

# 中華民國第 59 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國小組 數學科

第三名

080409

創意 domino 骨牌接龍

學校名稱：高雄市岡山區前峰國民小學

作者： 小六 陳柏昕	指導老師： 李依霞 曾家福
---------------	---------------------

關鍵詞：Domino、機率、質數

## 摘要

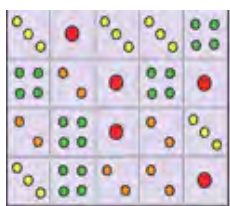
本研究旨在創造一全新的 domino 質數接龍遊戲，並探索遊戲背後的數學規律及遊玩的策略，研究發現:

1. 1 是最好用來防守的數字，接著是 0、3、5，再來是 2，最後是 4、6。
2. 研究發現上家的牌組數字  $a+b$  等於 4、6、8、9、10、12 時比較有效可以攻擊下家。
3. 從修正分析的表格中，研究者把  $a$  和  $b$  重複的應對牌組數字刪除後，可以發現第一、二、三名都是奇數牌組數字，分別為第一(4, 5)、第二(1, 2)、第三(0, 5)、(3, 6)。
4. 研究也依據實際驗證發現一簡單牌組數字攻略：[(偶, 偶)、(奇, 奇)、(偶, 奇)的牌組數字的應用]。
5. 規則修正後可有效避免運氣的干擾，並發現下家 ( $c, d$ ) 牌組數字防守率較佳的條件有二： $c$  或  $d > 1$  和  $c$  或  $d < 3$ 。

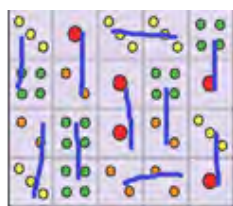
## 壹、研究動機

Domino 遊戲有很多種，例如:數字拼盤、數字接龍、數字題目……等等，例如其中一種 domino 題目設計是將一副 domino 牌打亂後，排成許多的形狀，最常見的是如圖一的長方形，規則是將數對依 domino 的牌組模式配對，目標是將其中所有數對分配如圖二，方格內的點數有時可用數字或對稱圖案代替，以改變題目的趣味性與難度(孫文先，2015)。

研究本來想要做的是上述 domino 題目的解題策略研究，卻因為指導數學競試的數學老師先前已經針對此類型題目進行過深入的研究，雖然如此，數學老師還是鼓勵研究者可以朝其他方面深入探索，經過研究者跟指導老師討論後覺得後續可以將接龍遊戲結合數學，所以發展另外一個 domino 的題目做深入的探索；這一個 domino 遊戲是每個人利用手上的 domino 牌出質數的接龍，經過研究者與老師在討論及試玩過程中發現遊戲的趣味性與許多需要思考的策略，故本研究想深入探究其背後的數學原理與發展簡易可行的策略技巧，並想要把這個 domino 遊戲發展到有趣味性和有挑戰性。



圖一



圖二

## 貳、研究目的

本研究旨在探討 domino 質數接龍背後的數學原理與策略，依此研究動機，本研究的研究目的如下：

目的一:探討 domino 遊戲的出牌策略

1-1 了解 domino 遊戲裡，下家湊質數要出哪一個數字，才能有效防守上家。

1-2 了解 domino 遊戲裡，上家湊質數要出哪一種牌，才能有效攻擊下家。

1-3 探討上家牌型  $a+b$  為奇數、偶數的攻擊率

1-4 探討下家  $c$  為奇數、偶數的防守比率。

1-5 domino 單一牌組的勝率分析

目的二:依照研究目的一的策略分析，驗證 domino 遊戲「攻略」是否有效

2-1 根據研究列出 domino 遊戲攻略

2-2 模擬牌型，驗證攻略及數學的勝率是否反映在真實遊戲的勝率上?

目的三：依據研究目的二的實際驗證，創造簡易可行的攻略

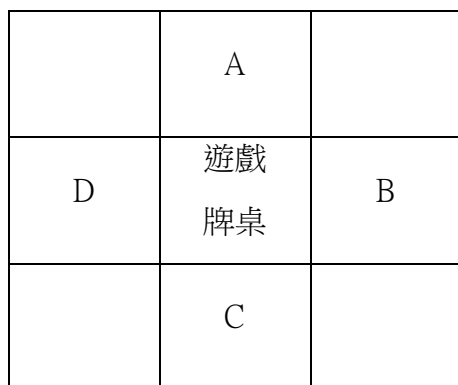
目的四：由實際遊玩驗證，並依據驗證結果修正遊戲規則

## 參、研究工具與方法

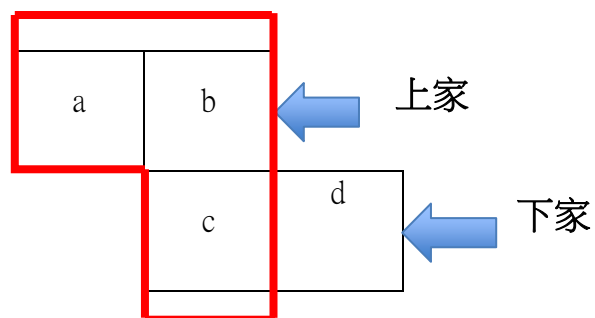
一、 研究工具：Domino 骨牌數字 6 以下共 28 張骨牌、鉛筆、筆記本、電腦、隨身碟。

二、 名詞解釋：

1. 上家、下家：Domino 遊戲的玩法是輪流著玩，釋義圖見下圖三，一場遊戲共有四個玩家 A、B、C、D，當 A 出牌時，B 是 A 的下家。當 B 出牌時，B 是 C 的上家。因此，同一個玩家，上家、下家的身分是會輪流替換的，B 是 A 的下家，同時也是 C 的上家。在進行遊戲時，(a,b)是上家所出的牌組，(c,d)是下家所出的牌組。



圖三 玩家座位圖



圖四 上下家出牌示意圖

2. 攻擊、防守：在本研究中，上家是攻擊方，下家是防守方，當談到「有效攻

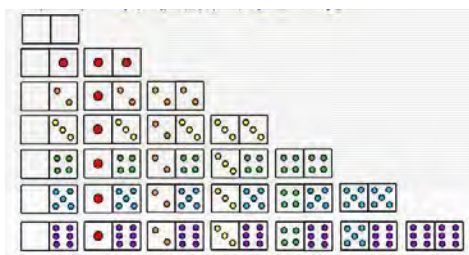
擊」，意指上家出的牌，讓下家無法成功接質數；而「有效防守」，則是上家出的牌，下家能成功接質數。

3. 「0」的性質是偶數：因為我們以奇數+偶數=奇數的規則來看  $3+0=3$ ，3 是奇數，又偶數+偶數=偶數的規則來看  $2+0=2$ ，所以「0」在我的研究裡的性質是偶數。
4. 防守率定義：下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以（28-已出的牌張數）。
5. 攻擊率定義：上家（a，b）能攻擊成功讓下家無法出的牌張數除以（28-已出的牌張數）。

## 肆、domino 骨牌介紹與自編玩法

### 一、 domino 骨牌基本介紹

Domino 它是一個二連方的積木，有(0, 0) (0, 1) (0, 2) (0, 3) (0, 4) (0, 5) (0, 6) (1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 5) (5, 6) (6, 6)。

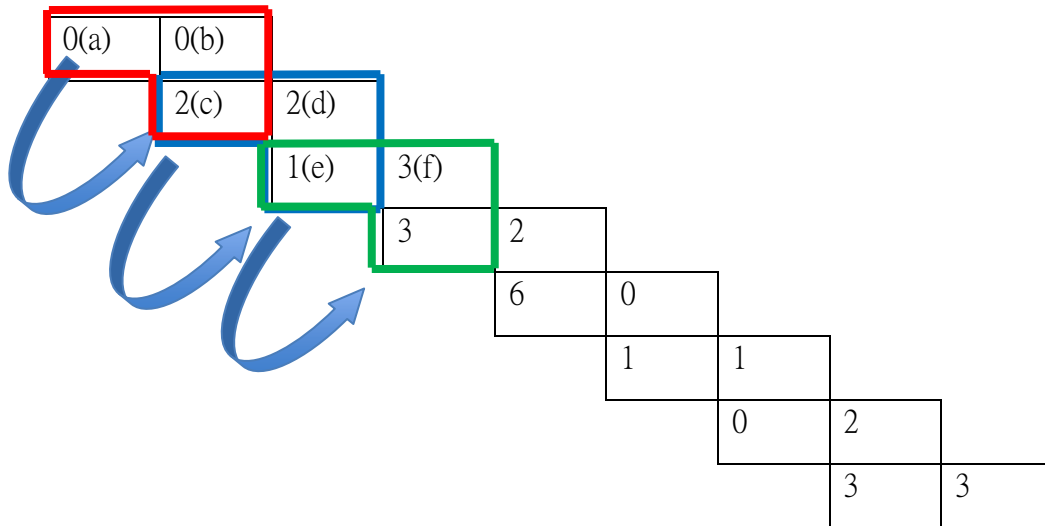


圖五 domino 骨牌示意圖

### 二、 自編的 domino 遊戲玩法:

1. 首先，需準備一組 28 張牌的 domino，每一次的遊戲人數 2~4 人，依序發牌。
2. 若是兩人玩，每人發 14 張牌組數字。若是三人玩，每人發 9 張牌組數字。若是四人玩，每人發 7 張牌組數字。
3. 有 (0, 0) 牌組的人先出，之後依順時鐘依序出牌，依遊戲規則排成質數接龍。
4. 若是 3 人遊戲時，(0, 0) 牌組先拿出放置於起始位置後再行發牌，出牌順序改以猜拳決定。
5. 在下列牌型接龍範例中，第一人出的 (a, b)，下面則是第二個人出的 (c, d)，玩家要對應  $a+b+c=n$ 、 $c+d+e=n$ 、…… (n=質數)，下面一個玩家以此類推出牌。假設玩家無法出牌時，可以喊 pass 跳過此輪遊戲，遊戲結束有以下 2 種情況-----
  - (1) 四家都喊 pass (沒有牌可以出了) 就計算最後誰剩的牌最少誰就獲勝，所剩下的牌張數一樣多則比點數少的獲勝。
  - (2) 誰先出完他手上所有的牌誰就獲勝。(假如你是第一、二、三個出牌的人，就

