

中華民國第 63 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 物理科

第二名

030108

溶液深淺長短跑—創新方法精密測量折射率與
液體濃度的關係

學校名稱：臺北市私立薇閣高級中學(附設國中)

作者： 國二 高至洵 國二 林韋辰 國二 林恩圻	指導老師： 李湘君 高君陶
---	-----------------------------

關鍵詞：雷射測距儀、液體濃度、折射率

摘要

我們利用一般裝潢使用測量距離的雷射測距儀，配合理論推導，自行設計實驗方法與步驟，成功地精確測量各種水溶液在室溫下的折射率。透過我們的實驗方法與高中光學插針法測量液體折射率的實驗比較，測量誤差比插針法得到的實驗結果小一個數量級。我們還利用此實驗方法精確測量不同濃度的各種水溶液之折射率，探討折射率與濃度之間的線性關係。我們更進一步測量雙溶質水溶液與不互溶的兩液體，發現其折射率皆具有線性疊加的關係。

壹、前言

一、研究動機：

理化課時，光的折射與反射讓我們都很感興趣，但我們比較熟悉光的反射現象，光的折射只有聯想到裝水杯中的筷子發生折凹的情況。經由老師的課程解說，才知道光的折射原因是當光經過不同介質時，因為速率改變導致光傳遞方向發生變化。恰巧無意間發現手機上有測距功能，於是對水進行測量，結果發現跟實際的距離並不一樣，於是我們去買裝潢用的雷射測距儀來進行本實驗。

二、研究目的：

- (一) 利用雷射測距儀與自己發展的實驗方法，測量各種液體的折射率，並與高中光學實驗『插針法』測量液體折射率的實驗結果比較。
- (二) 測量不同濃度的食鹽、糖、酒精、甘油、硝酸鉀等不同水溶液的折射率，探討其折射率與濃度的關係。
- (三) 組合兩種不同的溶質形成的水溶液，探討其折射率與濃度的關係。
- (四) 測量兩種不互溶的液體，探討其折射率是否具有線性疊加的關係。

三、文獻探討：

(一) 光的折射現象^[1]：

光在不同介質的傳遞速率不同，因此在兩不同介質的界面處會發生傳遞方向改變，此現象稱為光的折射，如圖一所示。

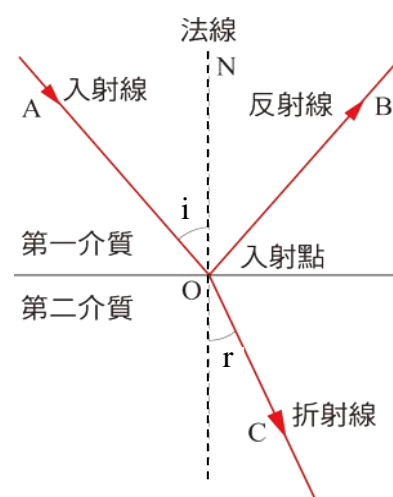
折射率的大小決定光從真空（或空氣中）射入透明介質時，光路徑的偏折程度。由斯涅耳定律（Snell's Law）可知，若入射角為 i 、折射角為 r ，則：

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}。$$

上式中，若入射光是從真空中射入

$\Rightarrow v_1 = c$ 、 $n_1 = 1$ ，則透明介質的折射率定義^[2]為：

$$\text{折射率 } n \equiv \frac{\text{光在真空中的傳遞速率}}{\text{光在介質中的傳遞速率}} = \frac{c}{v}。$$



圖一 光的折射示意圖

(二) 常見物質的折射率^{[3][4]}：

表一為常見液體，在 20 °C ，以波長 $\lambda = 589 \text{ nm}$ 的單色光進行測量的折射率參考值。

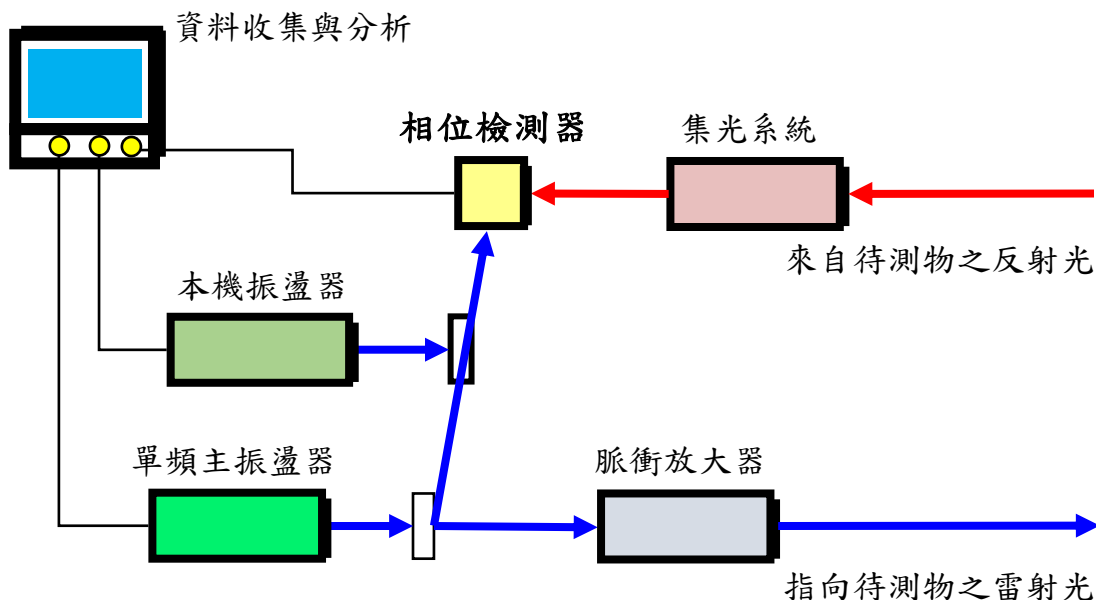
表一 常見液體的折射率

物質	折射率
真空	1 (定義)
水	1.333
95%酒精	1.3624
橄欖油	1.4763
甘油	1.4746
丙酮	1.3593

(三) 雷射測距儀的原理^[5]：

雷射測距儀發射出來的雷射光照射物體，利用反射光與參考光之間的相位差（換算成為時間差），計算出雷射測距儀與物體之間的距離。

首先雷射光源發射一調製光束，檢測器所收到回波信號之相位為 φ ，並與一局部振盪器（Local Oscillator）產生干涉的拍頻（Beat）訊號，此時相位檢測器（Phase Shift Detector）會測出發射與接收訊號間的相位差 $\Delta\varphi$ ，並藉此找出時間差 Δt ，間接測量來回的距離，如圖二所示。



圖二 雷射測距儀的原理示意圖

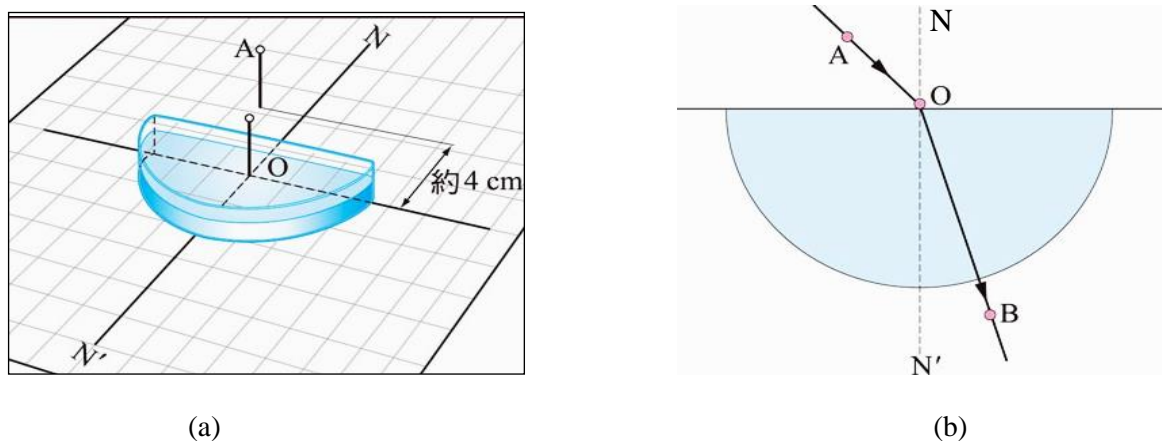
相位測距法有最大測量距離的限制，測量範圍約在數十公尺之內，但精密度可達公釐（0.1 公分），目前大多應用在短距離測量（如室內裝潢）。

(四) 本實驗所使用的雷射測距儀 GLM 25 的規格^[6]：

雷射二極體波長 635 nm，使用功率 < 1 mW，測量範圍 0.15~25.00 m，測量精度 $\pm 2.0 \text{ mm}$ （操作造成的誤差另計），以雷射測距儀的後端為測量起點。

此款雷射測距儀不適用於鏡面或金屬面的反射測距，主要原因是因為若反射光的強度太強，會造成相位比對時的不確定度增加（我們在實驗的過程中有驗證此現象，測量的數值會發生很大的差異變動）。另外，若反射光的強度太弱也無法有效地測量（我們在實驗過程中有觀察到測量值會顯示從液面處反射的距離）。

(五) 高中物理光學實驗 — 插針法測量液體折射率^[7]：

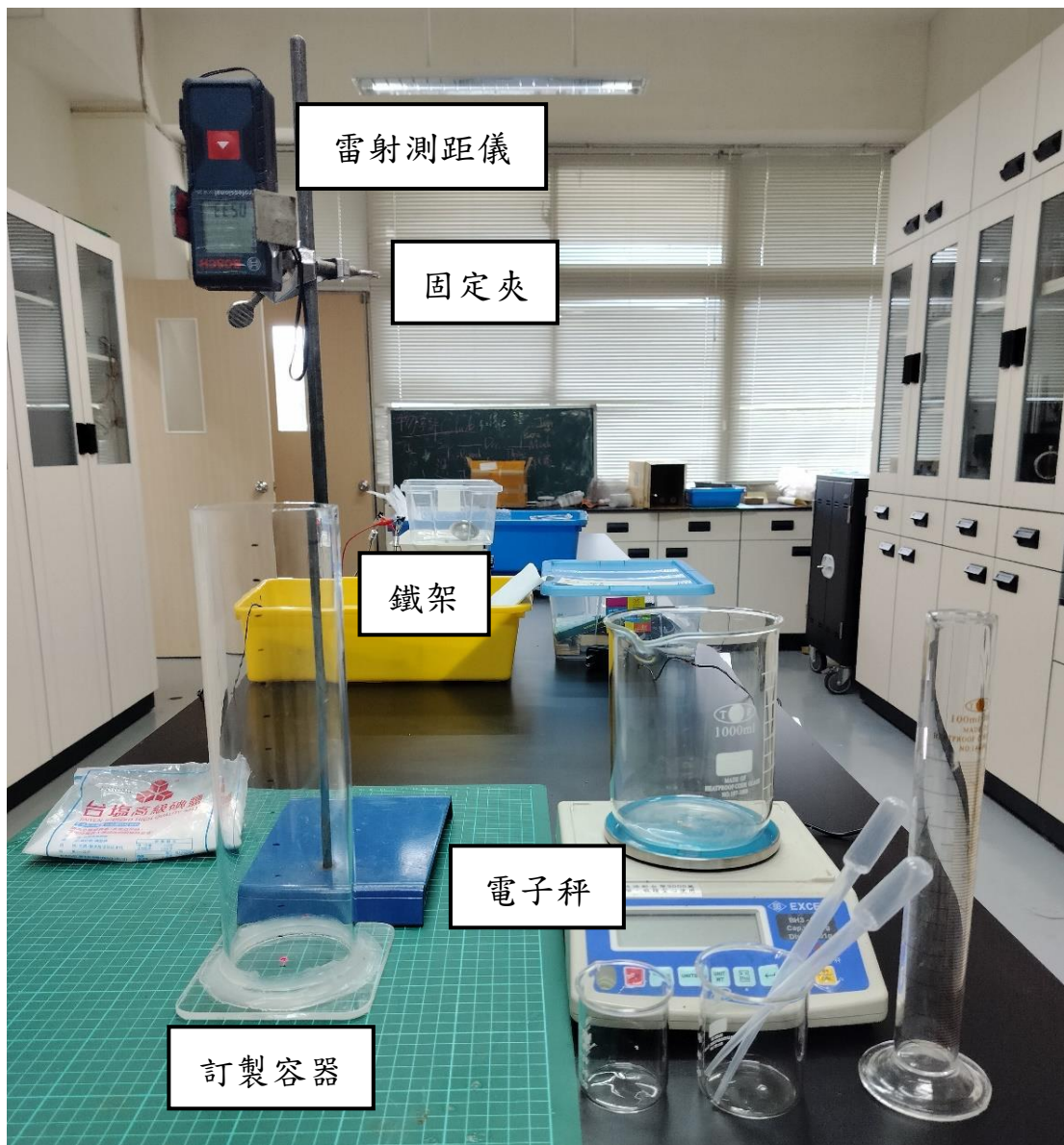


圖三 插針法測量液體折射率的實驗裝置示意圖

1. 如圖三 (a) 所示，在保麗綸板上平放一張方格紙。將水注入塑膠盒內至半滿後，放置在方格紙上。放置塑膠盒時，須使塑膠盒底面的直徑恰與方格紙的某一直線重合。
2. 如圖三 (b) 所示，通過塑膠盒底面的圓心 O 點處，作一垂直於直徑的直線 NN' ，作為法線，並在圓心處垂直地插一大頭針 O ，標定為光線的人射點。
3. 在塑膠盒的直徑面前方約 5 cm 處，垂直地插一大頭針 A ，使入射角 $\angle AON$ 約為 $10^\circ \sim 15^\circ$ 。
4. 在塑膠盒的圓弧面處，經盒內的透明液體觀察所插的 A 針，使 A 針的像與大頭針 O 位在同一條視線上，並在此視線垂直地插上另一大頭針 B ，以定出折射光線的方向。
5. 改變 A 針的位置（每次變動使入射角增加 $5^\circ \sim 10^\circ$ ，直至入射角約為 $60^\circ \sim 70^\circ$ 為止），重複步驟 4，在方格紙上標記每次 A 和 B 的位置，量出 $\angle AON$ （入射角以 i 表示）和 $\angle BON'$ （折射角以 r 表示）的大小。利用折射定律計算水的折射率。
6. 更換不同的透明液體，重複步驟 1. 至 5.，測量液體的折射率。

貳、研究設備和器材

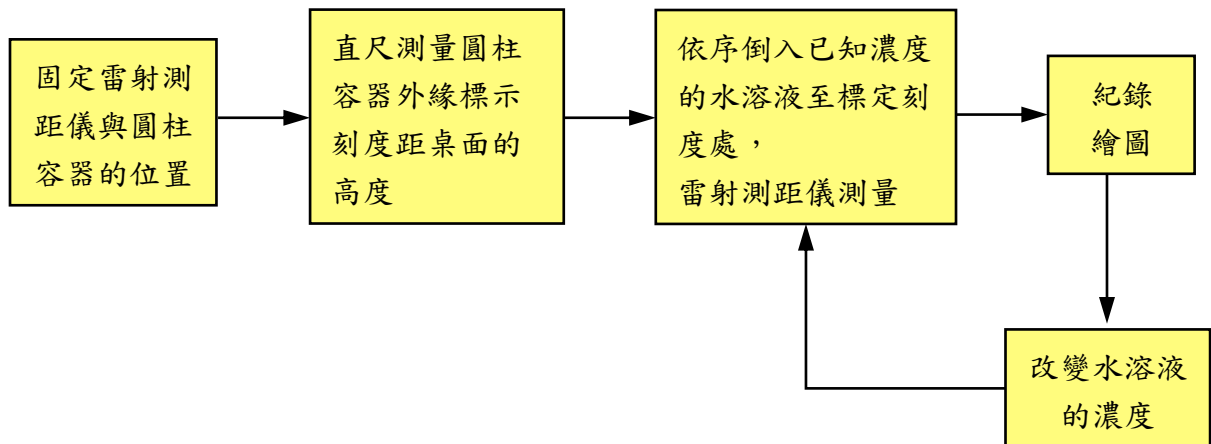
- 一、德國 BOSCH 雷射測距儀 (GLM 25^[4])1 台
- 二、訂製圓柱形壓克力容器.....2 個
- 三、100 mL、200 mL、1000 mL、2000 mL 燒杯.....各 1 個
- 四、鐵架 (用於固定雷射測距儀)1 個
- 五、電子秤 (精密度至 0.1 公克)1 台
- 六、食鹽、糖、硝酸鉀、95%酒精、甘油、白蠟油



圖四 實驗器材與裝置圖

參、研究過程與方法

一、實驗流程圖：



二、自行設計的實驗方法：

如圖五，雷射測距儀的測量值 y

$$\begin{aligned}
 y &= c \times \Delta t \\
 &= c \times (\Delta t_{\text{空氣}} + \Delta t_{\text{液體}} + \Delta t_{\text{壓克力}}) \\
 &= c \times \left(\frac{H-x}{c} + \frac{x-d}{v_{\text{液體}}} + \frac{d}{v_{\text{壓克力}}} \right)
 \end{aligned}$$

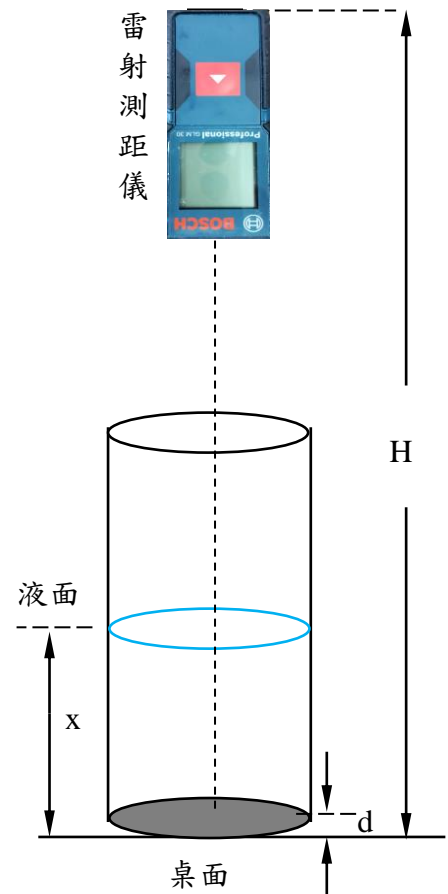
因為介質折射率的定義為 $n \equiv \frac{c}{v}$ ，將之代入

$$\begin{aligned}
 y &= H - x + (n_{\text{液體}} \times v_{\text{液體}}) \cdot \frac{x-d}{v_{\text{液體}}} + (n_{\text{壓克力}} \times v_{\text{壓克力}}) \cdot \frac{d}{v_{\text{壓克力}}} \\
 &= H - x + n_{\text{液體}} \times (x-d) + n_{\text{壓克力}} \times d \\
 &= (n_{\text{液體}} - 1) \times x + (H + (n_{\text{壓克力}} - n_{\text{液體}}) \times d)
 \end{aligned}$$

