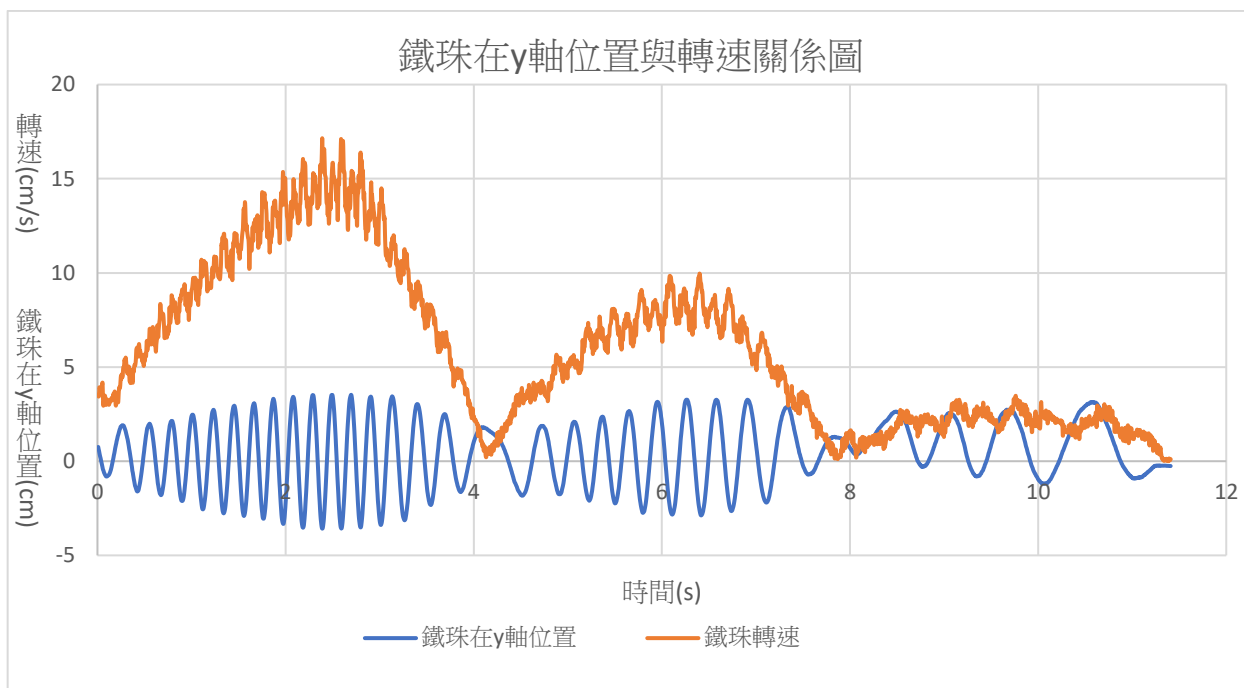


圖 40 鐵珠在 y 軸位置與轉速關係圖

伍、討論

一、彈性較佳的彈力繩不易固定，一般用橡皮筋容易超過彈性限度受損，所以本實驗選取兼具兩者優點的彈力串珠繩作為實驗器材。

在實驗過程中發現，在第一次開闔結束時雙珠系統會受到摩擦力影響產生滑動及自身彈力串珠繩糾結纏繞影響，導致第二次實驗結果不穩定，所以我們只取第一次開闔數據作為探討標準。

二、在相同圈數下，因彈力串珠繩長度越長產生扭力越小，彈力串珠繩提供能量不足，導致開闔週期減少，轉動圈數減少，轉動週期增加，最大半徑也較大(與原始長度相關)。



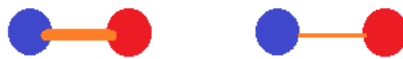
相同圈數下 長度越長 扭力越小

三、當彈力串珠繩數目越多時，因扭力增加，提供能量也增加，導致開闔週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加(5 條除外)，轉動週期也減少。

但當彈力串珠繩只綁 1 條時，因扭力不足，而綁到 5 條時，因 5 條彈力串珠繩間的相互摩擦快速消耗扭力，所以都只能呈現一次開闔。

四、當彈力串珠繩圈數增加時，因扭力增加，提供能量也增加，開闔週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。

但當彈力串珠繩只轉 30 圈時，因能量不足，只能呈現一次開闔，開闔週期較小，轉動圈數較小，最大半徑較小，轉動週期較大。



相同長度下 圈數越多 扭力越大

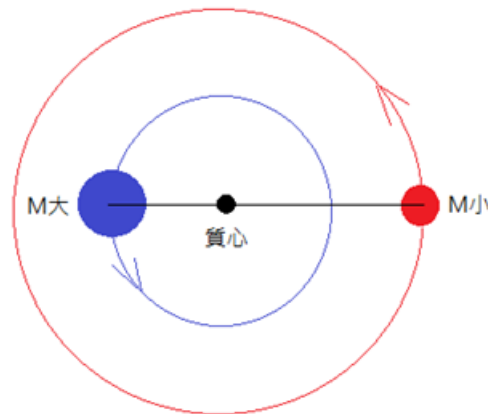
五、在扭力相同，彈力串珠繩提供的能量相同下，在轉換成鐵珠所需動能中($K=1/2mv^2$)，因鐵珠質量增加，運動速度變慢，導致開闔週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似，與轉動週期增加。但因 7.15g 鐵珠質量較小，受彈力串珠繩拉力作用下，最大半徑也較小。



相同扭力下 質量越大 轉動越慢

六、在扭力相同，彈力串珠繩提供的能量相同下，在轉換成鐵珠所需動能中($K=1/2mv^2$)，雙鐵珠總質量增加，運動速度變慢，導致開闔週期增加，最大半徑增加。推測因雙珠相互受到摩擦力大小不同，轉動週期及轉動圈數無相關性。