要等這一輪之後有誰出完就一起獲勝，若這一輪結束，你是唯一出完牌的那個人，就直接獲勝。）



圖六 牌形接龍範例

6. 遊戲中牌張是沒有方向性的，例如  $(0, 1)$ ，接質數時的需要也可以把此張牌水平旋轉成  $(1, 0)$ 。
7. 28 張 domino 玩湊質數  $n$  ( $a+b+c=n$ 、 $c+d+e=n$ 、 $\dots\dots n=\text{質數}$ )，依據 domino 的數字組合，質數  $n$  的可能只有 2、3、5、7、11、13、17。（見表一）

表一：DOMINO 牌型分析

DOMINO 牌 (a, b) 的牌型							DOMINO 牌 a+b 的數字	DOMINO 牌 C 的數字	a+b+c=n (n=質數)
(0, 0)						0	2	2	
							3	3	
							5	5	
(0, 1)						1	1	2	
							2	3	
							4	5	
							6	7	
(0, 2)	(1, 1)					2	0	2	
							1	3	
							3	5	
							5	7	

(0, 3)	(1, 2)						3	0	3
								2	5
								4	7
(0, 4)	(1, 3)	(2, 2)					4	1	5
								3	7
(0, 5)	(1, 4)	(2, 3)					5	0	5
								2	7
								6	11
(0, 6)	(1, 5)	(2, 4)	(3, 3)				6	1	7
								5	11
	(1, 6)	(2, 5)	(3, 4)				7	0	7
								4	11
								6	13
		(2, 6)	(3, 5)	(4, 4)			8	3	11
								5	13
			(3, 6)	(4, 5)			9	2	11
								4	13
				(4, 6)	(5, 5)		10	1	11
								3	13
					(5, 6)		11	0	11
								2	13
								6	17
						(6, 6)	12	1	13
								5	17

## 伍、研究過程與發現

### 一、探討 domino 遊戲的出牌策略

1-1 了解 domino 遊戲裡，下家湊質數要出哪一個數字，才能有效防守上家。

本研究探討上家出完牌後，下家手上的 domino 牌中哪一個數字  $c$  能防守較多上家牌型，此牌型可以的話應保留在手牌上，後續才能有效防守上家。（見表二）

表二 下家牌組防守分析

下家的 domino 數字 (圖六 c)	下家可防守上家的牌型 圖六 (a, b)	a+b 的和	a+b+c 的和 (質數)	下家防守上家的牌組數量	下家能防守上家的防守率	防守率攻式
0	(0, 2) (1, 1) (0, 3) (1, 2) (0, 5) (1, 4) (2, 3) (1, 6) (2, 5) (3, 4) (5, 6)	2 3 5 7 11	2 3 5 7 11	11 張	41%	下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以 (28-已出的牌張數)
1	(0, 1) (0, 2) (1, 1) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3) (4, 6) (5, 5) (6, 6)	1 2 4 6  10 12	2 3 5 7  11 13	13 張	48%	
2	(0, 0) (0, 1) (0, 3) (1, 2) (0, 5) (1, 4) (2, 3) (3, 6) (4, 5) (5, 6)	0 1 3 5 9 11	2 3 5 7 11 13	10 張	37%	
3	(0, 0) (0, 2) (1, 1) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (2, 6) (3, 5) (4, 4) (4, 6) (5, 5)	0 2 4 8 10	3 5 7 11 13	11 張	41%	
4	(0, 1)	1	5	8 張	30%	

	(0, 3) (1, 2)	3	7		
	(1, 6) (2, 5) (3, 4)	7	11		
	(3, 6) (4, 5)	9	13		
5	(0, 0)	0	5	11 張	41%
	(0, 2) (1, 1)	2	7		
	(0, 6) (1, 5) (2, 4)	6	11		
	(3, 3)				
	(2, 6) (3, 5) (4, 4)	8	13		
	(6, 6)	12	17		
6	(0, 1)	1	7	8 張	30%
	(0, 4) (1, 3) (2, 2)	4	11		
	(1, 6) (2, 5) (3, 4)	7	13		
	(5, 6)	11	17		

由上表的分析發現，數字 1 的牌張防守率最高，可以防守上家的牌張有 13 張，防守比率是 48%（最高）；再來是有數字 0,3,5 的牌張，因為它們能防守上家的牌張有 11 張，防守比率是 41%（第二高），接下來是數字 2 的牌張，因為它們能防守上家的牌張有 10 張，防守比率是 37%（第三高），最後是數字 4,6 的牌張，因為它們能防守上家的牌張只有 8 張，防守比率是 30%（最後）。

按照表二的下家防守率高低分析：分別是  $c=1$  最高，其次是  $c=0, 3, 5$ ，然後是  $c=2$ ，最後是  $c=4, 6$ ，故在遊戲時，若情況許可之下，玩家要先把防守率差的丟掉，而在手牌中保留有防守率高的牌張。例如，手上擁有 (1, 1) 和 (5, 5) 兩張牌可以出牌時，玩家要先丟哪一張？如上表所示，(5, 5) 的防守率是 41%，能防守上家的牌張數有 11 張牌，而 (1, 1) 的防守率是 48%，能防守上家的牌張數有 13 張，所以，把防守率差的 (5, 5) 先丟掉，保留防守率較高的 (1, 1)，將會提高後續遊戲的勝率。

1-2 了解 domino 遊戲裡，上家湊質數要出哪一種牌，才能有效攻擊下家。

本研究探討上家的 domino 牌組數字中，哪一組牌組數字在攻擊下家時會比較有效，讓下家無法成功防守湊成質數。(見表三)

表三 上家攻擊牌組分析

上家 $a+b$	上家 (a, b)	下家可防守上家的牌組數字(c, d)	下家 防守	上家 攻擊	(a, b) 最佳	攻擊率公式
-------------	--------------	--------------------	----------	----------	--------------	-------



的數字	的牌組數字		率	率 (100%- 下家 防守 率)	牌型 排名	
0	(0, 0)	(2, 0)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(3, 0)、 (3, 1)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、 (3, 6)、(5, 0)、(5, 1)、(5, 4)、 (5, 5)、(5, 6)	67%	33%	6	上家 (a, b) 能 攻擊成功讓下家 無法出的牌張數 除以 (28-已出的 牌張數)
1	(0, 1)	(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、 (1, 5)、(1, 6)、(2, 0)、(2, 2)、 (2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、 (4, 0)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、 (4, 6)、(6, 0)、(6, 3)、(6, 5)、 (6, 6)	78%	22%	8	
2	(0, 2)	(0, 1)、(0, 3)、(0, 4)、(0, 5)、 (0, 6)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 2)、 (3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、 (5, 2)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)	74%	26%	7	
	(1, 1)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 2)、 (3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、 (5, 2)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)	74%	26%	7	
3	(0, 3)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 4)、(0, 5)、 (0, 6)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(4, 1)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)	59%	41%	4	

	(1, 2)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(4, 1)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)	56%	44%	3
4	(0, 4)	(1, 0)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、 (1, 5)、(1, 6)、(3, 0)、(3, 2)、 (3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)	48%	52%	2
	(1, 3)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 0)、 (3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、 (3, 6)	44%	56%	1
	(2, 2)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 0)、 (3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、 (3, 6)	48%	52%	2
5	(0, 5)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 6)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(6, 1)、 (6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6)	59%	41%	4
	(1, 4)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(2, 1)、(2, 2)、 (2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、 (6, 1)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、 (6, 6)	63%	37%	5
	(2, 3)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(2, 1)、(2, 2)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(6, 1)、 (6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6)	59%	41%	4
6	(0, 6)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(5, 0)、	48%	52%	2

		(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、 (5, 6)				
	(1, 5)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 6)、(5, 0)、(5, 2)、 (5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)	44%	46%	1	
	(2, 4)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(5, 0)、 (5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、 (5, 6)	48%	52%	2	
	(3, 3)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(5, 0)、 (5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、 (5, 6)	48%	52%	2	
7	(1, 6)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(4, 1)、(4, 2)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)、 (6, 2)、(6, 3)、(6, 5)、(6, 6)	59%	41%	5	
	(2, 5)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(4, 1)、(4, 2)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)、 (6, 1)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 5)、 (6, 6)	63%	37%	5	
	(3, 4)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(4, 1)、(4, 2)、 (4, 4)、(4, 5)、(4, 6)、(6, 1)、 (6, 2)、(6, 3)、(6, 5)、(6, 6)	59%	41%	4	
8	(2, 6)	(3, 0)、(3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、 (3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(5, 0) (5, 1)、(5, 2)、(5, 4)、(5, 5)、	48%	52%	2	
	(3, 5)	(3, 0)、(3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、	44%	56%	1	

