

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國小組 生活與應用科學(二)科

082902

達文西橋

學校名稱：臺北市中山區中山國民小學

作者： 小五 李劭洋 小五 林弘軒	指導老師： 吳惠雯 廖小萍
-------------------------	---------------------

關鍵詞：斜面摩擦、穩定度、手遊抽抽樂

摘要

本達文西橋的研究乃重新檢視古人對橋之建構力學觀念，此橋是利用多重簡支樑完成，重點在研究搭建時橋的斜面受摩擦力而達成穩定之現象，以及探討完成橋之後，橋身承受重力與固定跨距及接點長度、組數之間的關係。從實驗中，我們探究出以下結果：

- (1)斜面穩定的條件：當接點長度越小，造成滑脫的臨界角度越大，橋身越穩定。
- (2)橋面受力變形而使橋斜面角度下降，而增加橋穩定度。
- (3)當接點長度越小，組數越多，橋身形狀越接近拱形時，因內力抵消，整體形變率最低，具有最佳的承重能力。
- (4)擴充原雙向達文西橋，至四面橋之架構，且應用至多人手遊之“達文西抽抽樂手遊”。

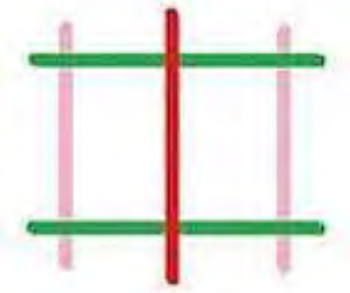
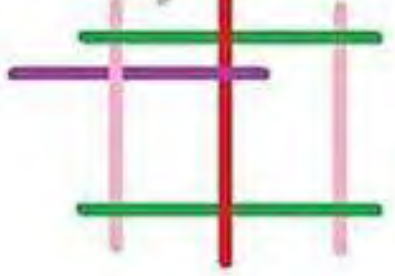
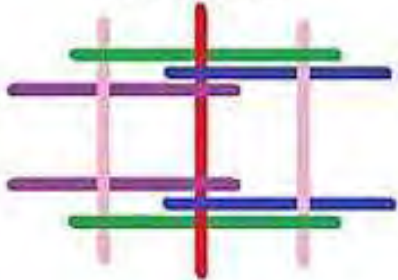
壹、 研究動機

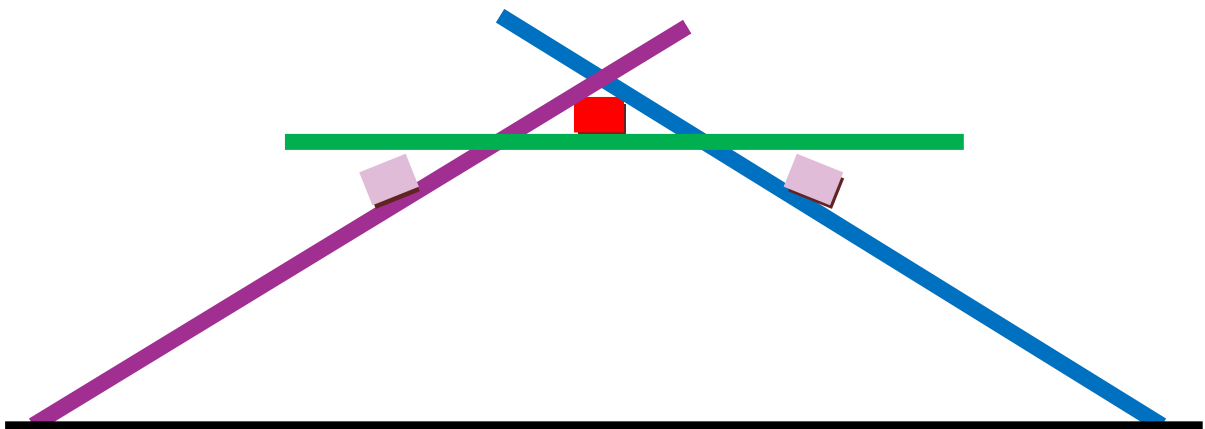
我曾經在書上看過有人用木棒做了關於便橋的實驗，有各種的排列方式和形體，其中最引起我興趣的是達文西橋(如下圖)，從參考文獻一得知這是一種交叉式拱橋，它是靠摩擦力搭建，且不需用任何繩索或其他物料來固定的交叉式拱橋，環環相扣使它們可連接在一起而不滑脫，這是一種容易安裝及拆卸的橋樑。

1502年，達文西曾為伊斯坦堡的土木工程專案製作單一跨距達240公尺的橋樑草圖，這個設計打算讓橋樑跨越波斯普魯斯海峽口的金角灣，但因被認為無法建設而未實作。2001年，此橋以小橋的形式在挪威付諸實行。而在2006年5月17日，土耳其政府決定在實地建設達文西橋跨越金角灣，讓該橋成形。



建築物中有許多拱形，這是因為拱形負重的下壓力會產生指向圓心的分力，左邊的分力會與右邊產生的分力相抵，使原來的下壓力減少很多，所以拱橋比一般的橋梁的負重大很多。所以我想以此為科展題目，比較哪一種達文西拱橋的組合方式最穩定、最能承重。

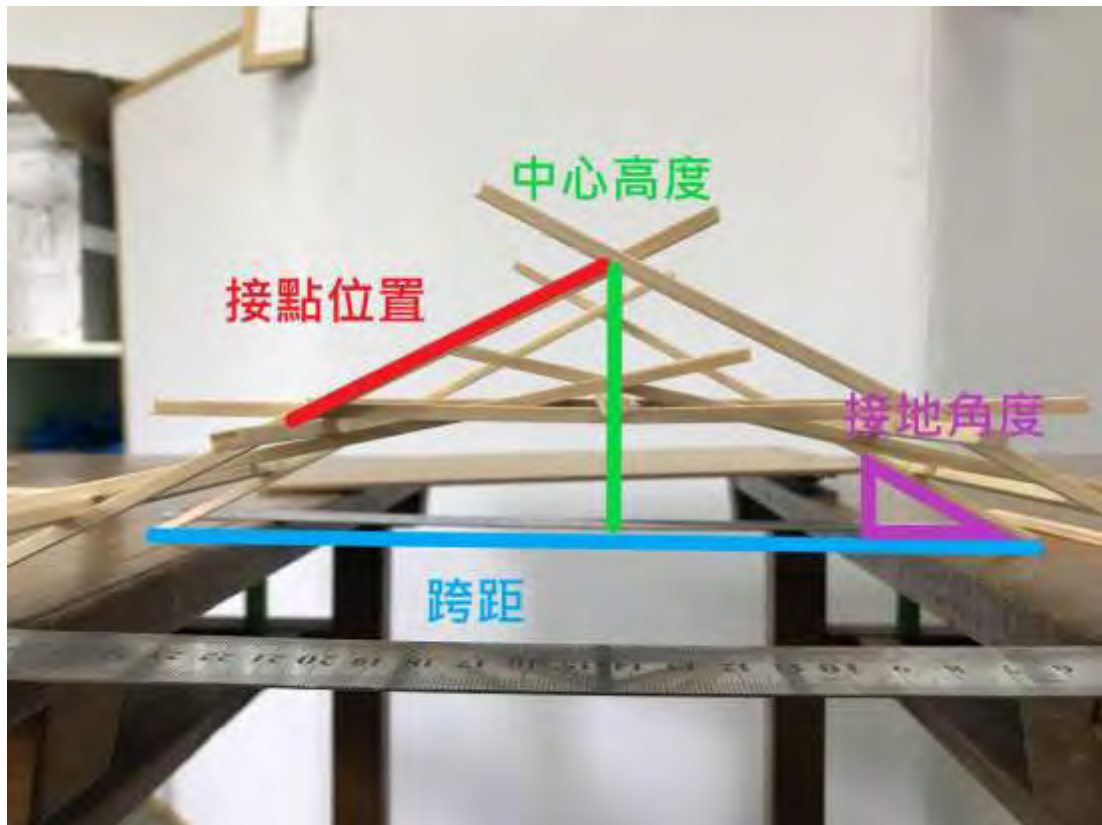
<p>步驟一</p>		<p>圖 A(基本樑)</p> <p>粉紅色代表底樑</p> <p>綠色代表中樑</p> <p>紅色代表上樑</p>
<p>步驟二</p>		<p>圖 B(側樑)</p> <p>紫色(左側樑)</p>
<p>步驟三</p>	<p>基本構型</p> 	<p>圖 C(基本構型)</p> <p>藍色(右側樑)</p>



圖D 達文西橋側面示意圖

貳、研究目的

- 一、收集單根木棒的基本資料，測量摩擦係數及承重力。
- 二、研究搭建達文西橋時木棒的臨界角度。
- 三、探討同組數、同跨距、不同接點位置是否會影響橋的高度、角度及加壓下的形變情況。
- 四、比較不同組數、同跨距、相同接點長度的達文西橋，測量其高度、角度及加壓下的形變狀況。
- 五、生活應用：四向橋手遊抽抽樂。



參、研究器材與設備

3mm*5mm*200mm 的木棒



1 公斤和 2 公斤的水瓶



磅秤



電子秤



量角器



直尺



微距尺



S 型掛勾

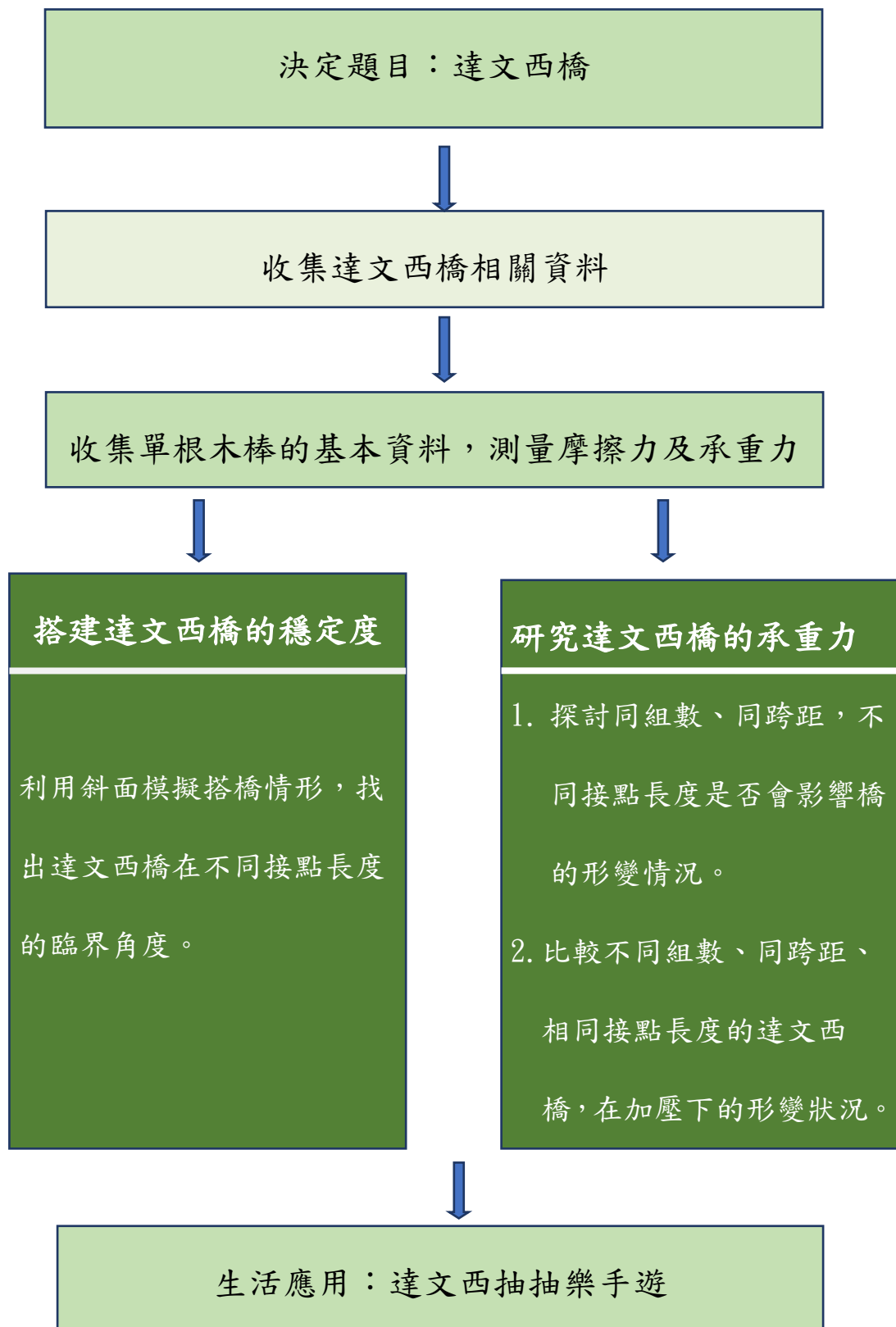


各式木棒



肆、研究過程與方法

一、研究過程



二、研究方法

研究一：收集單根木棒的基本資料，測量摩擦係數及承重力。

(一)我們收集數種不同的木棒與冰棒棍，測量它們的長寬高及重量。

(二)收集摩擦係數的資料。根據參考資料二得知：兩固體表面之間的摩擦力與正向壓力成正比，這個比值叫做摩擦係數。摩擦係數由滑動面的性質、粗糙度所決定。接觸面越粗糙，摩擦係數越大。物體間的摩擦係數分為兩種，一種是滑動摩擦係數，另一種為最大靜摩擦力係數，在數值上，後者略大於前者。摩擦係數通常用摩擦角測定：將兩物體中的一個傾斜放好做為斜面，讓另一物體沿斜面滑下，測出 θ_0 ，再根據公式可以知道摩擦係數 $\mu = \tan \theta_0$ 。