不同雙珠質量比(輕/重)與其最大半徑比(重/輕)的回歸分析，呈現 $R^2=0.99$ 的高度正相關。可發現鐵珠繞質心轉動。



鐵珠繞質心作圓周運動

七、摩擦力較大時會產生能量耗損，但我們在之前摩擦力最小的玻璃上做此實驗時，卻完全打滑無法產生轉動。我們推論摩擦力因素較為複雜。

在本實驗中木板摩擦力較大，開闔週期較小，轉動圈數較多，最大半徑較大，轉動週期較小。

八、因為扭轉彈力串珠繩作功會使其提供扭轉彈力位能，並在運動過程中轉換成動能($K=1/2mv^2$)可發現當彈力串珠繩釋放能量時，長度增加，鐵珠運動速度也隨著增加。當彈力串珠繩完全釋放能量時，轉動半徑最大，此時彈力串珠繩轉動圈數為 0，鐵珠速度快。

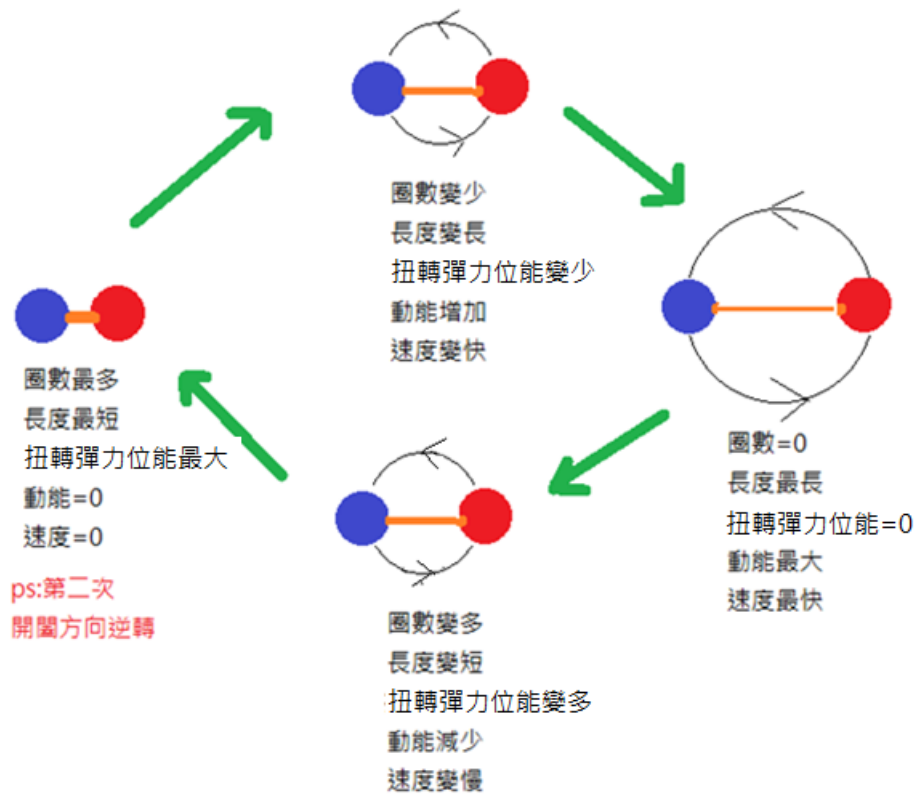
之後在慣性作用下，彈力串珠繩開始回收能量，長度變短，鐵珠運動速度也隨著減少。當彈力串珠繩完全回收能量時，此時彈力串珠繩轉動圈數最大，鐵珠速度為 0。但因為第一次釋放時彈力串珠繩轉動順序與第二次釋放時彈力串珠繩轉動順序相反，所以第一次開闔及第二次開闔時的鐵珠轉動方向也會相反。

由於摩擦力作用下不斷耗損能量，所以鐵珠運動速度及最大轉動半徑，也會隨開闔次數減少。

雙珠半徑大小變化過程及其相關性

	初始(半徑最小)	半徑增加時	半徑最大	半徑減少時	恢復(半徑最小)
彈力串珠繩圈數	最多	減少	0	增加	最多
彈力串珠繩長度	最短	增加	最長	減少	最短
扭轉彈力位能	最大	減少	0	增加	最大
鐵珠動能	0	增加	最大	減少	0
鐵珠速度	0	增加	最大	減少	0
彈力串珠繩拉力	最小	增加	最大	減少	最小

雙珠運動過程中能量轉換原理



陸、結論

- 一、在第二次開闔時，雙珠系統會受到摩擦力滑動及自身彈力串珠繩糾結纏繞影響，導致結果不穩定。
- 二、在相同圈數下，因彈力串珠繩長度越長，產生扭力越小，提供能量不足，導致開闔週期減少，轉動圈數減少，轉動週期增加。
- 三、當彈力串珠繩數量越多(2-5 條)時，因扭力增加，提供能量增加，會導致開闔週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加，轉動週期也減少。
- 四、當彈力串珠繩圈數增加(40-70 圈)時，因扭力增加，提供能量增加，開闔週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。
- 五、鐵珠質量增加(11.39g 以上)時，運動速度變慢，導致開闔週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似，與轉動週期增加。
- 六、雙鐵珠不論雙方質量大小，過程都是繞質心轉動。重鐵珠半徑短，輕鐵珠半徑長，呈現反比關係。
- 七、摩擦力較大時會產生能量耗損，但我們在之前摩擦力最小的玻璃上做此實驗時，卻出現打滑無法產生轉動。我們推論摩擦力因素較為複雜。
- 八、雙珠系統是利用雙手轉動彈力串珠繩對其做功，而放開後彈力串珠繩將自身位能轉換成鐵珠動能，當完全釋放後轉動半徑最長，位能最小，動能最大；之後鐵珠持續轉動，將動能又轉換回位能，直到動能完全轉回位能為止。由於釋放時與轉回後彈力串珠繩轉動方向相反，所以第二次開闔會產生逆轉的情形。

