

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

(鄉土)教材獎

051818

金門航空站飛機起降之都卜勒效應探討

學校名稱：國立金門高級中學

作者： 高二 蔡依辰 高三 宓厚宇 高三 歐陽瑩芸	指導老師： 李育賢 薛郁潔
--	-----------------------------

關鍵詞：飛機頻率、航空氣象、頻譜分析

摘要

本研究針對飛機頻率與都卜勒效應進行研究，我們一起在金門航空站附近的起飛降落點分工錄製影片與蒐集資料，進而使用 BORIS、Audacity、Spectrum、google 科學日誌、世界迷霧 app、flight tradar 等軟體進行資料分析，觀察飛機起降聲音的頻譜趨勢，再利用都卜勒的公式配合溫度以及飛機起降角度的修正，套入資料後計算飛機的降落速率。分析過程中發現了 ATR 機型相較於大型渦輪飛機來得好分析出速率與頻譜趨勢，我們也設計了簡單的小實驗驗證飛機接近與遠離其渦輪或螺旋槳對於其風速影響，也搭乘了數趟飛機進行飛機內頻率的測量。經過一番摸索我們發現其實可以利用簡單的儀器與軟體去分析飛機的聲音頻譜，藉由一連串的探討與分析發現都卜勒效應是實際可以在日常生活中運用的。

研究動機

我們在物理課本中學習到了都卜勒效應，於是我們想到飛機飛行的速度很快，而且很大聲，應該會有明顯的都卜勒效應，於是開始產生了量測飛機聲音頻率的實驗的動機。請教老師之後發現這部分的研究沒有人做過，於是我們展開了對金門飛機起降的調查。

研究目的

金門航空站的跑道兩側相對空曠，因此我們想要藉由這樣的優勢去探討這個領域，再加上這個部分目前沒有人有十分深入的了解，所以我們開始花了大量的時間守在飛機起飛與降落的地方拍攝影片，紀錄天氣狀況。後來又搭乘了數趟飛機以取得飛機內的頻譜，得到大量數據之後，以驗證我們所學的都卜勒效應是否可以真實觀察與被計算。

實驗設備與器材

一、實驗器材：智慧型手機數支、筆電數台。

二、軟體介紹

(一)BORIS：可以把影片檔直接以傅立葉分析轉換成 0-20000Hz 的頻率-時間關係。

(二)Audacity：可以把聲音檔取某時間，轉換成 0-20000Hz 的頻率-強度關係。

(三)Spectrum：直接量測即時 0-20000Hz 的頻率-強度關係。

(四)google 科學日誌：可以同步量測多組數據，本科展主要量測聲音強度、頻率與大氣壓力。

(五)世界迷霧 app：記錄手機持有人在地球上所經過處 GPS 的軌跡。

(六) flight tradar 網站資料：可即時顯示正在飛行的飛機資訊，包括航行路徑、飛機機型等。

研究方法與過程

一、金門航空站主要機型

金門機場國內航線主要以 ATR72-600 型螺旋槳客機飛航，各航空公司偶爾輔以雙引擎噴射客機飛航，以下為我們整理出例行飛往金門之航空公司與機型。

航空公司	立榮航空	遠東航空	華信航空
螺旋槳客機	ATR72	ATR72	ATR72
雙引擎噴射客機	A321	MD82/83	E190

因此，本論文主要以班次最多之 ATR72 機型做為研究主要分析的對象，並輔以噴射機型做為對照組。

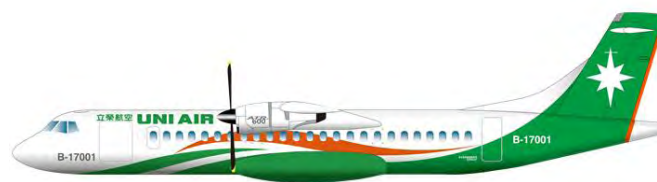


圖 1、立榮航空 ATR72 機型

二、金門航空站起降方向

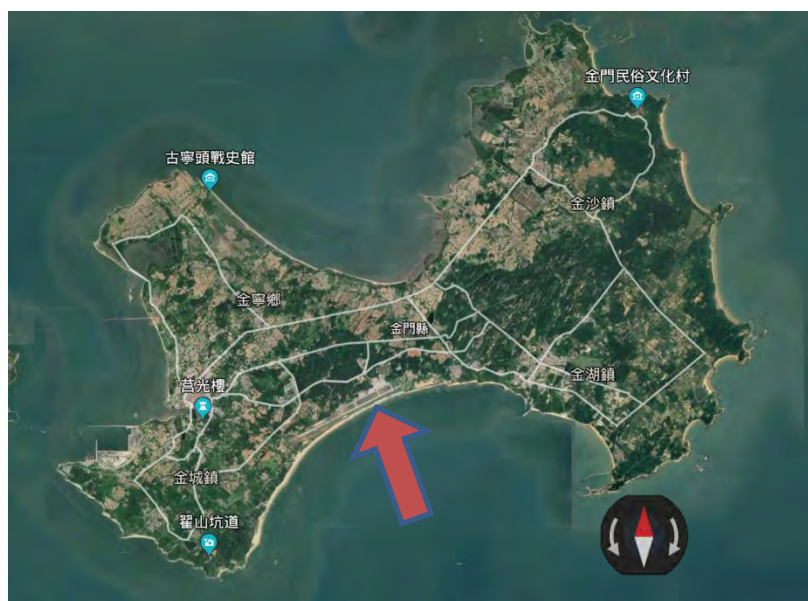


圖 2、金門島及金門航空站之位置



圖 3、金門航空站跑道方位為 06-24

飛機起飛和著陸選擇逆風主要有兩個原因：一是可縮短飛機起降的滑跑距離；二是可以獲取更好的穩定性和安全性。機翼升力的大小，取決於飛機與空氣的相對速度，而不取決於飛機與地面的相對速度。飛機逆風起飛時，與空氣的相對速度等於飛機滑跑速度加上風速，由於相對空氣運動速度大，獲得升力也就大，這樣就可以減少滑跑距離；相反，順風起飛時，升力比較小。

金門機場跑道方位為「06-24」。數字代表的是跑道頭朝向的方位角度，0 度就是正北方，「06」就是正北往順時針方向旋轉 60 度，再加 180 度為 240 度，也就是「24」。跑道方向為什麼這麼蓋？當然跟盛行風有關，飛機起降都要有一定的逆風增加空速，金門冬天盛行東北風，夏天為西南風，所以跑道就是東北-西南方向。東北風時就用 06 起降，西南風就 24 起降。不過，隨著技術的不斷發展，現在飛機速度以及穩定性都有了很大的改進和提高，風向對飛機的起降影響也減小了，再加上機場多有慣性起降方向，在風速較小和跑道長度足夠的條件下，即是在夏季也多以 06 起降為主。

三、航空路徑



圖 4、以手機「世界迷霧」多次搭乘飛機之路線記錄圖-金門航空站

金門航空飛機主要由西南方降落、東北方向起飛，為了就是讓飛機可以盡量以固定的飛行路徑逆風降落與起飛，由圖可知：飛機降落時準備之直線距離較長，而飛機起飛後不久即會轉向，下圖可知松山機場飛機起降也有一樣的規律。



圖 5、以手機「世界迷霧」多次搭乘飛機之路線記錄圖-松山機場

四、飛機起降時角度差異

起飛角度：通常在 10° 到 20° 間，飛機起飛是由靜止狀態逐漸在跑道上加速滑行，直至達到起飛速度時仰起機頭離開地面，飛機起飛時的角度和飛機的重量有直接關係，飛機越重則起飛角度越小、爬升的速度也較慢，而爬升到指定飛行高度所用的時間也較長。無論是哪種飛機，其起飛角度約在 10° 到 20° 之間，同時在跑道上滑行大約 30 秒至 50 秒飛機就會起飛離地，這時發動機是最大推力，稱為起飛推力。

降落角度： 2.5° ~ 3.0° 的下降角，近乎於水平，飛機下滑至距機場一定的距離和高度時，就依風向選擇一條逆風的跑道，對準跑道頭維持規範的 2.5° ~ 3.0° 的下降角並保持足夠的空速進場。落地前飛機要儘量保持水平或機頭微揚，使主機輪先行著地，前機輪才跟著落地以順利降落。

五、觀測地址之選擇



圖 6、飛機降落位置觀測點

飛機降落觀測點我們選在飛機降落路徑之正下方，目的就是想要減少角度上的影響，為了讓觀測位置最靠近飛機，我們就在機場旁邊之外圍牆做為觀測位置。

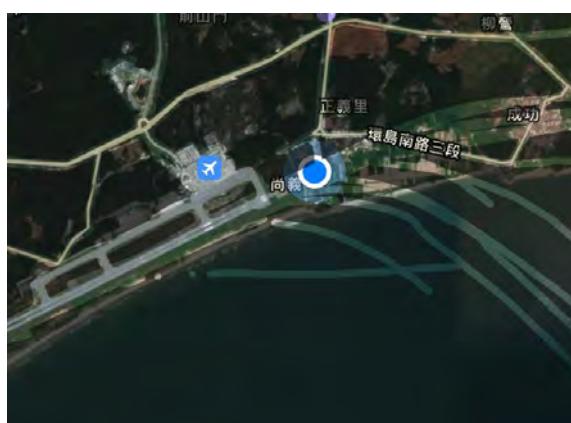


圖 7、飛機起飛觀測位置

起飛位置之選定我們以最靠近機場、並剛好在主要飛機轉彎之處觀測，轉折點在觀測位置的好處就是可以省去側向角度分析，主要探討飛機起飛仰角之影響。

六、都卜勒效應公式

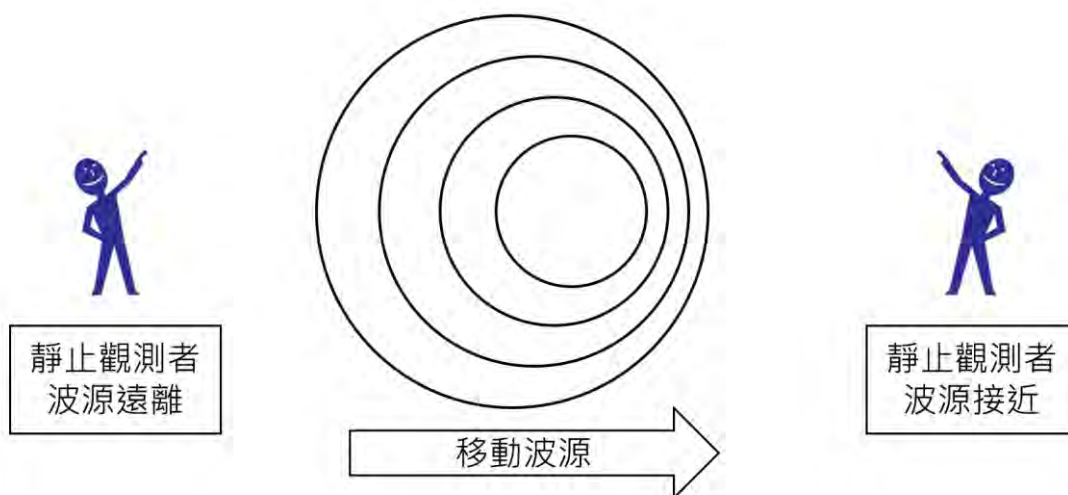


圖 8、觀測者靜止觀察到移動波源波長變化示意圖

設定聲速為 u ，飛機速率為 v ，再設飛機原始頻率 f_0 ，聽者頻率為 f ，在聲源接近靜止觀測者時頻率為： $f_T = f_0 \frac{u}{u - v}$ ，反之，若聲源遠離靜止觀測者所觀察到的頻率為：