(三)將相同的兩根木棒平行固定在板子上，將另一根木棒垂直平放在兩根木棒上，緩緩抬起板子使其傾斜，測量橫向木棒滑落的角度，連續紀錄 10 次，求平均數。

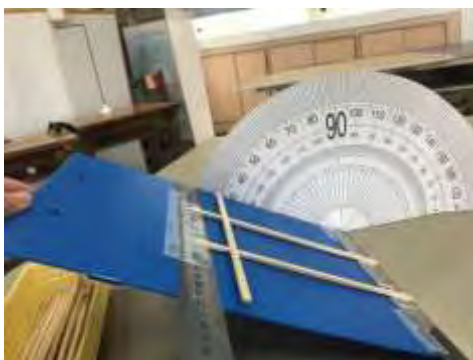
(四)擺放兩張桌子，使其桌面距離為 10 公分(此為後續實驗設定的橋面寬度)，將木棒平放在中間，將水桶吊掛在中心點，每次添加 100ML 的水量，測量各木棒的承重能力，連續測量三次，算出平均值。



收集各式的木棒



量測木棒的長寬高



測試摩擦力



測試承重力

研究二：研究搭建達文西橋的臨界角度。

- (一)達文西橋是一種不需用任何繩索、卡榫或是黏著劑就能搭成的交叉式拱橋，橋身搭建最重要的力量為摩擦力及木棒本身的重力。
- (二)為了避免搭建多組橋身的過程中產生了其他變因，將達文西橋搭建組數精簡為最小組數 3 組，將橋斜放在木板上，模擬整座達文西橋最外側的受力結構。
- (三)首先搭出接點位置為 7 公分的達文西橋，將橋身最外兩根木棒黏貼在斜面上，接著緩慢抬高斜面，記錄最外側橫向木棒滑落的角度(接地原始角度+斜面角度)，連續紀錄三次，並求平均數。
- (四)用同樣方法搭建出接點位置分別為為 6、5、4 公分的達文西橋，將橋身最外兩根木棒黏貼在斜面上，接著緩慢抬高斜面，記錄最外側橫向木棒滑落的角度(接地原始角度+斜面角度)，連續紀錄三次，並求平均數。



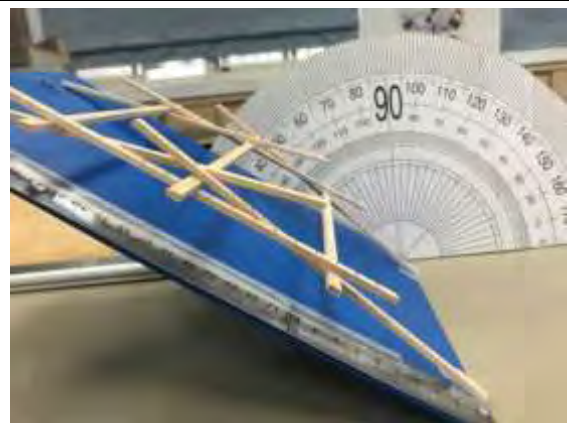
接點位置為 7 公分的達文西橋



外側支點黏貼固定在斜面上



測量橋兩側的原始角度



測量斜面角度

研究三：探討同組數、同跨距、不同接點長度是否會影響橋的高度、角度及加壓下的形變

情況。

(一)固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分的達文西橋

(二)搭建組數為 3 組，接點長度為 7 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，及兩側接地位置的角度。

(三)在中央木棒的中點分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。

(四)搭建組數為 3 組，接點長度分別為 6、5、4 公分的達文西橋，依照方法(二)、(三)的過程記錄相關的跨距、橋高與接地角度的變化。



固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分



量測接地角度



測量中心高度



一公斤的施重情形

研究四：比較不同組數、同跨距、相同接點長度的達文西橋，其高度、角度及加壓下的形變狀況。

(一)固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分的達文西橋

(二)搭建組數為四組，接點長度為 7、6、5、4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點放橫橋後，分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。

(三)搭建組數為五組，接點長度為 5、4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。

(四)搭建組數為六組，接點長度為 4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點放橫橋後，分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。



固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分(4 組)



量測接地角度



添加橫棒，測加重後形變



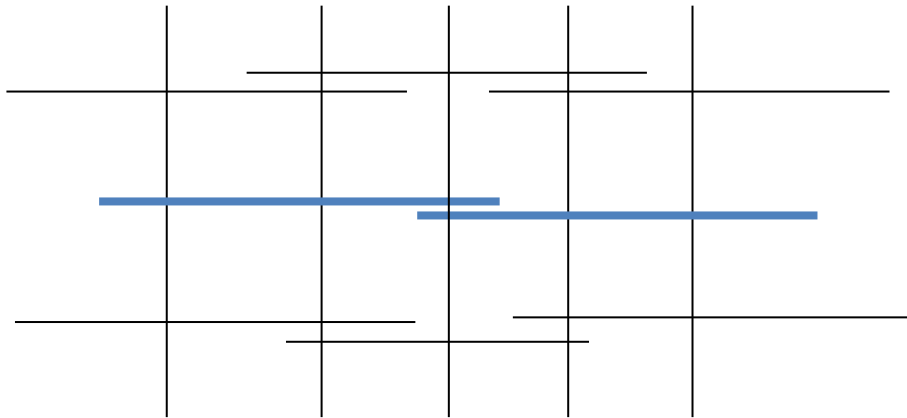
二公斤的施重情形

研究五：生活應用：四向橋手遊抽抽樂。

我們在組裝的過程中常常會比賽誰搭建較快，也會去破壞對方的橋，發現抽取某些木棒並不會使橋鬆垮，很像是抽抽樂玩具的遊戲。於是依照達文西橋結構為原型，我們在橋面的兩側每隔兩組左右各減少兩根木棒，發現達文西橋仍可搭建完成，但較原先的結構減少木棒用量，從中找尋抽取木棒，橋卻不垮的條件。

在搭建過程中，我們原本是雙向的達文西橋，無意中發現可以在方形中央放入一根垂直的木棒，就可往另一方延伸，因此發想出一四向橋。

所以我們結合了四向橋與抽抽樂，發展出一種新玩具—四向橋手遊抽抽樂。



伍、研究結果

研究一：收集單根木棒的基本資料，測量摩擦係數及承重力。



木棒編號	1	2	3	4	5	6
長*寬*高 (毫米 mm)	5*5*200	5*3*200	9*2*160	7*2*140	16*2*150	10*2*110
重量(克 g)	2.1	1.7	1.8	1.3	3.2	1.6
平均滑動角度(度)	25	★33	16	17	18	16
摩擦係數	0.4663	0.6494	0.2931	0.3057	0.3249	0.2931
承重力(克 g)	5500	3100	2200	2500	2700	3100
	5900	3300	2100	2600	2800	3100
	5300	3200	1800	2700	3000	3100
	平均 5566	平均 3200	平均 2033	平均 2600	平均 2833	平均 3100

※測量出一到六號的平均滑動角度之後，根據公式摩擦係數 $\mu = \tan \theta$ ，我們將測出來的滑動角度配合網路上找到的 $\tan \theta$ 值表，一一對照，找出了摩擦係數。從數字中可以發現，平均滑動角度越大，摩擦係數也越大，符合我們的實驗結果。

※因為後續實驗的搭建限制，我們先去除了較寬的 3 號、5 號和 6 號。達文西橋是一種不用繩索固定或是黏著劑就能搭成的交叉式拱橋，橋身搭建最重要的力量為摩擦力及木棒本身的重量，在綜合評估摩擦力與重量的影響後，我們選擇了摩擦力最佳的 2 號進行後續的實驗。

研究二：研究搭建達文西橋的臨界角度。

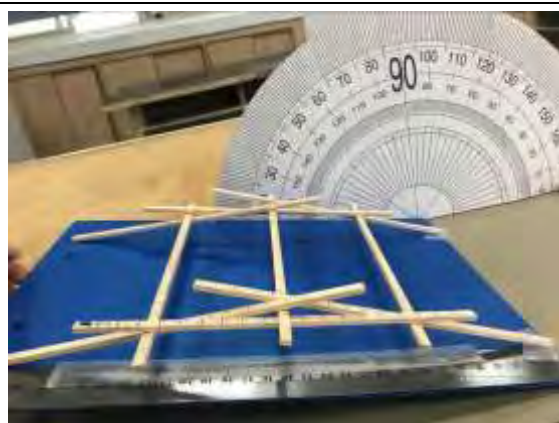
- (一)達文西橋是一種不用繩索或是黏著劑就能搭成的交叉式拱橋，搭建橋身最重要的力量為摩擦力及木棒本身的重力。
- (二)為了避免搭建多組橋身的過程中產生了其他變因，將達文西橋搭建組數精簡為最小組數 3 組，將橋斜放在木板上，模擬整座達文西橋最外側的受力結構。
- (三)首先搭出接點長度為 7 公分的達文西橋，將橋身最外兩根木棒黏貼在斜面上，接著緩慢抬高斜面，記錄最外側橫向木棒滑落的角度(接地原始角度+斜面角度)，連續紀錄三次，並求平均數。
- (四)用同樣方法搭建出接點位置分別為為 6、5、4 公分的達文西橋，將橋身最外兩根木棒黏貼在斜面上，接著緩慢抬高斜面，記錄最外側橫向木棒滑落的角度(接地原始角度+斜面角度)，連續紀錄三次，並求平均數。



