

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

佳作

051804

你很「形渦」!-多邊形渦漩(Polygon Vortex)的
幾何性質與受力分析

學校名稱：康橋學校財團法人新北市康橋高級中學

作者： 高一 劉暢 高一 林子祐	指導老師： 諸元浩
------------------------	--------------

關鍵詞：渦旋、流體力學、多邊形

摘要

本實驗源自於 IYPT 競賽中的實驗主題之一，其目的在於探討水旋渦的多邊形幾何性質與其相應變因。該問題打破了我們對於渦流應該是圓形的基本認知，又在查詢相關資料時發現該流體性質在龍捲風、颱風與木星極點上等渦旋結構也具相同現象，因此我們決定探究多邊形渦流的邊形結構與流體黏滯力、轉速、液體深度之關係，並探討流體形成多邊形之流場變化。在實驗結果中我們發現液體的黏滯力越高、水面離轉盤深度越高所需形成多邊形的轉速越高，但轉盤下水深與多邊形的邊形形成較無影響，另外，液體流速在邊形的邊角上較快且具備小渦流的性質，可以用 Kelvin-Helmholtz instability 進行討論。我們期望在未來可以將此延伸應用於渦流分選器或是對於渦流成因的理解上有所助益。

壹、前言

一、研究動機

渦旋，是生活中經常看到的自然現象，我們在 2020 年 IYPT 競賽中發現其中一個主題是討論多邊形渦流，這與我們的對於渦流應是圓形的認知有所落差，也激起我們的好奇心，在探究原因時，從 American Physical Society 的一篇報告中發現此現象在木星的北極漩渦上有發生，甚至在颱風、龍捲風等自然現象也有所關係。因此我們想要深入探討此現象之成因及原理，在未來或許可以套用到氣象、海洋與天文中流體的預測，並延伸運用至渦流分選器上。

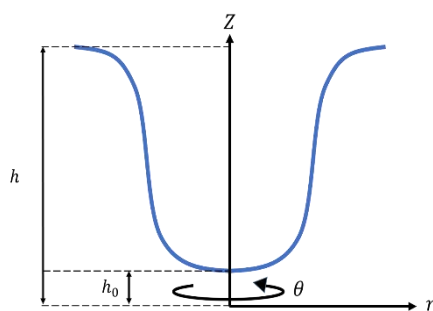
二、研究目的

- (一) 探討流體之黏滯力對多邊形形成的影響
- (二) 探討水槽中總水深對多邊形形成的影響
- (三) 探討轉盤離水面距離對多邊形形成的影響
- (四) 探討多邊形渦流邊角轉速關係與成因

三、文獻探討

(一)水渦流原理

當旋轉盤旋轉時帶動周遭的液體，使流體產生速度差與壓力差進而產生渦旋，並且從 Navier-Stoke 方程式中可以發現該渦旋的組成並非單一是強制渦旋(forced vortex)或是自由渦旋(free vortex)所組成，而是因其邊界條件的不同，我們可以發現其渦旋應為複合渦旋(compound vortex)，其渦旋圖形如下圖一所示。



圖一 水渦流示意圖

然而，在此原理中我們猜測渦旋會有多邊形的形成可能是因為其水中的壓力差與轉速差異導致多邊形的出現，又因為其剪力與應力的關係導致邊形數量的增減並影響多邊形的形成難易。

(二)名詞解釋

1. 強制漩渦 (forced vortex)

強制渦旋為透過外力於水底強制旋轉水流製造渦流的一種渦旋形式，其中水渦旋轉速會隨旋轉半徑增加。在定量流的不可壓縮流場內， r 與 z 方向的速率為 0，僅有圍繞 z 軸旋轉的 θ 分量帶有速度 v ，在積分過後的 Navier-Stoke equation 中我們可以發現當 $r=0$ 時 $v=0$ ，因此 $C_2 = 0$ ，如式一所示。

$$v = \frac{c_1 r}{2} + \frac{c_2}{r} \quad (\text{式一})$$

又因其邊界條件(Boundary condition)為 $V(r = R) = \omega R$ ，故可得 $c_1 = 2\omega$ 並獲得強制渦旋之旋轉速率方程式，但在本實驗中由於水渦容器邊壁之速率為 0，因此在本實驗中靠近邊界的渦旋並不符合強制渦旋的定義，僅內部渦旋符合強制渦旋之定義。

在 Navier-Stoke equation 中 r, z 分量的可以進一步探討其壓力 P 變化，其微分式為下式二與式三。

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\rho V^2}{r} = \rho \omega^2 r \quad (\text{式二})$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (\text{式三})$$

在將壓力統整並積分後可得下列式四。

$$P = \rho \left(\frac{\omega^2 r^2}{2} \right) - \rho g h + C_3 \quad (\text{式四})$$

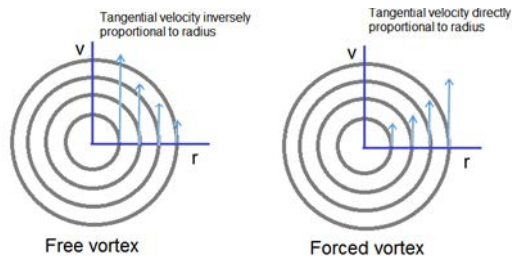
又因 $r=0$ 時， $z = z_0$ 、 $P = P_0$ ，且水面之壓力為 P_0 ，因此可得水面方程式為下列式五。

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (\text{式五})$$

在式五中我們可以了解在強制渦旋的情況下垂直高度越高之旋渦其轉速會增加，因此具有旋轉速度之梯度差關係。

2. 自由漩渦 (free vortex)

自由漩渦為水底具有一孔洞能使水因為重力自由流入洞孔，進而產生旋渦，其特徵與強制渦旋的差異在於自由漩渦的旋渦中心速率最快，而旋渦最外圈之旋轉速度為零，其差異如圖二所示。



圖二 強制渦旋與自由渦旋差異圖

以 Navier-Stoke equation 積分過後可得下列式六。

$$v = \frac{c_3 r}{2} + \frac{k}{r} \quad (\text{式六})$$

自由渦旋之邊界條件(Boundary condition)為 $r = 0$ 時 v 趨近於無限大因此可得 $k \neq 0$ ，而 $r = R$ 時 $v = 0$ 因此可得 $c_3 = 0$ ，故 $rv = k$ 。然而，在本次實驗中的水渦旋 $r = R$ 時符合自由渦旋定義，但渦旋中心速度為 0 並非無限，因此可知本次的渦旋外圍為自由渦旋，內部為強制渦旋。

在 Navier-Stoke equation 中可以知道在 r, z 分量具壓力 P 變化，其微分式為下式七與式八。

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\rho V^2}{r} = \frac{\rho k^2}{r^3} \quad (\text{式七})$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (\text{式八})$$

在將壓力統整並積分後可得下列式九。

$$P = -\frac{\rho k^2}{2r^2} - \rho g h + C \quad (\text{式九})$$

又因 $r=R$ 時 $z = z_0$ ， $P = P_0$ ，及水面之壓力為 P_0 ，因此可以將式九改為下列式十。

$$z = z_0 - \frac{k^2}{2gr^2} \quad (\text{式十})$$

在式十中的 k 可由環流量 Γ 定義，其定義為 $k = \Gamma/2\pi$ ，因此我們可以從式十

中了解當水渦漩高度越高時期環流量會隨之增加。

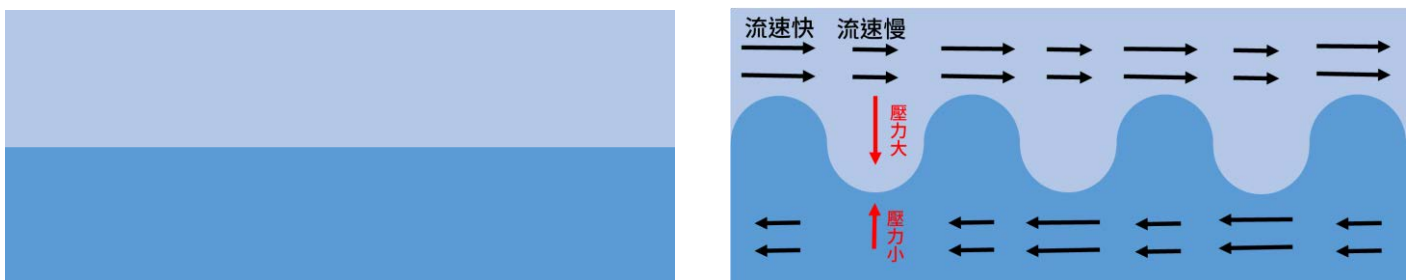
(三) 多邊形分析

在水渦漩結構中我們可以了解水渦漩會隨其高度而有不同的轉速與環流量的變化，同時也因為高度的增加導致壓力梯度差，且多邊形的受力作用又會因為黏滯力等因素而有所影響，此敘述在 Navier-Stoke equation 中也有相對應的闡述，其作用關係式如下式十一。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (\text{式十一})$$