柒、參考資料及其他

- 一、林念臻，黃鈺婷，袁白，蘇庭葳，蔡勝哲，謝士博，(1997)，翻滾吧!跳豆，中華民國第四十七屆中小學科學展覽會 作品說明書。
- 二、廖瑞銘 (1987)。重心。大不列顛百科全書第 4 冊 (335 頁)。台北：丹青圖書有限公司。
- 三、陳乃恩，陳冠閔，顏子庭，黃建泓，陳麒文，張懿，(2009)，百發百中-以力學分析影響陀螺擲準因素與改良，中華民國第 59 屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 四、楊舒喬 (2018)。繩奇摩力。全國科展 58 屆。
- 五、劉子源，戴琦，劉笛婕，林霈汶，(1998)，懸崖勒馬-力的探討，中華民國第四十八屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 六、黃福坤(2000 年 1 月 15 日)。物理與生活-摩擦力。台灣師大物理系，物理教學示範實驗室。線上檢索日期：2008 年 2 月 27 日。網址
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/moodle/index.php>
- 七、作者不詳(2022-03-23)。IYPT11 題橡皮筋上的球。bilibili。網址：
https://www.bilibili.com/video/BV1m34y1x7aV/?spm_id_from=333.788.recommend_more_video.-1
- 八、作者不詳。滾動摩擦係數，中文百科。網址
<https://www.newton.com.tw/wiki/%E6%BB%BE%E5%8B%95%E6%91%A9%E6%93%A6%E4%BF%82%E6%95%B8/721336>

【評語】 030119

本作品討論雙珠連動轉珠的轉動行為。透過彈力繩類似扭秤的扭轉方式，提供雙珠的轉動動能，進而形成平面上的相互滾動的圓周運動。但因彈力繩的回覆力，因此還會有翻轉方向的轉動行為。作品探討了轉動行為變化的過程。也提供了雙珠相對運動的解釋，是一個完整的作品。

作品海報

雙珠連動轉珠還

● 一探討雙珠連動的運動過程

摘要

本實驗旨在探討雙珠系統轉動情形，我們利用高速攝影機，Tracker分析軟體探討在彈力串珠繩長度、彈力串珠繩數目、彈力串珠繩轉動圈數、鐵珠質量、雙鐵珠不同質量、接觸面材質等不同變因下，其開闔週期、轉動圈數、最大半徑及轉動週期間的相關性，並進一步找出雙珠系統運動原理。

由實驗結果可發現，不論是從哪一項變因探討，雙珠系統過程皆符合彈力串珠繩與鐵珠間位能與動能轉換原理。因過程中摩擦力持續作用下，轉動過程中系統總能量也會隨時間而減少。

壹 研究動機

在選擇研究主題時，指導老師建議我們可以從「網路物理競賽 (IYPT)」找尋靈感。在琳琅滿目的主題中，我們一眼相中了「雙珠旋轉」這個題目——兩顆鐵珠被彈力串珠繩綁著來回旋轉。這兩顆鐵珠不只會旋轉，甚至還會往內轉！當我們以為彈力串珠繩轉到最底之後，這兩顆鐵珠就不會再動了，沒想到彈力串珠繩跟鐵珠竟然又開始往外轉！還往與剛才不同的方向轉，且重複了三次。

這個實驗吸引了我們的眼光，讓我們非常好奇以及懷疑：這兩顆鐵珠，究竟是為什麼會這樣運動呢？於是我們設計一連串的實驗，從彈力串珠繩的長度、粗細、鐵珠的質量、轉動圈數、摩擦力等方面，來探討雙珠連動系統的運動軌跡與方式。我們甚至還可以進一步地假設：如果這兩顆鐵珠的質量不同，是否還能運動呢？會怎樣運動呢？希望能藉由這個研究，解開我們的疑惑。

貳 研究目的與實驗器材

- 一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數。
- 三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式。
- 五、探討鐵珠質量不同下的運動方式。
- 七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式。

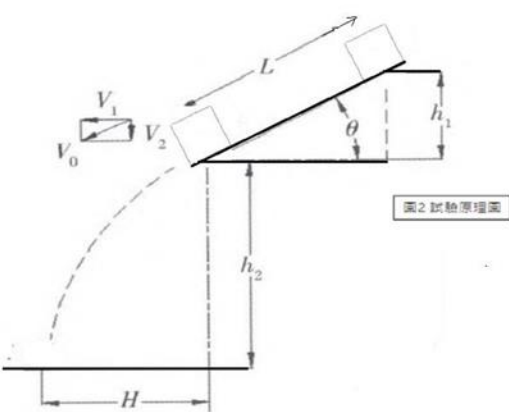
- 二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式。
- 四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下的運動方式。
- 六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式。
- 八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係。

確定材質	串珠繩變因		鐵珠變因		摩擦力變因		彈力位能與動能關係
	長度	數量	轉動圈數	等質量雙鐵珠	異質量雙鐵珠	不鏽鋼板	

一、不同質量的鐵珠	二、不鏽鋼板	三、木板
四、20g的砝碼	五、串珠繩	六、尺
七、電子秤	八、Excel	九、Tracker

參 文獻探討

滑動摩擦係數測量原理如下圖



根據能量守恆可知：

$$mgh_1 - kmgL\cos\theta = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$V_1 = V_0 \cos\theta$$

$$V_2 = V_0 \sin\theta$$

$$V_1 t = H$$

$$h_2 = V_2 t + \frac{gt^2}{2}$$

由上式可得：

$$k = \left\{ h_1 - \frac{H^2}{4\cos^2\theta(h_2 - H\tan\theta)} \right\} / L\cos\theta$$

