

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 物理科

080111

義大利麵之扭力係數與組合構造相關性研究

學校名稱：慈濟學校財團法人慈濟大學附屬高級中學
附設國小部

作者： 小五 吳定駿	指導老師： 王佩茹 朱紹華
---------------	---------------------

關鍵詞：3D 列印、扭力係數、義大利麵

摘要

扭轉與斷裂過程在自然界中無處不在，從不同的剛性材料之耐震特性至飲食中的麵體筋道口感。我們觀察到市售義大利麵標示不同快煮時間，從而研究其麵體之不同組合構造:如細麵所接合而成之雙棍、三角、與四面型麵體，是否導致不同的扭力係數；同時，並自製一套扭力係數測量設備，研究其扭力係數與麵體長度、組合構造之關係，並以玉米纖維(PLA)材料3D 列印不同的組合構造之細線，以驗證實驗結果；進而發現扭力係數隨組合數增加而增加，麵體扭力量測與斷裂極限約在總長1/3處，呼應了著名物理學家理查·費曼所觀察義大利麵總在施力下斷裂成三塊之世紀未解之謎。藉由本次實驗模型與分析技術之建立，相信可在未來提供更豐富的力學研究課題與更廣闊的研究前景。

壹、前言

1、文獻回顧

在自然環境和人造物質中，我們可以發現具有彈性的長桿無處不在，從樹木、筷子、骨骼、與一般食用的麵體，其不同長度與幾何構造下，皆具有重要的物理和生物功能。當彈性長桿兩端置於極端應力時(如壓縮施力、緊縮拉伸施力、彎曲施力、與扭轉施力)，這些材料的結構穩定性最終會受到其單個纖維或管狀成份的斷裂行為限制，導致斷裂。其相關彈性長桿斷裂的研究工作在過去的二十年中已蓬勃發展[1-2]。而彎曲誘導的彈性長桿碎裂也已經被徹底研究，但因扭轉彎曲對斷裂過程的作用尚未闡明，其原因可能在於彈性長桿的扭力量測並無較明確的方法與解釋。

這兩個基本問題與理查·費曼 (Richard Feynman) 的著名觀察直接相關[3]，Christopher Sykes 在 *No Ordinary Genius* 這本書中[3]，針對費曼有這麼一段的回憶：他倆在廚房煮義大利麵條，卻無意中發現乾的義大利麵條在彎曲時，總是斷成三截或者更多，而不是直覺告訴我們的兩截。結果 Feynman 麵也不吃了，嘗試了一晚的實驗，掰斷了無數根麵條，也無法找到一個合理的解釋。而在2005年，法國的科學團隊 B. Audoly 與 S. Neukirch 研究小組對於“費曼折義大利麵的實驗”進行研究，並將結果發表於物理評論快報(Physical Review Letters) [1]，雖然他們也無法將義大利麵折成兩段，但是卻發現了其中的斷成三折的道理：他們發現彎曲力矩釋放後會產生彎曲波，引起局部區域之曲率增加達到零界點，造成進一步的斷裂，如下圖1所示，實驗觀測與理論計算有很好的吻合。

也就是說，初始斷裂（分成兩截）後，由於彎曲力矩釋放回彈會產生彎曲波造成局部區域之曲率增加，導致其中至少一段的進一步斷裂。費曼沒想明白的問題，至此終於有了答案。

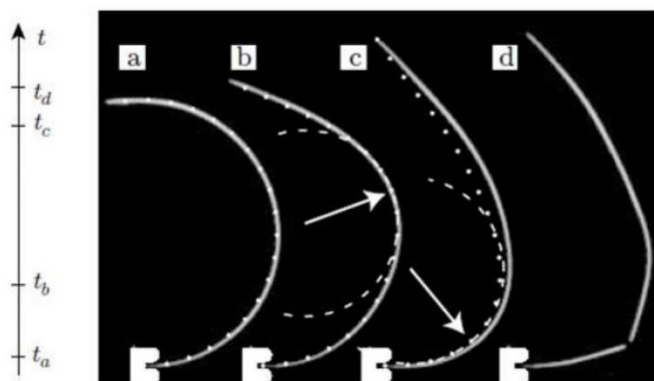


圖1: 彎曲力矩釋放後麵條的示意圖；箭頭所示處，顯示局部區域之曲率增加，超過零界點，造成義大利麵進一步斷裂 [1]。

2012 年倫敦奧運會期間也同樣發生了一個值得關注的例子[4]，一名古巴撐竿跳運動員 Lazaro Borges 在男子十項全能撐竿跳比賽中，試圖跳過 5.35 米時，撐竿斷成了三截大塊，即是熟知的撐竿彈性骨折現象，如圖2所示，照片擷取自 YouTube [4]。相關媒體後續報導，亦指出這起撐竿斷裂的意外，疑似撐竿過於品質不佳，上面早有裂痕；而 Lazaro Borges 插竿起跳時，所施給撐竿的橫向壓力太大，也可能是導致撐竿斷裂的原因。



圖2: 古巴撐桿跳運動員 Lazaro Borges 於奧運跳高發生桿子斷成了三段的事件[4]。

而如何將義大利麵折成兩段，並解釋其機制呢？則要一直到2018年，麻省理工學院的數學家 John Dunkel 團隊，他們經過多次試驗終於找到了方法，並且把這項研究成果發表在了《美國國家科學院院刊》的雜誌上[5]，如圖3(a)-(b)所示，他們發現將義大利麵扭轉100度時，再進行彎折，義大利麵就會斷成三截，而當扭轉至330度再彎折時，如圖3(c)-(d)，義大利麵就會斷成兩段而不是三截！而圖3(e)-(f)則是其統計結果，發現扭轉角度的臨界點約在270度左右；這種現象實際上源於兩種效應：回彈效應（由於扭曲的作用，彎折時向反方向回彈的作用降低了）反扭轉效應（當扭轉時，義大利麵希望回到原先拉直的狀態，這釋放了一部分的能量，阻止了進一步的斷裂）。這道理其實直截了當，

扭轉消耗更多的能量，從而限制了彎曲曲率，使其無法達到斷裂臨界值！而 J. Dunkel 更進一步解釋說，目前，這個模型成功地預測了扭轉和彎曲如何使像義大利麵這樣細長的桿狀物斷裂，而這個模型適用於理想的單一圓柱形桿狀物。那麼其他形態的義大利麵呢？

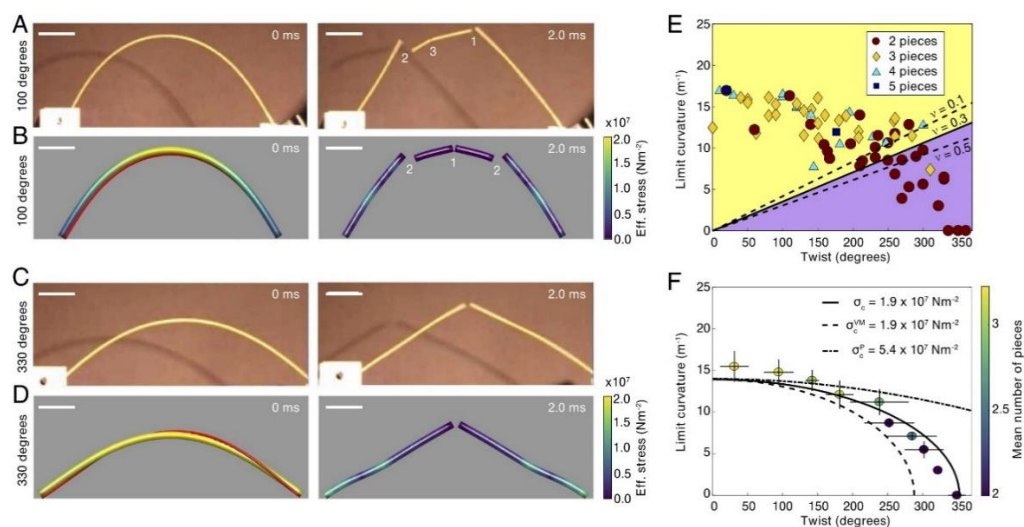


圖3: (a)-(b) 將義大利麵扭轉100度時，再進行彎折會斷成三截，(c)-(d) 而當扭轉至330度再彎折時就會斷成兩段，而圖3(e)-(f)則是其統計結果，扭轉臨界點約在270度左右。

2、研究動機

義大利麵它是由小麥品種中最硬質的杜蘭（durum）磨粉製成的長、細、固體、圓柱型麵條，是義大利飲食的一種主食。其最早的義大利麵可追溯至公元5世紀猶太教經典《塔木德》中關於麵食的記載。而「Spaghettini」名稱上專指較細的義大利麵，在上世紀60年代，義大利麵這類食物還尚為普及於西方世界，1957年在英國還發生一件有趣的世紀騙局- 義大利麵樹騙局 Spaghetti tree hoax [6]，在4月1日（愚人節）英國廣播公司播放的一則長約三分鐘惡作劇報導。報告說瑞士南部一戶家庭從樹上可以採摘義大利麵，造成義大利麵大豐收，估計當時有800萬人在當日觀看了此報導，並有數百人致電英國廣播公司想確認事件的真實性，還有人詢問怎樣在自家種植義大利麵樹。播放當時的英國，義大利菜尚未流行，義大利麵被視為是「異域美食」，甚至有部份英國人不知道義大利麵是由麵粉及水製成的義式麵食。這個騙局後來被美國有線新聞網絡稱為「史上有良好聲譽的新聞機構發佈的最成功騙局」。

在這些有趣故事[6]與嚴肅燒腦的物理實驗[1-5]背後，引起我們對義大利麵的好奇與興趣，並在一連串的網路與超市實際搜尋後，提出了我們新的疑問：

- (1)市售義大利麵之長桿型態差異性？
- (2)扭力係數之物理量測與分析方法？

(3)可否使用3D 列印來製造長桿不同組合構造，以驗證實驗結果?

我們同時也發現，調控義大利麵的長度與組合構造之實驗變因，目前尚無任何的文獻報導，尤其，在超市中，我們驚訝的發現，同樣的義大利麵直徑竟然有分快煮3至12分鐘的差異，若是能用一些物理性質來了解其中原由，相信能為自然與生活課程帶來更多的樂趣，因此，產生了此次科展專題研究。

3、研究目的

理解、控制、與測量扭轉動力學仍然是物理學中最重要的理論和實踐挑戰之一。尤其是對於我們有興趣的圓直型的細彈性長桿義大利麵主題，此主題是我們評估過最簡單、便宜、隨處可買、與可執行的研究主題。而兩端施力的方式可分成四種型態:分為(a)壓縮施力，(b)緊縮拉伸施力，(c)彎曲施力，與(d)扭轉施力，如示意圖4說明。依據參考文獻說明[5]，將義大利麵扭轉270度再彎曲施力，即可得到二段義大利麵；而純粹彎曲施力[4]，則會造成三段。而施力型態 (a)-(c)一般較容易採用重力磅秤量測，但(d)扭轉則非常難量測，較為複雜。

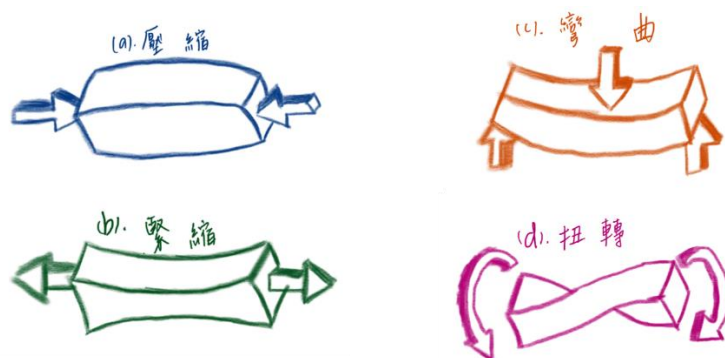


圖4: 兩端施力之四種型態:分為(a)壓縮施力，(b)緊縮拉伸施力，(c)彎曲施力，與(d)扭轉施力。

但在文獻中，並無說明扭力係數與義大利麵長度與麵體均質度的關係，因此，關於此研究工作，我們將其分成兩個主軸:

(1) 扭轉測量概念之建置: 一般物理實驗中[7-8]，量測扭力係數皆是採用如圖5(a)所示，為一垂直式量測鋼絲扭力係數，但是其對低扭力係數的樣品，並無法適用，我們嘗試將義大利麵垂直鎖上，因垂直懸掛造成水平晃動，造成麵體直接斷裂，經多次實驗，我們認為此種量測法並無法實用於軟物質材料；因此，改變成水平方式，如圖5(b)所示，為我們設計之測量扭力係數概念圖，我們將義大利麵先固定於手動轉盤，並利用手動滑軌調整義大利麵水平張力與量測長度，並用螺絲固定，再手動旋轉圓盤至特定角度(或臨界角度)，並放開此旋轉圓盤，以光學編碼器同步測量轉盤的回彈旋轉角度、頻率、半衰期、與計算扭力係。在此我們必須說明，此種水平量測為單一固定端的扭轉測量，非

雙邊扭轉(如圖4(d))，其轉盤旋轉角(θ)並非樣品之扭轉角(T_0)，如圖5(c)所示，為單邊施力旋轉，量測單一麵體之扭力係數與扭轉角，此部分我們會於研究方法詳述。

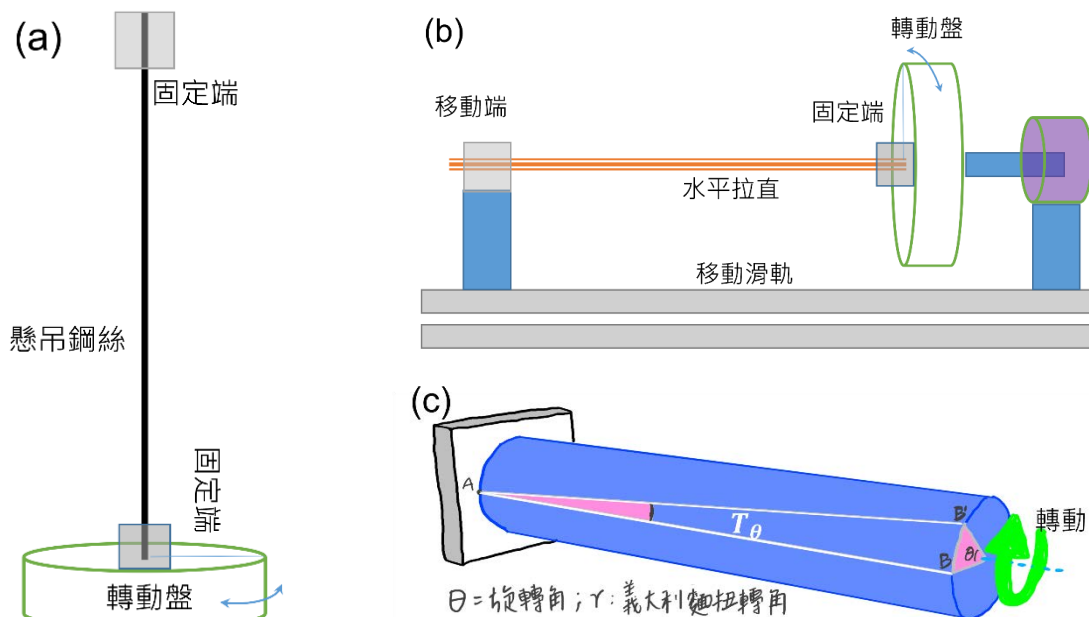


圖5: (a)垂直量測與(b)水平扭轉量測示意圖，(c) 單根義大利麵扭轉與轉動旋轉。

(2) 探索組合構造與力學係數: 我們嘗試尋找主軸(1)之單根義大利麵與其組合構造(其為以細長麵接合成雙棍、三角、四面型麵體)之關係，如圖6示意麵體截面所示，我們希望可以觀察組合構造是否與快煮時間、扭力係數之相關性。

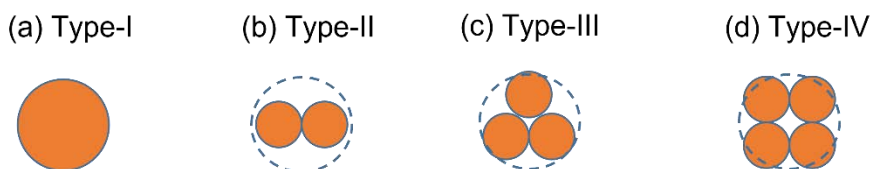


圖6: 義大利麵組合構造概念之(a)-(d)示意圖。

本次專題，我們想藉由此簡易的水平扭力係數測量實驗，以提取其相關實驗參數，來研究義大利麵之扭力係數與組合構造之科學關聯性。

貳、 研究設備及器材

本次科展專題之量測實驗設備，我們尋求東部大學物理相關實驗室之支援，協助設計與3D列印，我們也長期參與其每周末所舉辦之東區中小學科學研習營，教授我們使用 Arduino 與 Excel 分析程式；組隊之初，共有三名團隊，後期因時間與課業壓力下，而漸漸退出，但我們仍堅持要在時間匆促下，完成量測設備；設計軟體我們採用了 Tinkercad 3D設計軟體來建構概念，並配合物聯網技術自行組裝而成，其製造與器材準備流程如圖7所示，分成兩大部份，分別為(1)義大利麵與 PLA 樣品 (2)基礎硬體與物聯網電路程式說