		(3, 4)、(3, 6)、(5, 0)、(5, 1)、 (5, 2)、(5, 4)、(5, 5)				
	(4, 4)	(3, 0)、(3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、 (3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(5, 0) (5, 1)、(5, 2)、(5, 4)、(5, 5)	48%	52%	2	
9	(3, 6)	(2, 0)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(4, 1)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)	48%	52%	2	
	(4, 5)	(2, 0)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、 (2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(4, 1)、 (4, 3)、(4, 4)、(4, 6)	44%	56%	1	
10	(5, 5)	(1, 0)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、 (1, 5)、(1, 6)、(3, 0)、(3, 2)、 (3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)	48%	52%	2	
	(4, 6)	(1, 0)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、 (1, 5)、(1, 6)、(3, 0)、(3, 2)、 (3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)	48%	52%	2	
11	(5, 6)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、 (0, 5)、(0, 6)、(2, 1)、(2, 2)、 (2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、 (6, 1)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 6)	63%	37%	6	
12	(6, 6)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、 (1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(5, 0)、 (5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、 (5, 6)	48%	42%	2	

經過表三的上家攻擊牌組分析後，本研究發現上家能有效攻擊下家的牌組，整理如下：

- 一、 上家出(1, 3)、(1, 5)、(3, 5)、(4, 5)共 4 張牌，下家有 44%的出牌比率，上家攻擊比率 56%。
- 二、 上家出(0, 4)、(0, 6)、(2, 2)、(2, 4)、(3, 3)、(2, 6)、(4, 4)、(3, 6)、(4, 6)、(5, 5)、(6, 6)共 11 張牌，下家有 48%的出牌比率，上家攻擊比率 52%。
- 三、 上家出(1, 2)共 1 張牌，下家有 56%的出牌比率，上家攻擊比率 44%。

- 四、 上家出(0, 3)、(0, 5)、(2, 3)、(3, 4)共 4 張牌，下家有 59%的出牌比率，上家攻擊比率 41%。
- 五、 上家出(1, 4)、(1, 6)、(2, 5)共 3 張牌，下家有 63%的出牌比率，上家攻擊比率 37%。
- 六、 上家出(0, 0)、(5, 6)共 2 張牌，下家有 67%的出牌比率，上家攻擊比率 33%。
- 七、 上家出(0, 2)、(1, 1)共 2 張牌，下家有 74%的出牌比率，上家攻擊比率 26%。
- 八、 上家出(0, 1)共 1 張牌，下家有 78%的出牌比率，上家攻擊比率 22%。

由表三比率分析可以得知，上家出(1, 3)、(1, 5)、(3, 5)、(4, 5)這 4 張牌，可以讓下家出牌比率為 44%；上家出(0, 4)、(0, 6)、(2, 2)、(2, 4)、(3, 3)、(2, 6)、(4, 4)、(3, 6)、(4, 6)、(5, 5)、(6, 6)這 11 張牌讓下家出牌比率只有 48%。這 15 張上家牌型是可以有效攻擊下家的牌型，因為其他牌型下家出牌的機會會超過 50%。

依照上家有效攻擊下家牌型的優劣，另外製作一張表格分析如表四

**表四 上家有效攻擊下家牌型的優劣**

上家 ( a , b ) 的牌型	a+b	下家可出牌比率
(1, 3)	4	44%
(1, 5)	6	
(3, 5)	8	
(4, 5)	9	
(0, 4)	4	48%
(0, 6)	6	
(2, 2)	4	
(2, 4)	6	
(3, 3)	6	
(2, 6)	8	
(4, 4)	8	
(3, 6)	9	
(4, 6)	10	
(5, 5)	10	
(6, 6)	12	

我們可以發現把這 15 張牌，a 和 b 兩個數字加起來的總合都是「合數」4、6、8、9、10、12，因此上家牌張 a+b 是合數的牌組，會造成下家較難以出牌，是攻擊率較佳的牌組。

### 1-3 探討上家牌型 a+b 為奇數、偶數的攻擊率

延續研究目的 1-2，探討上家 a+b 為偶數跟奇數的攻擊率分析結果如表五

**表五 上家牌型 a+b 為奇數、偶數的攻擊率**

上家牌型 a+b 的總和 (偶數)	上家 a+b 的攻擊率	上家牌型 a+b 的總和 (奇數)	上家 a+b 的攻擊率
0	33%	1	22%
2	26%	3	42%
4	53%	5	40%
6	53%	7	38%
8	53%	9	54%
10	52%	11	33%
12	52%		
上家牌型 a+b 的總和是 0 與偶數時，攻擊率是 46%。		上家牌型 a+b 的總和是奇數時，攻擊率是 38%。	

由表格數據分析可知，當上家牌型 a+b 的總和是 0 跟偶數時，攻擊的平均比率為 46%；當上家牌型 a+b 的總和是奇數時，攻擊的平均比率為 38%，所以上家 a+b 是偶數的攻擊率大於奇數。

### 1-4 探討下家 c 為奇數、偶數的防守比率。

延續研究目的 1-1，探討下家 c 為偶數跟奇數時的防守率，如下表所示表六

**表六 奇數、偶數的防守比率**

下家牌型 c 為 0 和偶數	下家 c 的 防守率	下家牌型 c 為 奇數	下家 c 的 防守率
0	41%	1	48%
2	37%	3	41%
4	30%	5	41%
6	30%		
下家牌型 c 是 0 與偶數，可以防禦上家 a+b 攻擊的平均比率為 35%		下家牌型 c 是奇數，可以防禦上家 a+b 攻擊的平均比率為 43%	

由表格數據分析可知，當下家牌型 c 是 0 與偶數，可以防禦上家 a+b 攻擊的平均比率為 35%；下家牌型 c 是奇數，可以防禦上家 a+b 攻擊的平均比率為 43%，下家 c 能防守上家 a+b 攻擊的平均比率愈大，代表此數字愈佳，所以下家 c 為奇數的防守率大於偶數，在奇、偶數牌組都可以出牌的情形之下，愈要保留奇數在手牌中以應付後續上家的攻擊。

由表五、表六分析可知當 a+b 是偶數時，平均攻擊率為 46%，而 c 為偶數時，平均防守率為 35%；a+b 是奇數時，平均攻擊率為 25%，而 c 為奇數時，平均防守率為 43%，所以 a+b 是偶數時，攻擊力較高，而 c 為奇數時，防守力較高。

#### 1-5 domino 單一牌組的勝率分析

研究目的 1-1 的表二是分析下家防守上家的比率，而研究目的 1-2 在探討上家的 domino 牌組中，哪一組牌型在攻擊下家時會比較有效，讓下家無法成功防守湊成質數，根據 1-4 的研究目的將 1-1 及 1-2 的表格合併分析如下。

表七 單一牌型勝率的排名

單一牌型勝率的排名（能攻能守）					
牌型 (a, b)	A：上家出這張牌 後，下家的防守率 (越少越好)	B：下家 c 無法防守 上家的比率【100- 數字(a)可以應對 的比率】(越少越 好)	C：下家 c 無 法防守上家的 比率【100-數 字(b)可以 應對的比率】 (越少越好)	A+B+C 的總 和(越少越 好)	單一牌 張攻守 的排名
(0, 0)	67	59	59	185	10
(0, 1)	78	59	52	189	12
(0, 2)	74	59	52	185	10
(0, 3)	59	59	63	181	9
(0, 4)	48	59	70	177	7
(0, 5)	59	59	59	177	7
(0, 6)	48	59	70	177	7
(1, 1)	74	52	52	178	8
(1, 2)	56	52	63	171	4
(1, 3)	44	52	59	155	1

(1, 4)	63	52	70	185	10
(1, 5)	44	52	59	155	1
(1, 6)	63	52	70	185	10
(2, 2)	48	63	63	174	6
(2, 3)	59	63	59	181	9
(2, 4)	48	63	70	181	9
(2, 5)	63	63	59	185	10
(2, 6)	48	63	70	181	9
(3, 3)	48	59	59	166	3
(3, 4)	59	59	70	188	11
(3, 5)	44	59	59	162	2
(3, 6)	48	59	70	177	7
(4, 4)	48	70	70	188	11
(4, 5)	44	70	59	173	5
(4, 6)	48	70	70	188	11
(5, 5)	48	59	59	166	3
(5, 6)	67	59	70	196	13
(6, 6)	48	70	70	188	11

A 數值表示上家出 (a, b) 後，下家可以防守的比率；B、C 數值分別呈現上家出 (a, b) 後，下家 (c) 針對 a 及 b 的防守率，這些比率皆是越小越好。

由上述分析發現，就單一牌組的攻守勝率而言，排名前三的牌組分別為 (1, 3) 跟 (1, 5) 在排名中是第一名，分數是 155；(3, 5) 是第二名，分數是 162；而 (3, 3) 跟 (5, 5) 是第三名，分數是 166，若手上具有較多這些牌組，在進行遊戲時會較具優勢。