肆 研究過程或方法

- 一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數



- 二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式



- 三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式



- 四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下的運動方式



- 五、探討鐵珠質量不同下的運動方式



- 六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式



- 七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式



- 八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係

伍 研究結果

- 一、確定本實驗所需彈力串珠繩彈性係數

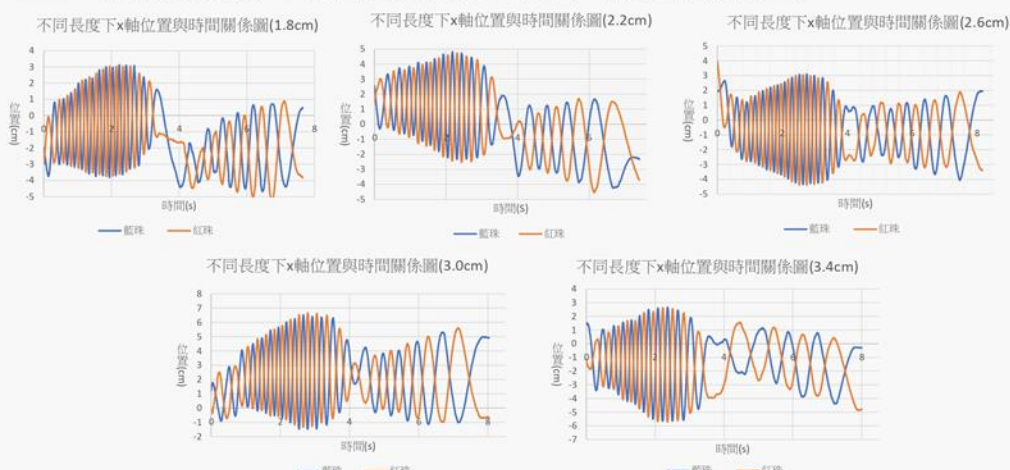
(一)決定選取材質

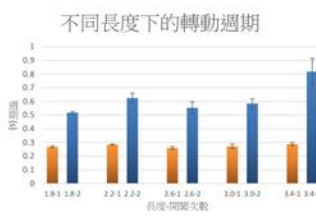
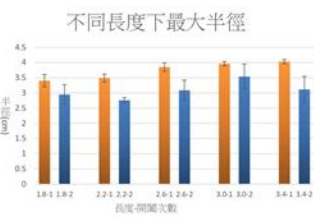
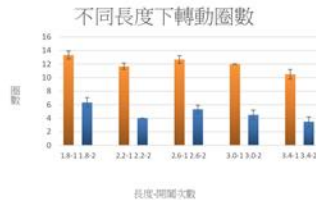
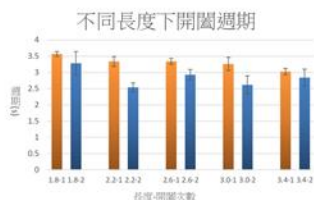
一般商用橡皮筋彈性係數不穩定，且材質易受損而彈力繩索內部取出的橡皮筋雖彈力佳效果好，但也因此容易在實驗過程中脫開導致實驗失敗，所以我們找到彈力串珠繩來作為這次的橡皮筋材質。

(二)求取彈性係數

取10cm的彈力串珠繩，掛上20g的砝碼後求取三次平均伸長量為0.97cm。求出彈性係數 $k=20.62\text{gw/cm}$ 。依照此方式選取100條k值在20-21gw/cm的彈力串珠繩以供本實驗使用。

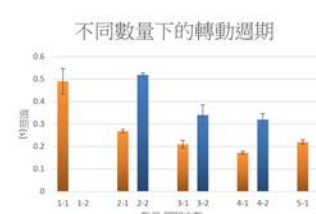
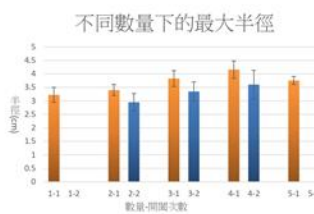
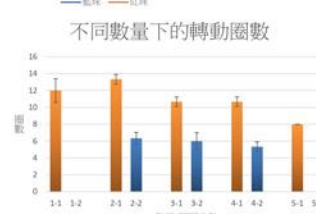
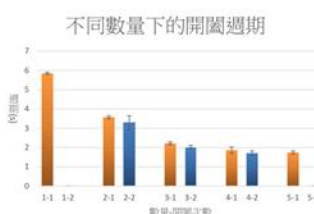
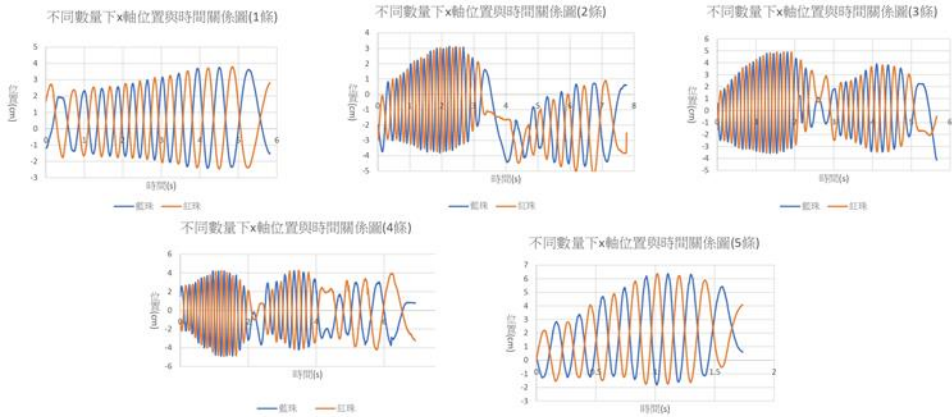
- 二、探討彈力串珠繩長度不同下的運動方式