$$f_A = f_0 \frac{u}{u + v}。$$

以上 2 式整理後，可以得到飛機速率公式為 $v = u \frac{f_T - f_A}{f_T + f_A}$ 。

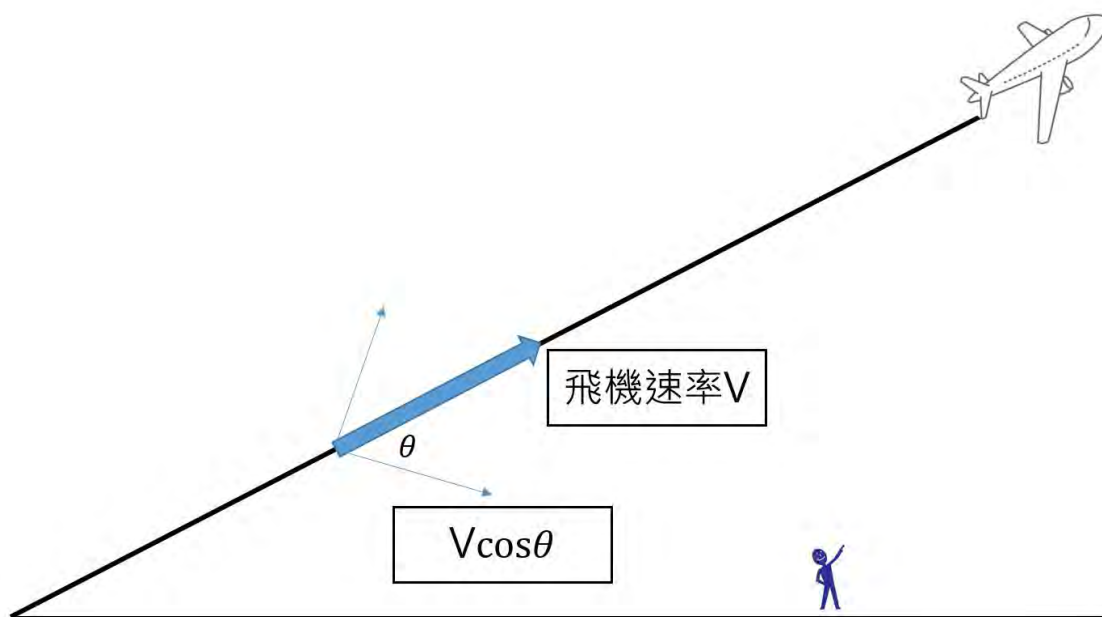


圖 9、觀測者與聲源有夾角時，接近速率修正參考圖

若聲源與觀測者不在同一直線時，需對飛機速率做角度的修正，若經修正後接近靜止觀測者的聲音頻率為 $f_T = f_0 \frac{u}{u - v \cos \theta}$ ，反之遠離後觀測者聽到之頻率為 $f_A = f_0 \frac{u}{u + v \cos \theta}$ 。由示意圖可知， $\cos \theta$ 之量值會隨著接近觀測者而減小，因此若觀者與飛機移動不在同一直線上時，觀測到的頻率就會隨著時間逐漸的變化，而不是穩定的數值。

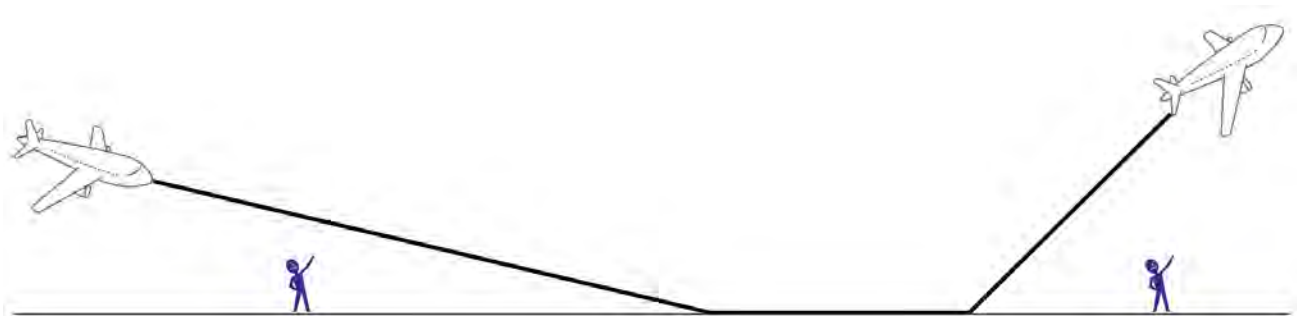


圖 10、飛機降落時接近水平仰角，起飛時仰角較大

以金門航空站為例，飛機的軌跡剛觸碰到金門本島時，距離機場約 6 公里，此時高度大約 300 公尺，經換算後，飛機與地面的夾角大約 2 度，因此降落時的量測非常接近聲源與觀測者在同一直線上，可忽略角度的修正。

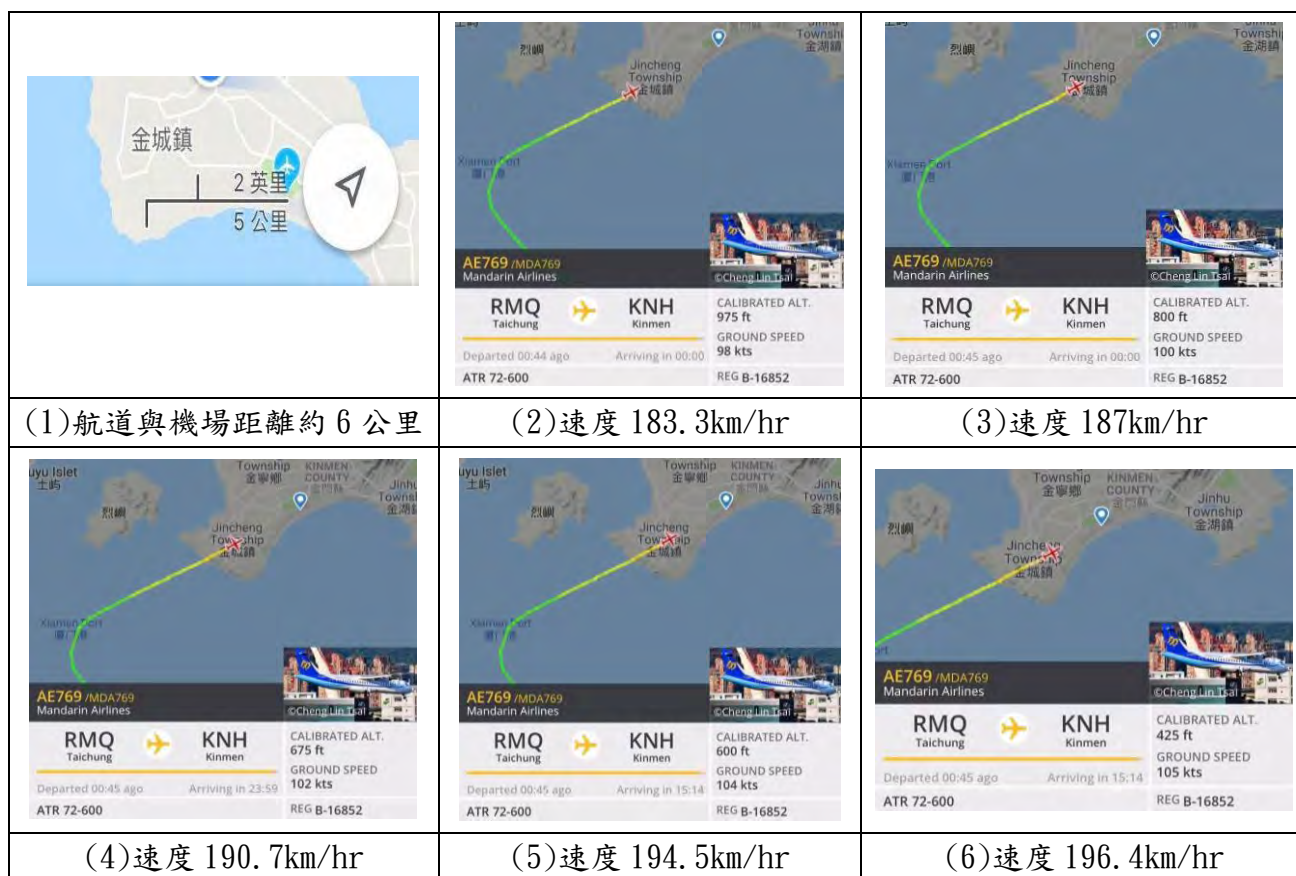


圖 11、飛機降落時速度與高度變化(速率範圍約 180~200km/hr)

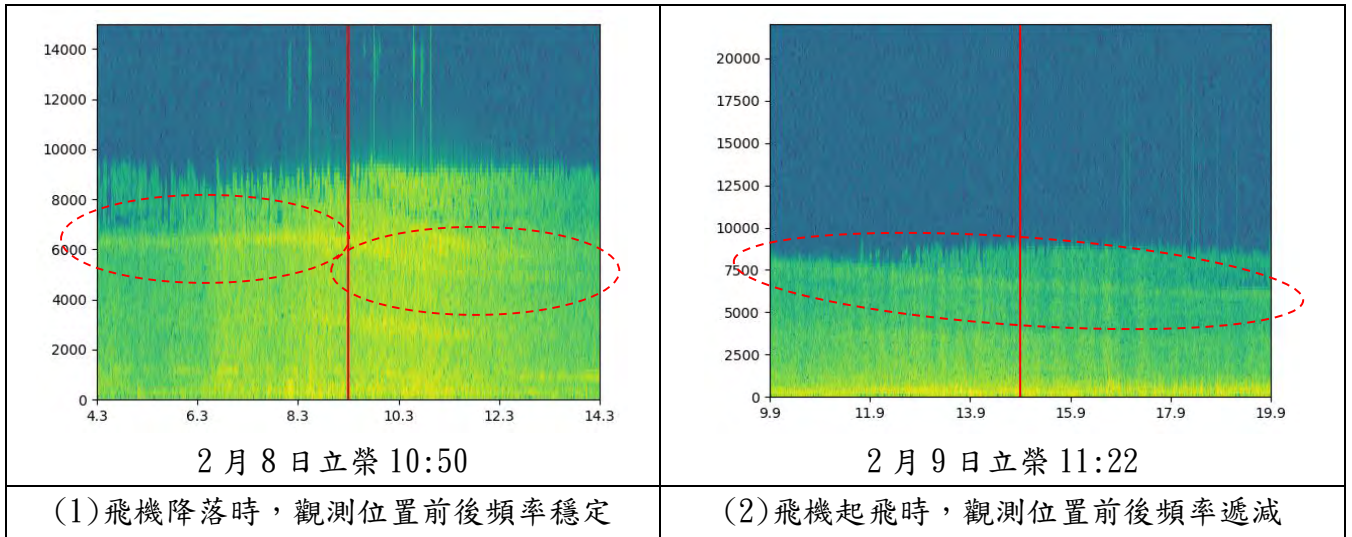


圖 12、起飛及降落量測影片轉以 boris 換成頻譜，紅線為飛機最近接觀測者的時間點
(橫座標-時間，縱座標-頻率)