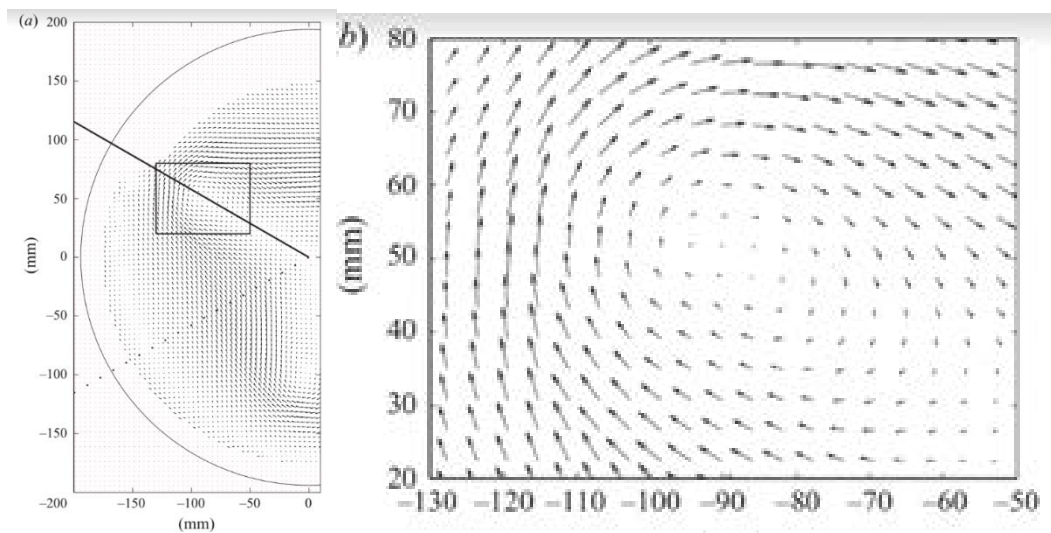
其中等號前面物理意義為慣性力，分別由非穩態加速與對流加速所組成，而等號後 $-\nabla P$ 表示壓力(壓強梯度)， $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$ 表示黏滯力作用， \mathbf{g} 表示由重力與向心力組合的合力。

關於多邊形的成因，在 2021 年 ELTE university 發表的 Laboratory observation of water surface polygon vortices 中指出其可能是因為流體動力不穩定性 (Hydrodynamic instability) 導致，而其中又可以利用 Kelvin-Helmholtz instability 的現象做為解釋，其現象是在說明當兩種相異液體具有不同速度時會產生剪力速度 (velocity shear)，則該剪力速度會在液體交界處產生擾動，該擾動會因為白努力定律 (Bernoulli's principle) 進一步形成波動般的形狀，如下圖三所示。



圖三 Kelvin-Helmholtz instability(左圖為原流體，右圖為流體移動後形貌)


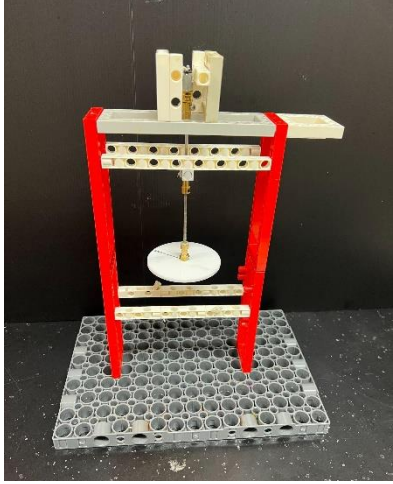



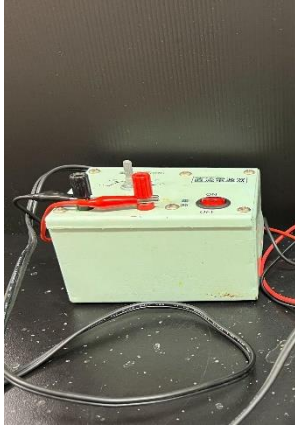



不過在本次的實驗中，我們並沒有兩種不同的流體性質，但依舊具有流體速度差異，因此 Kelvin-Helmholtz instability 的現象還是會發生。然而，我們將流體置於圓形容器中進行實驗，使我們的流體具有邊界條件，這導致上述的波形會產生疊加效果，產生穩定的駐波圖形，也就是本次的多邊形渦流。此實驗的結果也在 Cambridge University 的論文中指出，在多邊形的角上可以發現流體的速度變大且具有渦流的形貌，因此該小渦流會使水渦流產生明顯的角形，如下圖四所示。



圖四 多邊形渦流邊角流速圖

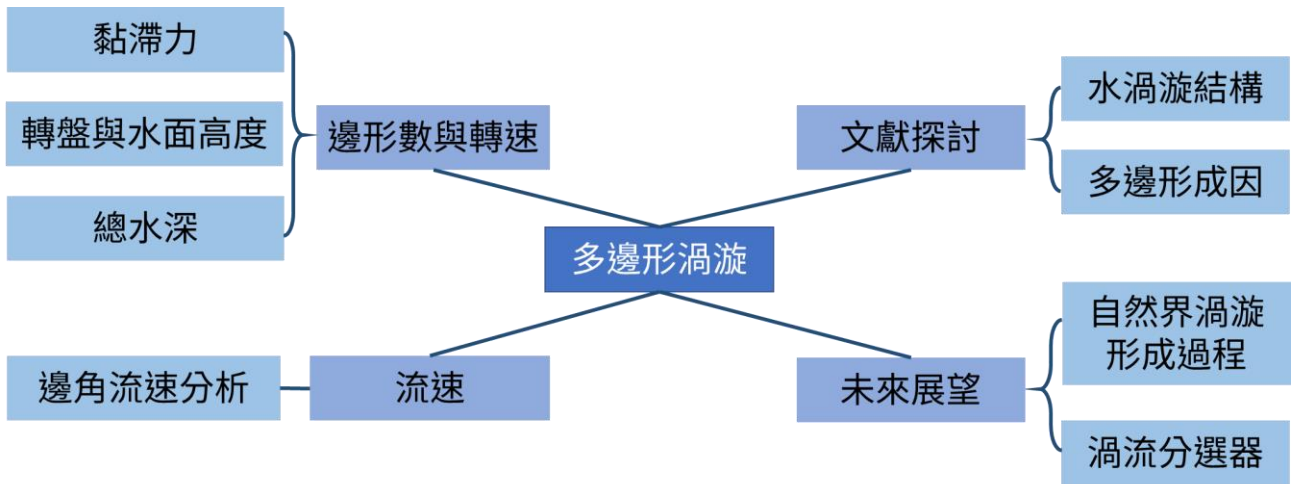
貳、研究設備及器材

		
500ml 燒杯	太白粉	色素

		
<p>減速馬達</p>	<p>支架</p>	<p>8 公分直徑轉盤</p>
		
<p>金屬軸</p>	<p>連軸器</p>	<p>直流電源供應器</p>
		
<p>PMW 轉速器</p>	<p>黏土</p>	<p>電子秤</p>

參、研究過程或方法

一、研究架構圖



圖五 研究架構圖

二、實驗步驟與分析方法

(一) 實驗一：探討液體黏滯度對水渦多邊形的幾何關係

1. 在水槽中加入 400 毫升的 0.25% 太白粉濃度的水溶液
2. 在流體中滴入食用色素以利觀察
3. 將水槽架到支架上
4. 將水槽調整至水面離轉盤距離 3 公分處
5. 開啟馬達並將提高轉速至漩渦底部出現橢圓形
6. 利用慢動作攝影計算轉盤實際轉速，並紀錄漩渦形狀和漩渦邊緣處與轉盤的距離
7. 將轉速提高 2% 並重複步驟 6
8. 依序將流體換成 0.5%、0.75%、1% 太白粉濃度水溶液並重複步驟 1~7

