

中華民國第 60 屆中小學科學展覽會
作品說明書

國中組 物理科

第三名

030112

翩翩起舞—旋翼球體在流體中旋轉、浮升、擺盪的現象研究

學校名稱：新北市立重慶國民中學

作者： 國二 陳 頤 國一 陳聖翔	指導老師： 梁展榕
-------------------------	--------------

關鍵詞：渦流、角動量、旋翼

摘要：

本研究利用加裝塑膠翼片的保麗龍球，觀察球體在水中浮升的軌跡、升速和轉速，並比較相同球體在風洞中的表現異同。

在水中只要二翼球體升速和轉速比值(升轉比) ≤ 6.8 ，六翼球體 ≤ 8.04 ，便能垂直穩定浮升，以角動量穩定球體尾流產生的振動。翼玄和翼展愈大，攻角愈小，都能有效降低升轉比。我們再複合水平旋翼和側翼，以側翼破壞維持穩定的角動量，使球體以螺旋軌跡浮升，增加上升時間、改變橫移幅度和轉速，並推導出柱狀螺旋方程式。

在風洞中，展玄增加及攻角減少，也同樣可以提高轉速維持穩定性。根據前述研究結果，我們設計(1)氣體流速計：可根據振幅，量測1.5m/s到4.0m/s的風力變化。(2)潛水員定速浮升器：調整旋翼攻角、展玄尺寸和浮球大小來控制升速。

壹、研究動機

暑假和家人一起到社區游泳池玩水，帶了幾個塑膠球丟來丟去，潛水時一不小心球從手中滑掉，我們發現球浮起來軌跡竟然會彎來彎去，不管大球小球，連試了幾次都一樣，永遠不是直的浮升，又試了幾個棒狀的充氣玩具，還是曲線上升。我們很好奇，如果浮體在水中的運動情形是這樣，那麼潛水艇在海中遇到緊急情況，需要快速垂直浮出水面時，船體會這樣晃動嗎？有什麼方法可以降低，或者消除這種像波一樣左右振動的情形呢？還有，空氣和水一樣都是流體，直升機或飛機在飛行的過程中，也有相同的情況嗎？一連串的問題浮現在腦海中，催促著我們快去解謎。

貳、研究目的

- 一、探討影響無翼球體在水中浮升的軌跡和速度的因素。
- 二、探討旋翼展玄尺寸，對球體旋轉浮升的軌跡、升速和轉速的影響。
- 三、探討旋翼數量、配置和攻角不同，對球體旋轉浮升的軌跡、升速和轉速的影響。
- 四、探討如何利用不同的翼片組合，讓球體在水中展現獨特的運動方式。
- 五、探討旋翼球體的實用價值。

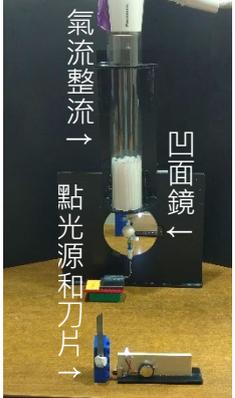
參、研究設備及器材

- 一、一般器材：直徑8公分的壓克力筒、保麗龍球、螺絲、螺帽、塑膠片、熱熔膠、美工刀、電焊槍、電子式游標卡尺、三角板、量角器，手機、相機。紅光雷射

頭、光敏電阻、Arduino電路板、浴缸、柱狀保麗龍和各種造型保麗龍球。

二、自製工具：保麗龍球挖洞器、紅光雷射測轉數器、風洞整流器、球體磁力固定底座、史林納攝影(Schlieren Photography)裝置、風場風力量測器。

三、電腦軟體：Photoshop、SigmaPlot、Tracker、Audacity、Arduino 和 Free Video To JPG Converter。

			
<p>旋翼球體</p>	<p>風洞振動觀察座</p>	<p>風速計</p>	<p>史林納攝影裝置示意(點光源、刀片和相機，應架在 2 倍焦距處)</p>

研究架構



肆、研究過程與方法

一、理論探討

(一)卡門渦街

卡門渦街是流體流經阻流體時，流體從阻流體兩側剝離，形成交替的渦流。這種交替的渦流，使阻流體兩側流體的瞬間速度不同，受到的瞬間壓力也不同，使阻流體發生振動。阻流體振動頻率與流體速度成正比，與阻流體的正面寬度成反比。卡門渦街頻率與流體速度和阻流體（旋渦發生體）寬度的關係如下：

$$f(\text{頻率}) = Sr(\text{斯特勞哈爾數, 約 } 0.2) \times V(\text{流體速度}) \div d(\text{阻流體迎面寬度})$$

1.水中渦流型態：我們在浴缸裡使用保麗龍圓柱測試，果然會形成左右不均的渦流，還有一些細小不易察覺的渦流，分布的距離很長。球體的渦流一樣有大有小，但數量更多更密集，且分布距離較短。[\(超連結：浴缸裡的渦街影片\)](#)

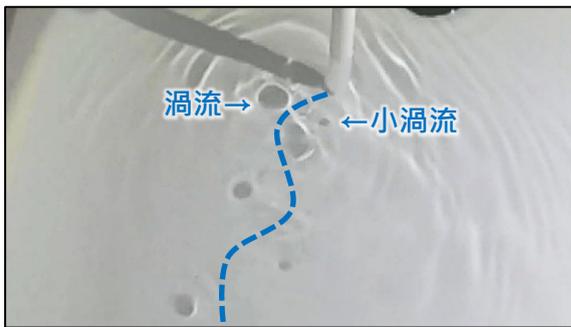
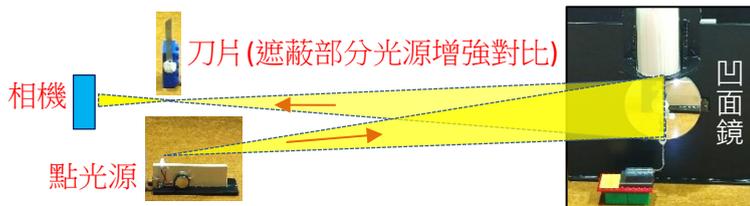


圖 A：圓柱體後方渦流型態



圖 B：球體後方渦流型態

2.氣流中渦流型態：我們將天文望遠鏡內的凹面鏡拆下，自製史林納攝影裝置(如下圖)



鏡前的氣流溫差會使光線折射，經由相機拍攝或錄影，使氣流變化可視覺化。我們拍攝球體後方的瞬時氣流，發現有大小不同的渦流型態出現，整體而言，相似於水中球體的渦流(圖 B)。[\(超連結：史林納渦流 10 倍慢速影片\)](#)

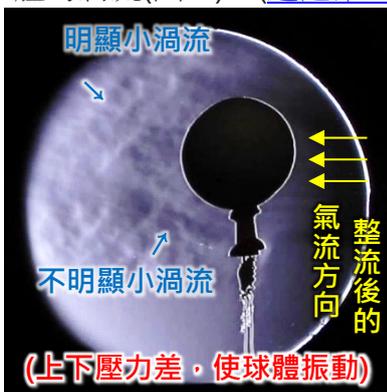


圖 C：第一種氣體渦流型態

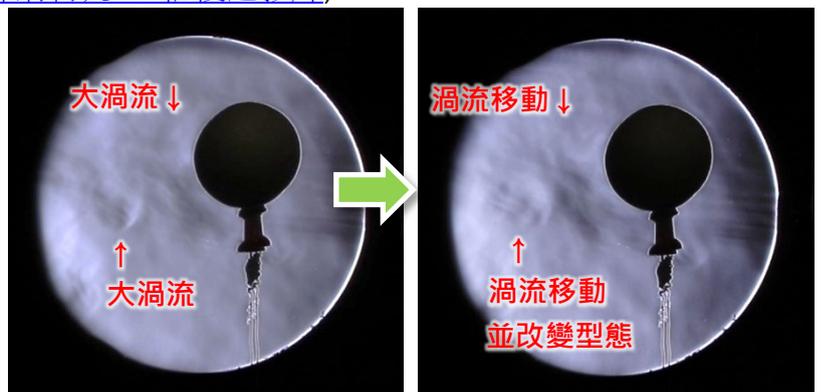
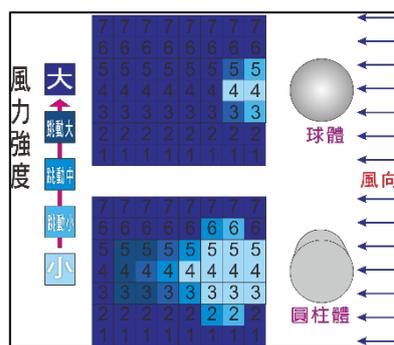
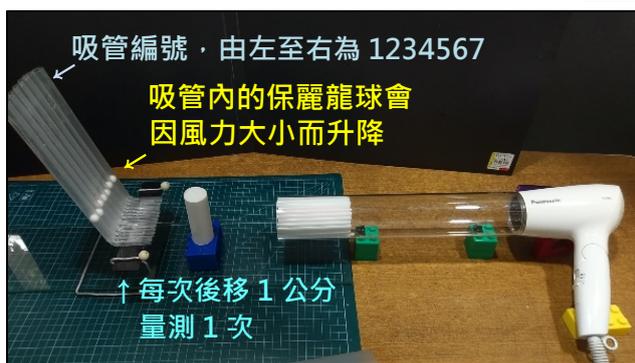


圖 D：第二種氣體渦流型態，連續變化

3.風場風力量測：我們利用珍奶和可彎式吸管，自製的風場風力測試器，量測圓柱後方的風力，顏色愈淺風力愈弱，變化如下圖(超連結：[風場量測過程](#))。



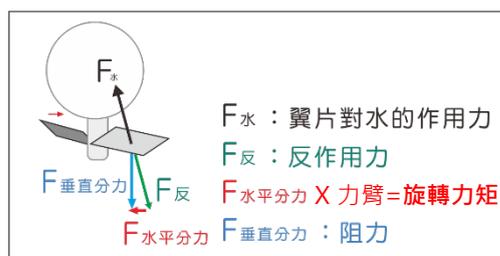
球體正後方：會出現長 2cm、寬各 3cm 弱風區(淺藍色部分)，強風和弱風的交界---3、5 號吸管內的小保麗龍球會輪流上下跳動，風力並不穩定，對照圖 C、D，此處是渦流產生的位置。

圓柱體後方：有較長且寬的弱風區，強風和弱風交界的 2、3 號吸管內保麗龍球，也會交替上下跳動。相似於水中圓柱體渦流分佈的區域(圖 A)，都比球體(圖 B)要長許多。

(二)牛頓第三運動定律：

當物體受外力作用時，物體必產生一反作用力於施力物體上，且兩作用力大小相等、方向相反，作用於同一直線上。

旋翼球體之所以會旋轉，主要是球體浮升時，反作用力產生「垂直分力」(阻力)和「水平分力」(旋轉力矩)，使球體速度變慢並轉動，如右圖。



(三)角動量

所有運動中的物體，都有「運動的慣性」，或者「動量」；動量是質量和速度的乘積，線性運動的可以稱為線動量。如果是滾動或轉動的物體，也會保持轉動下去，直到其他東西讓它停下來為止，可以用「角動量」來稱呼轉動物體的轉動慣性。

物體的角動量越大，則維持運動的傾向越大，也就是越不容易改變其轉動的狀態。我們可以用物體質量、轉動半徑還有轉速來加以描述，方向則以右手定則判斷：四指為物體旋轉方向，大拇指則為角動量方向，如右圖。

角動量=轉動慣量×轉動速度，相關定義如下：

$$L = I \times \omega = r \times p = r \times (m \times v) \rightarrow (p = m \times v)$$

r = 轉距, p = 動量, I = 轉動慣量

ω = 角速, m = 質量, v = 速度

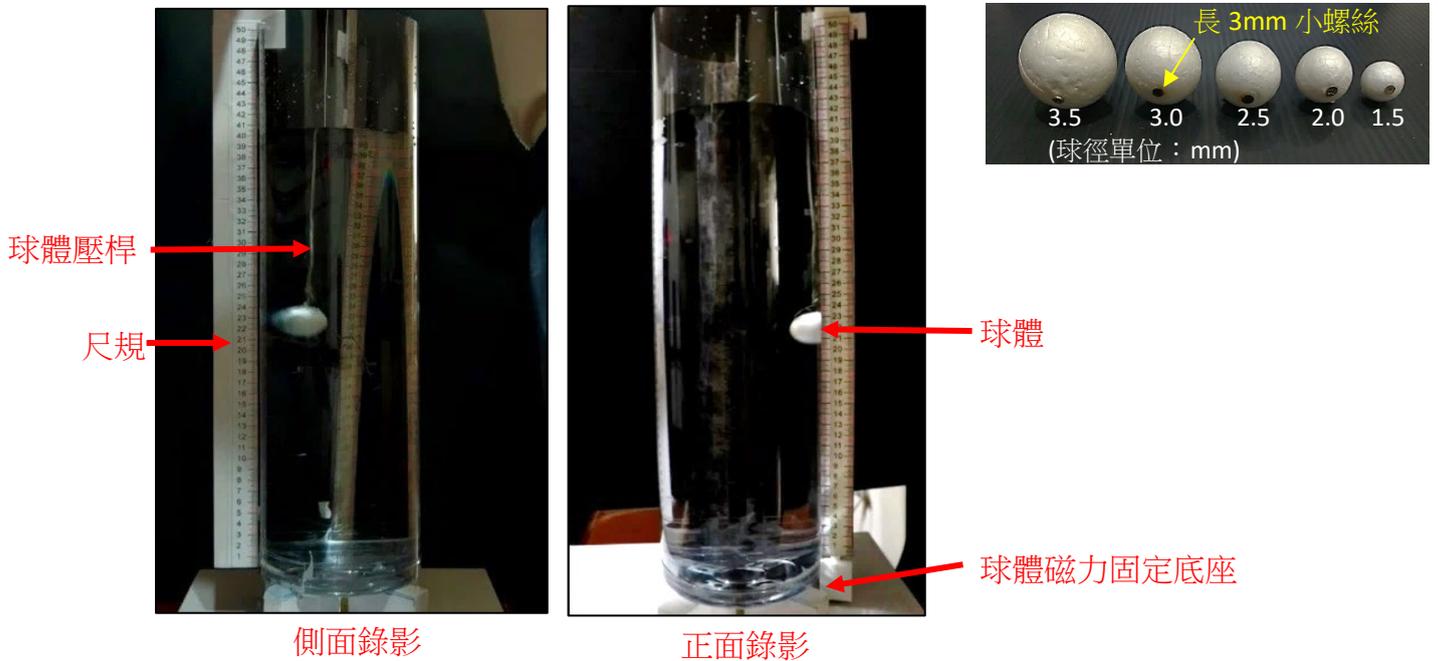


因此，我們實驗的旋翼球體，只要轉動起來，便能產生轉動慣性--角動量。但翼片的質量很小，對不同球體的轉動慣量影響不大，因此計算角動量 $L = I \times \omega$ 時，僅以角速：rev/s 進行比較，轉速愈快則角動量愈大。

二、研究方法

(一)、球徑不同，對浮升速度和軌跡是否有影響？

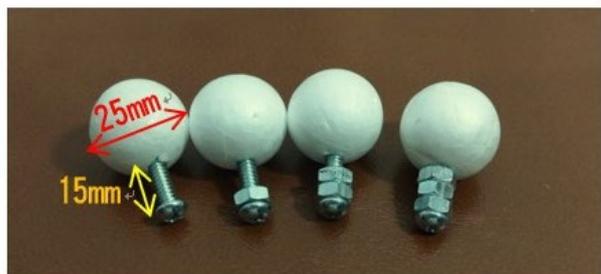
- 1.器材：使用木心板、強力磁鐵、PVC塑膠板、直徑14cmPVC塑膠筒、鐵線和迴紋針等材料，製作球磁力固定座、尺規、保麗龍挖洞器和球體壓桿。
- 2.水量：在高50公分的PVC塑膠筒中，倒入適量的水，使球體能浮升40公分的水位高度。
- 3.定位：將直徑1.5mm、2.0mm、2.5mm、3.0mm和3.5mm的保麗龍球，以壓桿壓入筒底。
- 4.記錄：使用雙機錄影，錄製正面和側面的浮升過程([超連結：無翼球體3.5cm浮升軌跡](#))，錄影後將影片匯入
 - (1)威力導演16中，計算浮升40公分所需時間，共5次求平均值。再以
 - (2)Free Video To JPG Converter軟體，將影片分解成單張照片。匯入
 - (3)Photoshop中合成浮升軌跡。



- 5.分析：以Excel分析數據，求得翼玄寬度與轉速的迴歸方程式。

(二)、配重不同，對浮升速度和軌跡是否有影響？

- 1.器材：同實驗(一)
- 2.水量：在直徑8公分的壓克力筒中，倒入適量的水，使球體能浮升40公分的水位高度。
- 3.定位：將0帽、1螺帽、2螺帽和3螺帽共4種不同配重的螺絲，鎖入球徑25mm保麗龍球底部，突出球體15mm，以壓桿壓入筒底。



4.記錄：錄製正面浮升過程，錄影後將影片匯入

(1)威力導演16中，計算浮升40公分所需時間，共5次求平均值。再以

(2)Free Video To JPG Converter軟體，將影片分解成單張照片。匯入

(3)Photoshop中合成浮升軌跡。

5.分析：以Excel分析數據，求得翼玄寬度與轉速的迴歸方程式。

(三)、翼玄寬度不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：將塑膠片割成翼展固定為10mm，翼玄寬度分別為10mm、15mm、20mm、25mm和30mm五種尺寸各兩片，分別塗上藍色和紅色，方便觀察轉動圈數，並將翼片黏在最靠近保麗龍球的位置，攻角為螺帽對角線。



(2).水量：在直徑8公分的壓克力筒中倒入適量的水，使球體能浮升40公分的高度。

(3).定位：將球壓至壓克力筒底部，讓球體釋放座底部的強力磁鐵吸住。按下磁吸控制鈕釋放球體。

(4).記錄：①在威力導演16中，計算浮升40公分所需時間，共5次求平均值。再以

②Free Video To JPG Converter軟體，將影片分解成單張照片。匯入

③Photoshop中合成浮升軌跡。[\(超連結：展1玄2影像合成過程影片\)](#)

(5).分析：以Excel分析數據，求得翼玄寬度與轉速的迴歸方程式。

2.風洞中實驗

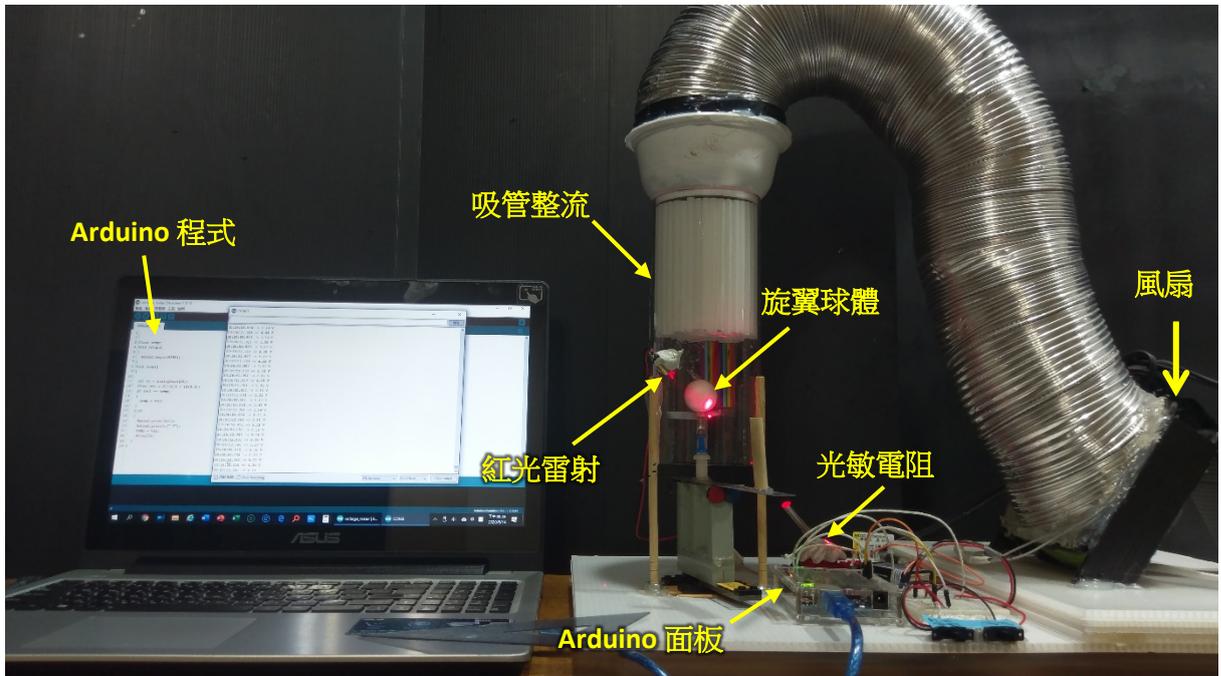
(1).風洞製作：

第一代風洞：將外徑八公分的壓克力筒架高，上端置入吸管整流，最上面放置110V的風扇。使用風速計量測時發現，出風口的氣流很不平均。由於電扇軸心較大，中間氣流沒有扇葉推動，導致風速(單位m/s)過小，球體轉動緩慢，須進行改裝。