七、資料收集

本科展最初以錄影方式，並截取航空氣象站資訊後，再以 BORIS 與 Audacity 軟體做為資料分析，偶爾輔助 google 科學日誌及 Specturium 軟體做為對應參考。在 2 月的資料分析後發現，不同的記錄方式各有其優點，但後期我們主要以錄影並配合 google 科學日誌軟體的資料，是最有效率可以換算資訊的記錄方式。

本次作品幾乎沒有相關資料可以參考，唯一找到的在參考資料中(Ivan F. Costa. 2007)只有針對雙引擎噴射客機機型降落時的資料進行簡單的探討，而且以指向性麥克風收音後再做分析，處理方式相對複雜。文章中沒有氣象資訊修正，亦沒有考慮角度問題，也沒有考慮到引擎影響的聲速等等…，因此本作品的資料收集除了有不同機型外，更以不同的數據收集方式來比較其優劣。

本科展中最特別的發現是，以 ATR 客機的降落資料最容易分析出飛機速率，且可以用簡易的 google 科學日誌軟體觀察出不錯的結果，而雙引擎噴射客機的數據是比較不易分析的。

雖然飛機飛行的速率也有一定範圍的變化，但我們每次觀測皆將天氣資訊同步記錄，希望可以找到飛機起降時與天氣有關的特性。

實驗結果討論

一、頻譜說明



圖 13、以 Spectrum 在停機坪旁量測 ATR72 飛機螺旋槳啟動時之頻譜
(橫座標-頻率，縱座標-強度)

飛機在停機坪啟動時會有倍數的頻率關係(物理學上的駐波)，因此在觀察飛機靠近或遠離時，有 2 組以上的頻率可以做觀測，但飛機起後機內外量測的頻率關係就不是如此了。

我們觀測過後發現，低頻的聲音可以傳的比較遠，而高頻的聲音隨著距離會快速的衰減，而計算都卜勒效應時，要注意所截取飛機靠近及遠離的 2 個頻率是否為同一個頻率所變化的結果，否則會計算出很奇怪的飛機速率。

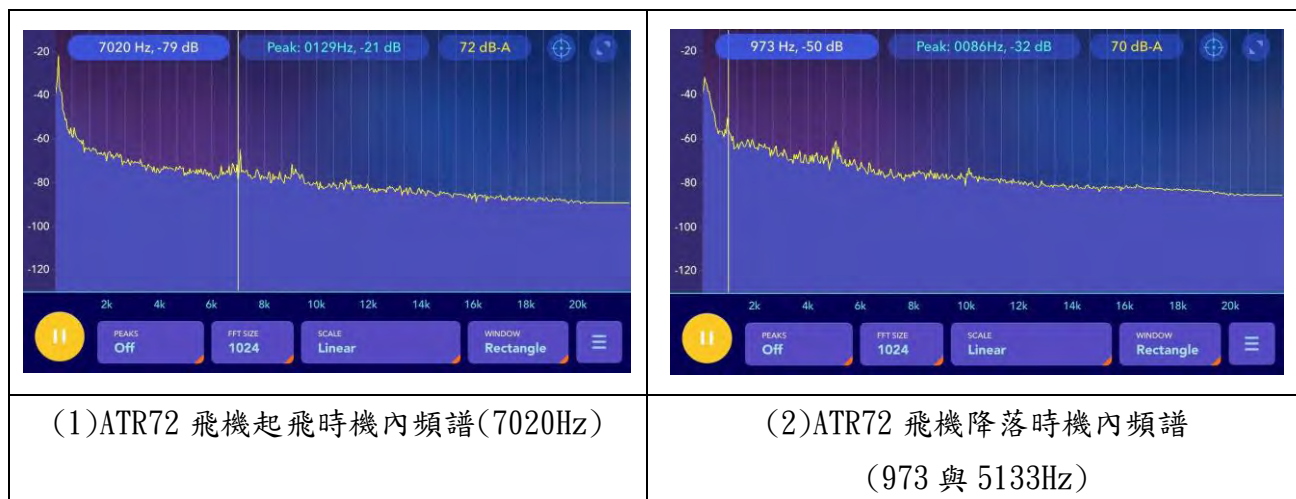


圖 14、飛機起飛時與降落時於機內量測的頻率不同

另外，我們為驗證飛機內的頻率是否為定值，量測了起飛與下降之飛機頻率，不過飛機在降落時常播放音樂，本數據是多次搭機量測到沒有背景音樂之結果。由圖 14 也可以得知，背景聲音或是風吹的頻率在接近 0 Hz(低頻處)時有很大的強度。

二、觀測時頻率的變化

觀測後我們發現，以 ATR72 飛機的數據為佳，雙引擎噴射客機的頻譜較為均勻不利都卜勒效應分析。通常最容易觀測的頻段為最低頻(基音)及次低頻(第一泛音)，而第二泛音以上的頻率，就不容易在移動中的飛機被觀測出來。

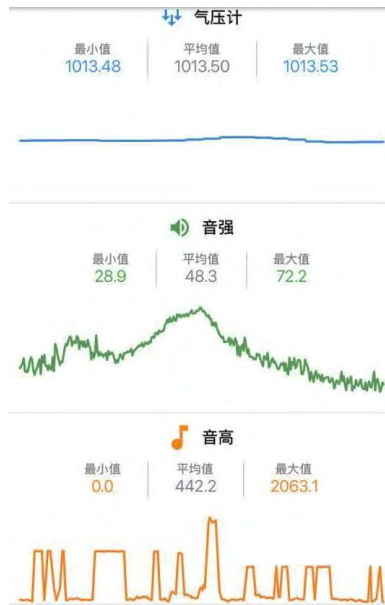


圖 15、google 科學日誌量測氣壓、音強及音高(時間軸相同)

我們還發現每次的飛機飛過上空時，音強會最強，過後不久氣壓值會有小幅度的上升(約 0.1hPa)再恢復，推測是飛機經過後氣流所產生的風壓的影響。以 google 科學日誌量測 ATR72 客機在 A 點與 D 點(見下圖 17)的飛機頻率，有穩定的頻率數值，對於計算數據的截取非常的方便，但是在量測 B 點與 C 點(見下圖 17)時，就要靠其他方式來截取數值。

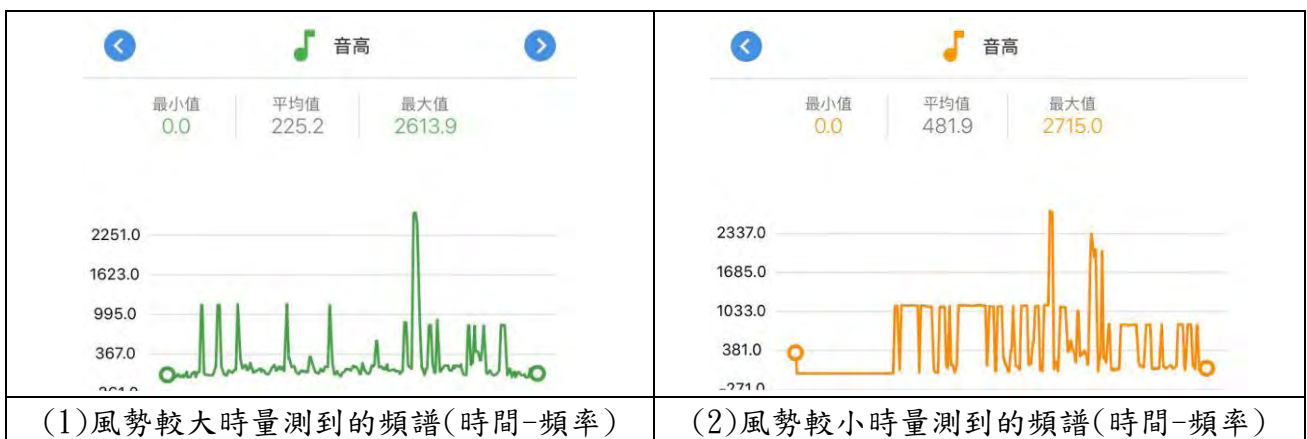


圖 16、google 科學日誌在不同風勢時量測音高的結果

另外，以 google 科學日誌量測到的頻率頻譜可以發現，風勢較大時就容易量測到背景低頻頻率，但是多次量測結果，我們發現其對截取頻率來計算飛機速率結果的影響不大。