(二) 實驗二： 探討轉盤離水面距離對水渦多邊形的幾何關係

1. 在水槽中加入 1%太白粉濃度水溶液至水面高度 8cm
2. 重複實驗一之步驟 2~3
3. 將水槽調整至水面離轉盤距離 2 公分處
4. 重複實驗一之步驟 5~6
5. 紀錄漩渦邊緣最高處與轉盤距離
6. 重複實驗一之步驟 7
7. 依序將轉盤調整至距離水面 2.5 公分、3 公分處並重複步驟 1~4
8. 在 2cm 以下找出開始足夠產生多邊形的深度

(三) 實驗三： 探討總水深對多邊形的幾何關係

1. 在水槽中加入 1%太白粉濃度水溶液至高度為 8cm 處
2. 重複實驗一之步驟 2~6
3. 依序將水槽中總水量改為 7cm、6cm 與 5cm 並重複步驟 2













(四) 實驗四： 探討多邊形邊角流速關係





1. 重複實驗二之步驟 1~3
2. 在水中放入一顆寶麗龍球以便觀測多邊形各處轉速
2. 將轉速調至出現橢圓形
3. 使用慢動作攝影機記錄保麗龍球在多邊形漩渦中移動情形
4. 用 Tracker 分析保麗龍球離中心距離與移動速度關係
5. 將轉速調至出現三角形並重複步驟 1~4

肆、研究結果







一、圖形觀測


[表一] 不同液體黏滯度在不同轉速下的漩渦幾何性質

濃度(%)	0.25	0.50	0.75	1.00
轉速(rpm)	600-620	615	630-660	600-645
橢圓形				
轉速(rpm)	705	670	720	720
三角形				
轉速(rpm)	770	690	770	770
四邊形				




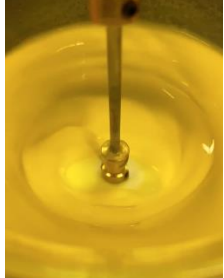



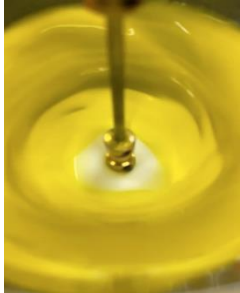




轉速(rpm)	800	760-780	795-830	815-830
五邊形				





[表二] 不同轉盤深度在不同轉速下的漩渦幾何性質

深度(cm)	2.0	2.5	3.0
轉速(rpm)	375-410	400-530	565-585
橢圓形			
轉速(rpm)	465-540	570-630	N/A
三角形			N/A
轉速(rpm)	595	N/A	N/A
四邊形		N/A	N/A

轉速(rpm)	610	N/A	N/A
五邊形		N/A	N/A

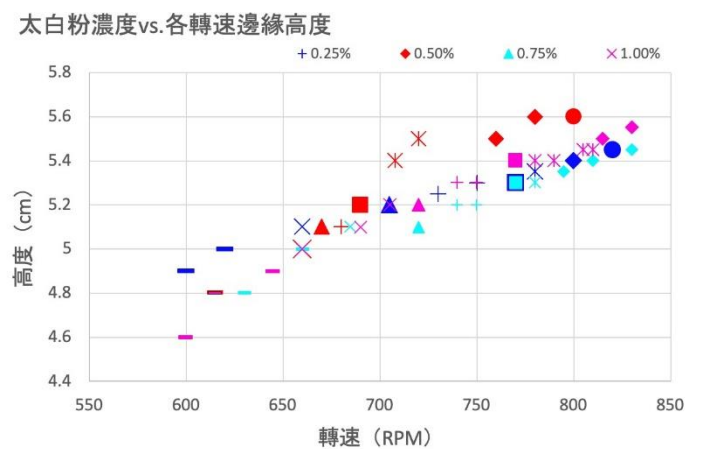
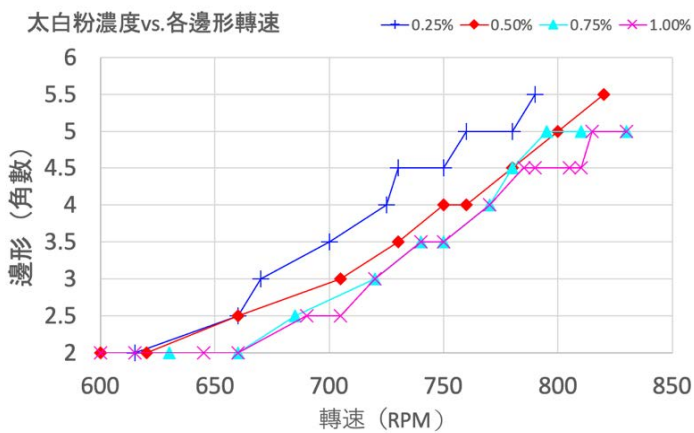
[表三] 不同總水深在不同轉速下的漩渦幾何性質

總水深(cm)	5	6	7	8
轉速(rpm)	540	570	525	540
橢圓形				
轉速(rpm)	690	645	630	667
三角形				
轉速(rpm)	756	765	750	720
四邊形				

轉速(rpm)	825	840	840	780
五邊形				

二、探討液體黏滯度與漩渦形狀關係

從圖六中可以得知當液體黏滯度愈高時(即 0.25%、0.5%、0.75%、1.00%)，其需要製造特定幾何圖形的所需轉速就越高，且隨著轉速增加邊形數也隨之增加。然而，在圖七中可以發現在相同轉速下，不論黏滯度高低，漩渦邊緣的高度在同轉速下相近，但當轉速超過 750rpm 時邊緣高度的上升變化不明顯，不過在兩張圖比較後可以發現當漩渦邊緣高度相近時，濃度越高的液體會產生較小的的邊形數渦旋。



圖六 液體黏滯度在不同轉速下多邊形之變化 (角數 2 為橢圓形，兩整數中間為邊形數過渡區)

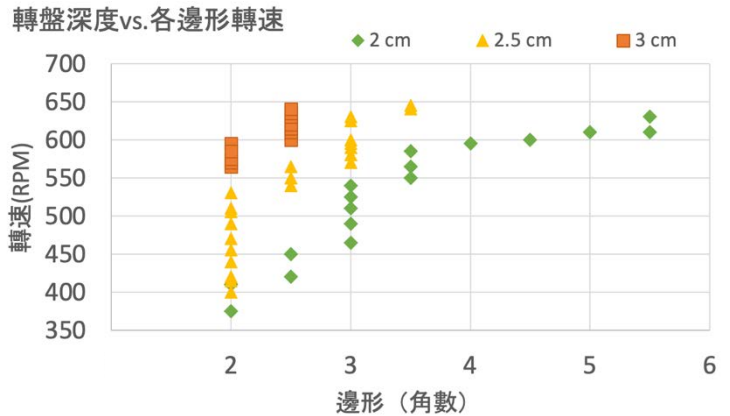
圖七 太白粉濃度在不同轉速下多邊形之變化

圖中各點意義為：

- 橢圓形 × 橢圓及三角形轉換
- ▲ 三角形 + 三角及四邊形轉換
- 四邊形 * 四邊及五邊形轉換
- ◆ 五邊形 ● 五邊形及六邊形轉換

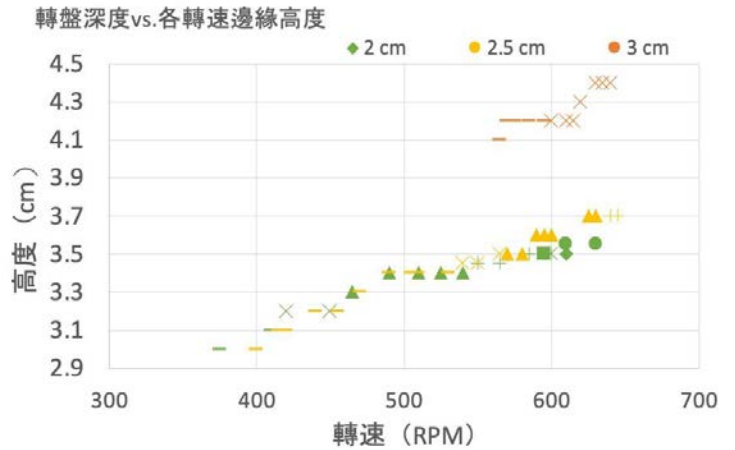
三、探討漩渦深度與漩渦形狀關係

在圖八中可以發現在橢圓形與三角形漩渦中，當轉盤深度越深時，所需轉速會變高。當深度調至 2.5 cm 時無法監測 4 邊形以上渦漩，而調至 3.0 cm 時無法監測 3 邊形以上渦漩，因此無資料。當邊形角數越多時，轉速的區間則越小。