目的二、依照研究出來的策略，驗證 domino 遊戲「攻略」是否有效

## 2-1 根據研究列出 domino 遊戲攻略

本研究依據目的一的各项牌組分析歸納出以下的 domino 攻略

### (一) 攻略一

研究發現，若你是上家，自己手上的牌組 (a+b) 為 4、6、8、9、10、12 時攻擊性較佳，獲得這些牌組時會具有較佳的優勢。

### (二) 攻略二

在遊戲中，若你是下家，0 和 1.3.5 都要盡量保留，因為能出牌的比率高，在前期遊戲



中應盡量保留，以應付遊戲後期；相對的，2、4、6 可出牌比率較低，若在前期遊戲中可以出牌就應先出，以免後期無法出牌而落敗。

### (三) 攻略三

單一牌張勝率分析，攻守好用度，(1, 3) 跟 (1, 5) 在排名中是第一名，(3, 5) 是第二名，(3, 3) 跟 (5, 5) 是第三名，這幾張牌是較佳的牌組，掌握這幾張牌可以有優勢。

### (四) 攻略四

單就 domino 牌組中的奇數及偶數來分析，偶數的攻守比率大於奇數的攻守比率。

## 2-2 模擬牌型，驗證攻略是否有效?

本研究利用歸納出來的數據並配合數據所發展的攻略建立牌組並進行實際驗證，實際驗證牌局有兩人牌局、三人牌局及四人牌局。

研究發現，就算研究者了解其中的攻守比率及各項攻略，研究者也不一定立於不敗之地，除了數據及攻略的應用，還需要視情況應用與轉換，以下是實際驗證完畢後的幾點發現。

#### (一) 發現一：單一牌組勝率須修正

單一牌組勝率應修正為要扣掉 a 和 b 重複應對上家的比率，才是最準確的比率，依據此發現，修正單一牌組比率表格，如表八

表八 單一牌組勝率須修正表格

牌型 (a, b)	A：上家出這張牌後，下家可以防守的比率（越少越好）	B：下家 c 無法防守上家的比率【100-數字 (a) 可以應對的比率】（越少越好）	C：下家 c 無法防守上家的比率【100-數字 (b) 可以應對的比率】（越少越好）	A+B+C 的總和（越少越好）	單一牌張攻守的排名
(0, 0)	67	59	100	226	15
(0, 1)	78	59	59	196	9
(0, 2)	74	59	85	218	14
(0, 3)	74	59	67	200	10
(0, 4)	48	59	89	196	9
(0, 5)	59	59	59	177	3

(0, 6)	48	59	100	207	12
(1, 1)	74	52	100	226	15
(1, 2)	56	52	67	175	2
(1, 3)	44	52	85	181	4
(1, 4)	63	52	74	189	8
(1, 5)	44	52	85	181	4
(1, 6)	63	52	74	189	8
(2, 2)	48	63	100	211	13
(2, 3)	59	63	63	185	6
(2, 4)	48	63	89	200	9
(2, 5)	63	63	63	189	8
(2, 6)	48	63	89	200	10
(3, 3)	48	59	100	207	12
(3, 4)	59	59	70	188	7
(3, 5)	44	59	81	184	5
(3, 6)	48	59	70	177	3
(4, 4)	48	70	100	218	14
(4, 5)	44	70	59	173	1
(4, 6)	48	70	85	203	11
(5, 5)	48	59	100	207	12
(5, 6)	67	59	70	196	9
(6, 6)	48	70	100	218	14

依照原分析表格來進行遊戲，第一名的牌張應該是 (1, 3) 和 (1, 5)，(3, 5) 是第二名，(3, 3) 跟 (5, 5) 是第三名，可是研究者在使用這個攻略的時候發現，有些牌局進行到最後反而剩下這些前三名的牌；經過重新檢視發現原始的分析並沒有把 a 和 b 重複的應對牌型刪除，而造成排名與預期不符。

例如:假如 (a, b) 是 (1, 1)，那兩個數字分別能應對的失誤率是 52%，可是另外一個 1 因為重複，所以失誤率是 100%，所以造成整體的攻守好用度應向下修正。

從修正分析的表格中，研究者把 a 和 b 重複的應對牌型刪除後，可以發現第一、二、三名都是 (奇, 偶)，這是因為 a 如果是奇數，能應對大部分上家所出的偶數牌

組，b 如果是偶數，能應對大部分上家的奇數牌組，所以（奇，偶）是既可以防守上家出偶數又可以防守奇數的牌。

## （二）看對手的牌出牌

隨遊戲進行，應注意自己及對手牌組組合，應適當彈性調整策略，舉例如下。

例子一：假如上家有 7 張牌，分別是（0，3）、（1，3）、（2，2）、（2，4）、（3，6）、（4，5）、（5，6），而自身的牌組(下家)分別是（1，2）、（1，5）、（2，3）、（3，4）、（4，4）、（5，5）、（6，6），所以我們要留住能防守的牌是（1，2）防守（2，4），（1，5）防守（2，2），（2，3）防守（1，3），（3，4）防守（3，6），（4，4）防守（4，5），這樣就可以避免被打敗。

例子一：假如我(上家)的牌有 7 張牌，分別是（0，3）、（1，6）、（2，5）、（2，6）、（3，6）、（4，5）、（5，6），而下家分別是（1，1）、（1，5）、（2，3）、（3，3）、（4，4）、（5，5）、（6，6），在攻略有有提  $a+b=4、6、8、9、10、12$  是最有效攻擊下家的牌，在這裡可以發現  $a+b=9$  的牌全部都在我們這裡，且對方只有兩張牌可以防守我們，分別是（2，3）、（4，4）。這時候就可以用其他  $a+b=$  奇數的牌來讓對手先出這兩張牌，例如:我先出（1，6），而對手出了（4，4），那我就會立刻出（3，6），而對手沒辦法，只能出（2，3），那我在找時機出（4，5）之後，對手就因為不能出牌而 pass 了，這就是攻擊下家的方法。

由此研究發現，進行遊戲時須多加留意自己及對手的牌組，自己出了哪些牌剩下哪些牌，而對手出了哪些牌剩下哪些牌，消除自身的劣勢或增加自身的優勢，創造對自己有利牌局的局面

## （三）攻略及數據有可能誤導玩家造成「劣勢」

由實際驗證及（二）的發現，進行遊戲時若「太過」考慮數學數據及攻略有可能反而造成自己的劣勢，例如手上留有較好的牌組而捨不得出牌，或是有較差的牌組而讓數據及攻略影響自身的判斷等，適當的應據牌局的進行狀況調整數據及攻略的應用。

目的三：依據研究目的一及研究目的二，創造簡易可行的攻略

研究依據研究目的一的數據分析及研究目的二實際驗證，發現要同時考量數據及攻略，在進行遊戲時有可能造成玩家的負擔或太過複雜而減低遊戲樂趣，故研究依據目的一、目的二及驗證遊戲時玩家的回饋創立以下較簡易的攻略：「（偶，偶）、（奇，奇）、（偶，奇）的牌型應用」

依據上述研究目的一及實際遊玩的回饋發現可以將牌型依據（偶，偶）、（奇，

奇)、(偶, 奇)的牌型加以分類, 例如:

第一類, (偶, 偶)、(奇, 奇)一樣數字:(0, 0)、(1, 1)、(2, 2)、(3, 3)、(4, 4)、(5, 5)、(6, 6)。

第二類, (偶, 偶)、(奇, 奇)不一樣數字:(0, 2)、(0, 4)、(0, 6)、(2, 4)、(2, 6)、(4, 6)、(1, 3)、(1, 5)、(3, 5)。

第三類, (偶, 奇)牌型:(0, 1)、(0, 3)、(0, 5)、(1, 2)、(1, 4)、(1, 6)、(2, 3)、(2, 5)、(3, 4)、(3, 6)、(4, 5)、(5, 6)。

這三類的牌型可以簡易的將牌組分類成進攻組及防守組, 如進攻組的為「第一類」及「第二類」, 牌型「數字和」符合前述的目的一、目的二的建議, 但可以不用相加直接由數字判斷, 而牌型(偶, 奇)則較偏向防守牌組; 在遊戲時建議: 第一類(偶, 偶)、(奇, 奇)一樣數字先出, 可有效攻擊, (偶, 偶)、(奇, 奇)不一樣數字後出, 因攻擊力較弱, (偶, 奇)牌型防守較強, 可留待最後再出, 此分類方式並不需要玩家去熟悉背後複雜的分析及數據, 而只需依照數字的組合即可大致判斷其用途及出牌順序。

目的四: 由實際遊玩驗證, 並依據驗證結果修正遊戲規則

#### 一、 遊戲規則修正

遊戲在進行過先前的牌組數字分析, 遊戲發展了很多策略, 如: 奇偶策略、 $a+b$  是合數攻擊率較佳、 $c$  為 1、0、3、5 的防守率較佳、單一牌組攻守分析等策略, 但進行實際驗證時卻發現有時無法應用以上策略提高遊戲勝率, 故經過分析過程的回顧與專家諮詢的建議, 依據以下目的修正遊戲規則:

##### 1. 為避免運氣主導牌局

原牌局是將同一副牌組平分給 2~4 位玩家, 因隨機發牌所以拿的牌組好壞各憑運氣, 即遊戲過程中將有一大部分勝負因素由運氣主導, 使得牌組分析後所得的策略無法實際應用也無法驗證數學所推算的攻守率。

##### 2. 發展更切合遊戲應用的策略

為使遊戲有更佳的遊戲性體驗, 本研究最初目的之一就是要發展一套可以於實際遊戲中進行應用策略, 除要避免在過多運氣成分下無法使用外, 還要簡單易用, 以更貼近開創新遊戲的要素。

##### 3. Domino 遊戲規則修正:

依據上述 1、2 所說明的目的, 本研究需就原遊戲規則進行修正, 主要修正的規則有兩項, 「牌組數目」及「起始牌隨機」, 此兩項規則修正如下:

