

中華民國第 62 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 物理科

030101

拋丟推我都不怕，我是「平底不倒翁」

學校名稱：金門縣立金湖國民中學

作者： 國三 邱柏鈞 國三 袁登俊 國三 陳柏宇	指導老師： 周華玲 楊珮琪
---	-----------------------------

關鍵詞：重心、力矩、槓桿原理

摘要

本研究旨在探討平底不倒翁之可行性，以及影響平底不倒翁成功與否之關鍵因素。我們透過懸吊法找出物體的重心位置並設計實驗，實驗發現在容器內部不同位置加上一塊華司，能顯著改變整體的重心位置，其次影響平底不倒翁的關鍵是重心的位置及容器底部是否內縮，而重心的位置又與附加物重量、位置等息息相關，透過容器不同傾斜角度的實驗與槓桿原理的分析，我們發現重心越低越容易成功。此外平底不倒翁的成功條件有二，一是使用上緣大於下緣的容器或容器底部內縮，二是底部黏附的重物密度夠大或是也能內縮。平底不倒翁確實可行，且可以將其概念運用在生活中，例如改良交通錐、安全防撞桿、兒童餐具、玩具、直立式電風扇等。

壹、前言

一、研究動機

同學們桌上總是放著早餐飲料杯、水壺寶特瓶等，老師上課行間巡視時總是不經意會碰倒，我們發現有時候杯子會完全傾倒落地，有時候卻能搖搖晃晃幾秒又恢復直立，就像我們最近做的雞蛋不倒翁一樣，讓我們不禁想：平底容器也可以製作成不倒翁嗎？可以製作一個耐摔、好玩又不會倒的平底不倒翁嗎？這個念頭一萌芽，激發了我們的興趣，在搜尋網路後發現相關研究非常少，所以我們卯起來試！



圖一：雞蛋不倒翁



圖二：生活中的免洗杯

二、研究目的

- (一) 了解不倒翁的物理原理及相關概念。
- (二) 研究用免洗杯製作平底不倒翁的可能性。
- (三) 探討各種變因下，平底不倒翁的力矩分析。
- (四) 收集市面上各種免洗杯，嘗試製作平底不倒翁。
- (五) 將平底不倒翁運用在生活中。

三、原理分析：

(一) 什麼是「不倒翁」？常見的不倒翁的形體結構

清朝一位文學家趙翼在《陔餘叢考》中記載：「兒童嬉戲有不倒翁，糊紙做醉漢狀，虛其中而實其底，雖按捺旋轉不倒也。」可見不倒翁這種童玩流傳已久。

我們以自行繪製的不倒翁作圖例，如圖三。它的結構是上輕下重、底面積較大而圓滑，多半是上半部空心而底部較重，下面的半球體和桌面的接觸點不固定，隨著不倒翁搖晃而改變。

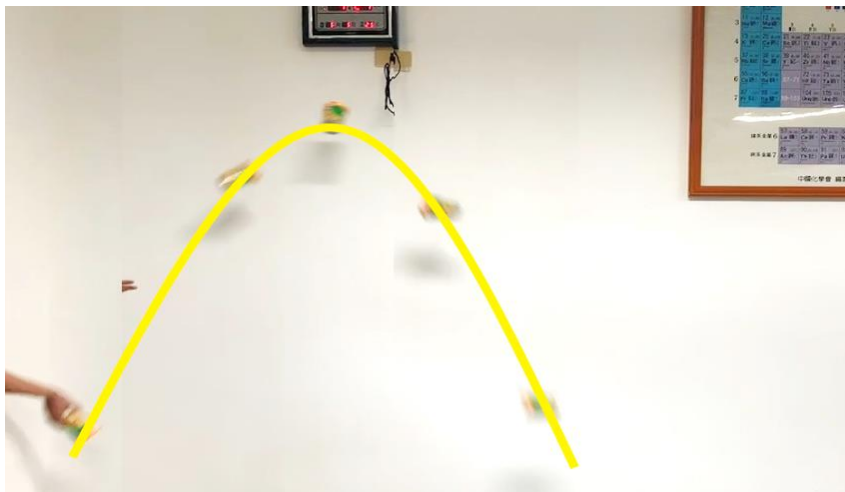


圖三：不倒翁形體

(二) 不倒翁與重心

1. 重心在哪裡？

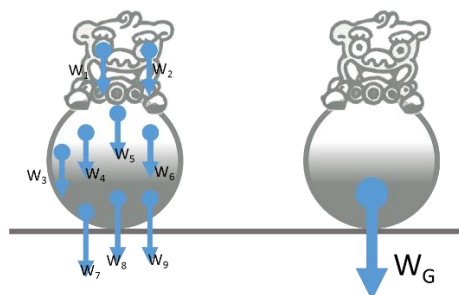
拋一個市售的不倒翁出去，運動軌跡沒那麼平滑，伴隨著不倒翁的頭部晃動與旋轉，但是仔細觀察，這個不倒翁的運動軌跡是由比較重的底部為主，只看底部軌跡的話，就會是一條拋物線（如圖四），在不倒翁的這個點即為不倒翁的重心。



圖四：不倒翁的拋物線

2. 重心的意涵

不倒翁各部分受到重力作用的結果，可以視為總體的重力作用在物體的某個點上，這個點就叫作「重心 G 」，如圖五所示。



圖五：重心可以視為整體受重力作用的結果

課本總是把物體當作一個點來分析，直接跳到立體的不倒翁舉例有點複雜，我們先以一根水平放置的細桿舉例，為了分析問題方便，把細桿視作由 n 個微小的部分所組成，每個部分所受到的重量分別是 W_1 、 W_2 、 \dots 、 W_n ，而其所在位置則分別以 x_1 、 x_2 、 \dots 、 x_n 表示，根據槓桿原理，為了使物體達到靜力平衡，所施的外力大小會等於

$$W_{\text{外力}} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

假設以支點為原點，則位於 x_i 處的質點因為受重力作用就會對原點造成一個力矩，且其力臂就是 x_i 。因此所有質點的重量對原點造成的合力矩是

$$\text{合力矩} = x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots + x_n W_n$$

如果我們知道重心的位置，將位置記為 x_G ，則合力矩為零的條件就會是

$$x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots + x_n W_n = x_G W_{\text{外力}} = x_G (W_1 + W_2 + \dots + W_n)$$

因此，重心所在的位置就是

$$x_G = \frac{x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots + x_n W_n}{W_1 + W_2 + \dots + W_n}$$

現在推廣到立體的不倒翁，就需要仿效以上做法，將該物體視為由許多部分組成，然後利用類似推論，我們便可以透過空間中的直角坐標將重心的 x 、 y 以及 z 坐標表示成

$$x_G = \frac{x_1 W_1 + x_2 W_2 + \dots + x_n W_n}{W_1 + W_2 + \dots + W_n} \quad y_G = \frac{y_1 W_1 + y_2 W_2 + \dots + y_n W_n}{W_1 + W_2 + \dots + W_n} \quad z_G = \frac{z_1 W_1 + z_2 W_2 + \dots + z_n W_n}{W_1 + W_2 + \dots + W_n}$$

這樣不論我們如何去翻轉一個不倒翁或其他物體，重心位置永遠都是同一個點。

對於密度均勻且形狀對稱的物體來說，重心就在對稱中心或幾何中心的位置，而重心不一定都會落在物體上面，例如圓環的重心是在圓心，但是圓心並沒有實體的物質存在。重心概念的引入，讓我們在我們國中階段大大簡化了關於物體靜力平衡的研究，在數學或自然科學運用題中，我們都把重力對該物體的影響視為似乎是全部的質量都集中在重心這個點上。

3. 生活中尋找重心的方法

對於質量分佈不均勻形狀不規則的物體，有一些方法可以找到重心，摘要如下：

(1) 懸掛法：

在物體上任找一點，用繩懸掛，劃出物體靜止後的重力線，然後再找一點懸掛，兩條重力線的交點就是物體重心。

(2) 支撐法：

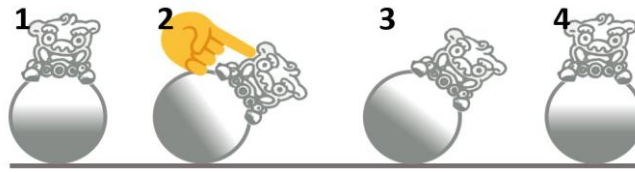
用一個支點支撐物體，不斷變化位置，越穩定的位置，越接近重心。或是用兩到三個支點，然後慢慢靠近這樣可以找到重心的近似位置。

也就是說，不規則形狀的重心是各點鉛垂線的相交點。即使在這不規則形狀的任何一點的鉛垂線都必經過該重心。

(三) 不倒翁的科學原理

1. 不倒翁：會自己平衡

不倒翁在受到外力推動時會失去平衡，但移除外力後，可以自行恢復到平衡狀態，如圖六，這說明不倒翁本身能抵抗外力。

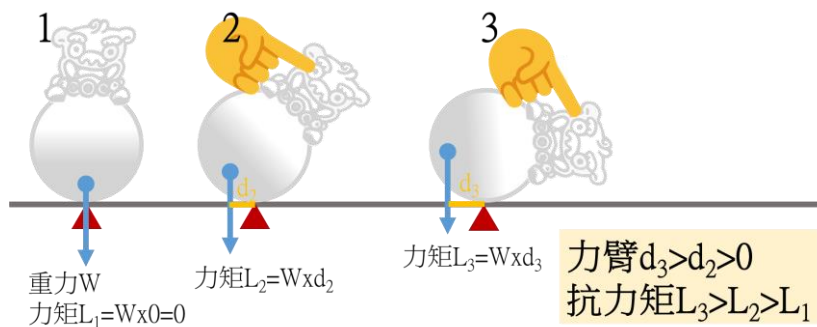


圖六：不倒翁受力作用後能恢復原位

2. 不倒翁的受力情形

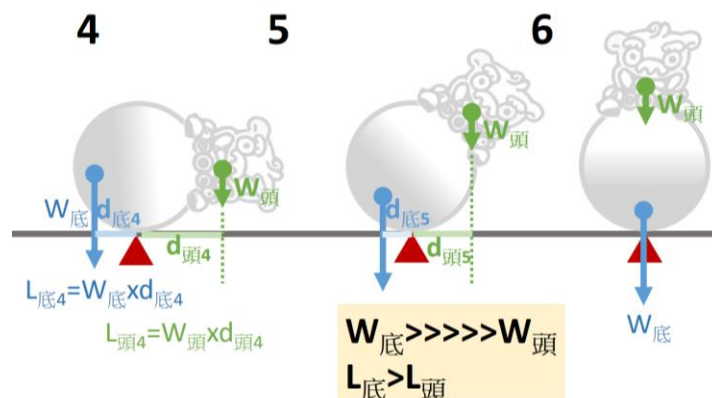
不倒翁靜置在桌子上時，只會受重力 W 和桌面提供的支撐力 N ，兩者平衡（如圖七-3）。