第一代風洞風速分布情形(m/s)			→	第二代風洞風速分布情形(m/s)		
2.3	2.2	2.2		3.7	3.9	3.8
2.3	1.6	2.3	3.9	4.0	3.8	
2.2	2.2	2.3	3.6	3.8	3.7	

第二代風洞：在壓克力筒上端接上S型鋁製風管，風管另一端接上風扇，固定在裝置的底座上。氣流進入風管後，在內部碰撞形成紊流，經過吸管整流後，氣流變得比較穩定且風速加快。

- ① 球體：同水中球體，但將翼片貼上不透光的銀色晶晶膠帶。
- ② 風速：調整在 2.0m/s(翼片展 1 玄 1 時，風速再大球體都不會轉，此處以展 1 玄 1.5 和展 1.5 玄 1，會轉動的最低風速進行實驗)。(超連結：[Arduino 轉速量測方法](#))



- ③ 記錄：使用紅光雷射照在光敏電阻上，當光線受翼片遮蔽電壓降低，翼片移開電壓又升高的特性，我們先用 Audacity 測試，但效果不佳。另外撰寫了一支 Arduino 電壓偵測程式，將 Arduino” 序列埠監控視窗” 的電壓變化數據，複製到另一支自製的 Excel 程式中，依序判斷連續三個數，若第二項小於前後項，便是波谷 (翼片遮光)；反之則是波峰(翼片移開)，波峰和波谷數相加除以 2，商再除以 2(每個球體都有 2 片旋翼會貼晶晶膠帶，轉 1 圈光線會被遮蔽 2 次)即可得旋轉圈數，並畫出波形圖(如下圖)。

1.Arduino 紀錄電壓變化

```

1 void loop() {
2   float vol = 0.00 V
3   float temp;
4   void setup()
5   {
6     Serial.begin(9600);
7   }
8   void loop()
9   {
10    float vol = 0.00 V
11    int VI = analogRead(A0);
12    float vol = VI*(5.0 / 1023.0);
13    if (vol == temp)
14    {
15      temp = vol;
16    }
17    else
18    {
19      Serial.print(vol);
20      Serial.println(" V");
21      temp = vol;
22      delay(1);
23    }
24 }

```

2.自撰 Excel 程式，計算波波谷數量

1	0.51	0.51	A : ctrl + F1---波谷數
2	0.5	0.5	B : ctrl + F2---波峰數
3	0.49	0.49	
4	0.48	0.48	(A+B)/2/2/10 = 每秒轉速 rev/s
5	0.48	0.48	
6	0.47	0.47	
7	0.48	0.48	
8	0.44	0.44	
9	0.41	0.41	
10	0.43	0.43	
11	0.86	0.86	
12	7.61	7.81	
13	9	9	
14	8.96	8.96	
15	8.33	8.33	
16	7.62	7.62	

Microsoft Excel 對話框：波谷總次數: 36

3.Excel 繪製波形圖

2翼玄2.5	2翼玄3	
0.76	2.12	
6.99	6.49	
9	8.44	
8.88	8.49	
7.72	8.37	
6.14	7.43	
4.54	3.99	
3.25	2.47	
2.16	1.76	
1.4	1.3	
1.02	3.68	
0.8	8.38	
0.69	8.48	
5.56	8.51	
5.2	8.52	
2.73	8.52	
1.72	8.28	

(四)、翼展長度不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：將塑膠片割成翼玄寬度固定為10mm，翼展分別為10mm、15mm、20mm、25mm和30mm等5種尺寸，再黏上水平攻角為 37° 的對稱旋翼各2片。



(2)水量、定位、記錄和分析同實驗(三)

(3)尾流型態：以密度不同的紅色濃食鹽水(加入微量海藻酸鈉，增加黏稠度)和清水，分成上下層，(如右圖)，球體浮升時，紅鹽水會被往上帶，可藉此觀察尾流型態的差異。



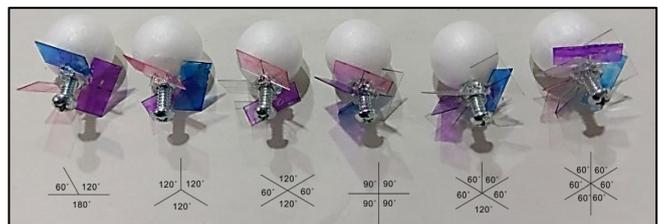
2. 風洞實驗：

(1)球體：同水中球體，加貼晶晶膠帶。(2)風速、記錄和分析同實驗(三)

(五)、展2玄1翼數與配置不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：在6個螺帽上分別用熱熔膠黏上長20mm*寬10mm的旋翼，數量與配置如右圖：



(2)水量、定位、記錄和分析同實驗(三)

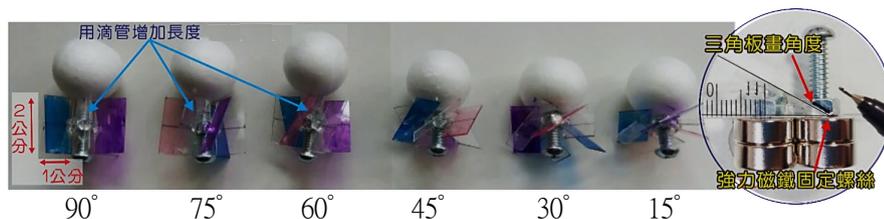
2. 風洞實驗：

(1)球體：同水中球體，加貼晶晶膠帶。(2)風速、記錄和分析同實驗(三)

(六)、旋翼展1玄2水平攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：在6個螺帽上分別畫出 15° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° 和 90° 標線，方法如下圖，再黏上長10mm*寬20mm的旋翼6片。



(2)水量、定位、記錄和分析同實驗(三)

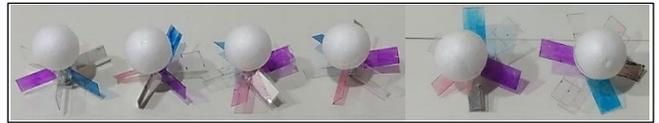
2. 風洞實驗：

(1)球體：同水中球體，加貼晶晶膠帶。(2)風速、記錄和分析同實驗(三)

(七)、旋翼展2玄1水平攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：在6個螺帽上分別畫出 15° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° 和 90° 標線，再用熱熔膠黏上6片長2cm*寬10cm的旋翼。



90° 75° 60° 45° 30° 15°

(2)水量、定位、記錄和分析同實驗(三)

(3)尾流型態：同實驗(四)

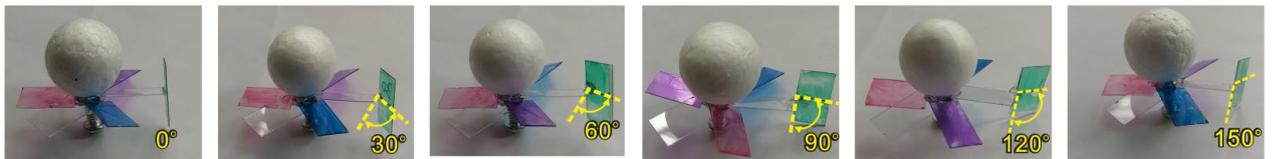
2. 風洞實驗：

(1)球體：同水中球體，加貼晶晶膠帶。(2)風速、記錄和分析同實驗(三)

(八)、附加不同角度側翼，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

1. 水中實驗：

(1)球體：製作6個實驗七中**6翼15°**的球體，在其中一片旋翼末端黏上側翼，攻角分別為： 0° (=180°)、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 和 150° 。

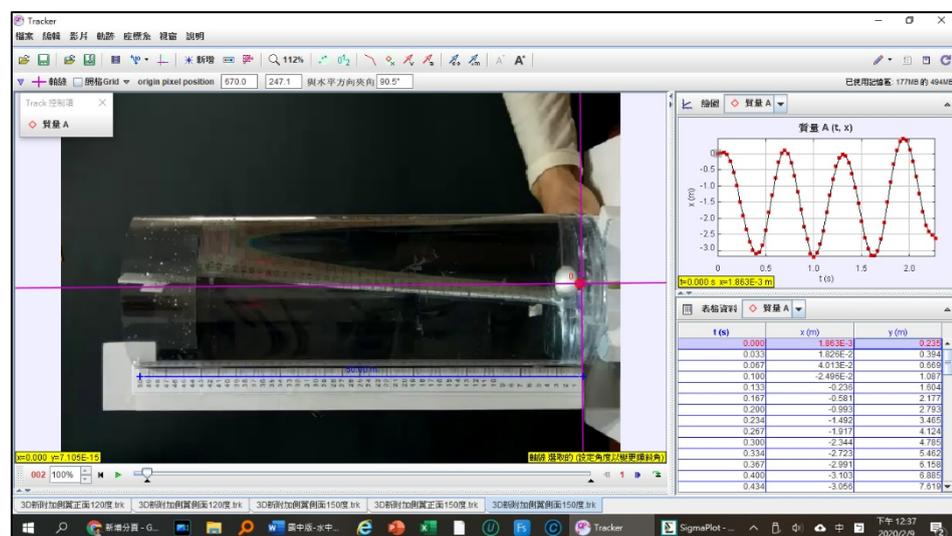


(2)水量：在直徑14公分的壓克力筒中倒入適量的水，使球體能浮升40公分的高度。

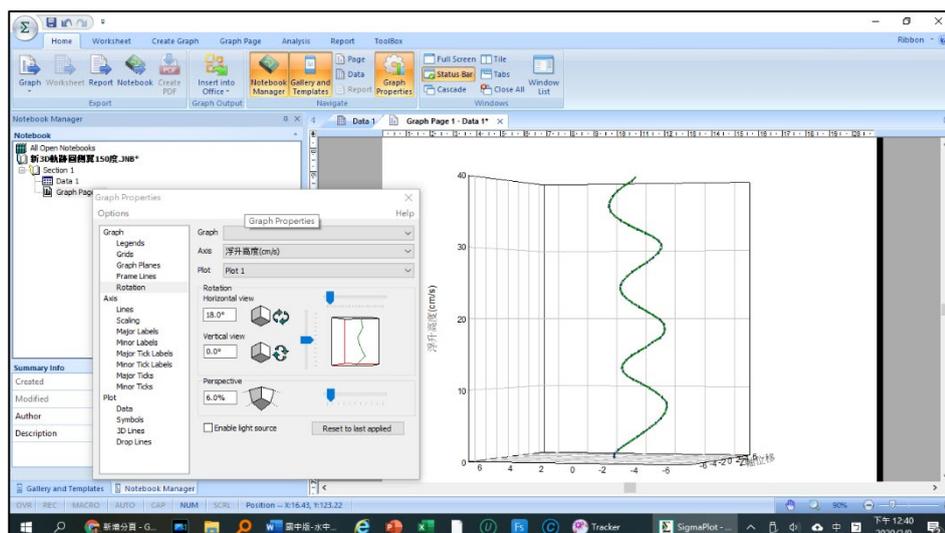
(3)定位：將球壓至壓克力筒底部，讓球體釋放座底部的強力磁鐵吸住。按下磁吸控制鈕釋放球體。

(4)記錄：錄製的正面及側面影片，以

①Tracker追蹤球體的X、Y和Z軸座標，匯入SigmaPlot中。



②SigmaPlot中，製作3D軌跡圖。(超連結：[附加側翼150度3D製圖影片](#))



③在威力導演16中，計算浮升40公分所需時間，共5次求平均值。再以

④Free Video To JPG Converter軟體，將影片分解成單張照片。

匯入 ⑤Photoshop中合成浮升軌跡

⑥將側翼120°於Tracker所有座標讀入Excel中，加總、平均，

求得偏心轉的圓心座標。再算出X、Y軸平均半徑

並算出旋轉周期的時間和浮升高度。

最後將數據代入並修改圓柱螺旋方程式，

$$x = a \cdot \sin(t) \quad y = a \cdot \cos(t) \quad z = b \cdot t$$

可得適合本研究的新方程式，解出任意時間點的球體位置。

(九)、旋翼球體的應用

1.無翼球體的應用：球型氣體流速(流量)計([超連結：球體振幅量測影片](#))

(1)器材：以實驗一的5個球體，在風洞中實驗，並以鐵絲、磁鐵塊和迴紋針製作類似倒鐘擺的振動底座。如右圖。

(2)風洞：以5種風速，2.0cm/s、2.5cm/s、3.0cm/s、3.5cm/s和4.0cm/s 實驗，量測球體振動幅度。

(3)量測分析：在風洞筒壁貼上觀測振動幅度的色條，每個色條寬2mm。在筒壁畫上前、後定位記號。啟動風扇後，觀察球體擺動所顯露出的顏色，計算振動幅度(如下頁說明圖)，並以Excel紀錄分析。



2.無翼球體的應用：不同造型氣體流速(流量)計

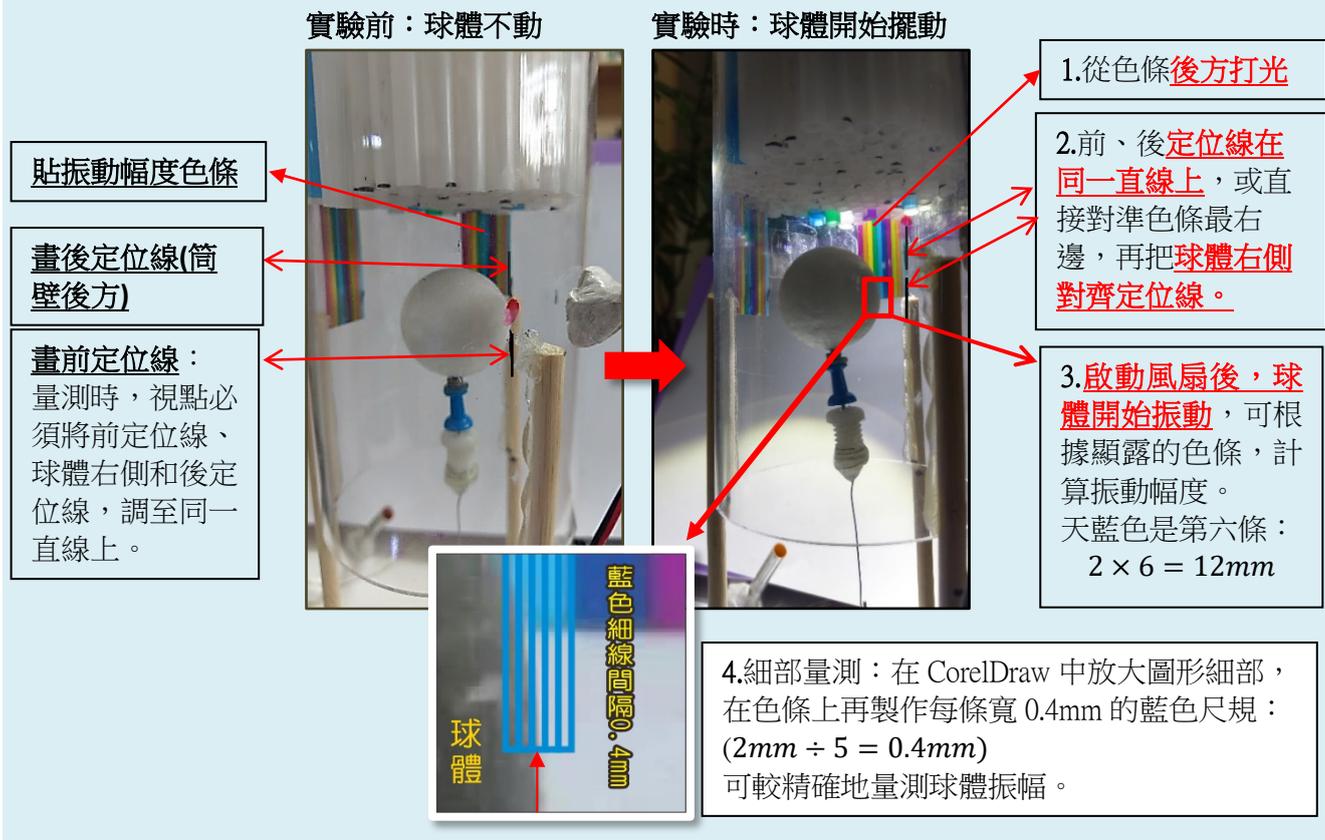
(1)器材：五角柱體、水滴型、卵形、圓錐型、和圓柱體保麗龍，迎風面截面積大約是 7.6 cm² 左右。實驗時先測試並調整位置，將擺盪最明顯的角度面向鏡頭，如右圖。

(2)風洞風力：1.5、2.0、2.5、3.0、3.5和4.0cm/s。

(3)量測分析：同實驗九-1。

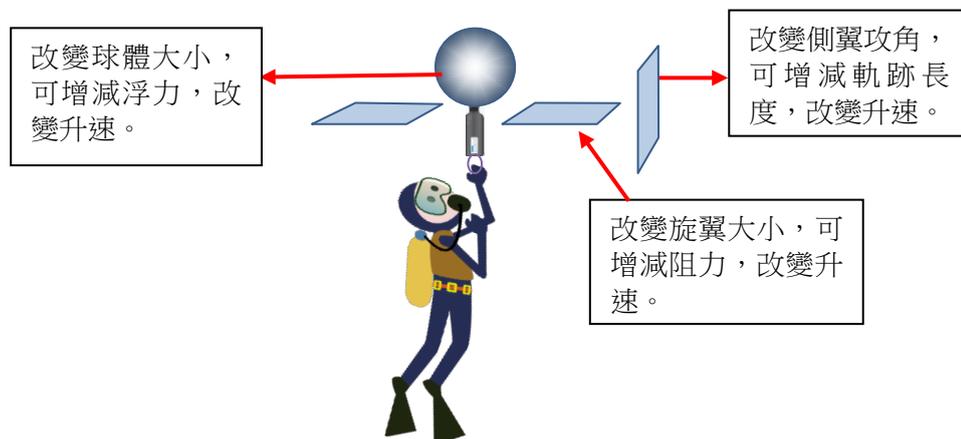


球體振幅量測設備與方法



3. 旋翼球體的應用：潛水員定速浮升器(概念討論)