(1) 牌組數目

原本的 domino 遊戲玩法需準備一組 28 張牌的 domino，每一次的遊戲人數 2~4 人，依序發牌；修正後的發牌規則修正為牌組不再是隨機發牌，而是每人皆擁有完整的 28 張牌組，並準備一副中立牌組作為「起始牌」出牌來源；由於每個人的手中牌組皆相同，故可最大的避免運氣干擾的問題發生。

(2) 起始牌隨機

首先為了增加牌組的可玩性，原規則中 (0, 0) 先出並決定出牌的先後順序，修正後的遊戲規則改成由中立牌組中隨機抽出起始牌，先後順序依猜拳決定。

依據新規則重新對 28 張牌組進行防守率分析，分析結果如下：

表九 28 張牌組防守率分析表

下家牌組 (c, d)	上家可攻擊的牌組數字和	上家牌型	上家攻擊的機率	下家防守的機率
(0, 0)	0	(0, 0)	61%	39%
	1	(0, 1)		
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(0, 1)	0	(0, 0)	21%	79%
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
(1, 1)	0	(0, 0)	54%	46%
	3	(0, 3) (1, 2)		
	5	(0, 5) (1, 4) (2, 3)		
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	11	(5, 6)		
(0, 2)	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)	46%	54%
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	10	(4, 6) (5, 5)		

	12	(6, 6)		
(1, 2)	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)	21%	79%
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
(2, 2)	2	(0, 2) (1, 1)	64%	36%
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(0, 3)	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)	25%	75%
	9	(3, 6) (4, 5)		
	12	(6, 6)		
(1, 3)	3	(0, 3) (1, 2)	39%	61%
	5	(0, 5) (1, 4) (2, 3)		
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	11	(5, 6)		
(2, 3)	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)	29%	71%
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	12	(6, 6)		
(3, 3)	1	(0, 1)	61%	39%
	3	(0, 3) (1, 2)		
	5	(0, 5) (1, 4) (2, 3)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	11	(5, 6)		
	12	(6, 6)		
(0, 4)	0	(0, 0)	50%	50%
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(1, 4)	0	(0, 0)	29%	71%

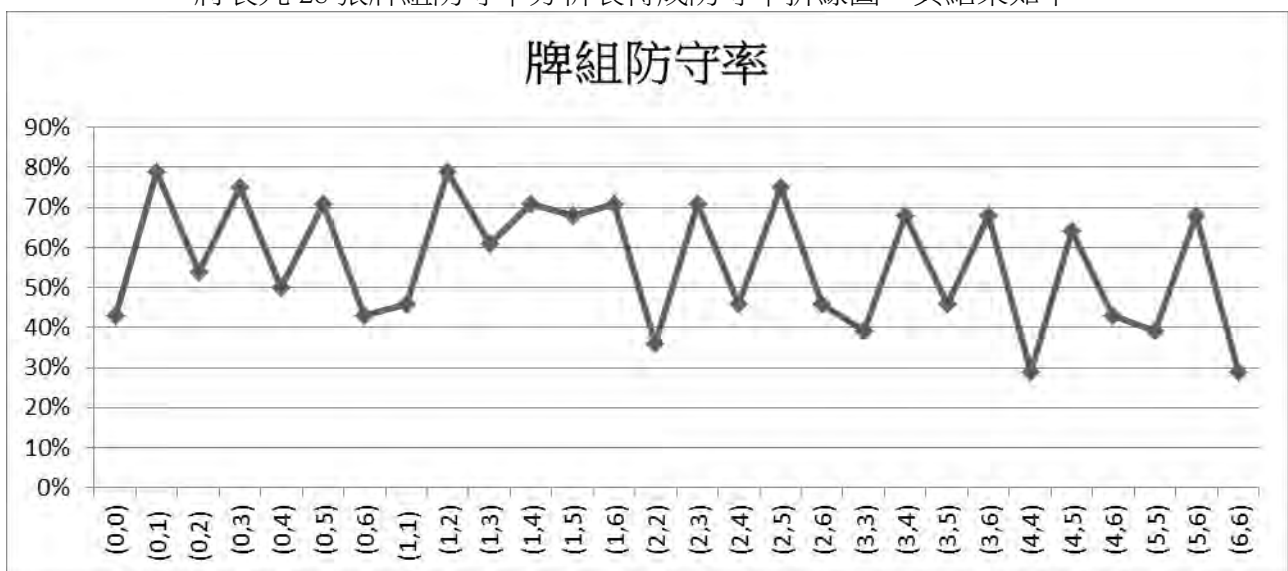
	5 8 11	(0, 5) (1, 4) (2, 3) (2, 6) (3, 5) (4, 4) (5, 6)		
(2, 4)	2 4 6 8 10 12	(0, 2) (1, 1) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3) (2, 6) (3, 5) (4, 4) (4, 6) (5, 5) (6, 6)	54%	46%
(3, 4)	5 6 11 12	(0, 5) (1, 4) (2, 3) (0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3) (5, 6) (6, 6)	32%	68%
(4, 4)	0 2 4 5 6 8 10 11 12	(0, 2) (1, 1) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (0, 5) (1, 4) (2, 3) (0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3) (2, 6) (3, 5) (4, 4) (4, 6) (5, 5) (5, 6) (6, 6)	71%	29%
(0, 5)	1 4 9 10	(0, 1) (0, 4) (1, 3) (2, 2) (3, 6) (4, 5) (4, 6) (5, 5)	29%	71%
(1, 5)	3 5 7 9 11	(0, 3) (1, 2) (0, 5) (1, 4) (2, 3) (2, 5) (3, 4) (1, 6) (3, 6) (4, 5) (5, 6)	32%	68%
(2, 5)	4 7 11	(0, 4) (1, 3) (2, 2) (2, 5) (3, 4) (1, 6) (5, 6)	25%	75%
(3, 5)	1 3 5 7	(0, 1) (0, 3) (1, 2) (0, 5) (1, 4) (2, 3) (2, 5) (3, 4) (1, 6)	54%	46%

	9	(3, 6) (4, 5)		
	11	(5, 6)		
(4, 5)	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)	36%	64%
	5	(0, 5) (1, 4) (2, 3)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	11	(5, 6)		
(5, 5)	1	(0, 1)	61%	39%
	3	(0, 3) (1, 2)		
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	5	(0, 5) (1, 4) (2, 3)		
	7	(2, 5) (3, 4) (1, 6)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	11	(5, 6)		
(0, 6)	0	(0, 0)	57%	43%
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(1, 6)	0	(0, 0)	29%	71%
	3	(0, 3) (1, 2)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
(2, 6)	2	(0, 2) (1, 1)	54%	46%
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(3, 6)	3	(0, 3) (1, 2)	32%	68%
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	12	(6, 6)		
(4, 6)	0	(0, 0)	57%	43%
	2	(0, 2) (1, 1)		
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		



	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		
(5, 6)	3	(0, 3) (1, 2)	32%	68%
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
(6, 6)	0	(0, 0)	71%	29%
	2	(0, 2) (1, 1)		
	3	(0, 3) (1, 2)		
	4	(0, 4) (1, 3) (2, 2)		
	6	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3)		
	8	(2, 6) (3, 5) (4, 4)		
	9	(3, 6) (4, 5)		
	10	(4, 6) (5, 5)		
	12	(6, 6)		

將表九 28 張牌組防守率分析表轉成防守率折線圖，其結果如下：



圖七 28 張牌組數字防守率折線圖

由表格分析可知，新遊戲規則下的 28 張牌組的分析結果與舊遊戲規則下的分析結果並不相同，將新舊表格的異同比較分析如下：

1. 在舊遊戲規則下遊戲在各項分析因起始牌固定為 (0, 0)，故在各項攻防比率的計算上都是先將起始牌剔除，而新規則因起始牌是從中立牌組中隨機抽出，故在各項攻防比率皆是以 28 張牌組來計算。
2. 表三是針對牌組數字中的「單一數字」數字進行防守率的計算，而表九 28 張

牌組防守率分析則是同對 (c, d) 進行分析。

將新遊戲規則的表九 28 張牌組防守率分析表及圖 28 張牌組數字防守率折線圖統整歸納，研究將牌組數字依據防守率名次分析結果如下表所示，28 張牌組依牌組數字防守率排名名次高低可分為 12 組，其第一名防守率為 79%，最後一名防守率為 29%，最高與最低防守率相差 50%。

表十 28 張牌組數字防守率名次分析

名次	防守率 (%)	牌組數字	(奇, 偶) 牌組數字分析	(奇, 偶) 牌組數字和
1	79	(0, 1)(1, 2)	不同數 (奇, 偶)	奇
2	75	(0, 3)(2, 5)	不同數 (奇, 偶)	奇
3	71	(2, 3)(1, 4)(0, 5)(1, 6)	不同數 (奇, 偶)	奇
4	68	(3, 4)(3, 6)(5, 6)	不同數 (奇, 偶)	奇
5	64	(4, 5)	不同數 (奇, 奇)	奇
6	61	(1, 3)(1, 5)	不同數 (奇, 奇)	偶
7	54	(0, 2)	不同數 (偶, 偶)	偶
8	46	(1, 1)(3, 5)(2, 6)	相同數 (奇, 奇) 不同數 (奇, 奇) 不同數 (偶, 偶)	偶
9	43	(0, 6)(4, 6)	不同數 (偶, 偶)	偶
10	39	(0, 0)(3, 3)(5, 5)	相同數 (偶, 偶) 相同數 (奇, 奇)	偶
11	36	(2, 2)	相同數 (偶, 偶)	偶
12	29	(4, 4)(6, 6)	相同數 (偶, 偶)	偶