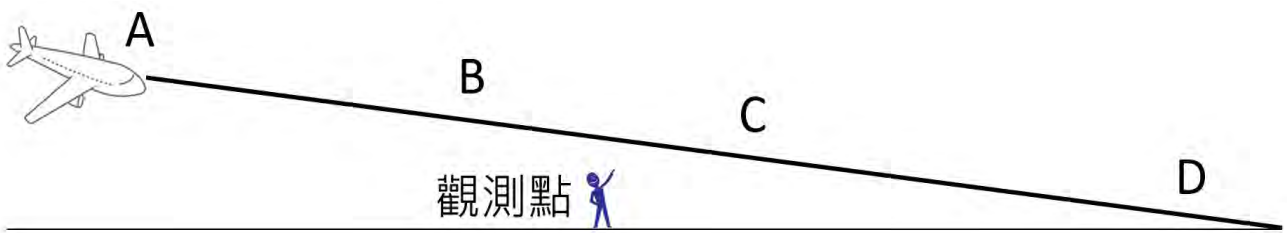


圖 17、飛機降落時與觀測者幾乎在同一直線上

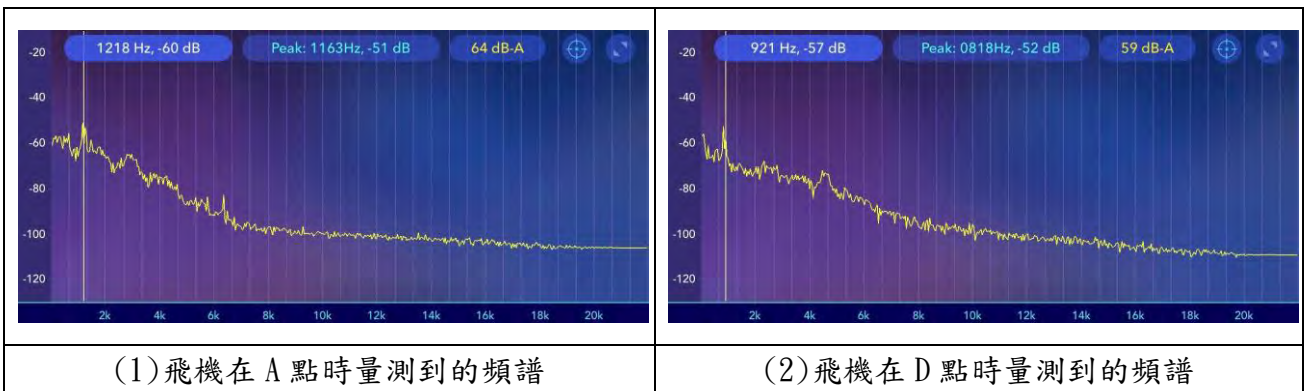


圖 18、ATR72 飛機在離觀測者較遠時量測到最強的頻率相對為低頻

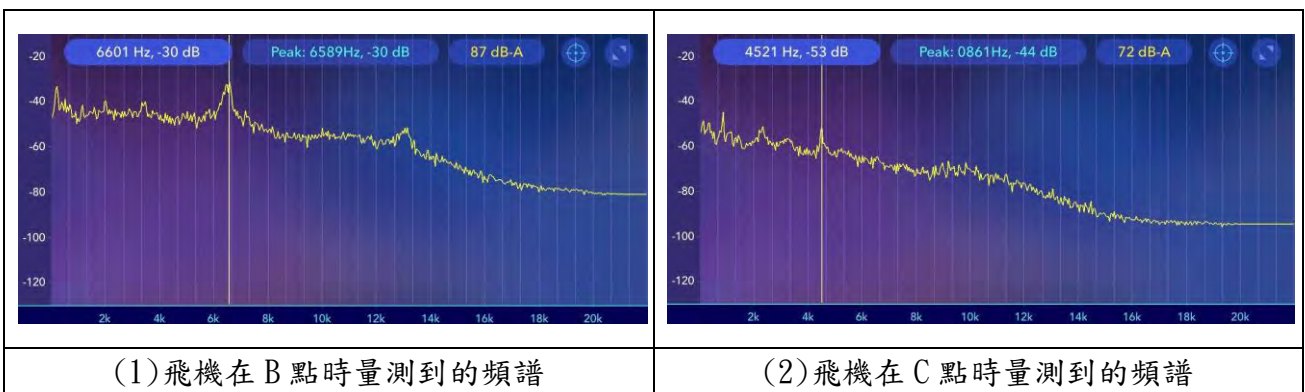


圖 19、ATR72 飛機在離觀測者較近時高頻率聲音強度才會增加

使用 Spectrum 雖然可以即時量到頻率的變化，但是飛機速度實在過快，要馬上找到對應頻率精確的數值偶爾會有失誤，精準的值還是要以其他軟體來截取，誤差值才會降低。

以 google 科學日誌來觀測的好處是可以量測到強度最大值的頻率數值，但是風若過大時量測到的最強頻率就會是風所產生的低頻頻率，且只適用在飛機位於 A 與 D 兩點。BORIS 可以把影片檔直接以傅立葉分析轉換成 0-20000Hz 的頻率-時間關係，配合 Audacity 軟體可以找到飛在機 B 與 C 兩點較高頻的頻率變化，但是用軟體再解析的複雜度較高，以推廣的角度來看較不推薦。

三、飛機順逆風之影響



圖 20、飛機無法降落在外海盤旋路徑

我們在 3 月 21 日到機場觀測時，遇到起霧飛機無法降落，金門機場起霧最主要的原因就是風向轉變為南風，我們發現飛機在外海盤旋時呈橢圓形的軌道，較長邊為南北走向，對照此時航空氣象站風向為 140 度是非常吻合，經觀察後，向南飛時(逆風)對地速率為 183kts，向北時(順風)對地速率為 218kts，證實飛機行進時的速率大約為 200kts，而順逆風會造成對地速率的影響。為了確認此效應，我們也訪談空軍退役轉民航機的機師了解飛機行進速度的影響因素，並詳列逐字稿如附件。

此外，在計算時我們設定聲速為 u ，飛機速率為 v ，飛機頻率 f_0 ，聽者頻率為 f ，在聲源接近觀測者時頻率為： $f_T = f_0 \frac{u}{u-v}$ 。此假設沒有考慮到風速的影響，若假設吹向飛機陣風風速為 w ，此時聲速會降為 $u-w$ ，但飛機的速率相對空氣固定，此時飛機相對地板的速率會變成 $v-w$ ，代入後得到 $f_T = f_0 \frac{u-w}{(u-w)-(v-w)} = f_0 \frac{u-w}{u-v}$ 。又因為 $u \gg w$ ，因此接近頻率受到風的影響在實驗的誤差範圍內，同理，飛機遠離觀察到的頻率為在此巧妙的作用下受陣風的影響亦可忽略。飛機起飛的條件是相對空氣達到一定速率，所以在不同風速、風向時飛機對地的速率會有部份的差異。

四、ATR72 降落時數據

若聲源與觀測者不在同一直線時，需對飛機速率做角度的修正，觀測到的頻率就會隨著時間逐漸變化。但以金門航空站為例，飛機與地面的夾角非常小，因此可忽略角度的修正。

表一、2-6 月量測 ATR72 飛機降落相關資訊

班機資訊			測得頻率(Hz)						氣象資料						飛機速率(km/hr)			
日期	時間	公司	A	B	C	D	GA	GD	氣象時間	天氣	風向(度)	風速(kt/hr)	雲幕(ft)	溫度(°C)	能見度(km)	BC	AD	G
2月8日	10:50	立榮	1100	6317	4642	821			11:00	陰天	40	15	1600	14	10↑	186.75	177.46	
	11:02	遠東	1146	6524	4732	840								14		194.52	188.26	
	11:09	立榮	1190	6316	4633	880								14		187.81	182.98	
2月9日	15:57	立榮	1192	6518	4813	881			15:30	小毛雨	40	12	800	12	7	183.20	182.66	
	11:51	華信	1119	6551	4753	821			12:00	陰天	50	14	1200	14	10↑	194.34	187.68	
2月24日	14:35	立榮	1186	6481	4509	862	1220	863	14:10	小雨	40	15	2500	13	7	218.85	192.96	206.82
	14:47	立榮	1130	6480	4693	838	1136	826						13		195.07	180.97	188.28
2月28日	10:48	立榮	1281	6446	4730	931			10:30	霾	40	11	1600	17	4.8	188.60	194.35	
	10:58	遠東	1118	6361	4642	817								17		191.90	191.07	
	11:08	立榮	1151	6463	4477	820			11:00	霾	40	11	1800	17	4.8	222.98	206.28	
	11:17	華信	1121	6309	4556	810								17		198.18	197.83	
	11:46	立榮	1158	6502	4764	834							17		189.49	199.79		
	12:03	華信	1183	6269	4759	831			11:40	陰天	40	9	1800	17	6	168.19	214.68	
11:58	遠東	1112	6238	4610	825							17		184.34	182.00			
3月2日	14:17	華信	1081	6063	4468	799	1099	801	14:00	霾	130	6	3500	20	5	187.02	185.22	193.67
	14:31	立榮	1131	6321	4604	812	1134	809	14:19	霾	130	6	3500	20	4	194.06	202.73	206.54
3月3日	16:26	立榮	1143	6439	4592	809	1146	813	16:00	多雲時晴	150	3	2500	17	6	205.67	210.17	208.80
	16:42	立榮	1171	6486	4549	820	1174	818	16:30	多雲時晴	120	5	2500	18	6	215.99	216.93	219.91
3月6日	10:58	遠東	1116	6233	4462	810	1111	812	10:30	霾	350	5	1800	18	4	203.76	195.50	191.32
	11:07	立榮	1168	6510	4513	825	1173	836	11:00	霾	350	5	2000	18	4.5	222.92	211.77	206.41
3月22日	16:42	立榮	1207	6439	4786	872	1218	854						14	6	179.93	196.88	214.65
	16:46	立榮	1149	6493	4720	824	1122	819	16:50	小雨	40	15	1300	14		193.20	201.27	190.74
	16:38	華信	1120	6482	4848	825	1143	820					14	176.21		185.32	201.05	
3月23日	14:48	立榮	1206	6524	4722	869	1220	867	14:00	多雲時晴	40	18	4000	16	10↑	196.47	199.14	207.40
	14:27	華信	1112	6527	4784	827	1123	832						16		188.95	180.22	182.51
	14:33	立榮	1117	6576	4643	819								16		211.26	188.74	
	14:45	立榮	1191	6352	4696	881	1197	867						16		183.79	183.45	196.04
3月24日	16:35	立榮	1173	6556	4614	833	1170	845	16:30	小毛雨	30	10	2500	15	10↑	212.80	207.46	197.42
	16:47	華信	1117	6317	4481	809	1134	803						15		208.12	195.74	209.16
4月4日	15:37	遠東	1126	6276	4561	806	1128	805	15:30	多雲時晴	100	10	3500	20	8	195.41	204.52	206.33
	15:54	立榮	1227	6441	4704	851	1226	864						20		192.45	223.43	213.87
4月5日	15:38	遠東	1148	6494	4635	808			15:00	晴時多雲	130	6	無	22	10↑	206.98	215.39	
5月5日	14:20	華信	1141	6478	4833	829	1180	866	14:00							173.30	188.72	182.88
	14:53	立榮	6501	6490	4767	4768	1158	810	14:30							182.39	183.25	210.71
	14:58	立榮	1164	6189	4227	856	1210	824								224.45	181.69	226.13
5月26日	13:44	遠東	1105	6072	4565	812			13:30	多雲時晴	110	6	3500	27	9	177.08	191.04	
	14:26	華信	1147	6394	4795	814	1155	835	14:00	多雲時晴	110	7	3500	27	9	178.62	212.25	200.99
	14:41	立榮	1166	6430	4728	839	1185	826								190.33	203.50	222.75
	14:47	立榮	6638	6591	4819	4794			14:30	多雲時晴	90	8	3000	26	8	185.06	192.21	
6月1日	13:52	遠東	1141	6491	4789	830			13:30	多雲時晴	100	10	1600	26	6	188.27	196.88	
	14:26	華信	1152	6234	4551	827	1160	830	14:00	多雲時晴	90	9	1600	26	6	194.71	204.91	206.91
6月7日	14:03	立榮	1215	6537	4604	831			14:00	霾	220	10	500	28	5	217.24	234.99	