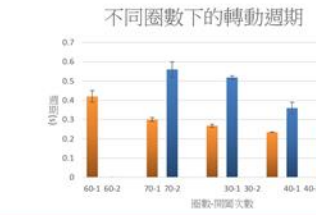
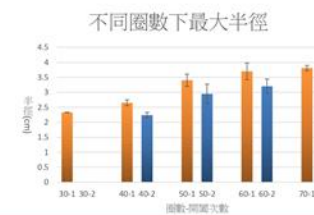
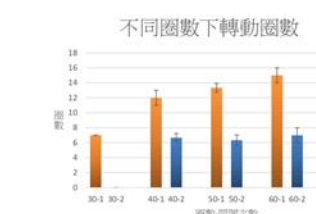
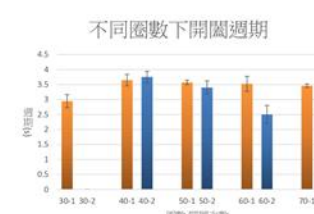
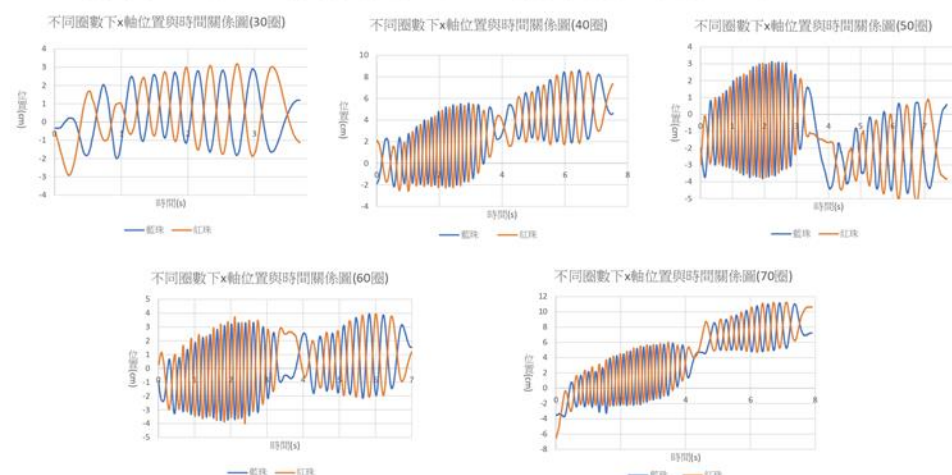
由圖可看出隨彈力串珠繩長度增加，開闊週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加，轉動週期也增加。

三、探討彈力串珠繩數量不同下的運動方式



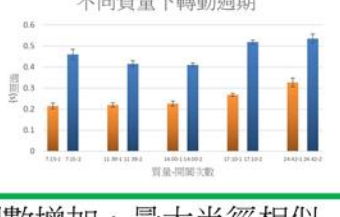
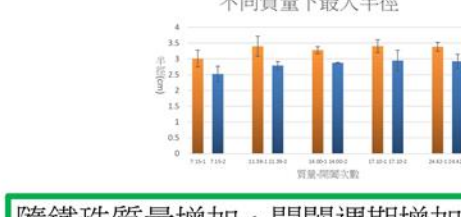
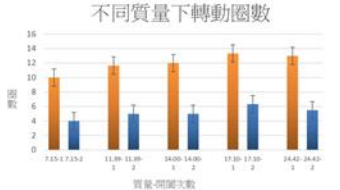
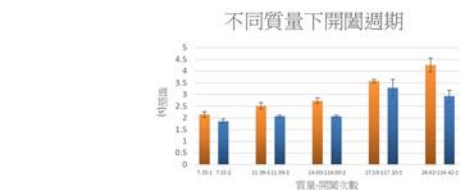
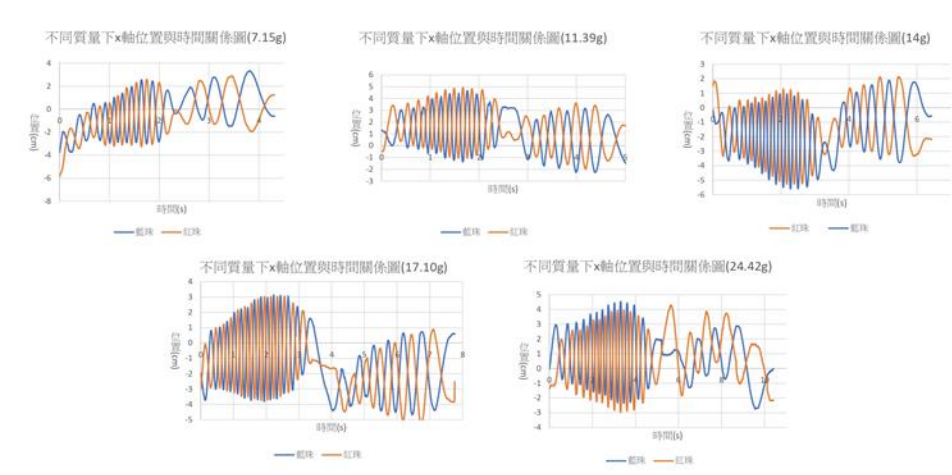
當1條及5條彈力串珠繩時，都只能呈現一次開闊。除了只綁一條彈力串珠繩外，隨彈力串珠繩條數增加，開闊週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加(5條除外)，轉動週期也減少。