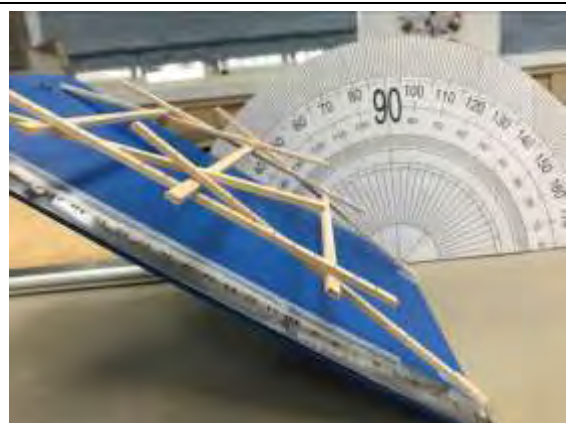
1.接點長度為七公分



2.確認原始角度

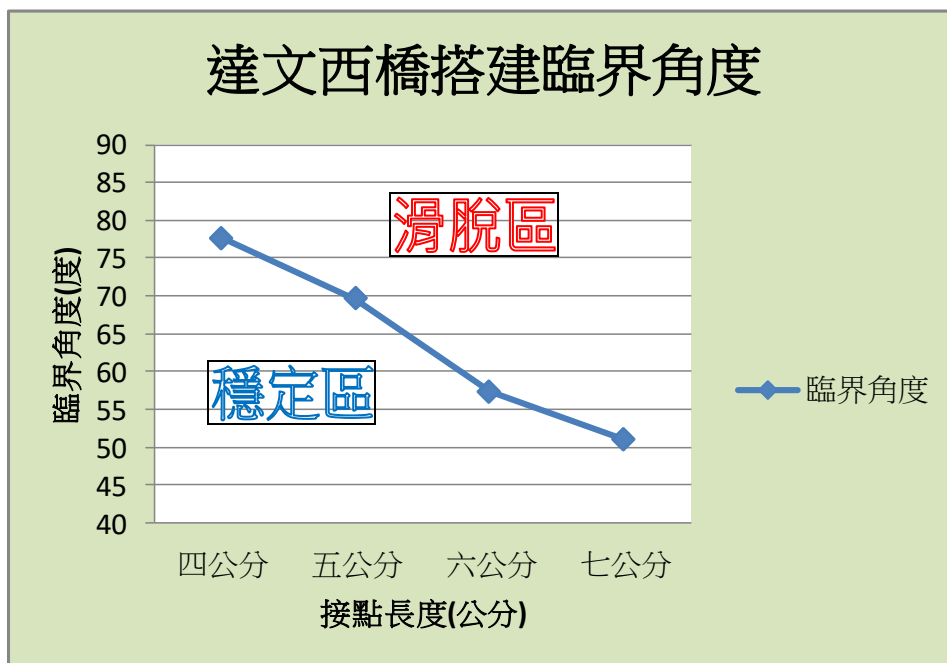


3.架設好三組的達文西橋開始測量



4.保持斜面底端對準量角器中心點

接點長度	原始角度(度)	斜面角度(度)			平均臨界角度(度)
7公分	8	43	42	44	43+8=51
6公分	10	48	47	47	47.3+10=57.3
5公分	13	58	56	56	56.6+13=69.6
4公分	20	55	58	60	57.6+20=77.6



※臨界值是指由一種狀態變成另一種狀態前，應具備的最基本條件。

本文中的**臨界角度**是指當橋的側邊接地角度超過此數字時，達文西橋便會滑脫。

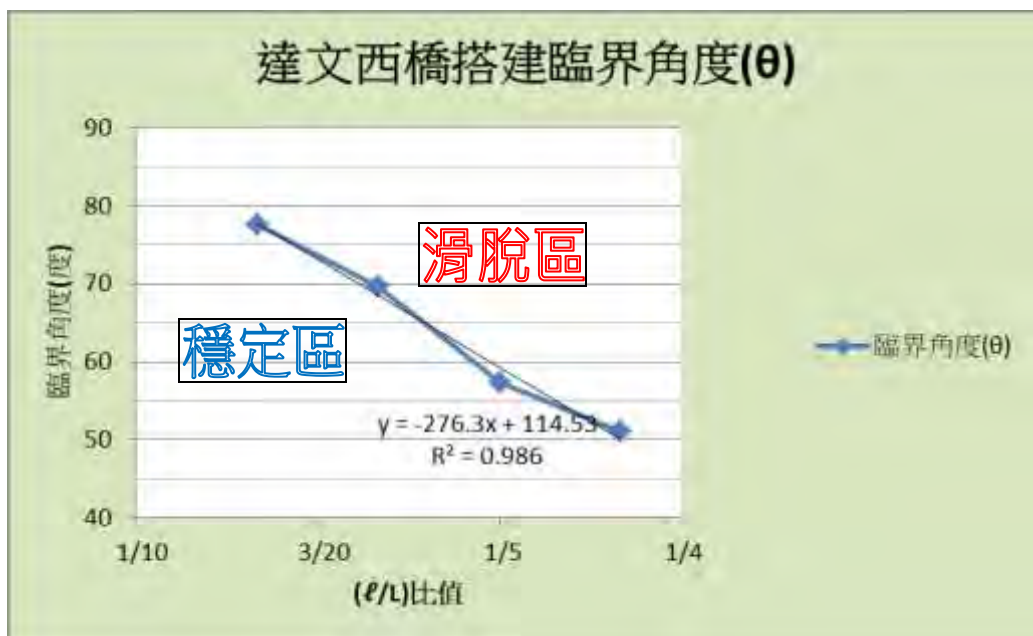
※從圖表中我們知道，當接點長度為7公分時，橫向木棒在傾斜角度約51度時就會鬆脫，接點長度為6公分時，橫向木棒在傾斜角度約57.3度時鬆脫，接點長度為5公分時，橫向木棒在傾斜角度約69.6度時鬆脫，若接點長度為4公分時，橫向木棒在傾斜角度77.6度時才會垮掉。

換句話說，當接點距離越小，則滑脫的臨界角度越大，橋身越穩定；反之，若接點距離越大，則滑脫臨界角度小，橋身越不穩定。

在此實驗中，我們固定了跨距(L)為 30 公分，將接點長度(ℓ)4 公分、5 公分、6 和 7 公分分別除以跨距(L)，單位抵銷後變成比值常數，結果如下表所示：

跨距(L)為 30 公分		
接點長度(ℓ)	(ℓ/L)比值	臨界角度(θ)
7 公分	7/30	51 度
6 公分	6/30	57.3 度
5 公分	5/30	69.6 度
4 公分	4/30	77.6 度

接著用 Excel 繪製出新的關係圖如下：



※從這個圖表中，我們發現了接點長度(ℓ)/跨距(L)與臨界角度(θ)之間的關係，而這樣的結果可以擴充應用到任何跨距的橋。(臨界角度 $\theta = -276.3 * \text{接點長度 } \ell / \text{跨距 } L + 114.53$)

從結果可以知道，當接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越小，則臨界角度(θ)越大；

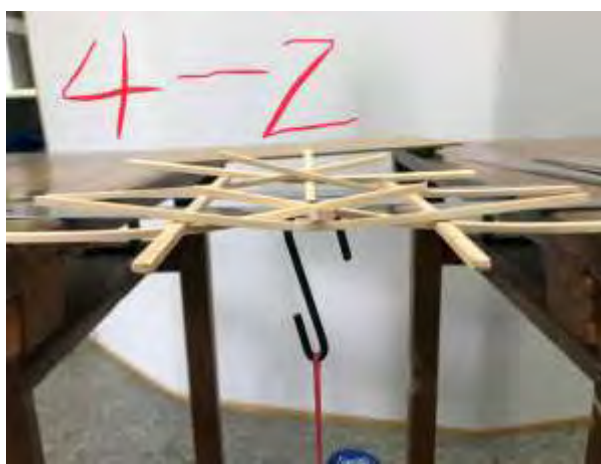
反之，若接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越大，則臨界角度(θ)越小。

這是因為，當傾斜角度越大時，垂直的分力大，橫向分力小，橋呈現穩定狀態；當傾斜角度越小時，垂直分力小，橫向分力較大大，橋的橫桿容易滑脫，呈現不穩定的狀態。

研究三：探討同組數、同跨距、不同接點長度是否會影響橋的高度、角度及加壓下的形

變情況。

- (一)固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分的達文西橋
- (二)搭建組數為 3 組，接點長度為 7 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側接地位置的角度。
- (三)在中央木棒的中點分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。
- (四)搭建組數為 3 組，接點長度分別為 6、5、4 公分的達文西橋，依照方法(二)、(三)的過程記錄相關的跨距、橋高與接地角度的變化。



接點長度為四公分(施重二公斤)



接點長度為五公分(施重一公斤)



接點長度為六公分(無負重)

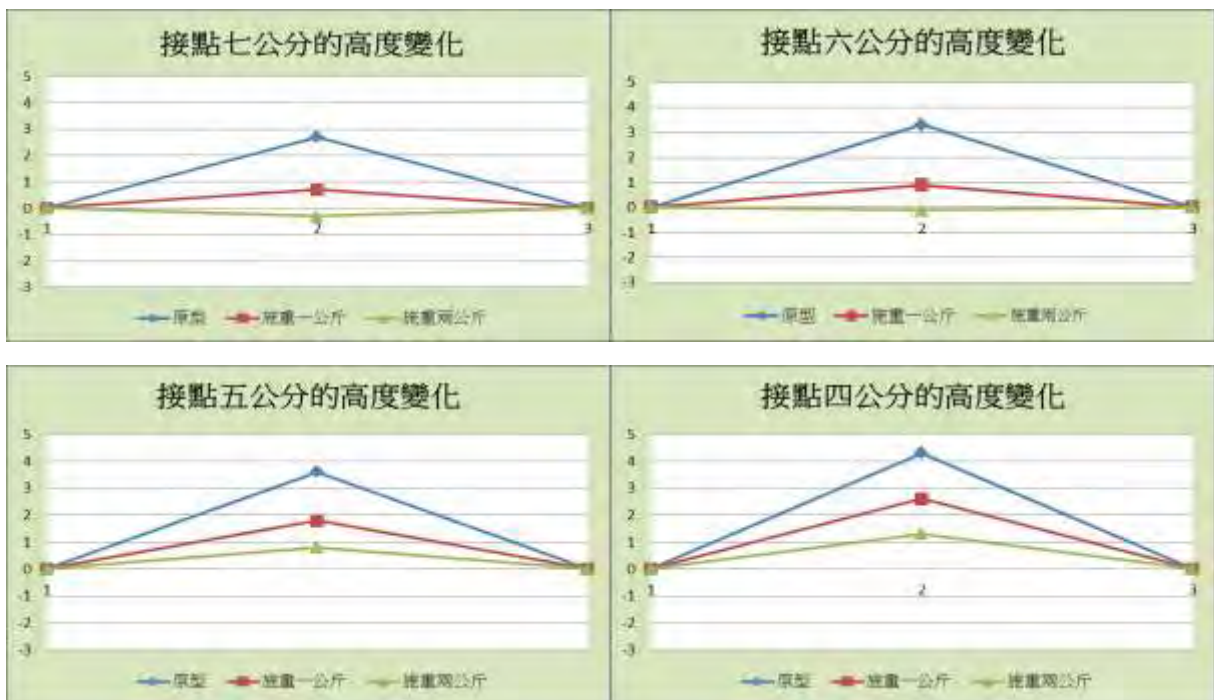


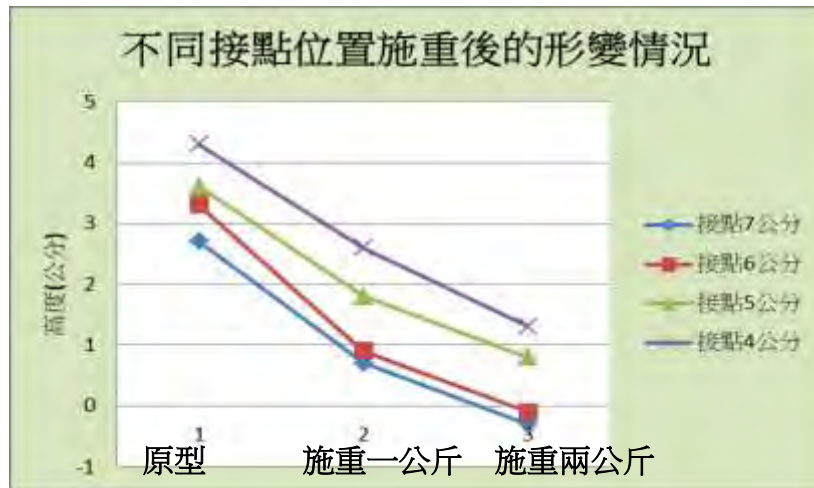
接點長度為七公分(無負重)

組數為 3 組，固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分

接點長度	項目	無負重(原型)	施重一公斤	施重兩公斤
接點長度 7 公分	跨距(cm)	30	30	30.5
	中心高度(cm)	2.7	0.7	-0.3
	接地角度(度)	8	無法測量	無法測量
接點長度 6 公分	跨距(cm)	30	30.5	30.8
	中心高度(cm)	3.3	0.9	-0.1
	接地角度(度)	10	無法測量	無法測量
接點長度 5 公分	跨距(cm)	30	31	31
	中心高度(cm)	3.6	1.8	0.8
	接地角度(度)	13	8	無法測量
接點長度 4 公分	跨距(cm)	30	30.6	31.2
	中心高度(cm)	4.3	2.6	1.5
	接地角度(度)	20	12	無法測量

下方是不同接點長度的個別高度變化的示意圖(橫軸是跨距 30 公分)