圖八 轉盤深度在不同轉速下多邊形之變化 (角數 2 為橢圓形，兩整數中間為邊形數過渡)

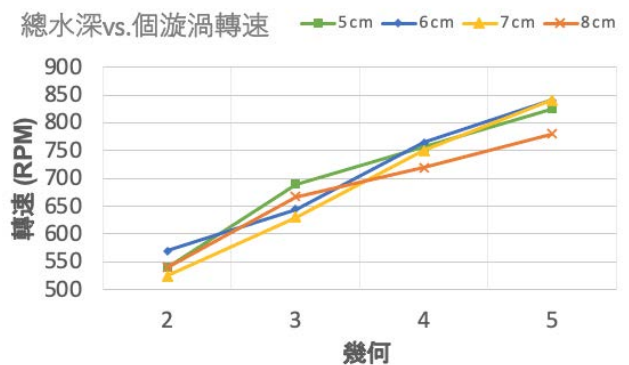
在圖九中可以發現當轉盤深度越深時，在同轉速下的邊緣高度有越高的趨勢，同時需要產生特定邊形的邊緣高度也越高，而在本次實驗中我們可以發現轉盤深度至少需要在 1.6cm 以上才能產生邊形。



圖九 轉盤深度在不同轉速下邊緣高度之變化 (符號表示與圖七相同)

四、探討總水深與漩渦形狀關係

在圖十中可以發現液體的總深度之改變對於幾何形狀的所需轉速無明顯影響與改變。

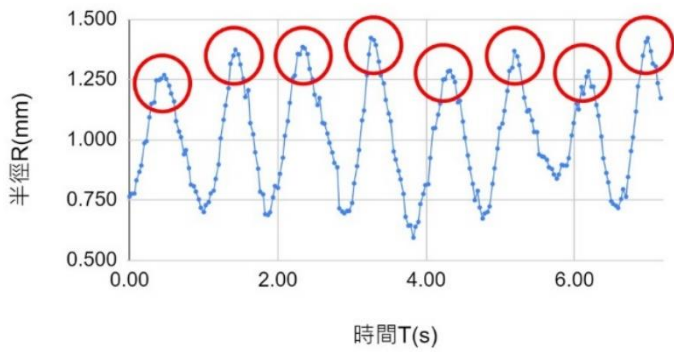


圖十 總水深在不同轉速下多邊形之變化 (角數 2 為橢圓形)

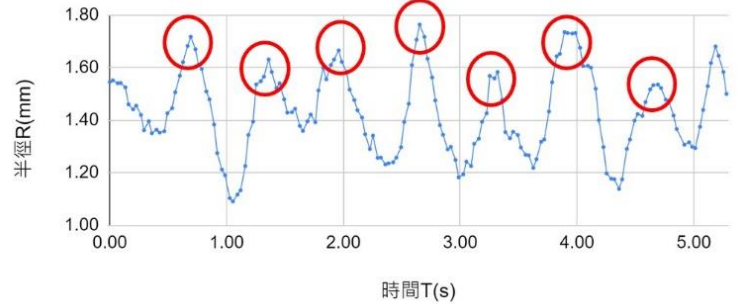
五、探討多邊形邊角流速關係

在圖十一中可以發現當我們讓保麗龍球隨著橢圓形及三角形漩渦旋轉時，因其隨著多邊形漩渦的邊形旋轉，因此轉到邊形的角時，距離中心距離最遠，因此具有較大的旋轉半徑(如紅色圈圈所示)，而若保麗龍球隨著水流流至邊形的邊中央時距離中心最近，因此旋轉半徑最小。然而，若我們觀察保麗龍球在角時所具有的速度可以發現，在角時的速度會相對較高，而在多邊形的邊中央則相對較小。

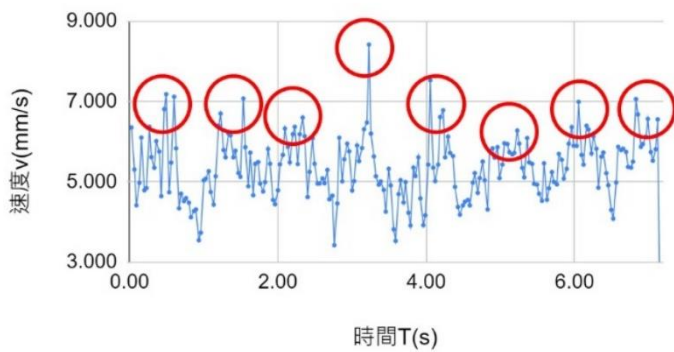
橢圓漩渦 旋轉半徑對時間關係圖



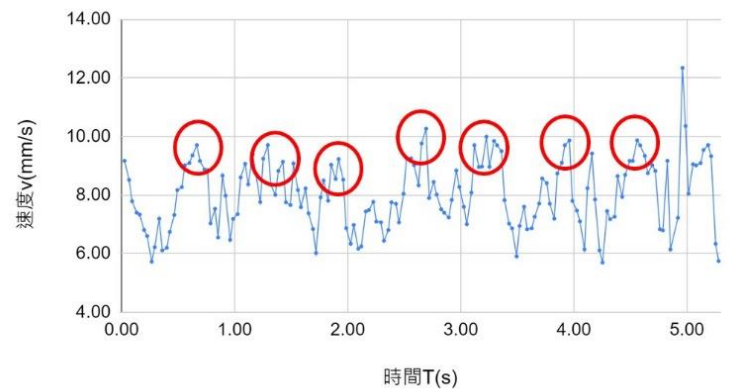
三角形漩渦 旋轉半徑對時間關係圖



橢圓漩渦 旋轉速度對時間關係圖



三角形漩渦 旋轉速度對時間關係圖



圖十一 保麗龍球在邊形漩渦下流速之變化

伍、討論

一、液體黏滯度與漩渦形狀關係

實驗中各組濃度數據差異大，可以明顯觀察到當太白粉濃度增加，形成各個幾何形狀的漩渦所需轉速就越高，且多邊形在特定轉速範圍內皆會產生。在實驗當中，燒杯裡太白粉會與水形成的連結會增加液體中的分子間力，增加了液體分子移動時的阻力以及摩擦力，藉此限制液體的移動自由度，增加了製造漩渦的所需能量。當轉盤旋轉時，燒杯裡的液體因為黏滯力而被轉盤帶動旋轉形成強制漩渦，然而此黏滯效果同時會讓外圍轉速慢的液體黏滯轉盤周邊的液體，因此減緩漩渦轉速。

我們猜測多邊形漩渦是由流體動力不穩定性導致，且會受內外圍水流產生的剪力大小影響，因太白粉濃度增加時黏滯力增加，同時導致水流速降低使剪力減少，則減少的剪力會導致較少的內外圈擾動，因此白努力定律產生的小漩渦減少，而導致漩渦中出現的邊形角數減少，因此需要更高轉速形成多邊形。

從數據中可以發現不論黏滯力的多寡，當轉盤轉速相近時其邊緣高度也會相近，但黏滯度越高的液體產生的邊形數會越低，這是因為當轉速相同時轉盤提供給流體旋轉的向心力相同，因此會使相同量的液體被排開，但由於其黏滯力作用，因此在相同轉速下相同多邊形所需形成的轉速需要較高，如上一段所提及。