四、探討彈力串珠繩轉動圈數不同下的運動方式



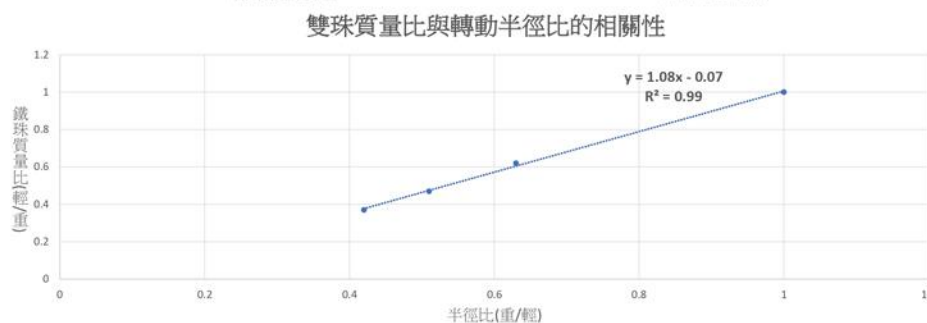
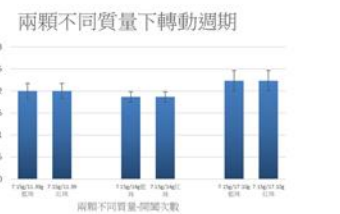
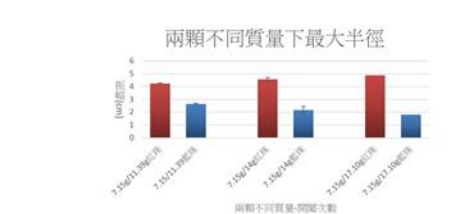
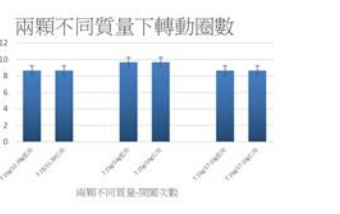
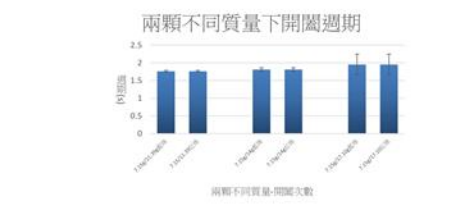
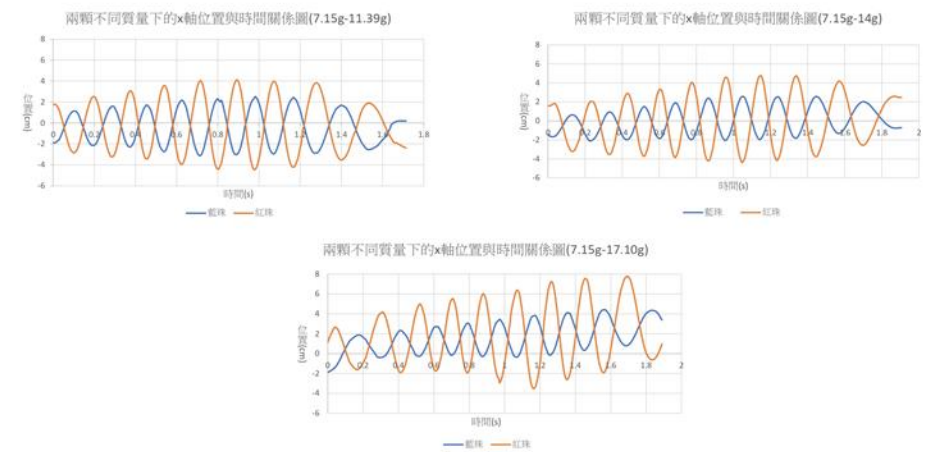
當30圈時只能呈現一次開闊。除了30圈外，隨著彈力串珠繩圈數增加，開闊週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。

五、探討鐵珠質量不同下的運動方式



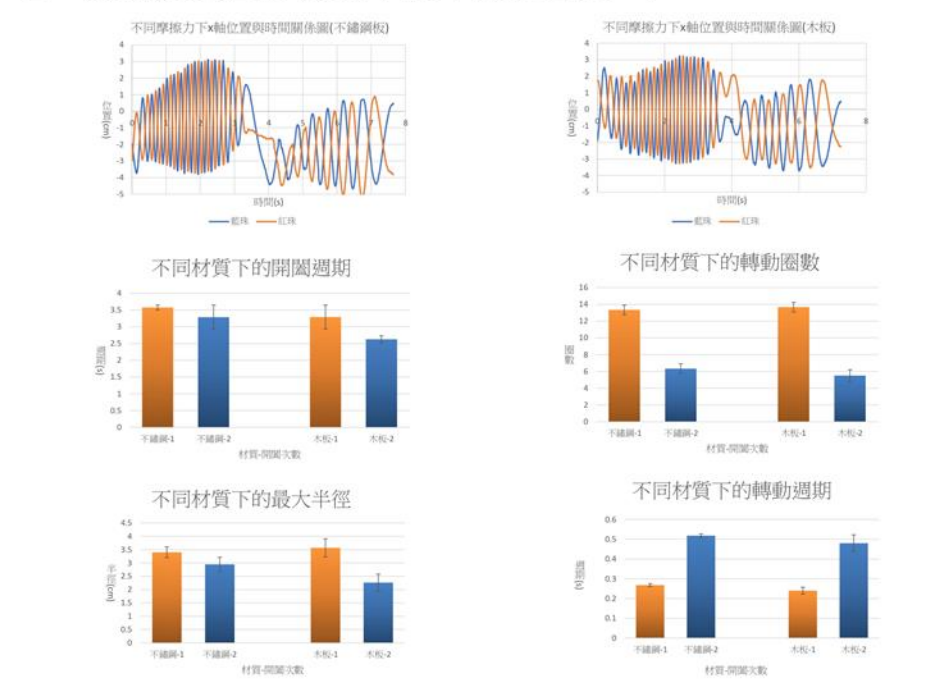
隨鐵珠質量增加，開闊週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似(7.15g除外)，與轉動週期增加。

六、探討兩顆鐵珠質量不同下的運動方式



在雙珠分別不同質量下，雙珠質量差距越大，開闊週期越大，最大半徑越大，而轉動圈數與轉動週期無相關性。

七、探討接觸面摩擦力不同下的運動方式



摩擦力較大(木板)時，開闊週期較小，轉動圈數較多，最大半徑較大，轉動週期較小。

八、探討雙珠轉動時彈力位能與動能關係



當0-2.6、4.18-6.10、7.9-9.8秒時，彈力串珠繩在y軸長度增加，鐵珠轉速也隨之增加。當2.6-4.17、6.10-7.9、9.8-11.4秒時，彈力串珠繩在y軸長度減少，鐵珠轉速也隨之減少。此外，彈力串珠繩平均長度變化及鐵珠轉速都會隨著時間而減少。