	原始高度 (公分)	原型 形變率(%)	施重一公斤 形變率(%)	施重兩公斤 形變率(%)
接點長度 7 公分	2.7	0	74%	100%
接點長度 6 公分	3.3	0	72%	100%
接點長度 5 公分	3.6	0	50%	72%
接點長度 4 公分	4.3	0	★40%	★65%

※跨距部分：四種接點長度施重後跨距變化不大，觀察實驗結果發現：木棒與桌面存在摩擦力，當加壓時，木棒會往中心部分延伸，而不會往桌面延伸。

※接地角度：從數據中可發現，接點長度 4 公分的達文西橋一開始的接地角度為 20 度，接點長度 5 公分的接地角度為 13 度，接點長度 6 公分的接地角度 10 度，接點長度 7 公分的接地角度 8 度，代表接點長度越短，則搭建時角度越大。當施加重物後，橋會產生形變，角度變小，當木棒產生彎曲時，則統一不做測量，因為此時木棒已經彎曲，測不出正確的接地角度了。

※中心高度：從實驗數據及不同接點長度的個別高度變化圖中可以發現，在施壓之後橋產生形變，木橋高度會往下降，接點長度 7 公分和 6 公分的達文西橋在加壓兩公斤時，甚至產生了凹陷，高度呈現負值。接著將四組不同接點長度的高度放在一起比較，可以清楚發現：接點長度越短，角度越拱(半圓形)，則橋的形變率越小，代表越接近拱型(半圓形)的橋可以分散壓力，使橋形變較小，具有較高的承重力。

研究四：比較不同組數、同跨距、相同接點長度的達文西橋，其高度、角度及加壓下的形變狀況。

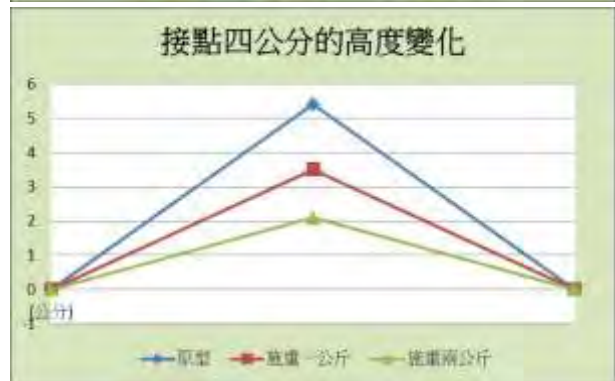
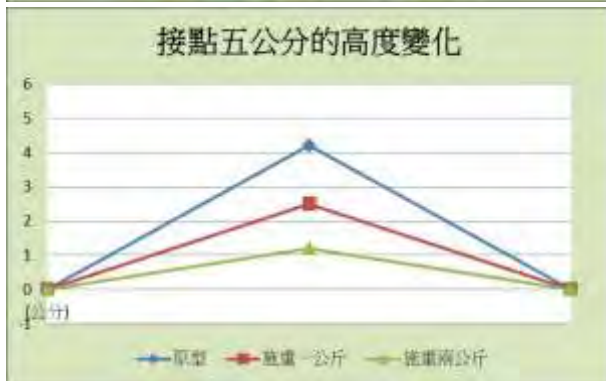
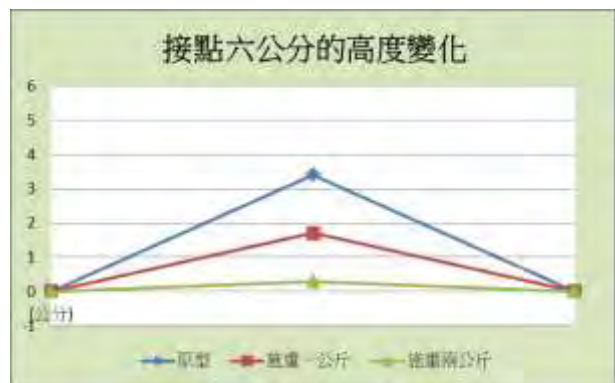
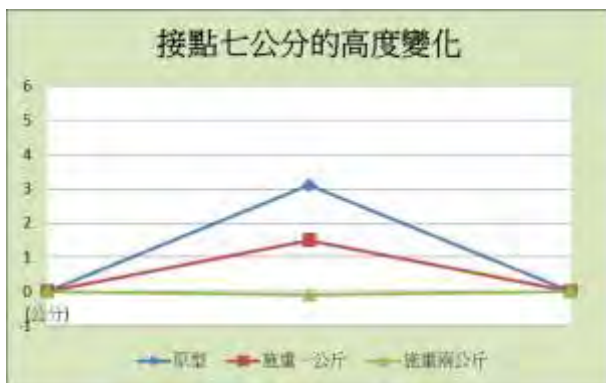
(一)搭建組數為四組，接點位置為 7、6、5、4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點放橫橋後，分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。

(二)搭建組數為五組，接點位置為 5、4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。。

(三)搭建組數為六組，接點位置為 5、4 公分的達文西橋，並測量橋在無受力狀態下的高度，兩側的接地角度。接著在中央木棒的中點放橫橋後，分別施加 1 公斤與 2 公斤的重物，記錄跨距、橋高、接地角度的變化。

※吊掛兩公斤的水瓶時，因木棒交叉處產生彎曲的現象，故無法測量正確的角度。

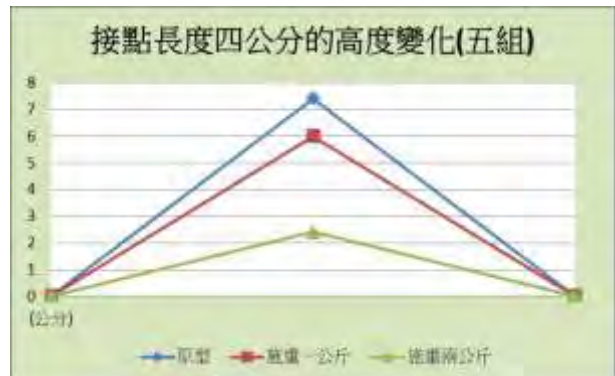
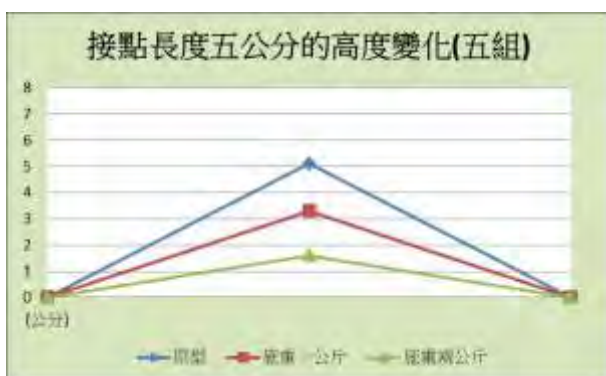
組數為 4 組，固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分				
接點長度	項目	無負重	吊掛一公斤	吊掛兩公斤
接點長度 7 公分	跨距(cm)	30	30	30
	中心高度(cm)	3.1	1.5	-0.1
	接地角度(度)	13	9	無法測量
接點長度 6 公分	跨距(cm)	30	30	30.5
	中心高度(cm)	3.4	1.7	0.3
	接地角度(度)	19	12	無法測量
接點長度 5 公分	跨距(cm)	30	30.5	30.5
	中心高度(cm)	4.2	2.5	1.2
	接地角度(度)	23	14	無法測量
接點長度 4 公分	跨距(cm)	30	30.5	31
	中心高度(cm)	5.4	3.5	2.1
	接地角度(度)	28	18	無法測量



組數為 5 組，固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分

接點長度	項目	無負重	吊掛一公斤	吊掛兩公斤
接點長度 5 公分	跨距(cm)	30	30	30.5
	中心高度(cm)	5.1	3.3	1.6
	接地角度(度)	30	19	無法測量
接點長度 4 公分	跨距(cm)	30	31	32
	中心高度(cm)	7.4	6	2.8
	接地角度(度)	40	32	無法測量

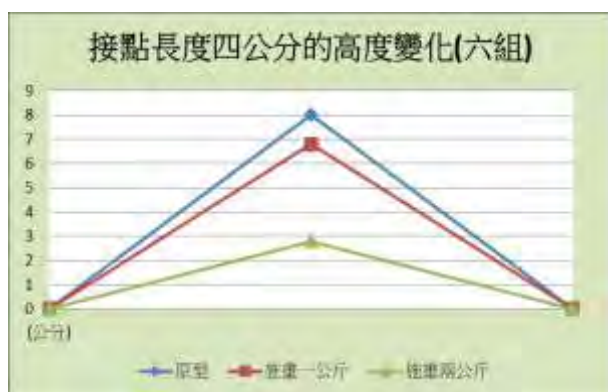
※因受跨距為 30 公分的限制，所以無法組出接點長度 7 公分和接點長度 6 公分的達文西橋。



組數為 6 組，固定橋寬為 10 公分，跨距為 30 公分

接點長度	項目	無負重	吊掛一公斤	吊掛兩公斤
接點長度 4 公分	跨距(cm)	30	32	33
	中心高度(cm)	8	6.8	2.8
	接地角度(度)	44	35	無法測量

※因受跨距為 30 公分的限制，所以無法組出接點長度 7 公分、接點長度 6 公分和接點位置 5 公分的達文西橋。



※從上列測量到的資料可以知道：

- 1.各組數的跨距的變化不高，這是因為木棒與桌面存在摩擦力，當加壓時，木棒反而會往中心部分延伸，而不會往桌面延伸。
- 2.在相同組數的達文西橋中，若接點長度越短，則起始的角度會越大，且中心高度也會越大，角度越拱(半圓形)。
- 3.比較不同組數的達文西橋時會發現：當組數越多，雖然起始的接點長度一樣，但組數越多，橋中心高度越高，橋形越趨近於拱形(半圓形)。

接著我們整理研究三和研究四的所有資料，比較不同組數、同跨距，各種同接點長度的達文西橋，算出它們在加壓下的形變百分率。

		原始高度 (公分)	原型 形變率(%)	施重一公斤 形變率(%)	施重兩公斤 形變率(%)
組數 3 組	接點長度 7 公分	2.7	0	74%	100%
	接點長度 6 公分	3.3	0	72%	100%
	接點長度 5 公分	3.6	0	50%	72%
	接點長度 4 公分	4.3	0	★40%	65%
組數 4 組	接點長度 7 公分	3.1	0	52%	100%
	接點長度 6 公分	3.4	0	50%	94%
	接點長度 5 公分	4.2	0	40%	71%
	接點長度 4 公分	5.4	0	★35%	61%
組數 5 組	接點長度 5 公分	5.1	0	35%	68%
	接點長度 4 公分	7.4	0	★14%	62%
組數 6 組	接點長度 4 公分	8	0	★15%	65%

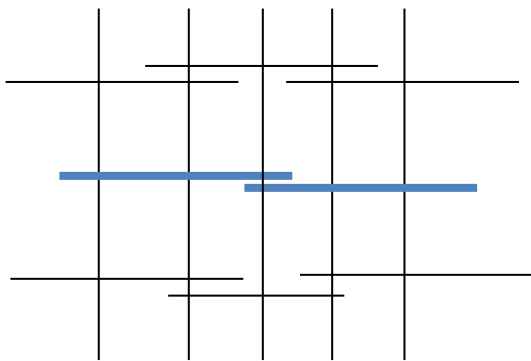
※從上表可以發現：在組數為 3 組、4 組、5 組或 6 組，接點位置為 4 公分時，施重一公斤時，形變百分率分別是 40%、35%、14%、15%，在施重兩公斤時，形變百分率分別是 65%、61%、62%、65%，全都是同組中最低的，也就是說

“接點長度越短，橋的形狀則會越拱(半圓形)，其橋的的形變率越低，代表拱橋可以有效分散壓力，使橋形變率變低，具有較高的承重力”，此現象再次驗證研究三的結果。

研究五：生活應用—達文西手遊抽抽樂。

搭建過程中，我們研究出搭建四向橋的方法，我們在搭建達文西橋的時候發現，第一組的排列方式為五根(正方形中間加一根)，此中心木棒決定了橋面的方向，但其實中心是可以放兩根垂直的木棒的，這樣就可以同時往四個方向延續，從雙向橋延伸到四向橋，可以運用到玩具中。