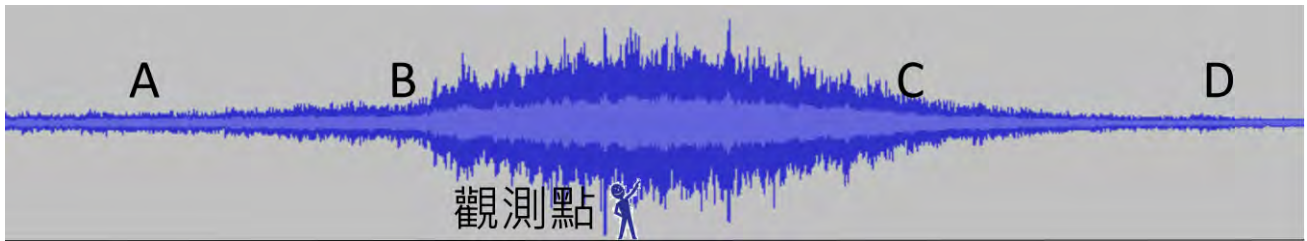


圖 21、2 月 28 日立榮小飛機 Audacity 音強度隨時間分佈

我們整理出所有量測到的 ATR72 小飛機降落之相關資訊如表一(持續測量中)，以 Audacity 聲音處理軟體把頻譜繪製出，並以分析功能找到 A、B、C、D 點之最強頻率值輸入上表，並對照 Google 科學日誌量測到的 A、D 點頻率來計算飛機降落時的速率。可以簡單得知以 A 與 D 點的頻率計算出的飛機速率(AD)與科學日誌計算出速率(G)的大致吻合，但有趣的是，B 與 C 點計算出的速率(BC)與 AD 點的偏差較大，且我們特別把低於 180km/hr 的標示出來，對照該日的風速較低，且天氣偏陰雨天，可能會影響 C 點的頻率量測。

五、雙引擎噴射客機降落時數據



圖 22、google 科學日誌量測噴射客機降落時氣壓、音強及音高(時間軸相同)

雙引擎噴射客機降落時，飛過頭頂後飛機的聲頻變的不易量測，可以由圖 22 得知，音強達最高之後，強度最大的頻率值就降為背景值。因此，噴射客機如果要以 google 科學日誌來量測飛機降落之速度大小不是個理想的方式。

表二、2-6 月量測大型噴射客機起飛資訊

班機資訊				氣象資料							頻率					
日期	時間	公司	機型	氣象時間	天氣	風向(度)	風速(kt/hr)	雲幕(ft)	溫度(°C)	能見度(km)	G接近					
2月9日	16:12	遠東	MD82	16:30	小毛雨	40	14	900	12	8	3590					
2月24日	14:20	遠東	MD82	14:10	小雨	40	15	2500	13	7	無					
	14:45	遠東	MD82						13	7	3524					
2月28日	11:36	遠東	MD82	11:30	霾	40	9	1800	17	4.8	無					
	11:41	遠東	MD82						17	4.8	無					
3月2日	14:24	華信	E190	14:00	霾	130	6	3500	20	5	無					
	14:20	遠東	MD82						20		3489					
	14:37	遠東	MD82						14:19	霾	130	6	3500	20	4	2987
	16:05	遠東	MD82						16:00	霾	130	4	12000	20	4	無
3月6日	11:02	華信	E190	11:00	霾	350	5	2000	18	4.5	1874					
3月22日	16:21	遠東	MD82	16:00	陰天	40	15	1300	15	10↑	3062					
3月23日	14:24	華信	E190	14:00	多雲時晴	40	18	4000	16	10↑	1870					
3月24日	16:25	立榮	A321	16:00	小毛雨	40	8	2500	15	10↑	1862					
4月4日	15:26	立榮	A321	15:30	多雲時晴	100	10	3500	20	8	1971					
4月5日	15:43	立榮	A321	15:00	晴時多雲	130	6	無	22	10↑	無					
5月5日	14:27	華信	E190	14:00	無記錄						無					
	15:12	華信	E190	15:00	無記錄						無					
	15:32	立榮	A321	15:30	無記錄						2037					
5月26日	14:31	遠東	MD82	14:30	多雲時晴	90	8	3000	26	8	3926					
	14:52	華信	E190								1578					
6月1日	14:16	華信	E190	14:00	多雲時晴	90	9	1600	26	6	1541					
	14:29	遠東	MD82								3450					
6月7日	12:38	華信	E190	12:30	霾	230	8	500	27	5	無					
	14:03	遠東	MD82	14:00	霾	220	10	500	28	5	無					

我們以噴射客機降落的數據來看，飛機飛過頭頂後，氣壓一樣有些許的變化值，但特別的是，飛機遠離時的頻率強度不足，因此無法以 google 的科學日誌直接量測，使用 Spectrum 也發現相同的問題，唯一可以找到的只有飛機接近的頻率，不同機型的頻率也稍有落差，但因為沒有遠離的頻率，所以也無法估計大型噴射客機的降落速率。

噴射飛機降落可唯一可行的就是把影片檔以 boris 軟體進行傅立葉解析成類似圖 12 的結果(Ivan F. Costa. 2007)，以指向性專業麥克風轉出音檔檔，或許可以計算飛機降落的速度大小。但本次以影片量測為主要工具，換算成音檔後，飛機飛過頭頂後頻率就不明顯了，因此目前為止大型噴射客機下降的速度還無法求得。

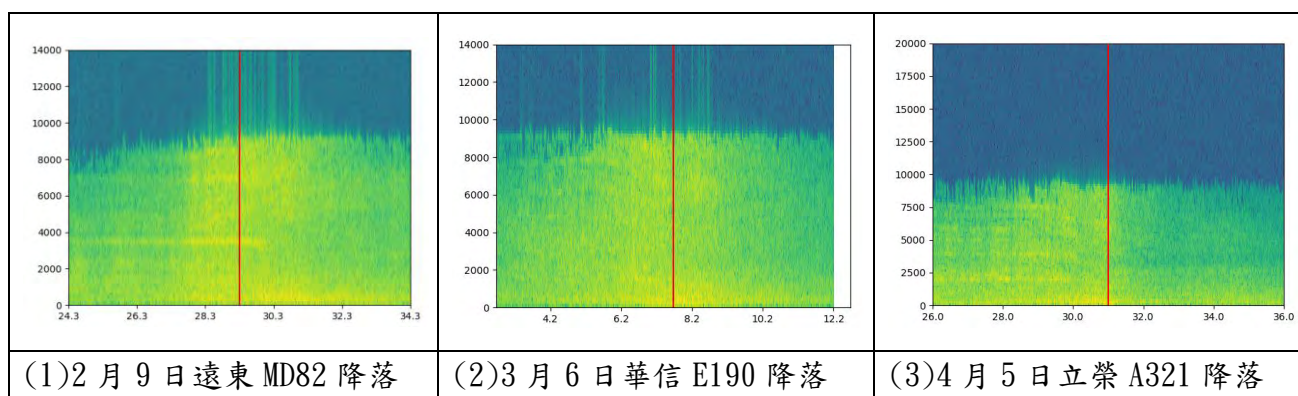


圖 23、三款噴射客機 Boris 頻譜(紅線為飛機在測者頭頂的時間)

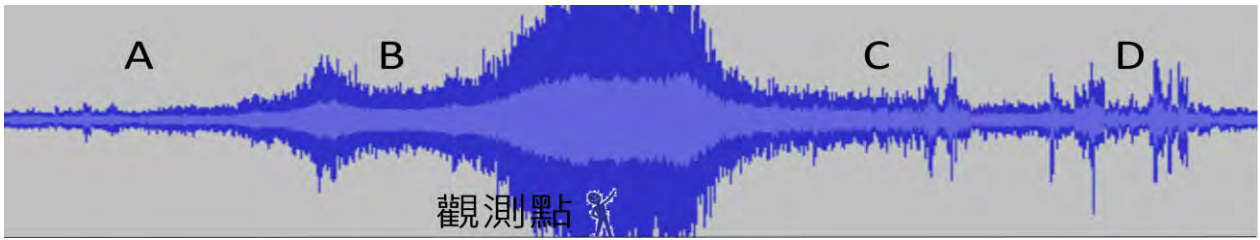


圖 24、2 月 24 遠東大飛機降落 Audacity 頻譜

如圖所示，大型客機飛過頭頂後，產生的複雜氣流或許是無法量測到穩定頻率的關鍵，在參考資料(Ivan F. Costa. 2007)中，他們所繪製出來的圖片也有類似的情況，因此要量測大型客機的飛機速率真的不是件簡單的工作。

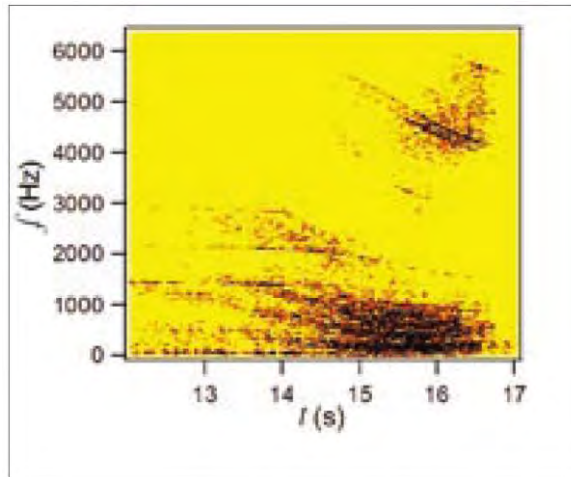


圖 25、噴射引擎飛機降落頻譜(Ivan F. Costa. 2007)