改變 x ，測量 y ，作 $y-x$ 圖

=> 斜率為 $(n_{\text{液體}} - 1)$

=> 液體的折射率 $n_{\text{液體}} = \text{斜率} + 1$ 。



圖五 自行設計的實驗裝置示意圖

三、線性擬合 (Linear Fit) 斜率的誤差公式^[8]：

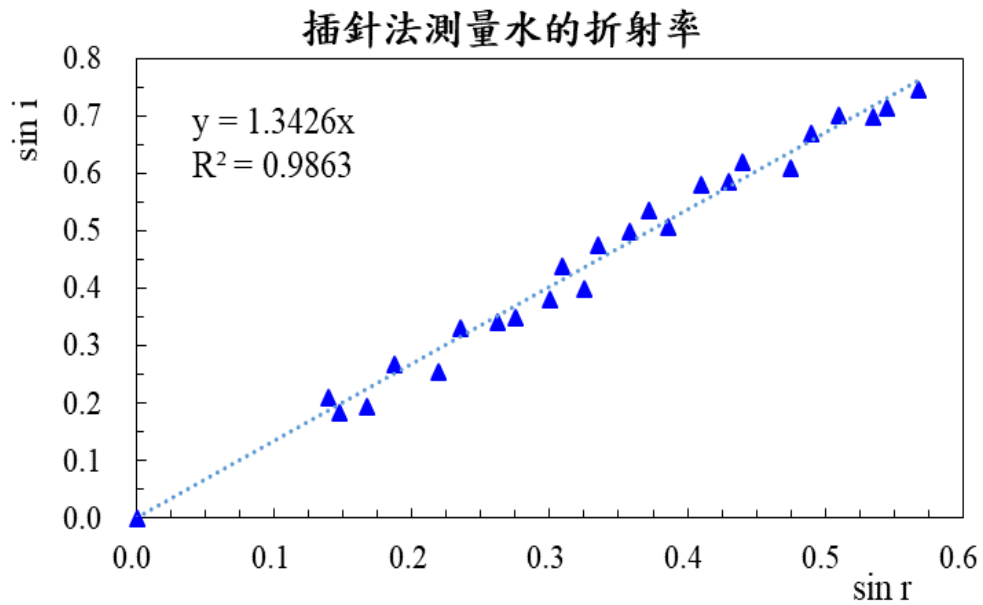
$$\Delta m = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-2} \cdot \sum (y_i - mx_i - b)^2}}{\sqrt{\sum (x_i^2)}}$$

肆、研究結果

一、插針法測量折射率：

改變入射角 i ，測量折射角 r ，作 $\sin i$ 對 $\sin r$ 的關係圖，再利用線性擬合得到斜率與誤差。

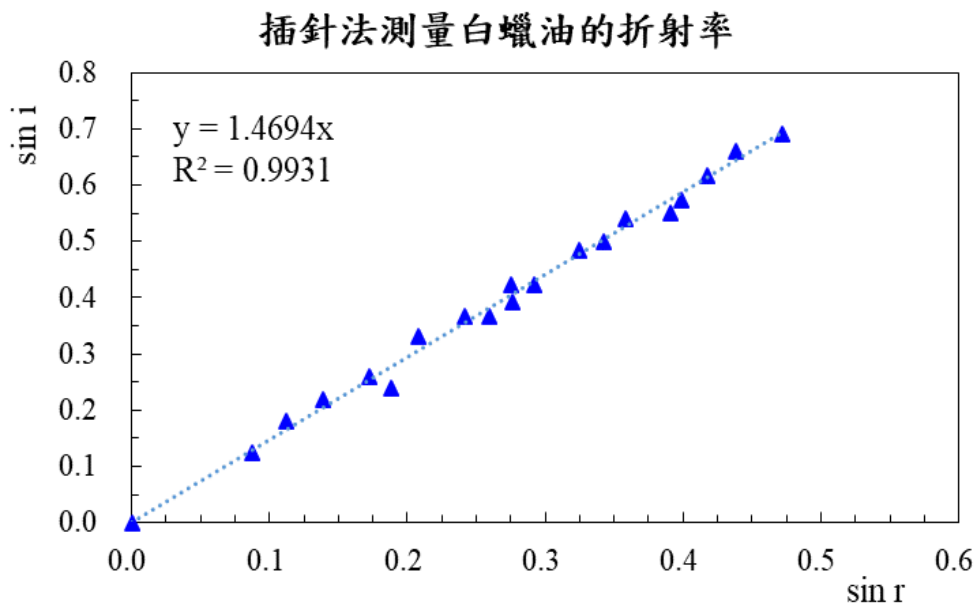
(一) 水：



圖六 插針法測量水的折射率

由圖六的實驗結果可得水的折射率為 $n_{\text{水}} = 1.343 \pm 0.013$ 。

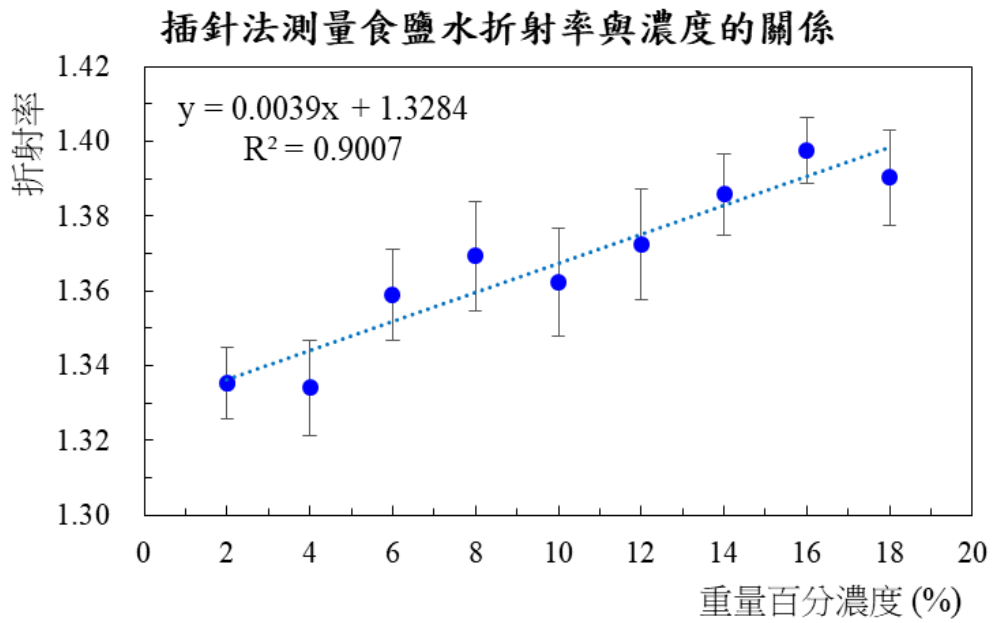
(二) 白蠟油：



圖七 插針法測量白蠟油的折射率

由圖七的實驗結果可得白蠟油的折射率為 $n_{\text{白蠟油}} = 1.469 \pm 0.014$ 。

(三) 不同濃度的食鹽水溶液：



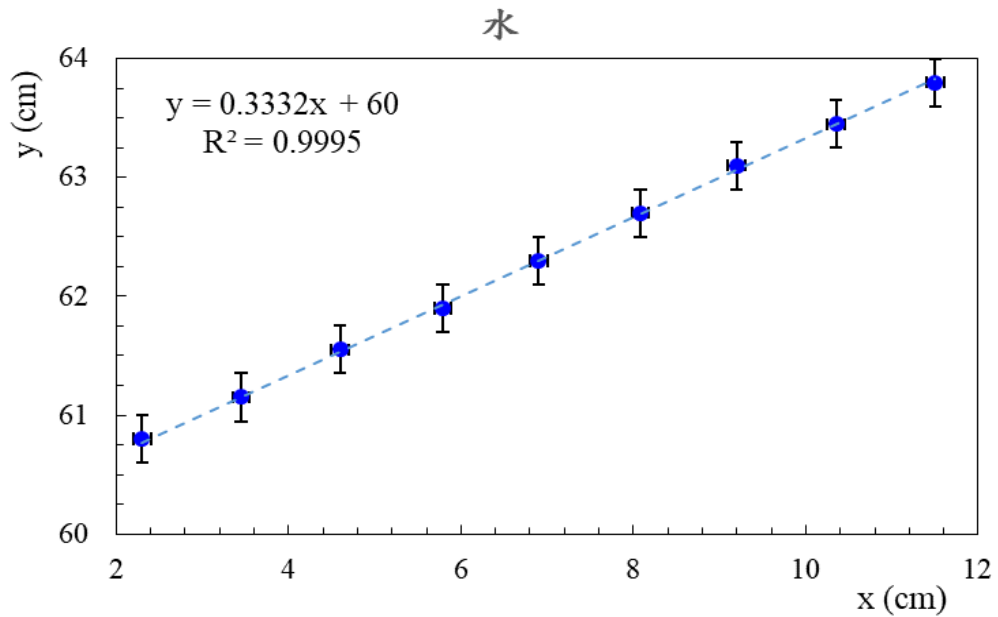
圖八 插針法測量食鹽水溶液的折射率與濃度的關係

由圖八的實驗結果大致可看出食鹽水溶液的折射率與濃度呈正相關，但由於實驗誤差較大而無法確定其為線性關係。

二、自行設計的實驗方法測量水與壓克力塊的折射率：

(一) 水：

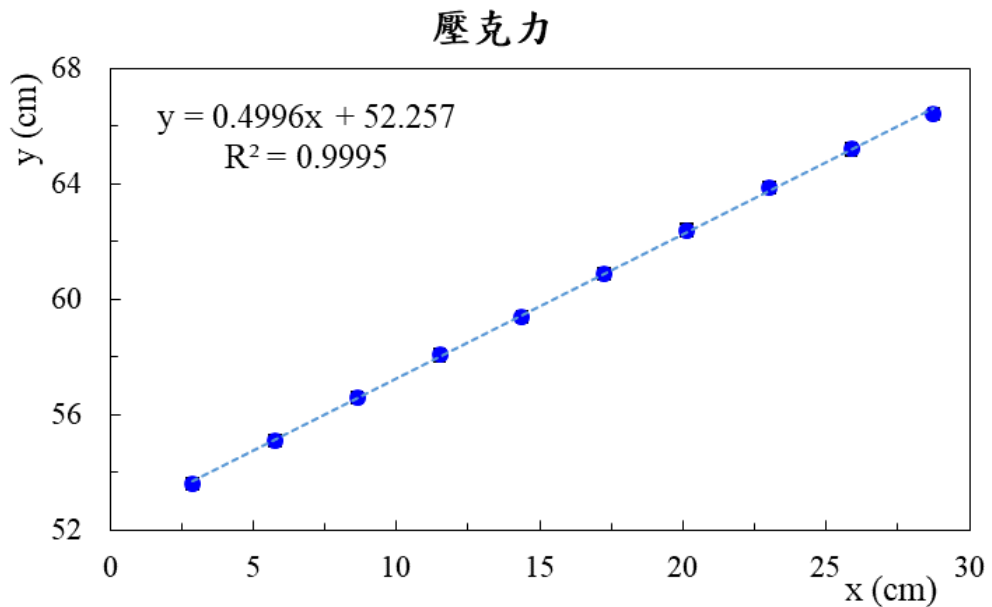
雷射測距儀測量值 y 的精密度 ± 0.2 cm、液面高度測量值 x 的精密度 ± 0.1 cm。



圖九 水的折射率實驗測量

由圖九的實驗結果可知，水的折射率為 $n_{\text{水}} = 1.3332 \pm 0.0011$ 。

(二) 壓克力塊：



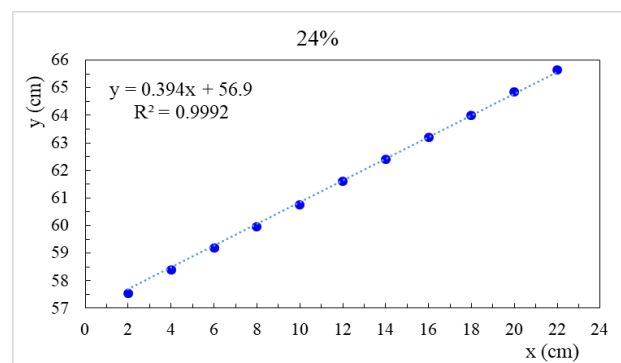
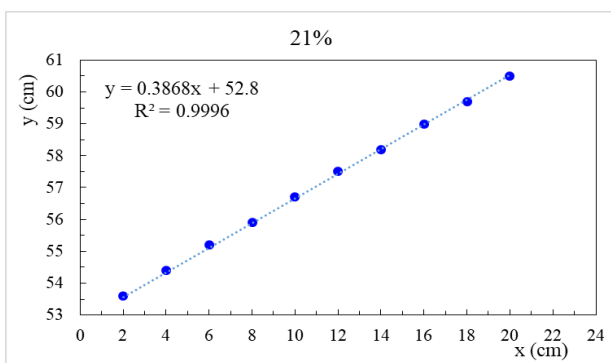
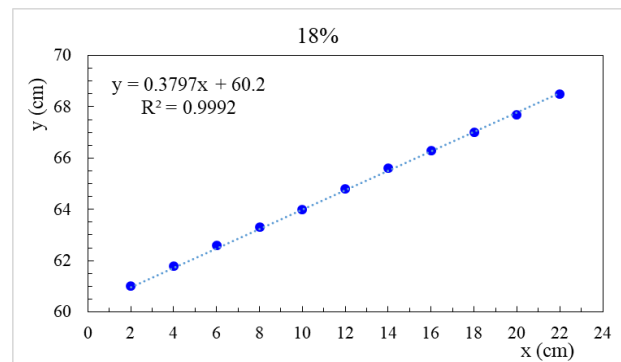
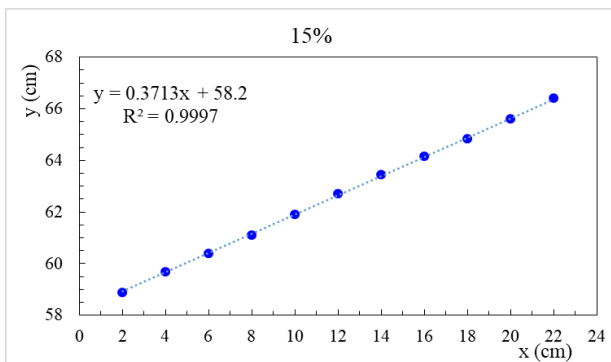
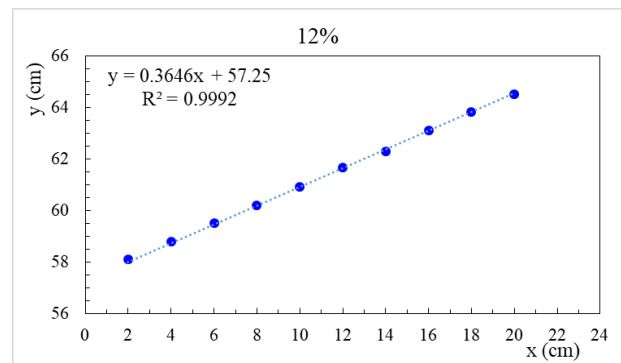
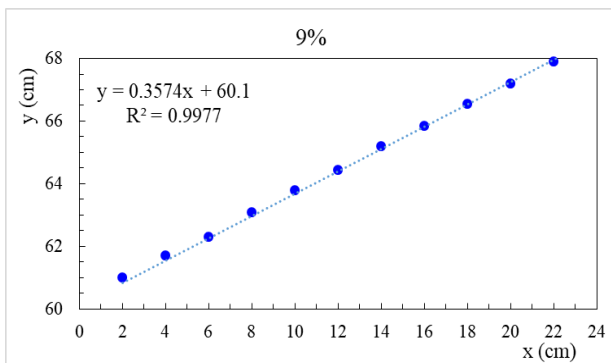
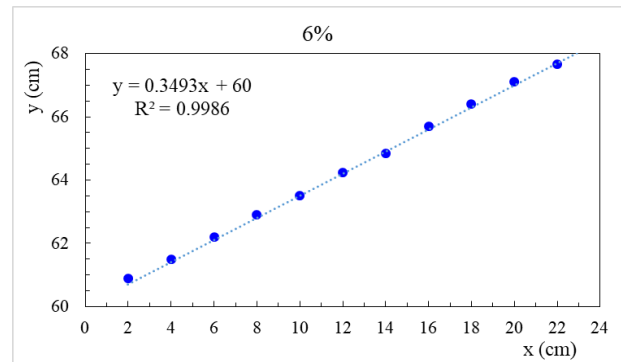
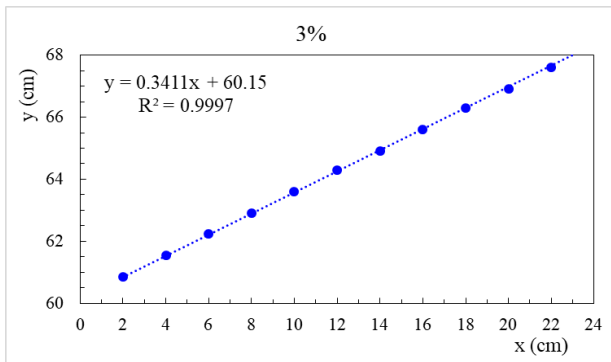
圖十 壓克力塊的折射率實驗測量