當不倒翁受外力而傾斜，底部半球接觸處桌面的位置隨之移動，形成新的支點。這時，重心的鉛直作用線和原來的支點不在同一條直線上，便形成了一個力矩。因為 **力矩=施力×力臂**，隨著不倒翁傾角的增大，重心作用線的偏移量增加（力臂增加），力矩也增大。如圖七-3 力矩 $L_3=W \times d_3$ 。因為 $d_3 > d_2$ ，可以得知不倒翁被壓得越傾斜，其自身產生的力矩越大。



圖七：不倒翁傾斜的受力分析

當外力移除後，頭輕腳重的不倒翁因為傾倒產生的力矩，使自己回到原來的位置，過程如圖八。另外，不倒翁底部為圓形，更容易使不倒翁回到原位。



圖八：不倒翁傾斜的恢復力分析

四、相關研究

原先以為不倒翁這個童玩會很多人探討它的原理及延伸應用，但實際搜尋後，真正針對不倒翁進行探討的只有高中生小論文〈追尋不倒翁的秘密——重心的探討〉一篇，主要內容是重心的定義、位置判定、重心翻覆與平衡、以及重心的應用。

而「杯子倒下去後會站起來」的點子，是來自台中市李永信老師早先設計並推廣給大家探究，如圖九的分享，我們看到之後心中有許多的假設，以及想用所學的理论來加以驗證。



圖九：示範探究教學策略（圖片來源：台中市國民教育輔導團）

除此之外，有關重心等概念，也有一些科展作品間接討論，如以下幾類：







- 1.探討重心：〈跳豆—重心的探討〉、〈聽話的不倒娃娃---重力平衡的探究〉
- 2.不倒翁應用：〈不倒的旋律—音樂不倒翁〉、〈戲童玩~重心穩如泰山〉
- 3.類似的構造：〈水中的不倒翁-水芙蓉〉、〈池塘裡的不倒翁〉漂浮性水生植物的平衡構造

因為這些研究都沒有提到如何製作「平底」的不倒翁，所以我們可以放心、大膽的嘗試，小心、仔細地找出其中的奧秘。

貳、研究設備及器材

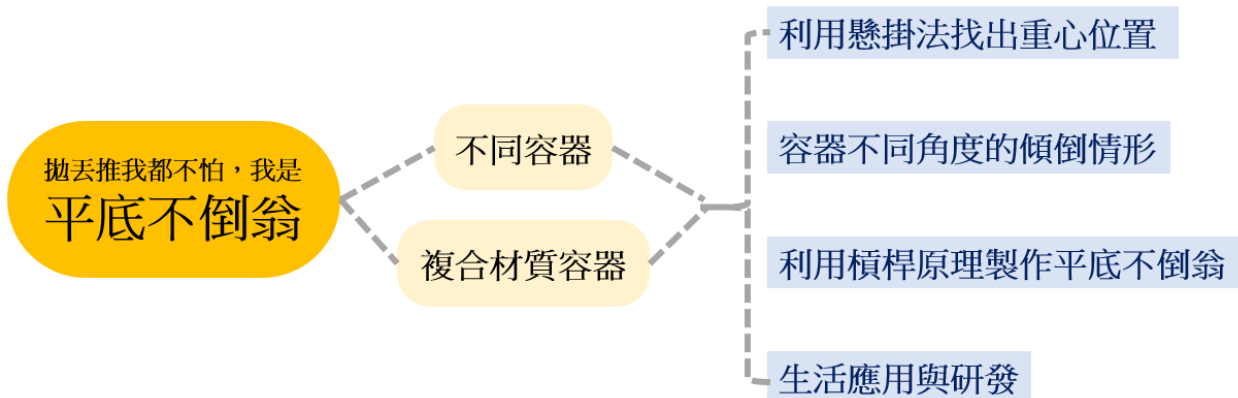
一、設備：電子秤、直尺、手機

二、材料：1.六個容器如下 2.若干 50g 金屬華司（墊片）

編號	A 奶酪杯	B 布丁杯	C 免洗杯	D 手搖杯 (小)	E 手搖杯 (大)	F 寶特瓶
照片						
材質	PP	PP	PS	PP	PP	PET
重量(g)	4.1	6.3	1.5	7.2	10.6	4.8
容積(ml)	140	100ml	170	360	700	300ml
底面積(cm ²)	9π	5.15π	5.06π	8.12π	9.3π	9π
高度(cm)	4.7	6.3	7.5	10.3	15.4	6.3

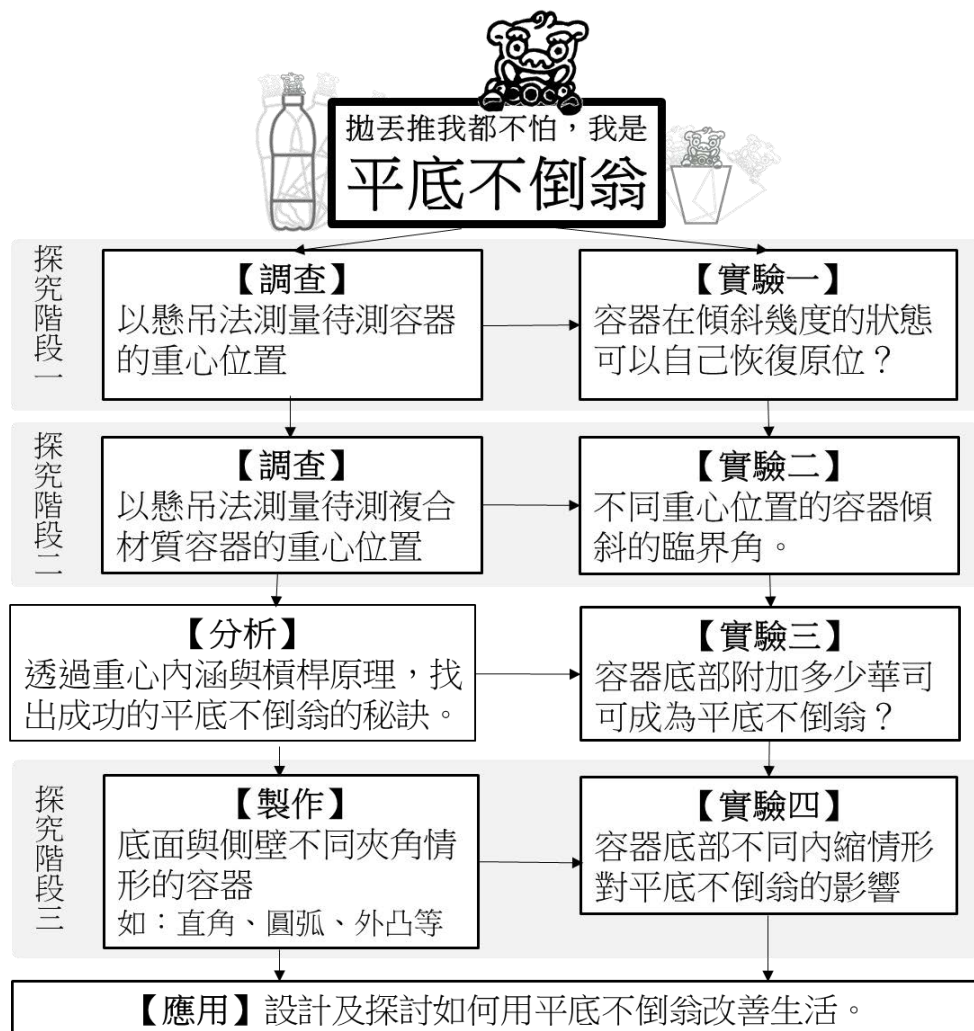
參、研究過程或方法

一、研究架構



圖十：研究架構

二、研究流程圖













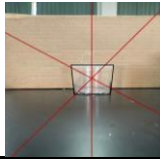
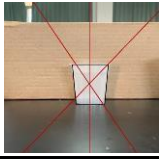
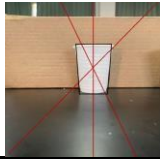
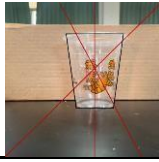
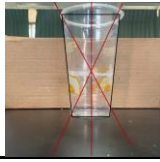
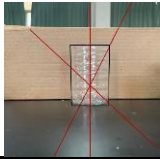


圖十一：研究流程

三、以懸吊法找出平底容器的重心位置

(一) 方法：針對不同的容器，在同樣的相對位置（杯緣、杯底邊緣）分別懸掛相同的棉線，透過懸吊時重力作用線的交點，得到該容器的重心位置。

(二) 操作記錄：

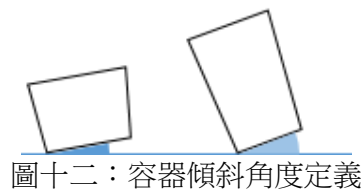
編號	A	B	C	D	E	F
懸吊杯緣						
懸吊杯底						
標註重心位置 (垂直中線為幾何對稱軸)						
重心距離 杯底幾公分	2.30	3.20	3.90	5.20	7.70	3.30

備註：因為支撐法不適合我們使用的杯子，因此我們後續都用懸掛法。

四、【實驗一】容器在傾斜幾度的狀態可以自己恢復原位？

(一) 研究設計：

1. 操作變因：容器自底部傾斜角度 5 度、10 度、15 度等，傾斜角度定義如圖十二。

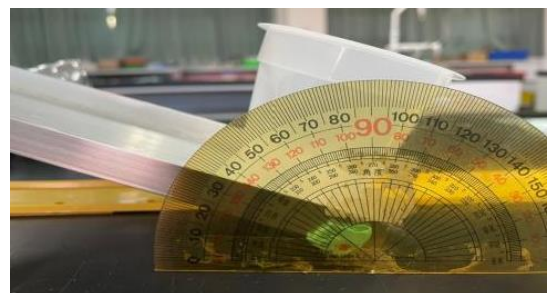


圖十二：容器傾斜角度定義

2. 控制變因：固定的容器（每種一個小實驗）。
3. 應變變因：傾倒臨界角（傾斜幾度時會傾倒，不會傾倒即代表可自行恢復原位）。

(二) 操作步驟：

1. 使用物理實驗的滑車軌道，一端固定，對上量角器的原點，另一端配合指定角度架高傾斜。
2. 將容器靠在軌道邊緣如圖十三。觀察該角度下容器是否會傾倒。



圖十三：佈置角度，避免人為誤差

(三) 實驗記錄：

記錄說明：傾斜倒下者記為「倒」，傾斜角度後會自行復原站立為直立狀態的話記為「立」。









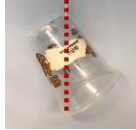
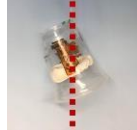




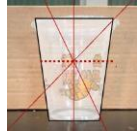
傾斜角度 θ 編號	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
A	立	立	立	立	立	立	立	立	立	倒
B	立	立	立	立	立	倒	倒	倒	倒	倒
C	立	立	立	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒
D	立	立	立	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒
E	立	立	立	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒
F	立	立	立	立	立	立	倒	倒	倒	倒