六、氣流實驗

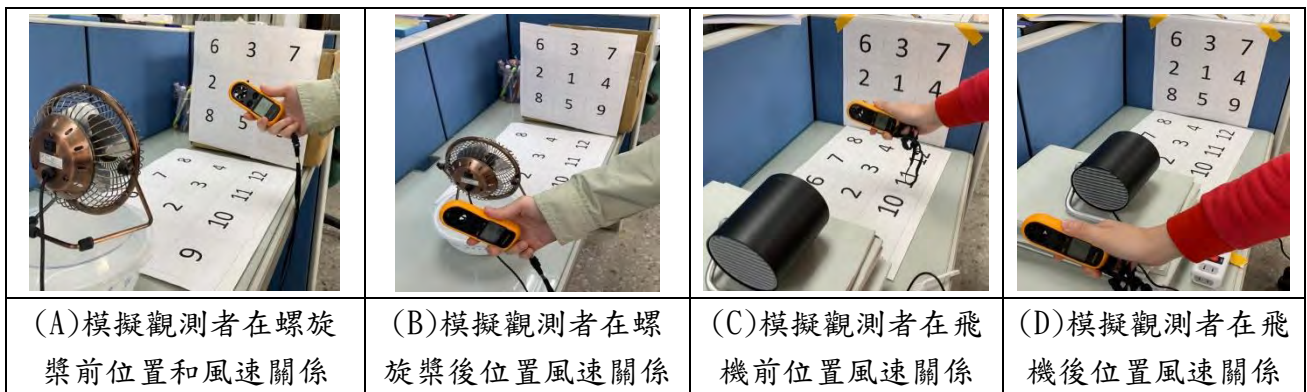


圖 26、(A)(B) 模擬螺旋槳在不同高度和遠近位置測量風速，
(C)(D) 模擬渦輪在不同高度和遠近位置測量風速

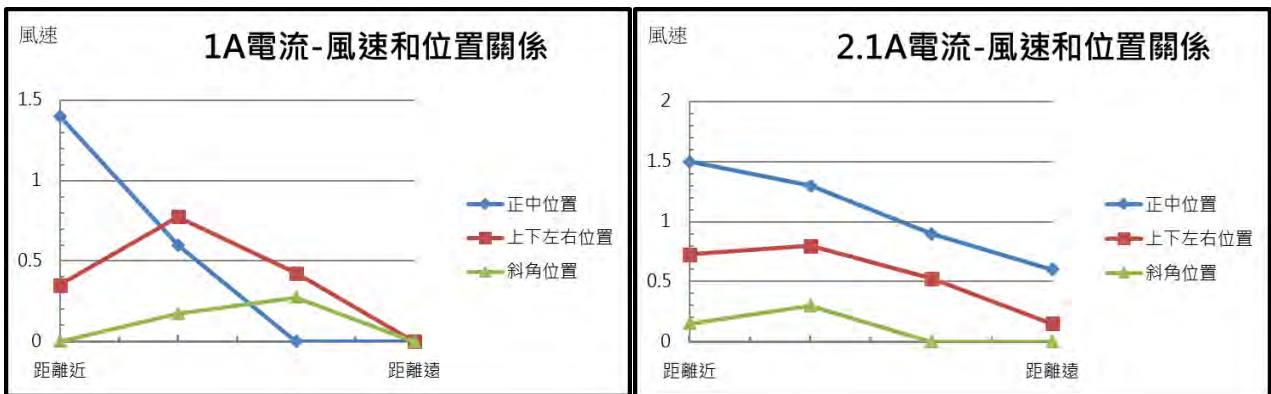


圖 27、不同電流下，葉片風扇與位置風速大小差異對照

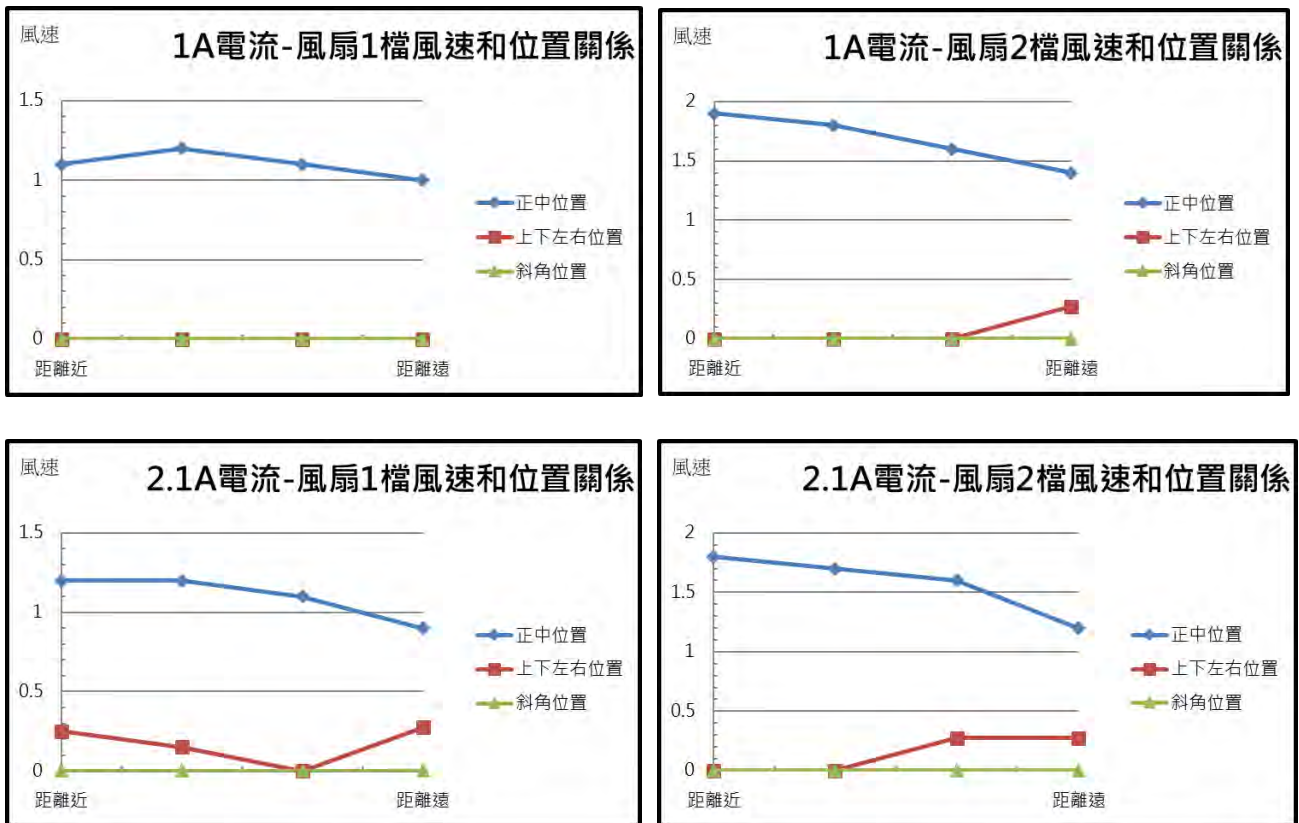


圖 28、不同電流下，渦輪風扇與位置風速大小差異對照

為了驗證渦輪與葉片的差異，我們買了小台風扇進行實驗(大台的風扇不易小範圍測量)，我們調整電流大小和電風扇檔次，觀察不同位置及條件下對風速的影響，發現渦輪的氣流非常的集中不易隨距離增加讓強度快速減弱，而我們量測的位置幾乎就在飛機的航道上，證實了渦輪氣流對於觀察有一定的影響。

七、飛機起飛數據分析



圖 29、ATR72 起飛 google 科學日誌頻率-強度對應(時間軸相同)

飛機起飛時，因為角度關係，頻率呈現不斷降落的情況，這是有量測到頻率時的結果，量測起飛數據的檔案常常不能使用，尤其是大型機型。不過還是可以發現在飛機最接近時，量測到的最大強度的頻率值會提高。

起飛的數據不易量測，可能是因為距離較遠，容易受風的干擾等環境因素影響，而且因為頻率是漸降的情況下，飛機速率也無法以很直覺的方式計算得知，因此我們只好再搜尋相關資料，嘗試把飛機起飛的速度大小以頻率的變化關係來計算出來。

八、起飛與降落綜合討論

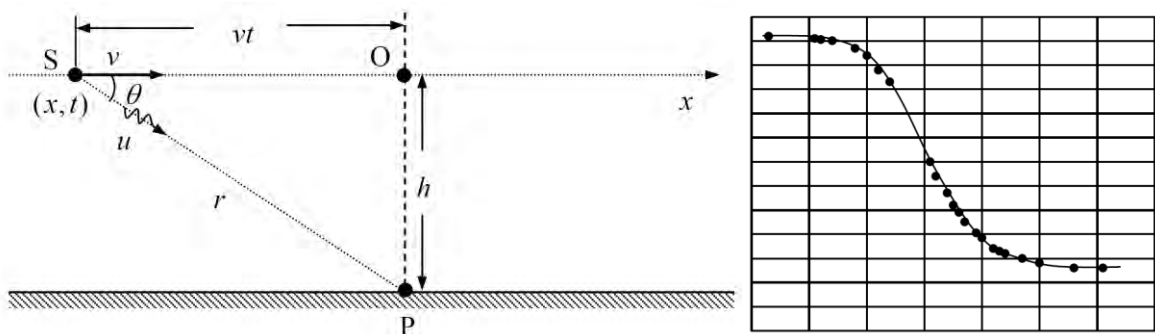


圖 30、飛機與觀測者間波速對應關係(參考資料六，表格 X 軸為時間，Y 軸為頻率示意)

在靠近觀察者時，頻率會呈現曲線下滑，我們可以用此曲線之變化找到飛機速率，參考(林明瑞，2006)，我們修正成為我們可用的證明如下：

由頻率公式 $f = \frac{f_0}{1 - \frac{v \cos \theta}{u}}$ 可得角度的關係為 $\cos \theta = \frac{u}{v} \left(\frac{f - f_0}{f} \right)$

由三角函數的關係可知 $\cos \theta = \frac{vt}{\sqrt{h^2 + v^2 t^2}}$

由以上二式消去 $\cos \theta$ 後得到 $\left(\frac{ft}{f - f_0} \right)^2 = \left(\frac{uh}{v^2} \right)^2 + \left(\frac{u}{v} \right)^2 t^2$

為了做線性函數圖，我們令 $x = t^2$ ， $y = \left(\frac{ft}{f - f_0} \right)^2$

簡化式子為 $y = \left(\frac{uh}{v^2} \right)^2 + \left(\frac{u}{v} \right)^2 x$

可由斜率得到聲速與飛機速率的關係為 $m = \left(\frac{u}{v} \right)^2$

再由截距得到 $b = \left(\frac{uh}{v^2} \right)^2$ 代入 m 即可得 $h = v \sqrt{\frac{b}{m}}$

若我們找 $\theta \rightarrow 0$ 時接近遠離不變的頻率值分別為： $f_1 \approx \frac{f_0}{1 - v/u}$ 與 $f_2 \approx \frac{f_0}{1 + v/u}$

相加即得到飛機飛行之 2 倍頻率 $f_1 + f_2 \approx \frac{2f_0}{1 - v^2/u^2} \approx 2f_0$

除 2 即可找到飛機飛行中的頻率 $f_0 \approx \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$

由以上的公式推導可以得知，我們可以用飛機在由高頻降到低頻的過程中，找到飛機的速率，我們以 boris 軟體頻譜以內插法找到 ATR72 降落時 3 秒間頻率下降的數據如表三，ATR72 飛機上升的頻譜如表四。

表三、以 0 秒(飛機通過頭頂)為最近距離基準點，為圖 12(1)的數據

時間(秒)	0	0.5	1	1.5	2	2.5
頻率(Hz)	6350	6130	5680	5200	4800	4500

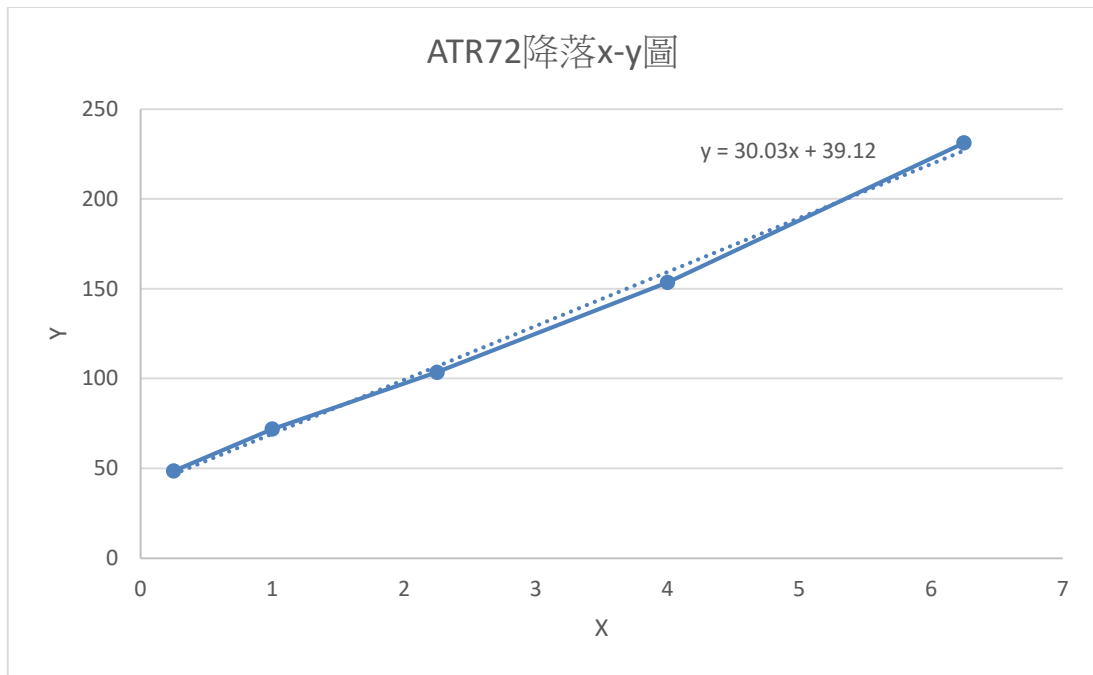


圖 31、表三數據的飛機降落 x-y 對應關係($x = t^2$, $y = \left(\frac{ft}{f - f_0} \right)^2$)