我們可以從圖表中發現低邊形數有較大的高度範圍，而我們推測這是因為在漩渦形成早期中（邊形數少時），因為 Kelvin-Helmholtz instability 的變化需要發生在流速相異的邊界處，但因為漩渦發展的早期轉速與壓力差不足，因此無法產生更高的邊形數。而當轉速慢慢增加時，流速相異的交界處轉速差異更加明顯，因此會產生更明顯的多邊形現象，且也更符合在 Kelvin-Helmholtz instability 的形成條件，所以僅需增加更少的轉盤轉速就可以輕易改變波動頻率，產生更高邊形的漩渦

三、漩渦深度與漩渦形狀關係

當轉盤深度愈深時，所需要製造形狀的轉速會變高。我們猜測是因為轉盤的深度越深，水面與轉盤的距離會增加，而水的覆蓋將會在內流與外流渦旋製造過程中阻擋，因此會需要更高轉速把水往外帶動才能露出轉盤，以利多邊形漩渦的產生。三角形和以上

則是因為較深、更大規模的水量需要更多力量帶動水流，才能在不同水量中產生一樣的剪力與速度差，並維持一樣的多邊形角數。

然而，當轉盤深度到一定時會導致無法產生高邊形形數渦漩，這是因為轉盤過深時馬達無法達到高邊形數漩渦所需轉速，就如實驗中的 3.0 cm 組別，從數據可以看到因為轉盤跟其他組相對較深，導致無法與較淺組別觀測到三角形及以上漩渦形式。

多邊形形數愈多，漩渦邊緣高度愈高。這是因為形成多邊形時的 Kelvin-Helmholtz instability 需要內外圈的剪力速度形成的小渦漩，才可以在漩渦中沿著內外圈製造波動。因此在增加轉速時會產生越大的內外速度壓力差，以及更多的高度差，導致越多的剪力及擾亂來促進更多波動的產生，進而增加邊形數，而這個壓力差在利用了轉盤深度和漩渦邊緣水位的高度觀測後發現了增加的趨勢，符合了圖表中加深轉盤深度時同邊形會出現更高邊緣水位高度的現象。

四、總水深與漩渦形狀關係

根據實驗結果，總水深與漩渦形狀的轉速需求沒有明顯關係，四組深度結果皆相似。四組轉盤以下的水深不同，轉盤上方的水高則相同。水流上方內圈與外流的壓力差會影響多重漩渦的形成，下方之水則無明顯影響，因此我們猜測，轉盤上方水量影響較為顯著，下方水量在不一定影響幾何漩渦產生，也符合實驗原理中所說明之現象。

五、漩渦邊形與流速關係

在分析多邊形邊角與漩渦中保麗龍球流速的關係後，發現當保麗龍球在行經至橢圓形與三角形的角處時，即靠近多邊形的角時，移動速度會是最快的，符合 Cambridge University 的論文所提及之現象。此現象為 Kelvin-Helmholtz instability 中因為流體的剪力速度結合白努力定律造成的波動擾動所產生，而當該擾動產生時會在大漩渦中產生小漩渦，而小漩渦的出現位置即為多邊形漩渦的一角造成，因為半徑遠流速較快時產生的較大壓力導致在一點上的波動往外扭轉，形成漩渦多邊形的一角。

六、實驗誤差討論

我們的儀器設備誤差可能來自於無法將旋轉軸接至轉盤的正中心，導致旋轉時轉盤往四處擺動。另外因為黏貼多次的關係，軸與轉盤黏接處不完全貼合，轉盤旋轉時也產生些許垂直擺動。轉盤的誤差會影響漩渦中的受力，增加資料中誤差以及觀測失敗的可

能性。另外因為每組實驗的轉盤誤差也有改變，每次觀測到的趨勢也可能受偏移。在未來進一步的研究規劃中，應使用現成連接之轉軸與轉盤，或有緊密插孔的轉盤來避免人工組裝所造成的儀器誤差。在進行漩渦邊緣高度的判讀中，轉盤的晃動導致高度持續改變，實驗中測量高度時以在一定的時間區間中取平均值，得出的數據並非沒有誤差。在進行旋轉半徑與流速關係分析時，我們因無法把攝影角度調至轉盤正上方的中心，在利用「Tracker」觀測結果後半徑與速度關係數據有許多些偏差，但是仍然可以判讀實驗結果。

陸、結論

- 一、液體黏滯度增加流動阻力，大幅影響內流與外流壓力差形成渦流之過程，導致需要更多能量製造幾何渦流，因此隨著黏滯度增加，所需形成多邊形結構之轉速也需增加，多邊形在特定範圍轉速內皆會產生且轉速越高多邊形的邊形數也越高。
- 二、不論液體黏滯度多寡，在同樣轉盤深度下，當轉速相同時其邊緣的高度也相近，但黏滯度越高的液體其邊形數較低。
- 三、轉盤深度越深的情況下，需要提高轉速讓水往外排開才能夠形成幾何渦流，並且在相同的轉速下，轉盤深度越深會使邊緣高度越高，且需越高的轉速才能達到相同的邊形數，以達到適當的流速差與壓力差。
- 四、改變水深總深度且不改變轉盤上方之水量，不影響幾何渦流形成之轉速，但轉盤下方水量少時在轉速高情況下，導致下方渦流的產生影響上方多邊形數的幾何渦流不明顯。
- 五、由於小漩渦會出現於多邊形的角，使液體在角處流動速度最快，離中心點愈近流速愈慢。

我們發現多邊形各處流速不同的特性可以被用於物質分流器相關的設計上，利用可調整的轉速，水位和黏滯力改變不同質量的物質在漩渦中的分布情形，進而達成分流器的效果，甚至可以延伸討論至氣旋的成因。

柒、參考文獻資料

- 一、Duchesne, Alexis, et al. “V0032: Nitrogen Swirl: Creating Rotating Polygons in a Boiling Liquid.” *Gallery of Fluid Motion*, 2018, <https://gfm.aps.org/meetings/dfd-2018/5b992d40b8ac31610362f452>.
- 二、Ramírez, A. C. Espinosa, and Oscar Velasco Fuentes. “Vortex Polygons: Dynamics and Associated Particle Advection.” *AIP Publishing*, AIP Publishing LLC AIP Publishing, 1 Jan. 1970, <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0049841>.
- 三、Newsroom, A. S., & Asian Scientist Magazin. (2016, April 29). Faced with a crossroads, water forms a spiral vortex. Asian Scientist Magazine. Retrieved March 5, 2022, from <https://www.asianscientist.com/2016/04/in-the-lab/water-spiral-vortex-cross-shaped-devices/>
- 四、Felix. (2021, December 25). Navier-Stokes 方程式介紹與推導. 科技雞湯. Retrieved March 5, 2022, from <https://www.techchickensoup.com/cae/navier-stokes-equation/>
- 五、Robert W. Fox, Alan T. McDonald, & Philip J. Pritchard(2005)。《流體力學》。黃和順等四人編譯。台北市：全華。
- 六、Robert L. Street, Gary Z. Watters, & John K. Vennard(2005)。《基礎流體力學》。楊文昌譯。台北市：五南。
- 七、Written by Tomas Bohr Polygons on a Rotating Fluid Surface, Physical Review Letters 《物理評論通訊》, published 3 May 2006
- 八、明克爾(JR Minkel)。方形的漩渦。新聞掃瞄 9 月號/2006 年第 55 期科學人雜誌。遠流出版社發行
- 九、Bergmann, R., Tophøj, L., Homan, T. A., Hersen, P., Andersen, A., & Bohr, T. (2012). Polygon Formation and surface flow on a rotating fluid surface – erratum. *Journal of Fluid Mechanics*, 691, 605–606. <https://doi.org/10.1017/jfm.2011.492>
- 十、Kadlecsik, Á. (2021, November). Laboratory observation of water surface polygon vortices. Lecture.
- 十一、Childs, P. R. N. (2011). 3. In *Rotating flow* (pp. 53–79). essay, Elsevier.