- 根據美國海軍規定，潛水員浮升時須保持中性浮力，上升速率為9m/min(15cm/s)。每上升10m必須休息1分鐘。距水面5公尺時，必須安全停留3分鐘。如果潛水深度不大，或者時間不長，即不需進行「安全停留」，體內累積的餘氮也不致造成危險。以10公尺深度為例，免停留時間達145分鐘，18公尺則也有45分鐘。所以，一般潛水員在10公尺深度進行單次潛水結束後，可以直接回到水面(升速仍要符合法規的上升速率)。
- 若依據潛水浮升速度15cm/s的規定，我們可依先前實驗結果，從調整旋翼的翼展(阻力)、球體大小(浮力)和附加側翼的攻角(橫移幅度---軌跡長度)進行升速的調整。



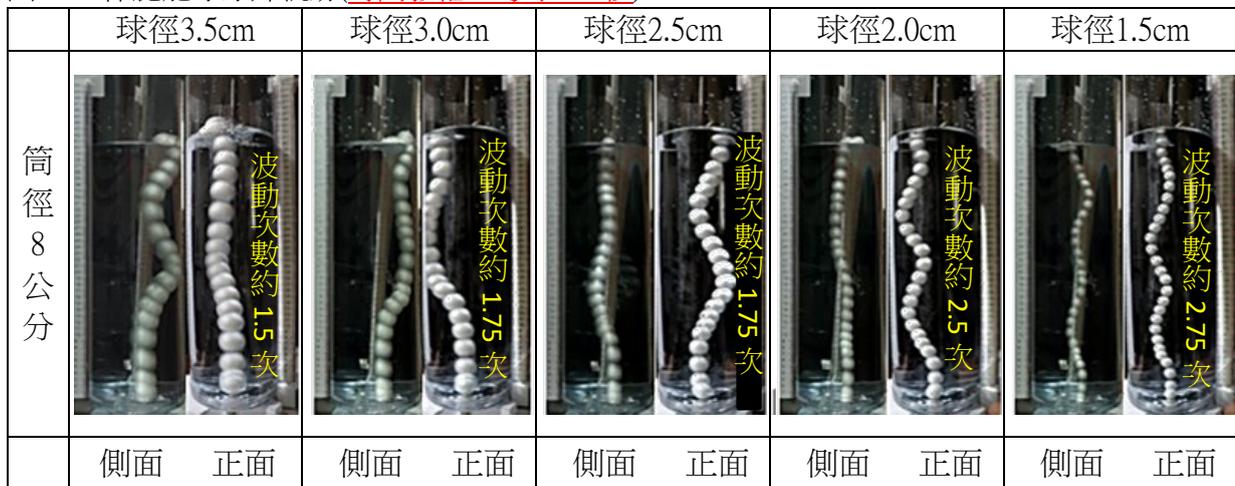
伍、研究結果

一、球徑不同，對浮升的軌跡和速度是否有影響？

表1-1：保麗龍球浮升40公分所需時間及平均速度

筒徑8公分					
次數	球徑3.5cm	球徑3.0cm	球徑2.5cm	球徑2.0cm	球徑1.5cm
1	0.66秒	0.76秒	0.8秒	0.83秒	0.9秒
2	0.7秒	0.76秒	0.76秒	0.8秒	0.96秒
3	0.66秒	0.8秒	0.76秒	0.86秒	0.9秒
4	0.66秒	0.76秒	0.76秒	0.86秒	0.93秒
5	0.7秒	0.73秒	0.8秒	0.8秒	0.96秒
平均速度	57.14cm/s	52.17cm/s	50cm/s	48cm/s	42.85cm/s

圖1-2：保麗龍球浮升軌跡(時間影格，每球1/30秒)



小結：

- 1.各種球徑的保麗龍球，浮升軌跡都會前後左右彎曲，球徑小的波動次數多，浮升速度慢；球徑大的波動次數少，浮升速度快，二者呈負相關。
- 2.將球體浮升的速度和球徑值，代入卡門渦街的頻率公式中：

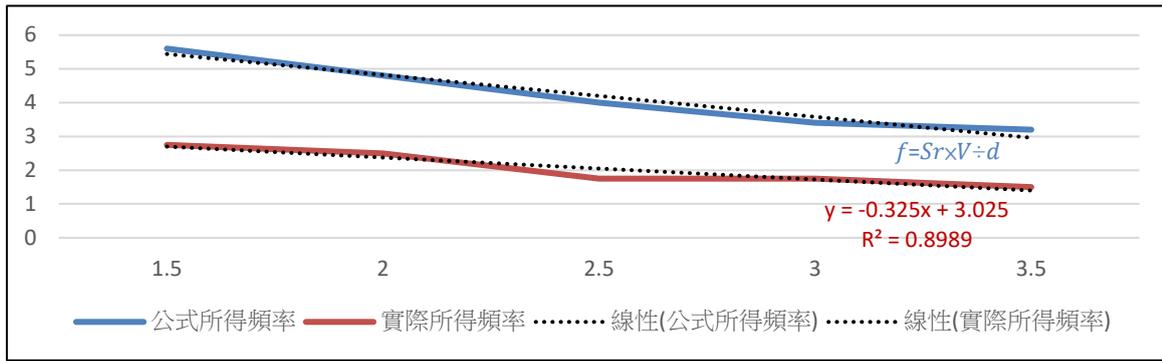
$$f = Sr \times V \div d \quad (Sr \text{ 常數約等於 } 0.2)$$

合併實驗紀錄可得下表：

表 1-2：公式推導與實驗所得頻率比較

球徑	1.5cm	2.0 cm	2.5 cm	3.0 cm	3.5 cm
公式所得頻率	5.6Hz/s	4.8 Hz/s	4 Hz/s	3.4 Hz/s	3.2 Hz/s
實際所得頻率	2.75Hz/s	2.5Hz/s	1.75Hz/s	1.75Hz/s	1.5Hz/s
相差倍率	2.1倍	1.9倍	2.3倍	2.1倍	2.1倍

圖 1-2：公式推導與實驗所得頻率比較



卡門渦街的公式，是以較完美的圓柱體實驗推導所得，邊界層只有左右兩邊。而保麗龍球的球形並不完美，尾流的變化也比較複雜(參閱理論研究的圖 A、B)，因此公式所得頻率和實驗所得不同，每種球徑約有 2 倍的差距(公式所得約為實驗數據的 2 倍)。

二、配重不同，對浮升的軌跡和速度是否有影響？

表2-1保麗龍球配重與平均速度

次數	無螺絲螺帽	螺絲+0螺帽	螺絲+1螺帽	螺絲+2螺帽	螺絲+3螺帽
1	0.8秒	0.93秒	1秒	1.03秒	1.23秒
2	0.79秒	1秒	1秒	1.06秒	1.16秒
3	0.79秒	0.93秒	1.03秒	1.03秒	1.26秒
4	0.83秒	0.93秒	1秒	1.03秒	1.2秒
5	0.8秒	0.96秒	1.04秒	1.03秒	1.2秒
平均速度	50cm/s	41.96cm/s	39.48cm/s	38.46cm/s	33.15cm/s

圖2-2保麗龍球配重後浮升軌跡 (時間影格，每球2/30秒，螺絲變化可以明顯看出)

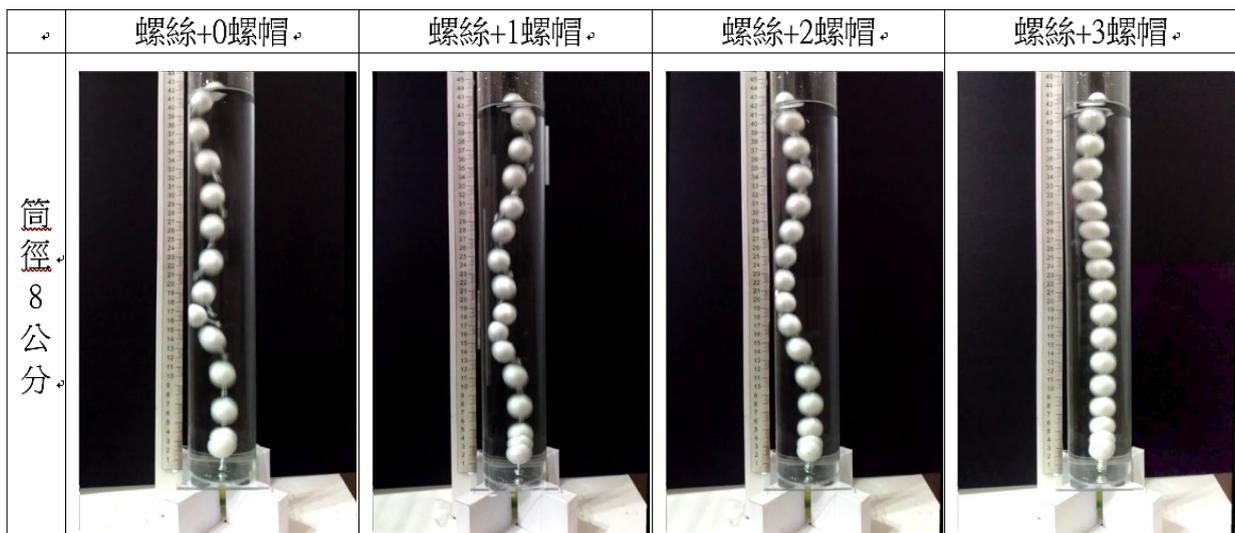
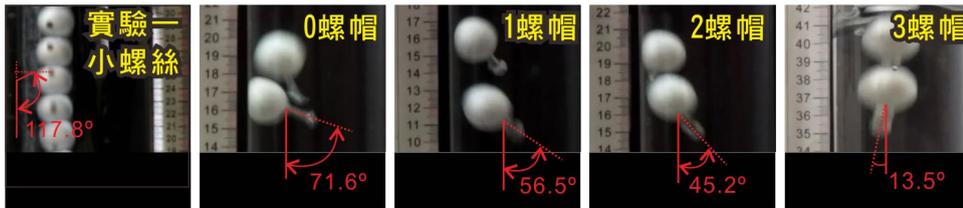


圖2-3 不同配重的螺絲用動角度



小結：

配重增加，可以降低浮升速度及振幅大小，但無法完全抑制振動。圖2-2、2-3可看出振動次數和螺絲傾斜的角度，隨著重量的增加而逐漸減少。3螺帽的球體，速度雖然最慢，但仍會前後左右振動，可見球體的尾流仍是紊流，瞬時壓力差的影響還是存在。

三、翼玄寬度不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表3-1翼玄寬度不同，在水中與風洞中的升速和轉速(rev/s，每秒轉動圈數)

翼玄	無	1.0 cm	1.5 cm	2.0 cm	2.5 cm	3.0 cm
水中浮升均速	39.5 cm/s	38.0cm/s	37.5cm/s	35.2cm/s	35.1cm/s	32.4cm/s
水中轉速	0	3.80 rev/s	4.69 rev/s	5.31rev/s	5.48 rev/s	5.67 rev/s
升速與轉速比值	*	10	8.0	6.62	6.4	5.7
風洞中轉速	0	0 rev/s	1.75 rev/s	4 rev/s	6 rev/s	7.8 rev/s

圖3-1.翼玄寬度不同，在水中的浮升軌跡與旋轉圈數（關鍵影格，每球為旋1圈）

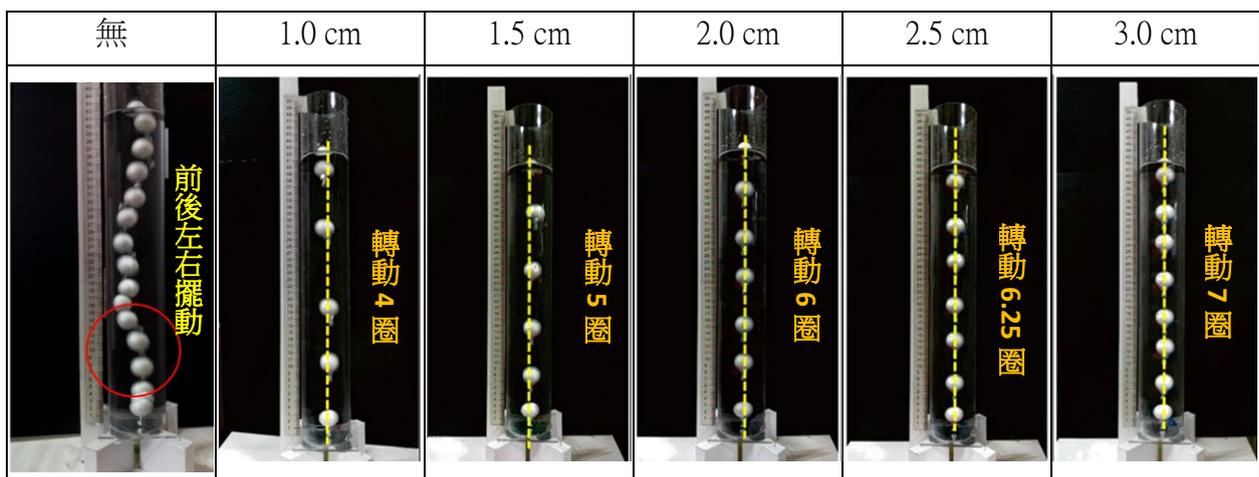


圖3-2.翼玄寬度不同，在風洞中的轉速和振動情形(兩個波峰為旋轉1圈)

翼玄寬度	Arduino電壓變化波形圖(10秒，1波峰=1/2圈)
1.0 cm 0 rev/s *	

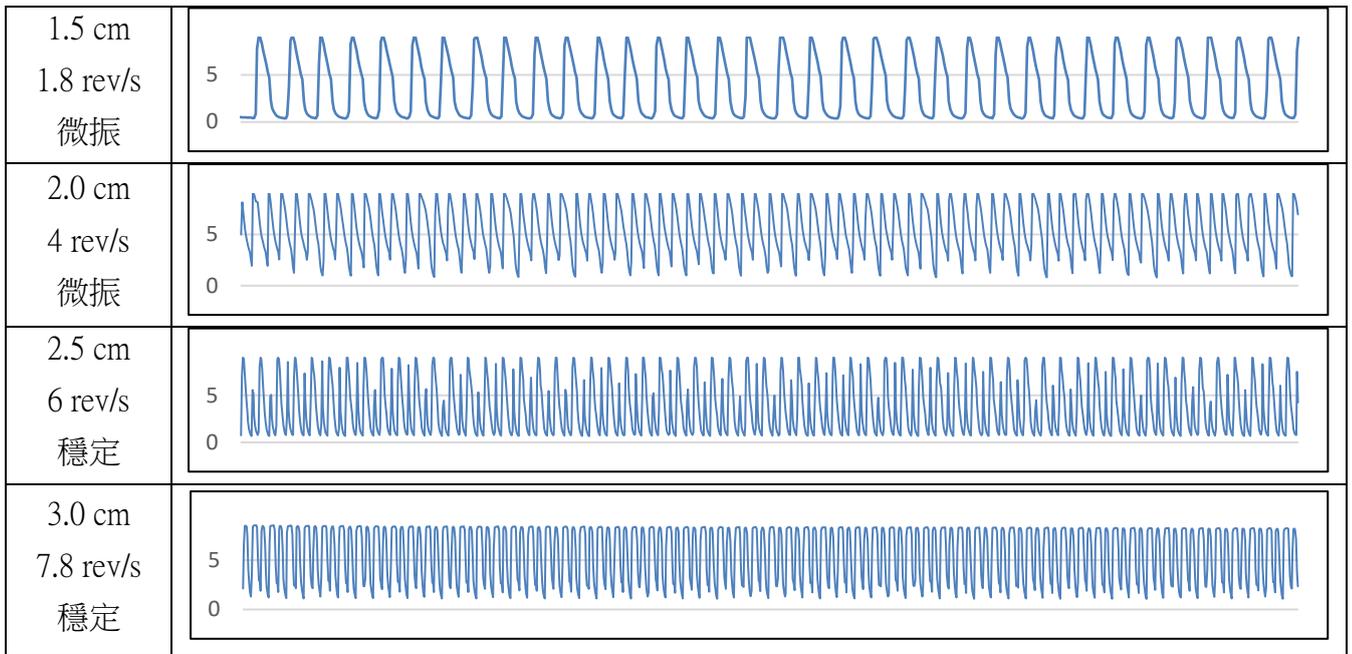
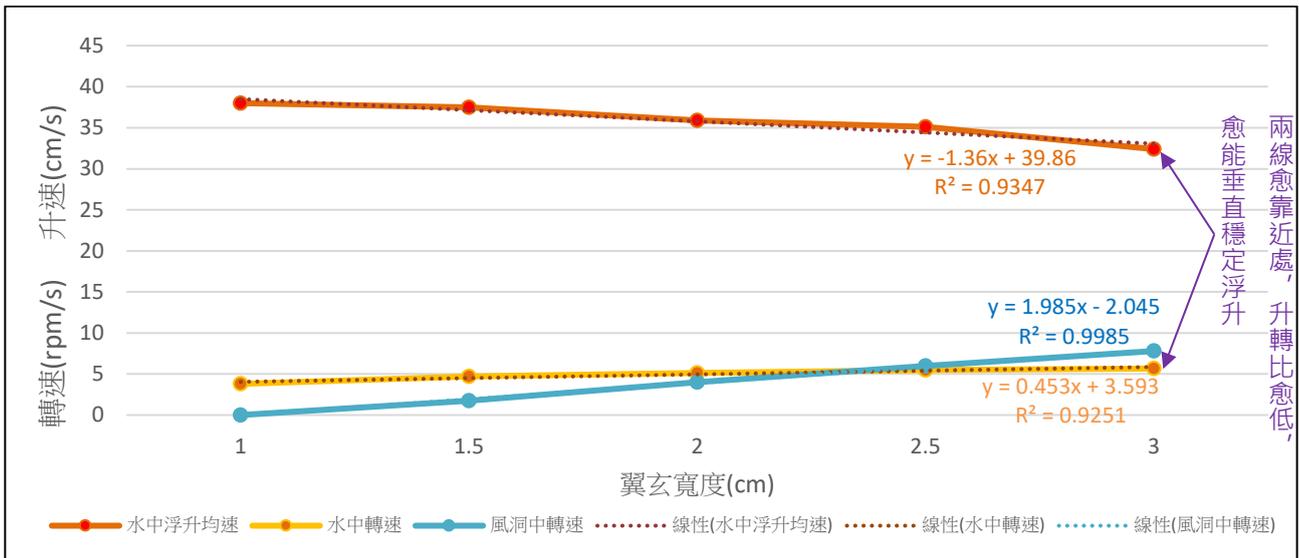


圖3-3.翼玄寬度不同，在風洞與水中的轉速及升速



小結：

1.在水中：翼玄寬度增加，轉速變快，但升速逐漸變慢。

(1)翼玄寬度1.5cm，升速比無翼三螺帽快，但軌跡卻比較直，可見角動量有助於球體的穩定。

(2)翼玄寬度 ≥ 2 cm 時，球體即可垂直穩定浮升。

這些球體共同現象都是轉速漸增，升速漸慢，角動量已能穩定球體尾端的振動。可以用升速÷轉速的比值(後稱升轉比)來觀察，垂直浮升的2翼球體，其升轉比的比值皆 ≤ 6.62 (即翼玄2cm：35.2 ÷ 5.31 = 6.62)。

2.在風洞中：翼玄寬度=1公分，翼片在弱風區(參閱圖C)不會旋轉，寬度 ≥ 1.5 公分時，才開始慢慢轉動並略微振動，寬度漸增，轉速即明顯變快，且旋轉速度愈快，球體愈穩定。

3.上述二者，都是轉速愈快愈穩定，亦即角動量達到一定程度以上，球體便能穩定旋轉。

四、翼展長度不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表4-1.翼展長度不同，在水中與風洞中的升速和轉速

翼長	1.0 cm	1.5 cm	2.0 cm	2.5 cm	3.0 cm
水中浮升均速	37.97 cm/s	36.81 cm/s	34.88 cm/s	27.78 cm/s	26.55 cm/s
水中轉速	3.8rev/s	5.5 rev/s	5.6 rev/s	4.3rev/s	3.9 rev/s
升速與轉速比值	10	6.7	6.2	6.4	6.8
風洞中轉速	0 rev/s	3.2 rev/s	7.4 rev/s	12.5 rev/s	17.8 rev/s