明。將分述如下：

1、 義大利麵與 PLA 樣品

我們於網路搜尋相關商品與資料，尋找相同直徑約 $D=2\text{ mm}$ 之圓管麵，長度皆在 $200\sim 240\text{ mm}$ ，確定之後再陸續至通路超市採購，每一包義大利麵單價約在 $25\sim 40$ 元之間，符合標準的共計有六種義大利麵，其說明如下圖7說明*：



圖7: (a) Paone 快煮12分鐘 (b) Karona 快煮3分鐘 (c) San Remo 快煮12分鐘 (d) Biondi 快煮9分鐘 (e) ORO 快煮10分鐘 (f) Takaya 快煮3分鐘

*註記: 其中第六種小豆島 Takaya 義大利麵，又稱凹凸麵，為於地方科展結束後，於網路無意中尋找到的 Type-II 麵體，但是其為純手工麵，粗細誤差很大，但我們儘量找出相似麵體來量測，誤差值應很大，但是目前所找到的唯一 Type-II 麵體，蛋白質含量 8.7% ，且單價最高。

上述六種義大利麵我們分別量測10根，取其平均質量、長度、與直徑，詳列於表格1:

表格1: 實驗所使用之義大利麵基本參數。

義大利麵	組合構造	質量 M (g)	長度 L (mm)	直徑 D (mm)	體積 V (cm ³)	密度 ρ (g/cm ³)	蛋白質含量(%)
Paone	Type-I	0.82	250	2	0.785	1.0446	13
Karona	Type-III	0.77	250	2	0.785	0.9809	12.4
San Remo	Type-I	1.13	259	2.05	0.854	1.3232	15.6
Biondi	Type-I	0.9	248	1.95	0.740	1.2162	15
ORO	Type-I	0.96	260	2.05	0.858	1.1188	13
Takaya	Type-II	0.6	250	1.95	0.746	0.8043	8.7

我們特別注意到，快煮3分鐘之 Karona 義大利麵其組合結構，如圖6之 Type-III 的排列，是由三根直徑 $D=1\text{ mm}$ 的細麵結合而成，此點引起我們想要進一步了解麵體之組合數是否會與烹煮時間有關，這樣可否發明速食義大利麵？當然，我們最關心的還是扭力與彈性係數與組合數的關係！

所以，我們進一步使用3D 列印機(Prusa I3機型)製造如圖8的玉米纖維(PLA)材料線，雖然我們想要模仿義大利麵列印 $D=1\text{ mm}$ 的 PLA 細線，組合成 Type-II~ IV，但是一直沒有成功，最後，只好改變條件成 $D=2\text{ mm}$ 的 PLA 細線組合，如圖8(a)-(b)所示，分別為我們所繪的 PLA 細線 Tinkercad 的俯視圖與側視圖。

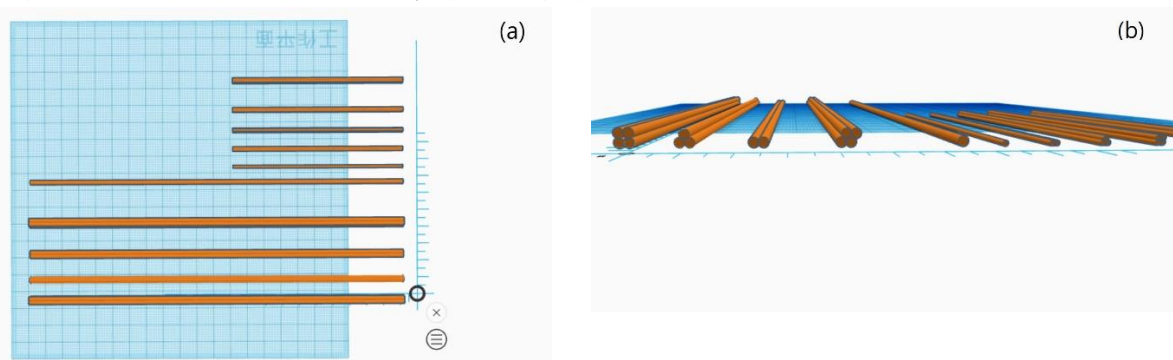


圖8: (a)-(b)分別為 PLA 細線之 Tinker Cad 的俯視圖與側視圖。

上述四種 PLA 線我們分別量測1根質量、長度、與直徑，詳列於表格2:

表格2: PLA 線之基本參數。

PLA 線	組合構造	質量 M (g)	長度 L (mm)	直徑 D (mm)	體積 V (cm^3)	密度 ρ (g/cm^3)
PLA1	Type-I	0.901	218	2.05(圓形)	0.719	1.2531
PLA2	Type-II	1.705	218	4.05x2.02(長方)	1.396	1.2213
PLA3	Type-III	2.56	218	4.05x4.05(三角)	2.157	1.1868
PLA4	Type-IV	3.35	218	4.05x4.05(四邊)	2.876	1.1648

2、基礎硬體與物聯網程式說明

關於扭轉測量設備，如前圖5(b)之概念，我們需要考慮幾種調整參數，改變義大利麵長度，可將調整端 M3螺絲鬆開移動；而連接固定端則以 M3螺絲固定義大利麵手動旋轉此圓盤，如圖9(a)所示設備俯視圖，所需3D 列印零件依序說明為：1.不銹鋼光桿兩支組成滑軌，2. 可手調式雙通步進馬達；而圖9(b)所示設備側視圖，為採用 PLA 線材以3D 列印機製造之零件：3. 轉動盤3D 列印件，半徑36 mm，質量29.98克，4. 調整端3D 列印件，5.光學編碼器底座3D 列印件，而光學編碼器為絕對值編碼器，可將所檢測的每個位置對

應一個唯一的編碼，在何種狀態下，都可確定設備的旋轉位置變化，以量測轉盤的旋轉角。

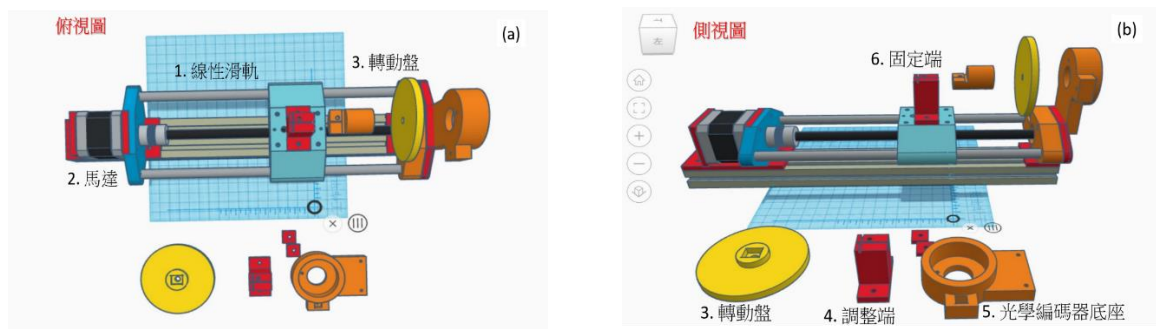


圖9:扭轉測量設備之 Tinkercad 的(a)俯視圖與(b)側視圖。

而扭轉測量設備相關 Arduino 程式碼與電路接腳說明則列於圖10。

```

// Encoder connect to digitalpin 2 and 3 on the Arduino.
volatile int counter = 0;

//This variable will increase or decrease depending on the
rotation of encoder

float angle, temp = 0.0 ;
float a=0.0;
void setup() {
  Serial.begin (9600);
  pinMode(2, INPUT); // set pin to input
  pinMode(3, INPUT); // set pin to input
  digitalWrite(2, HIGH); // turn on pullup resistors
  digitalWrite(3, HIGH); // turn on pullup resistors
  //Setting up interrupt
  //A rising pulse from encodenren activated ai0().
  AttachInterrupt 0 is DigitalPin nr 2 on moust Arduino.
  attachInterrupt(0, ai0, RISING);
  //B rising pulse from encodenren activated ai1().
  AttachInterrupt 1 is DigitalPin nr 3 on moust Arduino.
  attachInterrupt(1, ai1, RISING);
}

```

- 1.於Arduino 中開啟程式碼”torsion.ino”
- 2.光學編碼器訊號線連接Uno版白色杜邦線接Digital接腳 D2 藍色杜邦線接Digital接腳 D3 紅色杜邦線接電源接腳 5V 黑色杜邦線接接地接腳 GND
- 3.上傳Arduino Uno控制板即可

圖10：其操作方法為(1) 於 Arduino 中開啟程式碼”Torsion.ino”，(2)光學編碼器訊號線連接 Arduino Uno 版，白色杜邦線接 Digital 接腳 D2，藍色杜邦線接 Digital 接腳 D3，紅色杜邦線接電源接腳 5V，黑色杜邦線接接地接腳 GND，(3)上傳 Arduino Uno 控制板即可。

參、研究過程與方法

在本次專題的研究過程中，扭轉的變化過程是一個我們需重新審視的問題；如圖 11(a)，為一張紙片的扭轉，可以清楚見到紙片右邊線段 \overline{AB} 經過旋轉後，轉成線段 \overline{BA} ，旋轉角度為 180 度，而左邊固定端皆不變；其扭轉角 T_θ 的定義應為 $\tan y = \frac{\overline{BA}}{\overline{DA}}$ ，而當線段

\overline{BA} 遠小於長度 L 時，扭轉角 T_θ 趨近於：

$$T_\theta \approx \tan\gamma = \frac{\overline{BA}}{\overline{DA}}, \quad (1)$$

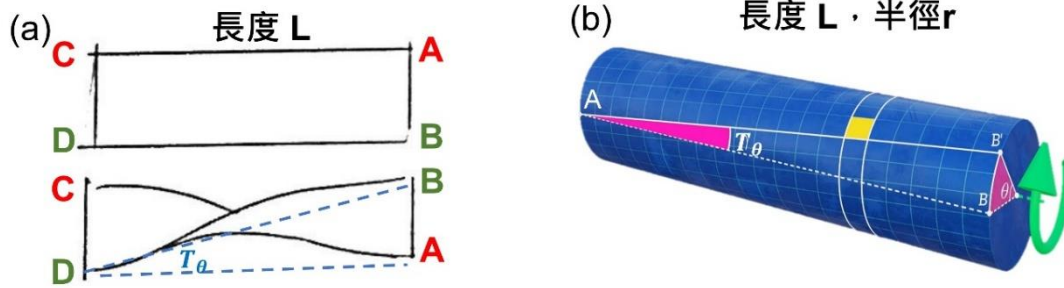


圖11：扭轉義大利麵時之扭轉角示意圖，取自參考資料 [7]。
由此，我們可以依此修正圓管型義大利麵的扭轉角計算，如圖 11(b)所示，當我們轉動固定端圓盤時，則可帶動義大利麵(半徑為 r ，長度為 L)扭轉，圓盤轉動由 B 點移動至 B' 點時，圓盤旋轉角為 θ ，則可以算出義大利麵扭轉角 T_θ 為：

$$T_\theta \approx \tan\gamma = \frac{\overline{BB'}}{\overline{AB}} = \frac{r\theta}{L}, \quad (2)$$

由此方法則會知道，當麵的半徑與旋轉角固定下，長度越短，扭轉角越大。當麵體短到一個臨界長度時，義大利麵就會斷裂，此方程式即不適用。其理論發展，我們簡述如下：

我們將圖 12(a)中之半徑 r 之圓盤從靜止位置 O 施力扭轉，產生一施力矩 τ ，然後釋放它，他將會對該位置作角度振盪運動。將圓盤扭轉角度為 θ 無論往哪一個方向扭轉，則會產生一恢復回彈力矩 $-\kappa\theta$ ，與施力矩呈線性關係，方程式可表達為：

$$\tau = -\kappa\theta, \quad (3)$$

其回彈力矩 $-\kappa\theta$ 與施力方向相反，但是與角度相關，而其斜率 κ 即為扭轉係數，而轉盤角度隨時間變化，則如圖 12(b) 所示，並隨時間遞減歸於平衡點。

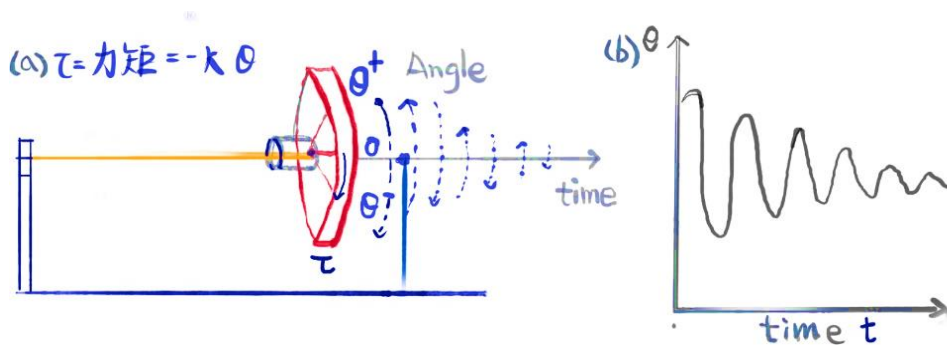


圖12：(a)扭轉義大利麵時之扭轉示意圖與(b)角度對時間變化概念圖。
對比於牛頓第二定律施力等於慣性質量乘上加速度，即 $F = ma$ ；而轉動力矩 $\tau = I \times \alpha$ 為轉動慣量 I 乘上角速度 α ，其中圓盤的轉動慣量為： $I = \frac{1}{2}Mr^2$ ，是設備質量為 0.02998 kg ，半徑 0.036 m ，轉動慣量為 $I = 1.942 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。而其這樣產生的角度簡諧運動之振盪週

期 T 與扭轉係數 κ 、轉動慣量 I 的關係為:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}}, \quad (4)$$

而角速度即為前後的角度差除上時間差，為:

$$\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t_1 - t_0}, \quad (5)$$

而角加速度即為前後角速度差除上時間差，為:

$$\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0}, \quad (6)$$

若我們取角加速度 α 對角度 θ 做圖，為:

$$\alpha = -\frac{\kappa}{I}\theta, \quad (7)$$

取其斜率值，即可推算出扭轉係數 κ ；在本次專題，此些計算皆可以用 Excel 直接算出即可得到。

另外，關於數據處理，本次專題的研究方法，需要克服兩件要素為:

1. 實驗數據處理: 需克服的是如何快速有效的處理巨量數據，轉成實驗繪圖。關於扭轉與彈性係數量測與分析，若是採用人工逐一記錄將是一件勞力密集的工作，在東區中小學科學研習營教學中，我們體會到善用電腦軟體來解決科學之巨量數據，方法有(1)數據擷取: 使用 Excel 檔將 Arduino 運算資料儲存為 dataxx.csv 檔案，依實驗程序編排 xx 由 01~99。如範例圖 13(a)所示。
2. 數據繪圖處理: 讀入檔案 dataxx.csv，並依方程式(5)-(7)於 Excel 計算其角度 θ 、角速度 ω 、角加速度 α 、與時間 t 之關係並繪圖，如圖 13(b)所示，此分析方法並參考大學基礎物理實驗講義[8]。