由圖十的實驗結果可知，壓克力塊的折射率為 $n_{\text{壓克力}} = 1.4996 \pm 0.0017$ 。

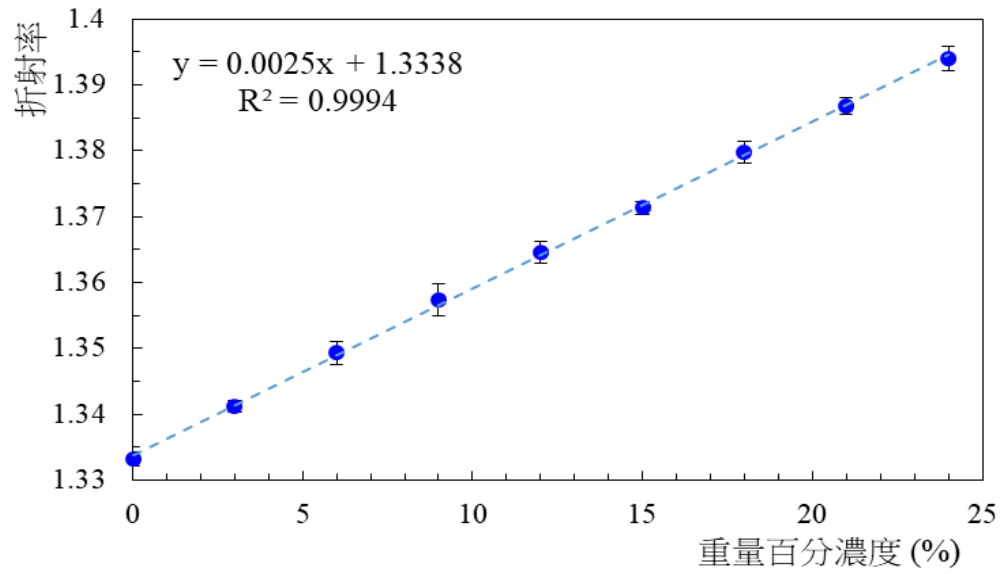
(三) 之後的實驗都是利用我們自行設計的實驗方法，測量各種水溶液之折射率。

三、各種水溶液的折射率：

(一) 食鹽水溶液：



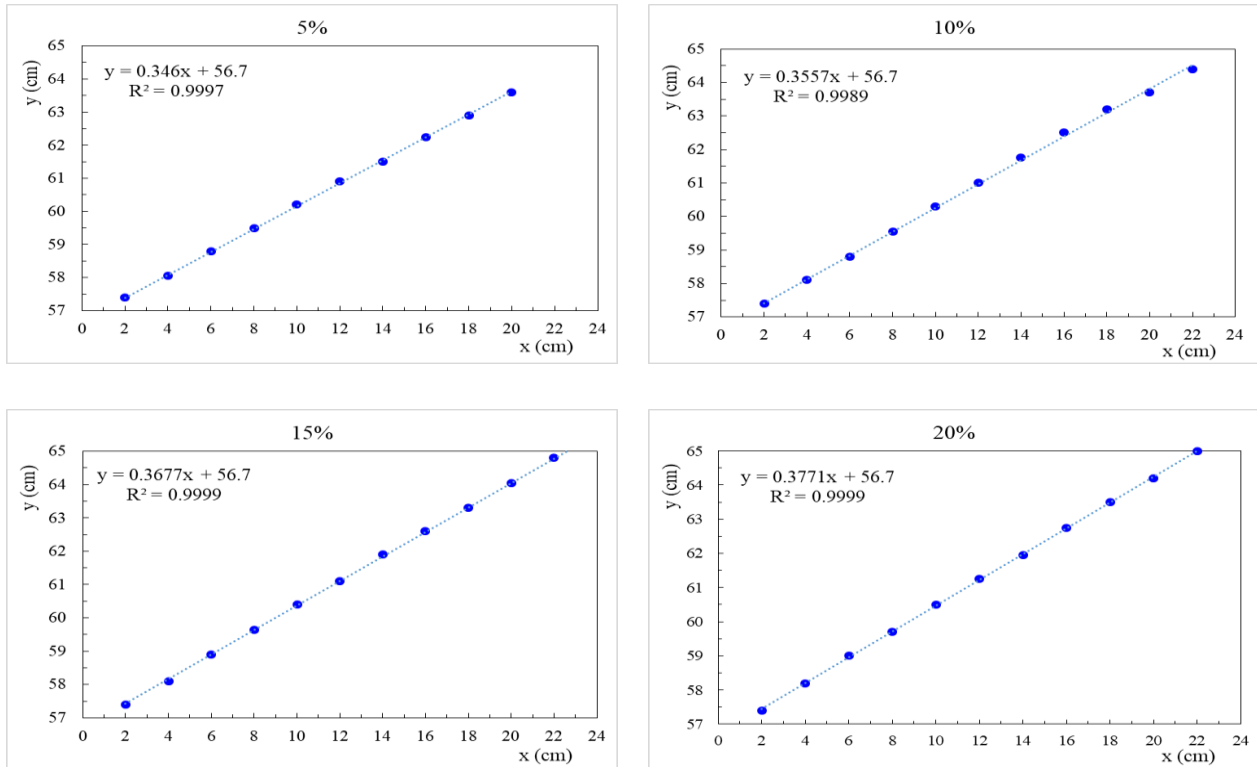
食鹽水濃度與折射率關係圖



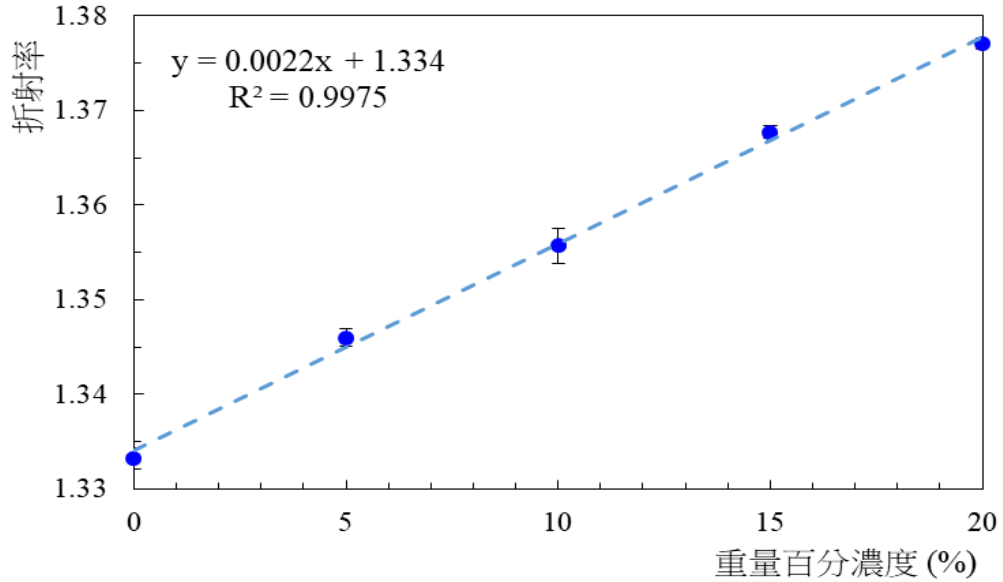
圖十一 食鹽水溶液的折射率實驗測量

由圖十一的實驗結果可知：食鹽水溶液的折射率隨濃度呈線性增加的關係，若重量百分濃度以 $P\%$ 表示，其折射率 $n_{\text{食鹽水}} = 1.3338 + 0.0025 \times P$ 。

(二) 糖水溶液：



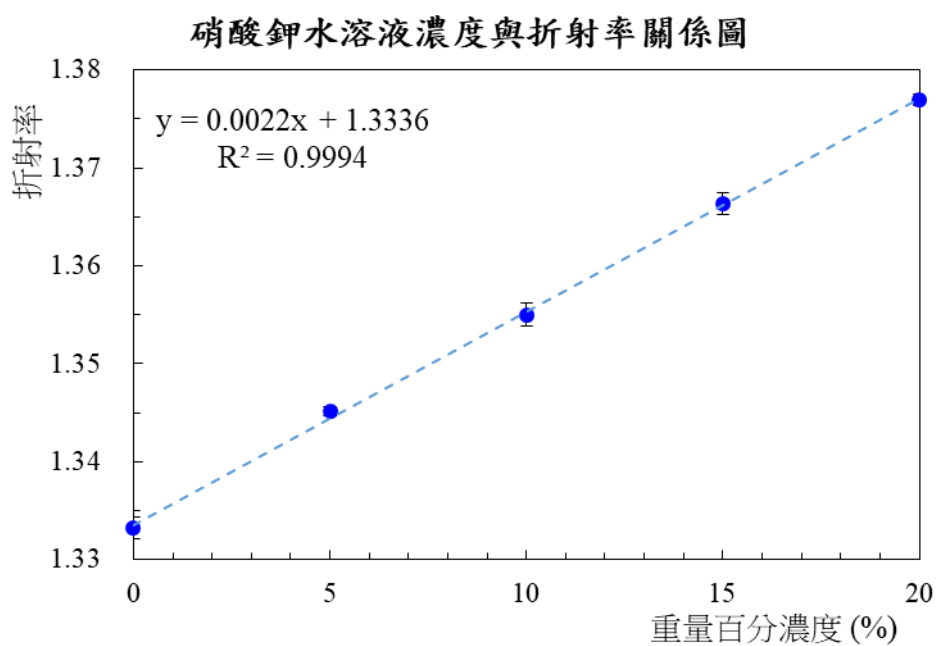
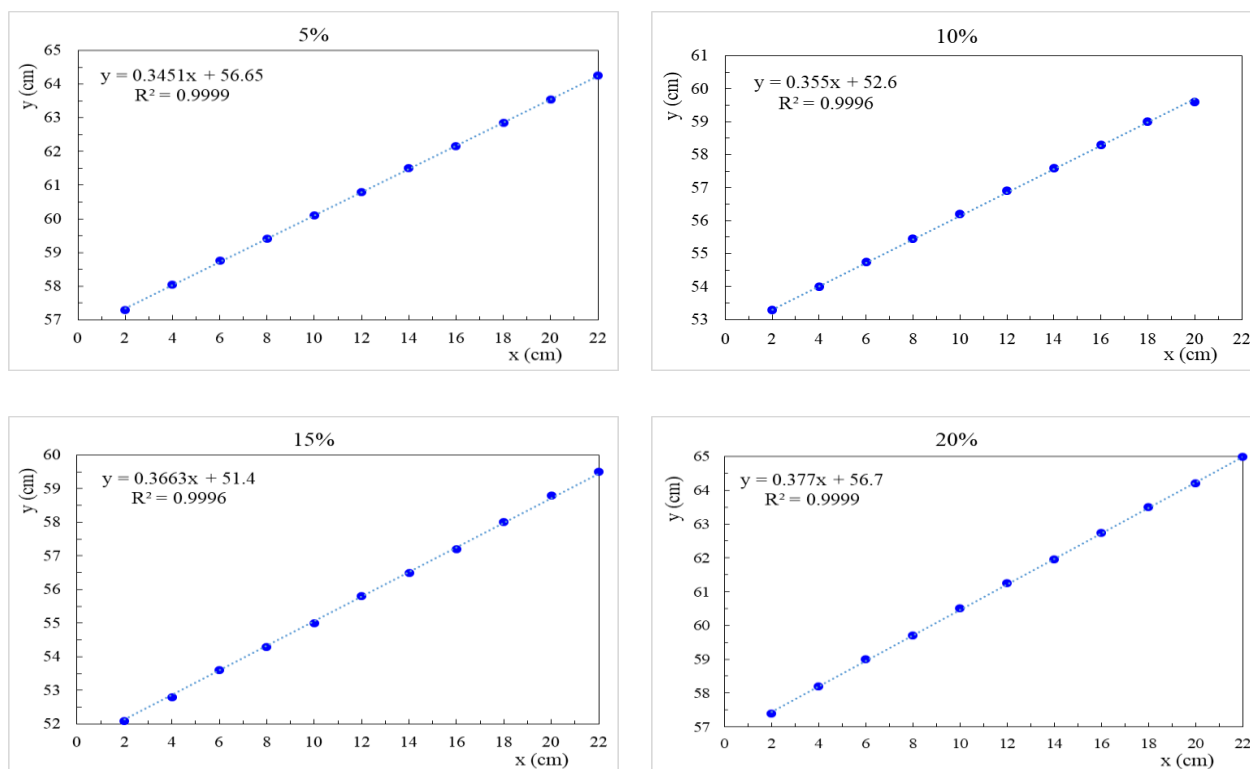
糖水濃度與折射率關係圖



圖十二 糖水溶液的折射率實驗測量

由圖十二的實驗結果可知：糖水溶液的折射率隨濃度呈線性增加的關係，若重量百分濃度以 $P\%$ 表示，其折射率 $n_{\text{糖水}} = 1.3340 + 0.0022 \times P$ 。

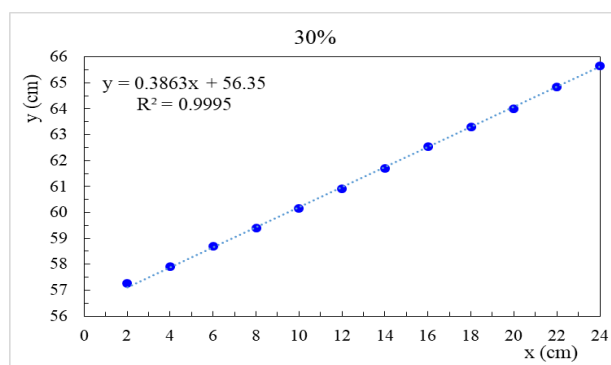
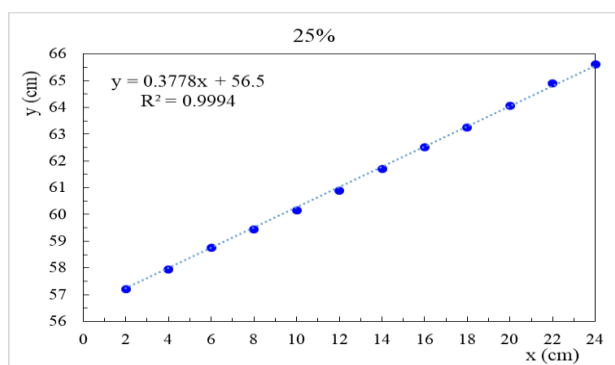
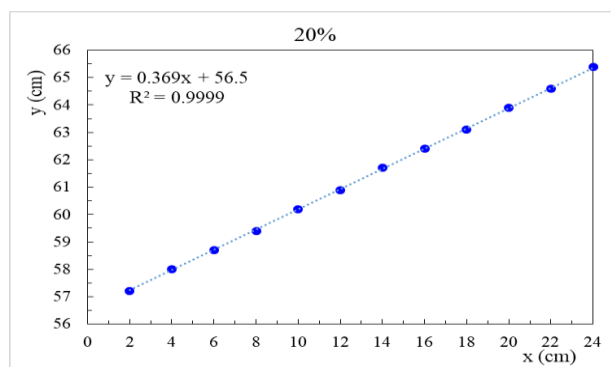
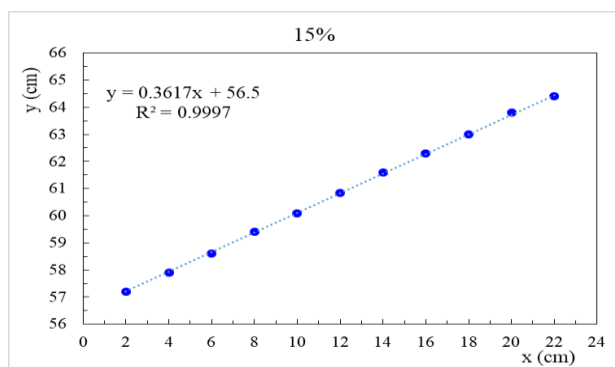
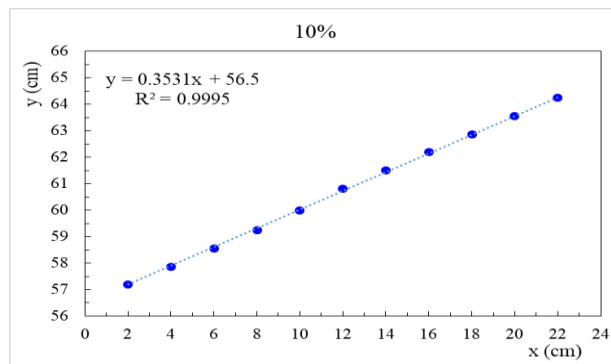
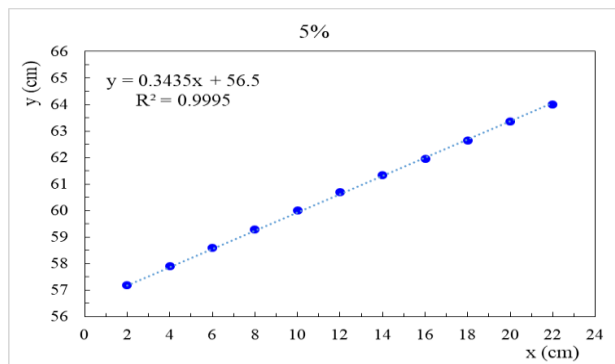
(三) 硝酸鉀水溶液：



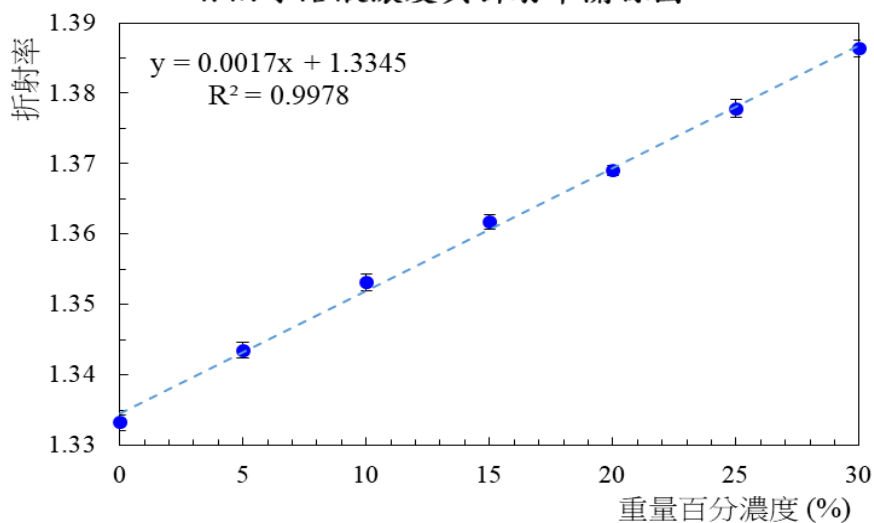
圖十三 硝酸鉀水溶液的折射率實驗測量

由圖十三的實驗結果可知：硝酸鉀水溶液的折射率隨濃度呈線性增加的關係，若重量百分濃度以 $P\%$ 表示，其折射率 $n_{\text{硝酸鉀}} = 1.3336 + 0.0022 \times P$ 。

(四) 甘油水溶液：



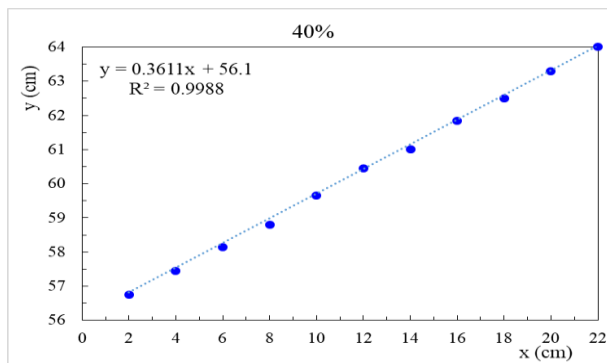
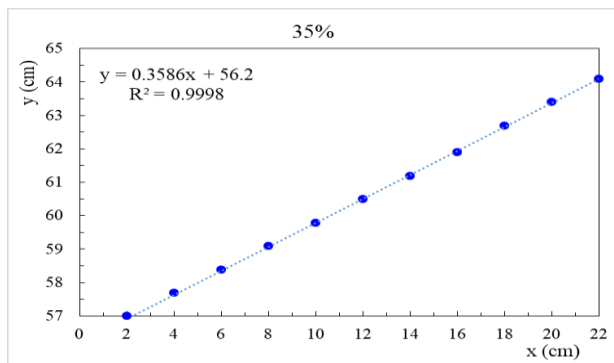
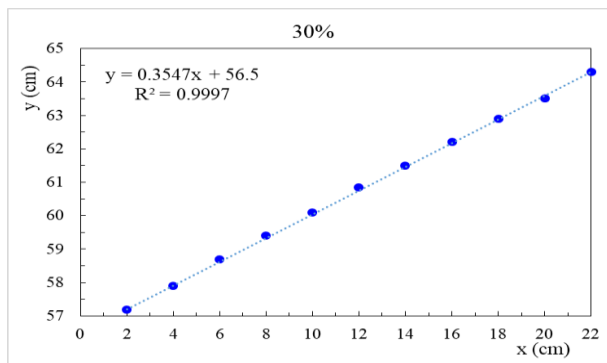
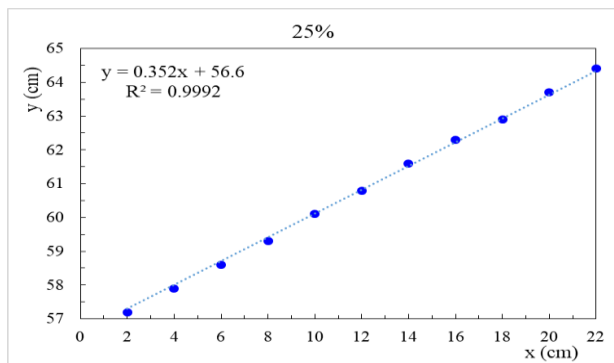
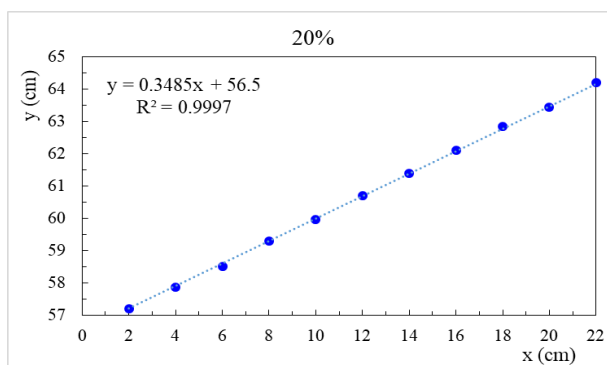
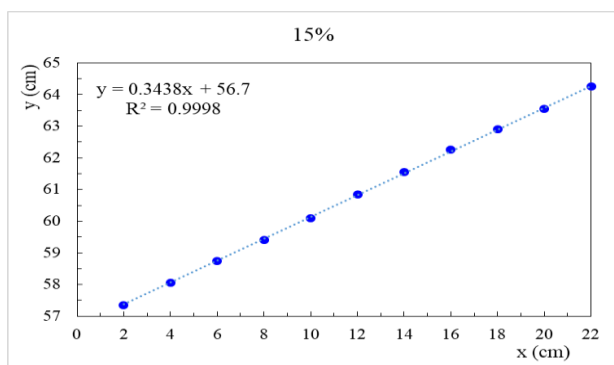
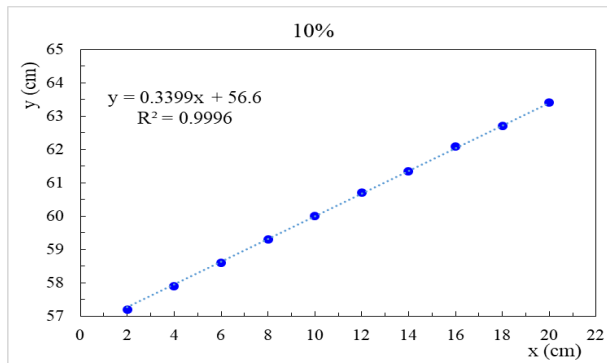
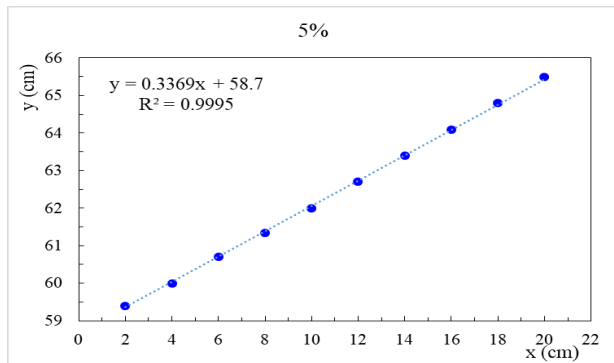
甘油水溶液濃度與折射率關係圖