3. 由上述表格分析可知：防守率較好的牌組皆為 (奇, 偶) 組合，如：(0, 1)、(1, 2) 為防守率第一名的牌組數字，而牌組為 (偶, 偶) 組合且數字皆相同的防守率較差，如 (4, 4)、(6, 6)。

#### 4. 下家的防守率分析

由表九 28 張牌組防守率分析表我們可以發現下家的 c=1、0、3、5 時，防守率較佳，而下家的 c=2、4、6 時，防守率較差，此分析結果也與修正前的「表二 下家牌組防守分析」相同。

#### 5. 牌組數字和分析

由防守率分析表的結果發現，前 1~5 名防守率較佳的牌組數字和為「奇數」，後 6~12 名的牌組數字和為「偶數」，由此結果可知牌組數字和為奇數的牌組防守率較佳。

6. 表十 28 張牌組數字防守率名次分析可知前五名牌組數字皆為（奇，偶），但不同的（奇，偶）牌組最佳與最差在防守率上可相差 15%，其防守率差異的分析如下：

(1)  $a+b+c$  數字和分析

由牌組遊戲規則可知  $a+b+c$  數字和可能的結果為 0~18，其中 1、3、5、7、9、11、13、15、17 皆為奇數，只由 1、9、15 不是質數，若  $c$  可以避免湊出 1、9、15 則其防守率會較佳。

(2)  $a+b+c$  數字和為 1、9、15 牌張數分析

表十一  $a+b+c=1$  牌張數分析

下家 $c$	上家 $a+b$	是否可湊出 1	有幾張牌可湊出 1
0	1	O	(0, 0) 共 1 張牌。
1	0	O	(0, 1) 共 1 張牌。
2	-1	X	共 0 張牌。
3	-2	X	共 0 張牌。
4	-3	X	共 0 張牌。
5	-4	X	共 0 張牌。
6	-5	X	共 0 張牌。

表十二  $a+b+c=9$  牌張數分析

下家 $c$	上家 $a+b$	是否可湊出 9	有幾張牌可湊出 9
0	9	O	(3, 6) (4, 5) 共 2 張牌
1	8	O	(2, 6) (3, 5) (4, 4) 共 3 張牌。
2	7	O	(1, 6) (2, 5) (3, 4) 共 3 張牌。
3	6	O	(0, 6) (1, 5) (2, 4) (3, 3) 共 4 張牌。
4	5	O	(0, 5) (1, 4) (2, 3) 共 3 張牌。
5	4	O	(2, 2) (1, 3) (0, 4) 共 3 張牌。
6	3	O	(1, 2) (0, 3) 共 2 張牌

表十三 a+b+c=15 牌張數分析

下家 c	上家 a+b	是否可湊出 15	有幾張牌可湊出 15
0	15	X	共 0 張牌。
1	14	X	共 0 張牌。
2	13	X	共 0 張牌。
3	12	O	(6, 6) 共 1 張牌。
4	11	O	(5, 6) 共 1 張牌。
5	10	O	(4, 6) (5, 5) 共 2 張牌。
6	9	O	(3, 6) (4, 5) 共 2 張牌。

(3) 由(1)、(2)的表十 28 張牌組數字防守率名次分析及 a+b+c= 1、9、15 牌張數分析可知

- a. 下家牌組 (c, d) 中, c 或 d 的可能數字為 0~6, 這些數字都有可能湊出 9 這個數字, 而 c 或 d 的數字大小會限制其能否湊出 1 或 15, 所以 (奇, 偶) 牌組最佳與最差防守率的關鍵應該是在能否湊出 1 或 15。
- b. 當上家牌組數字為 (0, 0)、(0, 1) 時, 下家牌組為 c 或 d > 1 時, 則可以避免湊出 a+b+c=1 的數字和, 此種牌組的防守率較佳。
- c. 當上家牌組數字為 (6, 6)、(5, 6)、(4, 6)、(5, 5)、(3, 6)、(4, 5) 時, 下家牌組的 c 或 d < 3 時, 則可以避免湊出 a+b+c=15 的數字和, 此種牌組的防守率較佳。

## 二、 新規則下的遊戲策略

由新規則的牌組分析, 研究歸納出三個新攻略, 分別為「牌組數字的奇、偶組合」、「奇、偶數字和」、「下家牌組條件」, 分別詳述如下。

### 1. 牌組數字的奇、偶組合

表十 28 張牌組數字防守率名次分析可知, 牌組數字組合為 (奇, 偶) 的牌組防守率會優於 (奇, 奇) 及 (偶, 偶) 的牌組數字組合, 在**防守**的條件下應保留牌組數字為 (奇, 偶) 的牌組, 而在**進攻**的條件下如同表三地發現應多用「合數」攻擊, 也就是 (奇, 奇) 及 (偶, 偶) 的牌組組合。

### 2. 牌組數字和

由表十 28 張牌組數字防守率名次分析, 單純考量防守的狀況, 可以用牌組數字和為奇數或偶數來思考, 數字和為奇數的防守率優於數字和為偶數的牌組。

### 3. 下家牌組條件

(奇, 偶)的牌組防守率會優於(奇, 奇)及(偶, 偶)的牌組數字組合, 進一步分析同為(奇, 偶)的牌組數字發現其防守率之間還是有不小的差異(最高與最低相差 15%), 而較佳的(奇, 偶)牌組數字應符合以下條件  $c$  或  $d > 1$  及  $c$  或  $d < 3$  時。

## 陸、結論

- 一、在目的—所有策略當中, 研究者發現這裡所有的牌組中, 最好攻擊的牌是  $a+b=4、6、8、9、10、12$  的牌, 而最好防守的牌是  $c=1$  的牌。如果單看奇偶數的話  $a+b=$  偶數會比較有效攻擊下家, 而  $c$  是奇數牌會比較好防守。如果把攻擊和防守合在一起看的話, 第一名的牌張應該是 (1, 3) 和 (1, 5), (3, 5) 是第二名, (3, 3) 跟 (5, 5) 是第三名。
- 二、實際玩的時候, 發現按照原分析表格來進行遊戲, 第一名的牌張應該是 (1, 3) 和 (1, 5), (3, 5) 是第二名, (3, 3) 跟 (5, 5) 是第三名, 可是研究者在使用這個攻略的時候發現, 有些牌局進行到最後反而剩下這些前三名的牌; 經過重新檢視發現原始的分析並沒有把  $a$  和  $b$  重複的應對牌型刪除, 而造成排名與預期不符。從修正分析的表格中, 研究者把  $a$  和  $b$  重複的應對牌型刪除後, 可以發現第一、二、三名都是 (奇, 偶), 這是因為  $a$  如果是奇數, 能應對大部分上家所出的偶數牌組,  $b$  如果是偶數, 能應對大部分上家的奇數牌組, 所以 (奇, 偶) 是既可以防守上家出偶數又可以防守奇數的牌。
- 三、研究的數據與策略在實際進行驗證時, 確實在建立牌局優勢上有所幫助, 但當研究者向其他玩家介紹時, 大多數玩家覺得過於複雜, 故在實際驗證中除了驗證數學的比率外, 也透過自身遊玩及其他玩家的回饋, 建立依簡易的攻略準則: 「(偶, 偶)、(奇, 奇)、(偶, 奇)的牌型應用」, 此簡易攻略不僅實用、大大減低初學玩家思考的負擔也增加此遊戲的遊玩樂趣。
- 四、新規則的「牌組數目」及「起始牌隨機」可有效避免運氣的干擾透過「牌組數目」及「首牌隨機」的規則修正及實際遊戲檢驗發現, 新遊戲規則下玩家的勝負可以由本身遊玩的策略的決定, 而不會像隨機發牌一樣有很大的機會勝負是由「運氣」決定, 如此策略的應用才能彰顯在遊戲中。
- 五、攻擊與防守可以用(奇、偶)組合及牌組數字和考量在新規則下分析 28 張牌組數字發現, 攻擊考量如舊規則所分析的結果  $a+b=$  合數攻擊率高, 其牌組組合為(奇、奇)、(偶、偶), 而防守時則發現  $c+d=$  奇數防守率高, 其牌組組合為(奇、偶)。
- 六、策略思考應用(奇、偶)組合及數字和優先考慮透過實際遊玩驗證, 發現遊戲中的策略

考量以牌組(奇、偶)組合及牌組數字和優先考慮，牌組數字條件  $c+d > 1$  及  $c$  或  $d < 3$  放後面考量可以有效的簡化出牌的策略及思考，在遊戲中使用前兩個策略即可因應大部分牌局，但實際遊玩也發現若遊戲對手的策略應用與自己相近時，考量  $c+d > 1$  及  $c$  或  $d < 3$  將成為勝敗條件。

## 柒、參考資料

康軒 (2018)。五下國小數學。新北市：康軒文教事業。

康軒 (2018)。六上國小數學。新北市：康軒文教事業。

孫文先 (2015)。科學研習。多明諾 (Domino) 骨牌遊戲。台北市：國立臺灣科學教育館。

孫文先 (2015)。講義。多明諾 (Domino) 骨牌遊戲。台北市：財團法人九章數學教育基金會。

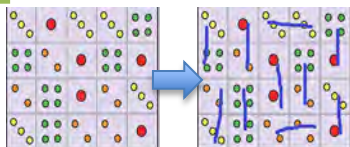
## 【評語】 080409

1. 利用骨牌，自創一套全新的 domino「湊質數」接龍遊戲，繼而探討遊戲獲勝策略，研究主題有趣。
2. 為有效避免運氣干擾與提高策略的使用性，亦修正遊戲規則。
3. 整體而言，本作品有創意、方法適切、結果的分析與討論也很完整，值得肯定。