表四、以 5 秒(飛機通過頭頂)為最近距離基準點，為圖 23(3)的數據

時間(秒)	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5
頻率(Hz)	4100	3900	3750	3540	3310	3120	2850	2550

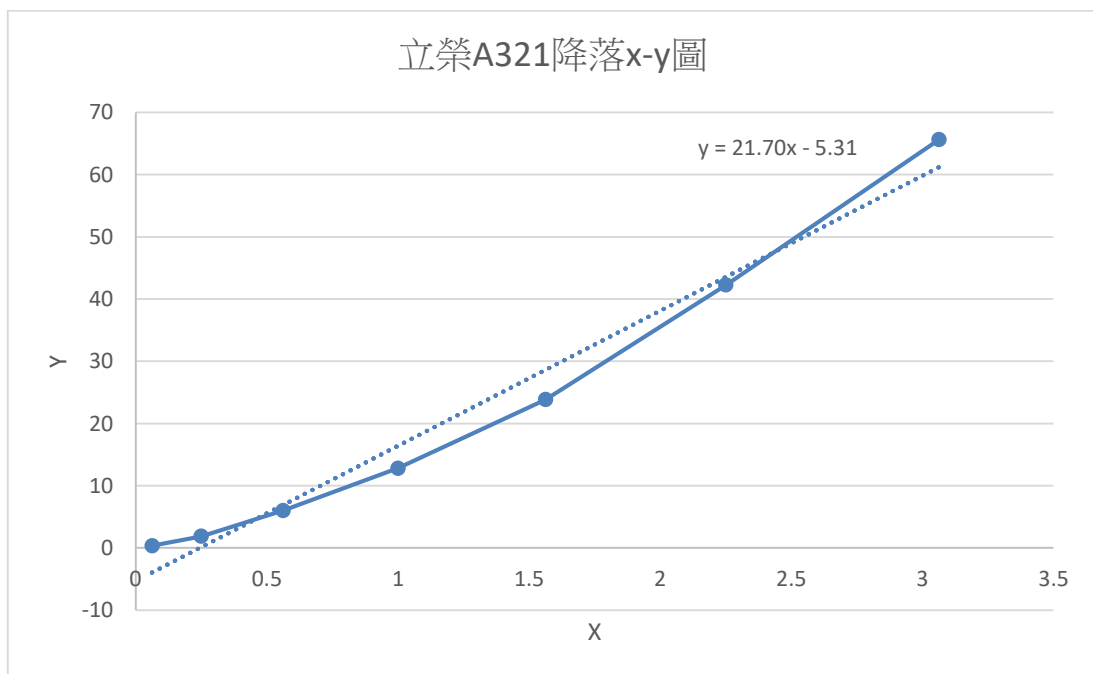


圖 32、表四數據的飛機降落 x-y 對應關係($x = t^2$, $y = \left(\frac{ft}{f - f_0} \right)^2$)

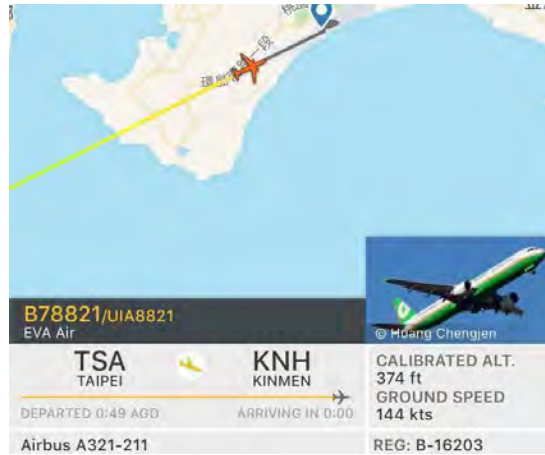


圖 33、立榮 A321 降落時速度為 144kts(269.3km/hr)

由表三與表四可知，ATR 客機飛機降落的速率為 223.77km/hr，A321 噴射飛機降落的速率為 270.40km/hr。因此，若要計算大飛機的降落速率，量測到的頻譜需要有穩定的曲線，才能代入公式計算飛機降落速率。

表五、以 4 秒為最近距離時間點，為圖 12(2)的數據

時間(秒)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
頻率(Hz)	7900	7800	7650	7570	7350	7150	7000	6870	6750	6670	6570	6490	6400	6300	6270	6200	6130	6050	6000	6000

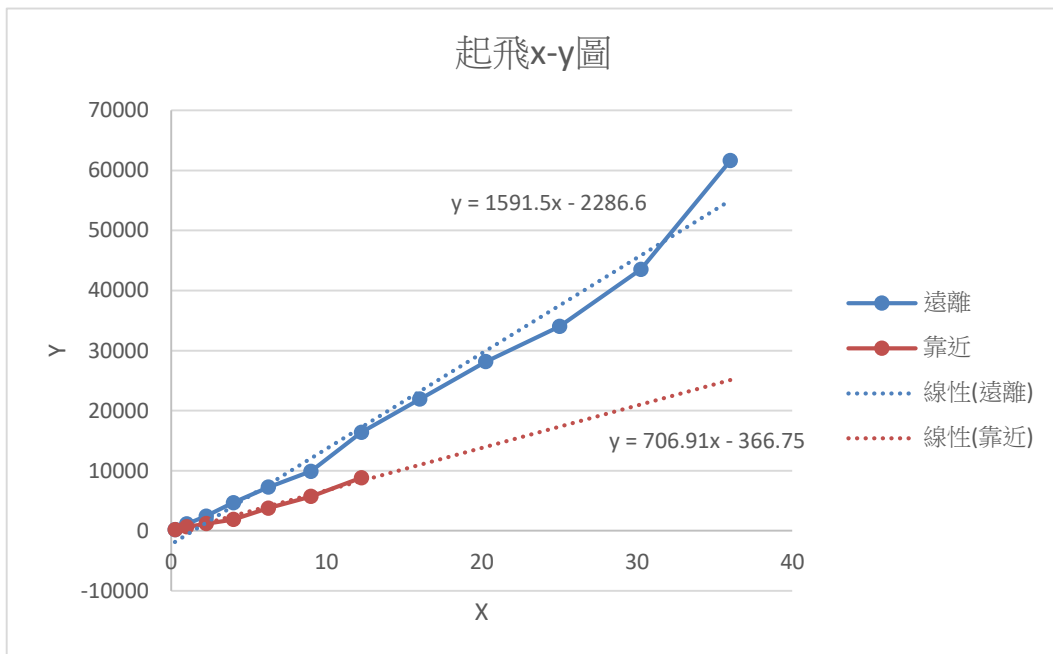


圖 34、表五數據的飛機降落 x-y 對應關係($x=t^2$, $y=\left(\frac{ft}{f-f_0}\right)^2$)

由表三與表四可知，與實際飛行速率差異不大，但是表五代入公式後，所求得的速度就無法使用，靠近與遠離的斜率更是有明顯落差，於是我們上 flightradar24 飛機公開資訊網站查到噴射客機與 ATR72 機型的速度與高度(如下圖)，飛機降落時幾乎是等速度的水平線飛行，但起飛時除了飛行軌跡與地面夾角很大以外，還有最大的原因讓我們無法算出飛機起飛速度的關鍵點：飛機是以接近等加速度起飛的。這也是為什麼即使量測到頻譜也無法以都卜勒方法算出飛機起飛的飛行速率。

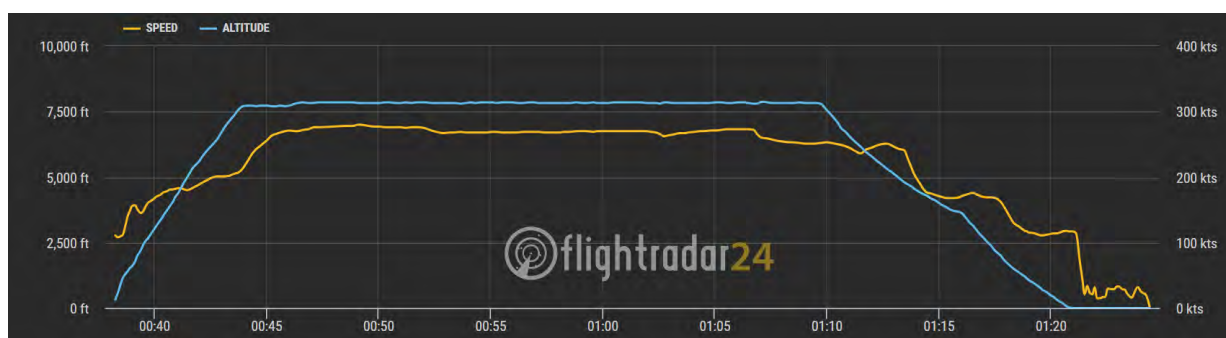


圖 35、ATR72 飛機全程速率(黃線)-高度(藍線)對時間分佈

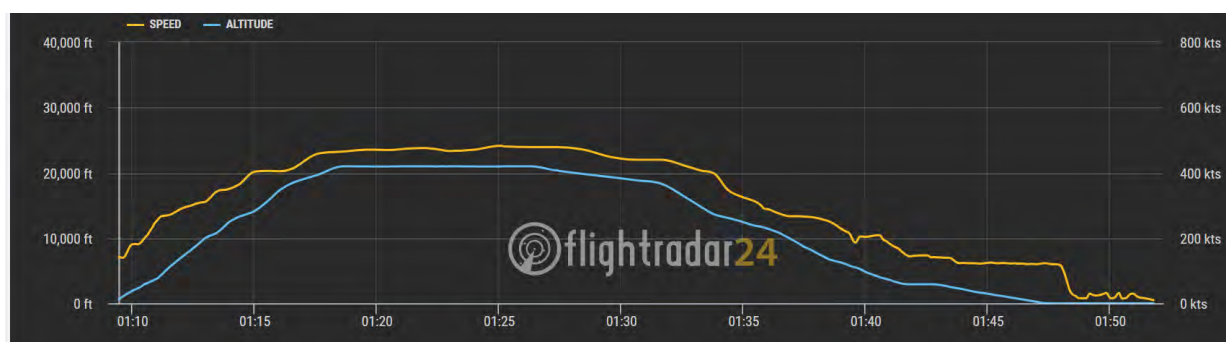


圖 36、立榮 321 機型飛機全程速率(黃線)-高度(藍線)對時間分佈

展望

我們希望利用手機 APP 測量聲音頻譜、分析飛機的航線、機型、起飛原理與風向以及溫度、濕度的關係，上網學習利用簡單的軟體分析頻譜，並設計實驗驗證風對飛機的影響，或是在特殊天氣(南風天)之下觀測飛機速率與飛行方向的影響。在記錄觀測時的各項氣象資料之後，希望可以比對或分析出天氣現象對於飛機起降的速度、角度、聲音頻率等的影響。最後，我們為了驗證我們的想法，也希望可以訪談更多的機師以確定我們的實驗結果。