我們在組裝的過程中常常會比賽誰搭建較快，也會去破壞對方的橋，發現抽取某些木棒並不會使橋鬆垮，很像是抽抽樂玩具的遊戲。於是依照達文西橋結構為原型，我們在橋面的兩側每隔兩組左右各減少兩根木棒，發現達文西橋仍可搭建完成，但較原先的結構減少木棒用量，從中找尋抽取木棒，橋卻不垮的條件。



所以我們結合了四向橋與抽抽樂，發展出一種新玩具—**四向橋手遊抽抽樂**。

比賽方法就是每人輪流抽取一根木棒，誰讓橋垮掉就是輸家。

我們發現：抽取時，不可移動接地木棒；抽取越上方的縱向木棒存活機率越大。



原始版達文西手遊抽抽樂



彩色版達文西手遊抽抽樂



體驗達文西手遊抽抽樂



達文西手遊抽抽樂競賽中

陸、討論

一、在研究四中，我們發現在比較同跨距、不同組數、相同接點長度的達文西橋，其高度、角度及加壓下的形變狀況時，發現施重兩公斤的部分，並不像施重一公斤時有規律性。

仔細觀察前面多數的橋形組合中，在施重兩公斤的狀況下，某些木棒會呈現變形的狀況，尤其是在接點長度較大或是組數較少的組合，此現象特別明顯。這是因為木棒本身已經無法承受施重，導致木棒產生彎曲現象，雖然橋未垮斷，但木棒已經無法維持剛性的結構性質，而導致形變率發生誤差。



木棒嚴重變形但仍不垮斷

柒、結論

一、從研究一、二得知斜面穩定的條件：

1.我們從 Excel 的圖表中發現了接點長度(ℓ)/跨距(L)與臨界角度(θ)之間的關係：

當接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越小，則臨界角度(θ)越大，越穩定；

反之，若接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越大，則臨界角度(θ)越小，較不穩定。

2.當橋面受力變形後，會使橋接地角度下降，而使橋進入穩定區的狀態。

二、在研究三探討同組數、同跨距、不同接點長度是否會影響橋的形變情況中發現：

接點長度 7 公分，形變率是 7.4 %；接點長度 6 公分時，形變率 7.2 %；接點長度

5 公分時，形變率 5.0 %；接點長度 4 公分時，形變率 4.0 %，統整後可獲得：

接點長度越短，角度越拱(半圓形)，則橋的形變狀況越少，形狀越接近拱型(半圓形)的橋可以分散承重力，使橋形變較小，具有較高的承重力。

三、比較研究三和研究四的結果可以得到一個結論：

當橋接點長度越小，組數越多，形狀越拱(半圓形)時，整體形變率最低，具有最佳的承重能力。

四、擴充了原雙向達文西橋，至四面達文西橋之架構，可應用至多人手遊“達文西抽抽樂手遊”。抽取時，不可移動接地木棒；抽取越上方的縱向木棒存活機率越大。

捌、參考資料

一、維基百科。2017 年 9 月 23 日 <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/列奧納多·達·芬奇>。

二、摩擦係數。2016 年 8 月 9 日 <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/摩擦係數>。

三、張玲玲(民 94)。What? 達文西想什麼。台北市：格林文化。

【評語】 082902

本作品由達文西橋的力學觀念，先測量單根木棒的摩擦係數及承重力，而後量測出達文西橋搭建滑脫與穩定的臨界角度，此外由原本的雙向達文西橋，又延伸出四向橋，並發展出手遊抽抽樂新玩具，充滿趣味，若能在創意與實用性上再多加考量，將能成為一完整之作品。

摘要

本達文西橋的研究乃重新檢視古人對橋之建構力學觀念，此橋是利用多重簡支樑完成，重點在研究搭建時橋的斜面受摩擦力而達成穩定之現象，以及探討完成橋之後，橋身承受重力與固定跨距及接點長度、組數之間的關係。從實驗中，我們探究出以下結果：

- 一、斜面穩定的條件：當接點長度越小，造成滑脫的臨界角度越大，橋身越穩定。
- 二、橋面受力變形而使橋斜面角度下降，而增加橋穩定度。
- 三、當接點長度越小，組數越多，橋身形狀越接近拱形時，因內力抵消，整體形變率最低，具有最佳的承重能力。
- 四、擴充原雙向達文西橋，至四面橋之架構，且應用至多人手遊之“達文西抽抽樂手遊”；及發展不同型態之便橋。

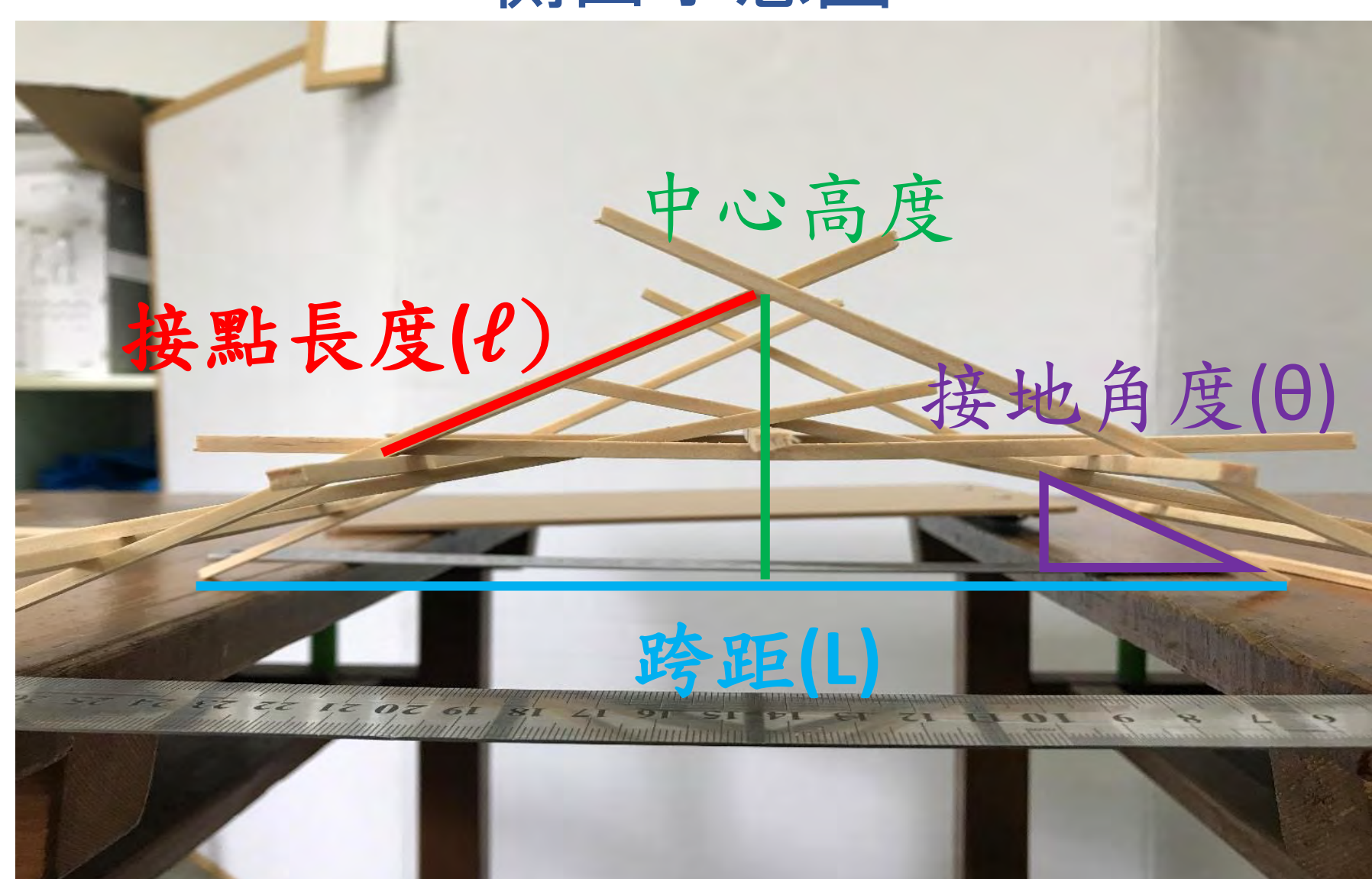
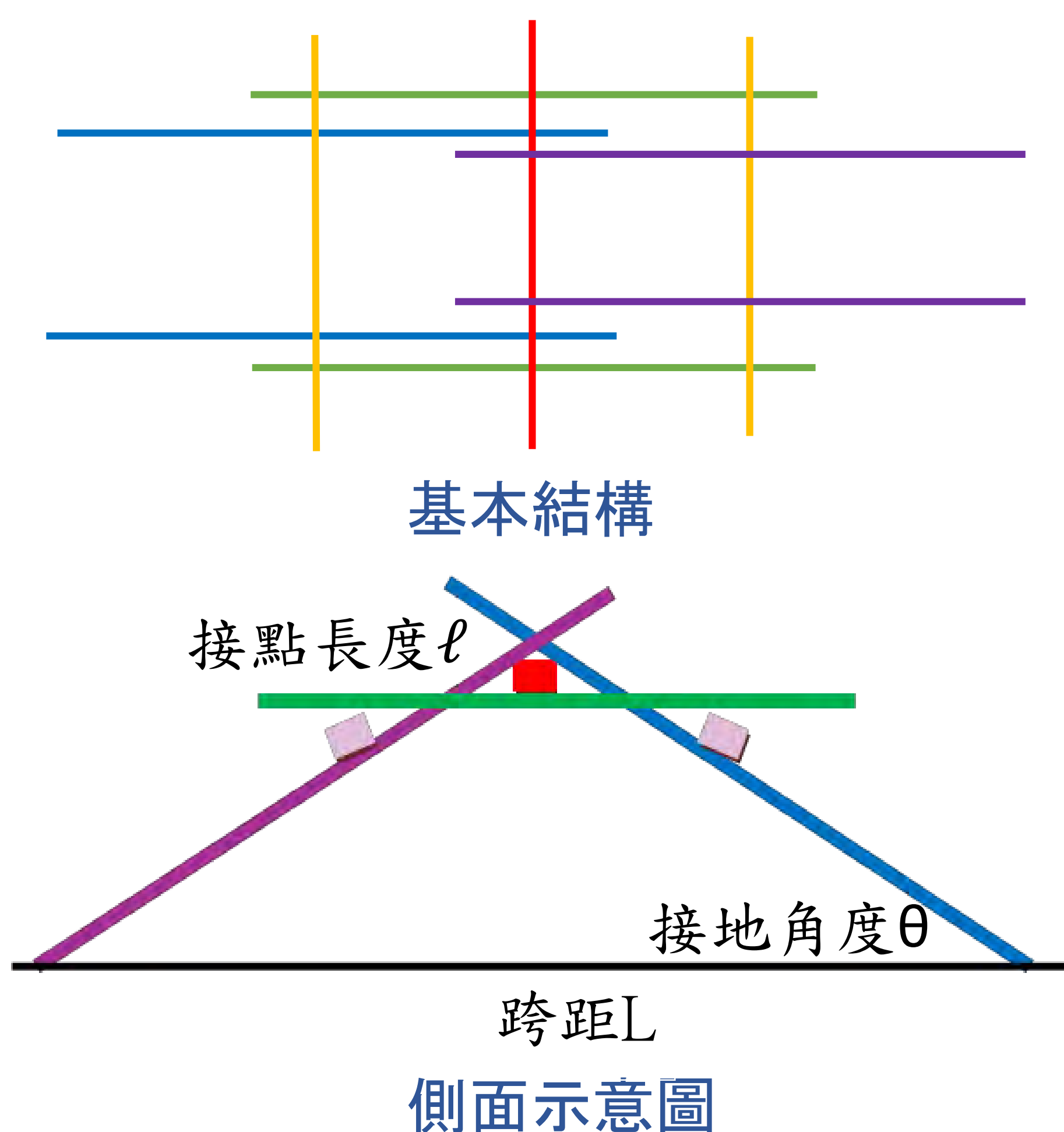
研究動機

我曾經在書上看過有人用木棒做了關於便橋的實驗，有各種的排列方式和形體，其中最引起我興趣的是達文西橋，從參考文獻一得知這是一種交叉式拱橋，它是靠摩擦力搭建，且不用任何繩索或黏著劑來固定的交叉式拱橋，環環相扣使它們可連接在一起而不滑脫，這是一種容易安裝及拆卸的橋樑。