圖 4-1.翼展長度不同，在水中的浮升軌跡與旋轉圈數(超連結：[翼展 2.5cm 和 1cm 浮升影片](#))

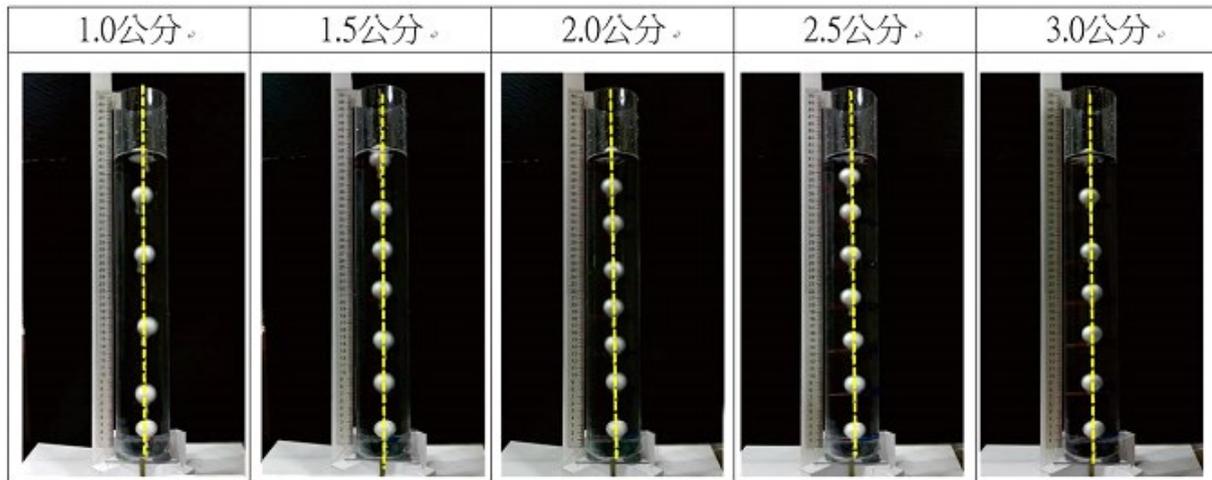


圖4-2.翼展長度不同，在風洞中的轉速和振動情形(超連結：[翼展2.5公分穩定性觀察影片](#))

翼展長度	Arduino電壓變化波形圖(10秒，1波峰=1/2圈)
1.0公分 0 rev/s	
1.5公分 3.2 rev/s 微振	
2.0公分 7.4 rev/s 穩定	
2.5公分 12.5 rev/s 穩定	
3.0公分 17.8 rev/s 穩定	

圖4-3.翼展長度不同，在風洞與水中的升速和轉速

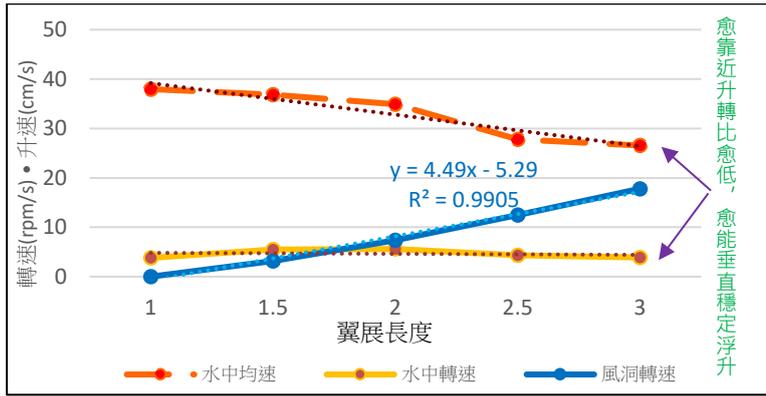
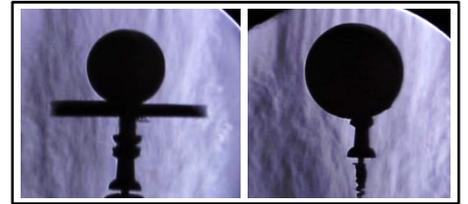


圖4-4翼展不同尾流型態比較



小結：

- 在水中：由表 4-1、圖 4-3 可知，翼展長度對角動量的影響不大。翼展 1 公分升速最快，但角動量不足，尾流不穩定，紅色鹽水很快就消散(如圖 4-4)，升轉比為 10 軌跡略歪斜。當翼展 $\geq 1.5cm$ 時，升速下降，角動量略增，升轉比值下降到 6.8 以下，尾流比較穩定，便能垂直浮升。
- 在風洞中：翼展長 1 公分不會旋轉，隨著長度的增加，旋轉速度明顯變快，愈來愈穩定。從右圖史林納攝影可見，翼展 2cm 下方的渦流，比無翼球體少且細小，旋轉得非常平穩。
- 風洞和水中可以穩定旋轉的因素略有不同，但一樣都是翼展愈長愈穩定。



(超連結：史林納攝影影片)

五、展2玄1翼片數量與配置不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表5-1.旋翼數量與配置不同，在水中與風洞中的升速和轉速

翼數與配置	3翼不對稱	3翼對稱	4翼對稱	4翼對稱	5翼不對稱	6翼對稱
水中浮升均速	35.09cm/s	34.68cm/s	34.48cm/s	32.26cm/s	30.92cm/s	28.16cm/s
水中轉速	4.82 rev/s	5.2 rev/s	4.59 rev/s	5.04 rev/s	4.44 rev/s	4.5 rev/s
水中升轉比值	7.28	6.67	7.5	6.4	6.96	6.25
風洞轉速	4.15 rev/s	6.6 rev/s	6 rev/s	7 rev/s	6.75 rev/s	8.5 rev/s

圖5-1.旋翼數量與配置不同，在水中浮升的軌跡與轉動圈數(關鍵影格，每球為旋轉一圈)

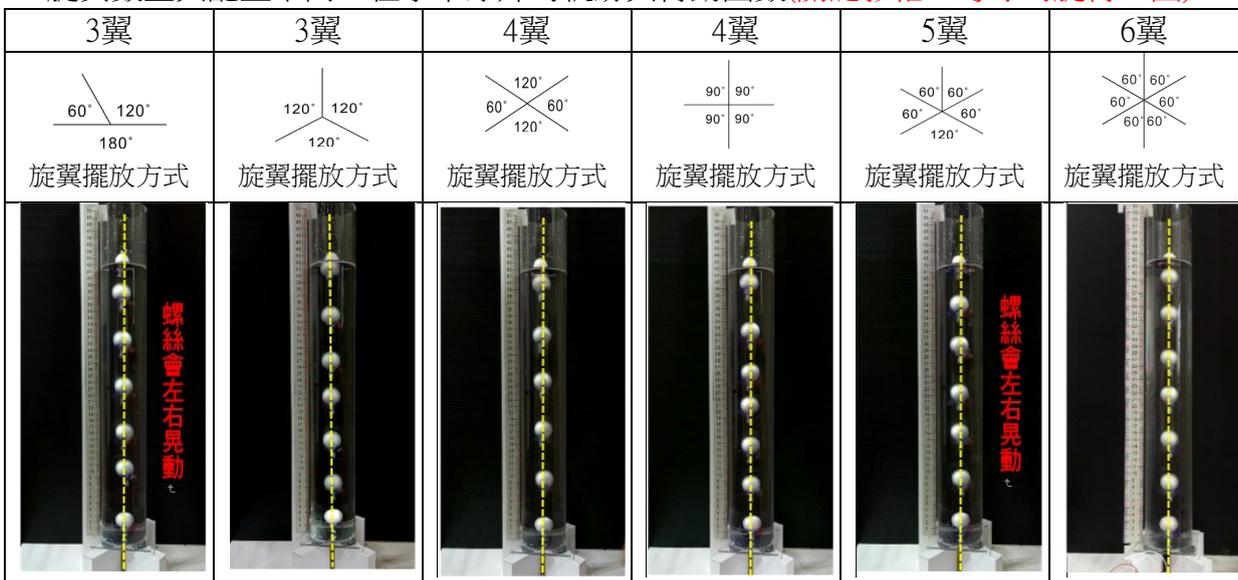


圖5-2.旋翼數量與配置不同，在風洞中的轉速(超連結：[4翼平均90° 穩定性觀察影片](#))

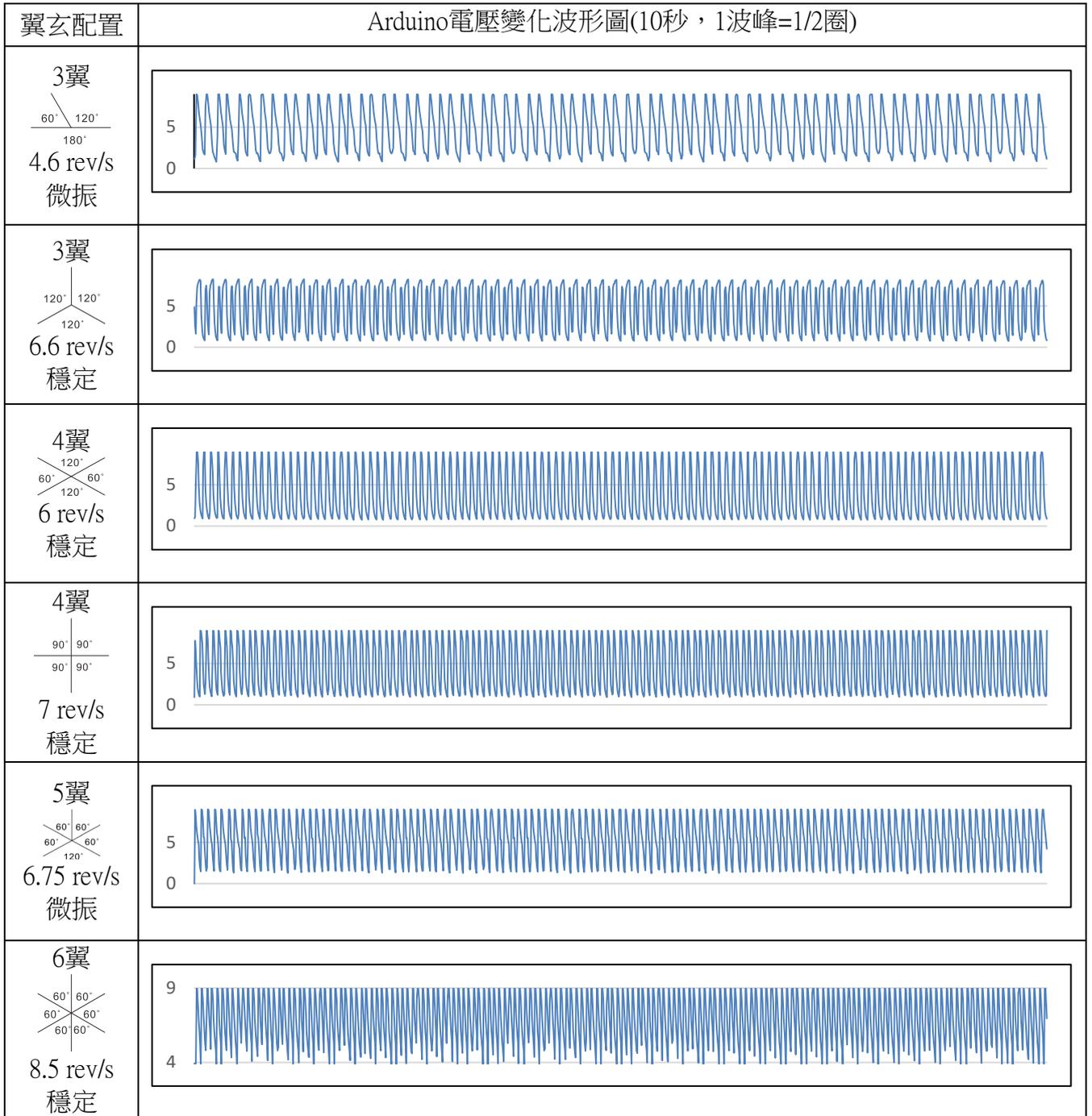
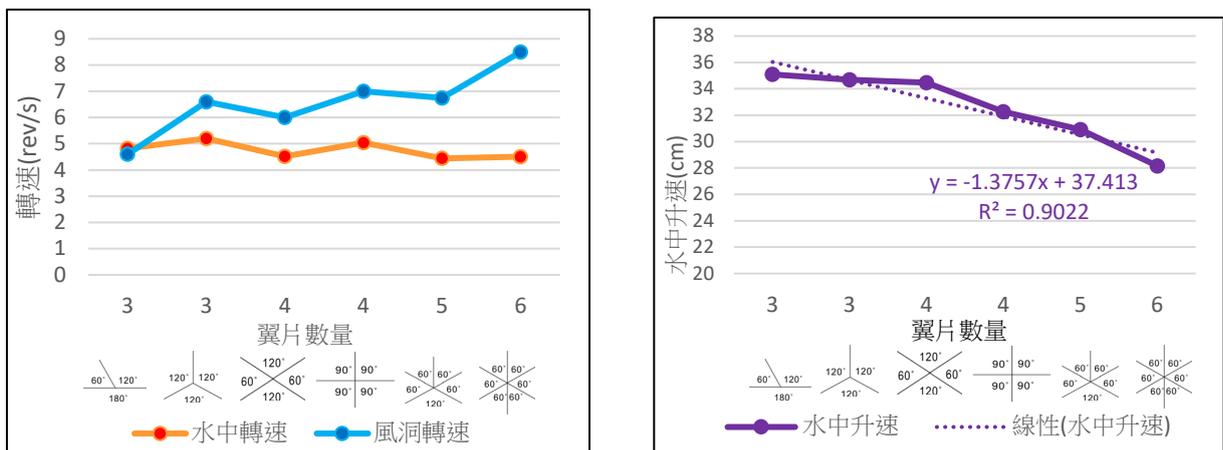


圖5-3.旋翼數量與配置不同，在風洞與水中的升速和轉速



小結：

1.在水中：旋翼數量增加，浮升速度變慢，但轉速的差異性不大。

(1)翼片配置不對稱的球體，因重心偏離軸心，浮升時會造成螺絲甩動，軌跡略為歪斜。

(2)配置對稱角度均等，如四翼 $90^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ$ ，比同翼數的球體轉速略快，升速較慢。

(3)配置對稱角度不均等，如四翼 $60^\circ - 120^\circ - 60^\circ - 120^\circ$ ，亦可穩定垂直浮升，但升轉比為7.5，高於二翼球體穩定浮升的升轉比6.8，可見翼數增加，軌跡垂直的升轉比會略微提高。

2.在風洞中：翼片數量和轉速成正相關，且角度完全平均、配置對稱的球體轉速較快。

3.翼片對稱、角度均等的球體，在水中和風洞中轉動都比較穩定。

六、展1玄2旋翼攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表6-1.旋翼攻角不同，在水中與風洞中的升速和轉速

角度	15°	30°	45°	60°	75°	90°
水中浮升均速	26.43cm/s	32.97cm/s	35.93cm/s	40.82cm/s	42.55cm/s	43.79cm/s
水中轉速	3.96rev/s	4.1 rev/s	4.5 rev/s	1.53 rev/s	1.38 rev/s	0 rev/s
升轉比	6.67	8.04	7.98	26	30.8	*
風洞轉速	7rev/s	6rev/s	5 rev/s	2.5 rev/s	0 rev/s	0 rev/s

圖6-1.展1玄2旋翼攻角不同，在水中浮升的軌跡與轉動圈數(超連結：[30°](#)和[60°](#)影片)

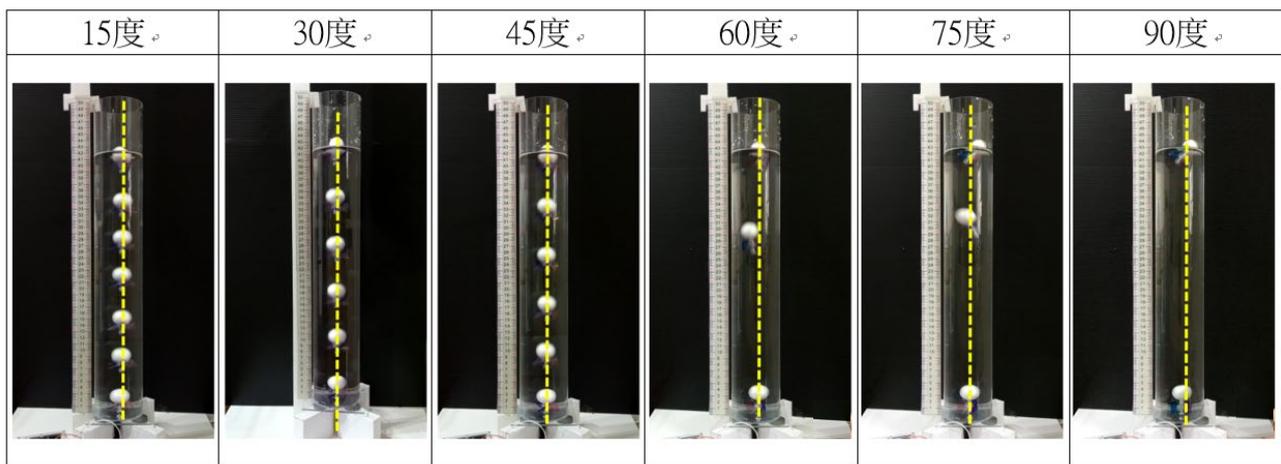
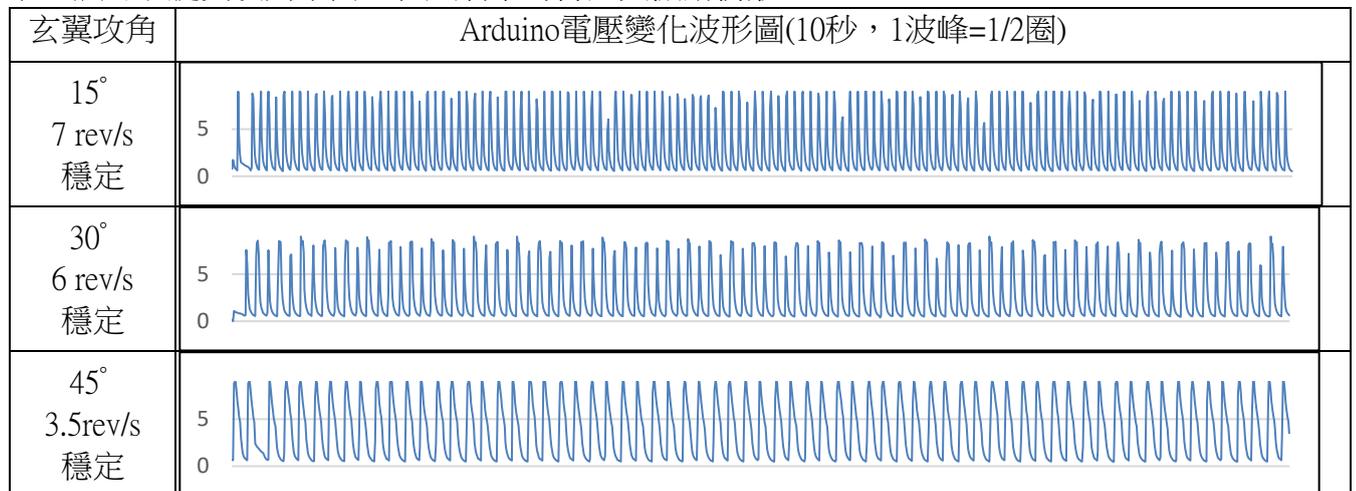