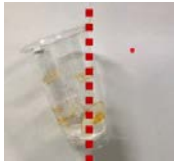







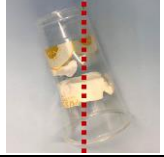

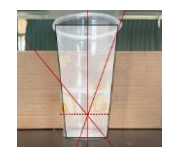
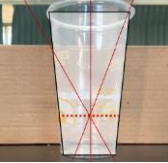


五、探討複合材質容器的重心位置

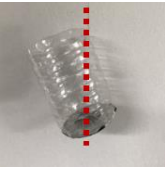
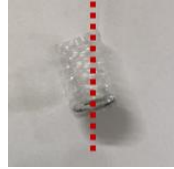



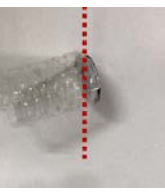









(一) 方法：

1. 固定 50g 華司在各個杯子中的不同位置（上、中、下、杯底內、杯底外）。
2. 使用懸掛法，找出新的重心位置。

(二) 操作紀錄：

D杯	D-1	D-2	D-3	D-4	D-5
附加位置	杯底(外)	杯底(內)	3公分	6公分	9公分
懸吊杯緣					
懸吊杯底					
新重心位置 (垂直中線為幾何對稱軸，水平虛線標示重心的位置高度)					
重心距離杯底幾公分	1.00	1.70	3.00	4.30	6.14

E杯	E-1	E-2	E-3	E-4	E-5
附加位置	杯底(外)	杯底(內)	2公分	6公分	9公分
懸吊杯緣					
懸吊杯底					
新重心位置 (垂直中線為幾何對稱軸，水平虛線標示重心的位置高度)					
重心距離杯底幾公分	1.00	2.70	3.60	6.70	8.20

F瓶	F-1	F-2	F-3	F-4	F-5
附加位置	杯底(外)	杯底(內)	2公分	4公分	6公分
懸吊杯緣					
懸吊杯底					
新重心位置 (垂直中線為幾何對稱軸，水平虛線標示重心的位置高度)					
重心距離杯底幾公分	0.30	1.50	2.40	4.20	5.50

六、【實驗二】複合材質物體不同重心位置在傾斜幾度時可以自己恢復原位？

(一) 研究設計：

1. 操作變因：物體杯底傾斜角度 5 度、10 度、15 度...等。
2. 控制變因：固定的杯子與一個 50g 華司，一種華司位置配一個小實驗。
3. 應變變因：容器傾倒的臨界角。

(二) 操作步驟：

1. 以泡棉膠黏住華司，將華司黏在杯中或杯底等不同位置（如實驗一設計）。
2. 將量角器靠在容器旁邊，原點對上準備傾斜的支點。
3. 使用物理實驗的滑車軌道，架高傾斜至指定角度。
4. 觀察容器的傾倒情形並記錄。

(三) 實驗記錄：

1. 使用 D 杯：

實驗 二 D	附加 位置	傾斜角度													
		5	10	15	20	...	35	40	45	...	60	65	70	75	80
D-1	杯底(外)	立	立	立	立	...	立	立	立	...	立	立	立	立	倒
D-2	杯底(內)	立	立	立	立	...	立	立	立	...	立	倒	倒	倒	倒
D-3	3 公分	立	立	立	立	...	立	立	倒	...	倒	倒	倒	倒	倒
D-4	6 公分	立	立	立	立	...	立	倒	倒	...	倒	倒	倒	倒	倒
D-5	9 公分	立	立	立	倒	...	倒	倒	倒	...	倒	倒	倒	倒	倒

2. 使用 E 杯：

實驗 二 E	附加 位置	傾斜角度													
		...	15	20	...	35	40	45	50	55	60	65	70	75	
E-1	杯底(外)	...	立	立	...	立	立	立	立	立	立	立	立	立	倒
E-2	杯底(內)	...	立	立	...	立	立	立	立	立	立	倒	倒	倒	
E-3	2 公分	...	立	立	...	立	立	立	立	倒	倒	倒	倒	倒	
E-4	4 公分	...	立	立	...	立	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒	
E-5	6 公分	...	立	倒	...	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒	倒	

3. 使用 F 瓶：

實驗 二 F	附加 位置	傾斜角度													
		5	10	15	20	...	40	45	50	55	...	70	75	...	90
F-1	杯底(外)	立	立	立	立	...	立	立	立	立	...	立	立	...	立
F-2	杯底(內)	立	立	立	立	...	立	立	立	立	...	立	倒	...	倒
F-3	2 公分	立	立	立	立	...	立	立	立	倒	...	倒	倒	...	倒
F-4	4 公分	立	立	立	立	...	立	倒	倒	倒	...	倒	倒	...	倒
F-5	6 公分	立	立	立	倒	...	倒	倒	倒	倒	...	倒	倒	...	倒

七、【實驗三】容器底部附加多少華司可成為平底不倒翁？

(一) 研究設計：（以 D、E、F 容器測試）

1. 操作變因：50g 華司數量。
2. 控制變因：都固定在杯子正底部。
3. 應變變因：容器需要幾個華司才能成為平底不倒翁。

(二) 操作步驟：

1. 將一個 50g 華司黏在待測容器的底部。
2. 施一外力將容器完全躺倒，看看移除外力後容器的抗力矩能否恢復為站立狀態。
3. 如果不行，再加一個華司進行重複上述步驟。

(三) 實驗記錄摘要：D、E 塑膠杯黏兩個華司可成為平底不倒翁，F 瓶只要一個。

八、【實驗四】複合容器不同底部情形，在傾斜幾度時可以自己恢復原位？

(一) 研究設計：

1. 操作變因：不同內縮情形的容器，如圖十四。
2. 控制變因：在底部黏附一個 50g 華司。
3. 應變變因：容器傾倒的臨界角。



圖十四：製作不同內縮情形的容器底部

(二) 操作步驟：

1. 將華司固定在容器底部。
2. 比照實驗二之步驟，觀察容器的傾倒情形並記錄。



圖十五：華司黏在容器底部

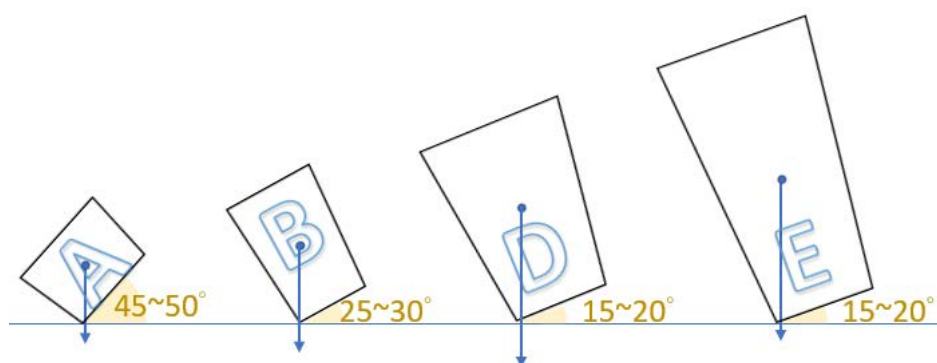
(三) 實驗記錄摘要：外擴與直角的底部傾倒臨界角為 75 至 80 度之間。內縮型的底部是非常成功的平底不倒翁。

肆、研究結果與討論

一、空杯傾倒的臨界角度分析（實驗一）

整理實驗一的結果，最扁的奶酪杯傾倒的臨界角為 45 至 50 度之間，其次是布丁杯和寶特瓶（臨界角為 30 至 35 度），其他傾斜超過 15 度就倒了。為何不同的容器在特定角度內的傾斜，可以自行恢復原位，而超過了這個角度之後就傾倒呢？

從力的分析圖（圖十六）來看，我們發現，物體傾斜時，杯底邊緣成為一支點，容器會往重心所在的那一側產生力矩，進而旋轉，如重心鉛垂線落在容器底部的範圍內，產生的力矩就能使自己恢復站立；但是重心鉛垂線與底部超出底面積之範圍時，物體就會傾倒。



圖十六：不同容器的臨界角

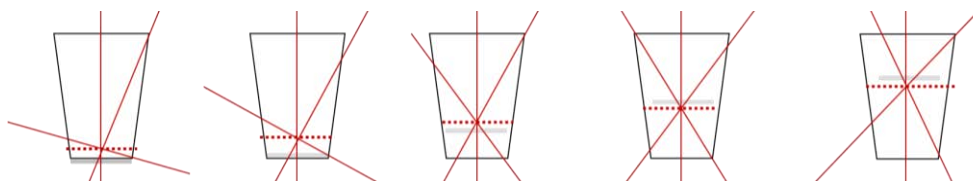
整體確實如我們在前面原理分析中所已知的，重心會影響物體的回正或傾斜。

不同於一般不倒翁的球形底部，支點會隨著不倒翁滾到側邊而不斷改變位置。我們現在所測試的容器並非球體，而是一個圓形的平底面，從側視圖上分析，無論如何傾斜，都只有一個接觸點（支點）。

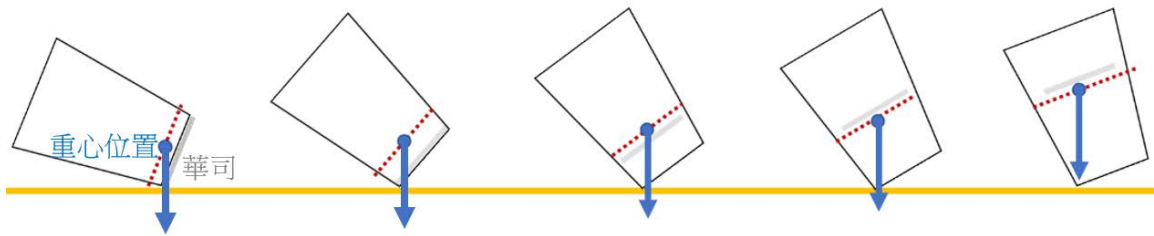
二、複合材質物體的重心對傾倒臨界角的影響（實驗二）

分別在容器內外不同高度黏一片華司，顯著的改變了整個容器的重心位置，如圖十七。

華司位置越低，杯子越不容易倒，在越大的傾斜角度下也可以自己復原站立，以 D 杯為例如圖十八。特別的是，在杯底和底下兩種差異很小的情形下，竟然對不倒翁的成敗有這麼大的影響。這也對應到我們前一步描繪重心位置所看到的差異。