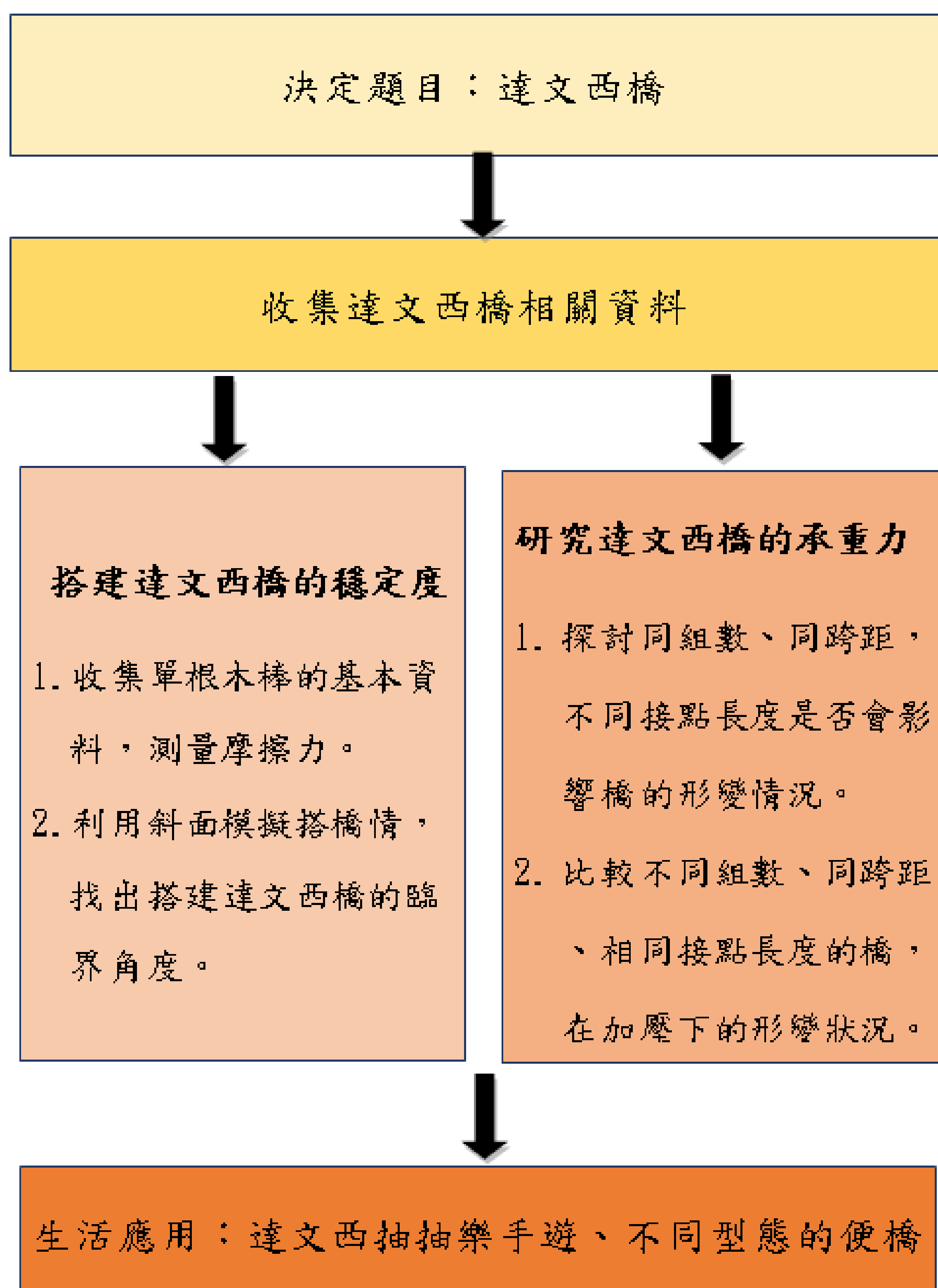
建築物中有許多拱形，這是因為拱形負重的下壓力會產生指向圓心的分力，左邊的分力會與右邊產生的分力相抵，使原來的下壓力減少很多，所以拱橋比一般的橋梁的負重大很多。所以我想以此為科展題目，比較哪一種達文西拱橋的組合方式最穩定、最能承重。

研究目的與流程圖

- 一、收集單根木棒的資料，測量摩擦係數。
- 二、研究搭建達文西橋的臨界角度。
- 三、探討同組數、同跨距、不同接點位置是否會影響橋加壓下的形變情況。
- 四、探討不同組數、同跨距、相同接點長度的達文西橋，測量其加壓下的形變狀況。
- 五、生活應用：四向橋手遊抽抽樂、不同型態便橋。



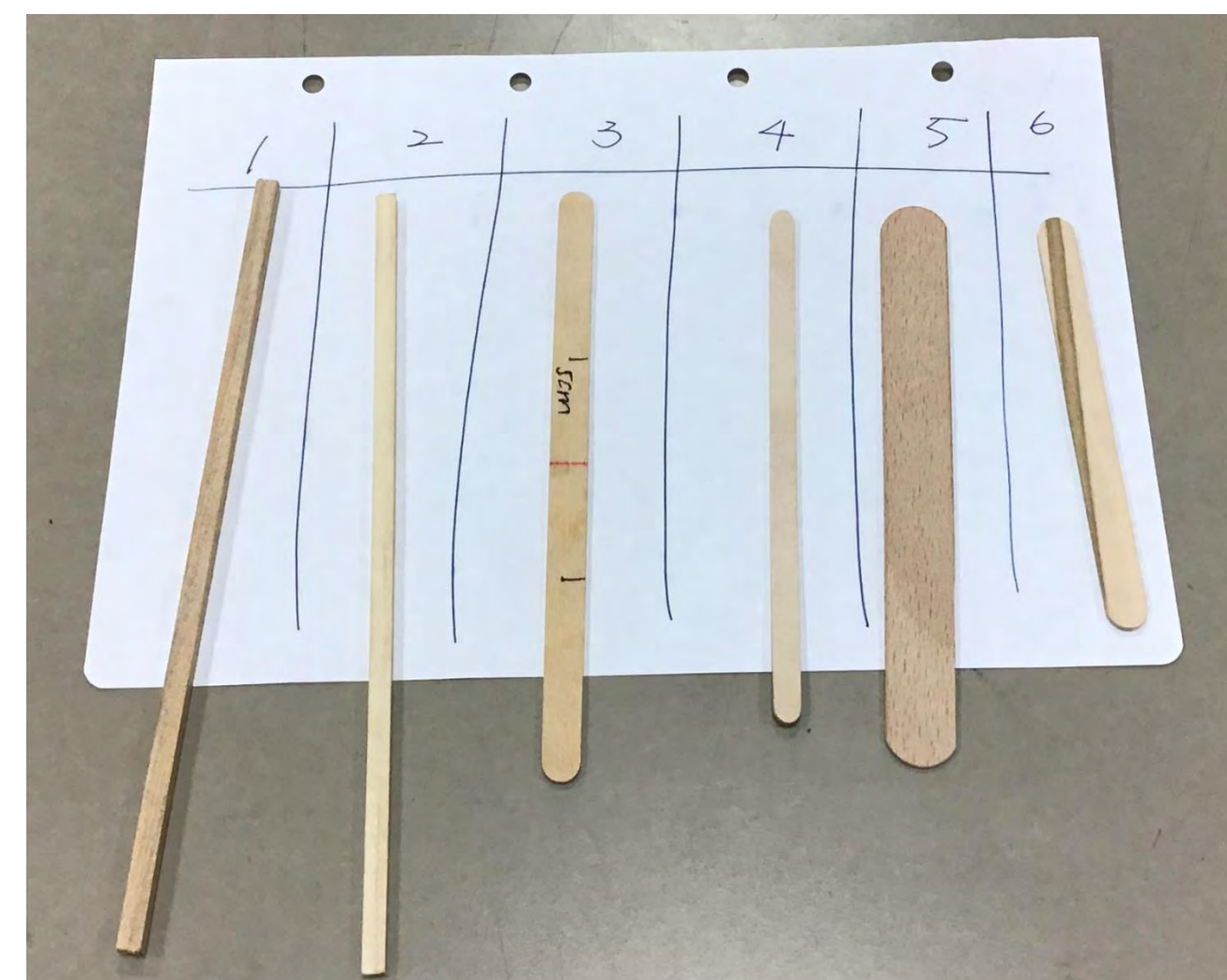
名詞解釋



研究結果與結論

研究一：收集單根木棒的資料，測量摩擦係數。

木棒編號	1	2	3	4	5	6
長*寬*高(mm)	5*5*200	5*3*200	9*2*160	7*2*140	16*2*150	10*2*110
平均滑動角度(度)	25	★33	16	17	18	16
摩擦係數	0.4663	0.6494	0.2931	0.3057	0.3249	0.2931

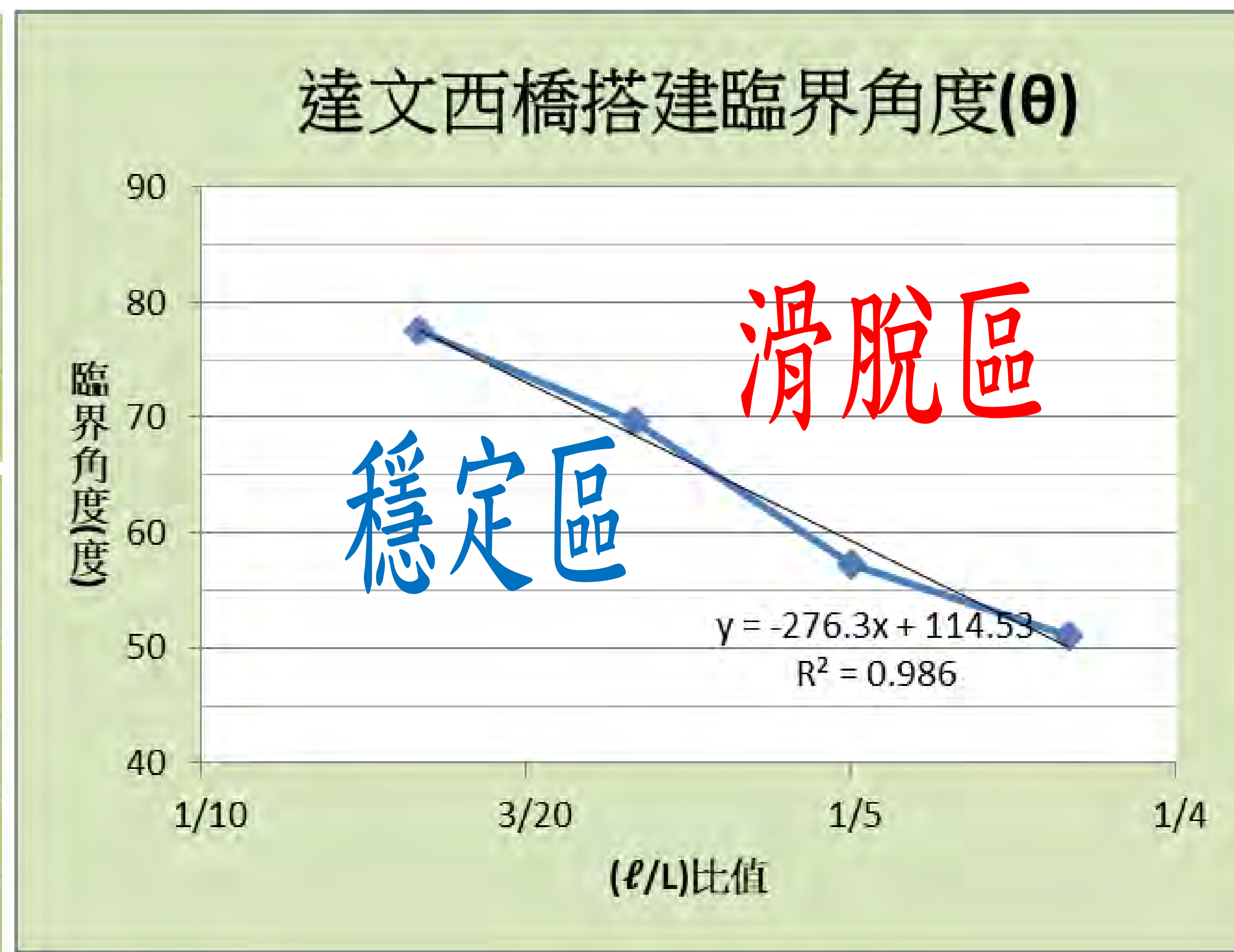


橋身搭建最重要的力量為摩擦力及木棒本身的重量，因此我們選擇了2號進行後續的實驗。

研究二：研究搭建達文西橋的臨界角度。

接點長度	原始角度(度)	斜面角度(度)	平均臨界角度(度)		
7公分	8	43	42	44	43+8=51
6公分	10	48	47	47	47.3+10=57.3
5公分	13	58	56	56	56.6+13=69.6
4公分	20	55	58	60	57.6+20=77.6