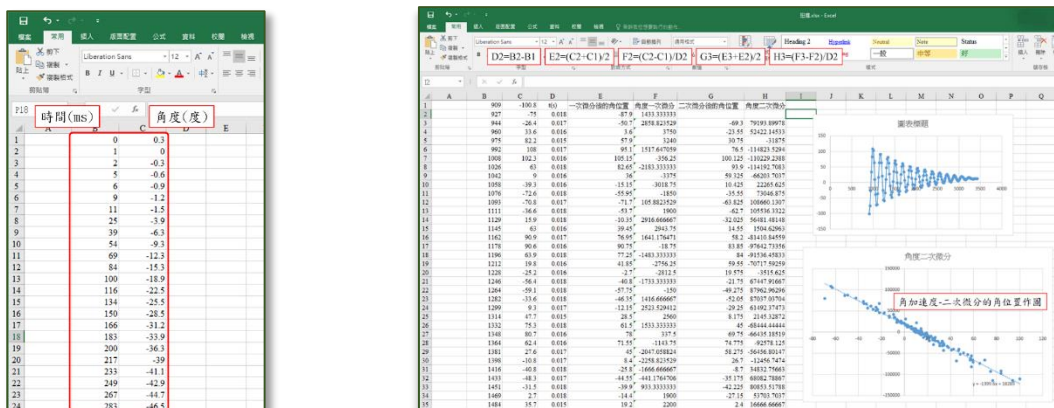
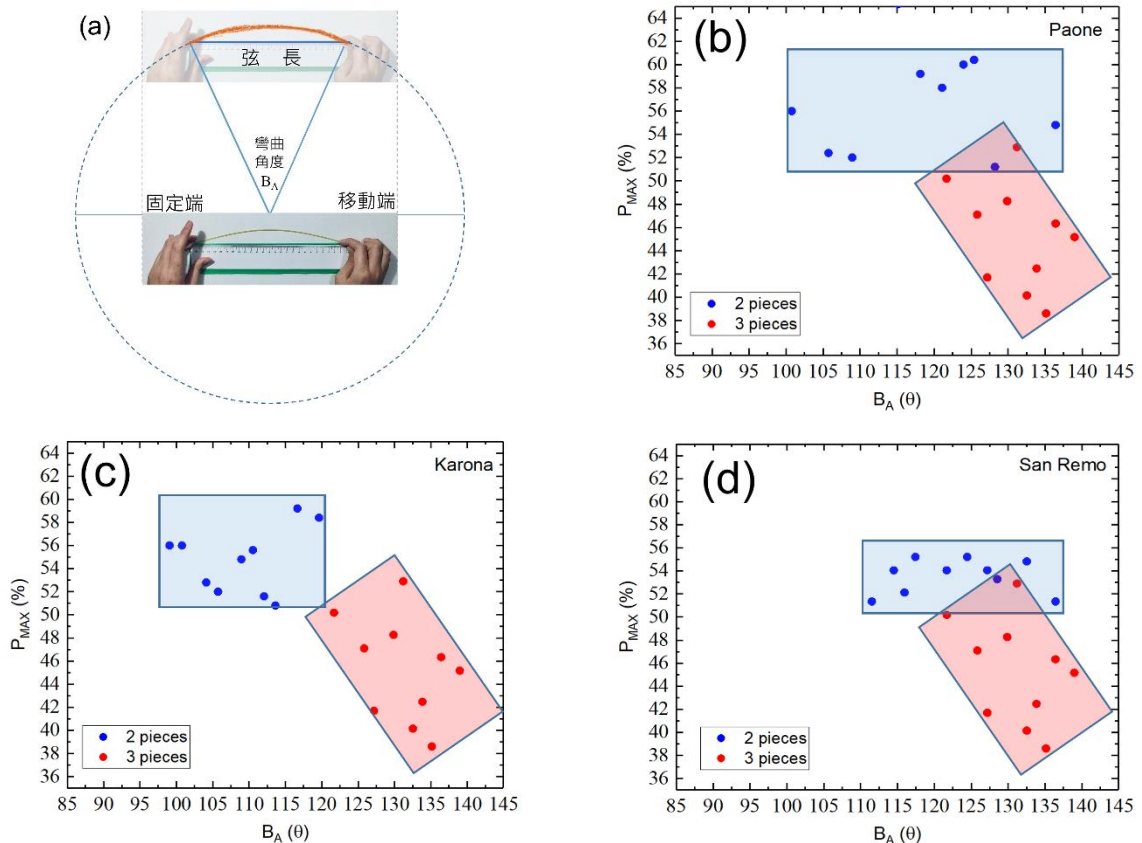


圖13: (a)使用 Excel 檔將 Arduino 運算資料儲存為 dataxx.csv 檔案，並計算(b)扭轉實驗之角度隨時間之關係與角加速度隨轉動角度變化之關係，其斜率即為扭力係數。

肆、研究結果

首先，我們依據文獻記載，不免俗套的先用手來彎曲義大利麵，定性的量測其彎曲特性，以驗證義大利麵是否會折成兩段或三段，其操作如圖14(a)所示，以左手固定義大利麵之左端於直尺零點位置(稱為固定端)，移動右手麵的另一端點，並於直尺上記錄其斷裂時之彎曲投影長度，記錄為弦長，再利用 iPad 下載”幾何計算器 app”來換算其對應之彎曲角度 B_A ，每次取斷掉的最大一段(L_{MAX})除上原長(L)，定義為斷掉長度最大百分比 (Maximum Broken Length Percentage) $P_{MAX} = \left(L_{MAX}/L \right) \times 100\%$ 做紀錄，每一種義大利麵各做10次實驗，並將其 P_{MAX} 對彎曲角度 B_A 作圖。實驗的進行並不順利，我們小心謹慎地慢慢彎曲義大利麵，或可稱為「慢速彎曲」法，利用此方法我們折了50根，皆發現斷成兩段，只有一次成功斷成三段。其統計結果如圖14(b)-(g)藍色實心圓點所示，依序為 Paone、Karona、San Remo、Biondi、ORO、與 Takaya 義大利麵的實驗斷裂兩段結果，彎曲角度約在100~135度附近，其對應範圍如藍色匡列之數據。



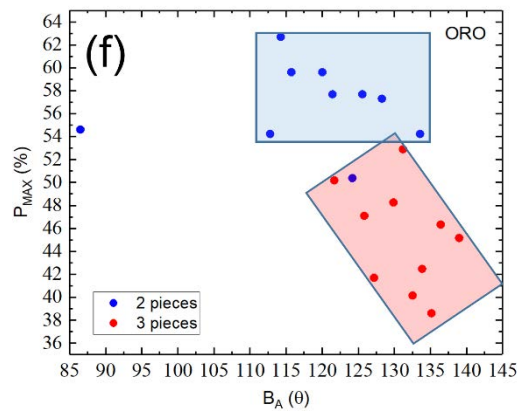
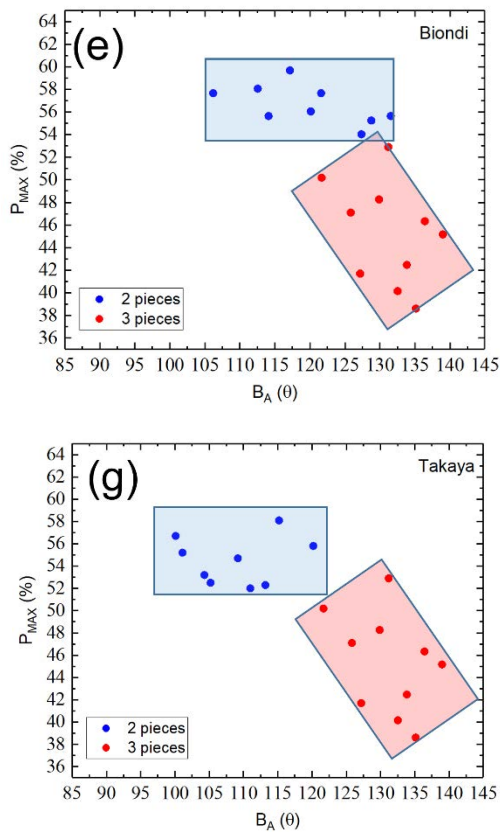


圖14: (a)-(g)依序為 Paone、Karona、San Remo、Biondi、ORO、與 Takaya 義大利麵的實驗斷裂兩段(藍色實心圓點)與三段(紅色實心圓點)的統計結果。

而斷成兩段的長度分布，約在50~60%之間，特別是 San Remo 較為平均落在51~56%；這個實驗結果很困擾著我們，原本以為很容易斷成三段的實驗，並不是如此就會發生。於是，我們接著靠手感來試驗，最後再測試超過百次後，找到了瞬間彎曲的方法，我們稱為「快速彎曲」法，成功找到折三段的方法，其結果如圖14(a)-(g)紅色實心圓點所示。彎曲角度約在120~145度附近，如紅色匡列之數據。顯示快速彎曲需要速度與更大的曲度，才能折成三段，此結果並未在文獻中報導過。

接著，我們再進行定量的分析，使用自製設備來量測義大利麵，於實驗操作上，我們將義大利麵放入扭轉測量設備，於麵上每兩公分標示距離，放置平台，以 M3螺絲所於固定端與調整端，如圖15(a)-(b)所示，將轉盤調整水平後，連結 Arduino Uno，並於 Arduino 程式(如前圖10所述)，開啟序列埠監視器，查看時間與轉盤旋轉角的動態數據。並改變實驗參數為義大利麵長度 $L=200 \sim 80 \text{ mm}$ ，每次間隔10~20 mm。

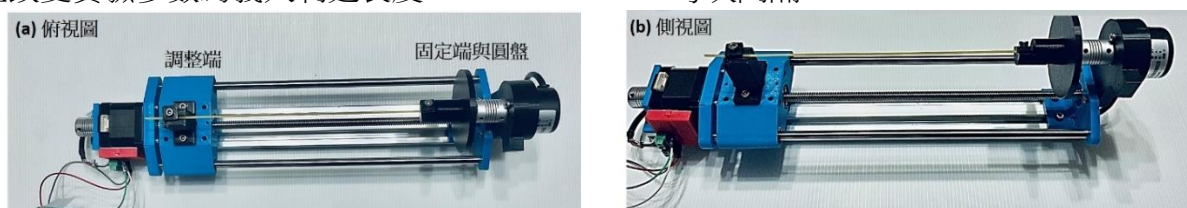


圖 15: 分別為實驗操作之(a)俯視圖與(b)側視圖照片。

我們的扭轉實驗之進行，共有六組義大利麵，如圖16(a)-(l)分別為實驗圖與轉動角度隨

時間變化圖。我們利用調整麵體長度，分別測量其對轉盤回彈之震盪，量測其轉動角度、頻率、與扭力係數。

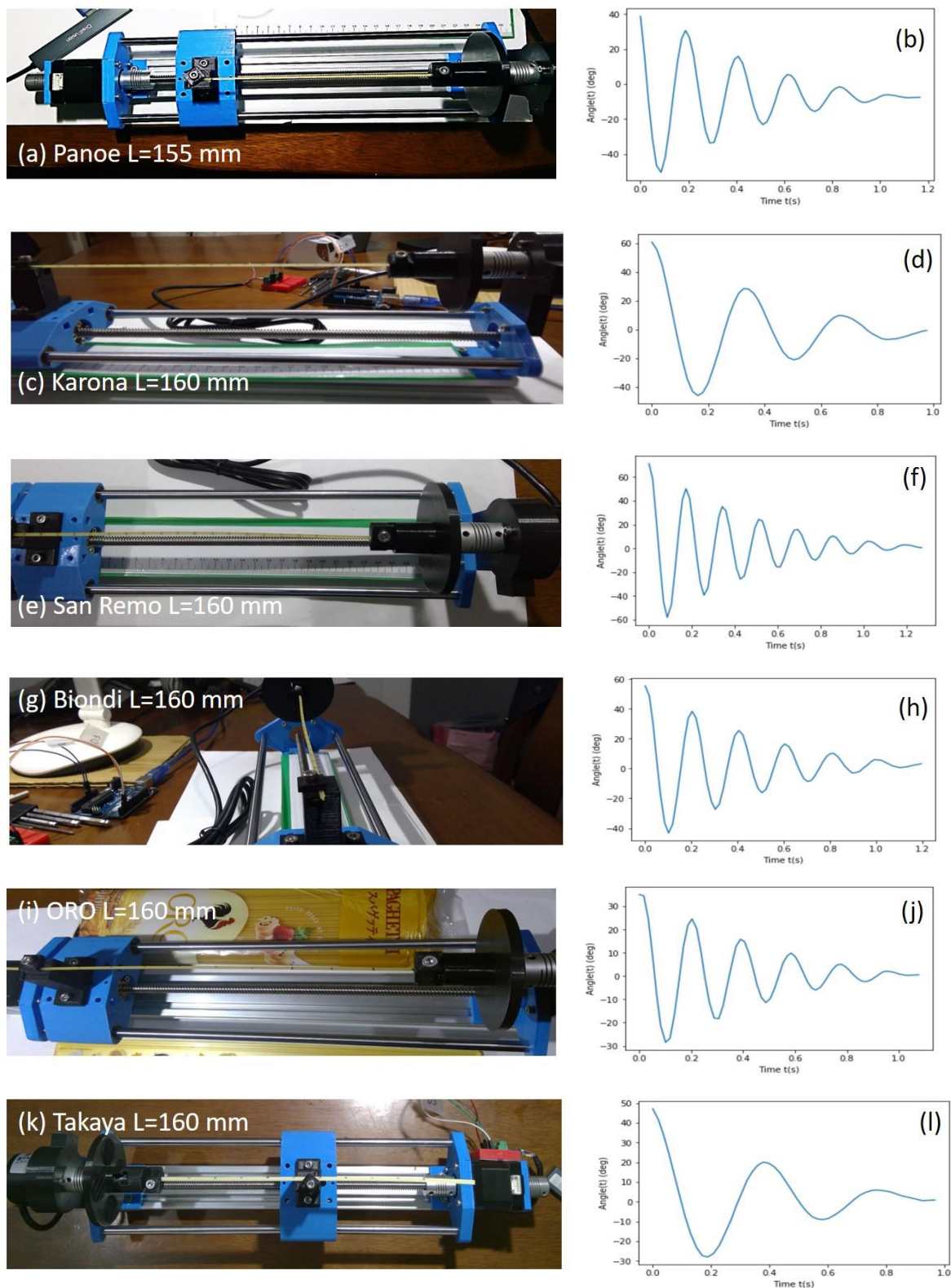


圖 16: (a)-(l)為義大利麵之實驗與轉盤旋轉角度隨時間的變化圖。

所有實驗數據分析皆經 Excel 計算。其分析結果實驗圖眾多，我們整理成表格陳列，其分析流程，我們舉例如圖17為 ORO 義大利麵在長度為 $L=200$ mm 之扭轉實驗: 圖17(a)

為轉盤角度隨時間的變化圖，圖17(b)為轉動週期運動所得之頻率峰值位置，圖17(c) 轉動角度隨時間之半衰期擬合，我們使用指數衰減函數來擬合每一震盪峰值點，其函數為 $\theta(t) = \theta_0 + ae^{-\frac{t}{\tau_1}}$ 的關係，其中 $\theta_0 = -5.3$ (deg.)，遞減斜率為 $a = 66$ (deg.)，則轉盤在時間為零($t=0$)時之旋轉角度為 $R_0 = \theta_0 + a = 60.7$ (deg.)，我們定義為轉盤旋轉角度，半衰期為 $\tau_1 = 0.62$ s。而其扭轉角 T_θ 如方程式(2)， $T_\theta = \frac{r}{L} \times R_0 = \frac{1.025mm}{200mm} \times 60.7(deg.) = 0.3035$ (deg.)，圖17(d)角加速度對角度做圖，其斜率為方程式(7)所示 $(-\frac{\kappa}{I})$ ，計算出的扭力係數為 $\kappa = 0.017675$ (kg-m²/s²)。

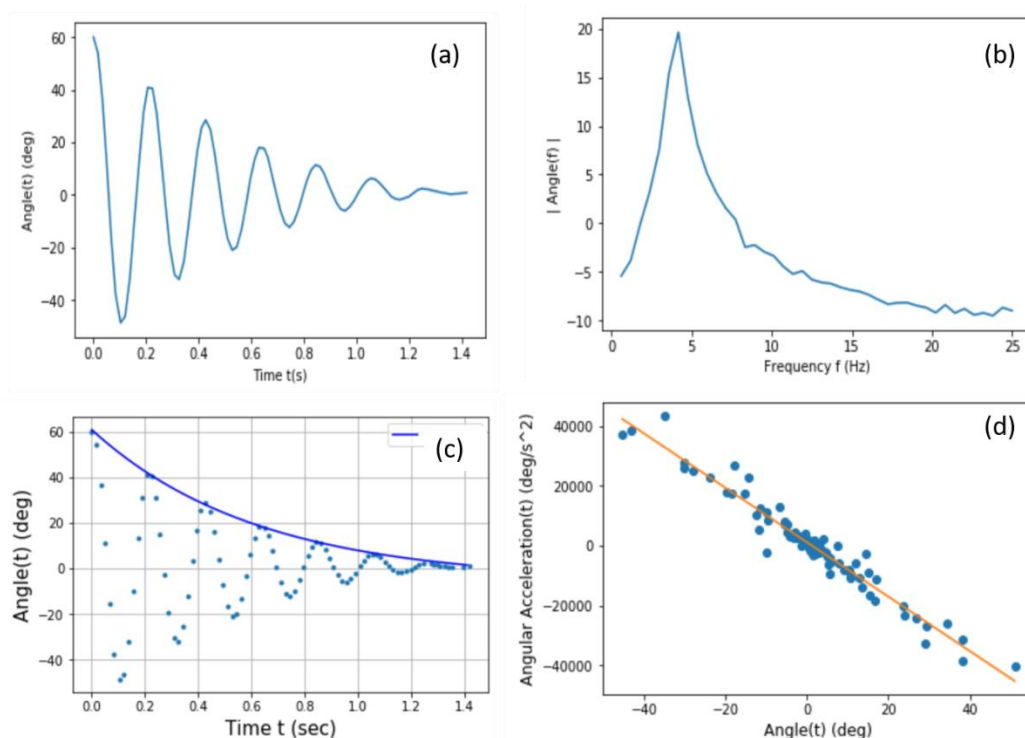


圖 17: (a)為轉盤角度隨時間的變化圖，(b)為轉動週期運動所得之頻率峰值位置，(c) 轉動角度隨時間之半衰期擬合，(d)角加速度對角度作圖。

而表格 3-8 則為我們改變義大利麵長度之扭轉實驗詳細數據與整理。如下所示：

表格3: 為改變 Paone 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後兩點數據(L=75-65 mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_0 = \theta_0 + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
155	3.676	46.6	0.301	0.56	0.01733
145	4.545	53.5	0.369	0.5	0.01714
135	4.054	73.5	0.544	0.55	0.01985