圖6-2.展1玄2旋翼攻角不同，在風洞中的轉速與振動情形



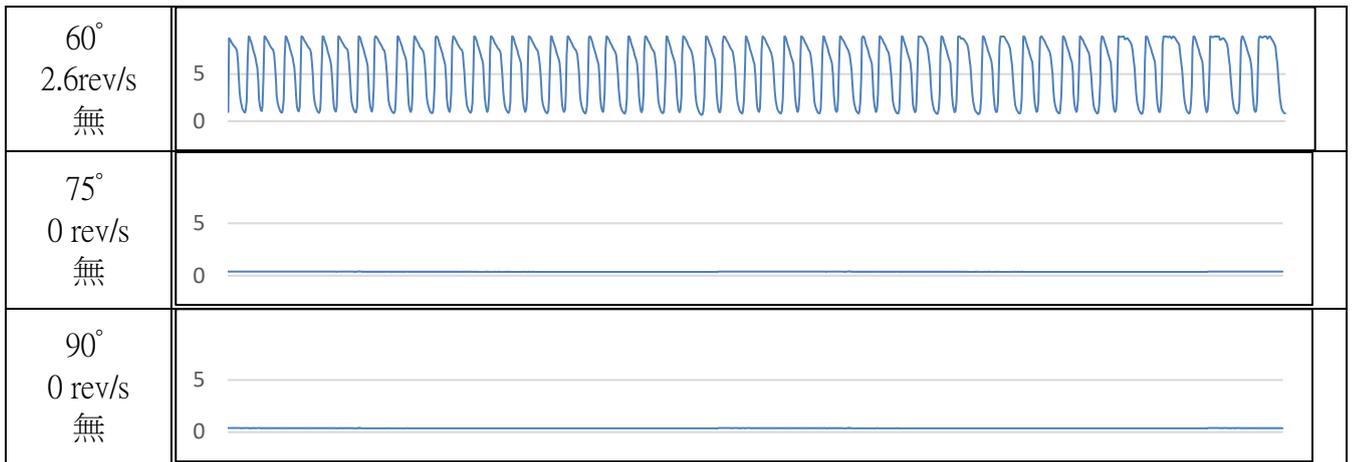
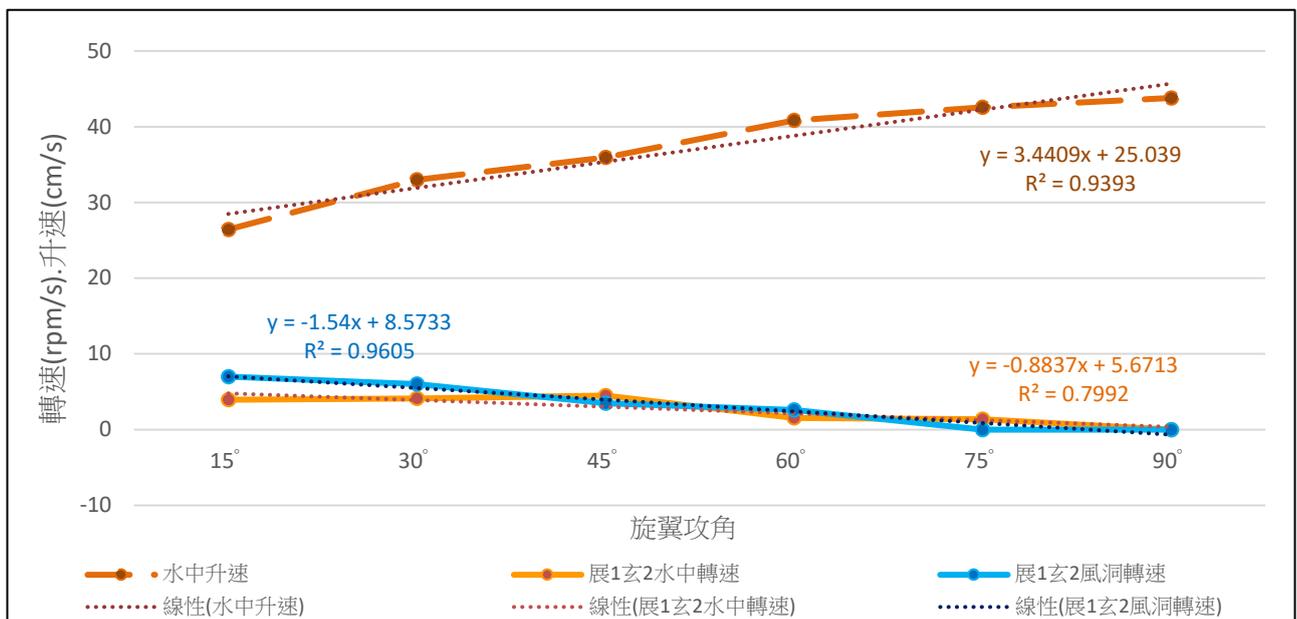


圖6-3.展1玄2旋翼攻角不同，在風洞與水中的升速和轉速



小結：

- 1.在水中：旋翼攻角小，浮升阻力較大，升速變慢。攻角15°、30°、45°能穩定垂直浮升。其中，六翼攻角30°和45°的球體，升轉比為 8.04 和 7.98。攻角60°和70°的球體升速快轉速慢，過少的角動量，使軌跡略為彎曲。90°的球體不會旋轉，可以垂直浮升，且升速最快。
- 2.在風洞中：攻角愈大轉速愈慢，超過75°轉速便為不會旋轉。攻角小轉速快，也比較穩定。
- 3.球體在水中和風洞中，都是攻角愈小，穩定性愈佳。超過60°轉速便大幅下滑。

七、展2玄1旋翼攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表7-1.展2玄1旋翼攻角不同，在水中與風洞中的升速和轉速

角度	15°	30°	45°	60°	75°	90°
水中浮升均速	20cm/s	23.90cm/s	28.01cm/s	33.71cm/s	37.04cm/s	39.47cm/s
水中轉速	3.5 rev/s	3.7 rev/s	3.5 rev/s	1.2 rev/s	0.46 rev/s	0
升轉比	5.7	6.45	8.0	27.85	80.52	*
風洞中轉速	18.5圈	16圈	14.5圈	13圈	8圈	0圈

圖7-1.攻角不同，在水中浮升的軌跡與轉動圈數(關鍵影格，每球/一圈，X為過程中位移示意)

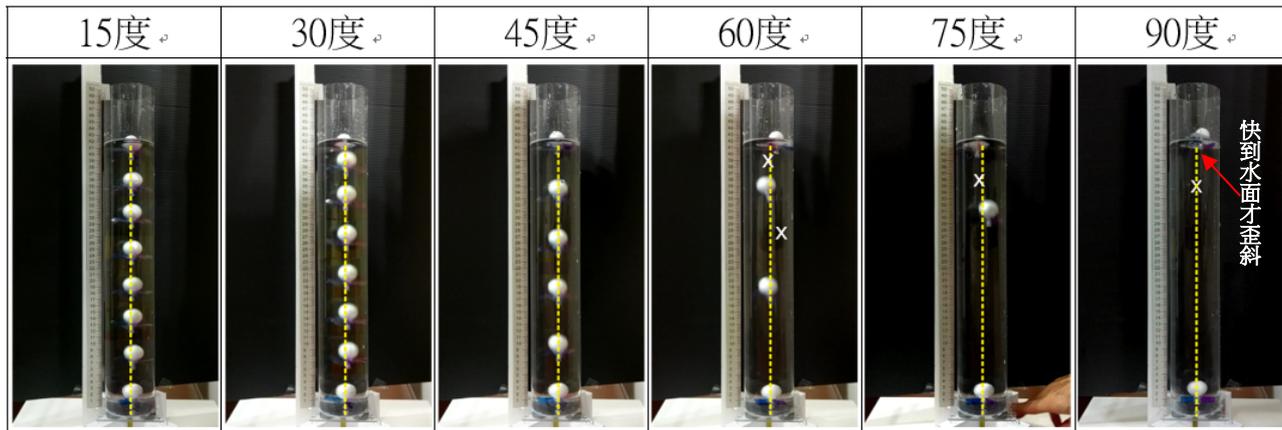


圖7-2.展2玄1攻角不同，風洞中的轉速與振動情形

旋翼攻角	Arduino電壓變化波形圖(10秒，1波峰=1/2圈)
15° 18.5 rev/s 穩定	
30° 16 rev/s 穩定	
45° 11.6 rev/s 穩定	
60° 10.3 rev/s 穩定	
75° 6.1 rev/s 穩定	
90° 0 rev/s *	

圖7-3.展2玄1攻角不同，風洞與水中的升速和轉速

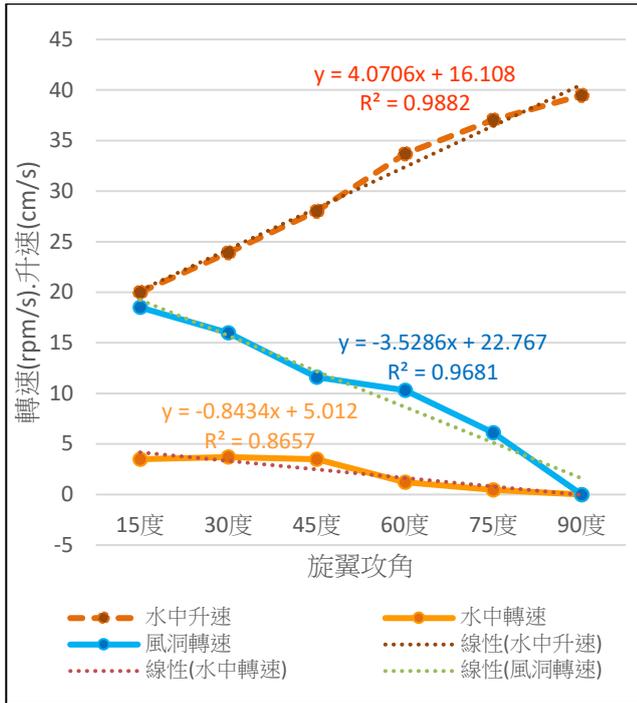
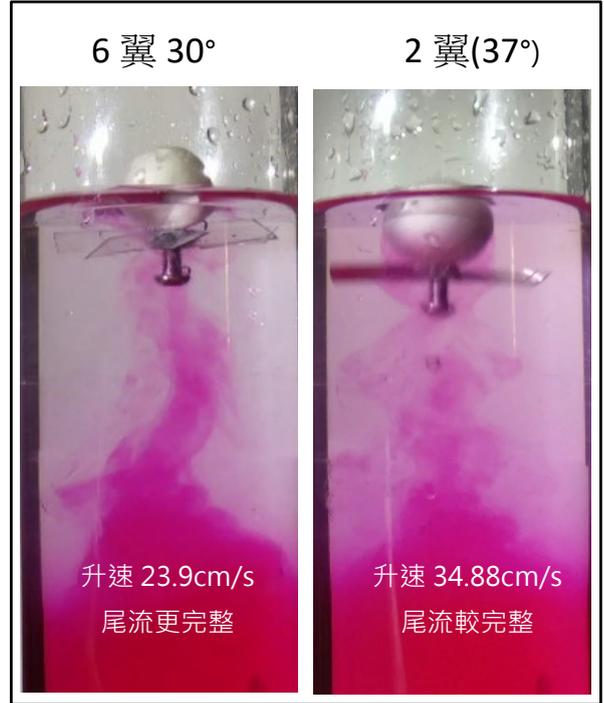


圖7-4翼片數量不同，尾流型態比較



小結：

- 在水中：旋翼攻角 15°、30°、45° 均能穩定垂直浮升，升轉比和實驗六相似，都在 8 左右，超過二翼球體的 6.8 和四翼球體的 7.5。從圖 7-4 可見，6 翼的尾流更顯穩定，因此翼數增加，垂直浮升的升轉比會再提高，僅藉較少的角動量，便能抑制尾流擺盪了力量。
攻角 ≥ 60° 升轉比超過 27，浮升軌跡彎曲。
攻角 90° 的球體不會旋轉，升速最快，垂直浮升至接近水面才略為歪斜。
- 在風洞中：攻角愈小轉速愈快，旋轉起來較穩定。翼展的增長，對轉速的影響很顯著。
- 旋翼攻角愈小，球體在流體中，愈能穩定旋轉或垂直浮升。二者差別在於，水中靠的是降低升速，風洞是增加轉速。

八、附加不同角度側翼，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

表8-1.不同攻角側翼浮升速度與轉動圈數

角度	0° /180°	30°	60°	90°	120°	150°
翼型 (俯視圖)						
升速	18.7 cm/s	15.18 cm/s	14.28 cm/s	18.18cm/s	15.78 cm/s	17.64cm/s
轉速	2.58rev/s	1.52rev/s	1.25rev/s	0.80rev/s	0.89ev/s	1.43rev/s
橫移幅度	0.7cm	2.6 cm	3.1 cm	3.2 cm	4.3 cm	3.1 cm

圖 8-1 不同攻角側翼浮升軌跡(時間影格，每球 1/30 秒) ([超連結：附加側翼浮升影片](#))

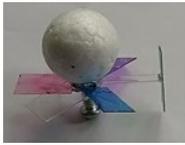
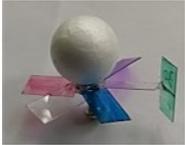
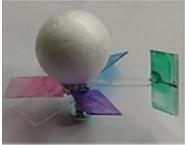
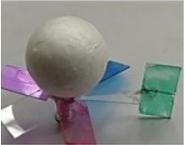
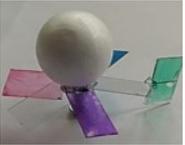
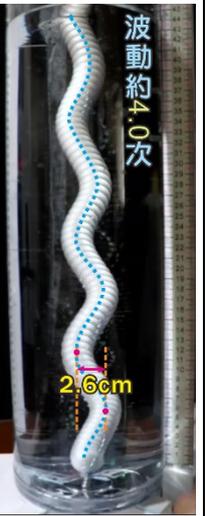
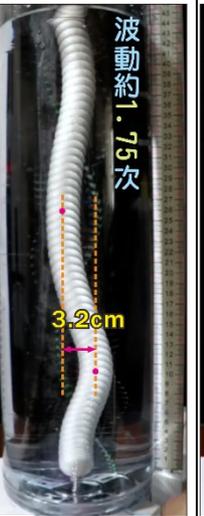
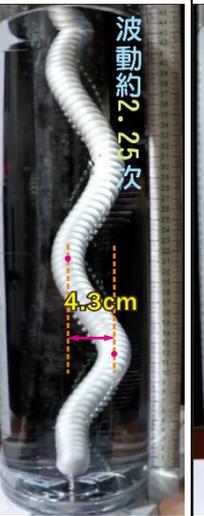
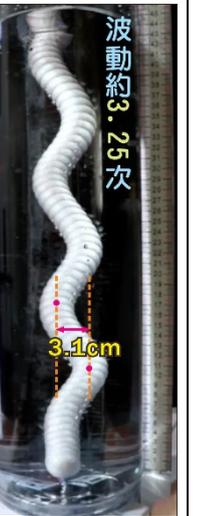
側翼攻角	0° /180°	30°	60°	90°	120°	150°
球體結構						
浮升軌跡						

圖 8-2 不同角度側翼 3D 軌跡圖([超連結：附加側翼 150 度 3D 製圖影片](#))

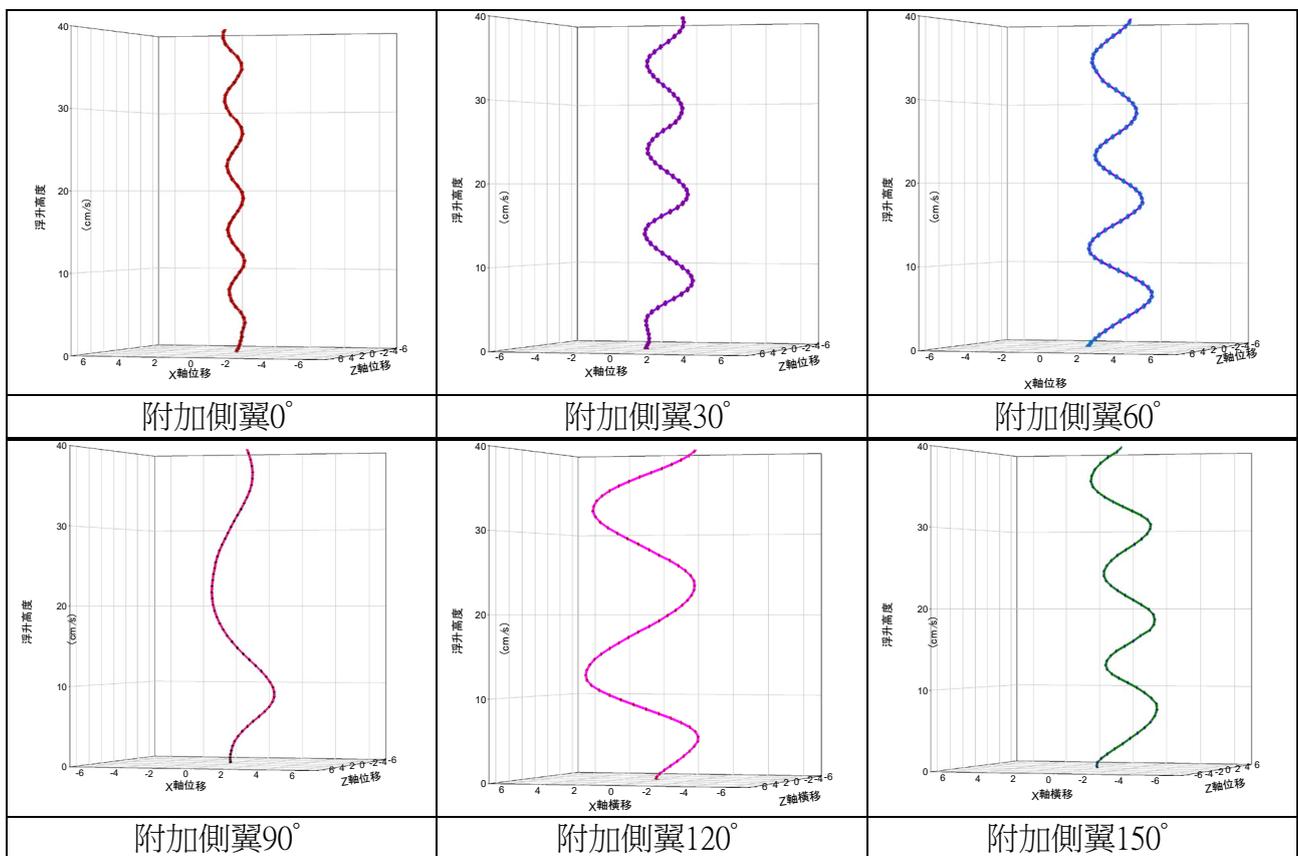
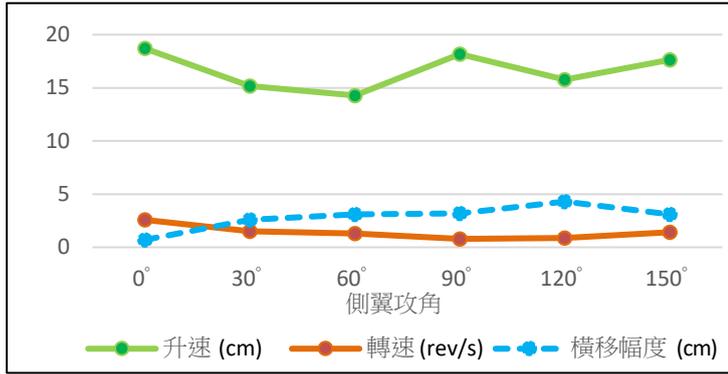