【評語】 051804


本作品探討多邊形水旋渦的幾何性質與其控制變因。探討主題源自 2020 IYPT 競賽中的實驗主題之一，並採用 Cambridge 大學論文認定 Kelvin-Helmholtz instability 為主因進行作品實驗設計分析，整體相當齊全，如果有更深入的探討 KH instability 的假設是否正確就更完整。

作品簡報



你很「形渦」！ - 多邊形渦漩的幾何性質與受力分析

高級中等學校組-天文與物理學科



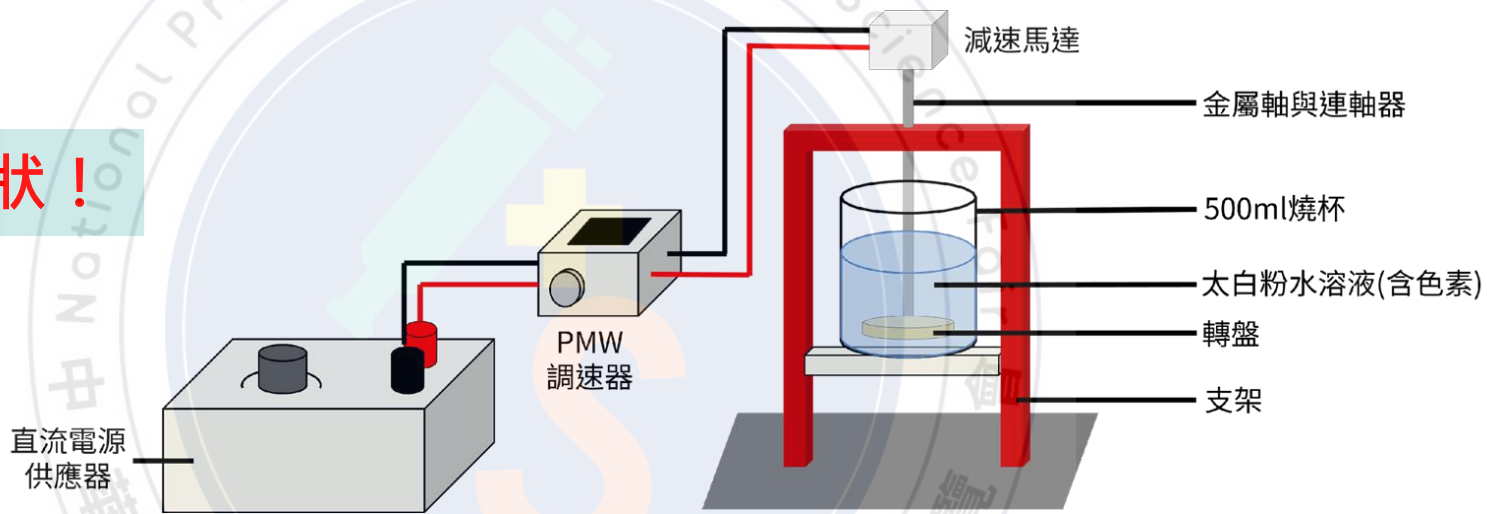
研究動機&研究方法

2020 IYPT競賽

漩渦為**幾何形狀**！

相同現象

- 木星極點
- 颱風
- 龍捲風

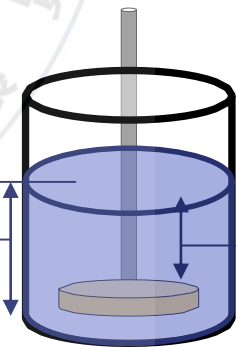


探討幾何形狀成因

黏滯力

總水深

轉盤與
水面距離



原理

強制漩渦

於水底之外力產生的旋轉水流所製造的渦漩形式

轉速：隨旋轉半徑增加

$$v = \omega r \quad (1)$$

自由漩渦

於水底之重力產生的旋轉水流所製造的渦漩形式

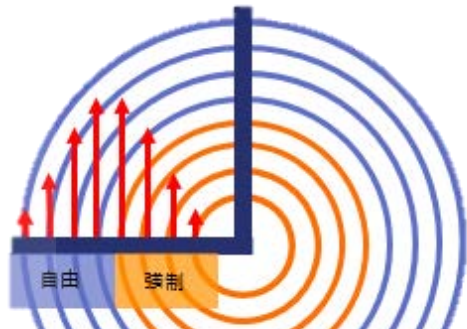
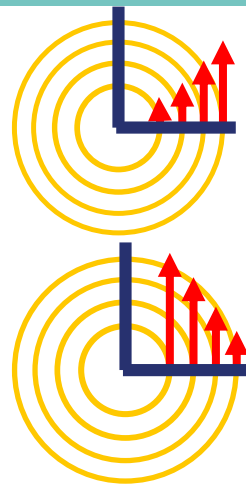
轉速：中心趨近無限，最外圈速度為零

$$v = \frac{k}{r} \quad (2)$$

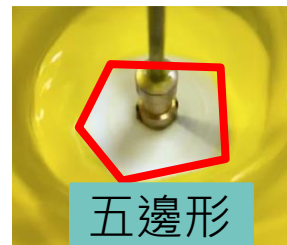
兩者都不完全符合本實驗中的漩渦

組合漩渦

外側為自由漩渦，內側為強制漩渦



實驗流程



文獻探討

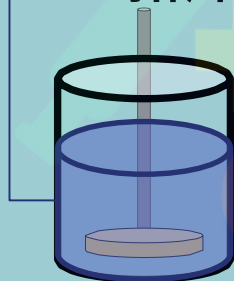
多邊形成因

Navier-Stoke equ.