125	4.487	68.5	0.548	0.53	0.02086
115	4.605	57.6	0.501	0.54	0.02023
105	4.729	72	0.686	0.46	0.02321
95	4.55	34.5	0.363	0.3	0.02772
85	4.29	62.1	0.731	0.56	0.01618
75	5.77	35.1	0.468	0.33	0.03275
65	6.25	43.7	0.672	0.27	0.03613

圖18(a) 為頻率隨 Paone 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 5.958(2)$ ，遞增斜率為 $\chi = -0.0126(5)$ 。圖18(b) 為扭力係數隨 Paone 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.040(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00015(3)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

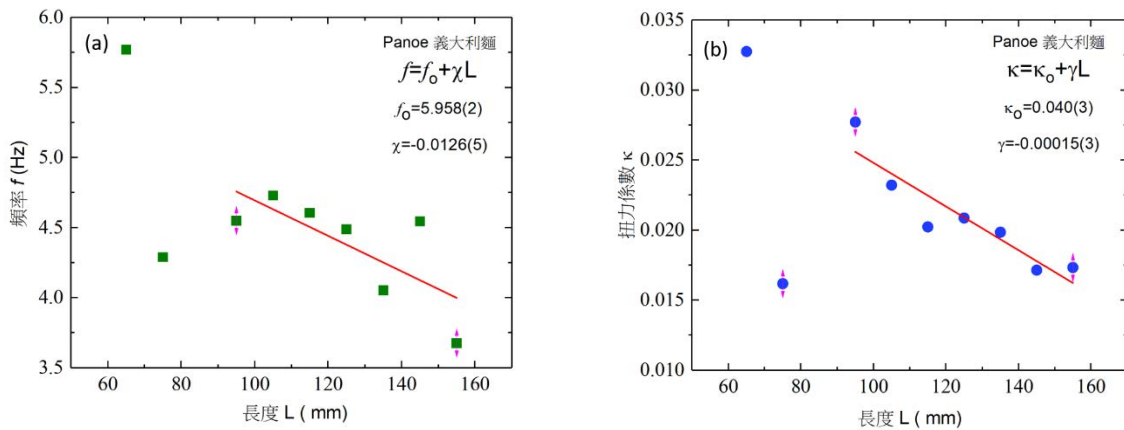


圖 18: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Paone 義大利麵長度變化圖。

表格4: 為改變 Karona 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後四點數據(L=70~100 mm) 刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	2.083	33	0.165	0.74	0.00575
190	2.206	56.8	0.299	0.74	0.00581
180	2	29.7	0.165	0.73	0.00607

170	3.03	49.8	0.293	0.79	0.00647
160	2.679	61.6	0.385	0.65	0.00638
150	2.586	60.4	0.403	1.04	0.00683
140	2.5	74.3	0.531	0.81	0.00709
130	2.439	85.7	0.659	0.73	0.00761
120	3.125	85.7	0.714	0.73	0.00761
110	2.586	27.3	0.248	0.65	0.00791
100	2.632	79.3	0.793	0.62	0.00696
90	2.564	75.3	0.837	0.68	0.00775
80	2.907	91.3	1.141	0.63	0.00853
70	3.030	71.5	1.021	0.6	0.00954

圖19(a)為頻率隨 Karona 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 3.601(5)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0695(3)$ 。圖19(b)為扭力係數隨 Karona 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.0107(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000025(1)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

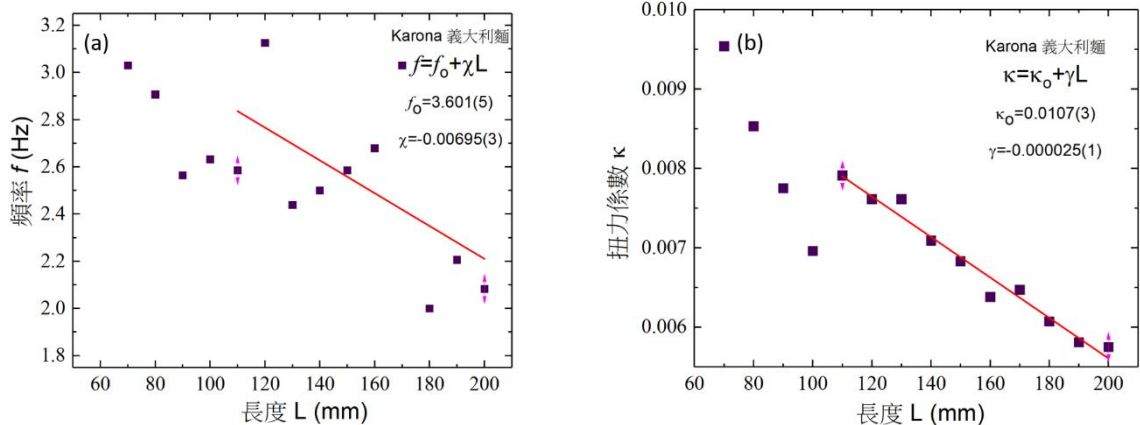


圖 19: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Karona 義大利麵長度變化圖。

表格5: 為改變 San Remo 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後兩點數據(L=70-80 mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_0 = \theta_0 + a$	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
-----------	-----------	-----------------------------	-----------------------	------------------	---

		(deg.)			
200	5	21.4	0.107	0.69	0.02352
190	4.629	38.4	0.202	0.58	0.02394
180	4.545	52.1	0.289	0.78	0.02375
170	4.838	40.7	0.239	0.64	0.02629
160	5.128	73.5	0.459	0.66	0.02749
150	4.464	39.2	0.261	0.81	0.02888
140	5.555	45.4	0.324	0.52	0.03268
130	5.172	46	0.354	0.52	0.03520
120	5.769	27.7	0.231	0.53	0.03871
110	6.731	33.8	0.307	0.56	0.04242
100	6.666	27.9	0.279	0.37	0.04673
90	7	53.1	0.59	0.47	0.05299
80	6.034	33.2	0.415	0.46	0.05417
70	5	33.5	0.479	0.69	0.02352

圖20(a) 為頻率隨 San Remo 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 9.604(1)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0305(5)$ 。圖20(b)為扭力係數隨 San Remo 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.079(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000032(2)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

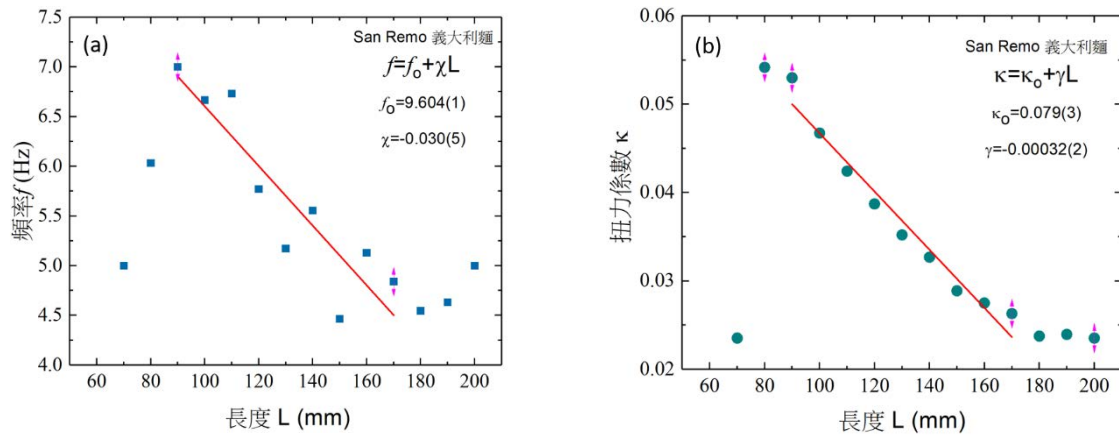


圖 20: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 San Remo 義大利麵長度變化圖。

表格6: 為改變 Biondi 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後三點數據(L=100-80 mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	4.032	43.3	0.217	0.78	0.01539
190	3.571	28.6	0.151	0.70	0.01689
180	3.75	81.7	0.454	0.47	0.01764
170	3.947	63.6	0.374	0.64	0.01821
160	4.054	55.5	0.347	0.64	0.01954
150	3.906	36.6	0.244	0.56	0.02024
140	4.688	54.2	0.387	0.69	0.02192
130	4.545	43.1	0.332	0.72	0.02304
120	4.605	58.6	0.488	0.55	0.02493
110	5.769	33.8	0.307	0.4	0.02751
100	4.545	41.3	0.413	0.49	0.02859
90	4.839	41.9	0.466	0.43	0.02988
80	6.034	45.5	0.569	0.4	0.03204

圖21(a) 為頻率隨 Biondi 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 7.004(6)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0175(4)$ 。

圖21(b)為扭力係數隨 Biondi 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.0397(1)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000123(8)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

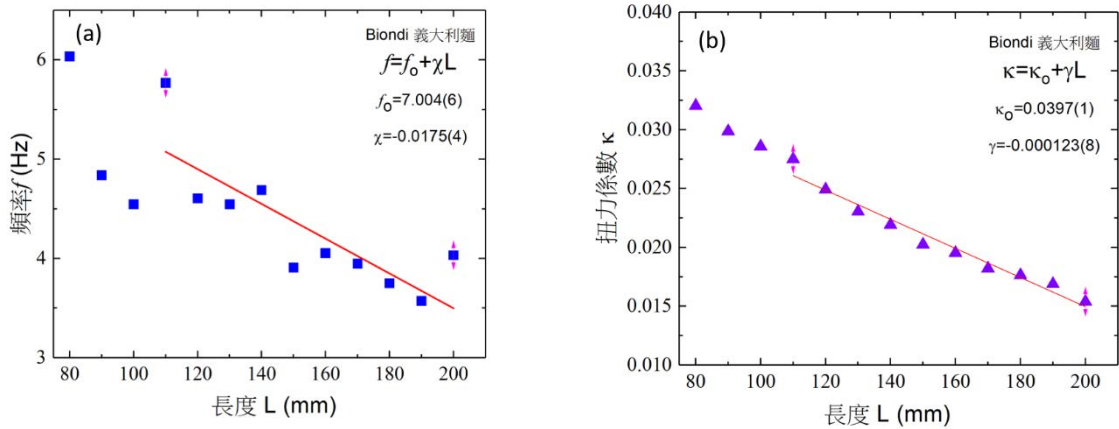


圖 21: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Biondi 義大利麵長度變化圖。

表格7: 為改變 ORO 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後一點數據(L=80 mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	4.166	60.7	0.304	0.71	0.01768
180	3.571	27.2	0.151	0.49	0.01706
160	4.6875	35.7	0.223	0.82	0.01815
140	4.6296	26	0.186	0.77	0.01751
120	4.6875	34.6	0.288	0.66	0.01767
100	5.434	23	0.23	0.65	0.01768
80	5	26.4	0.33	0.41	0.036529

圖22(a) 為頻率隨 ORO 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 6.463(5)$ ，遞增斜率為 $\chi = -0.0126(3)$ 。圖22(b)為扭力係數隨 ORO 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.048(8)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00015(2)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

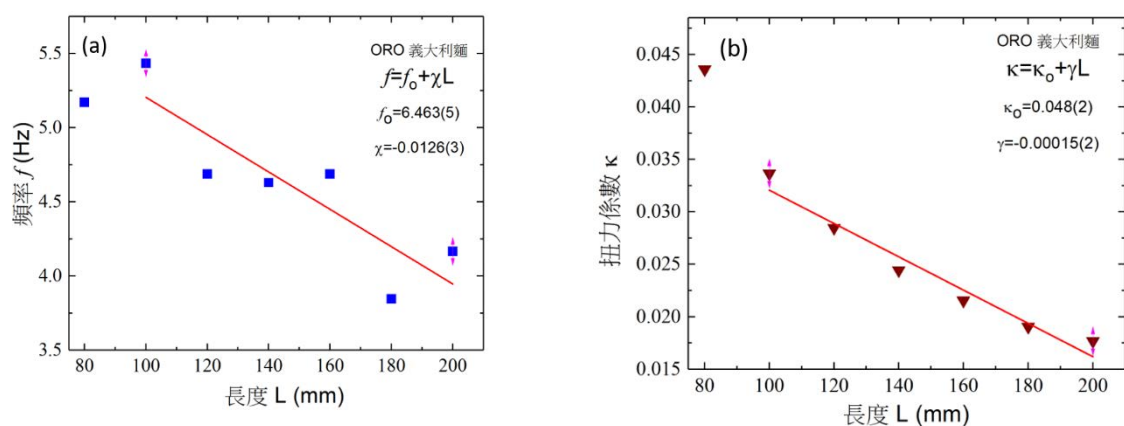


圖 22: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 ORO 義大利麵長度變化圖。

表格8: 為改變 Takaya 義大利麵長度之扭轉實驗參數，其中最後一點數據($L=80$ mm)刪除顯示義大利麵已斷裂。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$)
200	1.851	45.8	0.223	0.56	0.00392
180	2.381	45.6	0.247	0.76	0.004501
160	2.215	46.7	0.285	0.55	0.004428
140	2.419	62.4	0.435	0.64	0.005003
120	2.5	55.6	0.452	0.69	0.005637
100	2.642	60.4	0.589	0.57	0.006221
80	2.3809	44.3	0.54	0.48	0.006231

圖23(a) 為頻率隨 Takaya 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 3.302(3)$ ，遞增斜率為 $\chi = -0.00645(2)$ 。圖23(b) 為扭力係數隨 Takaya 義大利麵長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.0082(4)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.000022(3)$ 。其中之線性擬合皆排除義大利麵已斷裂的數據。

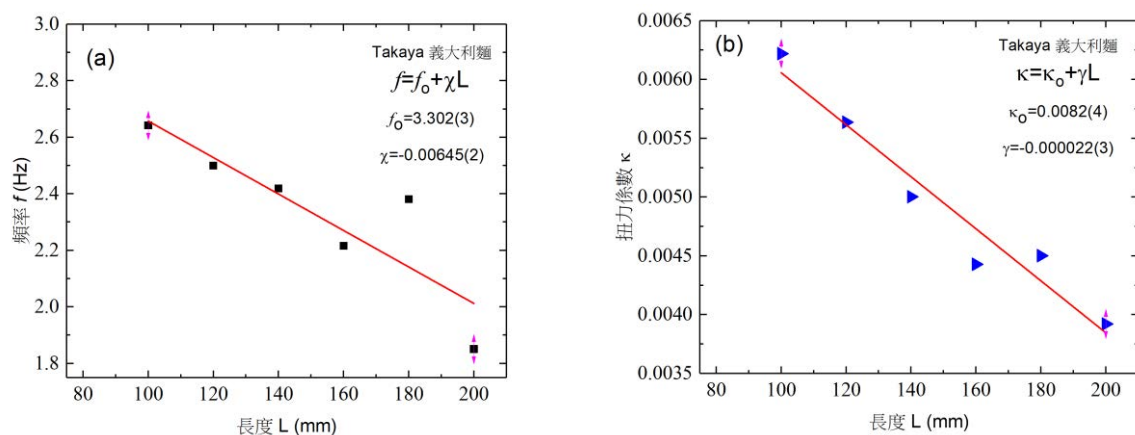


圖 23: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 Takaya 義大利麵長度變化圖。

由以上六種義大利麵樣品基礎扭力係數與長度變化中，我們整理出其線性擬合值，並逐一將麵的密度作一比較，如表格9所示：

表格9: 義大利麵基礎扭力係數、斜率、密度、與斷裂長度數據。

義大利麵	κ_0	γ	密度 ρ (g/cm ³)	斷裂長度(mm)
Paone	0.040(3)	-0.00015 (3)	1.0446	75 (占長度百分比30.0)
Karona	0.0107(3)	-0.000025 (1)	0.9809	100 (占長度百分比40.0)
San Remo	0.079(3)	-0.00032 (2)	1.3232	80 (占長度百分比30.8)
Biondi	0.0397(1)	-0.000123 (8)	1.2162	100 (占長度百分比40.3)
ORO	0.048(2)	-0.00015 (2)	1.1188	90 (占長度百分比34.6)
Takaya	0.00824(2)	-0.000022 (3)	0.8043	80 (占長度百分比32.0)