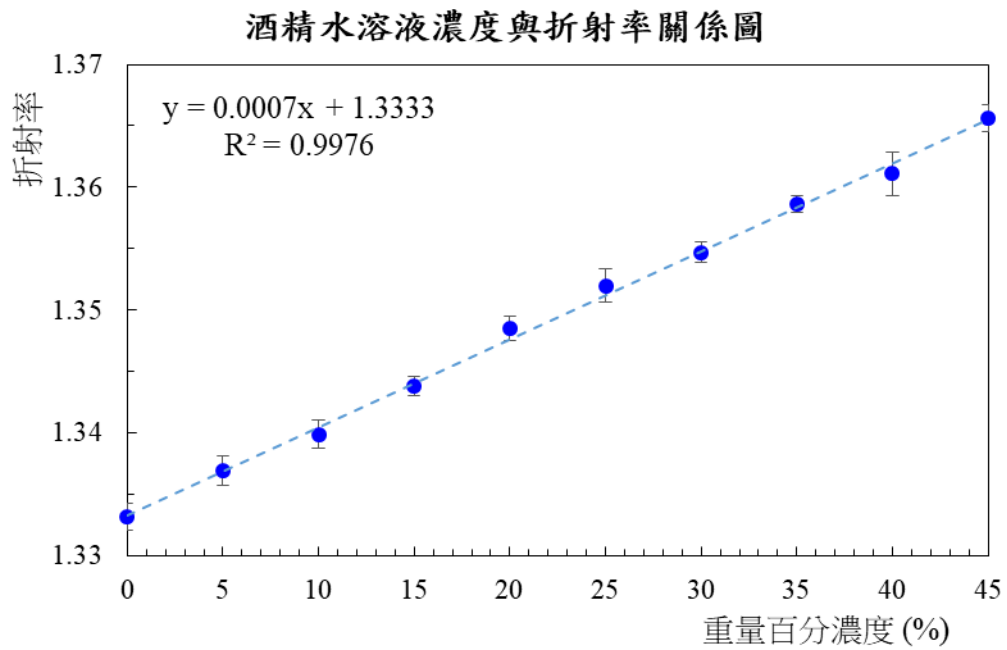
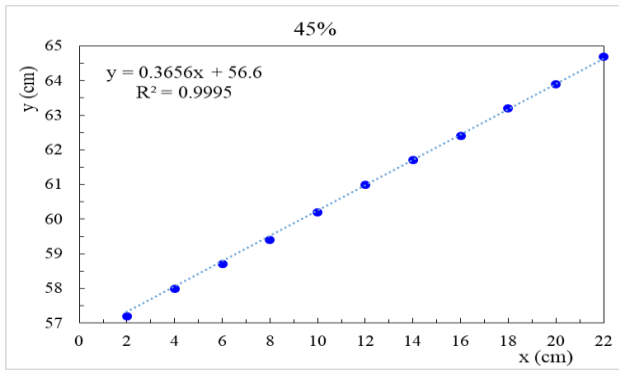


圖十四 甘油水溶液的折射率實驗測量

由圖十四的實驗結果可知：甘油水溶液的折射率隨濃度呈線性增加的關係，若重量百分濃度以 $P\%$ 表示，其折射率 $n_{\text{甘油}} = 1.3345 + 0.0017 \times P$ 。

(五) 酒精水溶液：





圖十五 酒精水溶液的折射率實驗測量

由圖十五的實驗結果可知：酒精水溶液的折射率隨濃度呈線性增加的關係，但其變化率很小，實驗過程中我們曾多次反覆地仔細測量。

若重量百分濃度以 $P\%$ 表示，其折射率 $n_{酒精} = 1.3333 + 0.0007 \times P$ 。

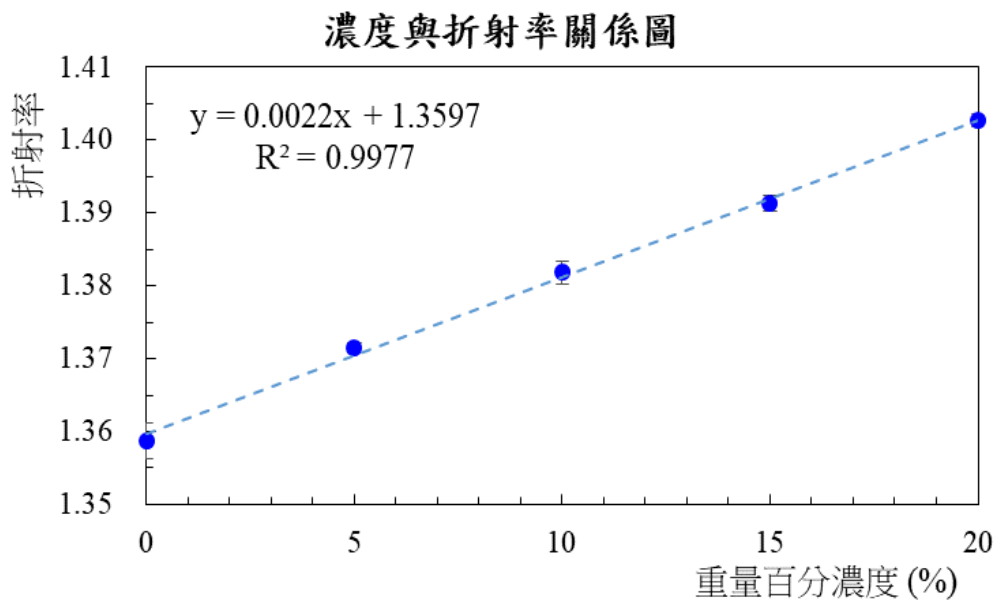
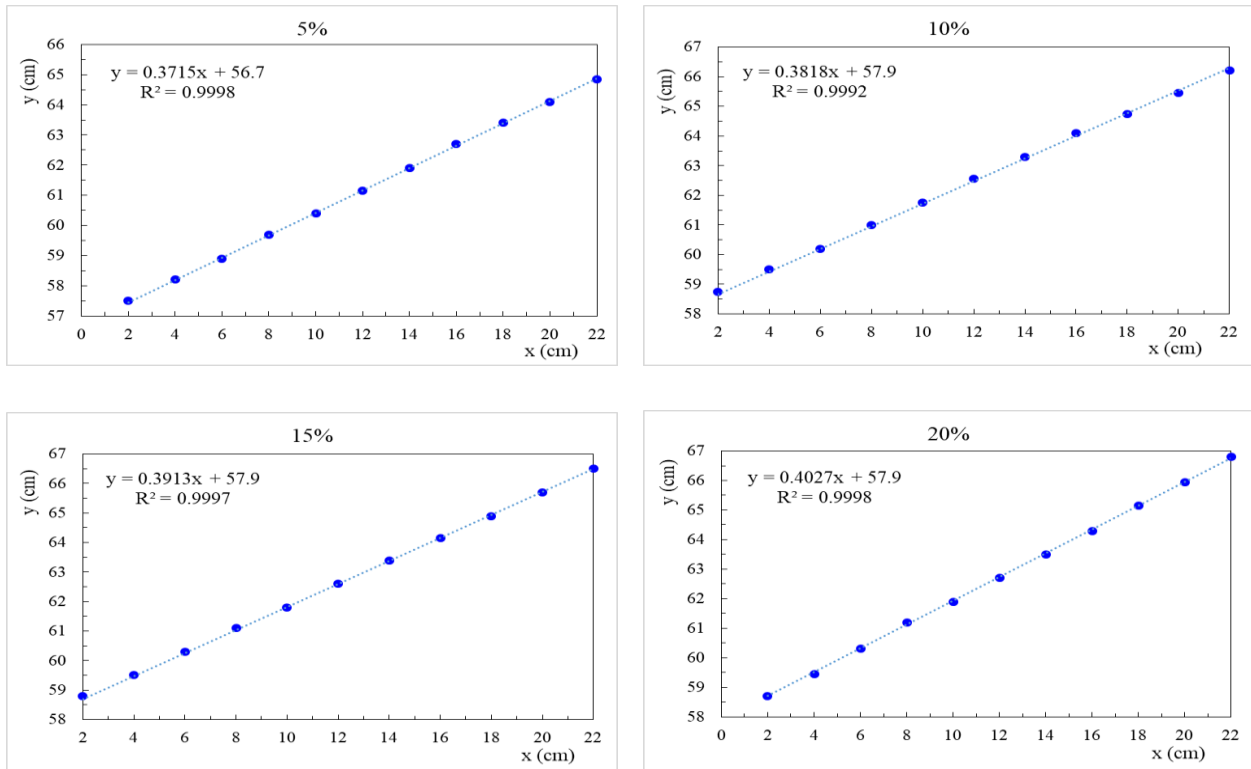
四、雙溶質水溶液的折射率：

我們也很好奇想知道，如果是雙溶質的水溶液，其折射率與濃度之間的關係為何？

所以我們將糖、食鹽水溶液與糖、酒精水溶液分別進行實驗，其實驗結果如下。

(一) 糖與鹽的組合：

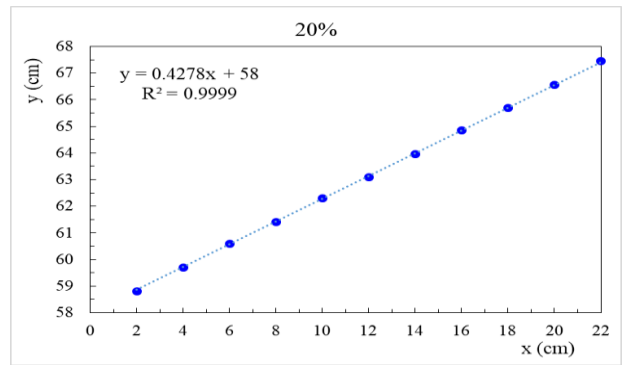
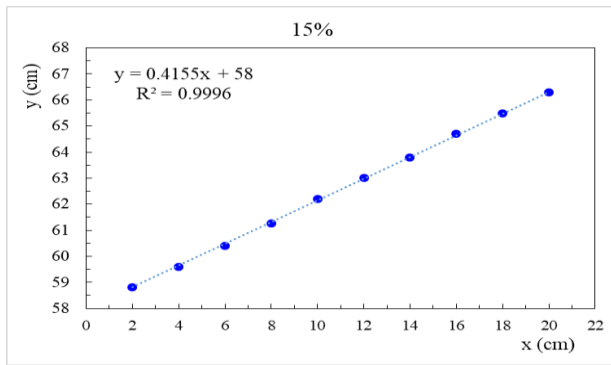
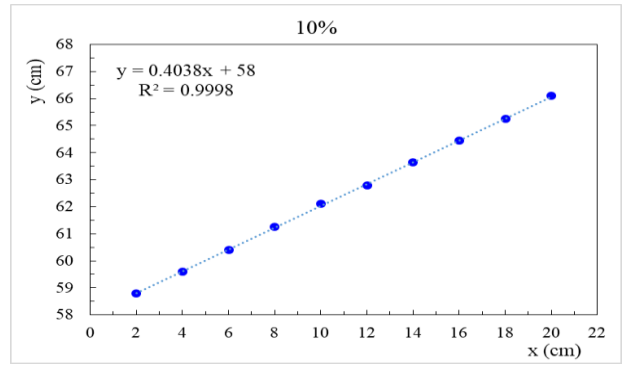
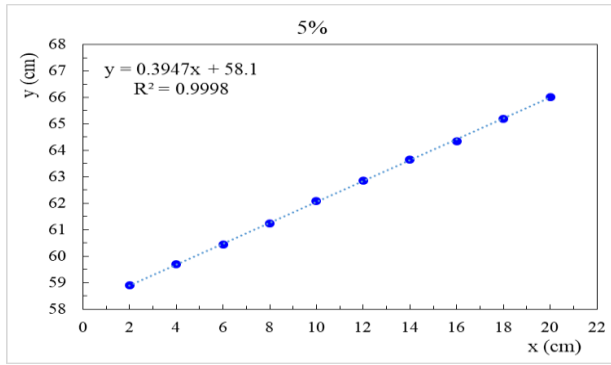
1. 10%食鹽水溶液加糖：