陸 討論

一、彈性較佳的彈力繩不易固定，一般用橡皮筋容易超過彈性限度受損，所以本實驗選取兼具兩者優點的彈力串珠繩作為實驗器材。

在實驗過程中發現，在第一次開關結束時雙珠系統會受到摩擦力影響產生滑動及自身彈力串珠繩糾結纏繞影響，導致第二次實驗結果不穩定，所以我們只取第一次開關數據作為探討標準。

二、在相同圈數下，因彈力串珠繩長度越長產生扭力越小，彈力串珠繩提供能量不足，導致開關週期減少，轉動圈數減少，轉動週期增加，最大半徑也較大(與原始長度相關)。



相同圈數下 長度越長 扭力越小

三、當彈力串珠繩數目越多時，因扭力增加，提供能量也增加，導致開關週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加(5條除外)，轉動週期也減少。

但當彈力串珠繩只綁1條時，因扭力不足，而綁到5條時，因5條彈力串珠繩間的相互摩擦快速消耗扭力，所以都只能呈現一次開關。

四、當彈力串珠繩圈數增加時，因扭力增加，提供能量也增加，開關週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。

但當彈力串珠繩只轉30圈時，因能量不足，只能呈現一次開關，開關週期較小，轉動圈數較小，最大半徑較小，轉動週期較大。



相同長度下 圈數越多 扭力越大

五、在扭力相同，彈力串珠繩提供的能量相同下，在轉換成鐵珠所需動能中($K=1/2mv^2$)，因鐵珠質量增加，運動速度變慢，導致開關週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似，與轉動週期增加。

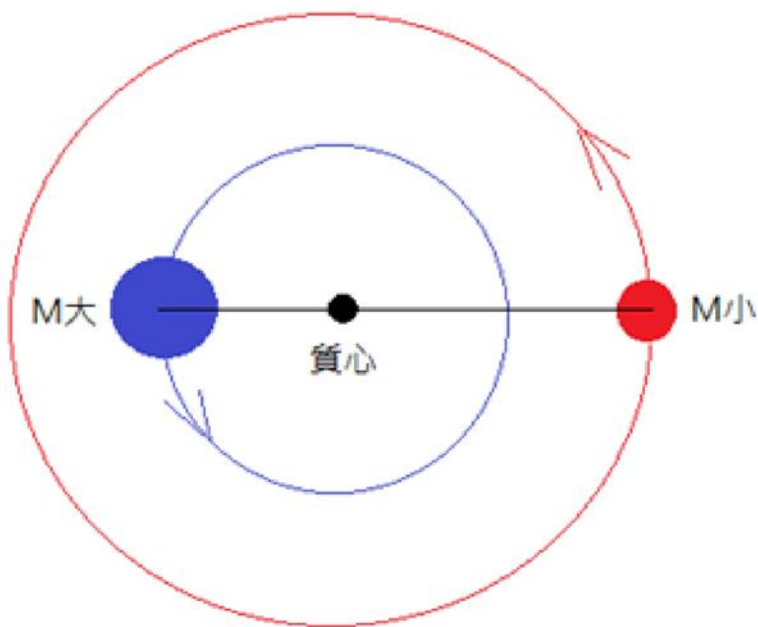
但因7.15g鐵珠質量較小，受彈力串珠繩拉力作用下，最大半徑也較小。



相同扭力下 質量越大 轉動越慢

六、在扭力相同，彈力串珠繩提供的能量相同下，在轉換成鐵珠所需動能中($K=1/2mv^2$)，雙鐵珠總質量增加，運動速度變慢，導致開關週期增加，最大半徑增加。推測因雙珠相互受到摩擦力大小不同，轉動週期及轉動圈數無相關性。

不同雙珠質量比(輕/重)與其最大半徑比(重/輕)的回歸分析，呈現 $R^2=0.99$ 的高度正相關。可發現鐵珠繞質心轉動。



鐵珠繞質心作圓周運動

七、摩擦力較大時會產生能量耗損，但我們在之前摩擦力最小的玻璃上做此實驗時，卻完全打滑無法產生轉動。

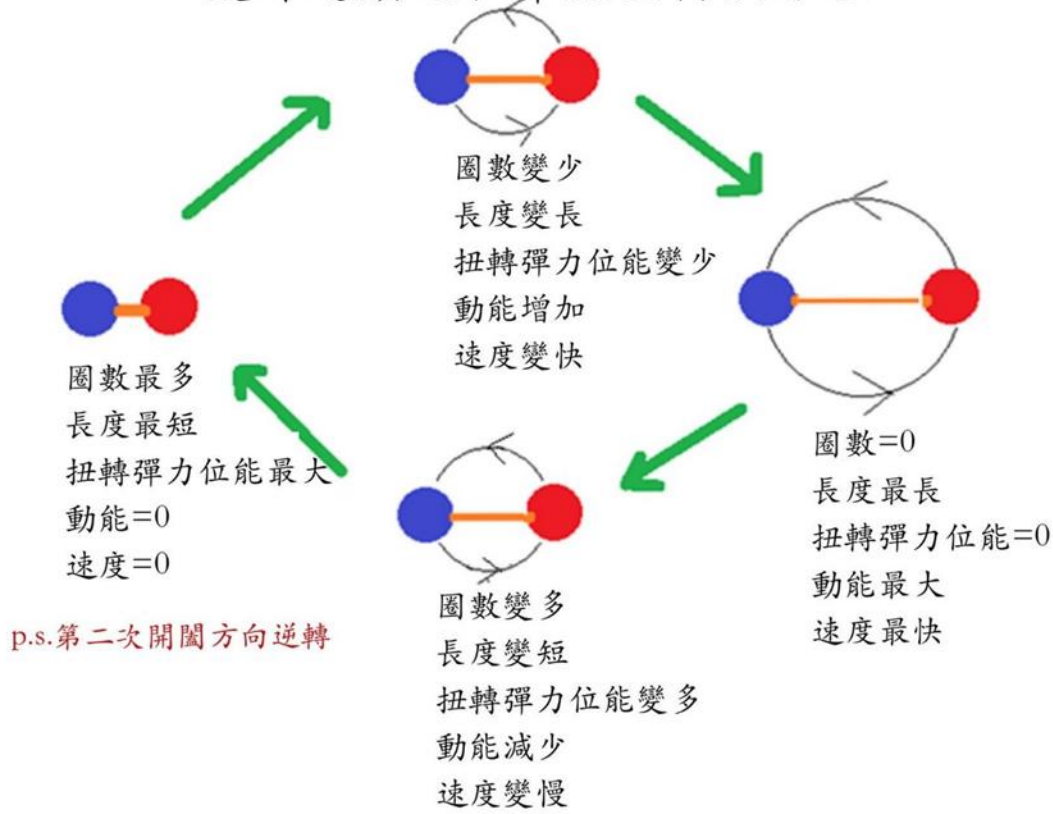
在本實驗中木板摩擦力較大，開關週期較小，轉動圈數較多，最大半徑較大，轉動週期較小。