# 研究動機

研究本來想要做的是右述 domino 题目的解題策略研究，卻因為指導數學競賽的數學老師先前已經針對此類型題目進行過深入的研究，研究者自己覺得沒有研究突破點。經過研究者跟指導老師討論，覺得**後續可以將接龍遊戲結合數學**，所以發展出另外一套 **domino 牌型出質數的接龍遊戲**。

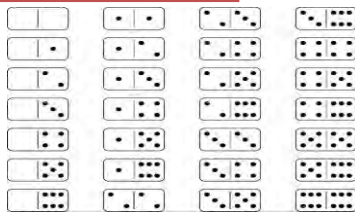


# domino 骨牌介紹與自編玩法

## 一、domino 骨牌基本介紹（如右圖）

domino 它是一個**二連方積木**，共有 **28 張**，牌型有：

- (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 6),  
 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2),  
 (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5),  
 (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6)



## 二、自編玩法

### 遊戲開始

1. 準備**一組 28 張牌**的 domino，每一次遊戲人數 2~4 人，依序發牌。
2. 兩人玩，每人 14 張手牌；三人玩，(0, 0)牌組先拿出來，每人 9 張手牌；四人玩，每人 7 張手牌。

### 遊戲過程

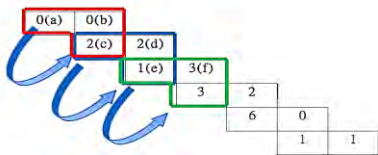
1. 有 **(0, 0)** 牌組的人先出牌，之後順時鐘依序出牌，依遊戲規則排成**質數接龍**。
2. 第一個人出 (a, b)，下面則是第二個人出 (c, d)，玩家要對應  $a+b+c=n$ 、 $c+d+e=n$ 、.....(n=質數)，以此類推。
3. 玩家當輪遊戲無法出牌湊質數時，**可以喊 pass** 跳過此遊戲。

(見下圖牌型接龍範例)

### 遊戲結束

1. 四家都喊 pass (無牌可湊質數)，計算**誰剩的牌最少就獲勝**，所剩下的牌一樣多，則比點數少的獲勝。
2. 同一輪中，將牌出完的玩家都算共同獲勝。(若此輪結束，你是唯一出完牌的玩家，就直接獲勝。)

- 遊戲中牌張是**沒有方向性**的，例如 (1, 3) 接質數的需要也可以水平翻轉成 (3, 1)。
- 28 張 domino 牌張湊質數  $n$  ( $a+b+c=n$ 、 $c+d+e=n$ 、.....， $n$ =質數)，依據 domino 數字組合，**質數 n 的可能性只有 2、3、5、7、11、13、17。**



## 名詞解釋



1. **上家、下家**：domino 遊戲的玩法是輪流出牌，釋意圖見下圖，一場遊戲若有四位玩家 A、B、C、D，當 A 出牌時，B 是 A 的下家；當 B 出牌時，B 是 C 的上家，因此，**B 是 A 的下家，同時也是 C 的上家**。同一個玩家，上家、下家的身分是會輪流替換的。
2. **攻擊、防守**：在本研究中，**上家是攻擊方，下家是防守方**，當談到「有效攻擊」，意指上家出的牌，讓下家無法成功接質數；而「有效防守」，則是上家出的牌，下家能成功接質數。
3. **防守率定義**：下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以 (28-已出的牌張數)。
4. **攻擊率定義**：上家 (a, b) 能攻擊成功讓下家無法出的牌張數除以 (28-已出的牌張數)。
5. **「0」的性質是偶數**：因為我們以奇數+偶數=奇數的規則來看  $3+0=3$ ，又偶數+偶數=偶數的規則來看  $2+0=2$ ，所以「0」在我的研究裡的性質是偶數。

## 研究目的



### 目的一:探討 domino 遊戲的出牌策略

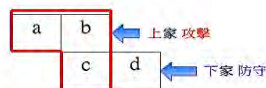
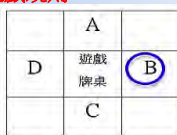
- 1-1 了解 domino 遊戲裡，上家湊質數要出哪一種牌，才能有效攻擊下家。
- 1-2 了解 domino 遊戲裡，下家湊質數要出哪一個數字，才能有效防守上家。
- 1-3 探討上家牌型 a+b 為奇數、偶數的攻擊率
- 1-4 探討下家 c 為奇數、偶數的防守比率。
- 1-5 domino 單一牌組的勝率分析

### 目的二:依照研究目的一的策略分析，驗證 domino 遊戲「攻略」是否有效

- 2-1 根據研究列出 domino 遊戲攻略
- 2-2 模擬牌型，驗證攻略及數學的勝率是否反映在真實遊戲的勝率上?

### 目的三：依據研究目的二的實際驗證，創造簡易可行的攻略

### 目的四：由實際遊玩驗證，並依據驗證結果修正遊戲規則







# 研究過程與發現

## 目的: 探討 domino 遊戲的出牌策略

### 1-1 了解 domino 遊戲裡, 上家湊質數要出哪一種牌, 才能有效攻擊下家。

上家的 domino 牌組中, 哪一組牌型在攻擊下家時會比較有效, 讓下家無法成功防守湊成質數。

上家 a+b 的數字	上家 (a, b) 的牌組數字	下家可防守上家的牌組數字 (c, d)	下家防守率	上家攻擊率(100%-下家防守率)	(a, b) 最佳牌型排名	攻擊率公式
0	(0, 0)	(2, 0)、(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(3, 0)、(3, 1)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(5, 0)、(5, 1)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6), 共 18 張牌。	67%	33%	6	上家(a, b)能攻擊成功讓下家無法出的牌張數除以(28-已出的牌張數)
1	(0, 1)	(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(2, 0)、(2, 2)、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)、(4, 0)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)、(6, 0)、(6, 3)、(6, 5)、(6, 6), 共 21 張牌。	78%	22%	8	
2	(0, 2)	(0, 1)、(0, 3)、(0, 4)、(0, 5)、(0, 6)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(5, 2)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6), 共 20 張牌。	74%	26%	7	
	(1, 1)	(0, 1)、(0, 2)、(0, 3)、(0, 4)、(0, 5)、(0, 6)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(5, 2)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6), 共 20 張牌。	74%	26%	7	
12	(6, 6)	(1, 0)、(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)、(5, 0)、(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6), 共 13 張牌。	48%	52%	2	

◆ 結論: 上家出(1, 3)、(1, 5)、(3, 5)、(4, 5)、(0, 4)、(0, 6)、(2, 2)、(2, 4)、(3, 3)、(2, 6)、(4, 4)、(3, 6)、(4, 6)、(5, 5)、(6, 6)這 15 張牌攻擊率都超過 50% (其他牌型攻擊率都低於 50%), 是**可以有效攻擊下家的牌型**, 而且這 15 張牌 a+b 的總和是 4、6、8、9、10、12, 都是合數。因此**上家牌張總和是合數, 可以有效攻擊下家。**

### 1-2 了解 domino 遊戲裡, 下家湊質數要出哪一個數字, 才能有效防守上家。

下家手上的 domino 牌中哪一個數字 c 能防守較多上家牌型, 此牌型可以的話應保留在手牌上, 後續才能有效防守上家。

下家的牌組數字 c	下家可防守上家的牌型 (a, b)	a+b 的和	a+b+c 的和(質數)	下家防守上家的牌組數量	下家防守上家的防守率	防守率公式
0	(0, 2)(1, 1)	2	2	11 張	41%	下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以(28-已出的牌張數)
	(0, 3)(1, 2)	3	3			
	(0, 5)(1, 4)(2, 3)	5	5			
	(1, 6)(2, 5)(3, 4)	7	7			
	(5, 6)	11	11			
1	(0, 1)	1	2	13 張	48%	下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以(28-已出的牌張數)
	(0, 2)(1, 1)	2	3			
	(0, 4)(1, 3)(2, 2)	4	5			
	(0, 6)(1, 5)(2, 4)	6	7			
	(3, 3)	4	5			
	(4, 6)(5, 5)	10	11			
6	(6, 6)	12	13	8 張	30%	下家 c 能防守上家牌組數字的張數除以(28-已出的牌張數)
	(0, 1)	1	7			
	(0, 4)(1, 3)(2, 2)	4	11			
	(1, 6)(2, 5)(3, 4)	7	13			
(5, 6)	11	17				

◆ 結論: **下家防守率優劣分析: c=1 > 0, 3, 5 > 2 > 4, 6**, 故在遊戲時, 若情況許可之下, 玩家要先把防守率差的丟掉, 而在手牌中保留有防守率高的牌張。

### 1-3 探討上家牌型 a+b 為奇數、偶數的攻擊率

上家牌型 a+b 的總和 (偶數)	上家 a+b 的攻擊率	上家牌型 a+b 的總和 (奇數)	上家 a+b 的攻擊率
0	33%	1	22%
2	26%	3	42%
4	53%	5	40%
6	53%	7	38%
8	53%	9	54%
10	52%	11	33%
12	52%		