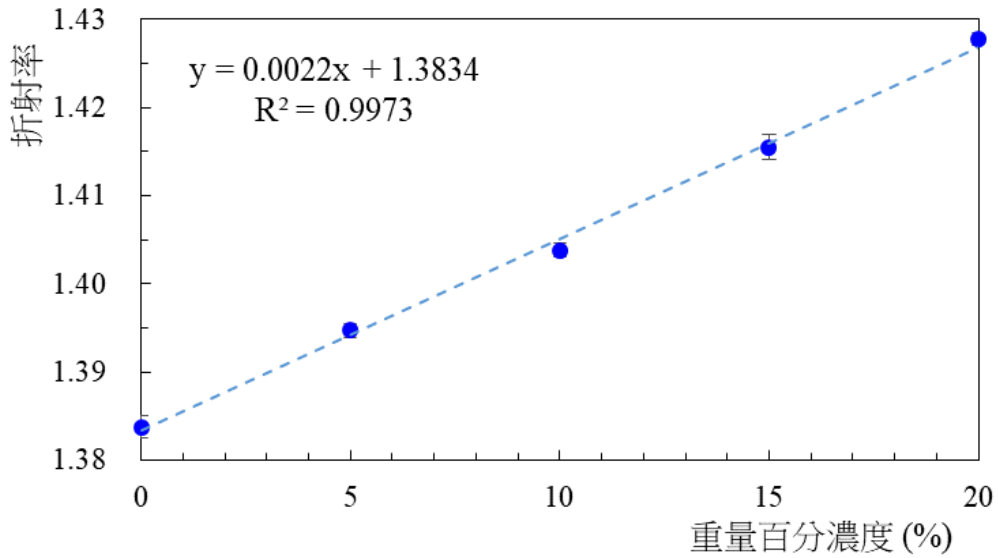
圖十六 10%食鹽水溶液加糖的折射率實驗測量

圖十六的橫軸是糖的重量百分濃度，食鹽的重量百分濃度固定為 10%。

2. 20%食鹽水溶液加糖：



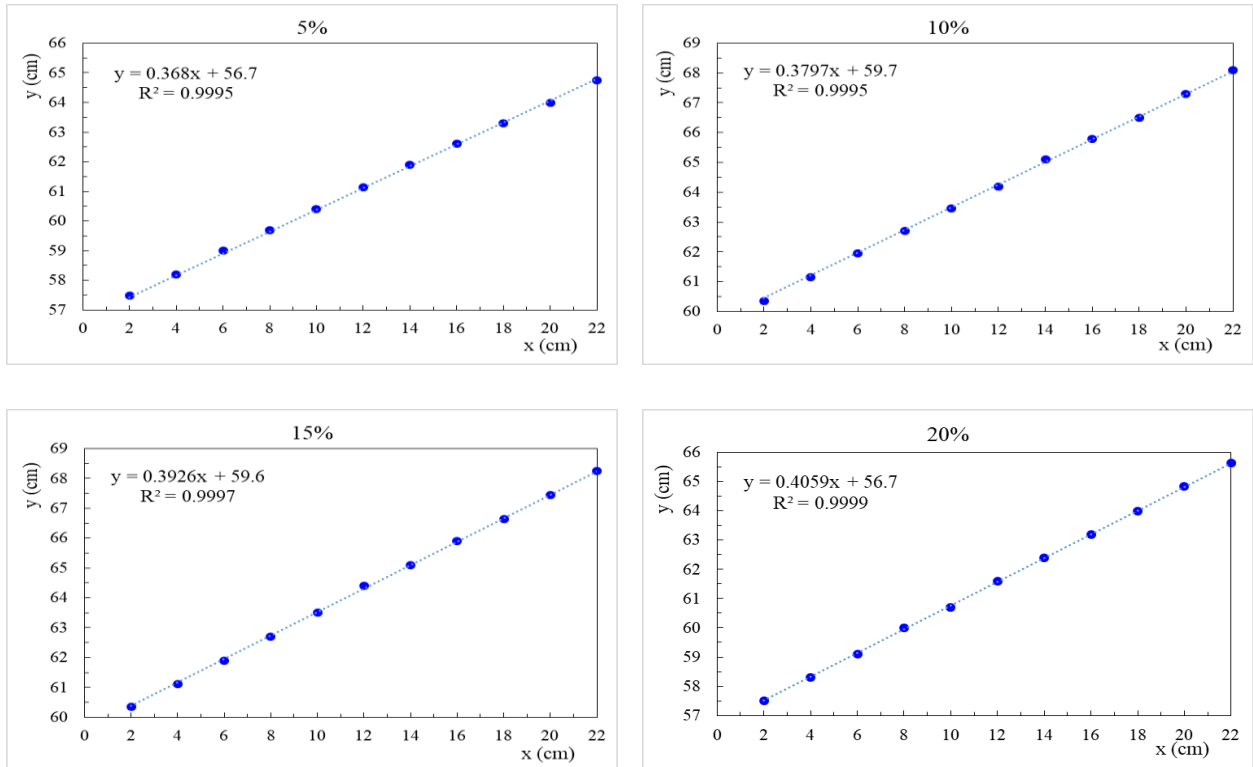
濃度與折射率關係圖



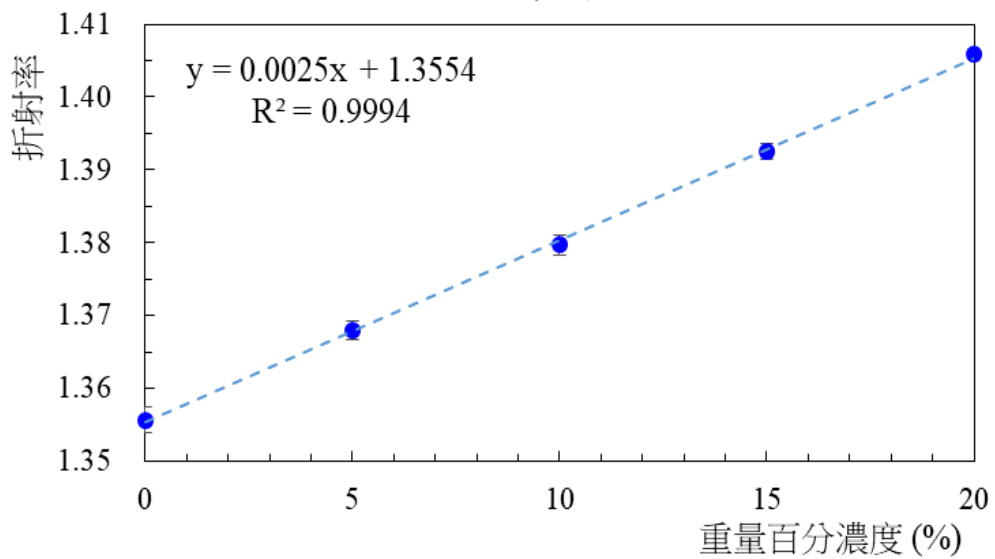
圖十七 20%食鹽水溶液加糖的折射率實驗測量

圖十七的橫軸是糖的重量百分濃度，食鹽的重量百分濃度固定為 20%。

3. 10%糖水溶液加食鹽：



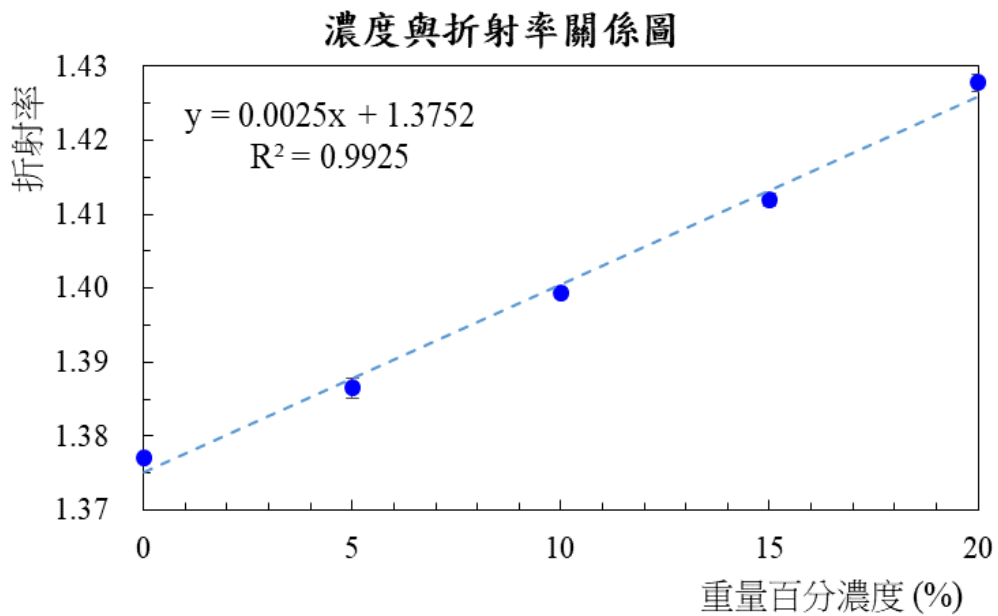
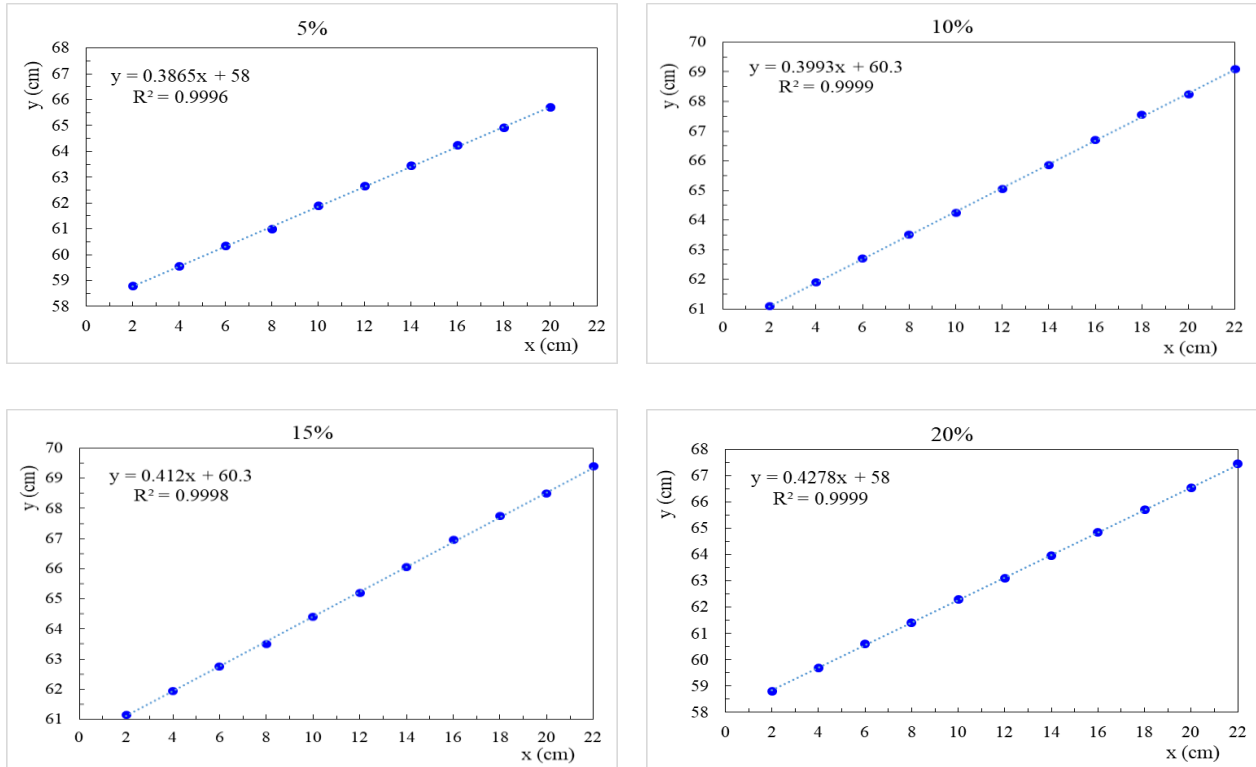
濃度與折射率關係圖



圖十八 10%糖水溶液加食鹽的折射率實驗測量

圖十八的橫軸是食鹽的重量百分濃度，糖的重量百分濃度固定為 10%。

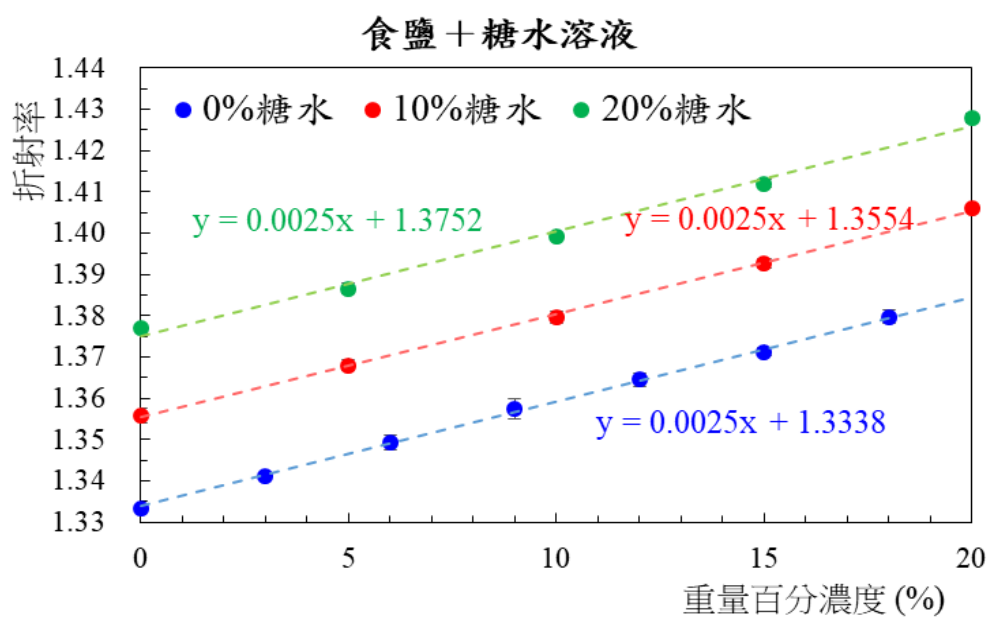
4. 20%糖水溶液加食鹽：



圖十九 20%糖水溶液加食鹽的折射率實驗測量

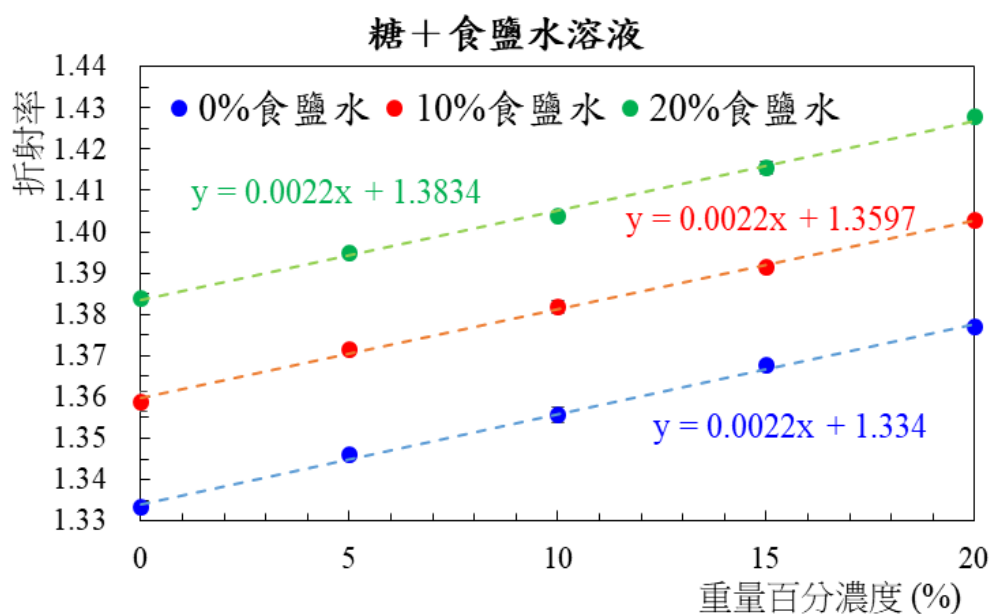
圖十九的橫軸是食鹽的重量百分濃度，糖的重量百分濃度固定為 20%。

5. 不同濃度糖水溶液加食鹽的比較：



圖二十 不同濃度糖水溶液加食鹽的折射率實驗測量比較

6. 不同濃度食鹽水溶液加糖的比較：

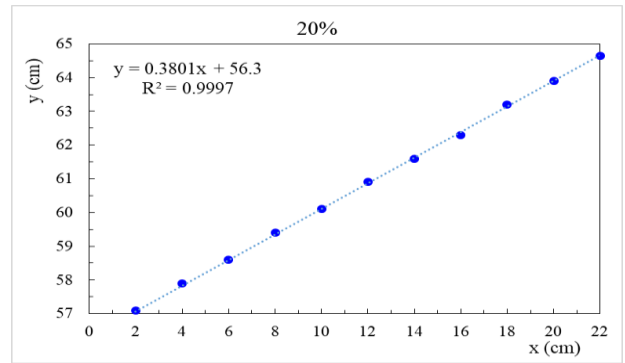
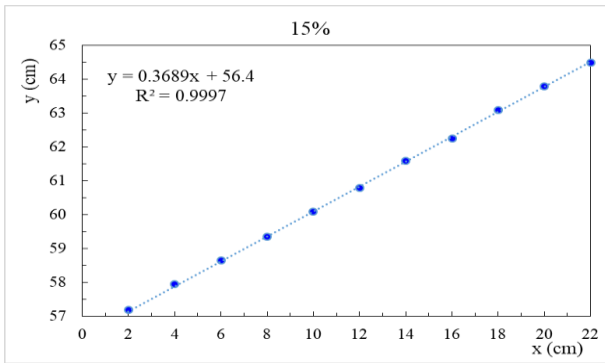
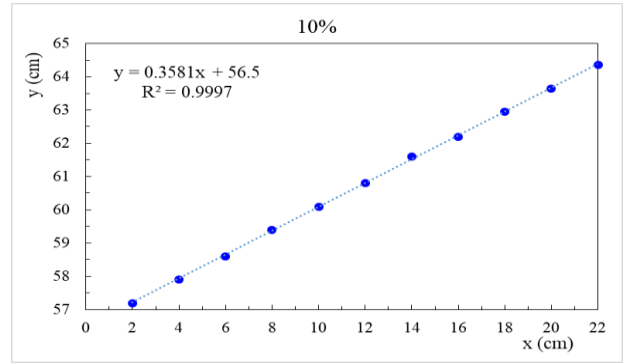
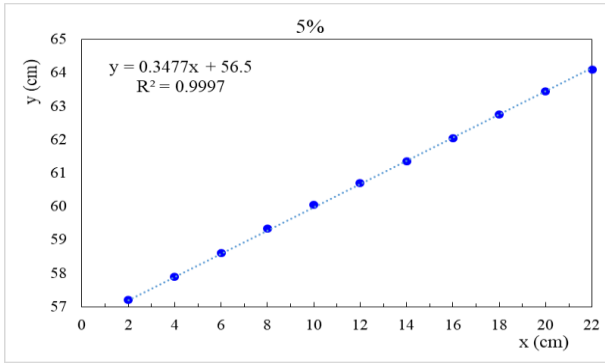


圖二十一 不同濃度食鹽水溶液加糖的折射率實驗測量比較

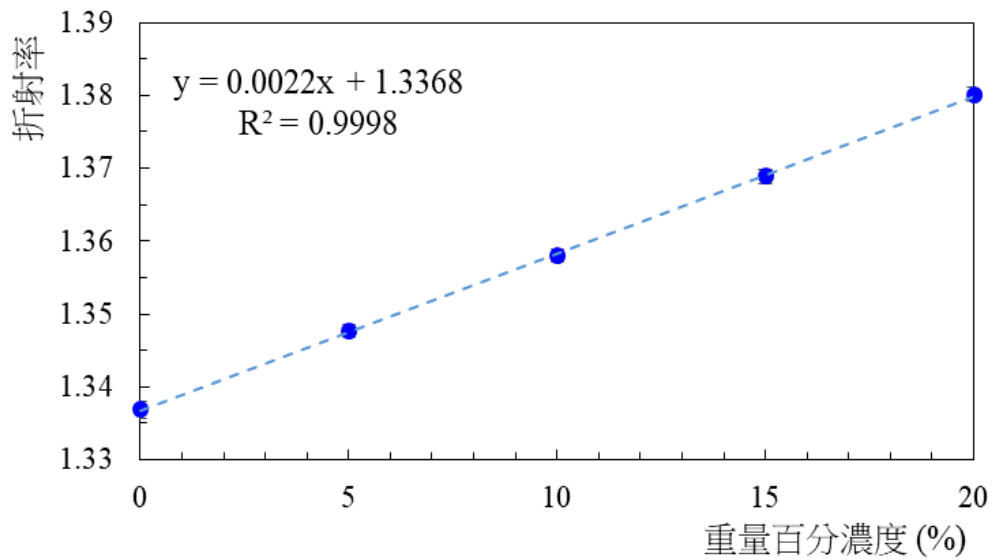
由圖二十、圖二十一的實驗結果比較可知，食鹽與糖所形成的雙溶質水溶液，其折射率與濃度的關係是具有線性疊加的性質。