圖十七：華司置於 D 杯不同位置所得之複合物體重心位置



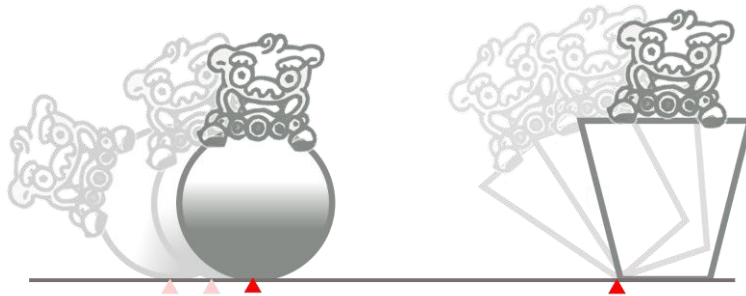
圖十八：不同重心位置與其傾倒的臨界角（以 D 杯為例）

三、球底、平底不倒翁的差異

不論什麼形狀的容器，在直立狀態下，重力都不會對其產生力矩，當我們對杯子施一個外力使杯子傾斜，施力會形成施力矩，而杯子本身會形成一個抗力矩，這個抗力矩由自身的重力形成。

一般的不倒翁是球底，傾斜的時候，接觸點（支點）會隨著滾動而改變位置，進而在每個瞬間，重力對支點產生的力矩便會不同，隨著不倒翁傾角的增大，重心作用線的偏移量也增大，抗力矩的大小也增大。

經過實驗二、三我們發現，重心越低，一樣可以讓平底不倒翁越穩定，但從側視角度來看，平底不倒翁傾倒時候支點並不會改變，仍然是底面跟側面的交點。兩者差異如圖十九。



圖十九：球底不倒翁與平底不倒翁的支點差異

因為支點不會改變，我們在分析上能更加方便的來討論不同傾斜角度，與球底不倒翁不同的地方在於，平底不倒翁的力矩，隨著不倒翁傾角的增大，重心作用線的偏移量反而是漸小的，如此抗力矩的也會變小，所以要成為一個成功的平底不倒翁，需要在完全躺倒的情況下，讓自身也能有一個抗力矩。

四、平底不倒翁的成功條件

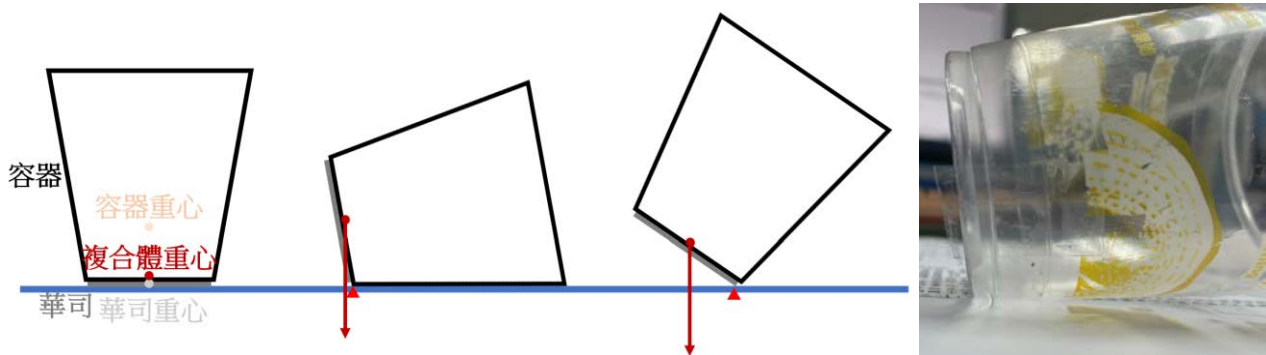
（一）容器形狀

我們使用生活中可得的容器中發現，不同平底容器的底部形狀略有差異，手搖杯側身與底部夾鈍角，寶特瓶卻是平底帶有圓弧的內縮。

經過實驗四，我們發現，有內縮的平底可以用更少重量的華司，使容器變成平底不倒翁。

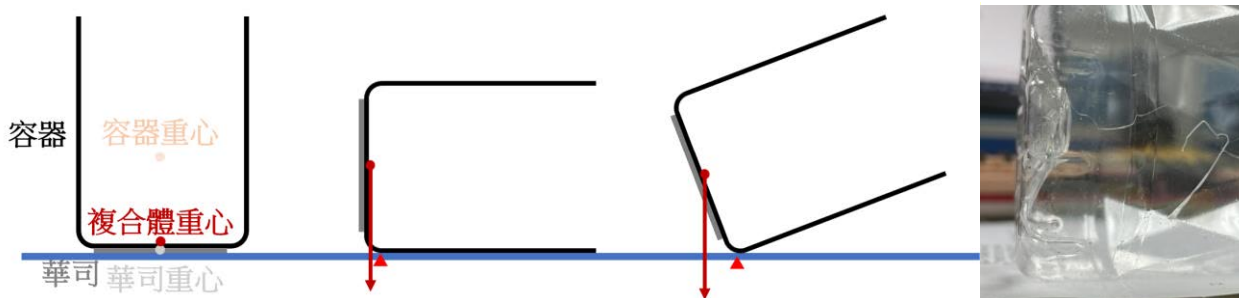
根據上述實驗與後續的推論分析，我們總結了成功的平底不倒翁需要的條件，容器形狀只要下面任何一個條件達成即可。

條件一：容器頂部開闊，底部較窄的梯形杯（如圖二十）。在完全被推倒的情況下，容器底部與桌面的夾角小於 90 度，底部黏附的華司會改變容器整體的重心，如果重心和瓶身分別在支點的兩側，重心在支點另一側產生力矩，力矩夠大就可以讓容器重新站立。



圖二十：成功的平底不倒翁（一）梯形杯

條件二：容器底部內縮，使底部與側身的交界是圓弧形（如圖廿一）。在完全被推倒的情況下，支點會是側身到圓弧的接點，如此，如同條件一，如果重心和瓶身分別在支點的兩側，重心在支點另一側產生力矩，力矩夠大就可以讓容器重新站立。



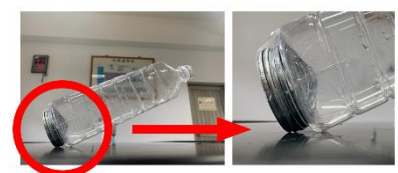
圖廿一：成功的平底不倒翁（二）圓弧內縮杯

從實驗四我們發現，條件二圓弧邊界的平底不倒翁比條件一擴口容器更加容易成功，我們認為是因為圓弧的弧形提供了可以變動的支點位置，而且圓弧滾動提供更大的慣性使其擺正。

（二）重物性質

在實驗中我們發現黏附在容器底下的重物，不只要重，還要能有效的改變容器重心，使杯子在完全傾倒時也能產生站立的力矩。

在實驗中失敗的寶特瓶裡，我們發現了支點轉換的情形，因華司疊加的厚度，讓寶特瓶在回復的過程中，產生了新的支點如圖廿二，使寶特瓶達到新的平衡而無法順利站回。



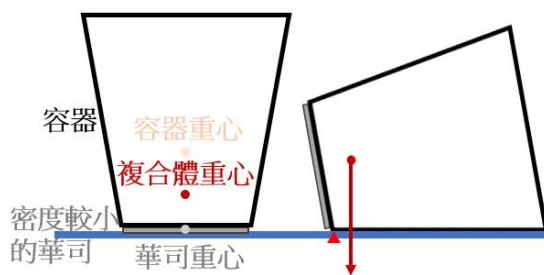
圖廿二：支點轉換，平衡了

在發現被轉換的支點後，我們回到最一開始黏附一個華司的失敗情形，藉由重心的意涵與槓桿原理，將問題分為以下幾種情形探討如何改善：

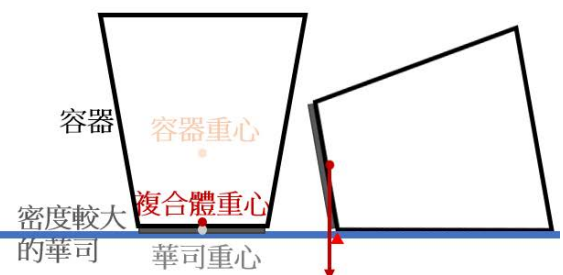
1. 原始問題：於容器底部黏一個華司，將容器本身的重心、華司的重心以及兩者黏合後的複合物重心所產生之力矩關係為

$$x_{\text{複}}W_{\text{複}} = x_{\text{容}}W_{\text{容}} + x_{\text{華}}W_{\text{華}}$$

但華司不夠重，當容器躺倒時，複合體重心作用線落在容器側身（如圖廿三），使得複合體無法順利站回。



圖廿三：失敗的平底不倒翁



圖廿四：成功的平底不倒翁

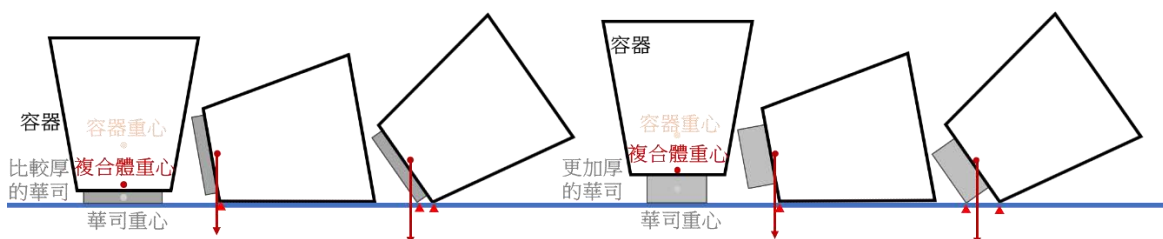
2. 華司密度增加：於容器底部改黏一個相同體積、密度更大、重量較重的華司， $x_{\text{華}}$ 不變，而 $W_{\text{華}}$ 變大，便會影響複合體的重量與重心位置

$$x_{\text{複}}W_{\text{複}} = x_{\text{容}}W_{\text{容}} + x_{\text{華}}W_{\text{華}}$$

使複合體的重心位置距離更靠近底部，當容器躺倒時，複合體重心作用線位於支點的左側（如圖廿四），根據實驗一之研究結果，容器會往左邊傾倒回復。

3. 華司厚度增加：於容器底部改黏一個相同重量，但厚度較厚的華司，使重心位置也距離底部較近，當容器躺倒時，複合體重心作用線位於支點的左側（如圖廿五），容器會往左邊傾倒回復，而因華司的厚度使得在回復的過程中產生了第二個支點，但重力作用線在兩支點的左側，使複合體能繼續回復並順利站回。