我們發現了義大利麵的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_0 有直接的關係，密度越大，扭力係數越大，其中我們觀察到 San Remo 義大利麵扭力係數最高，其對應之密度也最大，而快煮三分鐘之 Karona 相對的密度最小，且扭力係數最低，如圖24(a)所示，我們使用指數遞增函數來擬合每一震盪峰值，其函數為 $\kappa_0(\rho) = k_{\rho 1} + b e^{\frac{\rho}{\rho_1}}$ 的關係，其中 $k_{\rho 1} = -0.021(1)$ ，遞增斜率為 $b = 0.0041(2)$ ，半衰密度為 $\rho_1 = 0.422(1)$ 。相對而言，我們認為義大利麵烹煮起來，麵條筋道的口感，應是與扭力係數成正比。同時，扭力係數隨長度的改變，應是代表一根麵的均質度，如擬合斜率 γ 應能表示一根義大利麵在不同長度所測量的梯度變化，若是其值越小，代表麵體品質越均勻，越大，越是不均勻；因此，我們認為可使用 γ 值來作為麵體之「非均質度」指標。而總體而言，我們在量測中也發現，義大利麵量測的極限，即是其扭動斷裂處，我們也將其除上原長度，計算所占長度百分比約在

30~40 %左右，呼應了前人研究聲明斷裂處約在總體的1/3 [3, 5]。

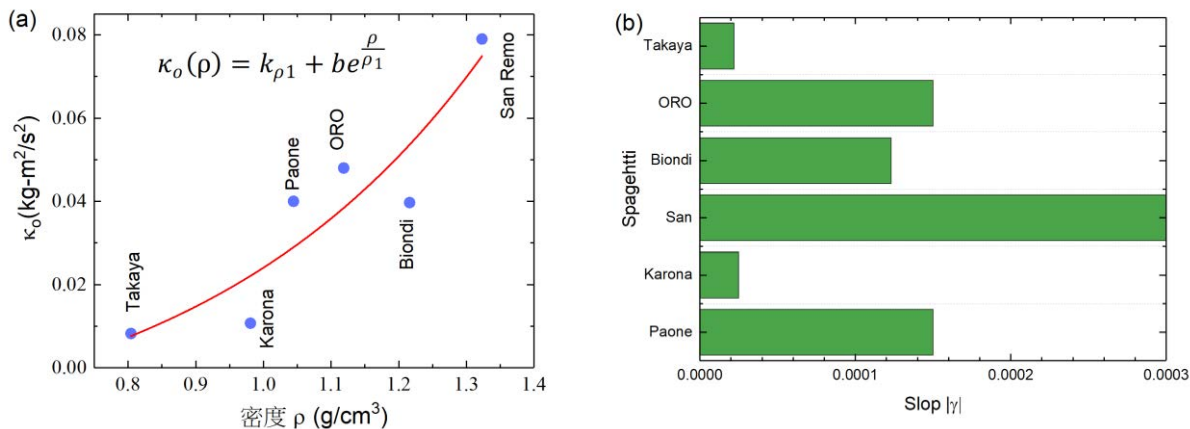


圖 24: (a)基礎扭力係數隨義大利麵密度變化圖，(b) 義大利麵「非均質度」指標柱狀表列。

如圖24(b)中，我們可以見到 Takaya 與 Karona 義大利麵的均質度較佳，其於圖6為 Type-II 與 III 的組合構造，顯示越細的麵組成，越能做到單根均質度；而扭力係數最大的 San Remo 反而最差。

另一個值得我們討論的是蛋白質含量，這也是我們發現在義大利麵外包裝袋。都會特別標示的一項數值，我們搜尋文獻，在科學人雜誌2005年，有一篇”煮久不黏糊的義大利麵”，作者吳宗沛說明「義大利麵除了不太會有黏糊的口感，它的咀嚼韌性也比白麵條高，這與它的結構緊實、蛋白質整體含量高有關，杜蘭粗粒麵粉的蛋白質含量會影響義大利麵品質，通常含量在12~13.5 %之間有比較好的口感」[9]，因此，我們也對蛋白質與基礎扭力係數作圖，如圖25(a)所示，我們得到正向增加的關係，蛋白質的含量越高，其基礎扭力係數越大(其中之藍色虛線為示意曲線圖)，而日本小豆島生產的 Takaya 義大利麵其蛋白質為8.7 %，且外包裝強調快煮三分鐘，其基礎扭力係數量測亦是最低。其原因可能如圖25(b)所示，蛋白質包覆澱粉微粒的外圍，若是含量越高，水分較不易滲入，呈現固融狀，需要較長的時間煮熟，但相對的口感較佳，扭力係數較大，非均質度亦較大，如前圖24(b)所示。而煮義大利麵的訣竅之一是在水裡加少許食鹽，待水滾後放入麵條，食鹽會使麵筋蛋白結構趨向更緊密，而使得澱粉粒在煮的過程中膨脹度受到抑制，因此溶出物就會減少而不黏鍋。這一點也很有趣，說明 NaCl 可以控制澱粉微粒表層之蛋白質包覆，此為一很值得我們未來繼續探討的議題。

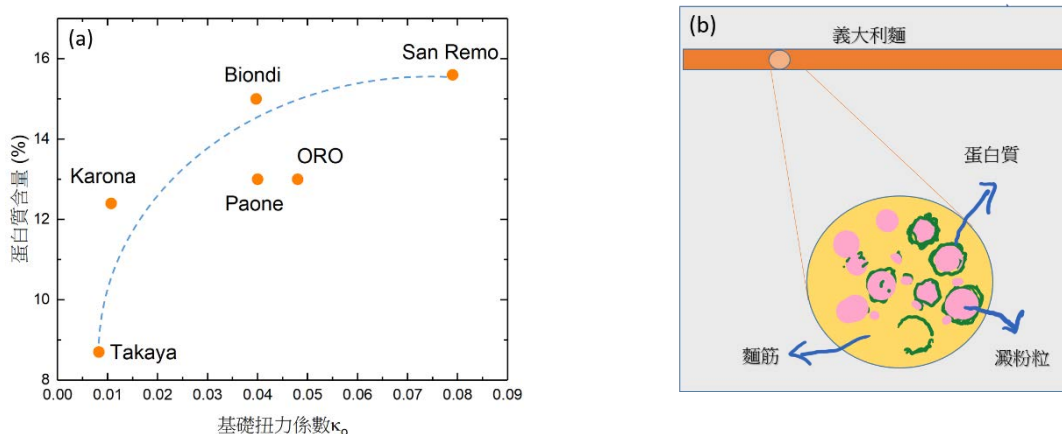
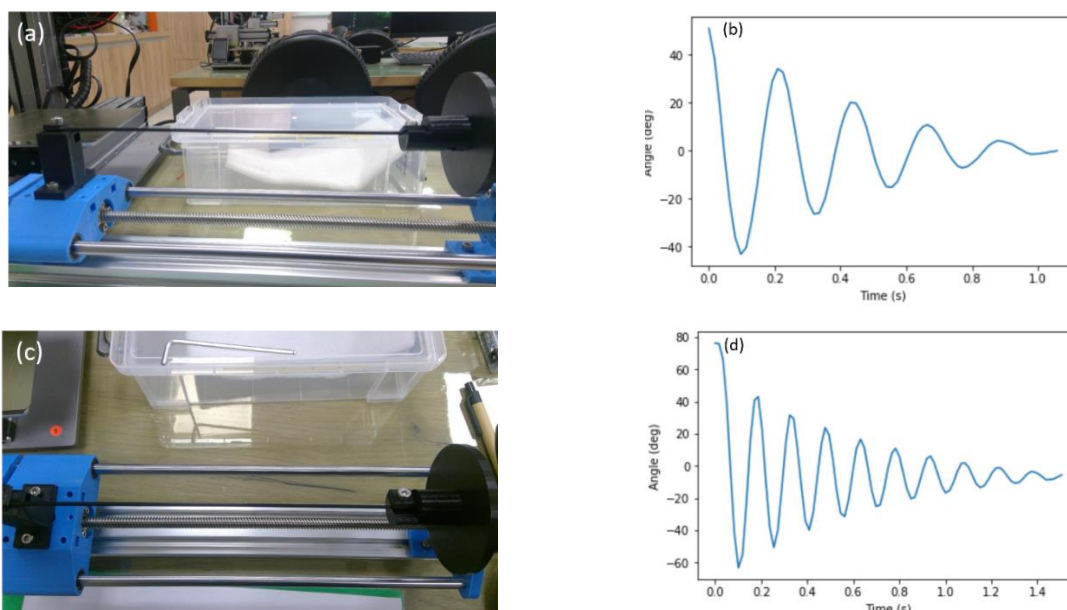


圖 25: (a)蛋白質含量隨基礎扭力係數變化圖，(b) 義大利麵三種主要成份結構示意圖。

對此，我們也思考與懷疑”組合構造”對扭力係數的影響，但是，市面上對此並無任何標示於包裝袋上，我們也只找到 Type-I、II、與 III 三種，且均質度不同，無法多做比較，於是，我們使用 PLA 來製造不同組合構造以探究此問題，PLA 樣品共有四種，且我們嘗試調整列印 PLA 線之填充比率(Fill percentage)為90%，以配合市售義大利麵的密度；經測量各個 PLA 組合構造密度，約在 $\rho=1.2517\sim 1.1822$ (g/cm^3)，約接近六種義大利麵的密度 $\rho=0.9809\sim 1.3232$ (g/cm^3)之間；我們並注意 PLA 樣品密度會隨著組合數增加而減小，其原因來自線與線接合的空間孔洞所造成。

如圖26分別為我們對 (a)-(b) PLA Type-I、(c)-(d) PLA Type-II、(e)-(f) PLA Type-III、(g)-(h) PLA Type-IV 之實驗操作與轉動角度對時間作圖，我們清楚觀察到，隨著組合數的增加，其頻率具有倍數的增加，顯示其對轉盤的扭矩 τ ，回彈力 $-\kappa\theta$ 反應較快，係數將隨之增加。



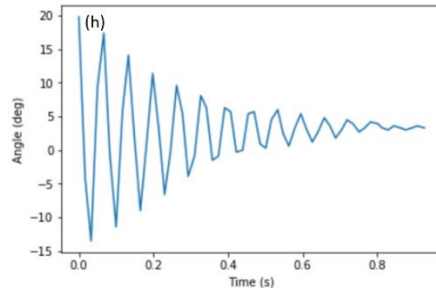
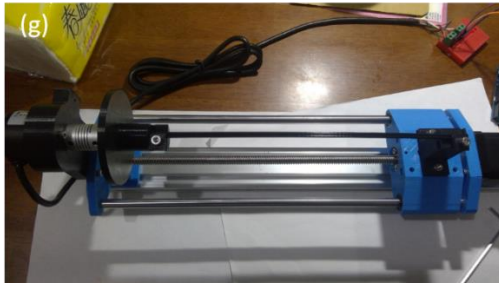
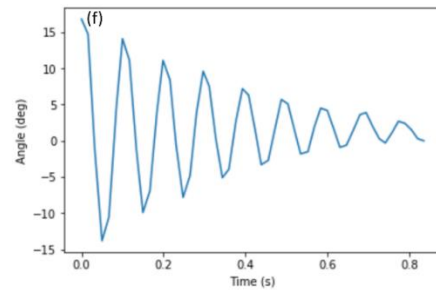
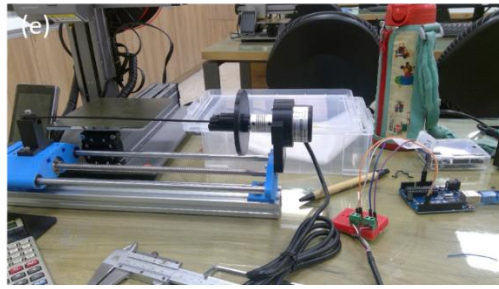


圖 26: (a)-(h)為 PLA 組合構造之實驗操作作圖與轉盤角度隨時間的變化圖。

而表格10-13則為我們不同 PLA 組合構造之改變長度與扭轉實驗數據整理。如下所示:

表格10: 為改變 PLA Type-I 長度之扭轉實驗參數。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	3.676	52.6	0.263	0.54	0.015544
180	3.977	73.1	0.406	0.63	0.015873
160	4.0	65.5	0.409	0.70	0.018606
140	3.879	102.7	0.734	0.76	0.020449
120	4.544	64	0.533	0.60	0.023943
100	4.545	83.8	0.838	0.4	0.028660
80	5.102	61.5	0.769	0.58	0.035612

圖27(a) 為頻率隨 PLA Type-I 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 5.735(5)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0106(2)$ 。圖 27 (b)為扭力係數隨 PLA Type-I 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.045(3)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00016(2)$ 。

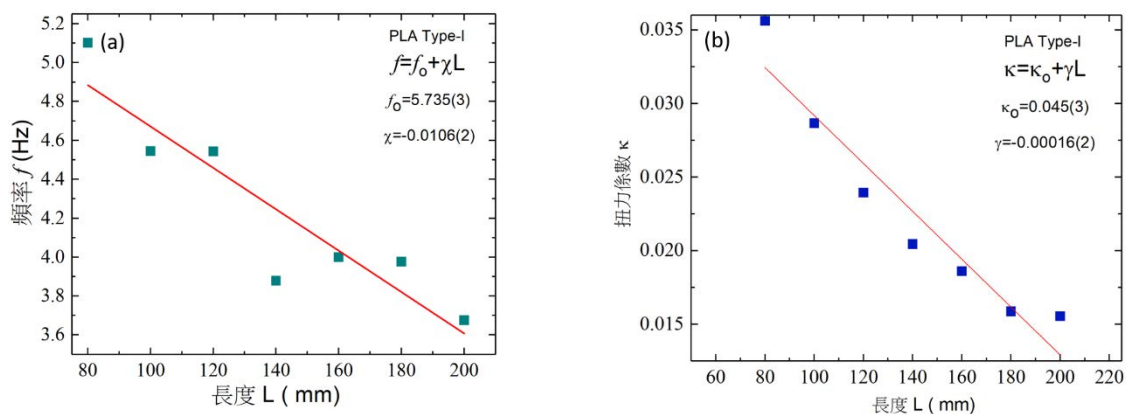


圖 27: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-I 長度變化圖。

表格11: 為改變 PLA Type-II 長度之扭力實驗參數。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	5.681	64.6	0.323	0.58	0.036168
180	5.288	61.6	0.342	0.58	0.037171
160	5.952	59.7	0.373	0.81	0.044833
140	6.098	46.6	0.333	0.51	0.051099
120	6.061	28.9	0.241	0.33	0.058525
100	7.143	31.9	0.319	0.48	0.071242
80	7.317	38.6	0.483	0.37	0.082182

圖28(a) 為頻率隨 PLA Type-II 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 8.402(5)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0156(3)$ 。圖 28(b) 為扭力係數隨 Type-II 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.113(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00043(2)$ 。

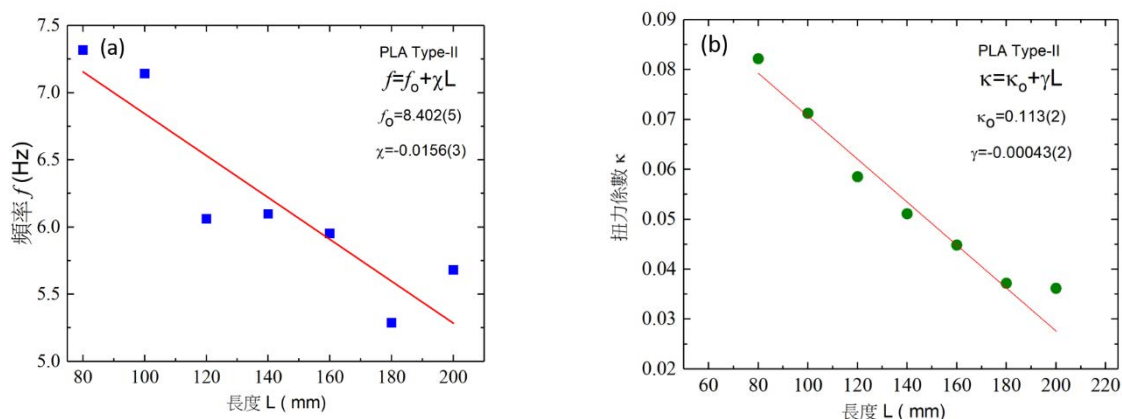


圖 28: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-II 長度變化圖。

表格12: 為改變 PLA Type-III 長度之扭轉實驗參數；其中最後一點數據(L=80mm)，轉盤已經轉動困難，旋轉角度小於10度，因此我們忽略此點。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$ (deg.)	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
200	6.654	16.8	0.084	0.62	0.097351
180	7.692	20.1	0.112	0.44	0.095571
160	8.553	24.8	0.155	0.25	0.104639
140	9.091	13.4	0.096	0.21	0.126161
120	9.524	10.9	0.091	0.33	0.159137
100	10.869	11.3	0.113	0.33	0.191500
80	14.286	7	0.088	0.25	0.353026