(二) 糖與酒精的組合：

1. 5%酒精水溶液加糖：



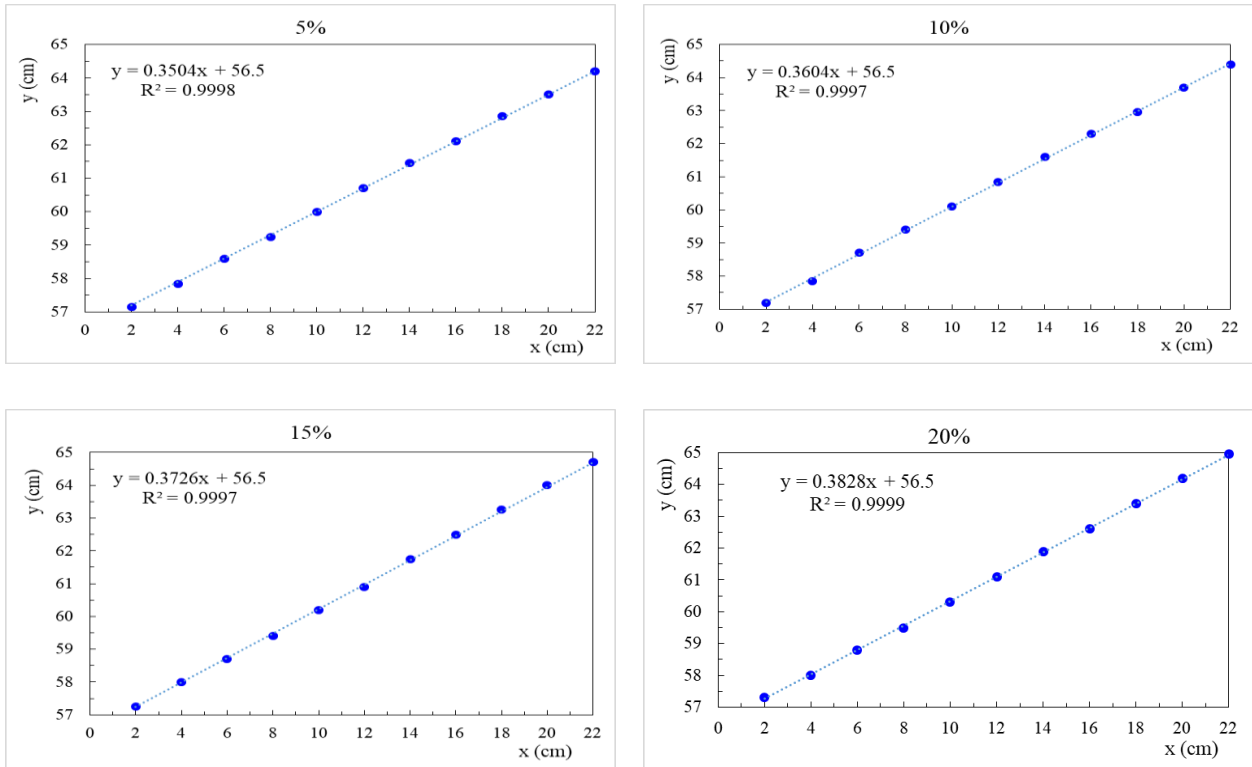
濃度與折射率關係圖



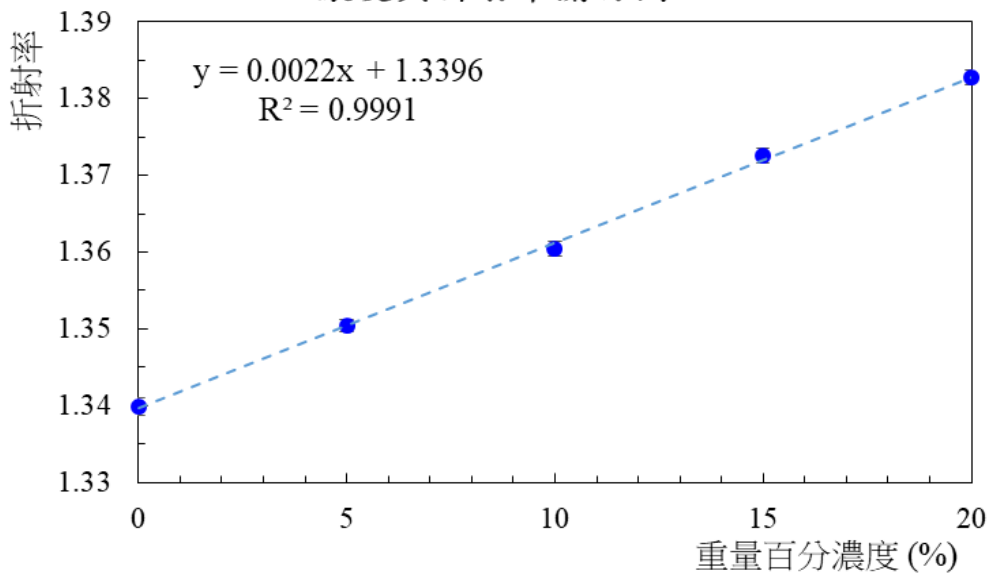
圖二十二 5%酒精水溶液加糖的折射率實驗測量

圖二十二的橫軸是糖的重量百分濃度，酒精的重量百分濃度固定為 5%。

2. 10%酒精水溶液加糖：



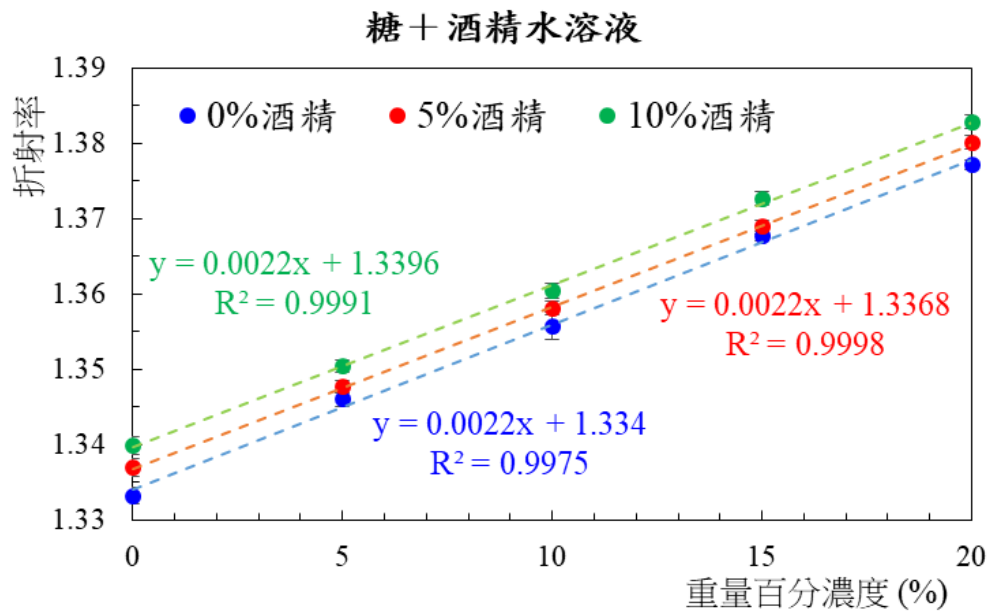
濃度與折射率關係圖



圖二十三 10%酒精水溶液加糖的折射率實驗測量

圖二十三的橫軸是糖的重量百分濃度，酒精的重量百分濃度固定為 10%。

3. 不同濃度酒精水溶液加糖的比較：



圖二十四 不同濃度酒精水溶液加糖的折射率實驗測量比較

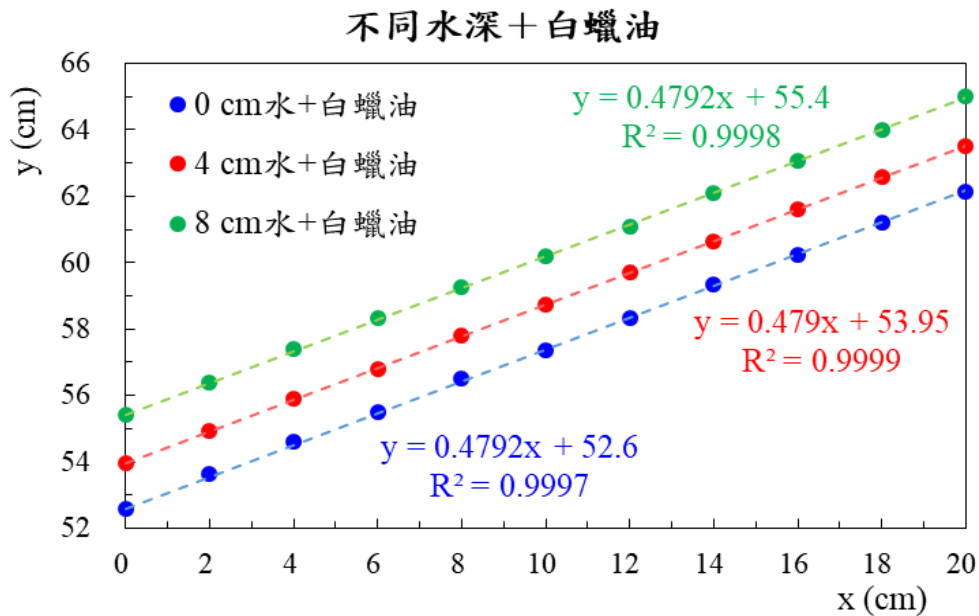
由圖二十四的實驗結果比較可知，糖與酒精所形成的雙溶質水溶液，其折射率與濃度的關係亦具有線性疊加的性質。

五、不互溶的兩種液體的折射率：

在做完上述的實驗後，我們也想知道如果是兩種不互溶的液體組合，其折射率是否也具有線性疊加的性質？

所以我們選擇了工業用的白蠟油進行實驗測量，由網路文獻^[11]可知，白蠟油的折射率約為 1.48（白蠟油為碳氫混合物，主要由『石蠟烴』與『環烷烴』組成）。因為白蠟油與水、酒精皆不互溶，且其密度約為 0.84 g/cm^3 ，介於水與酒精之間，所以我們進行如下的實驗。

(一) 先放入不同深度的水，改變白蠟油的液體高度：



圖二十五 不同水深測量白蠟油的折射率實驗比較

在固定水深 0 cm、4 cm、8 cm 的三種情況下，測量白蠟油的折射率分別為

$$n_1 = 1.4792 \pm 0.0015 \quad n_2 = 1.4790 \pm 0.0007 \quad n_3 = 1.4792 \pm 0.0012,$$

由圖二十五的實驗結果比較可知，與下方水的深度無關。

(二) 同時改變相同深度的水與白蠟油：

雷射測距儀的讀數（測量值） $y = c \cdot \Delta t$

$$= c \cdot (\Delta t_{\text{空氣}} + \Delta t_{\text{白蠟油}} + \Delta t_{\text{水}} + \Delta t_{\text{壓克力}})$$

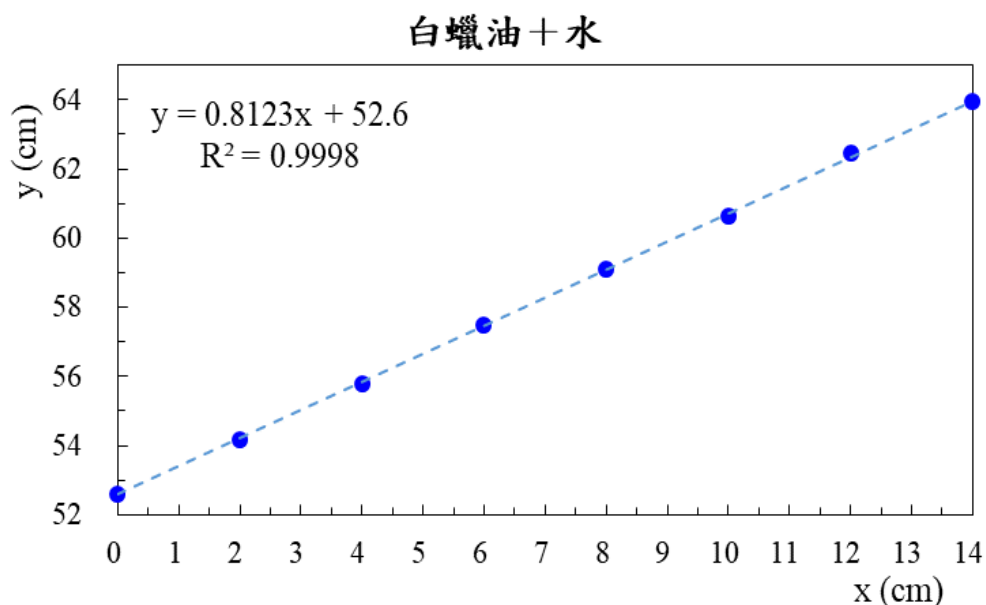
$$= c \cdot \left(\frac{H - 2x - d}{c} + \frac{x}{v_{\text{白蠟油}}} + \frac{x}{v_{\text{水}}} + \frac{d}{v_{\text{玻璃}}} \right)$$

$$= H - 2x - d + (n_{\text{白蠟油}} \cdot x + n_{\text{水}} \cdot x) + n_{\text{玻璃}} \cdot d$$

$$= (n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{水}} - 2) \cdot x + H + (n_{\text{玻璃}} - 1) \cdot d$$

改變 x ，測量 y ，作 $y-x$ 圖

\Rightarrow 斜率為 $(n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{水}} - 2) \Rightarrow$ 白蠟油與水的折射率之和為 $n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{水}} = \text{斜率} + 2$ 。



圖二十六 同時改變相同的水與白蠟油的深度測量折射率實驗

由圖二十六的斜率可知， $n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{水}} = (0.8123 + 2) \pm 0.0027 = 2.8123 \pm 0.0027$ 。

比較前面測量水（圖九）與白蠟油（圖二十五）折射率的實驗結果：

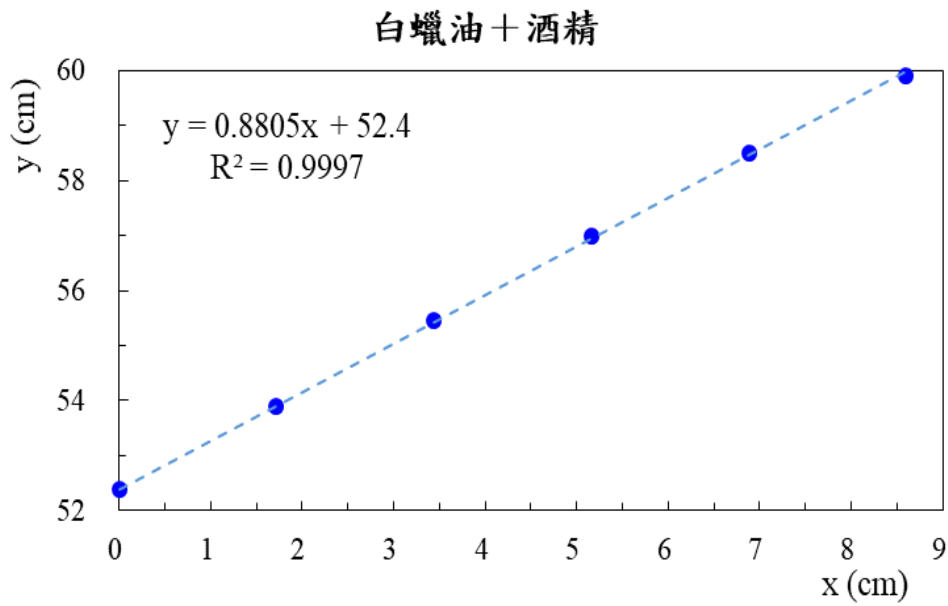
$$n_{\text{水}} = 1.3332 \pm 0.0011, \quad n_{\text{白蠟油}} = 1.4792 \pm 0.0015,$$

若將誤差直接疊加處理，則可得：

$$n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{水}} = (1.4792 \pm 0.0015) + (1.3332 \pm 0.0011) = 2.8124 \pm 0.0026,$$

由上述比較，可以發現水與白蠟油兩不互溶的液體，其折射率仍具有線性疊加的關係。

(三) 同時改變相同深度的酒精與白蠟油：



圖二十七 同時改變相同的酒精與白蠟油的深度測量折射率實驗

由圖二十七的斜率可知， $n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{酒精}} = (0.8805 + 2) \pm 0.0041 = 2.8805 \pm 0.0041$ 。

比較前面測量酒精水溶液（如圖十五）與白蠟油（如圖二十五）折射率的實驗結果：95%的酒精折射率為 $n_{\text{酒精}} = 1.3333 + 0.0007 \times 95 = 1.3333 + 0.07 = 1.3998$ ，但誤差未知，而白蠟油的折射率為 $n_{\text{白蠟油}} = 1.4792 \pm 0.0015$ ，直接疊加處理，則可得：

$$n_{\text{白蠟油}} + n_{\text{酒精}} = 1.4792 + 1.3998 = 2.8790，$$

由上述比較，可以發現酒精與白蠟油兩不互溶的液體，其折射率仍具有線性疊加的關係。

伍、討論

一、我們使用自己設計的實驗方法，與高中物理光學實驗—插針法測量液體折射率比較：

插針法測量：

水的折射率為 $n_{\text{水}} = 1.343 \pm 0.013$ 、白蠟油的折射率為 $n_{\text{白蠟油}} = 1.469 \pm 0.014$ 。

本實驗法測量：

水的折射率為 $n_{\text{水}} = 1.3332 \pm 0.0011$ 、白蠟油的折射率為 $n_{\text{白蠟油}} = 1.4792 \pm 0.0015$ 。

由以上的結果顯示，我們的實驗方法得到的液體折射率精密度較高，實驗的測量誤差比插針法的測量誤差小一個數量級。

二、影響液體折射率的因素很多，不同的測量方法、不同的條件（溫度、壓力、使用的色光頻率等），都會得到不同的折射率。本報告書中自己設計的實驗方法，並不能確定測得的液體折射率相對於插針法是比較準確的，但本實驗方法卻是可以得到較精確的測量結果。

三、為了比較利用其他方法測量液體濃度與折射率關係的實驗結果，我們在網路上搜尋液體濃度與折射率的關係^[9]，找到使用阿貝折光儀^[10]（阿貝折光儀是根據全反射原理測量液體的折射率）測量出來的實驗數據。其測量結果為：

$$n_{\text{糖水}} = 1.328 + 0.00184 \times P, n_{\text{食鹽水}} = 1.331 + 0.00185 \times P, n_{\text{酒精}} = 1.340 + 0.00033 \times P,$$

而我們自行設計的實驗方法測量出來的實驗數據為：

$$n_{\text{糖水}} = 1.3340 + 0.0022 \times P, n_{\text{食鹽水}} = 1.3338 + 0.0025 \times P, n_{\text{酒精}} = 1.3333 + 0.0007 \times P,$$

由上面的比較，可以發現兩種方法所測量出來的折射率隨濃度的變化率是有些差異的。

四、我們分別測量不同濃度的各種水溶液之折射率，取重量百分濃度 $P\%$ ，發現其折射率與濃度皆呈線性關係，其關係分別為：

$$n_{\text{食鹽水}} = 1.3338 + 0.0025 \times P, n_{\text{糖水}} = 1.3340 + 0.0022 \times P, n_{\text{硝酸鉀}} = 1.3336 + 0.0022 \times P$$

$$n_{\text{甘油}} = 1.3345 + 0.0017 \times P, n_{\text{酒精}} = 1.3333 + 0.0007 \times P,$$

由此可知，無論是分子溶質、離子溶質或有機溶質，其濃度與折射率皆為線性關係。

五、在酒精水溶液與甘油水溶液折射率與濃度的關係式中，可推算：

純甘油的折射率為 $1.3345 + 0.0017 \times 100 = 1.5045$ （文獻資料為 1.4746）、

95%酒精的折射率為 $1.3333 + 0.0007 \times 95 = 1.3998$ （文獻資料為 1.3624）

可能是因為我們的濃度最多只做到 45%，所以推算出來的折射率相對誤差稍大（約為 2%~3%）。

六、我們選擇 10% 的糖水加鹽、20% 的糖水加鹽，與 10% 的鹽水加糖、20% 的鹽水加糖，測量折射率與濃度的關係，由實驗結果可知，雙溶質水溶液的折射率具有線性疊加的關係，且與溶質加入的前、後順序無關。

另外，我們也選擇 5% 的酒精加糖、10% 的酒精加糖進行實驗，由實驗結果可知，其折射率同樣也具有線性疊加的關係。

七、我們選擇工業用的白蠟油，分別與水、酒精進行實驗測量，由實驗結果可知，兩種不互溶的液體，在分層的情況下，其折射率同樣具有線性疊加的關係。

八、利用本實驗的方法，雖然可以很簡單且精確地測量液體的折射率，但因為是利用雷射測距儀發出的紅光訊號經由反射後干涉，間接測量時間差經由換算得到的距離，所以雷射測距儀的測量距離必須大於 15 cm。

另外，利用雷射測距儀只可用於測量透明液體的折射率，對於有顏色的溶液（例如藍色硫酸銅溶液等），則因為反射光訊號太弱而無法測量。

陸、結論

一、我們使用自己設計的實驗方法測量液體折射率，實驗的測量誤差比插針法的測量誤差小一個數量級。

二、我們分別測量不同濃度的各種水溶液之折射率，發現無論是分子溶質、離子溶質或有機溶質，其濃度與折射率皆呈線性關係。

三、我們分別組合不同種類的雙溶質液體，進行實驗測量。由實驗結果可知，雙溶質水溶液的折射率具有線性疊加的關係，且與溶質加入的前、後順序無關。

四、我們選擇兩種不互溶的液體，進行實驗測量。由實驗結果可知，不互溶的液體在分層的情況下，其折射率同樣具有線性疊加的關係。

五、我們希望可以將此實驗方法，推展到高中（或大學）光學實驗中的液體折射率測量，或作為高中自然科探究與實作的課程內容。

未來，我們會投稿國際期刊和申請專利，並且與相關的儀器廠商合作，設計與製造出更精確、更方便、更便宜的測量折射率儀器。

柒、參考文獻資料

- [1] 維基百科_折射。取自<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%8A%98%E5%B0%84>
- [2] 維基百科_折射率。取自
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%8A%98%E5%B0%84%E7%8E%87>
- [3] 維基百科_折射。取自https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive_index
- [4] 百度百科_常用折射率表。取自
<https://baike.baidu.hk/item/%E5%B8%B8%E7%94%A8%E6%8A%98%E5%B0%84%E7%8E%87%E8%A1%A8/663686>
- [5] 雷射測距儀原理講解（2018年9月23）。每日頭條。取自
<https://kknews.cc/zh-tw/home/5beqjek.html>
- [6] 雷射測距儀GLM 25官網規格介紹。取自
<https://www.bosch-pt.com.tw/tw/zh/products/glm-25-0601072J80>
- [7] 傅昭銘等人。高中選修物理Ⅲ。南一出版社。
- [8] 臺灣師範大學物理系教授黃福坤：實驗數據的處理與分析。取自
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/html.php?html=Notes/dataProcess>
- [9] 百度百科_溶液濃度與折射率的關係。取自
https://wenku.baidu.com/view/4ce2a730f8c75fbfc67db2d8?_wkt_s=1685253264144
- [10] 維基百科_阿貝折光儀。取自
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%98%BF%E8%B4%9D%E6%8A%98%E5%85%89%E4%BB%AA>
- [11] 白蠟油的成分與性質介紹。取自<http://www.thlube.com/newsdetail.asp?id=204>