但若厚度增厚，使傾斜時且重力作用線介於兩支點之間，複合體便無法順利站回。

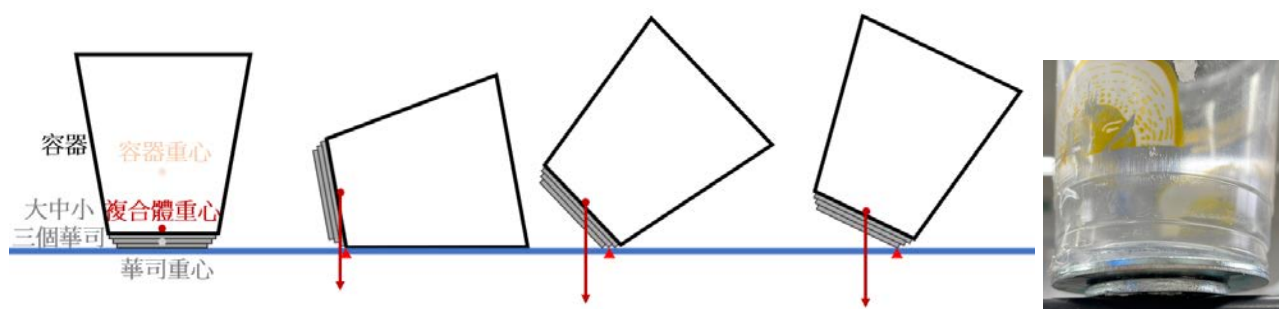


圖廿五：重物增厚可使整體重心往下偏

圖廿六：重物太厚會支點轉移無法站立



4. 華司底部內縮：疊不同大小的華司如圖廿七，使重物底部內縮，此方法既可以使重物加厚增重，支點轉換後也能繼續產生力矩，使容器恢復直立。



圖廿七：杯子底部疊大到小的華司，使重物底部內縮

綜上所述，我們可以透過選擇適當的容器形狀、增加附加物密度或厚度，使重心位置更靠近底部，並讓容器在回復的過程中，即使產生了新的支點，也有足夠的力矩讓容器站回，成為一個平底不倒翁。

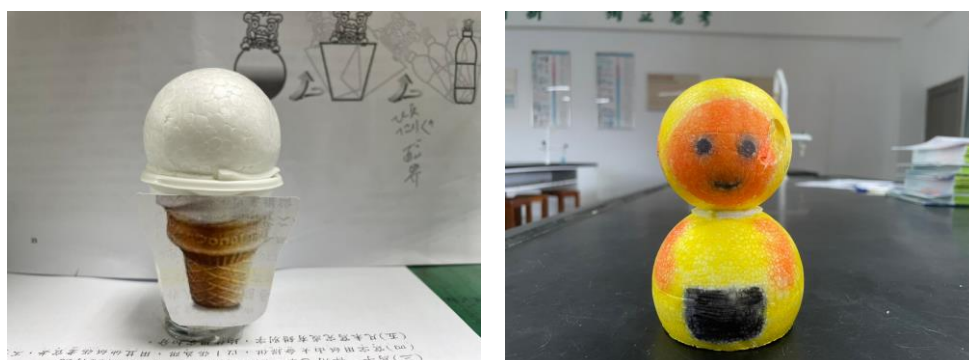
六、延伸出趣味性

平底不倒翁比一般不倒翁更好玩的是，用塑膠免洗杯改造的平底不倒翁，耐得住拋、丟、摔等動作，讓我們覺得非常舒壓！看到它如圖廿八那般幾經波折，努力站穩腳跟的模樣，也激勵了我們！



圖廿八：翻滾多圖

此外，平底不倒翁也能美化成更加可愛的玩具（如圖廿九），如偽裝成冰淇淋與猴子的不倒翁，方便收納。



圖廿九：自製平底不倒翁玩具

七、設計及探討平底不倒翁在生活的應用

從上述的探究中我們知道重心的重要，生活中應用到重心的地方也非常多，比如車子裝載貨物的時候要重的東西要先放車箱底部，輕的放上面，這樣保證貨物的重心最低，行駛過程中不至於翻覆，才能保障安全。所以在裝載的時候我們要把密度大的裝載在車廂最低的位置，這樣就能使貨物整體上重心最低。

透過平底不倒翁的想法，我們觀察生活中萬事萬物，尋找可以再更優化的設計。

（一）交通安全防撞桿、交通錐改良

1.動機：

每天放學回家的時候，都會看到學校附近、路邊有便利商店的馬路上，為了防止對向車逆向過來路邊停便利商店，政府或民間會加裝黃色的防撞桿（分隔桿），它是用螺絲固定在路面上，本身有一些彈性，當被擦撞的時候可以復原，但是我們仍然常常能看到這個防撞桿，被太大的力量被撞壞的模樣，而每次都是折歪、折斷了好幾天才有人來更換，如果沒有換的話就會橫倒在路邊，對於行車安全也有不好的影響。我們想，如果利用今天研究的平底不倒翁，是不是可以改良防撞桿與交通錐呢？



圖三十：被撞歪的分隔桿、交通錐

2.構想：平常不會晃動，但是被撞倒的時候會自行復原。

3.實作：

為了在現實的條件下實現我們的設計，我們選用大瓶 6L 的寶特瓶當做平底不倒翁，借學校的鐵餅來提供底盤的重量，使重心落在低處，為抗力矩盡可能提供最大的潛能。

實際借來鐵餅之後發現鐵餅的直徑大於大寶特瓶，黏上去之後雖然下盤穩固，但是無法成為不倒翁。於是我們找到底面積稍大一點的水桶，但是水桶的手把會影響到整體的平衡，手把接觸地面時形成另一個支點，便無法每次都成功。

第三次我們找到一個底面積比鐵餅大的垃圾桶，鐵餅的底面接近平面，黏在垃圾桶底部也能讓垃圾桶立在地上不易晃動，而當傾倒時，鐵餅會產生一個大的恢復力矩，使垃圾桶回到直立的狀態，這符合我們構想中防撞桿目標。

4.實體施作成品並進行測試，試過的物品如圖卅一。



圖卅一：測試改良不倒翁分隔桿

我們請老師開車來模擬擦撞的情形，錄影製作連續動圖（圖卅二）：



圖卅二：以垃圾桶改裝之不倒翁分隔桿

5.討論可行性、方便性、經濟性、推廣性及綜合評價。

最成功的一次是使用垃圾桶，底部固定兩顆鐵餅，形成一個平底不倒翁，測試階段，矗立在地上是很穩固的，然後我們（老師）開車撞擊測試，可以看到在輕微撞擊下，它很方便，並且倒下之後會自己立回來。

（二）不倒翁飯匙、湯勺、叉子

- 1.動機：嬰幼兒學習拿餐具吃東西的時候，常常會掉到地板或桌面，需要頻繁更換、清洗，造成家長的諸多不便。
- 2.構想：當嬰幼兒不小心或故意掉餐具時，手握處運用平底不倒翁的概念立好，避免接觸髒污。
- 3.實作：

雖然掌握了平底不倒翁的秘訣，但我們仍然嘗試非常多次，因為考慮到餐具不只要能自己站立，還需要符合人體工學，所以排除了幾個不好握的作法，最終我們公認最合適的做法是在餐具尾端增加一半球型的重物（如圖卅三），經過適當的配重，握著餐具時並不會感到負擔，當碰掉的時候也會自行站立。



圖卅三：不倒餐具與孩童使用情形

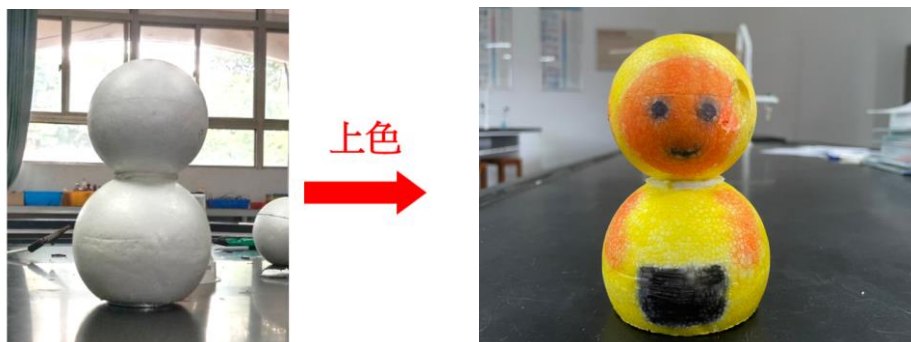
(三) 大公仔改良

- 1.動機：今年 5 月底一則新聞轟動國際，香港一名 5 歲男童在玩具店不慎撞倒要價新台幣近 20 萬元、高 1.8 公尺的天線寶寶公仔，導致公仔頭部斷裂，此事件經過一番波折後雖然是店家認賠，但相信還是帶給當事人極大的陰影。



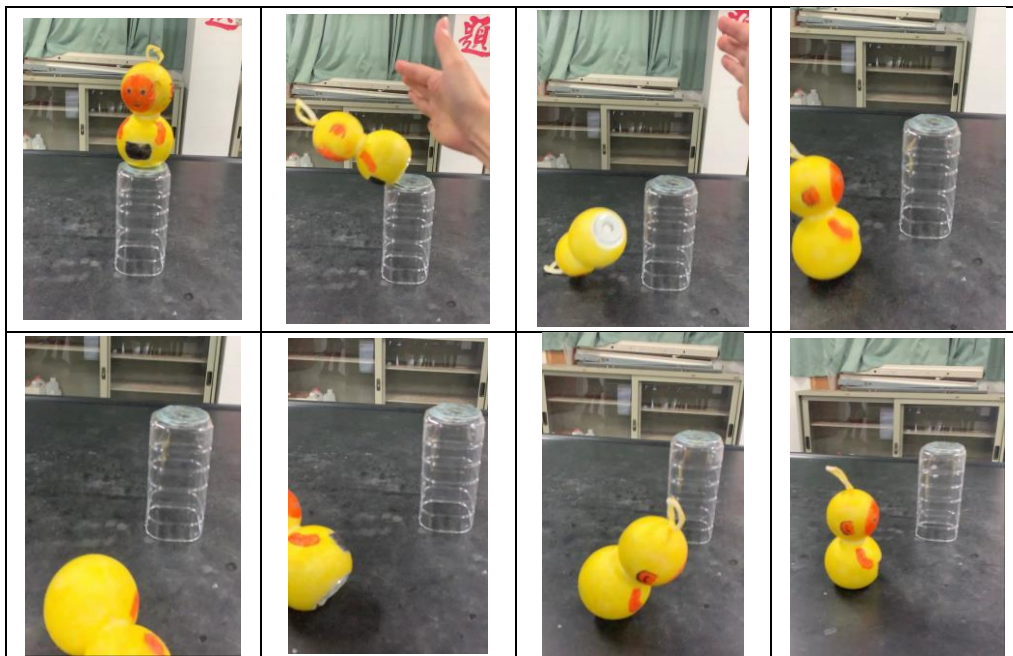
圖卅四：傾倒斷裂的天線寶寶（來源：mustsharenews 網站截圖）

- 2.構想：運用平底不倒翁的概念，撞倒的時候不會碎裂，還可以自己回復原位。
- 3.實作：在公仔的材質上我們選擇輕盈又不會破裂的保麗龍球，組合之後底部削平，黏上華司，經過幾次修正之後成為一個不倒翁。