上家牌型 a+b 的總和是 0 與偶數時, 攻擊率是 46%。  
上家牌型 a+b 的總和是奇數時, 攻擊率是 38%。

◆ 結論: 從表格數據可得知**上家牌型 a+b 是偶數 (46%) 的攻擊率大於奇數(38%)**。

### 1-4 探討下家 c 為奇數、偶數的防守比率

下家牌組數字 c (偶數)	下家 c 的防守率	下家牌組數字 c (奇數)	下家 c 的防守率
0	41%	1	48%
2	37%	3	41%
4	30%	5	41%
6	30%		

下家牌組數字 c 是偶數時, 平均防守率為 35%。  
下家牌組數字 c 是奇數時, 平均防守率為 43%。

◆ 結論: 從表格數據可得知**下家牌組數字 c 是奇數(43%)的防守率大於偶數(35%)**。

### 1-5 domino 單一牌組的勝率分析

單一牌組勝率的排名 (能攻能守)					
牌型 (a, b)	A: 上家出這牌後, 下家可以防守的比率 (越少越好)	B: 下家 c 無法防守上家的比率【100-數字 (a) 可以應對的比率】 (越少越好)	C: 下家 c 無法防守上家的比率【100-數字 (b) 可以應對的比率】 (越少越好)	A+B+C 的總和 (越少越好)	單一牌張攻守的排名
(0, 0)	67	59	100	226	15
(0, 1)	78	59	59	196	9
(0, 2)	74	59	85	218	14
(5, 5)	48	59	100	207	12
(5, 6)	67	59	70	196	9
(6, 6)	48	70	100	218	14

◆ 結論: 單一牌組能攻能守的排名分別是, **第一名(4, 5)、第二名(1, 2)、第三名是(0, 5)、(3, 6)**。發現前三名的牌型都是(奇, 偶), 這是因為 a 是奇數, 能有效防守大部分上家所出的偶數牌組, b 是偶數, 能有效防守大部分上家的奇數牌組, 所以**(奇, 偶)牌組是既可以防守上家出偶數又可以防守奇數的牌**。

## 目的二:依照研究目一的策略分析,驗證 domino 遊戲「攻略」是否有效

### 2-1 根據研究列出 domino 遊戲攻略

#### (一) 攻略一:上家策略

若你是上家,自己手上的牌組(a+b)為合數(4,6,8,9,10,12)時,攻擊性較佳,獲得這些牌組時會具有較佳的優勢。

#### (二) 攻略二:下家策略

若你是下家,c為1和0.35在前期遊戲中應儘量保留,因為能出牌的比率高,以應付遊戲後期;相對的,2,4,6可出牌比率較低,在前期遊戲中可以出牌就應先出,以免後期無法出牌而落敗。

#### (三) 攻略四:奇、偶策略

單就 domino 牌組中的奇數及偶數來分析,上家(a+b)為偶數攻擊率較大,下家c為奇數的防守率較大。

#### (四) 攻略三:單一牌張策略

單一牌張勝率分析,攻守好用度可以發現第一名(4,5)、第二名(1,2)、第三名是(0,5)、(3,6),發現前三名的牌型都是(奇,偶),這幾張牌是較佳的牌組,掌握這幾張牌可以有優勢。

### 2-2 模擬牌型,驗證攻略及數學的勝率是否反映在真實遊戲的勝率上?

#### 發現一:看對手的牌出牌,適度使用攻略

隨牌局進行,應注意自己及對手牌組組合,適當彈性調整策略,創造對自己有利的牌局的局面,舉例如下。

假如上家有7張牌,分別是(0,3)、(1,3)、(2,2)、(2,4)、(3,6)、(4,5)、(5,6),而自身的牌組(下家)分別是(1,2)、(1,5)、(2,3)、(3,4)、(4,4)、(5,5)、(6,6),所以我們要留住能防守的牌是(1,2)防守(2,4)、(1,5)防守(2,2)、(2,3)防守(1,3)、(3,4)防守(3,6)、(4,4)防守(4,5),這樣就可以避免被打敗。

#### 發現二:domino 遊戲規則必須修正

遊戲在進行過先前的牌組數字分析,遊戲發展了很多策略,如:奇偶策略、上家/下家策略、單一牌組策略等等,但進行實際驗證時卻發現有時無法應用以上策略提高遊戲勝率,故經過分析過程的回顧與專家諮詢的建議,依據以下目的修正遊戲規則:

1. 為避免運氣主導牌局
2. 發展更切合遊戲應用的策略

## 目的三:依照研究目二的實際驗證,創造簡易可行的攻略

### [(偶,偶)、(奇,奇)、(偶,奇)的牌型應用]

研究發現要同時考量數據及攻略,會造成遊戲玩家的負擔而減低遊戲樂趣,故創立簡易的攻略:

#### ◆第一類: [(偶,偶)、(奇,奇)一樣數字]

(0,0)、(1,1)、(2,2)、(3,3)、(4,4)、(5,5)、(6,6)。

#### ◆第二類: [(偶,偶)、(奇,奇)不一樣數字]

(0,2)、(0,4)、(0,6)、(2,4)、(2,6)、(4,6)、(1,3)、(1,5)、(3,5)。

#### ◆第三類: [(偶,奇)牌型]

(0,1)、(0,3)、(0,5)、(1,2)、(1,4)、(1,6)、(2,3)、(2,5)、(3,4)、(3,6)、(4,5)、(5,6)。

這三類牌型可以簡易的將牌組分類成進攻組及防守組,如進攻組的為「第一類」及「第二類」,牌型「數字和a+b」都是偶數,但可以不用相加直接由數字判斷,而「第三類」牌型(偶,奇)則較偏向防守牌組;

在遊戲時建議:「第一類」先出,可有效攻擊,「第二類」後出,因攻擊力較弱,「第三類」防守較強,可留待最後再出。

此分類方式並不需要玩家去熟悉背後複雜的分析及數據,而只需依照數字的組合即可大致判斷其用途及出牌順序。

## 目的四:由實際遊玩驗證,並依據驗證結果修正遊戲規則

依據 2-2 發現二的第 1、2 點說明的目的,本研究需就原遊戲規則進行修正,兩項規則修正如下:

### (1) 牌組數目

發牌規則修正為牌組不再是隨機發牌,而是每人皆擁有完整的28張牌組。由於每個人的手中牌組皆相同,故可最大的避免運氣干擾的發生。

### (2) 起始牌隨機

準備一副中立牌組作為「起始牌」出牌來源,由中立牌組中隨機抽出起始牌,先後順序依猜拳決定。

### (3) 新規則 28 張牌組數字防守率名次分析,如右圖:

名次	防守率(%)	牌組數字	(奇,偶)牌組數字分析	(奇,偶)牌組數字和
1	79	(0,1)(1,2)	不同數(奇,偶)	奇
2	75	(0,3)(2,5)	不同數(奇,偶)	奇
3	71	(2,3)(1,4)(0,5)(1,6)	不同數(奇,偶)	奇
11	36	(2,2)	相同數(偶,偶)	偶
12	29	(4,4)(6,6)	相同數(偶,偶)	偶

- a. 防守率較好的牌組皆為(奇,偶)組合,如:(0,1)、(1,2)為防守率第一名的牌組數字,而牌組為(偶,偶)組合且數字皆相同的防守率較差,如(4,4)、(6,6)。
- b. 前1-5名防守率較佳的牌組數字和為「奇數」,後6-12名的牌組數字和為「偶數」,由此結果可知牌組數字和為奇數的防守率較佳。
- c. 由牌組遊戲規則可知 a+b+c 數字和可能的結果為0-18,其中1、3、5、7、9、11、13、15、17皆為奇數,其中1、9、15不是質數,若c可以避免湊出1、9、15則其防守率會較佳。
- d. 較佳的(奇,偶)牌組數字應符合以下條件c或d>1及c或d<3。



## 研究結論

- 一、上家的牌組為a+b=合數攻擊率高,其牌組組合為(奇,奇)、(偶,偶);如果單看奇、偶數的話,上家(a+b)為偶數能有效攻擊下家。
- 二、若以單一牌組來看,下家防守率前三名都是(奇,偶)的牌組數字,因為奇數能防守上家的偶數牌組,而偶數能防守上家的奇數牌組;若用單一數字來看,下家防守率最佳的數字是1,再來是0.35。
- 三、在實際遊玩驗證後,建立簡易的攻略準則: [(偶,偶)、(奇,奇)、(偶,奇)的牌型應用],此簡易攻略不僅實用、也減少遊戲思考的負擔,增加遊玩樂趣。
- 四、透過「牌組數目」及「起始牌隨機」的規則修正,降低隨機發牌拿到好、壞牌的運氣成份,彰顯遊戲的勝負關鍵是玩家對於遊戲策略的運用。
- 五、透過實際遊玩驗證,發現遊戲中的策略應優先以牌組(奇,偶)組合及牌組數字和作為攻守依據,牌組數字條件c或d>1及c或d<3放後面考量可以有有效的簡化出牌的策略及思考。



## 參考資料

- ◆ 康軒(2018)。五下國小數學。新北市:康軒文教事業。
- ◆ 康軒(2018)。六上國小數學。新北市:康軒文教事業。
- ◆ 孫文光(2015)。科學研習。多明諾(Domino)骨牌遊戲。台北市:國立臺灣科學教育館。
- ◆ 孫文光(2015)。講義。多明諾(Domino)骨牌遊戲。台北市:財團法人九章數學教育基金會。