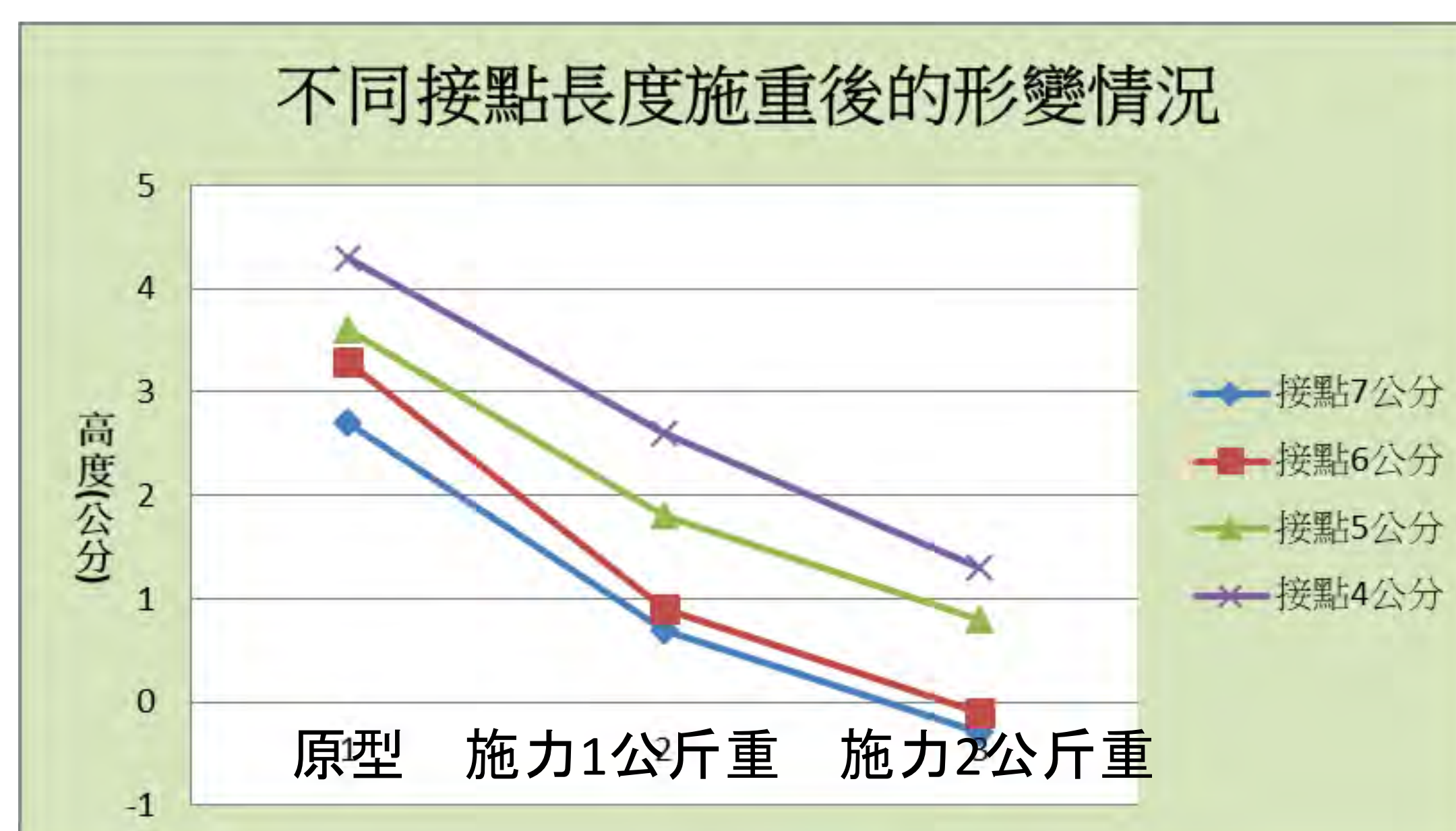
跨距(L)為 30 公分		
接點長度(ℓ)	(ℓ/L)比值	臨界角度(θ)
7公分	7/30	51度
6公分	6/30	57.3度
5公分	5/30	69.6度
4公分	4/30	77.6度



1. 接點長度越短，滑脫臨界角度越大，只要橋的角度低於臨界角度，橋會呈現穩定狀態。
 2. 當接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越小，則臨界角度(θ)越大；若 ℓ/L 的比值越大，則臨界角度(θ)越小。
- ★將接點長度(ℓ)/跨距(L)的原因是為了去除單位，以比值呈現，如此就可以推論至不同接點長度與跨距的橋樑，實際運用於生活中。

研究三：同組數、同跨距、不同接點長度是否會影響橋在加壓下的形變情況

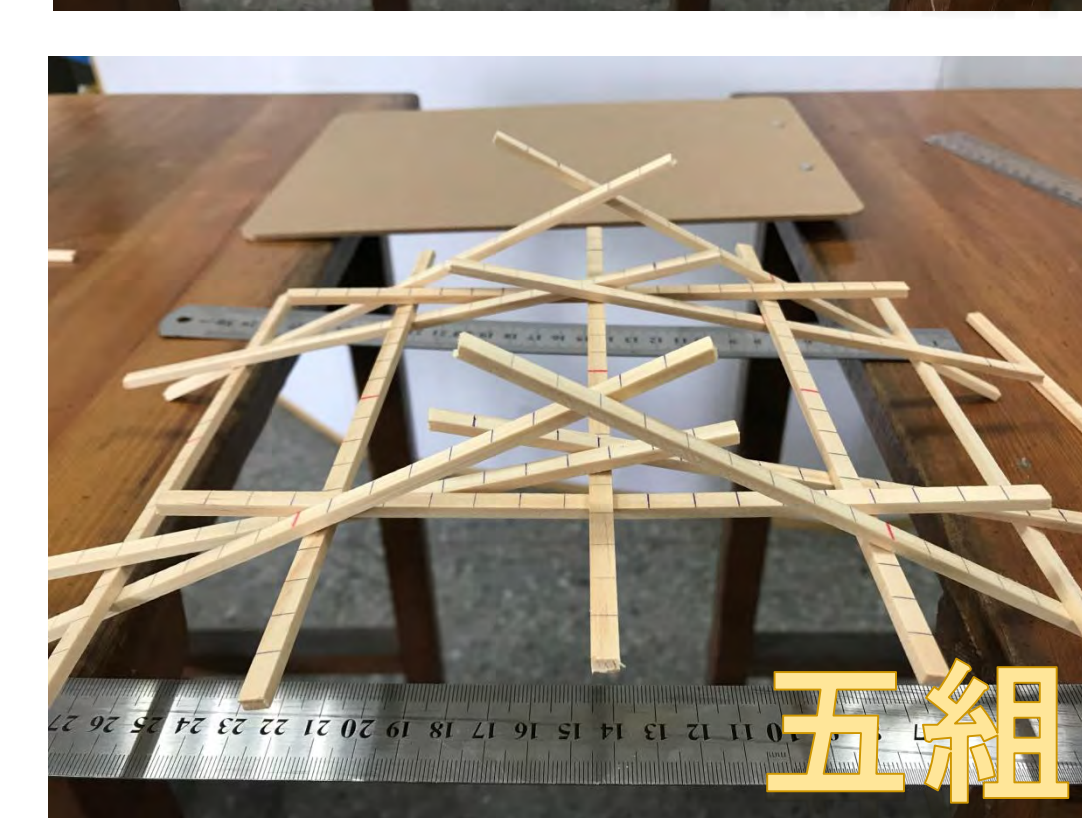
	原始高度 (公分)	原型形變率 (%)	施力一公斤重 形變率(%)	施力兩公斤重 形變率(%)
接點長度 7 公分	2.7	0	74%	100%
接點長度 6 公分	3.3	0	72%	100%
接點長度 5 公分	3.6	0	50%	72%
接點長度 4 公分	4.3	0	★40%	★65%



- (一) 接點長度越短，則搭建時原始接地角度越大
- (二) 接點長度越短，角度越拱(半圓形)，則橋的形變率越小，代表越接近拱型的橋可以分散壓力，使橋形變較小，具有較高的承重力。

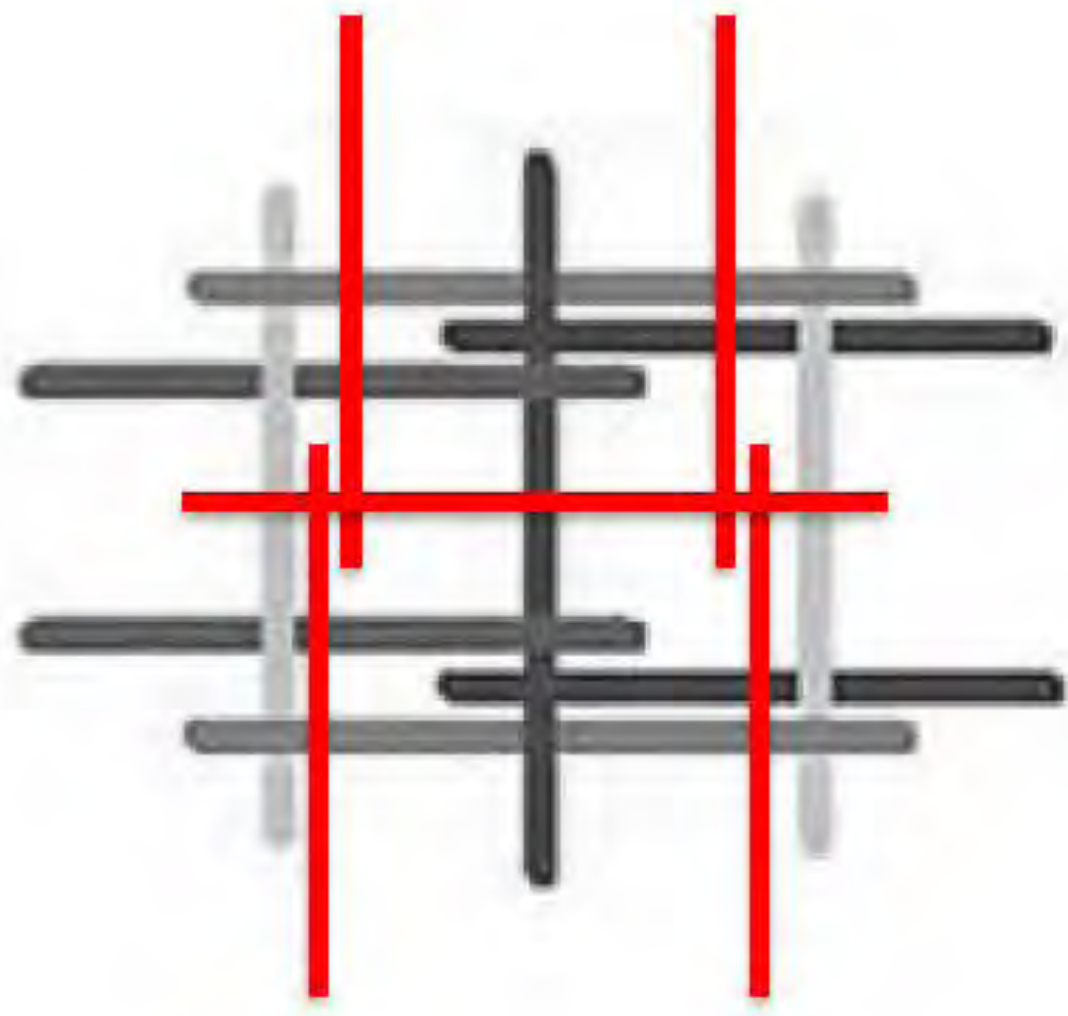
研究四：不同組數、同跨距、相同接點長度的達文西橋在加壓下的形變狀況

組數	接點長度	原始高度 (cm)	施重 1 公斤重 後的高度(cm)	施重 1 公斤重 形變率(%)	施重 2 公斤重 的高度(cm)	施重 2 公斤 重形變率(%)
3 組	7 公分	2.7	0.7	74%	-0.3	100%
	6 公分	3.3	0.9	72%	-0.1	100%
	5 公分	3.6	1.8	50%	0.8	72%
	4 公分	4.3	2.6	★40%	1.5	65%
4 組	7 公分	3.1	1.5	52%	-0.1	100%
	6 公分	3.4	1.7	50%	0.3	94%
	5 公分	4.2	2.5	40%	1.2	71%
	4 公分	5.4	3.5	★35%	2.1	61%
5 組	5 公分	5.1	3.3	35%	1.6	68%
	4 公分	7.4	6	★14%	2.8	62%
受限於跨距30公分，無法做出接點長度7公分、6公分的組合						
6 組	4 公分	8	6.8	★15%	2.8	65%
受限於跨距30公分，無法做出接點長度7公分、6公分、5公分的組合						