圖8-3側翼攻角與橫移幅度、轉速與升速關係圖

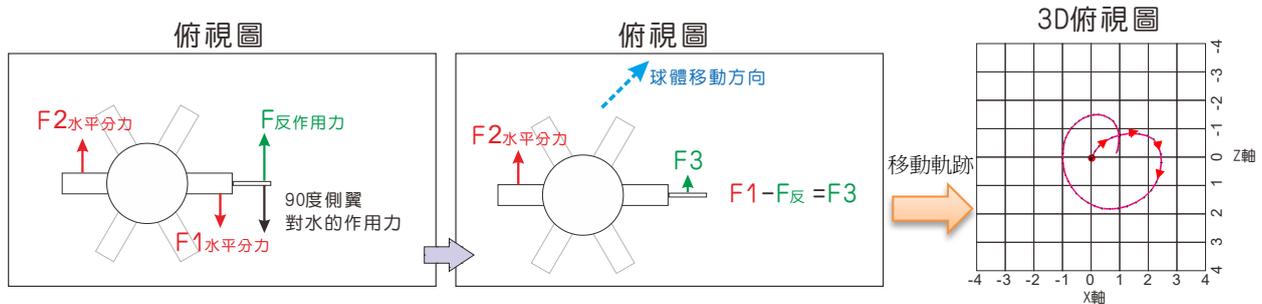


小結：

1.從圖8.1~8.3可知，附加側翼產生的水平推力，改變球體軌跡、升速和轉速。將原本垂直的浮升路徑，轉變成螺旋狀路徑，使球體產生有如芭蕾舞者般有趣的旋轉動作。

([超連結：攻角30°軌跡影像合成過程](#))

- (1)側翼攻角0°：水平推力為0，但升速和轉速比未加側翼前稍慢。因附加翼片重量，重心略為偏移，軌跡小幅度繞轉，肉眼不易察覺。
- (2)側翼攻角30°、60°、120°和150°：水平推力增加>角動量>球體尾流，使球體螺旋浮升。
- (3)側翼攻角90°：雖然沒有水平推力，但因側翼的阻力較大，使轉速變慢，並造成合力上的改變(如下圖)，使旋轉軸心略向側翼移動。



2.側翼120°繞轉路徑比較接近正圓(如右下俯視圖)，將所有座標資料(去除誤差較大的前10個與後3個資料)匯入Excel計算，經計算可得：

旋轉圓心座標 (-0.195 , -0.23)

X平均半徑：r =1.772cm Y平均半徑：r =1.6305cm

旋轉週期t：1.148s 浮升速度：16.31cm/s

代入並修改圓柱螺旋方程式後，可得座標公式：

$$x = 1.7720 \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t - 0.25}{1.148}\right) - 0.195$$

$$y = 1.6305 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t - 0.85}{1.148}\right) - 0.230$$

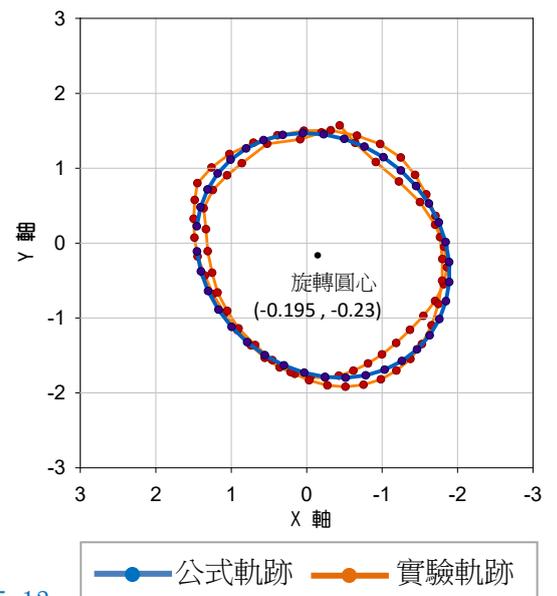
$$z = 16.31 \cdot t - 0.7106$$

0.25和0.85是以最小平方法所得之時間誤差值，

t為時間，t ≥ 0.32s(剛開始浮升時路徑為直線，從0.32秒、浮升5.13

公分才開始繞圓。

在符合T的條件下，此公式可求得任意時間或高度的球體座標。



九、旋翼球體的應用

(一)無翼球體的應用：氣體定速流速(流量)計

表9-1.不同球徑與風速，對球體振幅的影響(超連結：[參閱3.5公分球體振動影片](#))

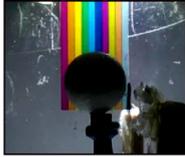
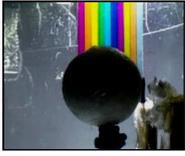
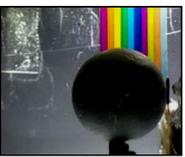
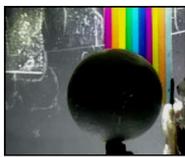
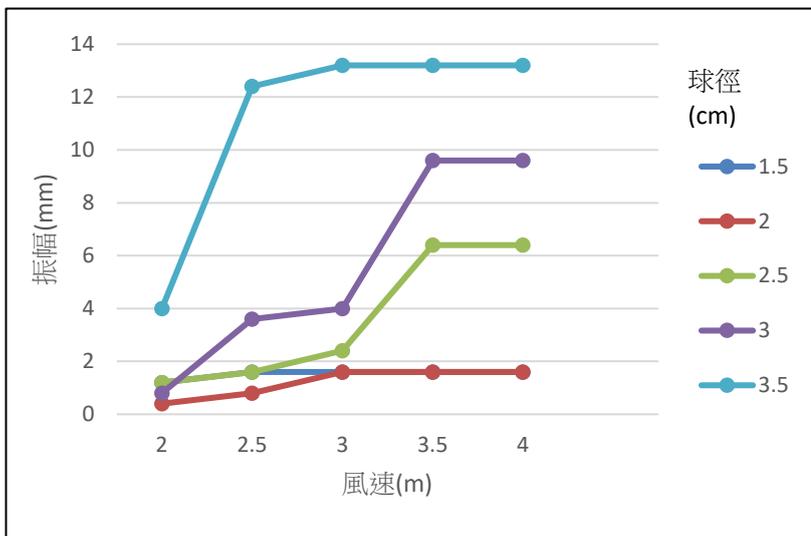
風力 球徑	2.0 m/s	2.5 m/s	3.0m/s	3.5m/s	4.0m/s
1.5 cm					
振幅	1.2mm	1.6mm	1.6mm	1.6mm	1.6mm
2.0cm					
振幅	0.4mm	0.8mm	1.6mm	1.6mm	1.6mm
2.5 cm					
振幅	1.2mm	1.6mm	2.4mm	6.4mm	6.4mm
3.0cm					
振幅	0.8mm	3.6mm	4.0mm	9.6mm	9.6mm
3.5cm					
振幅	4.0mm	22.4mm	23.2mm	23.2mm	23.2mm

圖9-1.不同球徑與風速，對球體振幅的影響折線圖



小結：

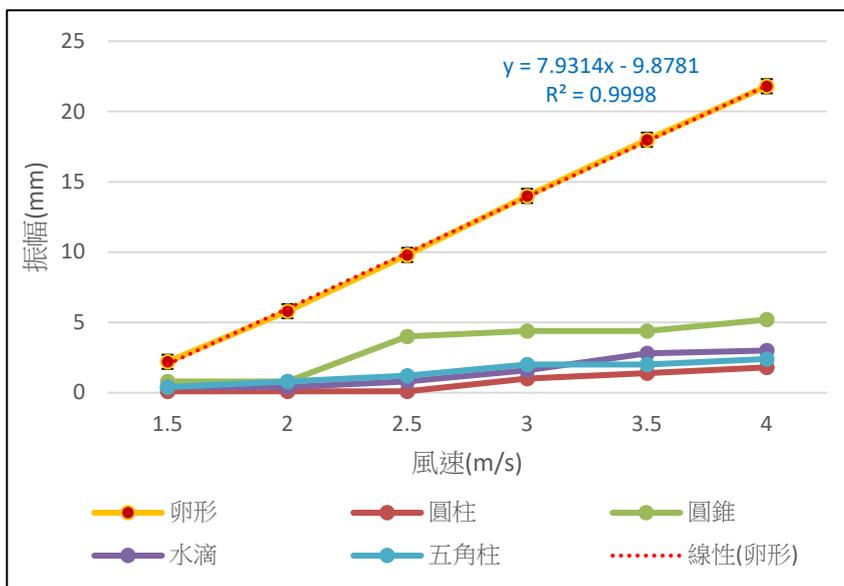
- 1.球徑愈大，振幅愈大，愈容易觀察到振動現象。風速超過3.5m/s，所有球體的振幅不再改變。
- 2.球徑1.5和2.0cm振幅過小，無法鑑別風速大小。
- 3.直徑2.5、3和3.5cm的球體，振幅較大，但風速與振幅未能成正比，僅適合用來作為定速流速計。

(二).無翼球體的應用：不同造型氣體流速(流量)計

表9-2.不同造型球體與風速，對球體振幅的影響(擺放角度參閱P.10)([卵形球體振動影片連結](#))

風速 造型	1.5 m/s	2.0 m/s	2.5 m/s	3.0 m/s	3.5 m/s	4.0 m/s
五角柱 						
振幅	0.4 mm	0.8 mm	1.2 mm	2 mm	2 mm	2.4 mm
水滴型 						
振幅	0.4 mm	0.4 mm	0.8 mm	1.6 mm	2.8 mm	3 mm
卵形 						
振幅	2.2 mm	5.8 mm	9.8 mm	14 mm	18 mm	21.8 mm
圓錐體 						
振幅	0.8 mm	0.8 mm	4 mm	4.4 mm	4.4 mm	5.2 mm
圓柱體 						
振幅	0.1mm	0.1 mm	0.1 mm	1 mm	1.4 mm	1.8 mm

圖9-2. 不同造型球體與風速，對球體振幅的影響



小結：

1. 卵形對風速1.5m/s到4.0m/s反應靈敏，振幅的變化極有規律，可得如下方程式：

$$y = 7.9314x - 9.8781$$

各標準差皆小於0.27mm，可精確推算不同風速的振幅，非常適合作為氣體流速計。

2. 圓柱、五角柱、圓錐和水滴形，不同風速產生的振幅差距很小，不易判別風速。

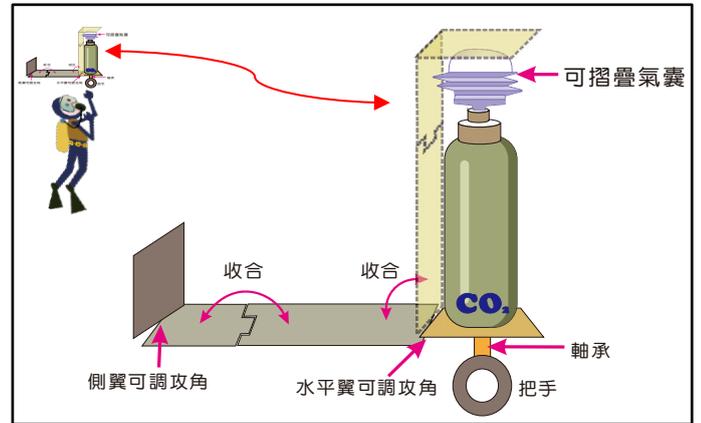
(三)旋翼球體應用：潛水員定速浮升器(概念討論)

1.適用情況：以直接回到水面，不需進行「安全停留」的時間和深度為主(10公尺免停留時間達145分鐘，18公尺為45分鐘)上升速率 $\leq 15\text{cm/s}$ 。(9m/min)

2.球體：使用「熱塑性聚氨酯彈性體」充氣氣囊(Thermo plastic Urethane，簡稱 tpu 。具有高耐磨、抗壓、耐油、耐水、耐寒性和耐黴菌，也是一種成熟的環保材料。)使用前，將氣囊摺疊縮小體積，置於定速浮升盒中，在置於潛水背囊(BC)內。

3.填充氣體：依據使用者體重，將個別化適量的 CO_2 填充於鋼瓶內，以控制浮力。

4.旋翼：使用碳纖維摺疊式翼片(四翼 $90^\circ - 90^\circ - 90^\circ$)，折合時為定速浮升器的收藏盒，展開時可將翼片變長，並可調整攻角，如右圖---單翼片示意圖。



陸、討論

- 一、**不同球徑的保麗龍球**：浮升軌跡都會前後左右彎曲，球徑大的波動次數少，浮升速度快，二者呈負相關。球體振動的頻率，實驗所得數據約為卡門渦街公式所得的1/2。
- 二、**配重增加**：振動次數和螺絲傾斜的角度會逐漸減少，可以**降低浮升速度及振幅大小**，但無法完全抑制振動，球體尾流形成的壓力差仍然存在。
- 三、**翼玄寬度不同**：翼玄寬度增加，可使轉速變快，升速變慢。
 - 1.在水中，當翼玄寬度 $\geq 2\text{cm}$ 時，球體升速變慢、轉速加快，**升轉比值皆 ≤ 6.62** ，都可以垂直穩定浮升。
 - 2.在風洞中，寬度 ≥ 1.5 公分，才開始慢慢轉動。**寬度增加，轉速即明顯變快**。
 - 3.二者都是轉速愈快愈穩定，亦即角動量達到一定程度以上，球體便能穩定旋轉。
- 四、**翼展長度不同**：
 - 1.在水中：**翼展長度增加**，對轉速影響不太大，但可使**升速變慢**。翼展 $\geq 1.5\text{cm}$ ，**升轉比值 ≤ 6.8** ，均能垂直穩定浮升。
 - 2.在風洞中：長度 ≥ 1.5 公分，才開始慢慢轉動，長度增加**轉速明顯變快**，較有規律性。
 - 3.風洞和水中穩定旋轉的因素略有不同，但一樣都是愈展愈長愈穩定。
- 五、**旋翼數量和配置不同**：
 - 1.在水中：**旋翼數量增加**，對轉速影響不大，但可以**降低升速**。升轉比降低，有助於球體穩定浮升。翼片角度分配平均的球體，會比同翼數的球體轉速略快，但升速較慢。
 - 2.在風洞中：翼片數量和轉速成正相關，且**角度完全平均、配置對稱的球體轉速較快**。
 - 3.翼片對稱、角度均等的球體，在水中和風洞中轉動都比較穩定。

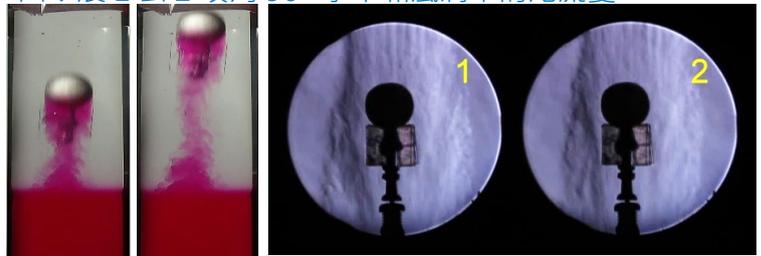
六、展1玄2攻角不同：

(一).**在水中**： $15^{\circ} \leq \text{攻角} \leq 45^{\circ}$ 都能穩定垂直浮升，轉速變化不大，但升速會變快。30° 和 45° 的升轉比為 ≤ 8.04 ，超過二翼球體的 7 和四翼球體的 7.5，翼數增加，垂直浮升的升轉比會提高。

攻角**90° 不旋轉，浮升速度最快，因翼片具整流效果**(如下圖)，所以能夠垂直浮升。

(二).**在風洞中**：**攻角和轉速成負相關**，超過75° 球體便不旋轉。

(三).球體在水中和風洞中，都是攻角愈小，穩定性愈佳。90° 沒有角動量，但水中和風洞尾流都相當穩定(如右圖)。



七、展2玄1攻角不同：

(一).**在水中**：**旋翼攻角 15°、30°、45°**，都能穩定垂直浮升，升轉比皆 ≤ 8 。攻角 90° 的球體不會旋轉，但升速最快，垂直浮升至接近水面才略為歪斜。

(二).**在風洞中**：**攻角愈大轉速愈慢**， $\leq 75^{\circ}$ 皆會旋轉。

(三).旋翼攻角愈小，球體在流體中，愈能穩定旋轉或垂直浮升。二者差別在於，水中靠的是降低升速，風洞是增加轉速。

八、附加不同攻角側翼：附加側翼產生的水平推力，改變球體浮升速度、軌跡和轉速，使球體產生有如芭蕾舞者般有趣的旋轉動作。

側翼攻角 0°，因附加翼片重量，軌跡小幅度繞轉。側翼攻角 30°、60°、120° 和 150° 的球體，水平推力增加 > 角動量 > 球體尾流，使球體螺旋浮升。側翼攻角 90°，沒有水平推力，但因側翼的阻力較大，造成合力上的改變，使旋轉軸心略向側翼移動。

側翼 120° 繞轉路徑比較接近正圓，經分析和統計座標資料後，可推得圓柱螺旋方程式。

九、旋翼球體的應用

(一)氣體定速流速(流量)計：球徑愈大，振幅愈大，愈容易觀察到振動現象。

(二)不同造型氣體流速(流量)計：卵形對風力的靈敏反應，明顯優於其他造型。可以根據振幅，精確推估 1.5 ~ 4.0m 的風力變化。

(三)旋翼球體應用：潛水員定速浮升器(概念討論)

1.浮力裝置：使用 tpu 充氣氣囊及 CO₂ 填充罐，依據使用者體重，將個別化適量的二氧化碳填充於鋼瓶內，以控制浮力及升速。

2.旋翼裝置：使用四翼碳纖維摺疊式翼片，折合時為定速浮升器的收藏盒，展開時可將翼片變長，並可調整攻角，用來控制轉速、升速及垂直穩定性。

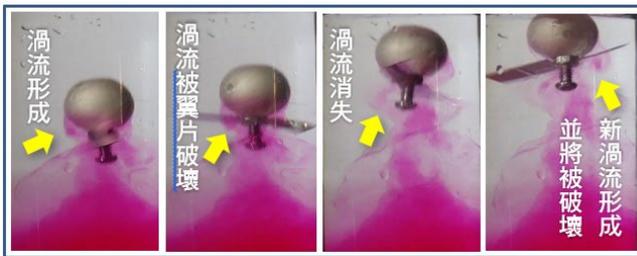
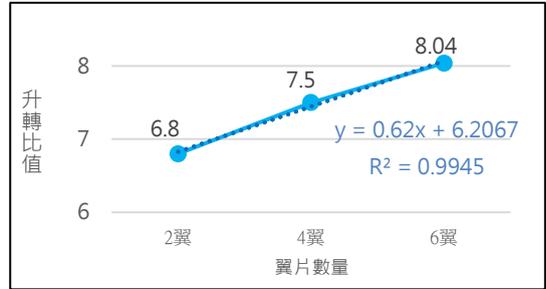
柒、結論

一、**無翼保麗龍球浮升的軌跡皆呈波形**，要讓球體垂直穩定浮升，除了增加重量之外，必須加上旋翼，以角動量抑制球體尾流形成的瞬時壓力差。

垂直浮升的最佳翼片組合及配置方式，有下列 3 種：

組合	翼長(公分)	翼寬(公分)	攻角	翼數和配置	運動狀態
1	1	≥1.5	15° ~45°	2、3、4、6翼；對稱或平均	旋轉
2	1	2	90°	6翼；對稱	不轉
3	≥2	1	15° ~45°	2、3、4、6翼；對稱	旋轉

二、**升轉比~球體穩定的指標**：升速下降可減少渦流振動，轉速上升可增加角動量，皆有助於球體的穩定浮升，二者比值可作為觀察指標，如右圖。**旋翼除了產生角動量之外，亦可破壞渦流的形成**，如下圖所示，二翼球體的兩翼距離遠，有較大的空間可形成渦流，但渦流形成後隨即被翼片擾動，使振動力減少。六翼球體的翼間距離更近，渦流未及形成即被擾動，所以即使角動量減少，升轉比提高，亦能垂直浮升。