圖卅五：自製天線寶寶公仔

接著我們將不倒翁放置在高處並施加外力，觀察其落地與復原情形，錄影製作連續動圖：



圖卅六：自製的天線寶寶公仔碰倒後會自行恢復

我們的自製不倒翁由高處跌落後並無損壞，且能順利站回。

(四) 直立式電扇／電暖器底座改良

1. 動機：家裡的電風扇或電暖氣有時候會被我們撞倒，如果正在運轉然後又轉向吹的話，會有安全疑慮。
2. 構想：運用平底不倒翁的概念，撞倒的時候可以自己回復原位。
3. 未能實做成品的原因：電器本身已具相當重量，如果在底部增加倍數之重，恐怕不利於移動與收納。若能將電風扇馬達位置改至電扇底座的位置，有實現不倒電扇的可能，但因受限於技術、材料等層面，我們暫時無法做到。

伍、結論

這個研究雖然不艱澀，但過程中發現許多平常沒想過的事情。不倒翁雖是小玩具，裡面卻有大學問，我們研究之後發現推而廣之還有大智慧！我們得到幾件收穫，以及本研究獨到的發現如下：

- 一、 平底不倒翁與球底不倒翁最大的差異在於平底不倒翁在傾斜時，支點不會隨著杯身傾斜而改變，因此要成為一個成功的平底不倒翁，需要在容器躺倒時，自身也能有抗力矩。
- 二、 影響平底不倒翁成功與否的關鍵因素為重心的位置以及容器形狀有關，我們認為如下：

1. 重心的位置與附加物重量、位置等息息相關，附加物重量越重（同體積下密度越大）、位置越低，重心位置也越低，較能夠成為平底不倒翁。
 2. 容器上緣大於下緣，重心接近容器底部，這樣在完全傾倒時底面積與桌面小於90度，也可以產生力矩。
 3. 容器底部內縮，如寶特瓶底部內縮呈圓弧交界，較能夠成為平底不倒翁，因其存在像球底不倒翁傾倒時改變支點位置的特性，更容易成功。
- 三、附加重物的厚度與密度會影響整體重心的位置，而因華司的厚度，我們發現支點轉換的情形，而透過改變華司厚度、重量以及容器底部與杯身交界的樣態，能夠將失敗的平底不倒翁變成功！
- 四、平底不倒翁的概念可應用在改良交通錐、安全防撞桿、兒童餐具、直立式電風扇、電暖器等。

陸、參考資料及其他

1. 趙翼（約 1790）陔餘叢考。中國江蘇陽湖。
2. Paul g. hewitt（2018）。觀念物理 2：轉動力學·萬有引力（蔡坤憲譯）。天下文化。
3. 謝爾昌（2002）。重心。力學名詞辭典。俊傑書局。
4. 何定梁（2004）。生活的物理。上海遠東出版社。
5. 新社策略聯盟到校服務--12 課綱之探究教學。台中市國民教育輔導團。<http://sci-s.guidance.tc.edu.tw/2020/03/1090304.html>
6. 教育部（2021）重心。教育部重編國語辭典修訂本。<https://dict.revised.moe.edu.tw/index.jsp>
7. 重心。百科知識中文網。
<https://www.easyatm.com.tw/wiki/%E9%87%8D%E5%BF%83%5B%E7%89%A9%E7%90%86%E5%AD%B8%E8%A1%93%E8%AA%9E%5D>
8. 林育樺（2008）追尋不倒翁的秘密——重心的探討。中學生網站。
<https://www.shs.edu.tw/works/essay/2009/03/2009033117322373.pdf>
9. 吳亦凌、關蕙芯（2002）。水中的不倒翁-水芙蓉。臺灣網路科教館。
<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?a=6821&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=1&sid=686>
10. 林佑凌、陳思翰（2010）。池塘裡的不倒翁。臺灣網路科教館。
<https://www.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=&a=0&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=285&sid=5738>

11. 劉貞君、蕭敏秀（2015）。跳豆－重心的探討。中學生網站。
<https://www.shs.edu.tw/works/essay/2015/11/2015111809082337.pdf>
12. 王盛禾、李羿綦、邱浩維、楊君儀（2015）。聽話的不倒娃娃-重力平衡的探究。新北市中小學科學展覽資源網。
<https://science.ntpc.edu.tw/pro/Cms/PlayerX.aspx?id=3DC3DTTDQ66T844H6HBWCBRC3Q4T64884H683CCRD236Q8R68Q4J6H33QDR338QQR3>
13. 文智遠、方理、鍾尚哲（2013）。不倒的旋律－音樂不倒翁。中學生網站。
<https://www.shs.edu.tw/works/essay/2013/11/2013111715330569.pdf>
14. 男童撞倒天線寶寶成國際熱門新聞（2022年5月25日）。聯合新聞網。
<https://udn.com/news/story/120672/6338451>

【評語】 030101

1. 研究主題：不倒翁相關研究雖非新穎探究題材，但將不倒翁問題系統化探討，為探究實作好題材，值得鼓勵。
2. 創意、學術或實用價值：本作品自製平底不倒翁及伸探討日常生活傾倒應用，應用事例可行，但缺少新穎應用結論，建議可思考更新穎創新實作應用。
3. 科學方法之適切性內容完整性與可延伸性：本作品設計成數項次研究子題，能以系統化操控變因條件從事實驗探討，並繪圖說明不倒翁物理，其科學方法適切，惟未能將觀察現象以數據深入定量化分析，建議應以數據製圖並分析趨勢與探討歸納結果。

作品簡報

拋丟推我都不怕，我是
平底不倒翁

國中組 物理科

研究動機



雞蛋不倒翁

→ 易碎 & 會亂跑



飲料杯、寶特瓶
→ 平底不倒翁？

研究架構

拋丟推我都不怕，我是
平底不倒翁

不同容器

複合材質容器

1. 利用懸掛法找出重心位置
2. 容器不同角度的傾倒情形
3. 容器不同底部的傾倒情形
4. 槓桿原理分析
5. 生活應用與研發

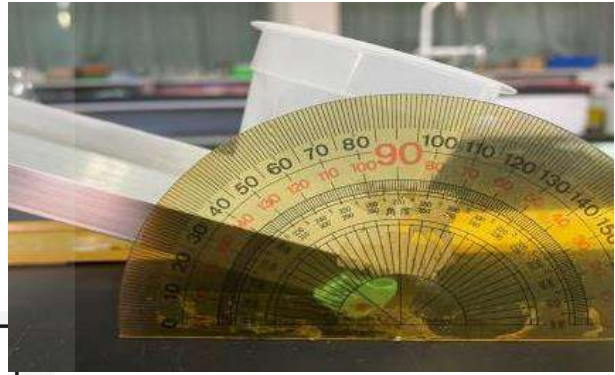
研究目的

- (一) 了解不倒翁的物理原理及相關概念。
- (二) 研究用免洗杯製作平底不倒翁的可能性。
- (三) 探討各種變因下，平底不倒翁的力矩分析。
- (四) 收集市面上各種免洗杯，嘗試製作平底不倒翁。
- (五) 將平底不倒翁運用在生活中。

研究流程



拋丟推我都不怕，我是
平底不倒翁



探究階段一

【調查】
以懸吊法測量待測容器的重心位置

【實驗一】
容器在傾斜幾度的狀態可以自己恢復原位？

探究階段二

【調查】
以懸吊法測量待測複合材質容器的重心位置

【實驗二】
不同重心位置的容器傾斜的臨界角。

探究階段三

【分析】
透過重心內涵與槓桿原理，找出成功的平底不倒翁的秘訣。

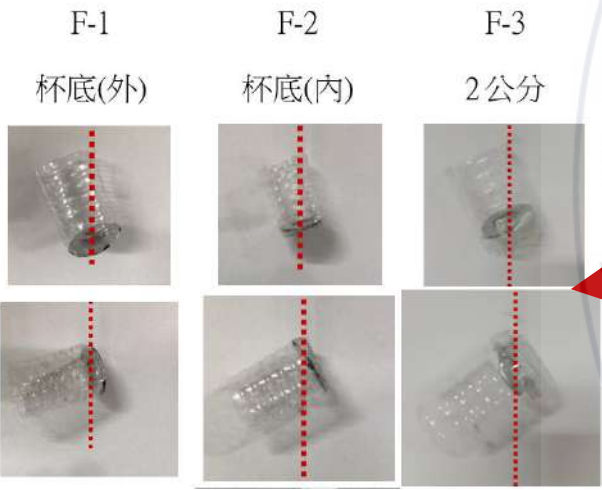
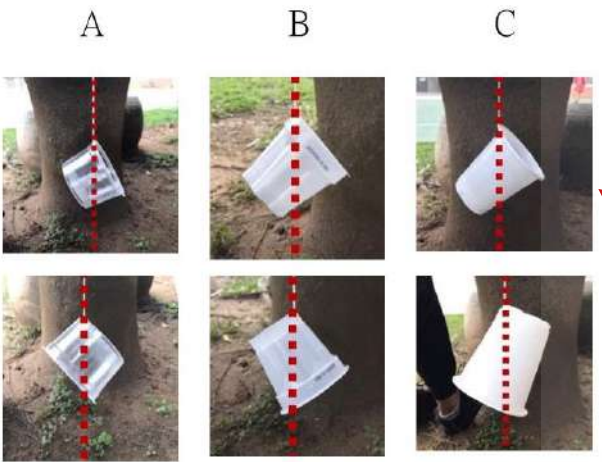
【實驗三】
容器底部附加多少華司可成為平底不倒翁？