圖29(a) 為頻率隨 PLA Type-III 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_o + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_o = 14.539(5)$ Hz，遞增斜率為 $\chi = -0.0387(3)$ 。圖29(b)為扭力係數隨 PLA Type-III 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_o + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_o = 0.275(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00097(2)$ 。

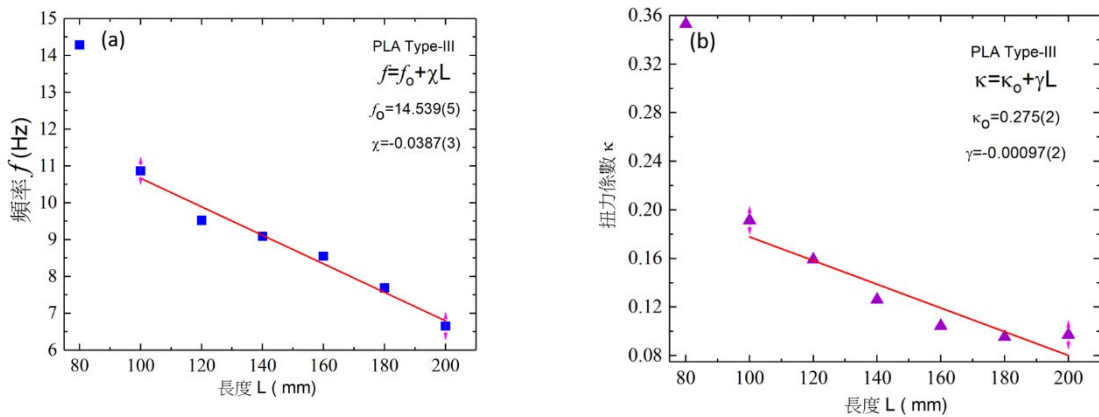


圖 29: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-III 長度變化圖。

表格13: 為改變 PLA Type-IV 長度之扭轉實驗參數，其中最後三點數據(L=120-80mm)，轉盤已經轉動困難，旋轉角度小於10度，因此我們忽略此三點。

長度 L (mm)	頻率 f (Hz)	轉盤旋轉角度 $R_o = \theta_o + a$	扭轉角 T_θ (deg.)	半衰期 τ_1 (s)	扭力係數 (kg-m ² /s ²)
-----------	-------------	-----------------------------	-----------------------	------------------	---

		(deg.)			
200	12.069	20.3	0.102	0.33	0.258278
180	13.888	14.1	0.078	0.36	0.347198
160	14.423	12.4	0.078	0.39	0.433825
140	14.286	10.5	0.075	0.25	0.413057
120	13.333	5.8	0.048	0.48	0.378806
100	16.071	7.15	0.072	1.15	0.543582
80	18.333	3.75	0.047	1.23	0.386645

圖30(a) 為頻率隨 PLA Type-IV 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = f_0 + \chi L$ 的關係，其擬合參數為基礎頻率 $f_0 = 19.77(3)$ z z，遞增斜率為 $\chi = -0.0359(2)$ 。圖30 (b)為扭力係數隨 PLA Type-IV 長度變化圖，呈現線性的關係，其實驗擬合函數為 $\kappa = \kappa_0 + \gamma L$ 的關係，其擬合參數為基礎扭力係數 $\kappa_0 = 0.831(2)$ ，遞增斜率為 $\gamma = -0.00275(9)$ 。其中最後三點數據(L=120-80mm)，轉盤已經轉動困難，我們的線性擬合併不考慮此三點。

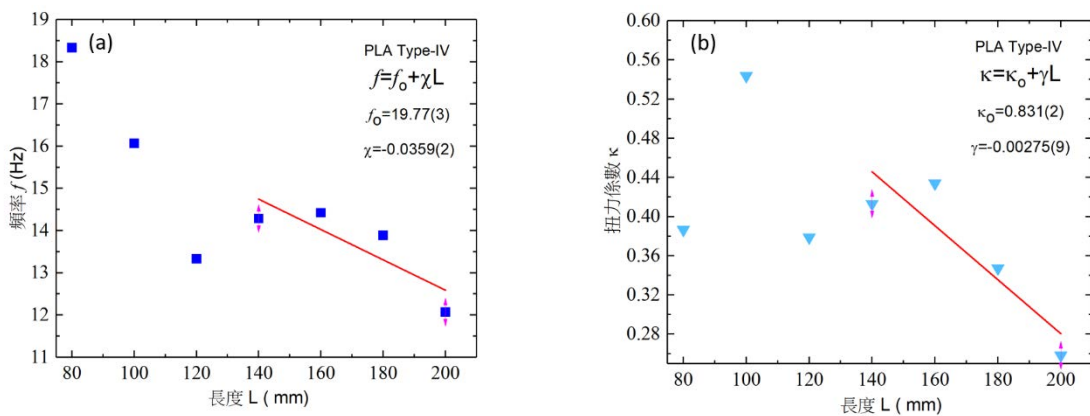


圖 30: (a) 頻率，(b) 扭力係數隨 PLA Type-IV 長度變化圖。

以上四種 PLA 樣品基礎扭力係數與長度變化中，我們整理出其線性擬合值，並逐一將 PLA 的密度作一比較，如表格14所示:

表格14: PLA 基礎扭力係數、斜率、密度數據總表。

PLA	κ_0	γ	密度 ρ (g/cm ³)
Type-I	0.045(3)	-0.00016 (2)	1.2531
Type-II	0.112(2)	-0.00043 (2)	1.2213

Type-III	0.275(2)	-0.00097 (2)	1.1868
Type-IV	0.831(2)	-0.00275 (9)	1.1648

我們發現了 PLA 的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_o 之關係，為密度高，基礎扭力係數 κ_o 小；此結果與義大利麵實驗相反，如圖31(a)所示，但這組實驗的主要變數為組合結構，因此，我們判定組合數越高，其扭力係數越大，即使我們已經利用3D 列印將 PLA 線在高溫接合，仍可得到較高的扭力係數，這與我們對於扭轉筷子的認知相同，若是將筷子綁在一起，數目越多將會增加其扭斷之困難度。

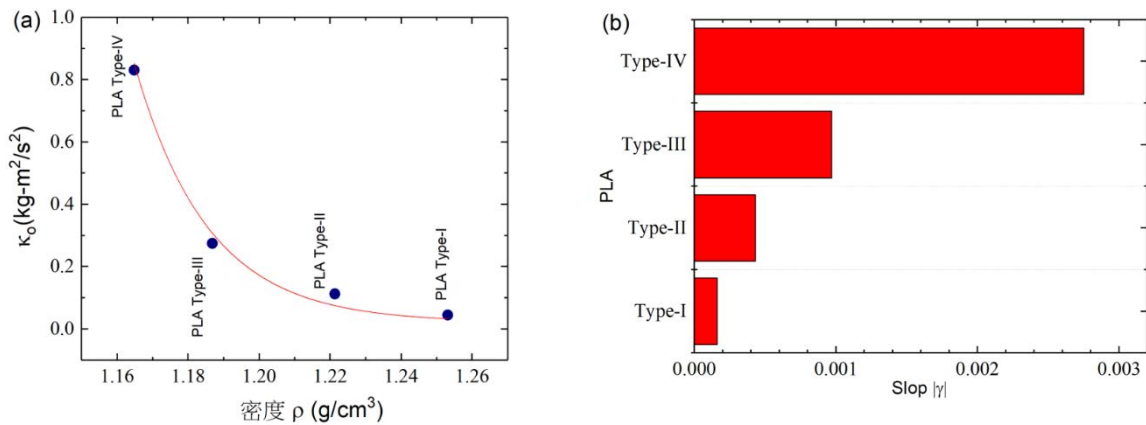


圖 31: (a)基礎扭力係數隨 PLA 密度變化圖，(b) PLA 之「非均質度」列表。

如圖31(b)中，我們可以見到 PLA 的列印非均質度仍是不同，如圖27-30之所得擬合斜率 γ ，此值應能表示一 PLA 在不同長度所測量的梯度變化，若是其值越小，代表 PLA 品質越均勻，越大，越是不均質；而列印難度隨著組合數增加而增加， γ 值因此增加；因此，我們認為可使用 γ 值來作為 PLA 之「非均質度」指標。

最後，我們重新將組合數目對基礎扭力係數作圖，如圖32所示，我們使用指數遞增函數來擬合，其函數為 $\kappa_o(\#) = k_{\rho\#} + de^{\frac{\#}{\rho\#}}$ 的關係，其中 $k_{\rho\#} = 0.025(4)$ ，遞增斜率為 $d = 0.0079(2)$ ，組合結構數半衰值為 $\rho_{\#} = 0.86(5)$ 。

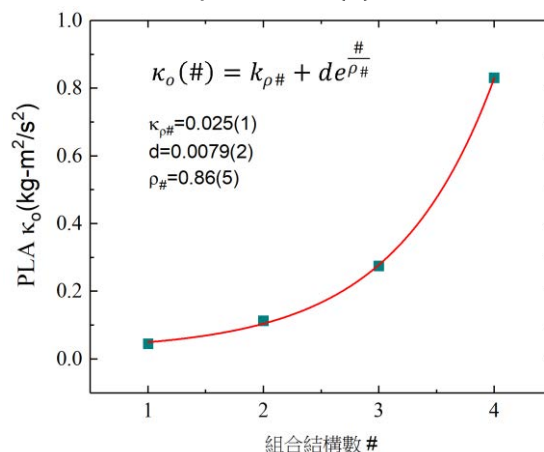


圖 32: 扭力係數隨 PLA 組合結構數#之變化圖。

以上之分析結果提供我們合理推論，影響義大利麵的扭力係數，來源有四項義大利麵體之(1)密度、(2)非均質度、(3)蛋白質含量、與(4)組合結構數，越大的值與組合數可提供越大的扭力係數。

伍、討論

藉由自製扭力係數量測系統、3D 列印不同 PLA 組合結構細線，我們定性、定量的量測其樣品相關之密度、頻率、組合結構數、非均質度指數、與扭力係數；並成功歸納與解釋義大利麵之特性:

- (1) 我們發現「快速彎曲」法，成功找到將義大利麵彎折成三段的方法，其彎曲角度約在120~145度附近；而「慢速彎曲」法則只能將義大利麵彎折成兩段，其彎曲角度約在100~135度附近。
- (2) 扭力係數越大，其「非均質度」指標越大，此點表示義大利麵需有固融體特性，其在製作過程，與堅硬的杜蘭小麥澱粉粒、麵筋、與蛋白質含量與緊密度(食鹽水會影響)有關，若能達到良好的不互融，或許可提供更大的扭力係數，當然，這樣會更加提升麵體的筋道與口感。
- (3) 密度越大，其對應的扭力係數越大，顯示其混合一般麵筋較少，蛋白質較多。
- (4) 蛋白質會包裹澱粉微粒表層，含量越大、需越長的烹煮時間，並提供越大的扭力係數。
- (5) 組合結構數越多，其對應的扭力係數越大，目前在 PLA 實驗上可以驗證，但在義大利麵上缺乏更多的樣品，但我們推論是製造工藝上的難度更高，成本更高的原因，使得零售市場上較為少見。
- (6) 扭力量測中，我們也觀察到義大利麵之長度極限，當長度短至一極限時，則產生扭動斷裂，其約占總長度百分比約在30~40 %左右，約在總體長度的1/3處。
- (7) 最後，我們認為義大利麵的密度應是作為烹煮時間的指標，而產品包裝上的建議時間約只能做為參考，但實驗扭力係與義大利麵 San Remo 12分鐘、Takaya 與 Karona 3分鐘之建議時間是相符的，而 Biondi、ORO、與 Paone 則介於9~6分鐘之間，整體而言，仍應依蛋白含量為參考。

我們本次有趣的專題研究，提出之研究方法可以完美的以扭轉施力概念來量測單根義大利麵之相關動力學參數，且系統之 PLA 組合構造數與麵體密度對扭轉係數呈現非線

性的遞增關係，且改變「快、慢彎曲速度」會有不同的折斷數，意味著義大利麵之斷裂兩段與三段之謎仍存在變因，未來皆值得我們進一步研究。

陸、結論

目前，扭轉變量的動力學仍還很少被研究，還有大量的問題需要探索。譬如二維線型材料之扭轉係數與結構學之關係：如具有微小六邊形、四邊形、三角形孔洞結構之直線，其結構如何影響之後的斷裂行為？皆引起我們的興趣，而當樣品受到水氣、加熱、或退火之影響對系統會有何影響？仍需在未來我們設備量測與分析能力的提昇來解決；我們此次科展所提出之實驗模型，匆促中，仍有不足，此工作相信可以在未來為力學實驗提供更豐富的研究課題與更廣闊的研究前景。

柒、參考資料及其他

- [1] Audoly B., Neukirch S., Fragmentation of rods by cascading cracks: Why spaghetti does not break in half. *Phys Rev Lett* 95:095505(2005).
- [2] Gladden J. R., Zandzi N. Z., Belmonte A., Villermaux E., Dynamic buckling and fragmentation in brittle rods. *Phys Rev Lett* 94:035503(2005).
- [3] Sykes C., *No Ordinary Genius* (Norton and Company Ltd., New York), pp 180– 181(1996).
- [4] Olympic Channel, Lazaro Borges (CUB) snaps pole - Pole vault - London 2012 Olympics. Available at [Youtube video recording]. Accessed August 09 (2012).
- [5] Zeisser R. Z., Patil V. P., Stoop N., Villermaux E., Dunkel J., Controlling fracture cascades through twisting and quenching. *Proc. Natl. Acad. Sci. U S A.* 115:8665-8670(2018).
- [6] BBC on this today | 1 | 1957: BBC fools the nation. *BBC News.* April 01 (1957).
- [7] Understanding Torsion. Available at [Youtube video recording]. Accessed March 04 (2020).
- [8] 普通物理實驗-AIoT 扭擺實驗，國立東華大學物理系大二實驗講義.
- [9] “煮久不黏糊的義大利麵”，作者吳宗沛，*科學人雜誌*, May 13 (2005).