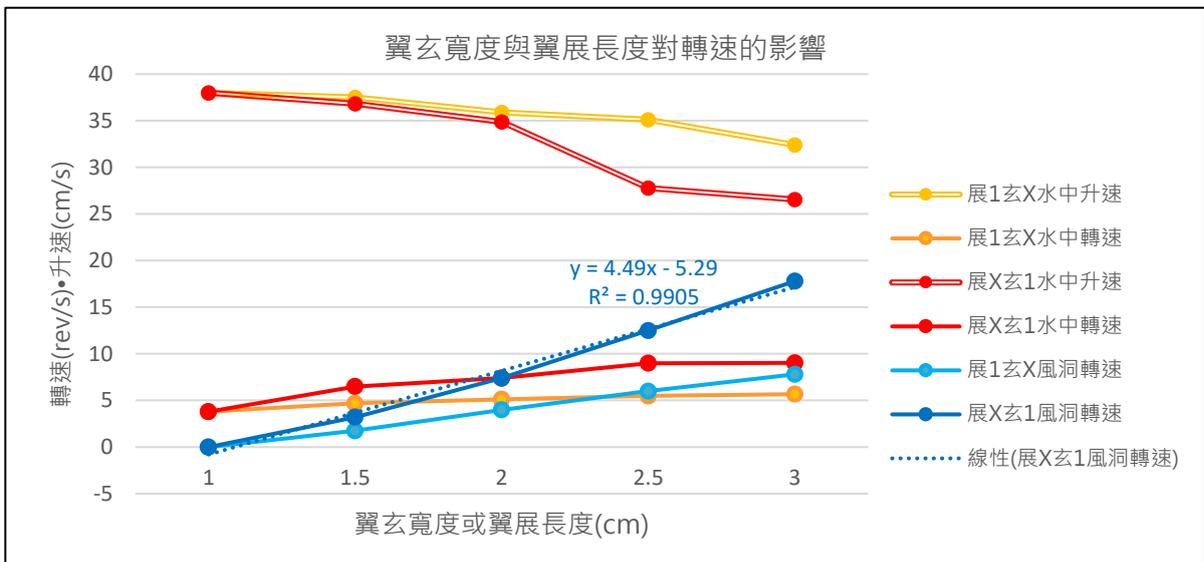


二翼球體擾動渦流(影片超連結)

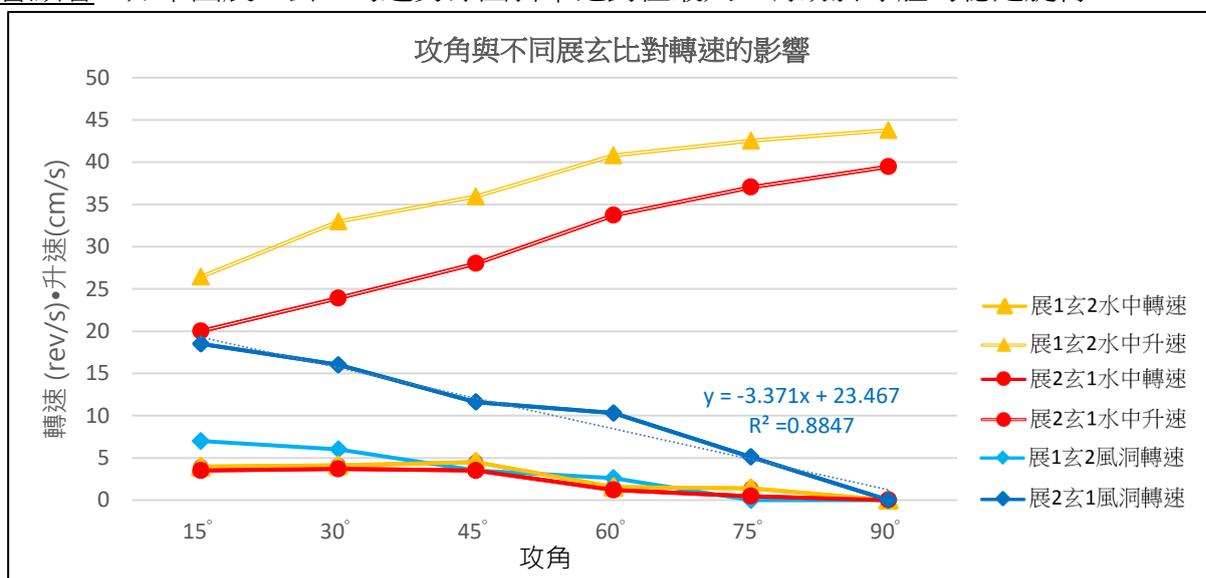


六翼球體擾動渦流

三、**在流體中增加旋翼長寬，即可提高球體穩定性**，不過水中、風中差別在於：**水中球體增加展玄尺寸，可降低升速**；風洞球體，則能增加轉速。**水中球體翼玄>2cm**，升速會大幅下降，如下圖。可得較小的升轉比，球體更容易垂直穩定上升。在風洞中，展玄的增加，對轉速的影響很明顯，如下圖**翼展 X** 的趨勢線圖斜率最大，快速增加的角動量，有助於球體的穩定旋轉。



四、在流體中減少旋翼攻角，便能提高球體穩定性，不過水中、風中二者略有不同：攻角 15° 至 45° 之間的水中球體，轉速相近，但升速差別明顯。尤其是展 2 玄 1 攻角減少時，升速大幅降低，成為球體穩定垂直浮升的關鍵。在風洞中，攻角減少，對轉速的增加影響顯著，如下圖展 2 玄 1 的趨勢線圖斜率絕對值最大，有助於球體的穩定旋轉。



五、附加側翼，形成獨特的運動方式：附加不同攻角的側翼，使原本垂直浮升的六翼球體，因側翼的水平推力，呈現各不相同的螺旋上升軌跡，奇特的旋轉方式與速度變化，像極了芭蕾舞者豐富美妙的舞姿。

其中側翼 120° 以接近正圓的方式繞轉，可依推導所得的圓柱螺旋方程式，代入時間或高度，求得球體的三軸座標。

六、創意設計：

(一).無翼球體的應用—不同造型氣體流速計，利用卡門渦街形成渦振的原理設計。在 5 種保麗龍造型中，卵形效果最好，可量測的風力範圍最大。具有成本極低，觀察容易，不耗額外能源，也無須維護的優點，並可根據回歸方程式，求得風速或振幅數值。

(二).旋翼球體應用：潛水員定速浮升器，除了因應個人體重，填充不同體積的 CO₂，調節浮力。還可依根據翼展和升速、攻角和升速的回歸方程式微調升速。有助於潛水員以安全的速度浮升，不致因速度過快，換氣過度而失去中性浮力，甚至罹患潛水夫病。

捌、參考資料及其他

一、休伊特 • 觀念物理 I • 台北市 • 天下遠見

二、休伊特 • 觀念物理 II • 台北市 • 天下遠見

三、角動量 • 維基百科 • 取自

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%A7%92%E5%8A%A8%E9%87%8F>

【評語】 030112

1. 能設計有效之觀測工具，並以軟體完整呈現實驗結果。
2. 研究工具設計精巧，並能有實務上之應用性。
3. 能分別分析不同流體中之不同特性。
4. 同學表現有大將之風，值得肯定！

壹、研究動機

暑假和家人一起到社區游泳池玩水，帶了幾個塑膠球丟來丟去，潛水時一不小心球從手中滑掉，我們發現球浮起來軌跡竟然會彎來彎去，不管大球小球，連試了幾次都一樣，永遠不是直的浮升，又試了幾個棒狀的充氣玩具，還是曲線上升。我們很好奇，如果浮體在水中的運動情形是這樣，那麼潛水艇在海中遇到緊急情況，需要快速垂直浮出水面時，船體會這樣晃動嗎？有什麼方法可以降低，或者消除這種像波一樣左右振動的情形呢？

貳、研究目的

- 一、探討影響無翼球體在水中浮升的軌跡和速度的因素。
- 二、探討旋翼展玄尺寸，對球體旋轉浮升的軌跡、升速和轉速的影響。
- 三、探討旋翼數量、配置和攻角不同，對球體旋轉浮升的軌跡、升速和轉速的影響。
- 四、探討如何利用不同的翼片組合，讓球體在水中展現獨特的運動方式。
- 五、探討旋翼球體的實用價值。

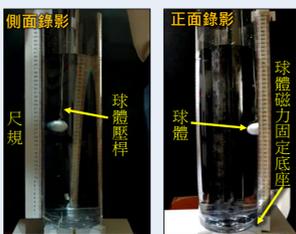
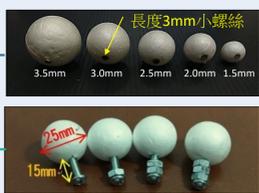
參、研究器材與設備

- 一、一般器材：壓克力筒、保麗龍球、紅光雷射頭、光敏電阻、Arduino電路板。
- 二、自製工具：保麗龍球挖洞器、風洞整流器、球體磁力固定底座、史林納攝影、風場風力量測器。
- 三、電腦軟體：Photoshop、SigmaPlot、Arduino。

肆、研究架構、過程與方法

研究一：無翼球體

實驗1.球徑不同



- 1.水量：在直徑14cmPVC塑膠筒和8公分壓克力筒中，倒入適量的水，使球體能浮升40公分。
- 2.記錄：雙機錄製正面和側面的浮升過程，將影片匯入威力導演16中，計算浮升時間。
- 3.分析：以Excel分析數據。

研究二：旋翼球體

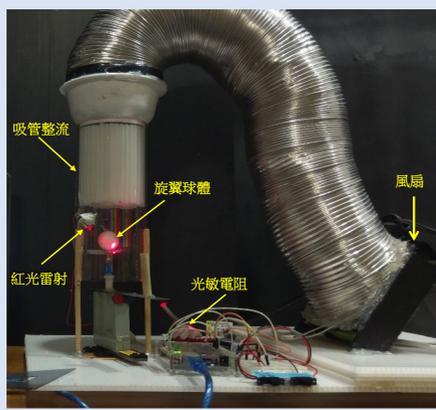
實驗3.翼玄寬度不同

實驗4.翼展長度不同

實驗5.玄翼數量與配置不同

實驗6.六翼展1玄2攻角不同

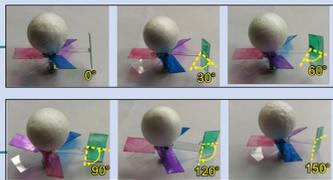
實驗7.六翼展2玄1攻角不同



- 1.水量：在直徑8cm的壓克力筒中(同研究一)，倒入40公分高的水量。
- 2.風洞：風速2.0m/s
- 3.記錄：使用威力導演和Arduino記錄轉速。
- 4.分析：以Excel分析數據，繪製波形。

研究三：複合旋翼球體

實驗8.附加不同角度側翼



- 1.水量、定位同實驗(一)
- 2.記錄：錄製的正面及側面影片，以威力導演記錄轉速。
- 3.分析：以Tracker追蹤球體的X、Y和Z軸座標，用SigmaPlot製作3D軌跡圖，Excel分析資料。

研究四：應用

實驗9.旋翼球體的應用

- 1.氣體定速流速計
- 2.不同造型氣體流速計
- 3.潛水員定速浮升器



- (一)無翼球體應用：定速和不同造型氣體流速計
- 1.風洞：以1.5、2.0、2.5、3.0、3.5和4.0m/s等風速，量測球體振動幅度。
 - 2.記錄：在風洞筒壁貼上寬2mm的色條、觀察球體擺動所顯露的顏色，換算成振幅。
 - 3.分析：以Excel分析數據。
- (二)旋翼球體的應用：潛水員定速浮升器(概念討論)
- 依先前實驗結果，調整旋翼翼展(阻力)、球體大小(浮力)和附加側翼的攻角(橫移幅度—軌跡長度)，使潛水員能以安全升速—9m/min浮升。

伍、研究結果

一、無翼球體

實驗(一)、球徑不同，對浮升的軌跡和速度是否有影響？

	球徑3.5cm	球徑3.0cm	球徑2.5cm	球徑2.0cm	球徑1.5cm
筒徑8公分					
	波動次數約1.5次	波動次數約1.75次	波動次數約1.75次	波動次數約2.5次	波動次數約2.75次
	側面	正面	側面	正面	側面
	正面	側面	正面	側面	正面

圖1-1、無翼保麗龍球浮升軌跡(時間影格，每球1/30秒)

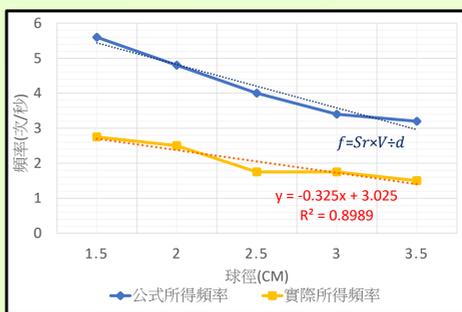
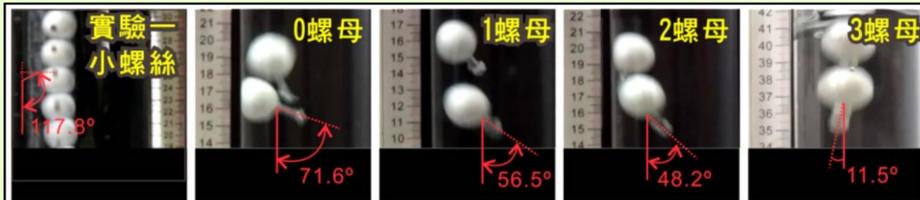


圖1-2、卡門渦街公式與實驗所得頻率

- 1.各種球徑的保麗龍球，浮升軌跡都會前後左右彎曲，球徑小波動次數多，浮升速度慢，如圖1-1，二者呈負相關。
- 2.公式所得頻率和實驗所得頻率不同，每種球徑約有2倍的差距，如圖1-2。

實驗(二)、配重不同，對浮升的軌跡和速度是否有影響？

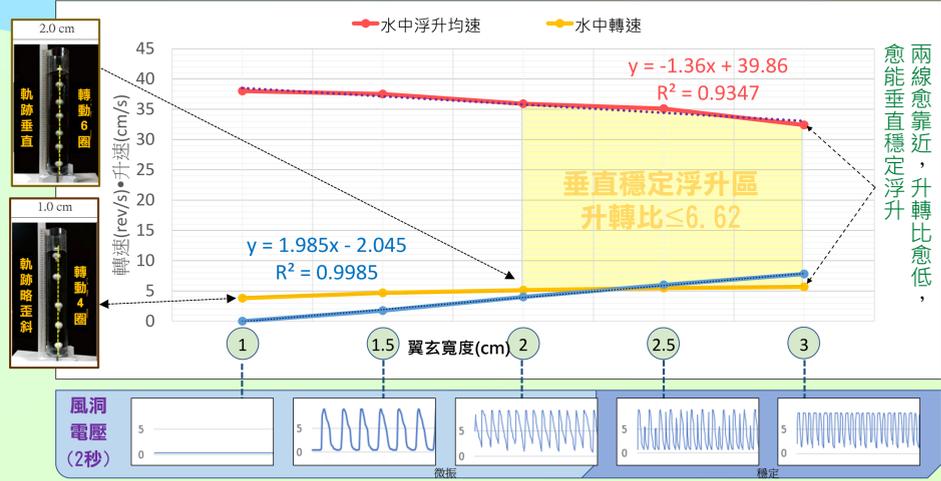
保麗龍球配重不同，浮升軌跡(時間影格，每球2/30秒，可從螺絲角度觀察球體甩動情形)				
	螺絲+0螺帽	螺絲+1螺帽	螺絲+2螺帽	螺絲+3螺帽
筒徑8公分				
	117.8°	71.6°	56.5°	48.2°
	側面	正面	側面	正面



- 1.配重增加，可降低浮升速度及振幅大小，但從右圖及上圖可看出，仍然無法完全抑制振動。可見球體尾流仍是紊流，球側的瞬時壓力差仍然存在。

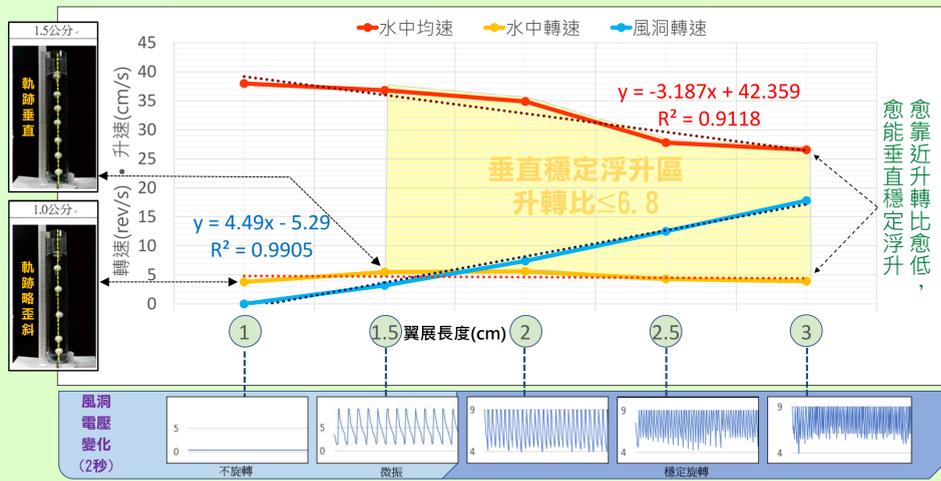
二、旋翼球體

實驗(三)、翼玄寬度不同，對球體浮升的軌跡和轉速是否有影響？

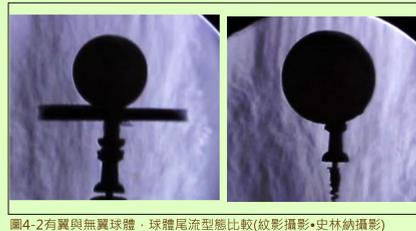
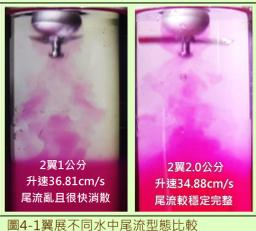


小結：轉速愈快愈穩定，亦即角動量達一定程度，球體便能穩定旋轉、浮升。

實驗(四)、翼展長度不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

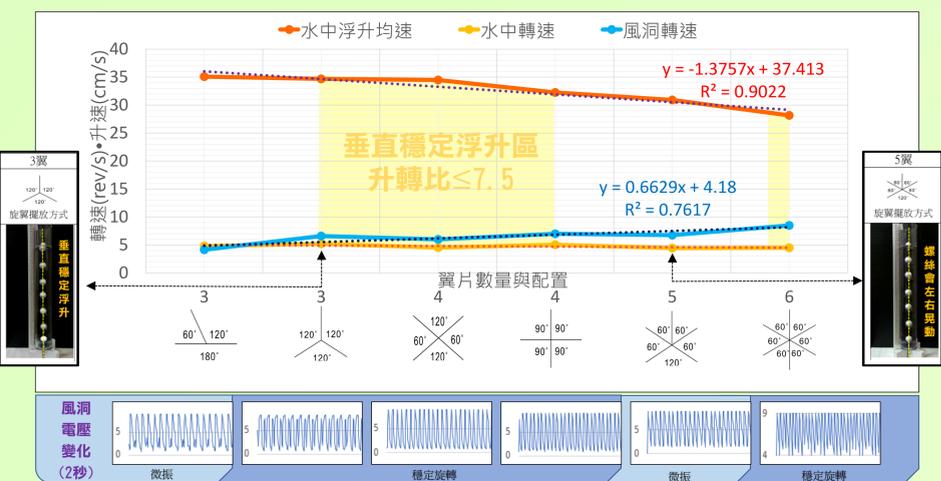


小結：
風洞和水中都是翼展愈長愈穩定，但原因不同。水中是升速下降，風洞是轉速提升。



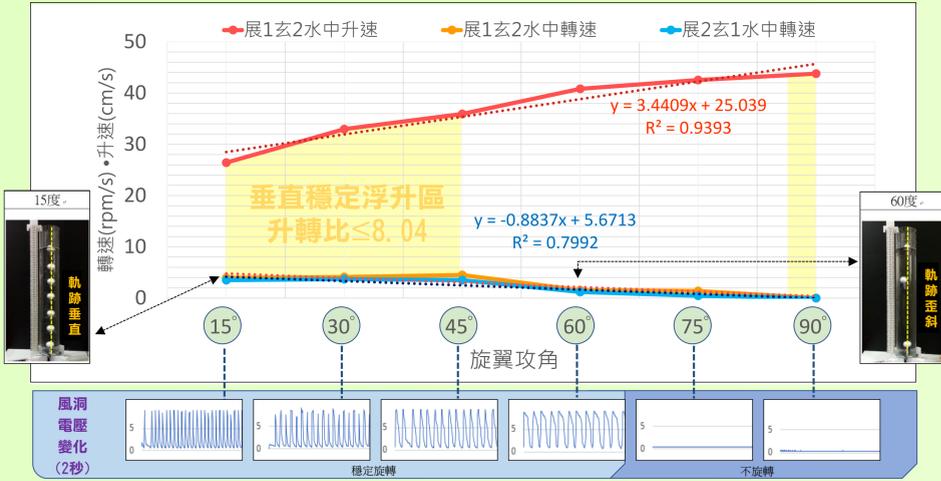
水中翼展1cm升速最快，但尾流不穩，紅鹽水很快消散(如圖4-1)，角動量不足以抑制振動。翼展2公分，尾流便較穩定，可以垂直浮升。圖4-2氣流中的史林納攝影，翼展2cm下方的渦流，也比無翼球體少且細小。