探究階段三

【製作】
底面與側壁不同夾角情形的容器
如：直角、圓弧、外凸等

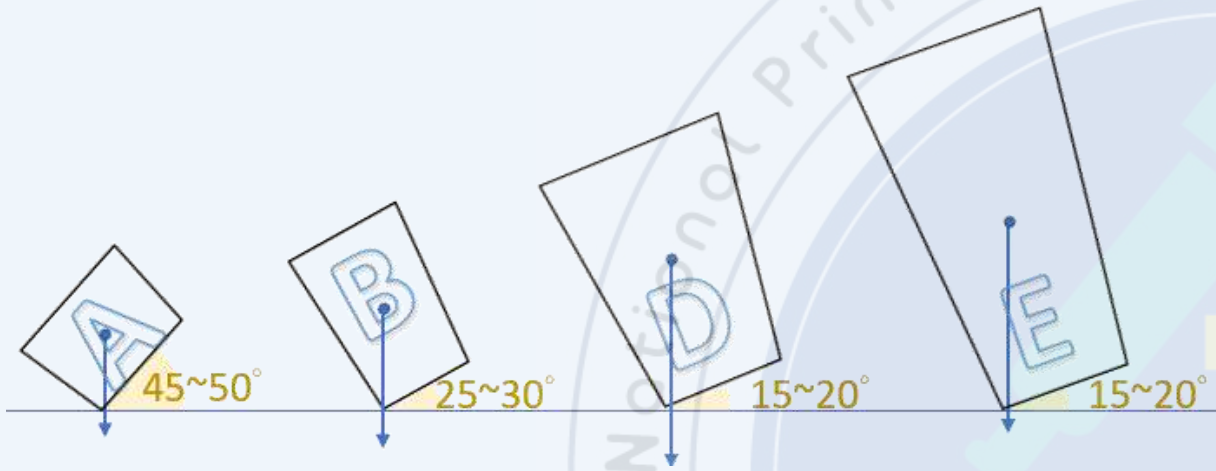
【實驗四】
容器底部不同內縮情形對平底不倒翁的影響

【應用】 設計及探討如何用平底不倒翁改善生活。



研究結果 1

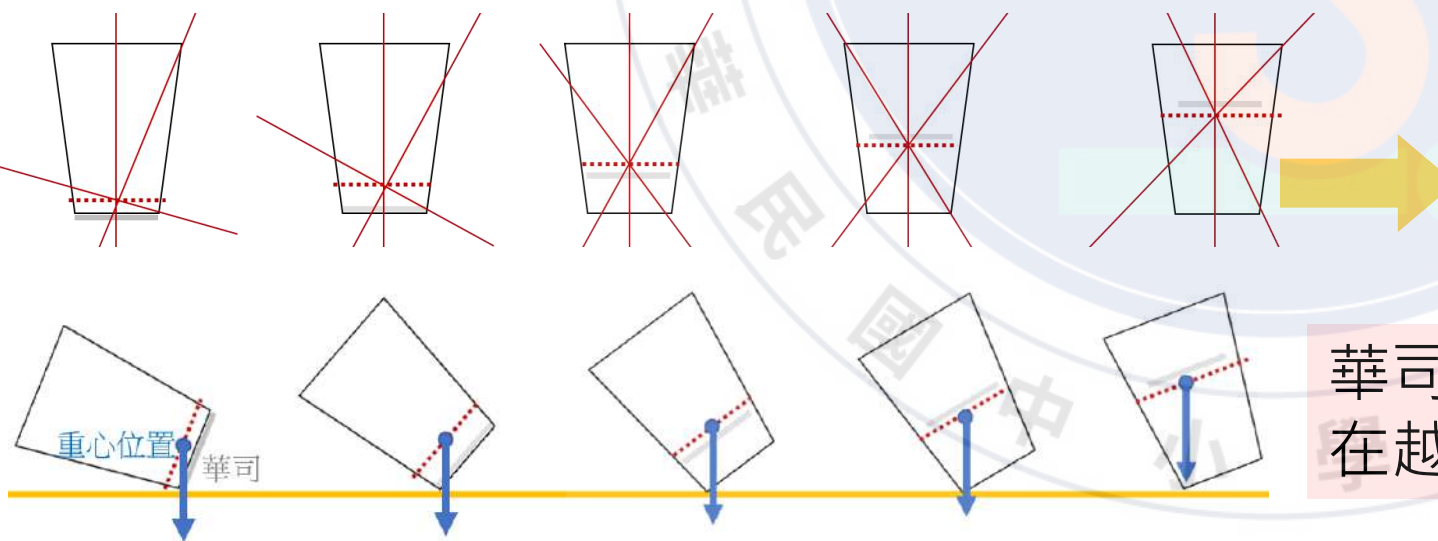
空杯傾倒的臨界角度分析（實驗一）



- 重心鉛垂線落在容器底部的範圍內，產生的力矩就能使自己恢復站立
- 重心鉛垂線與底部超出底面積之範圍時，物體就會傾倒

研究結果 2

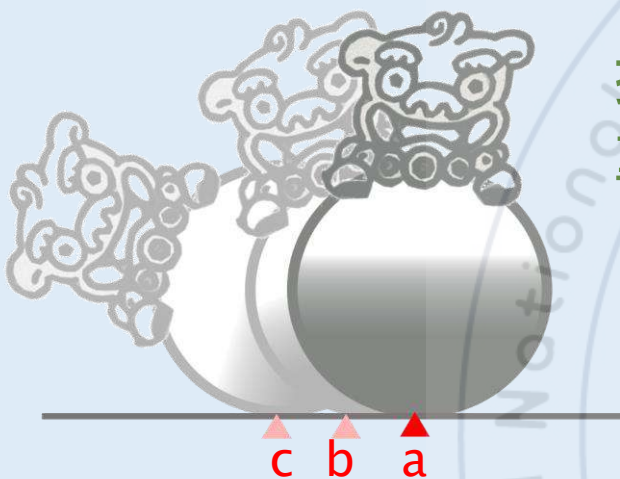
複合材質物體的重心對傾倒臨界角的影響（實驗二）



在容器內外不同高度黏一片華司，顯著的改變整個容器的重心位置

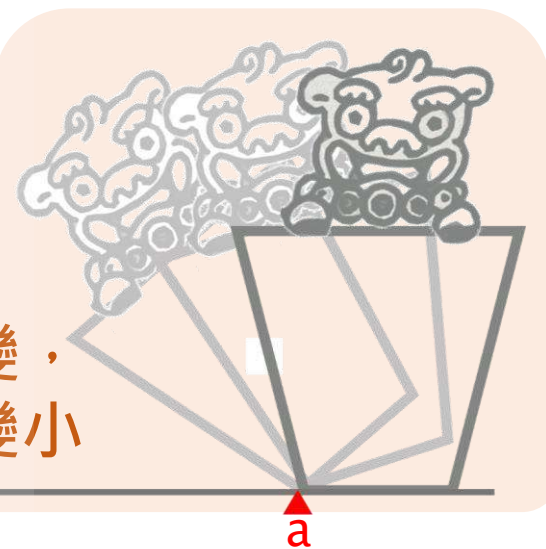
華司位置越低，杯子越不容易倒，在越大的傾斜角度下也可以自己復原站立

研究結果 3 球底、平底不倒翁的差異



接觸點（支點）會隨著滾動而改變位置，
重力對支點產生的力矩也隨之改變

平底不倒翁傾倒時，支點並不會改變，
隨著不倒翁傾角的增大，抗力矩會變小



平底不倒翁的力矩：

- 不倒翁傾角的增大
- 重心作用線的偏移量漸小
- 抗力矩的也會變小

要成為一個成功的平底不倒翁
需要在完全躺倒的情況下
自身也能有一個抗力矩

研究結果 4 平底不倒翁的成功條件

(一) 容器形狀

梯形杯：容器頂部開闊，底部較窄

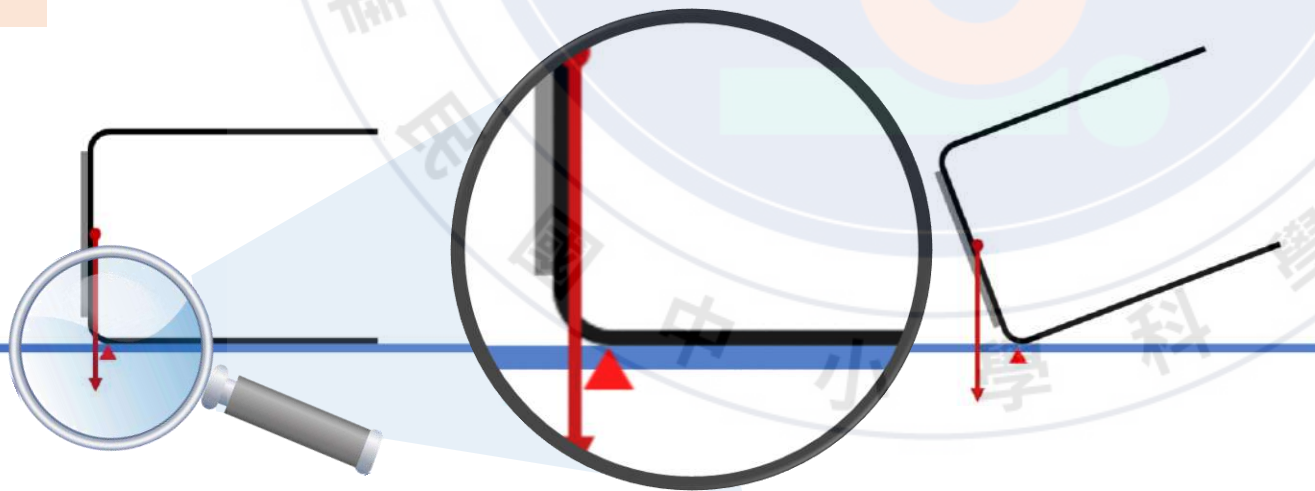


當重心和瓶身分別在支點的兩側

→重心在支點另一側產生力矩

→容器重新站立

底部內縮：底部與瓶身的交界呈弧形



圓弧的弧形

提供可以變動的支點位置 & 有更大的慣性使其擺正

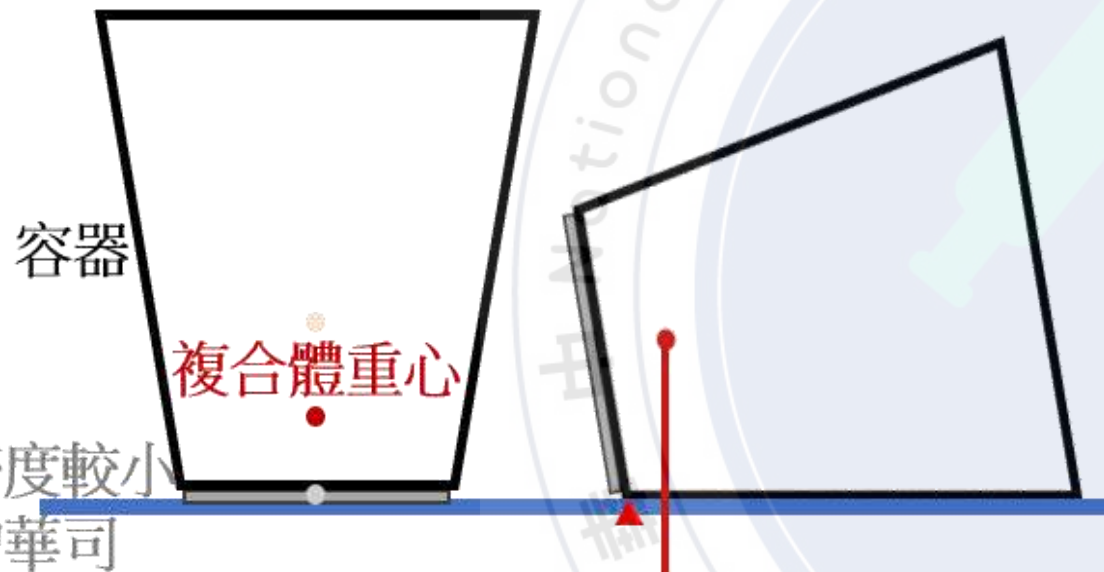
研究結果 5

平底不倒翁的成功條件

(二) 重物性質

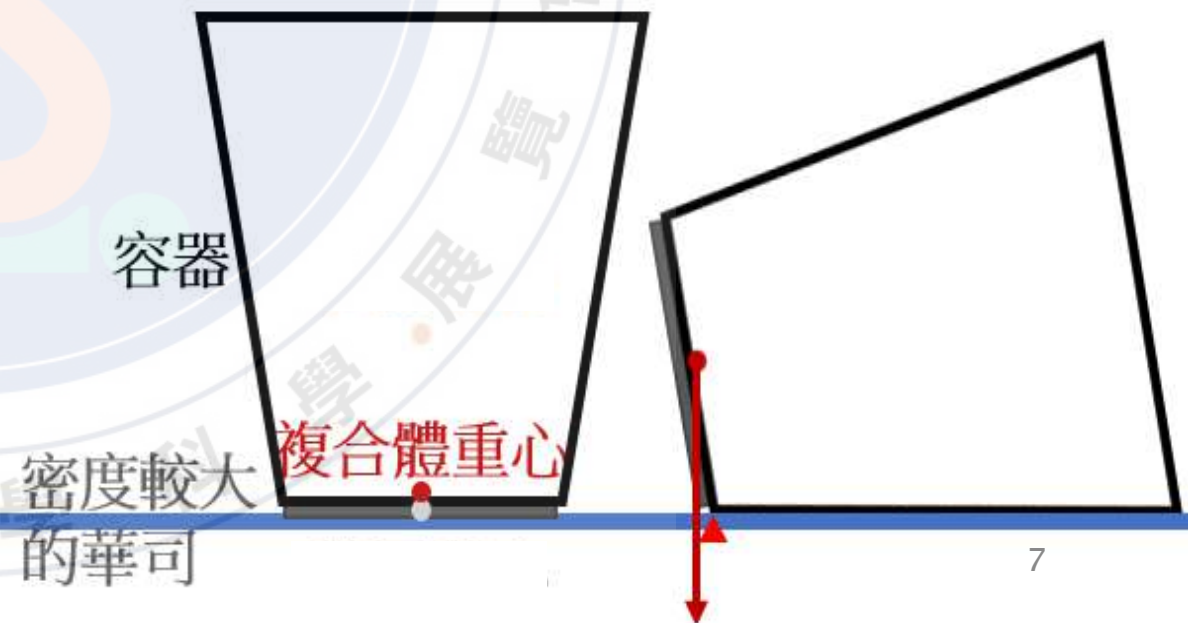
原始問題

華司不夠重，重心作用線落在容器側身



華司密度增加

華司密度增加，重心作用線落在左側

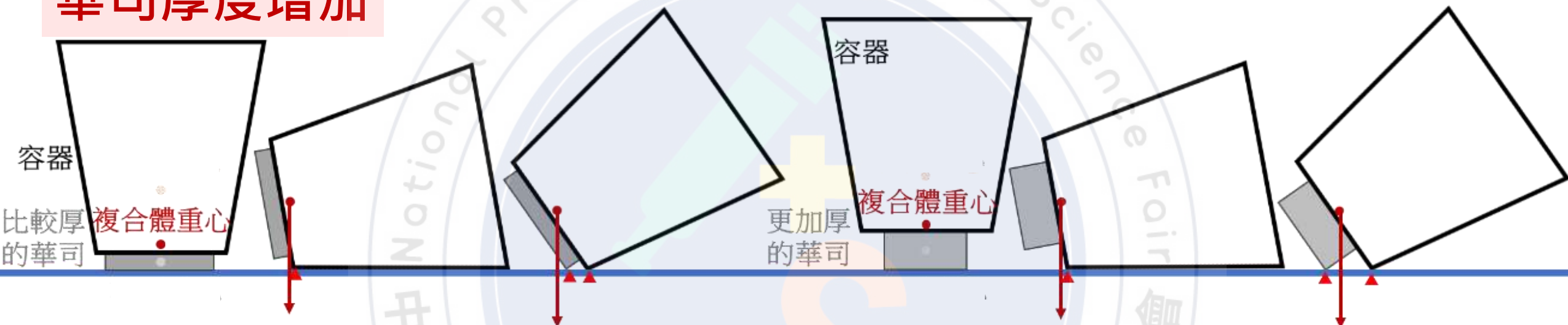


研究結果 5

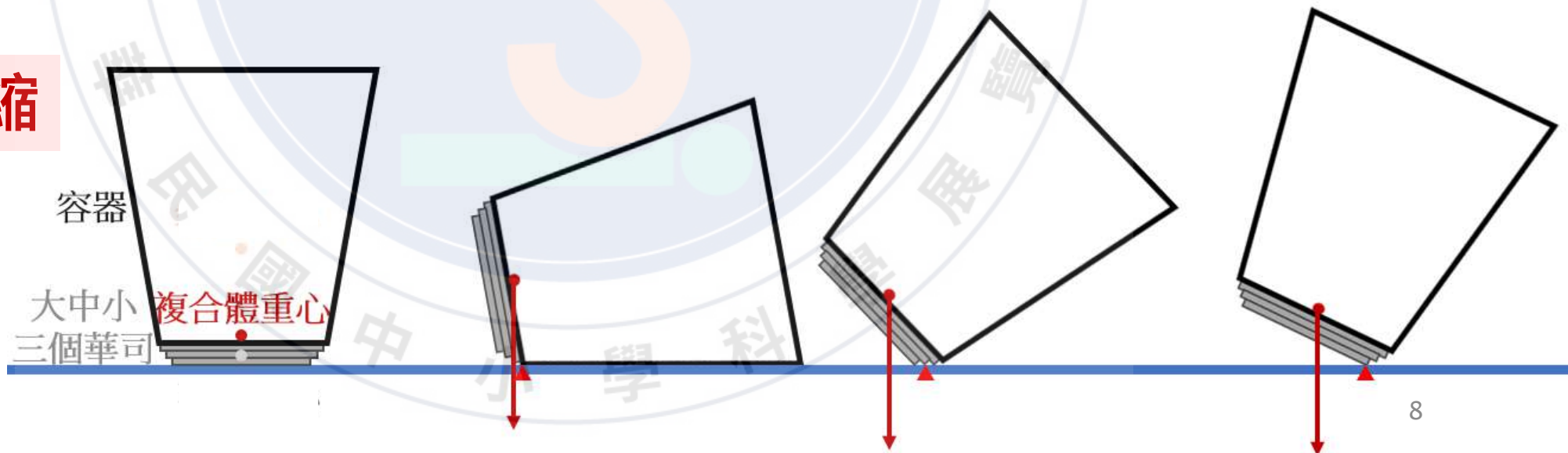
平底不倒翁的成功條件

(二) 重物性質

華司厚度增加



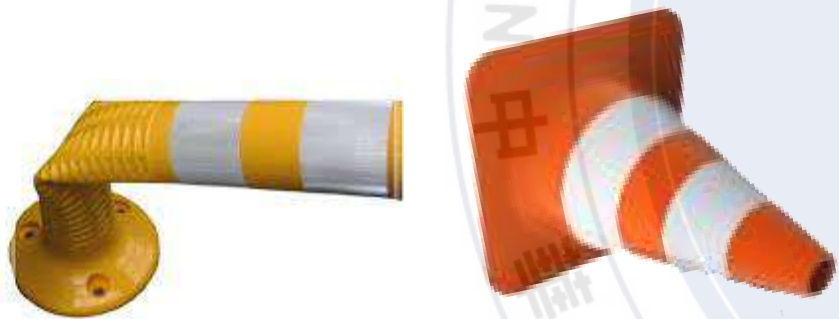
華司底部內縮



研究結果 6 延伸與應用

(一) 交通安全防撞桿、交通錐改良

動機：被撞歪與撞倒的防撞桿交通錐，橫倒路邊容易造成危險



構想：平常不會晃動，但是被撞倒的時候會自行復原

實作



6L寶特瓶



水桶