【評語】 080111

本作品藉由自製扭力係數量測系統、3D 列印不同 PLA 組合結構細線，定性、定量的量測不同廠牌的義大利麵相關之密度、頻率、組合結構數、非均質度指數、與扭力係數，並成功歸納與解釋義大利麵斷裂之特性。

義大利麵條在彎曲時，總是斷成三截或者更多，而不是兩截。解釋原由為初始斷裂（分成兩截）後，由於彎曲力矩釋放回彈會產生彎曲波造成局部區域之曲率增加，導致其中至少一段的進一步斷裂。作品指出此現象源於兩種效應：回彈效應與反扭轉效應，並進一步探討慢速彎曲與快速彎曲。

本實驗控制變因做得非常詳細，是一件非常完整的作品。尤其作者發現改變快、慢彎曲速度會有不同的折斷數，意味著義大利麵之斷裂兩段與三段之謎仍存在變因，值得進一步探討。

作品簡報

義大利麵之扭力係數與組合構造相關性研究

科 別：物理科

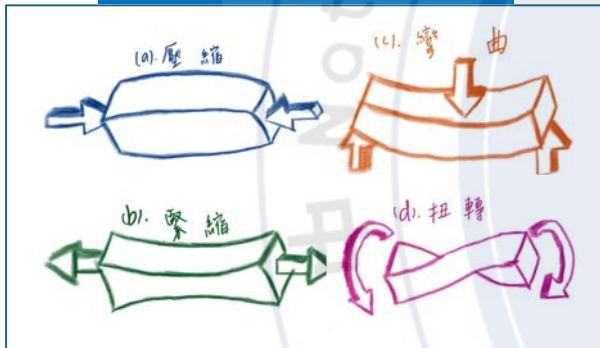
組 別：國小組

前言

摘要

自製一套扭力係數量測設備，研究其扭力係數與麵體長度、組合構造之關係，並以玉米纖維(PLA)材料3D列印不同組合構造之細線，驗證實驗結果；進而發現扭力係數隨組合數增加而增加，麵體扭力量測與斷裂極限約在總長1/3處，呼應了著名物理學家理查·費曼所觀察義大利麵總是在施力下斷裂成三塊之世紀未解之謎 [1-4]。

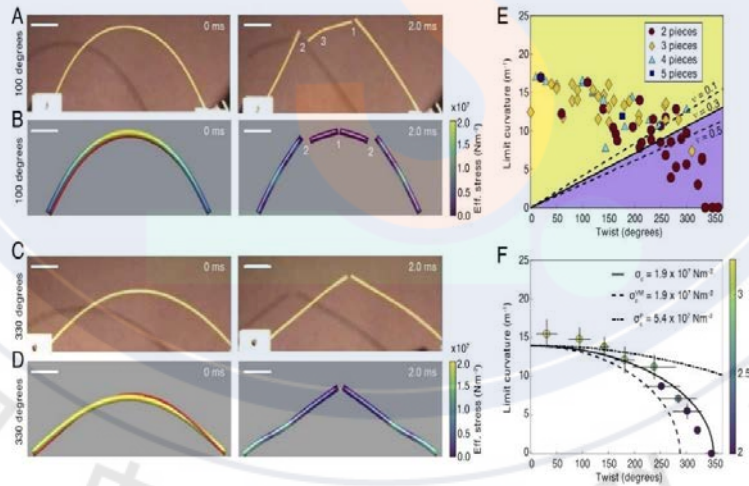
直線之兩端施力的型態



(a) 壓縮施力，(b) 緊縮拉伸施力，(c) 彎曲施力，與(d) 扭轉施力，而施力型態 (a)-(c) 一般較容易採用重力磅秤量測，但(d) 扭轉則非常難量測，較為複雜。

圖下:義大利麵扭轉文獻

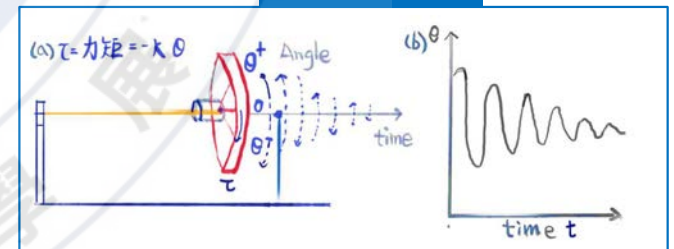
依據參考文獻[5]說明，將義大利麵扭轉270度再彎曲施力，即可得到二段；而純粹彎取施力[4]，則會造成三段。



扭力量測概念

將義大利麵水平固定一端，另一末端連接到手動轉盤。並扭轉此轉盤至特定角度，放開此扭矩，同步測量轉盤的回彈旋轉角度、頻率、角加速度、計算扭力係數。

實驗示意圖



研究方法

研究方法

我們對義大利麵的好奇與興趣[6]，在一連串的品牌搜尋後，提出了新的研究方向：(1)市售義大利麵之長桿型態差異性？(2)扭力係數之物理量測與分析方法？(3)可否使用3D列印來製造長桿不同組合構造，以驗證實驗結果？

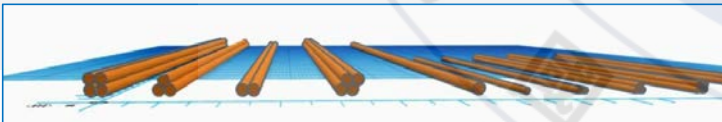
六種圓管義大利麵

使用直徑約 $D=2\text{ mm}$ 之圓管義大利麵六種及3D列印之不同組合構造之PLA四種實驗



四種PLA列印組合構造

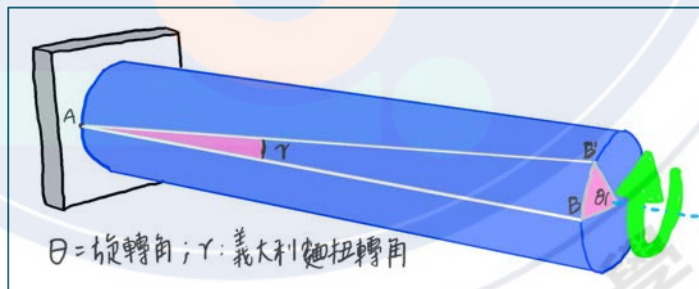
使用3D列印機(Prusa I3機型)製造玉米纖維(PLA)材料線，列印 $D=2\text{ mm}$ 的PLA細線，組合成Type-I~IV四種不同的組合結構



扭轉測量概念

將義大利麵固定一端，而另一末端連接到手動轉盤並扭轉此轉盤至特定角度則可帶動義大利麵(半徑為 r ，長度為 L)扭轉，圓盤轉動由 B 點移動至 B' 點時，圓盤旋轉角為 θ ，則可以算出義大利麵扭轉角 T_θ 為[7]:

$$T_\theta \approx \tan\gamma = \frac{\overline{BB'}}{AB} = \frac{r\theta}{L}$$



探索組合構造與力學係數

我們嘗試研究單根義大利麵與其組合構造(以細麵接合成雙棍、三角、四面型麵體)之扭力係數關係，並以3D列印PLA組合結構驗證。

(a) Type-I



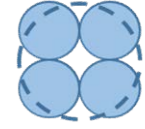
(b) Type-II



(c) Type-III



(d) Type-IV



研究方法:實驗設計

實驗設備

關於扭轉測量設備[8]，我們需要考慮幾種調整參數，將調整端M₃螺絲鬆開，可改變義大利麵長度；而連接固定端則以M₃螺絲固定義大利麵手動旋轉此圓盤，如下圖所示設備側視圖，所需3D列印零件依序說明為：

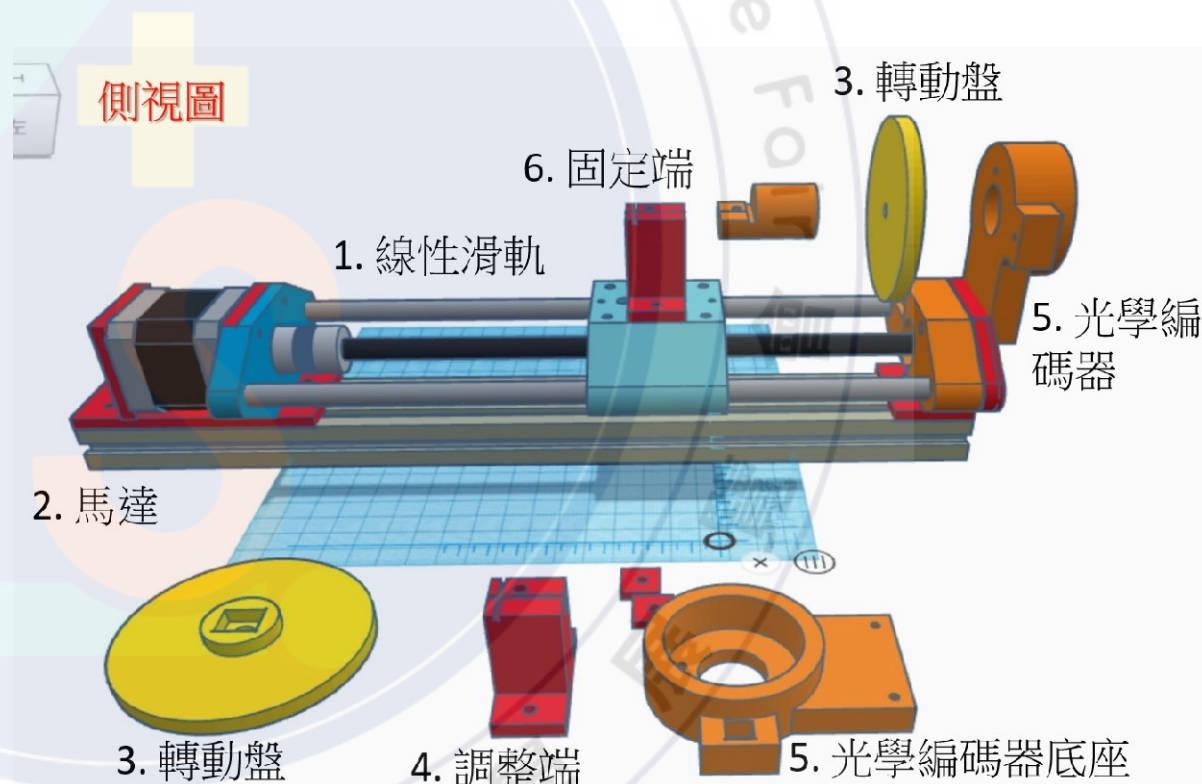
右圖所示:設備側視圖

採購零件依序說明為：

1. 不銹鋼光桿兩支所組成線性滑軌。
2. 手調式雙通步進馬達。

採用PLA線材以3D列印機製造之零件：

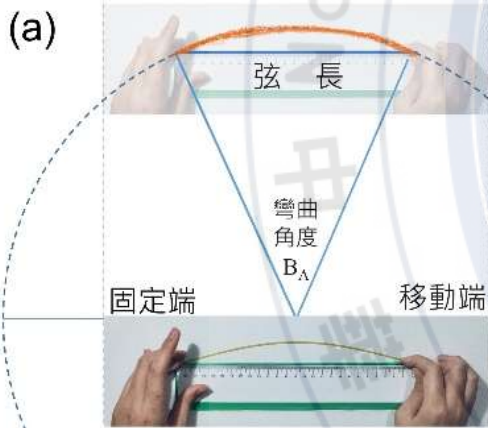
3. 轉動盤3D列印件，半徑36 mm，質量2998克。
4. 調整端3D列印件。
5. 光學編碼器底座3D列印件。
6. 固定端。



研究方法:定性量測法

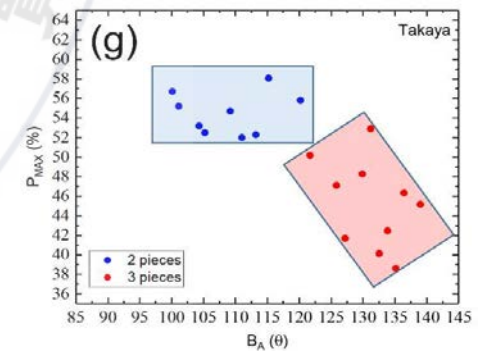
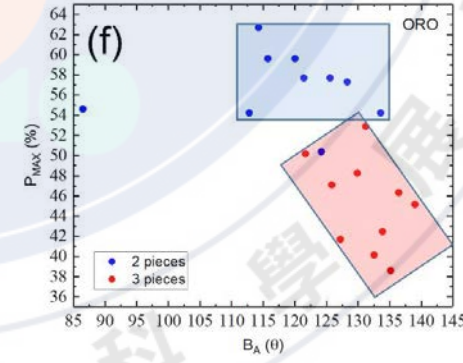
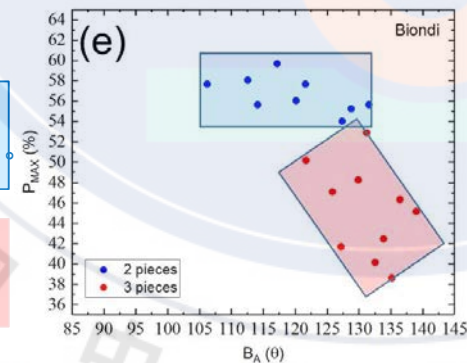
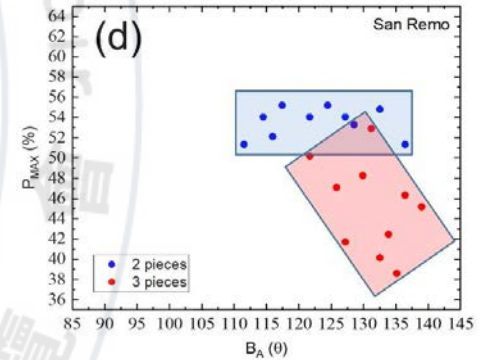
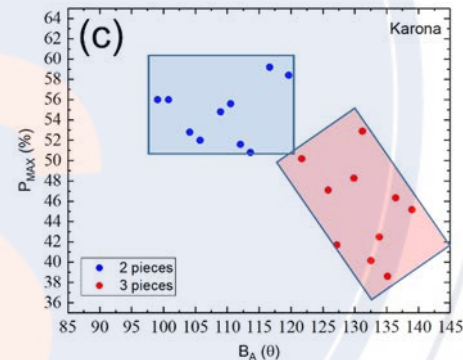
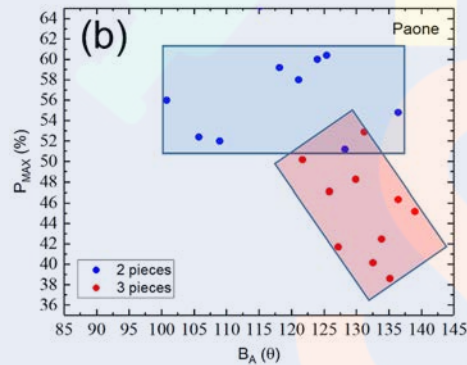
定性的量測其彎曲特性

定性的量測其彎曲特性，以驗證義大利麵是否會折成兩段或三段，其操作如圖(a)所示，以左手固定義大利麵之左端於直尺零點位置(稱為固定端)，移動右手麵的另一端點，並於直尺上記錄其斷裂時之彎曲投影長度，記錄為弦長，再利用“幾何計算器 app”來換算其對應之彎曲角度 B_A ，每次取斷掉的最大一段(L_{MAX})除上原長(L)，定義為斷掉長度最大百分比) $P_{MAX} = (L_{MAX}/L) \times 100\%$ 做紀錄，並將其 P_{MAX} 對彎曲角度 B_A 作圖。



「慢速彎曲」法，斷裂成兩段，如藍色框，其彎曲角度約在100~135度。

「快速彎曲」法，斷裂成三段，如紅色框，其彎曲角度約在120~145度。

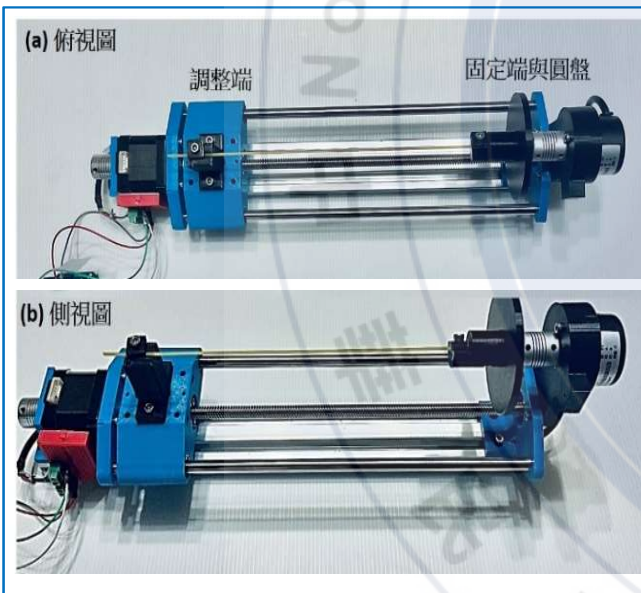


研究結果:定量實驗法

義大利麵放入扭轉量測

義大利麵放入扭轉量測設備，於麵上每兩公分標示距離，放置平台，以M₃螺絲所於固定端與調整端，如下圖(a)-(d)所示，將轉盤調整水平後，連結Arduino Uno，並於Arduino程式，開啟序列埠監視器，查看時間與轉盤旋轉角的動態數據。

(a)-(b)操作照片俯視圖與側視圖



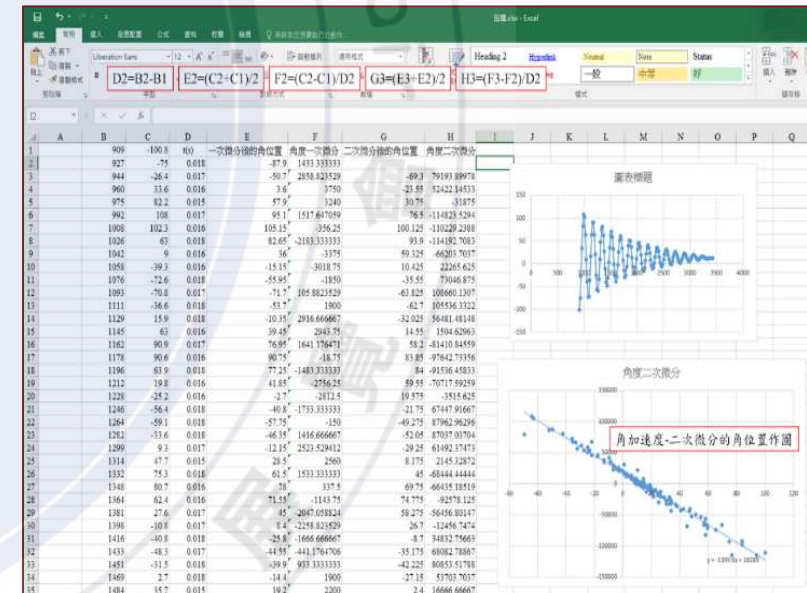
(c) Arduino 實驗數據執行圖

```

Torsion | Arduino 1.8.19
// Encoder connect to digitalpin 2 and 3 on the Arduino.
volatile int counter = 0;
//This variable will increase or decrease depending on the rotation of encoder
float angle, temp = 0.0 ;
float a=0.0;

void setup() {
  Serial.begin (9600);
  pinMode(2, INPUT); // set pin to input
  pinMode(3, INPUT); // set pin to input
  digitalWrite(2, HIGH); // turn on pullup resistors
  digitalWrite(3, HIGH); // turn on pullup resistors
  //Setting up interrupt
  