【評語】 030108

使用光在不同介質的光速不同來量測折射率，是一個有創意的想法。

本作品提供了一個簡單的方法讓大家去找出介質的折射率。是一個有創意的研究。

作品海報

溶液深淺長短跑——

創新方法精密測量折射率與液體濃度的關係

摘要

本研究是利用一般裝潢使用測量距離的雷射測距儀，配合理論推導自行設計實驗方法與步驟，精確測量各種水溶液在室溫下的折射率。透過實驗與高中光學插針法測量液體折射率的實驗比較，測量誤差比插針法得到的實驗結果小一個數量級。另外，利用此實驗方法精確測量不同濃度的各種水溶液之折射率，探討折射率與濃度之間的線性關係，進一步測量雙溶質水溶液與不互溶的兩液體，發現其折射率皆具有線性疊加的關係。

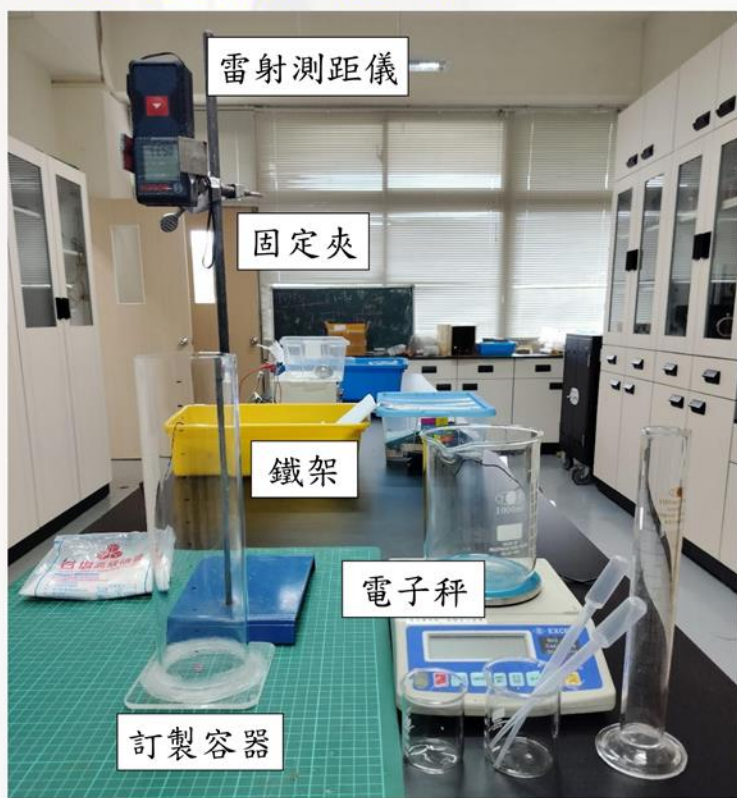
研究動機

我們偶然發現手機上的測量距離的APP，對裝水的容器測量，結果發現跟實際的距離並不一樣，於是去買裝潢用的雷射測距儀來進行實驗。

研究目的

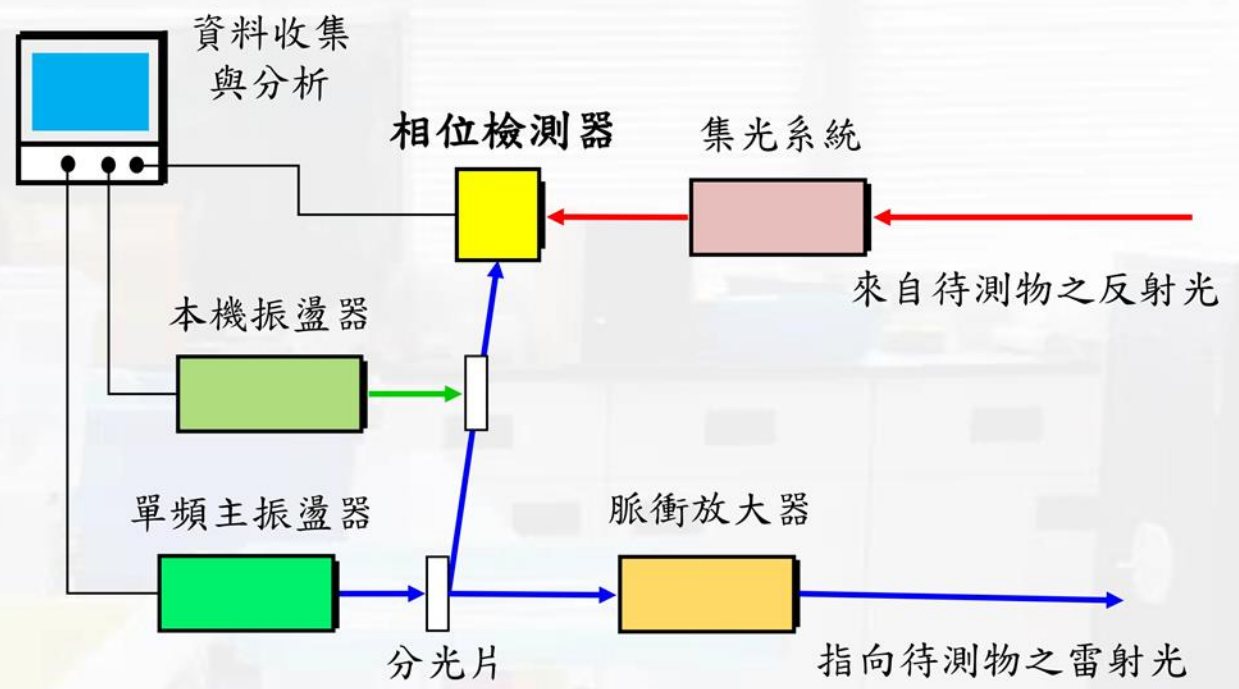
- 一、利用雷射測距儀^[1]與自己發展的實驗方法，測量各種液體的折射率，並與高中光學實驗『插針法』測量液體折射率的實驗結果比較。
- 二、測量不同濃度的食鹽、糖、酒精、甘油、硝酸鉀等不同水溶液的折射率，探討其折射率與濃度的關係。
- 三、組合兩種不同的溶質形成的水溶液，探討其折射率與濃度的關係。
- 四、測量兩種不互溶的液體，探討其折射率是否具有線性疊加的關係。

研究設備和器材



理論推導

一、雷射測距儀的原理^[2]



二、實驗設計原理

1. 如右圖，雷射測距儀顯示的測量值 y

$$\begin{aligned}
 y &= c \times \Delta t \\
 &= c \times (\Delta t_{\text{空氣}} + \Delta t_{\text{液體}} + \Delta t_{\text{壓克力}}) \\
 &= c \times \left(\frac{H-x}{c} + \frac{x-d}{v_{\text{液體}}} + \frac{d}{v_{\text{壓克力}}} \right) \\
 &= H-x + (n_{\text{液體}} \times v_{\text{液體}}) \cdot \frac{x-d}{v_{\text{液體}}} + (n_{\text{壓克力}} \times v_{\text{壓克力}}) \cdot \frac{d}{v_{\text{壓克力}}} \\
 &= H-x + n_{\text{液體}} \times (x-d) + n_{\text{壓克力}} \times d \\
 &= (n_{\text{液體}} - 1) \times x + (H + (n_{\text{壓克力}} - n_{\text{液體}}) \times d)
 \end{aligned}$$

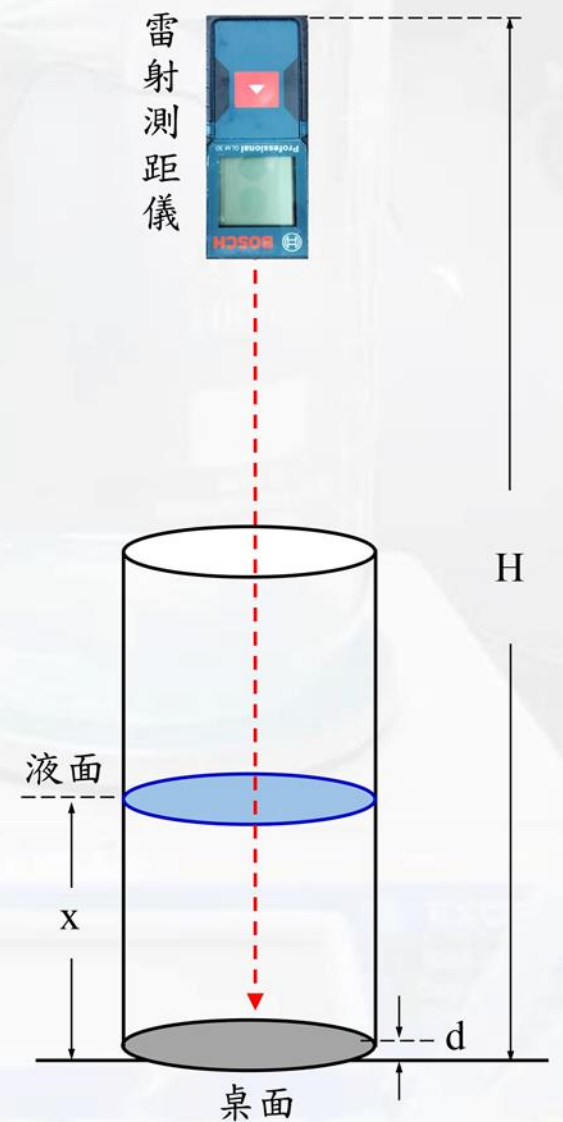
改變 x ，測量 y ，作 $y-x$ 圖

=> 斜率為 $(n_{\text{液體}} - 1)$

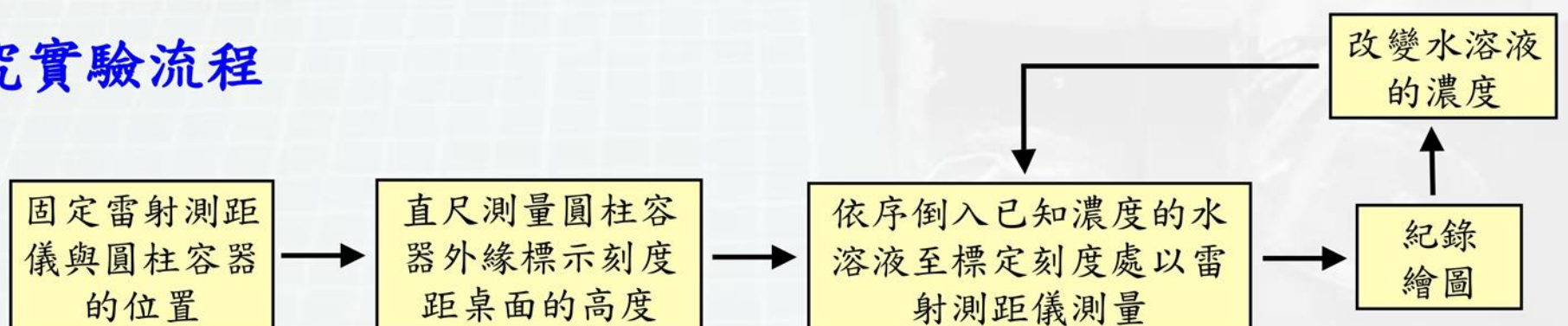
=> 液體的折射率 $n_{\text{液體}} = \text{斜率} + 1$ 。

2. 線性擬合 (Linear Fit) 斜率的誤差

$$\Delta m = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-2} \cdot \sum (y_i - mx_i - b)^2}}{\sqrt{\sum (x_i^2)}}$$