八、因為扭轉彈力串珠繩作功會使其提供扭轉彈力位能，並在運動過程中轉換成動能($K=1/2mv^2$)。可發現當彈力串珠繩釋放能量時，長度增加，鐵珠運動速度也隨著增加。當彈力串珠繩完全釋放能量時，轉動半徑最大，此時彈力串珠繩轉動圈數為0，鐵珠速度最快。之後在慣性作用下，彈力串珠繩開始收回能量，長度變短，鐵珠運動速度也隨著減少。當彈力串珠繩完全收回能量時，此時彈力串珠繩轉動圈數最大，鐵珠速度為0。但因為第一次釋放時彈力串珠繩轉動順序與第二次釋放時彈力串珠繩轉動順序相反，所以第一次開關及第二次開關時的鐵珠轉動方向也會相反。由於摩擦力作用下不斷耗損能量，所以鐵珠運動速度及最大轉動半徑，也會隨開關次數減少。

雙珠半徑大小變化過程及其相關性

	初始 (半徑最小)	半徑增加時	半徑 最大	半徑減少時	恢復 (半徑最小)
彈力串珠繩圈數	最多	減少	0	增加	最多
彈力串珠繩長度	最短	增加	最長	減少	最短
扭轉彈力位能	最大	減少	0	增加	最大
鐵珠動能	0	增加	最大	減少	0
鐵珠速度	0	增加	最大	減少	0
彈力串珠繩拉力	最小	增加	最大	減少	最小

雙珠運動過程中能量轉換原理



p.s.第二次開關方向逆轉

柒 結論

- 一、在第二次開關時，雙珠系統會受到摩擦力滑動及自身彈力串珠繩糾結纏繞影響，導致結果不穩定。
- 二、在相同圈數下，因彈力串珠繩長度越長，產生扭力越小，提供能量不足，導致開關週期減少，轉動圈數減少，轉動週期增加。
- 三、當彈力串珠繩數量越多(2-5條)時，因扭力增加，提供能量增加，會導致開關週期減少，轉動圈數減少，最大半徑增加，轉動週期也減少。
- 四、當彈力串珠繩圈數增加(40-70圈)時，因扭力增加，提供能量增加，開關週期減少，轉動圈數增加，最大半徑增加，轉動週期減少。
- 五、鐵珠質量增加(11.39g以上)時，運動速度變慢，導致開關週期增加，轉動圈數增加，最大半徑相似，與轉動週期增加。
- 六、雙鐵珠不論雙方質量大小，過程都是繞質心轉動。重鐵珠半徑短，輕鐵珠半徑長，呈現反比關係。
- 七、摩擦力較大時會產生能量耗損，但我們在之前摩擦力最小的玻璃上做此實驗時，卻出現打滑無法產生轉動。
- 八、雙珠系統是利用雙手轉動彈力串珠繩對其作功，而放開後彈力串珠繩將自身位能轉換成鐵珠動能，當完全釋放後轉動半徑最長，位能最小，動能最大；之後鐵珠持續轉動，將動能又轉換回位能，直到動能完全轉回位能為止。由於釋放時與轉回後彈力串珠繩轉動方向相反，所以第二次開關會產生逆轉的情形。

捌 參考資料及其他

- 一、林念臻，黃鈺婷，袁白，蘇庭葳，蔡勝哲，謝士博，(1997)，翻滾吧!跳豆，中華民國第四十七屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 二、廖瑞銘(1987)。重心。大不列顛百科全書第4(335頁)。台北：丹青圖書有限公司。
- 三、陳乃恩，陳冠閔，顏子庭，黃建泓，陳麒文，張謐，(2009)，百發百中-以力學分析影響陀螺擲準因素與改良，中華民國第59屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 四、楊舒喬(2018)。繩奇摩力。全國科展58屆。
- 五、劉子源，戴琦，劉笛婕，林霽汶，(1998)，懸崖勒馬-力的探討，中華民國第四十八屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 六、黃福坤(2000年1月15日)。物理與生活-摩擦力。台灣師大物理系，物理教學示範實驗教室。線上檢索日期：2008年2月27日。網址：<http://www.phy.ntnu.edu.tw/moodle/index.php>
- 七、作者不詳(2022-03-23)。IYPT11題橡皮筋上的球。bilibili。網址：https://www.bilibili.com/video/BV1m34y1x7aV/?spm_id_from=333.788.recommend_more_video.-1
- 八、作者不詳。滾動摩擦係數，中文百科。網址：<https://www.newton.com.tw/wiki/%E6%BB%BE%E5%8B%95%E6%91%A9%E6%93%A6%E4%BF%82%E6%95%B8/721336>