- 黏滯力
- 壓力
- 邊角流速

Kelvin-Helmholtz instability

黏滯力



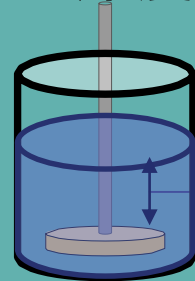
太白粉濃度

- 0.25%
- 0.50%
- 0.75%
- 1.00%

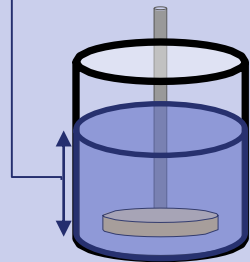
壓力-轉盤深度

水面到
轉盤深度

- 2cm
- 2.5cm
- 3cm



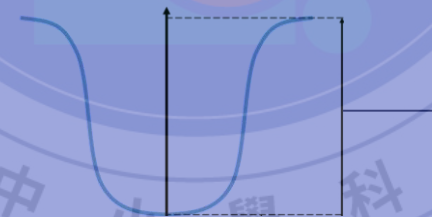
壓力-總水深



水面到燒杯
底部深度

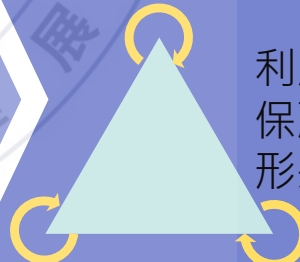
- 5cm
- 6cm
- 7cm
- 8cm

壓力-邊緣高度



漩渦產生後最外圍邊緣高度

邊角流速



利用Tracker分析
保麗龍球在幾何
形狀各處流速

液體黏滯度與漩渦形狀關係

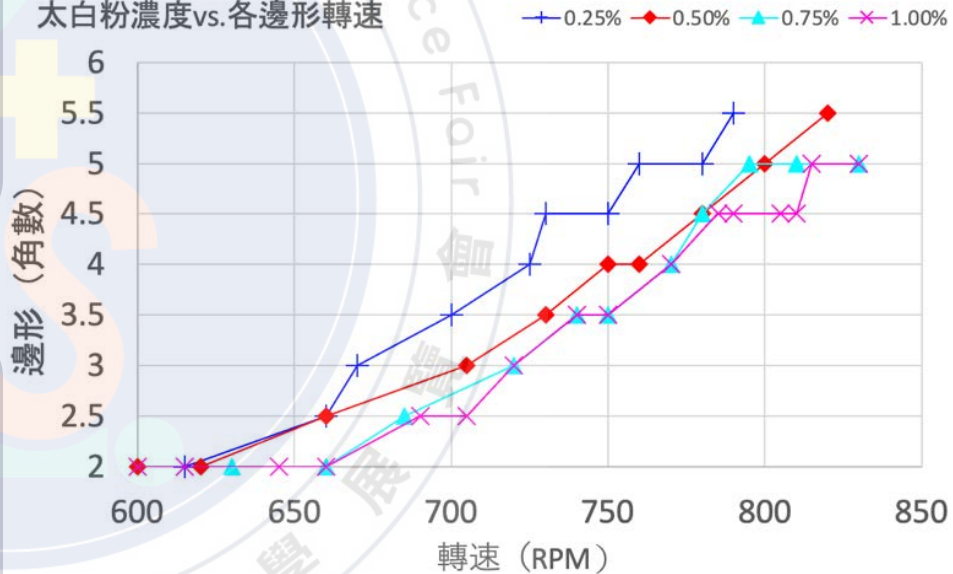
轉速增加
邊形數增加

轉速增加增加內外壓力差
→ 增加擾動程度 (小漩渦數)
→ 改變邊形角數

黏度增加
同形轉速愈高

更多旋轉能量被消耗 → 剪力與擾動減少 → 白努力定律產生的小漩渦減少 → 減少邊形角數

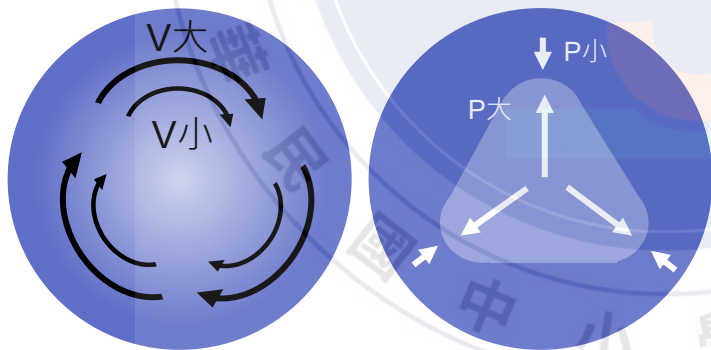
太白粉濃度vs.各邊形轉速



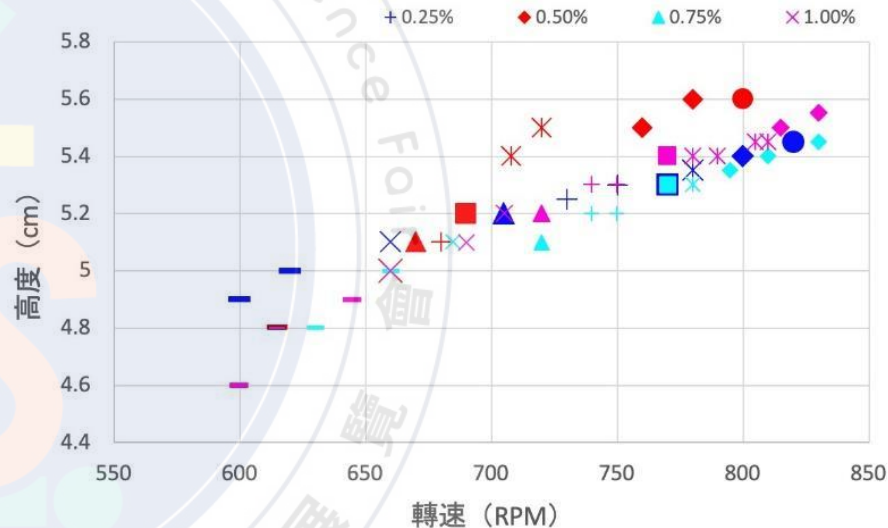
液體黏滯度與漩渦形狀關係

同邊緣高度
相似邊形數

邊緣高度&壓力相同
→ 擾動程度相同 (小漩渦數)
→ 邊形角數相同



太白粉濃度vs.各轉速邊緣高度



- 橢圓形
- ▲ 三角形
- 四邊形
- ◆ 五邊形
- × 橢圓及三角形轉換
- +
- *
-

轉盤深度與漩渦形狀關係

轉盤深
同邊形轉速高

更大規模水量 → 需更多外力
帶動排開覆蓋的水

深度過高無法
測量邊形

馬達無法製造所需轉速

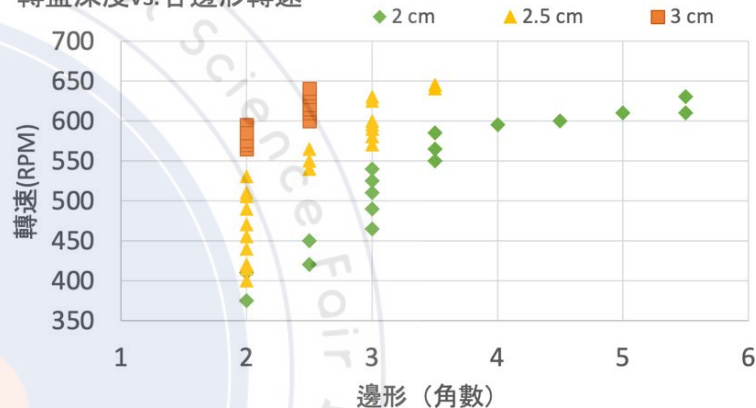
邊形數增加
轉速範圍減少

漩渦壓力差高轉速大 → Kelvin-Helmholtz instability 形成條件
→ 容易影響邊形數

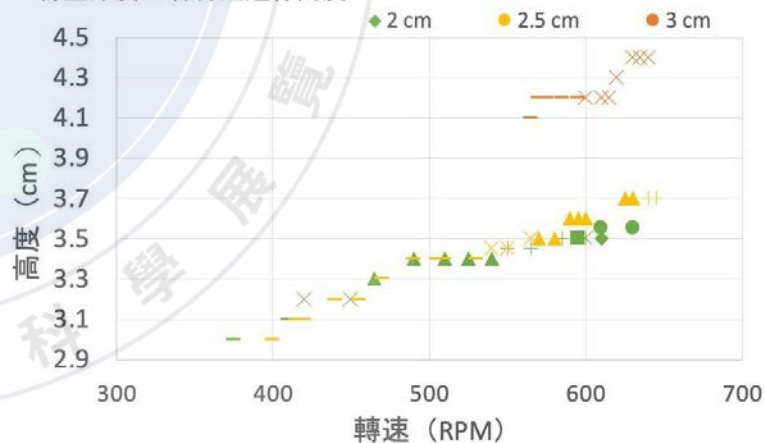
邊緣高度越高
邊形數越多

水量越多需要增加轉速產生
相同的壓力差，同時邊緣高
度增加

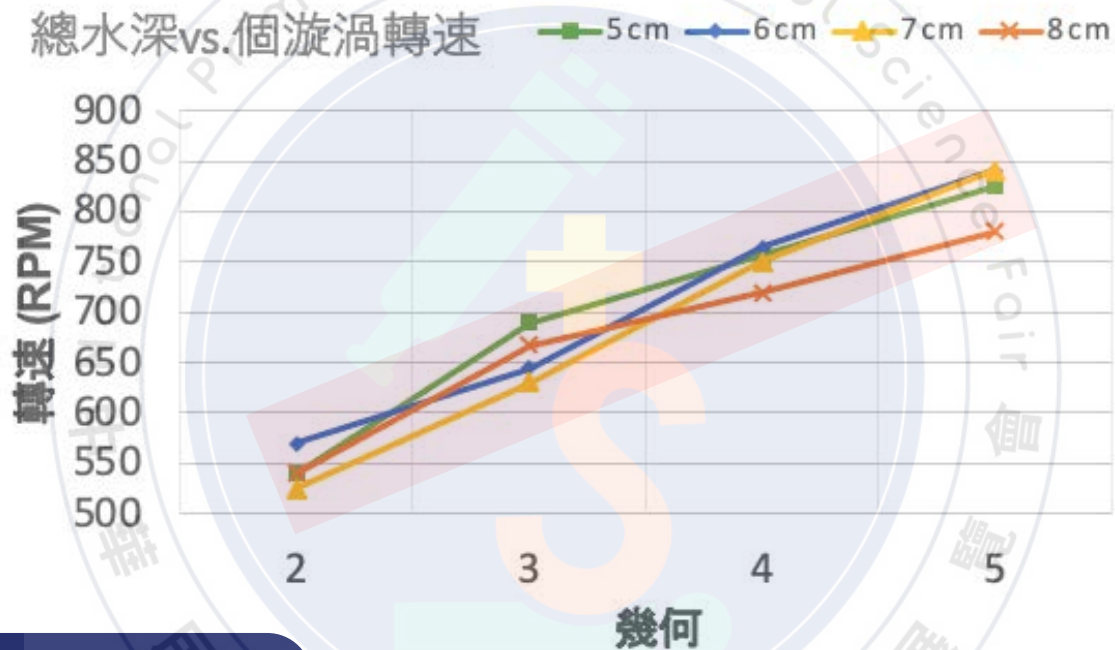
轉盤深度vs.各邊形轉速



轉盤深度vs.各轉速邊緣高度



總水深與漩渦形狀關係



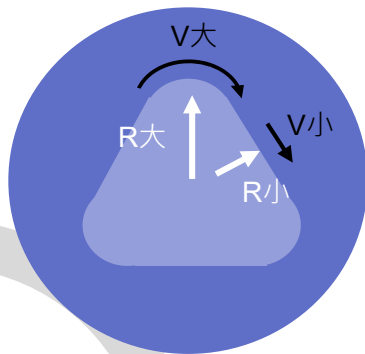
總水深不影響
各邊形所需轉速

下方水量不影響邊形數，因此上方水量產生之內外壓力差為影響小漩渦之形成的成因

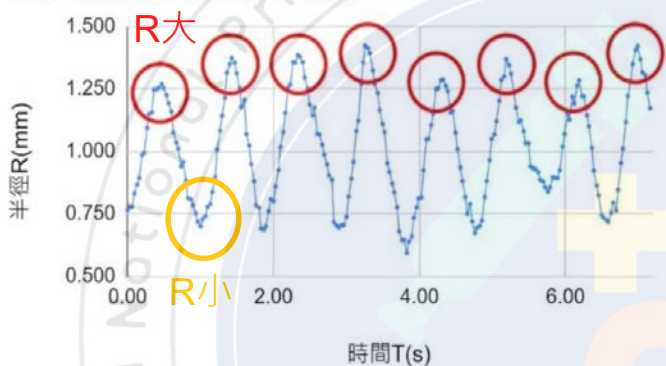
多邊形邊角流速關係

半徑越高
流速越大

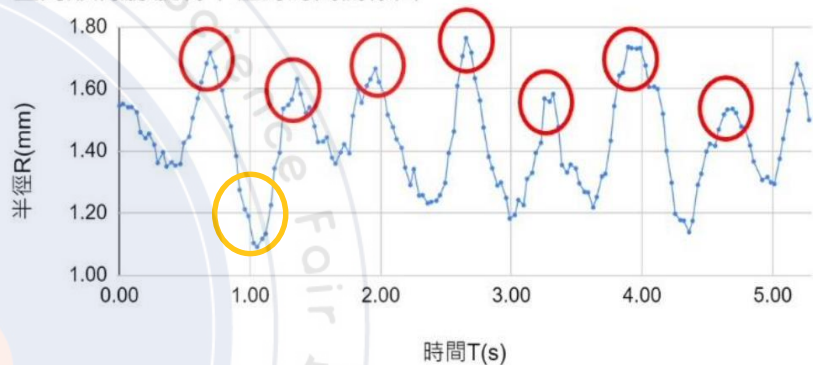
波動曲線往流速快、壓力小
→ 往外側產生小旋渦 → 角處流速快。



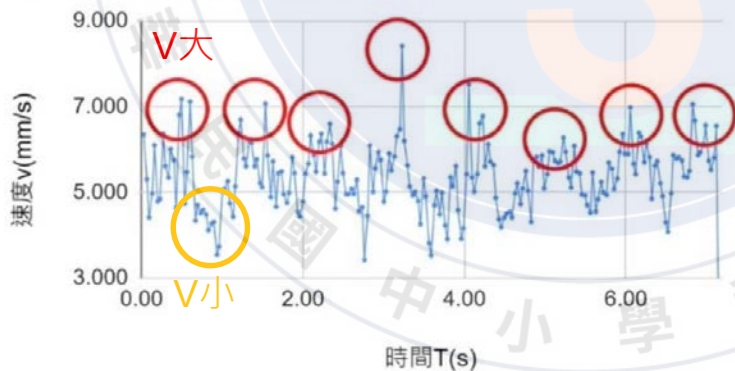
橢圓渦流 旋轉半徑對時間關係圖



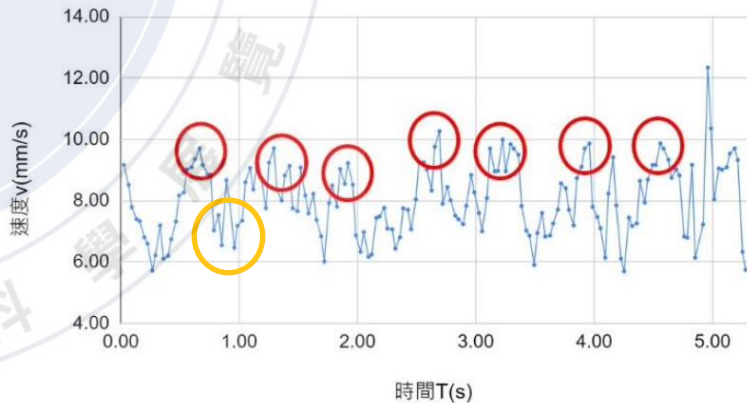
三角形渦流 旋轉半徑對時間關係圖



橢圓渦流 旋轉速度對時間關係圖



三角形渦流 旋轉速度對時間關係圖



1.

黏滯力

黏滯度增加，所需形成同邊形轉速增加，邊形在範圍內轉速皆產生，轉速高形數多

2.

邊緣高度

不論黏滯度多寡，同轉盤深度及轉速下邊緣高度相近。黏滯度高邊形數低

3.

轉盤深度

轉盤深度深時，需高轉速排開水形成幾何漩渦，且相同轉速時，轉盤深邊緣高，且需高轉速達到相同邊形數

4.

總水深

總水深不明顯影響幾何漩渦形成

5.

多邊形邊角流速