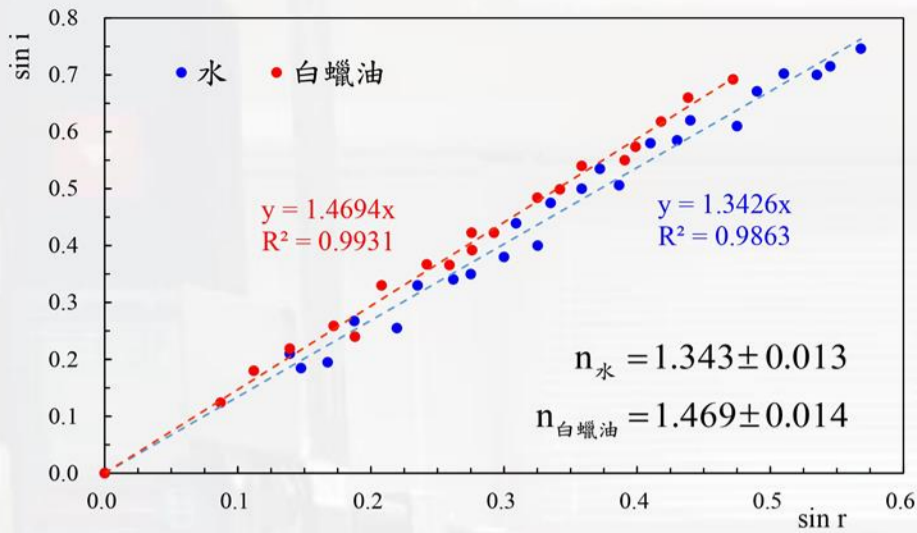
研究實驗流程



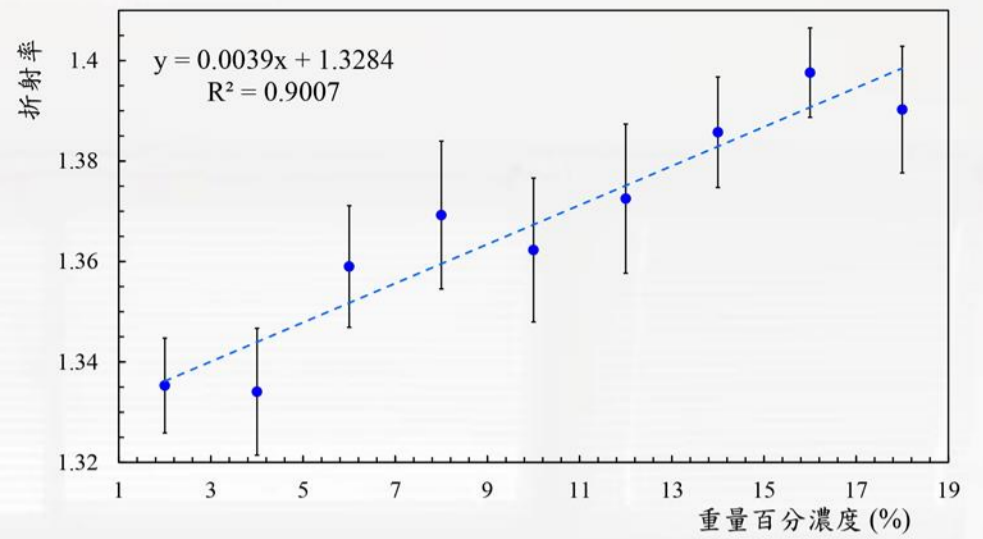
實驗結果

一、插針法測量液體的折射率

插針法測量液體折射率

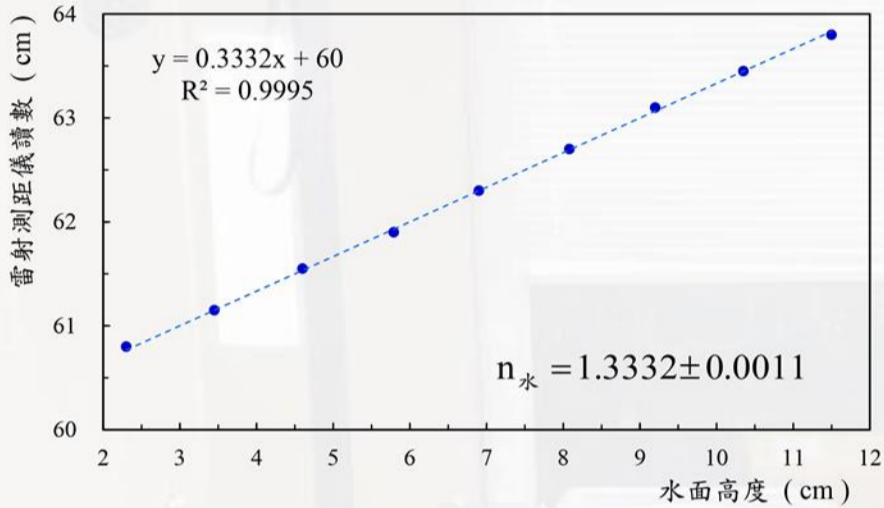


插針法測量食鹽水折射率與濃度的關係

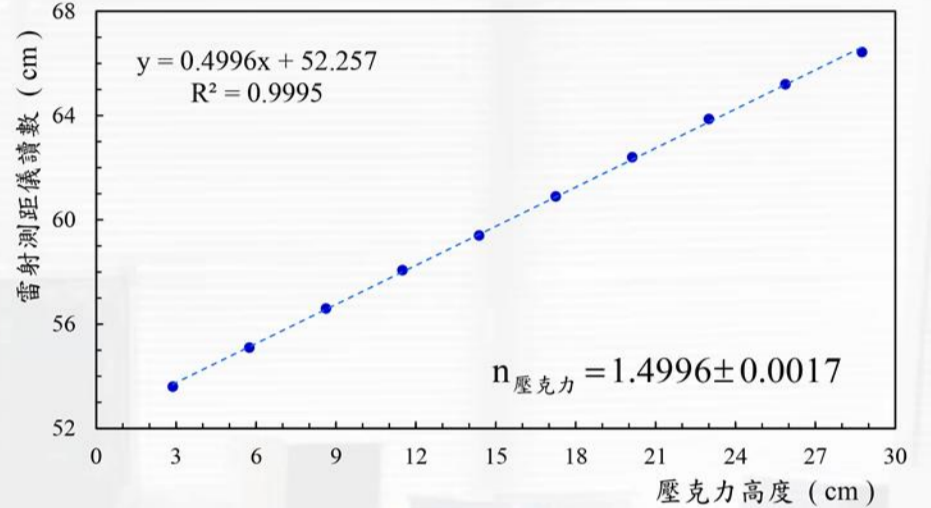


二、壓克力與水的折射率測量

水

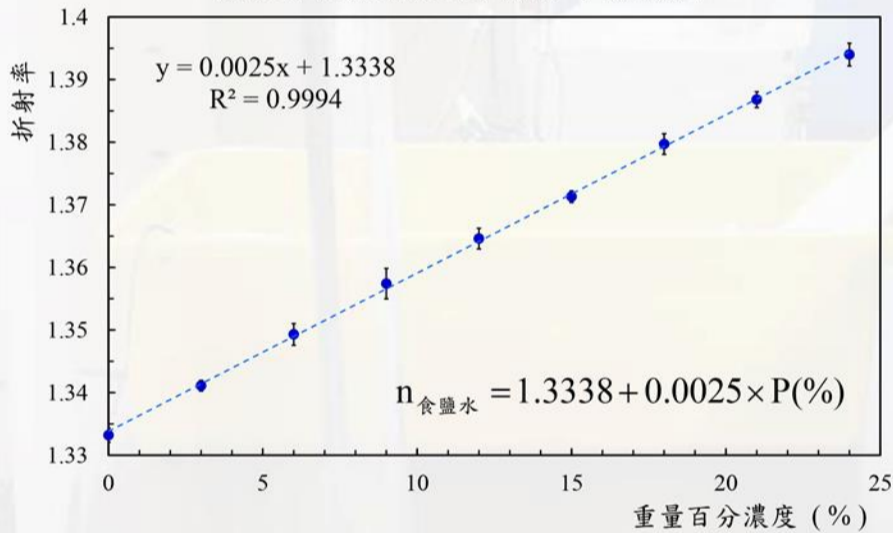


壓克力塊

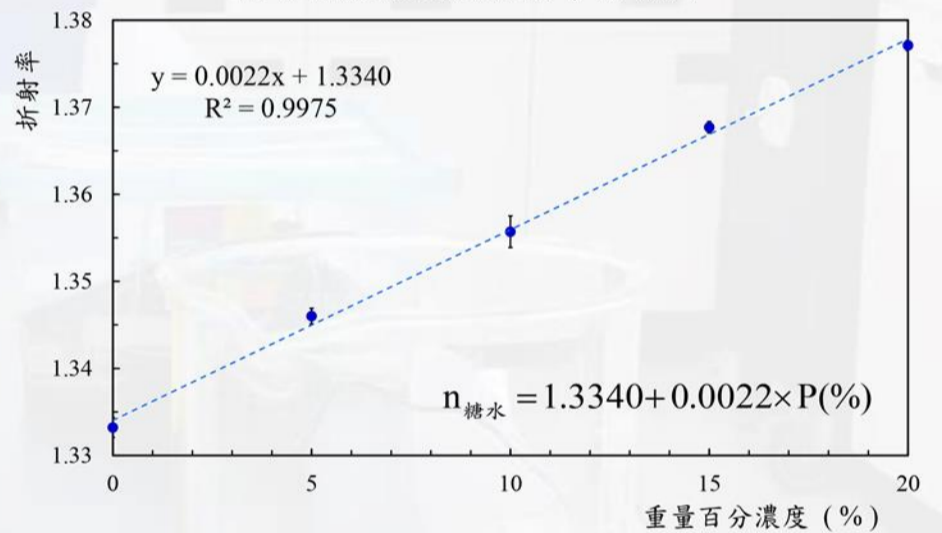


三、各種水溶液的濃度與折射率之關係

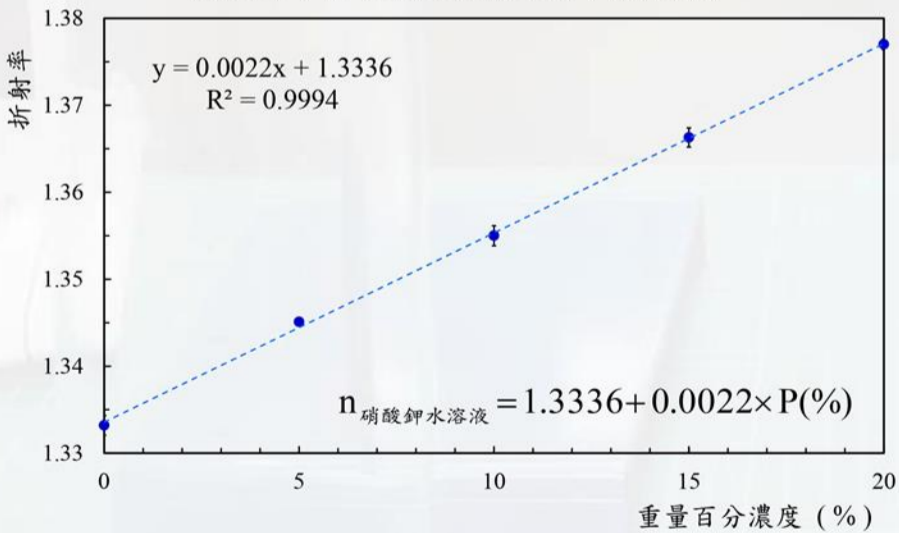
食鹽水溶液濃度與折射率關係圖



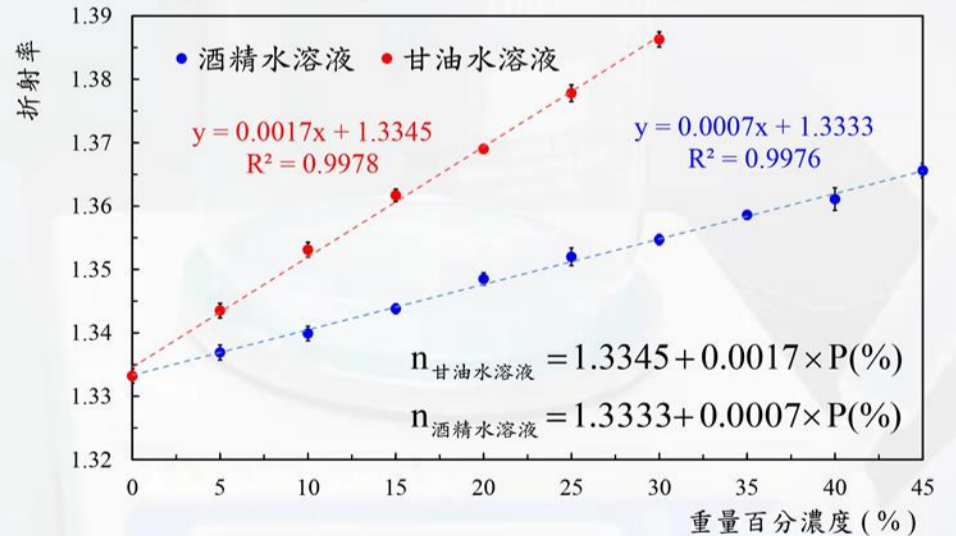
糖水溶液濃度與折射率關係圖



硝酸鉀水溶液濃度與折射率關係圖



酒精水溶液與甘油水溶液濃度與折射率關係圖

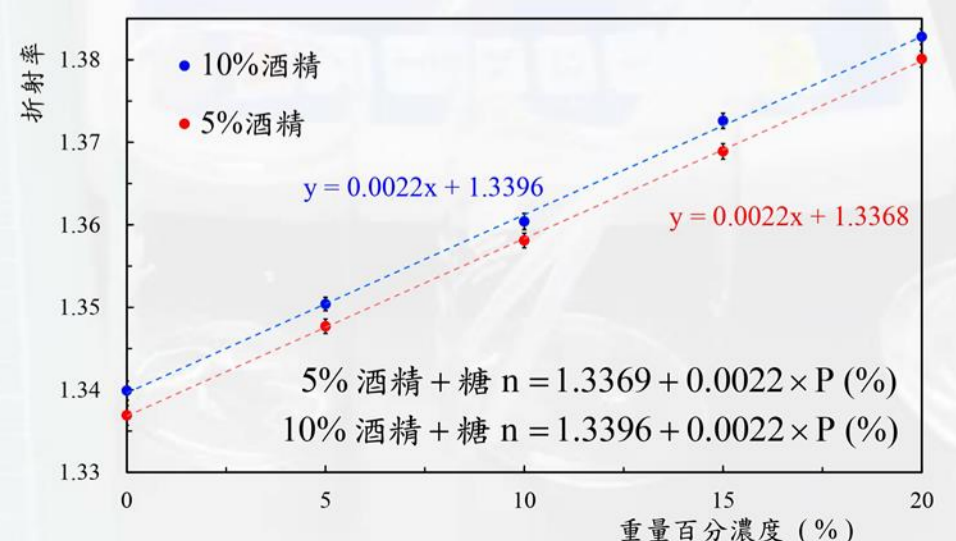


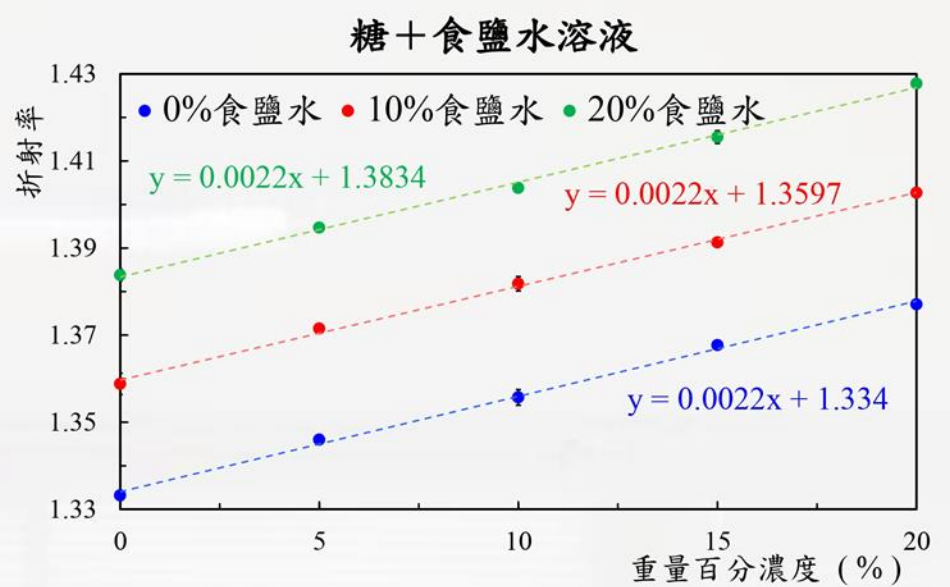
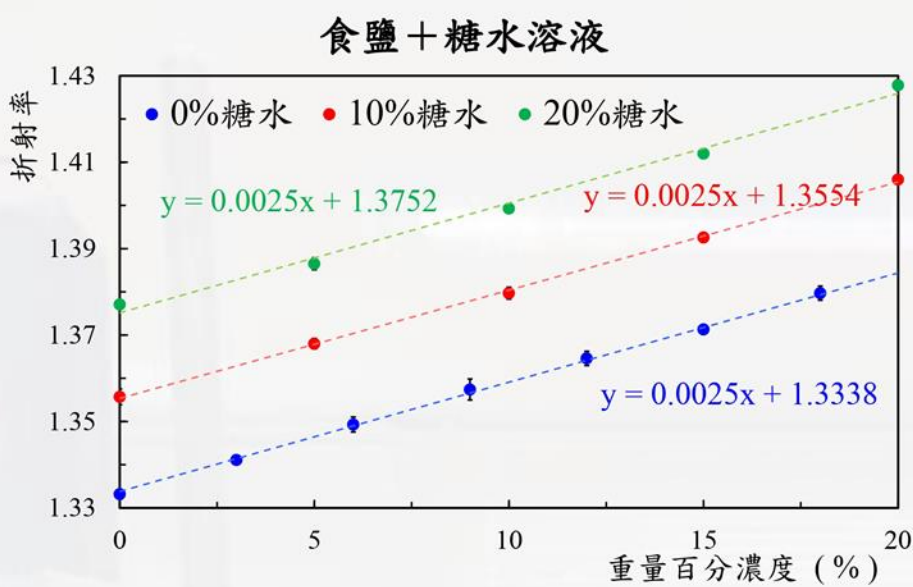
由上述的實驗結果可知：

- 分別測量不同重量百分濃度的各種水溶液之折射率，發現無論是食鹽與硝酸鉀（離子溶質）、糖（分子溶質）、酒精與甘油（有機溶質），其折射率與濃度皆呈線性關係。
- 在酒精水溶液與甘油水溶液折射率與濃度的關係式中，可推算：
純甘油的折射率為1.5045（文獻資料為1.4746）、95%酒精的折射率為1.3998（文獻資料為1.3624）可能是因為我們的濃度最多只做到45%，所以推算出來的折射率相對誤差稍大（約為2%~3%）。

四、雙溶質水溶液的濃度與折射率之關係

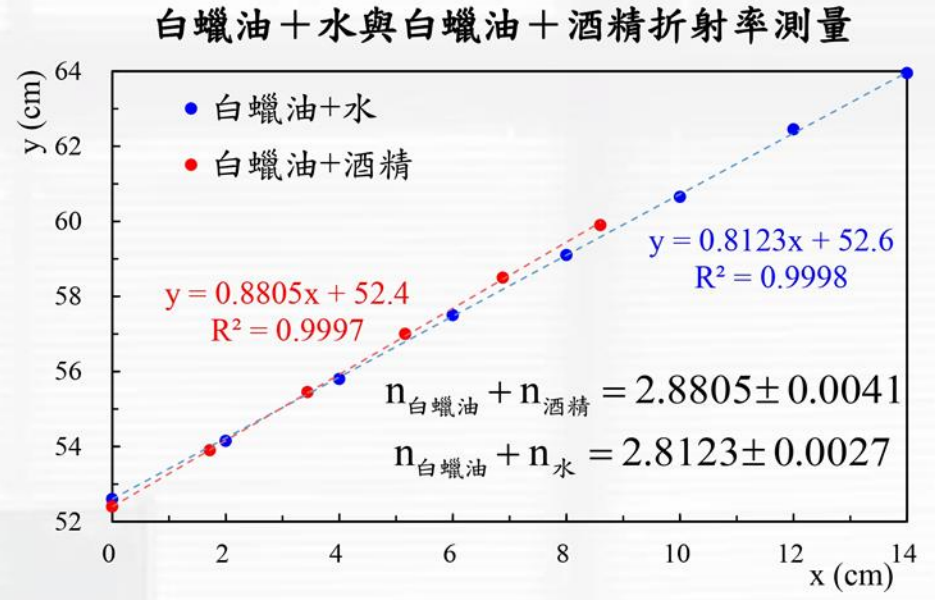
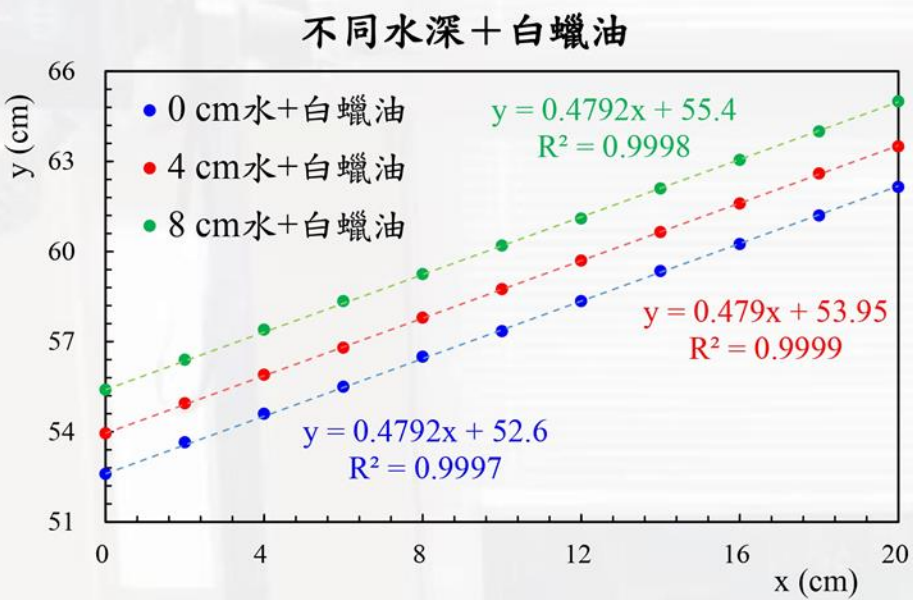
糖+酒精水溶液





由實驗結果得知，不同濃度的糖水+食鹽，其折射率隨食鹽的濃度變化率皆為0.0025/%。
同樣的，不同濃度的食鹽水+糖，其折射率隨糖的濃度變化率皆為0.0022/%。

五、不互溶兩液體的折射率測量



在固定水深 0 cm、4 cm、8 cm 的三種情況下，測量白蠟油的折射率分別為 $n_1 = 1.4792 \pm 0.0015$ 、 $n_2 = 1.4790 \pm 0.0007$ 、 $n_3 = 1.4792 \pm 0.0012$ ，與下方水的深度無關。

由前面實驗，水、白蠟油、酒精的折射率分別為 $n_{\text{水}} = 1.3332 \pm 0.0011$ 、 $n_{\text{白蠟油}} = 1.4792 \pm 0.0015$ 、 $n_{\text{酒精}} = 1.3333 + 0.0007 \times 95 = 1.3998$ ，經由比較可發現不互溶的兩液體，其折射率亦具有線性疊加關係。

實驗討論

- 我們使用自己設計的實驗方法，與高中光學實驗—插針法測量液體折射率作比較：
插針法測量水的折射率 $n_{\text{水}} = 1.343 \pm 0.013$ 、白蠟油的折射率 $n_{\text{白蠟油}} = 1.469 \pm 0.014$ 。
本實驗法測量水的折射率 $n_{\text{水}} = 1.3332 \pm 0.0011$ 、白蠟油的折射率 $n_{\text{白蠟油}} = 1.4792 \pm 0.0015$ 。
由結果顯示，我們的實驗方法得到的液體折射率精密度較高，測量實驗的誤差比插針法得到的實驗結果小一個數量級。
- 我們分別測量不同濃度的各種水溶液之折射率，發現其折射率與濃度皆呈線性關係。由此可知，無論是分子溶質、離子溶質或有機溶質、無機溶質，其濃度與折射率皆為線性關係。
- 我們選擇 5% 酒精水溶液加糖、10% 酒精水溶液加糖，測量折射率與濃度的關係，由實驗結果可知，其具有線性疊加的關係。另外，我們也選擇 10% 的糖水加食鹽、20% 的糖水加食鹽，與 10% 的食鹽水加糖、20% 的食鹽水加糖，進行折射率的測量，由實驗結果可知，同樣具有線性疊加的關係，且與溶質加入的前、後順序無關。
- 我們選擇工業用的白蠟油，分別與水、酒精進行實驗測量，在分層的情況下，由實驗結果可知，其折射率同樣具有線性疊加的關係。
- 利用本實驗的方法，雖然可以很簡單且精確地測量液體的折射率，但因為是利用雷射測距儀發出的紅光訊號經由反射後干涉，間接測量時間差經由換算得到的距離，所以雷射測距儀的測量距離必須大於 15 cm。另外，利用雷射測距儀只可用於測量透明液體的折射率，對於有顏色的溶液（例如藍色硫酸銅溶液等），則因為反射光訊號太弱而無法測量。

實驗結論

- 我們使用自己設計的實驗方法測量液體折射率，實驗的測量誤差比插針法的測量誤差小一個數量級。
- 我們分別測量不同濃度的各種水溶液之折射率，發現無論是分子溶質、離子溶質或有機溶質，其濃度與折射率皆呈線性關係。
- 我們分別組合不同種類的雙溶質液體，進行實驗測量。由實驗結果可知，雙溶質水溶液的折射率具有線性疊加的關係，且與溶質加入的前、後順序無關。
- 我們選擇兩種不互溶的液體，進行實驗測量。由實驗結果可知，不互溶的液體在分層的情況下，其折射率同樣具有線性疊加的關係。

參考資料

- <https://www.bosch-pt.com.tw/tw/zh/products/glm-25-0601072J80>
- <https://kknews.cc/zh-tw/home/5beqjek.html>

Photos/Images/Graphs/Charts

By Finalists