```

(d) 轉盤角度隨時間與角加速度變化圖



研究方法:數據分析流程範例

定量的量測分析法

扭轉實驗之進行，共有六組義大利麵與四組PLA細線，如圖範例為轉動角度隨時間變化圖。我們利用調整麵體長度，分別測量其對轉盤回彈之震盪，量測其震動頻率與扭力係數，其分析流程：

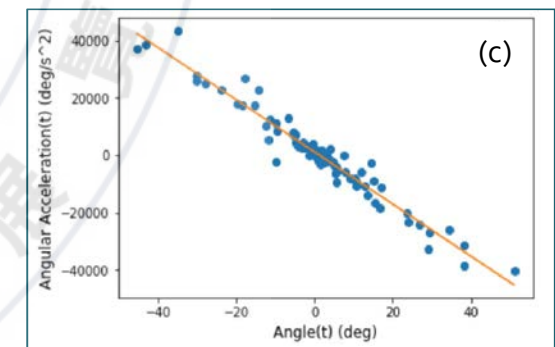
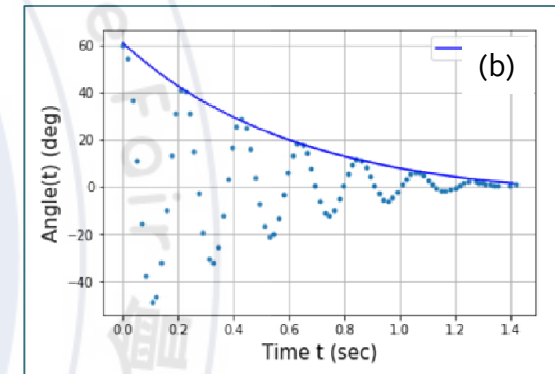
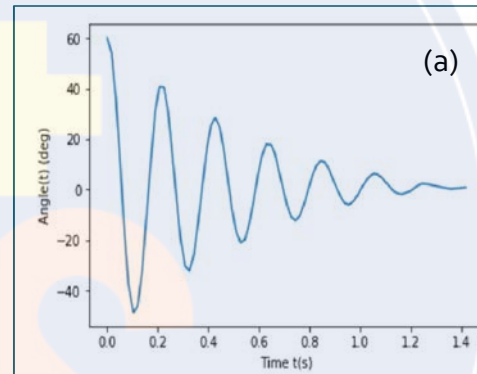
右圖(a)為轉盤角度隨時間的變化圖，

右圖(b) 轉動角度隨時間之半衰期擬合:使用指數衰減函數來擬合每一震盪峰值，其函數為 $\theta(t) = \theta_0 +$

$ae^{-\frac{t}{\tau_1}}$ 的關係，其中 $\theta_0 = -5.3$ (deg.)，遞減斜率為 $a = 66$ (deg.)，半衰期為 $\tau_1 = 0.62$ s。

則轉盤在時間為零($t=0$)時之旋轉角度為 $R_0 = \theta_0 + a = 60.7$ (deg.)

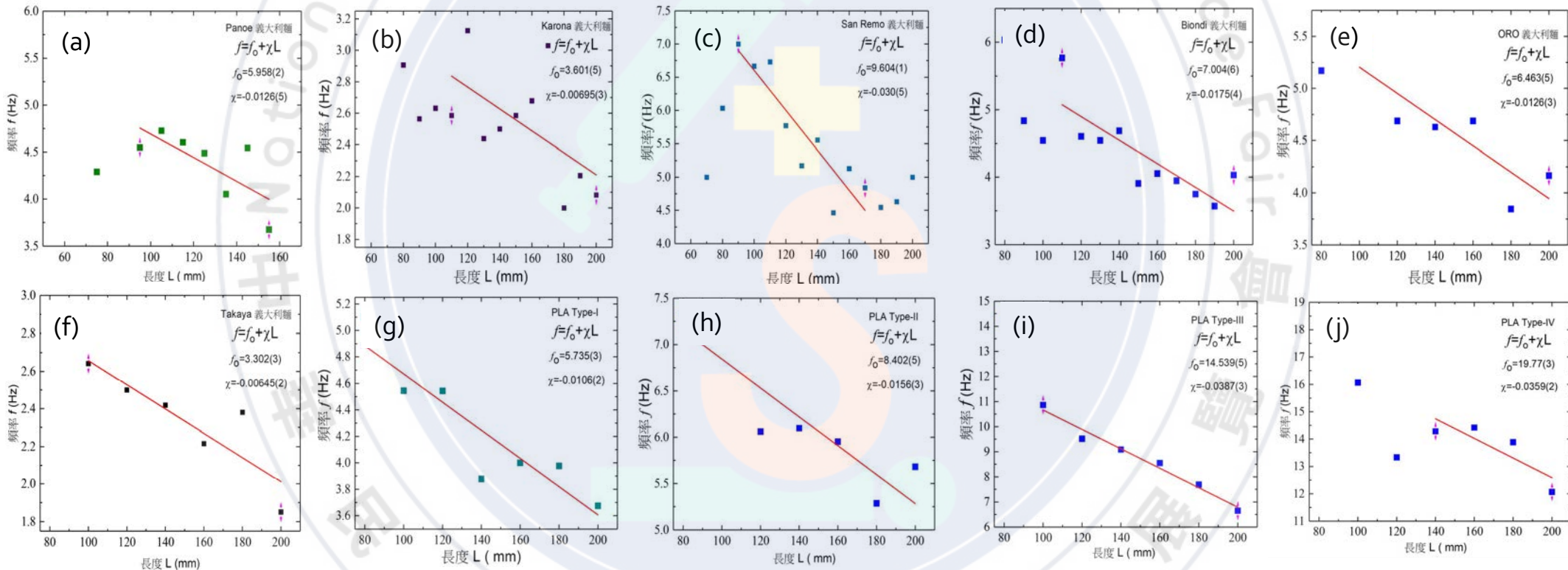
右圖(c)角加速度對角度做圖，其斜率為 $(-\frac{\kappa}{I})$ ，可計算出的扭力係數為 $\kappa = 0.017675$ (kg-m²/s²)



研究結果: 頻率 vs 長度

實驗方法

(a)-(j) 分別義大利麵Paone、Karona、San Remo、Biondi、ORO、Takaya、PLA Type-I、PLA Type-II、PLA Type-III、與PLA Type-IV之轉動頻率隨長度變化圖，其中基礎頻率為線性擬合之截距。



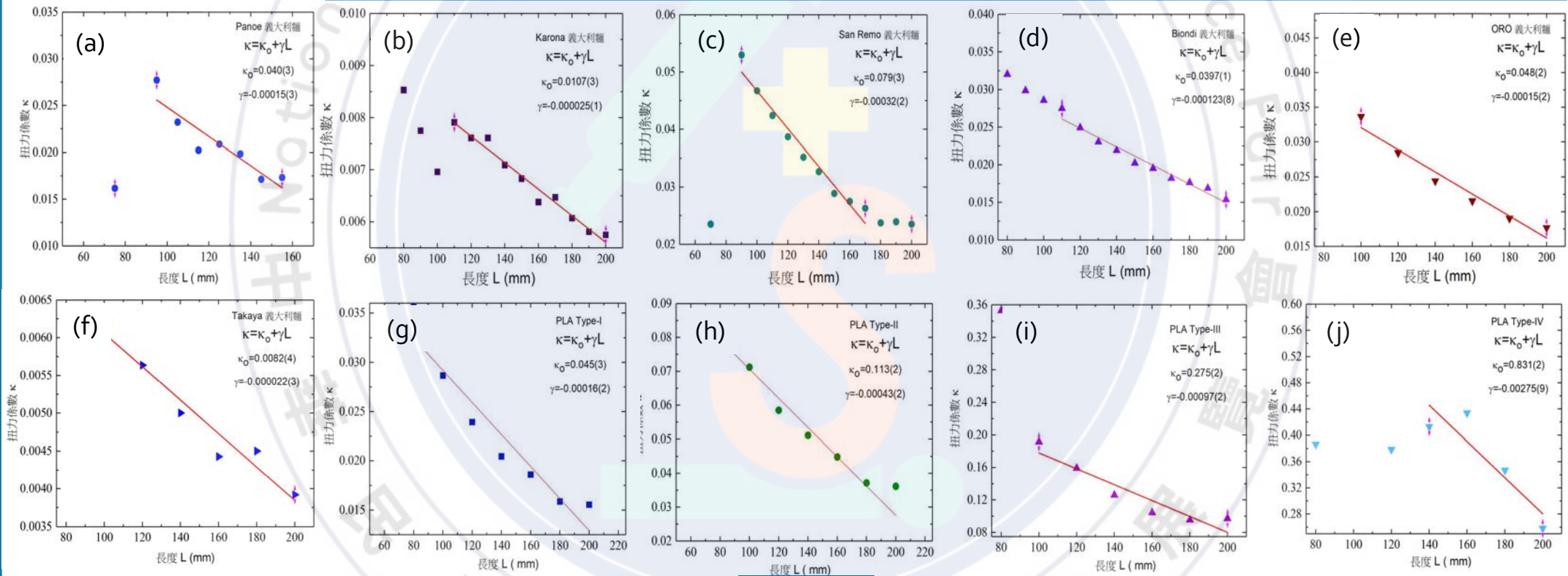
實驗總結

(a)-(j) 顯示頻率與量測長度呈現線性關係，其大小隨著長度增加而減小。

研究結果: 扭力係數 vs 長度

實驗方法

(a)-(j) 分別義大利麵Paone、Karona、San Remo、Biondi、ORO、Takaya、PLA Type-I、PLA Type-II、PLA Type-III、與PLA Type-IV之轉動扭力係數隨長度變化圖，其中基礎扭力係數為線性擬合之截距。



實驗總結

(a)-(j) 顯示扭力係數與量測長度呈現線性關係，其大小隨著長度增加而減小。

研究結果分析

實驗結果

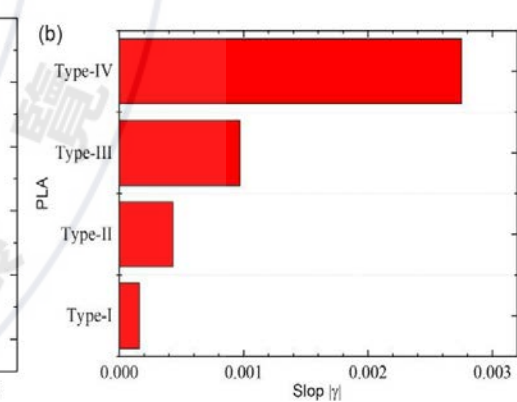
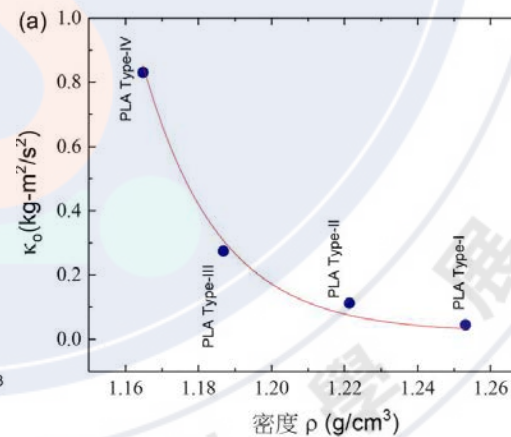
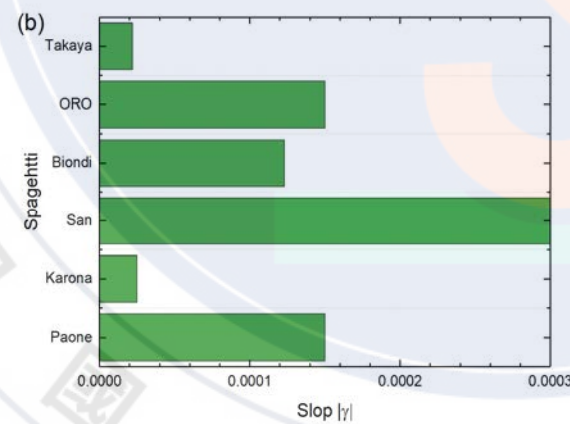
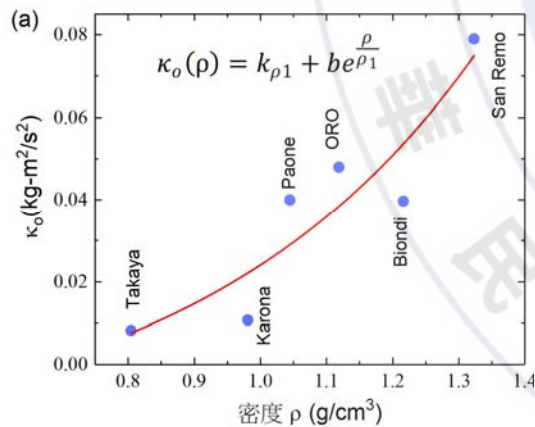
以上之分析結果提供我們合理推論，影響義大利麵的扭力係數，來源有兩項 (1)義大利麵體之密度，(2)組合結構數，越大的密度與組合數可提供越大的扭力係數。

義大利麵的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_0

我們發現義大利麵的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_0 有直接的關係，密度越大，扭力係數越大，其中San Remo義大利麵扭力係數最高，其對應之密度也最大，而快煮三分鐘之Karona、Takaya相對的密度較小，且扭力係數較低。

PLA的密度 ρ 與基礎扭力係數

我們發現了PLA的密度 ρ 與基礎扭力係數 κ_0 之關係，為密度高，基礎扭力係數 κ_0 小；此結果與義大利麵實驗相反，實驗的主要變數為組合結構，因此，我們判定組合數越高，其扭力係數越大，



討論

討論

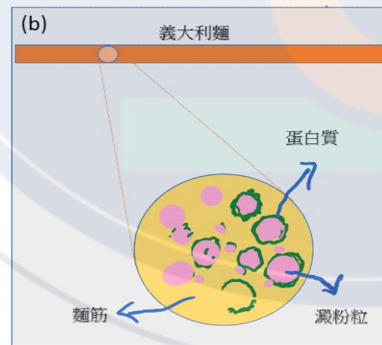
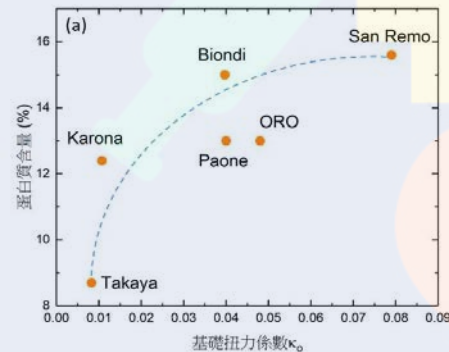
藉由自製扭力係數量測系統、3D列印不同PLA組合結構細線，我們定性、定量的量測其相關樣品之密度、頻率、組合結構數、非均質指數、與扭力係數；並成功歸納與解釋義大利麵之特性：

義大利麵與PLA實驗之關鍵

[1] 扭力係數越大，其「非均質度」指標越大，且密度越大，

[2] 蛋白質含量與扭力係數之關係，如圖(a)所示，蛋白質的含量越高，基礎扭力係數越大(藍色虛線為示意曲線圖) [9]。

[3] 蛋白質會包裹澱粉微粒表層，含量越大、需越長的烹煮時間，並提供越大的扭力係數，圖(b)。



[4] 發現「快速彎曲」法，成功將麵彎折成三段，其彎曲角度約在120~145度附近；而「慢速彎曲」法將麵彎折成兩段，其彎曲角度約在100~135度。

[5] 扭力量測中，義大利麵之長度短至一極限時，則產生扭動斷裂，約占總長度約在30~40%左右。

[6] 組合結構數越多，其對應的扭力係數越大，目前在PLA實驗上以驗證，且與義大利麵實驗相符。