因小漩渦出現於多邊形的角，液體在角處流動速度最快，離中心點愈近流速愈慢

未來展望

漩渦成因與預測

多邊形受力量測
漩渦組成過程分析
氣旋與水流異同觀測

物質分流器

改變不同質量物質，
在旋轉過程中分布情形

參考資料

- 一、Duchesne, Alexis, et al. "V0032: Nitrogen Swirl: Creating Rotating Polygons in a Boiling Liquid." Gallery of Fluid Motion, 2018, <https://gfm.aps.org/meetings/dfd-2018/5b992d40b8ac31610362f452>.
- 二、Ramírez, A. C. Espinosa, and Oscar Velasco Fuentes. "Vortex Polygons: Dynamics and Associated Particle Advection." AIP Publishing, AIP Publishing LLC AIP Publishing, 1 Jan. 1970, <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0049841>.
- 三、Newsroom, A. S., & Asian Scientist Magazin. (2016, April 29). Faced with a crossroads, water forms a spiral vortex. Asian Scientist Magazine. Retrieved March 5, 2022, from <https://www.asianscientist.com/2016/04/in-the-lab/water-spiral-vortex-cross-shaped-devices/>
- 四、Felix. (2021, December 25). Navier-Stokes方程式介紹與推導. 科技雞湯. Retrieved March 5, 2022, from <https://www.techchickensoup.com/cae/navier-stokes-equation/>
- 五、Robert W. Fox, Alan T. McDonald, & Philip J. Pritchard(2005)。《流體力學》。黃和順等四人編譯。台北市：全華。
- 六、Robert L. Street, Gary Z. Watters, & John K. Vennard(2005)。《基礎流體力學》。楊文昌譯。台北市：五南。
- 七、Written by Tomas Bohr Polygons on a Rotating Fluid Surface, Physical Review Letters《物理評論通訊》,published 3 May 2006
- 八、明克爾(JR Minkel)。方形的漩渦。新聞掃瞄9月號/2006年第55期科學人雜誌。遠流出版社發行
- 九、Bergmann, R., Tophøj, L., Homan, T. A., Hersen, P., Andersen, A., & Bohr, T. (2012). Polygon Formation and surface flow on a rotating fluid surface - - -erratum. Journal of Fluid Mechanics, 691, 605–606. <https://doi.org/10.1017/jfm.2011.492>
- 十、Kadlecsik, Á. (2021, November). Laboratory observation of water surface polygon vortices. Lecture.
- 十一、Childs, P. R. N. (2011). 3. In Rotating flow (pp. 53–79). essay, Elsevier.