實驗(五)、旋翼數量與配置不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？



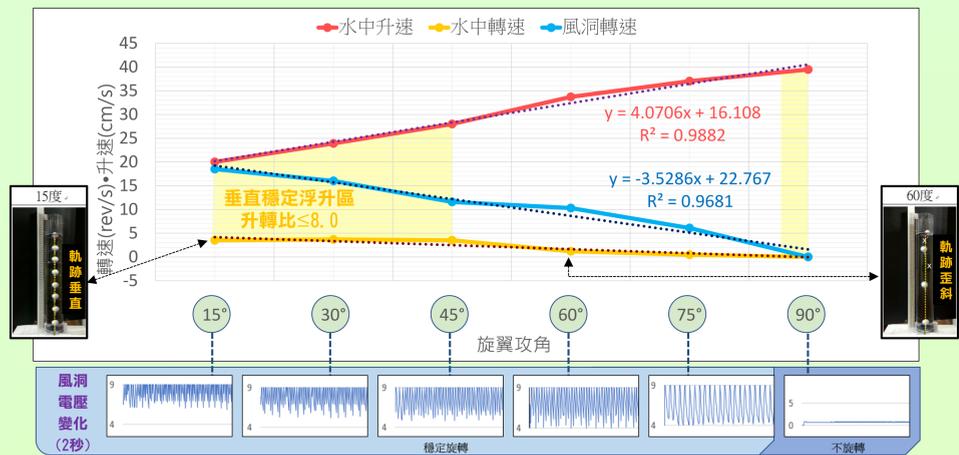
小結：
翼片對稱、角度均等的球體，在水中和風洞中轉動都比較穩定。
在水中，旋翼數量增加，轉速差異性不太大，但浮升速度變慢。只要配置對稱皆可垂直穩定浮升，升轉比為7.5。可見翼數增加，升轉比會略微提高。風洞中的轉速，則會因翼數增加而略為變快。

實驗(六)、展2玄1旋翼攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

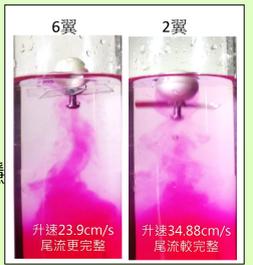


小結：
球體在水中和風洞中，都是攻角愈小愈穩定。超過60°轉速便大幅下滑。在水中，旋翼攻角小，浮升阻力較大升速變慢，升轉比≤8.04，超過二翼球體的6.8和四翼球體的7.5。90°不旋轉，卻可垂直浮升，且升速最快。

實驗(七)、展2玄1旋翼攻角不同，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？

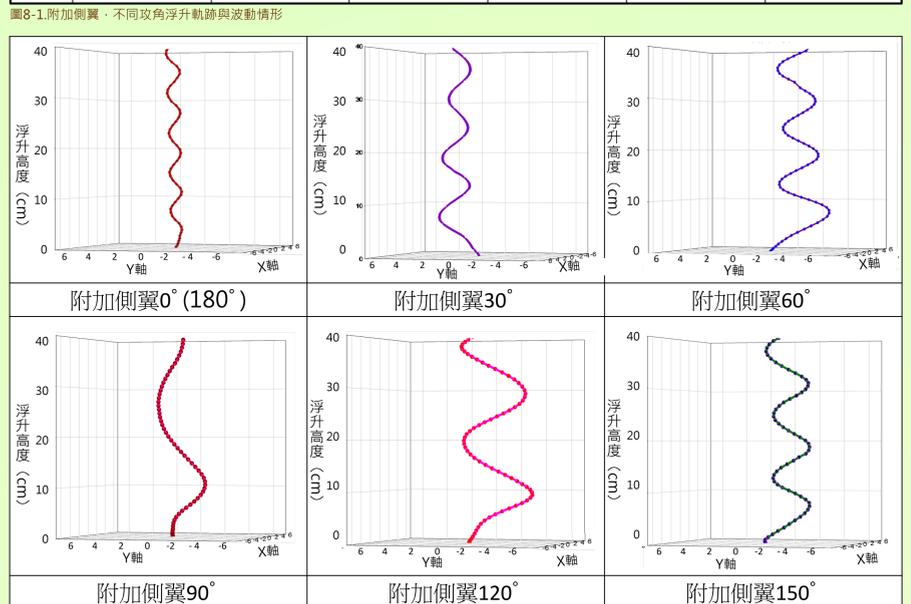
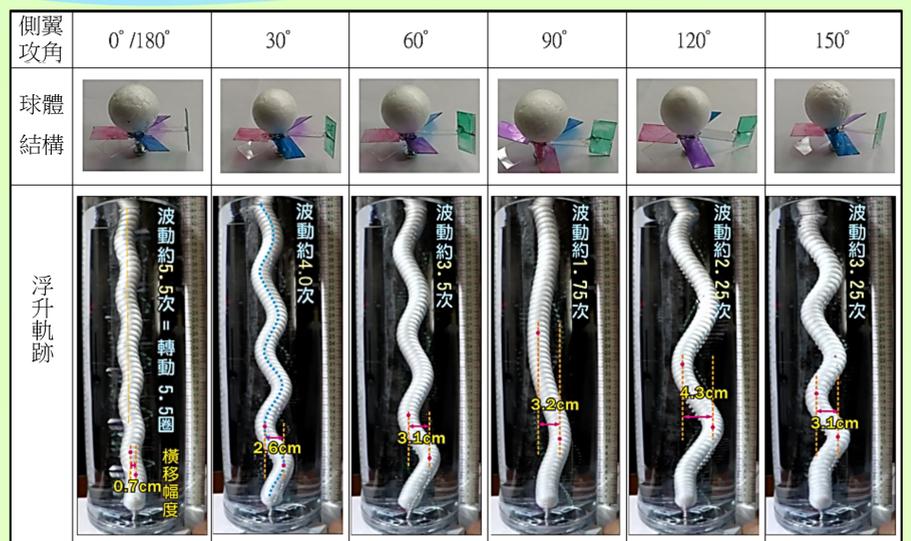


小結：
旋翼攻角愈小，愈能穩定旋轉或垂直浮升。二者差別在於，水中靠的是降低升速，風洞是增加轉速。在水中，旋翼攻角15°、30°、45°均能垂直浮升，升轉比為8.0。從右圖尾流實驗中可見，6翼的尾流更顯穩，升轉比會再提高。



三、複合旋翼球體

實驗(八)、附加不同角度側翼，對球體浮升的軌跡、升速和轉速是否有影響？



小結：
附加側翼產生的水平推力，改變球體軌跡、升速和轉速(如右圖)。將原本垂直的浮升路徑，轉變成螺旋狀路徑。
(1)側翼攻角90°：沒有水平推力，但因側翼的阻力較大，造成合力上的改變而旋轉。
(2)側翼120°繞轉路徑接近正圓(如右下圖)，將所有座標資料(去除誤差較大的前10個與後3個資料)匯入Excel計算，可得公式：

旋轉圓心座標 (-0.195, -0.23)
X平均半徑: $r = 1.772\text{cm}$
Y平均半徑: $r = 1.6305\text{cm}$
旋轉週期: $t = 1.148\text{s}$
浮升速度: 16.31cm/s
代入並修改圓柱螺旋方程式後，可得座標公式：

$$x = 1.7720 \cdot \cos(313.59t - 78.40) - 0.195$$

$$y = 1.6305 \cdot \sin(313.59t - 266.55) - 0.230$$

$$z = 16.31 \cdot t - 0.7106$$

t為時間， $t \geq 0.315\text{s}$ (開始浮升時路徑為直線，0.315秒--浮升5.13公分才開始繞圓。)

在符合 t 的條件下，此公式可求得任意時間或高度的球體座標。

四、應用

實驗(九)、球體的應用

1. 無翼球體：氣體定速流速(流量)計

- (1) 球徑愈大，振幅愈大，愈容易觀察到振動現象。
- (2) 球徑2.5、3和3.5cm的球體，振幅較大，但風速與振幅未能成正比，僅適合用來作為定速流速計。

2. 無翼球體：不同造型氣體流速(流量)計

風速	1.5 m/s	2.0 m/s	2.5 m/s	3.0 m/s	3.5 m/s	4.0 m/s
五角柱						
振幅	0.4 mm	0.8 mm	1.2 mm	2 mm	2 mm	2.4 mm
水滴型						
振幅	0.4 mm	0.4 mm	0.8 mm	1.6 mm	2.8 mm	3 mm
卵形						
振幅	2.2 mm	5.8 mm	9.8 mm	14 mm	18 mm	21.8 mm
圓錐體						
振幅	0.8 mm	0.8 mm	4 mm	4.4 mm	4.4 mm	5.2 mm
圓柱體						
振幅	0.1mm	0.1 mm	0.1 mm	1 mm	1.4 mm	1.8 mm

圖9-1.不同造型氣體流速計振幅變化

- (1) 卵形對風速1.5m/s到4.0m/s反應靈敏，可得如下方程式：

$$y = 7.9314x - 9.8781$$

各標準差皆小於0.27mm，適合作為氣體流速計(如右圖)。

- (2) 其餘造型在不同風速下的振幅差距很小，不易判別風速。

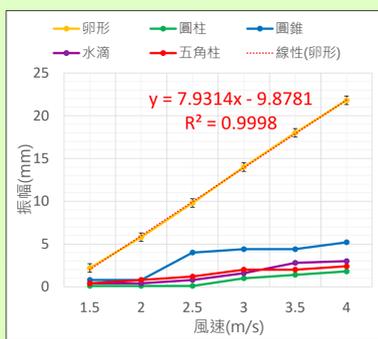


圖9-2.不同造型氣體流速計振幅折線圖

3. 旋翼球體：潛水員定速浮升器(概念)

- (1) 適用情況：以不需進行「安全停留」的時間和深度為主(上升速率 $\leq 9\text{m/min}$)
- (2) 球體：使用TPU氣囊。
- (3) 充氣：依據使用者體重，填充適量 CO_2 。
- (4) 旋翼：使用碳纖維摺疊翼片(如圖9-3)。

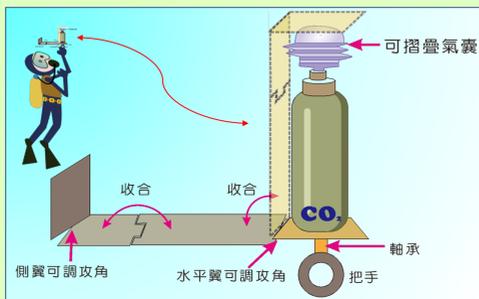


圖9-3.潛水員定速浮升器概念圖

陸、討論

一、不同球徑的保麗龍球：浮升軌跡都會前後左右彎曲，球體振動的頻率，實驗所得數據約為卡門渦街公式所得的1/2。

二、配重增加：振動次數和螺絲傾斜的角度會逐漸減少，可以降低浮升速度及振幅大小，但無法完全抑制振動。

三、翼玄寬度不同：水中和風洞中都是轉速愈快愈穩定，亦即角動量達到一定程度以上，球體便能穩定旋轉。

四、翼展長度不同：翼展長度增加，有助於球體垂直浮升，或穩定轉動。但穩定旋轉的因素略有不同，水中是升速變慢，風洞中是角動量增加。

五、旋翼數量和配置不同：翼片數量增加，有助於球體垂直浮升，或穩定轉動。和實驗四一樣，穩定旋轉的因素略有不同，水中是升速變慢，風洞是轉速增加。配置時角度完全平均、對稱的球體轉速較快。

六、展1玄2攻角不同：水中和風洞中都是攻角愈小，旋轉的穩定性愈佳，超過 60° 轉速便大幅下滑。二者穩定旋轉的因素略有不同，水中是升速變慢，風洞是轉速增加。 90° 沒有角動量，但水中和風洞尾流都相當穩定(如右圖)。

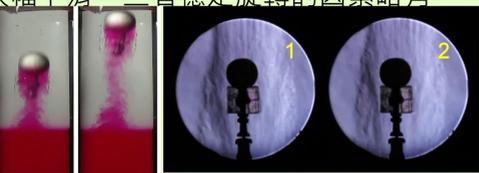


圖9-4.展1玄2攻角 90° 水中和風洞中的尾流變化

七、展2玄1攻角不同：水中和風洞中都是攻角愈小，旋轉的穩定性愈佳。二者的差別在於，水中是降低升速，風洞是轉速變快，角動量增加。

八、附加不同攻角側翼：附加側翼產生的水平推力，形成螺旋狀浮升路徑，使球體產生有如芭蕾舞般有趣的旋轉動作。側翼 120° 繞轉路徑接近正圓，我們將座標資料匯入Excel計算，可得如下方程式，在符合t的條件下($t \geq 0.315\text{s}$)，可求得任意時間或高度的球體座標。

$$x = 1.7720 \cdot \cos(313.59t - 78.40) - 0.195$$

$$y = 1.6305 \cdot \sin(313.59t - 266.55) - 0.230$$

$$z = 16.31 \cdot t - 0.7106$$

九、球體的應用

(一)無翼球體的應用：氣體定速流速(流量)計

球徑愈大，振幅愈大，愈容易觀察到振動現象。

(二)無翼球體的應用：不同造型氣體流速(流量)計

卵形對風速1.5m/s到4.0m/s反應靈敏，可得如下方程式：

$$y = 7.9314x - 9.8781$$

各標準差皆小於0.27mm，適合作為氣體流速計。

(三)旋翼球體應用：潛水員定速浮升器(概念討論)

- (1) 浮力裝置：使用tpu氣囊及 CO_2 填充罐，控制浮力及升速。
- (2) 旋翼裝置：使用四翼破纖維摺疊式翼片，可調整攻角控制轉速、升速及垂直穩定性。

柒、結論

一、無翼保麗龍球浮升的軌跡皆呈波形，實驗過程中我們發現，要讓球體垂直穩定浮升，除了增加重量之外，必須加上旋翼，以角動量抑制球體尾流形成的瞬時壓力差。

球體垂直浮升最佳的翼片組合及配置方式，有下列3種組合：

組合	翼長(cm)	翼寬(cm)	攻角	翼數和配置	運動狀態
1	1	≥ 1.5	$15^\circ \sim 45^\circ$	2、3、4、6翼；對稱	旋轉
2	1	2	90°	6翼；對稱	不轉
3	≥ 2	1	$15^\circ \sim 45^\circ$	2、3、4、6翼；對稱	旋轉

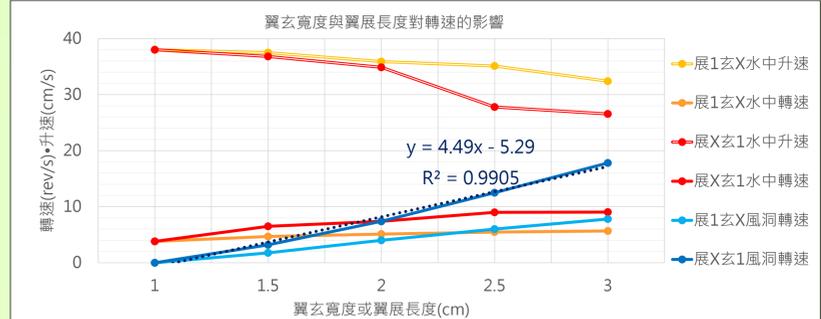
二、升轉比~球體穩定的指標：

升速下降，轉速增加，有助於球體穩定浮升。二者的比值，可作為觀察指標。

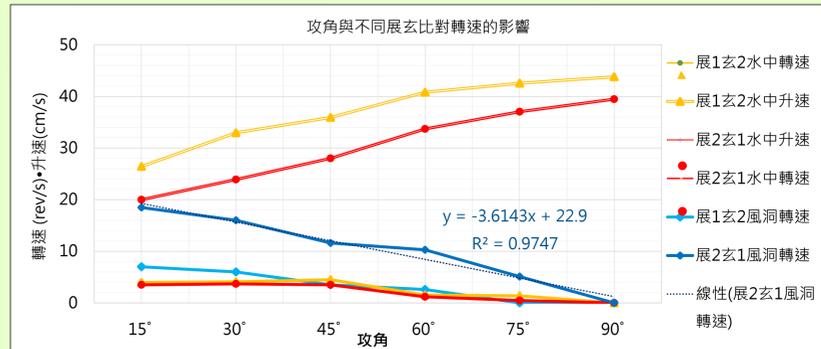
旋翼除了產生角動量之外，亦可破壞渦流形成。如下圖所示，二翼球體的兩翼距離遠，有較大的空間可形成渦流，但渦流形成後隨即被翼片擾動，使振動力減少。六翼球體的翼間距離更近，渦流未及形成即被擾動，雖然角動量較少，升轉比提高，亦能垂直浮升。



三、在流體中增加旋翼長寬，即可提高球體穩定性，不過水中、風中差別在於：水中球體增加展玄尺寸，可降低升速；風洞球體，則能增加轉速。水中翼玄增加 $>2\text{cm}$ ，升速會大幅下降，如下圖。可得較小的升轉比，球體更容易垂直穩定上升。在風洞中，展玄的增加，對轉速的影響很明顯，如下圖翼展X的趨勢線圖斜率最大，快速增加的角動量，有助於球體的穩定旋轉。



四、在流體中減少旋翼攻角，能提高球體穩定性，不過水中、風中二者略有不同：旋翼攻角在 15° 至 45° 之間的水中球體，轉速相近，但升速差別明顯。尤其是展2玄1攻角減少時，升速大幅降低，成為球體垂直浮升的關鍵。在風洞中，攻角減少，對轉速的增加影響顯著，如下圖展2玄1的趨勢線圖斜率絕對值最大，較高的角動量，有助於球體的穩定旋轉。



五、附加側翼，形成獨特的運動方式：附加不同攻角的側翼，使原本垂直浮升的六翼球體，因側翼的水平推力，呈現各不相同的螺旋上升軌跡。側翼 120° 以接近正圓的方式繞轉，可依推導所得的圓柱螺旋方程式，代入時間或高度，求得球體的三軸座標。

六、創意設計：

1. 無翼球體的應用--卵形氣體流速計：利用卡門渦街形成振動的原理來設計，可以量測1.5~4.0m/s的風速變化，具有成本極低、不耗能源、觀察容易，且無須維護的優點。
2. 旋翼球體應用：潛水員定速浮升器，可依個人體重，填充不同體積的 CO_2 調節浮力。還可依據展玄比和升速、攻角和升速的回歸方程式微調升速，可幫助潛水員以安全的速度浮升。