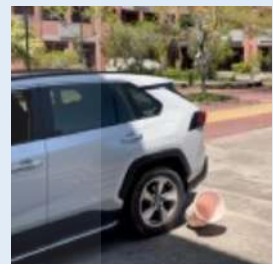
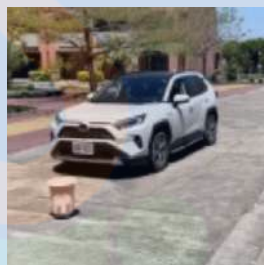
垃圾桶



失敗！

成功！

模擬



研究結果6

延伸與應用

(三) 大公仔改良

動機：香港新聞

(二) 不倒翁飯匙、湯勺、叉子

實作



構想：嬰幼兒不小心或故意掉餐具時，手握處運用平底不倒翁的概念立好，避免接觸髒污。



改良



(四) 直立式電扇 / 電暖器底座改良

動機：家用電風扇或電暖氣被撞倒，有安全疑慮

構想：撞倒後能自行恢復，避免危險

實作：受限於技術、材料等層面，我們暫時無法做到

結論

一、成功的平底不倒翁需要在容器躺倒時，自身也能有足夠的抗力矩

二、平底不倒翁成功的關鍵因素：

1. 附加物重量越重（同體積下密度越大）、位置越低→重心位置越低

2. 容器上緣大於下緣，重心接近容器底部，在完全傾倒時也可以產生力矩

3. 容器底部內縮，因其存在像球底不倒翁傾倒時改變支點位置的特性

三、透過改變華司厚度、重量以及容器底部與杯身交界的樣態，能夠將失敗的平底不倒翁變成功！

四、平底不倒翁的概念可應用在改良交通錐、安全防撞桿、兒童餐具、直立式電風扇、電暖器等。

參考資料

1. 趙翼 (約1790) 陔餘叢考。中國江蘇陽湖。
2. Paul g. hewitt (2018) 。觀念物理2：轉動力學·萬有引力 (蔡坤憲譯) 。天下文化。
3. 謝爾昌 (2002) 。重心。力學名詞辭典。俊傑書局。
4. 何定梁 (2004) 。生活的物理。上海遠東出版社。
5. 新社策略聯盟到校服務--12課綱之探究教學。台中市國民教育輔導團。 <http://sci-s.guidance.tc.edu.tw/2020/03/1090304.html>
6. 教育部 (2021) 重心。教育部重編國語辭典修訂本。 <https://dict.revised.moe.edu.tw/index.jsp>
7. 重心。百科知識中文網。
<https://www.easyatm.com.tw/wiki/%E9%87%8D%E5%BF%83%5B%E7%89%A9%E7%90%86%E5%AD%B8%E8%A1%93%E8%AA%9E%5D>
8. 林育樺 (2008) 追尋不倒翁的秘密——重心的探討。中學生網站。
<https://www.shs.edu.tw/works/essay/2009/03/2009033117322373.pdf>
9. 劉貞君、蕭敏秀 (2015) 。跳豆 - 重心的探討。中學生網站。
<https://www.shs.edu.tw/works/essay/2015/11/2015111809082337.pdf>
10. 男童撞倒天線寶寶成國際熱門新聞 (2022年5月25日) 。聯合新聞網。 <https://udn.com/news/story/120672/6338451>