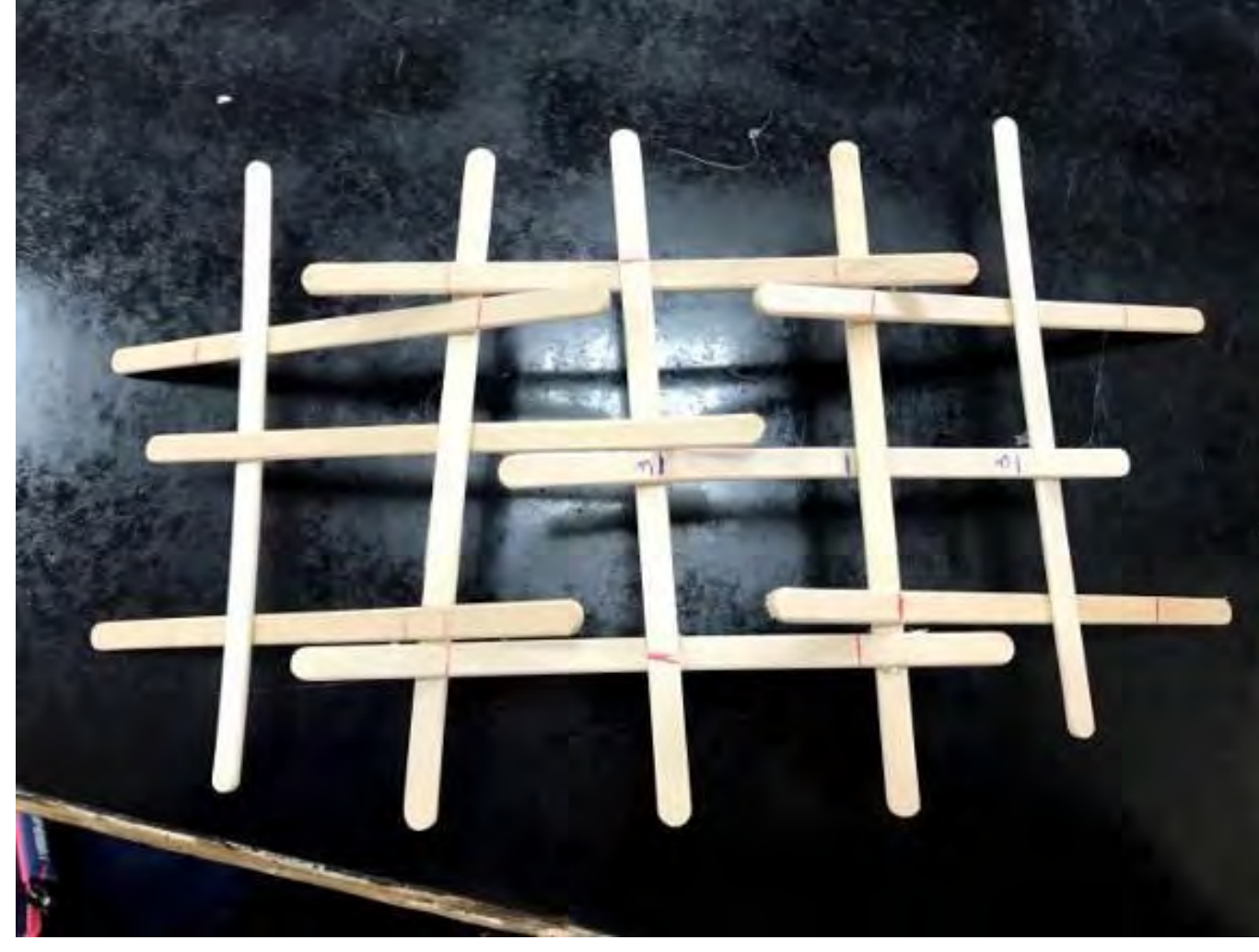
- (一) 比較不同組數的達文西橋時會發現：相同接點長度的達文西橋，其原始接地角度一樣，但組數越多，橋中心高度越高，橋形越趨近於拱形，其形變率也遞減。
- (二) 當組數越多，接點長度越短，橋中心高度越高，橋形越趨近於拱形者，形變率越低，越能承重。

研究五：生活應用—達文西手遊抽抽樂與不同型態便橋



左圖：達文西四向橋的結構圖

右圖：發現達文西橋某些支架可免除



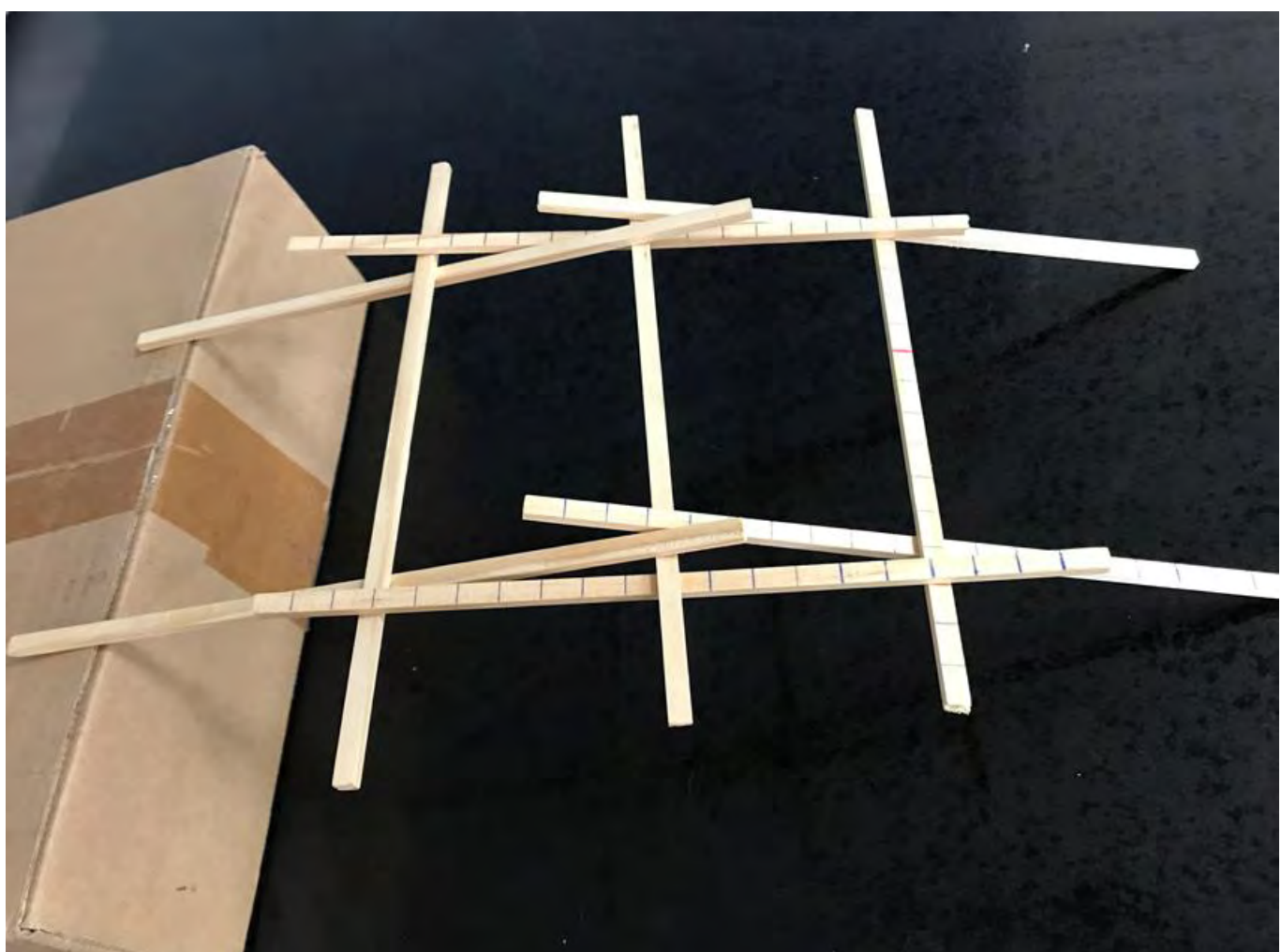
(一) 達文西手遊抽抽樂

搭建過程中，我們研究出搭建四向橋的方法，步驟一の木棒為5根(正方形中間加1根)，此中心木棒決定了橋面的方向，只要在中心放可以放另一根垂直木棒的，就可以從雙向橋延伸到四向橋，研發出達文西手遊抽抽樂。遊戲時抽取越上方的縱向木棒存活機率越大。



左圖：實際搭建出達文西手遊抽抽樂

右圖：不同型態的便橋(高低橋)



(二) 不同型態的便橋

達文西橋可在不使用任何接著劑、繩索的狀況下搭建完成，也因為這個性質可微調木棒間的角度，因此能適應不同高低地搭建，此急難便橋可就地取材且事後方便拆卸，非常適合臨時便橋的使用。

討論

在研究四中，我們發現在比較同跨距、不同組數、相同接點長度的達文西橋，其高度、角度及加壓下的形變狀況時，發現施重兩公斤的部分，並不像施重一公斤時有規律性。

仔細觀察前面多數的橋形組合中，在施重兩公斤的狀況下，某些木棒會呈現變形的狀況，尤其是在接點長度較大或是組數較少的組合，此現象特別明顯。這是因為木棒本身已經無法承受施重，導致木棒產生彎曲現象，雖然橋未垮斷，但木棒已經無法維持剛性的結構性質，而導致形變率發生誤差。



達文西橋受兩公斤重力的形變情況

結論

一、從研究一、二得知斜面穩定的條件：

當接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越小，則臨界角度(θ)越大，越穩定；反之，若接點長度(ℓ)/跨距(L)的比值越大，臨界角度(θ)越小較不穩定。

若橋面受力變形後，會使橋接地角度下降，而使橋進入穩定區的狀態。

二、在研究三中發現：

(一) 接點長度越短，則搭建時角度越大。

(二) 接點長度越短，角度越拱(半圓形)，則橋的形變狀況越少，形狀越接近拱型的橋可以分散承重力，使橋形變較小，具有較高的承重力。

三、從研究四的結果可以得到一個結論：當組數越多、接點長度越小，形狀越拱時，整體形變率最低，具有最佳的承重力。

四、研究五生活應用：擴充了原雙向達文西橋，至四面達文西橋之架構，可應用至多人手遊“達文西抽抽樂手遊”，抽取時抽取越上方的縱向木棒存活機率越大。

達文西橋可在不使用任何接著劑、繩索的狀況下搭建完成，也因為此性質可微調木棒間的角度，因此能適應不同高低地形，此急難便橋可就地取材且事後方便拆卸。

參考文獻

一、維基百科。2017年9月23日<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/列奧納多·達·芬奇>。

二、摩擦係數。2016年8月9日<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/摩擦係數>。

三、張玲玲(民94)。What? 達文西想什麼。臺北市：格林文化。