結論

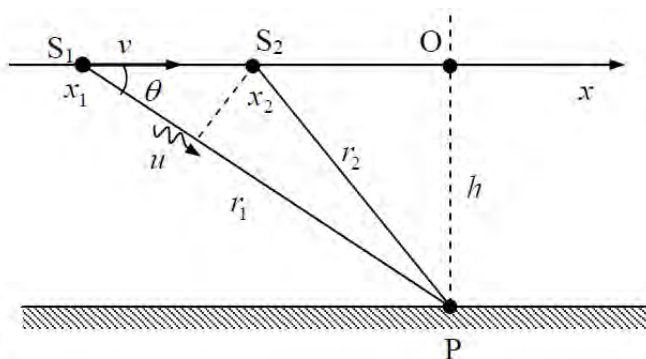
- 一、因為本科展幾乎找不到前例可參考，所以我們摸索後發現以 google 日誌與 Spectrum 紀錄資料與觀察趨勢較為簡單方便，且在 ATR72 客機有不錯的量測結果；以 Boris 與 Audacity 做資料分析較為精確，但處理方式較為複雜，頻率也不是很好分析，在推廣層面來看較不合適，但若要找到噴射客機的頻率，只能以這個方式處理。
- 二、ATR 客機可以很容易用飛機靠近及遠離的頻率分析出飛機速率，而雙引擎噴射客機(大型飛機)的因為各種頻率強度均勻分佈而不易分析，加上其飛過頭頂後飛機的聲頻不易量測，因此目前為止大型噴射客機下降的速率大小要以複雜的方式求得。
- 三、經由都卜勒效應公式推導，可以得到飛機在接近、遠離頻率受到風的影響在實驗的誤差範圍內所以可忽略。我們也發現其他天氣因素對於飛機頻率的影響也不大，但觀測位置的氣壓值會因為飛機經過觀測者上方後而有小幅度的變化。
- 四、飛機降落時幾乎是等速度的水平線飛行，所以可以假設飛機等速的情況下做計算。起飛部份則因為飛機幾乎是以等加速度起飛的，而且只有 ATR72 可以量測到頻譜，但是即使量測到起飛時的頻譜也無法以都卜勒方法算出飛機的飛行速率也無法使用。

參考資料

- 一、風中傳奇-探討金門古厝方位與季節風的關係，中華民國第四十六屆中小學科學展覽會國中組 生物及地球科學科作品
- 二、你知道為什麼飛機一般都是逆風起降？原文網址：<https://kknews.cc/zh-tw/news/6lnl5q.html>
- 三、維基百科-金門機場
- 四、Ivan F. Costa and Alexandra Mocellin, Noise Doppler-Shift Measurement of Airplane Speed, *The Physics Teacher*, Vol. 45, September 2007
- 五、驚險刺激的飛機起飛和降落的軌跡合影照 <https://kknews.cc/photography/jm5rbzy.html>
- 六、林明瑞。物理奧林匹亞競賽試題與解答。物理雙月刊(二十八卷三期)，2006 年 6 月。

附錄一、角度修正都卜勒公式證明

取自物理雙月刊(二十八卷三期)，2006 年 6 月



$$x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) = v\tau_0$$

$$\tau = \left(t_2 + \frac{r_2}{u} \right) - \left(t_1 + \frac{r_1}{u} \right)$$

$$= (t_2 - t_1) + \frac{1}{u}(r_2 - r_1)$$

由於 $r \gg x$ ，故 $r_1 - r_2 \approx (x_2 - x_1) \cos \theta$ ，以之代入上式，得

$$\tau \approx \tau_0 - \frac{1}{u}[(x_2 - x_1) \cos \theta]$$

$$= \tau_0 - \frac{v\tau_0}{u} \cos \theta = \tau_0 \left(1 - \frac{v \cos \theta}{u} \right)$$

$$\Rightarrow f \approx \frac{f_0}{1 - \frac{v \cos \theta}{u}}$$

附錄二、與機師訪談逐字稿資料

一、飛機要飛，主要是空氣流過機翼時所產生的昇力大過飛機重量才能飛起來。因此要有一定的速度才能產生足夠的力量把飛機抬起來，假設一架飛機要 90mph 才能飛起來，那落地也一樣，不然飛機就會因重力掉下來。同理，如果颱風來了，風速是 90mph，飛機就自己飛了起來，若是順風則是負 90 mph，飛機是不會飛起來的，若要飛起來必須是正 90mph，因此在地面上必須要自己加速到 180mph，飛機才能起飛。這裡又要知道一件事，這個 180mph 是飛機的地速，飛行員在飛機裏面看到空速指示是 90mph 喔！由這邊就可知道若要順風落地時，飛行員看到的速度是 90mph，順風時飛機相對於地面的速度就是 90mph 加上順風的風速，飛機可以落地，但跑道夠不夠長到讓飛機停下來是飛行員要考慮的問題。

二、起飛時，飛機有載這次飛行所需的油量，到它落地時消耗掉的油扣除，那就可以知道起飛重大於落地重。因此起飛相對而言速度較大，至於大多少看飛機大小都不一樣。

三、第一個問題的回答可以知道是飛機相對於地面的速度=真空速+風速。

【評語】 051818

本實驗利用手機 APP 針對飛機頻率與都卜勒效應進行研究，藉測量聲音頻譜分析了金門航空站附近飛機的飛行、風向等關係，是一個利用手機 APP 的好的觀察實驗。本實驗雖然使用標準的分析方式，不過可算是一項新穎的應用，惟科學探索內涵較少。

摘要

本研究針對飛機頻率與都卜勒效應進行研究，我們一起在金門航空站附近的起飛降落點分工錄製影片與蒐集資料，進而使用BORIS、Audacity、Spectrum、google科學日誌、世界迷霧app、flight radar等軟體進行資料分析，觀察飛機起降聲音的頻譜趨勢，再利用都卜勒的公式配合溫度以及飛機起降角度的修正，套入資料後計算飛機的降落速率。分析過程中發現了ATR機型相較於大型渦輪飛機來得好分析出速率與頻譜趨勢，我們也設計了簡單的小實驗驗證飛機接近與遠離其渦輪或螺旋槳對於其風速影響，也搭乘了數趟飛機進行飛機內頻率的測量。經過一番摸索我們發現其實可以利用簡單的儀器與軟體去分析飛機的聲音頻譜，藉由一連串的探討與分析發現都卜勒效應是實際可以在日常生活中運用的。

研究動機

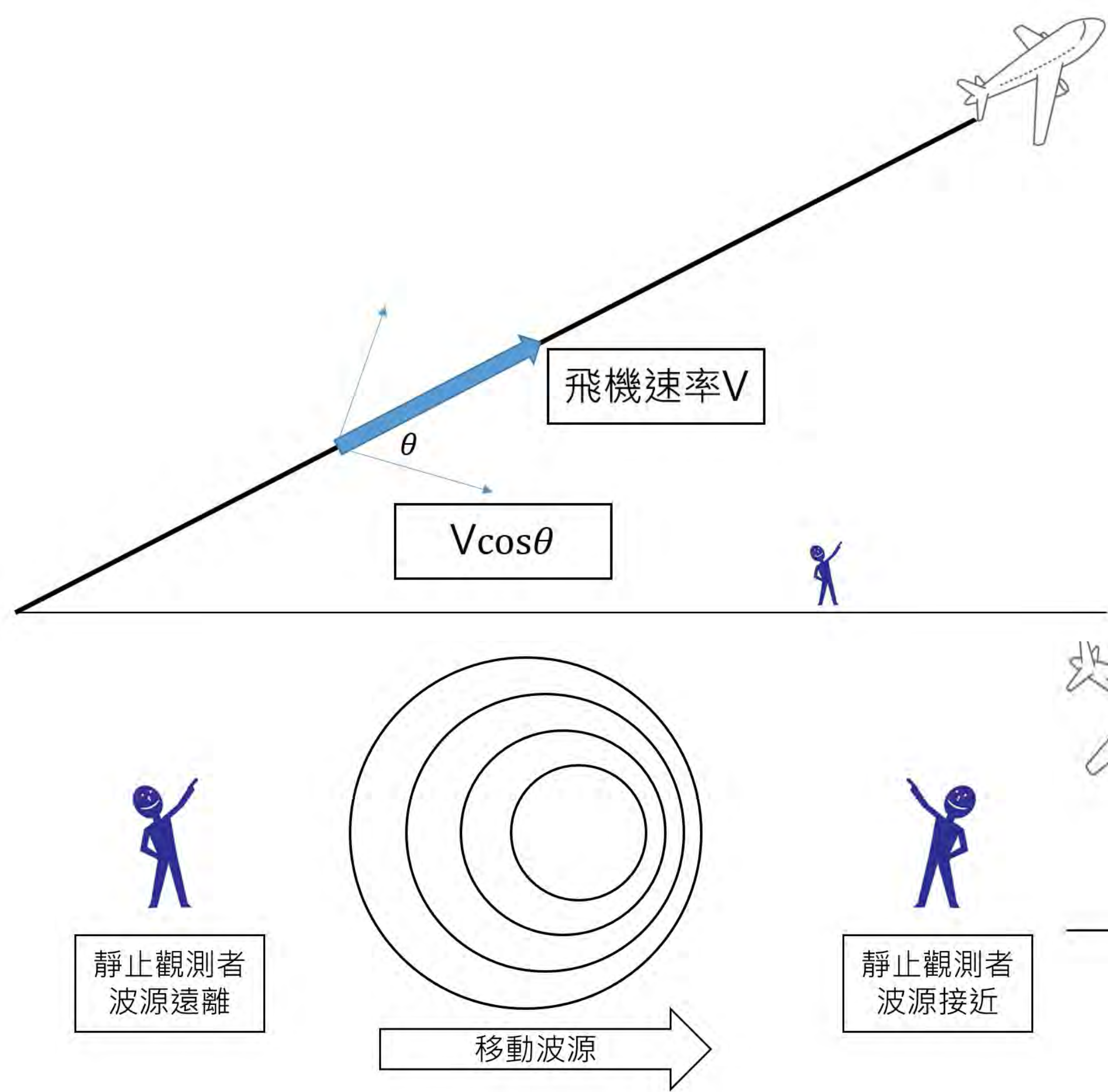
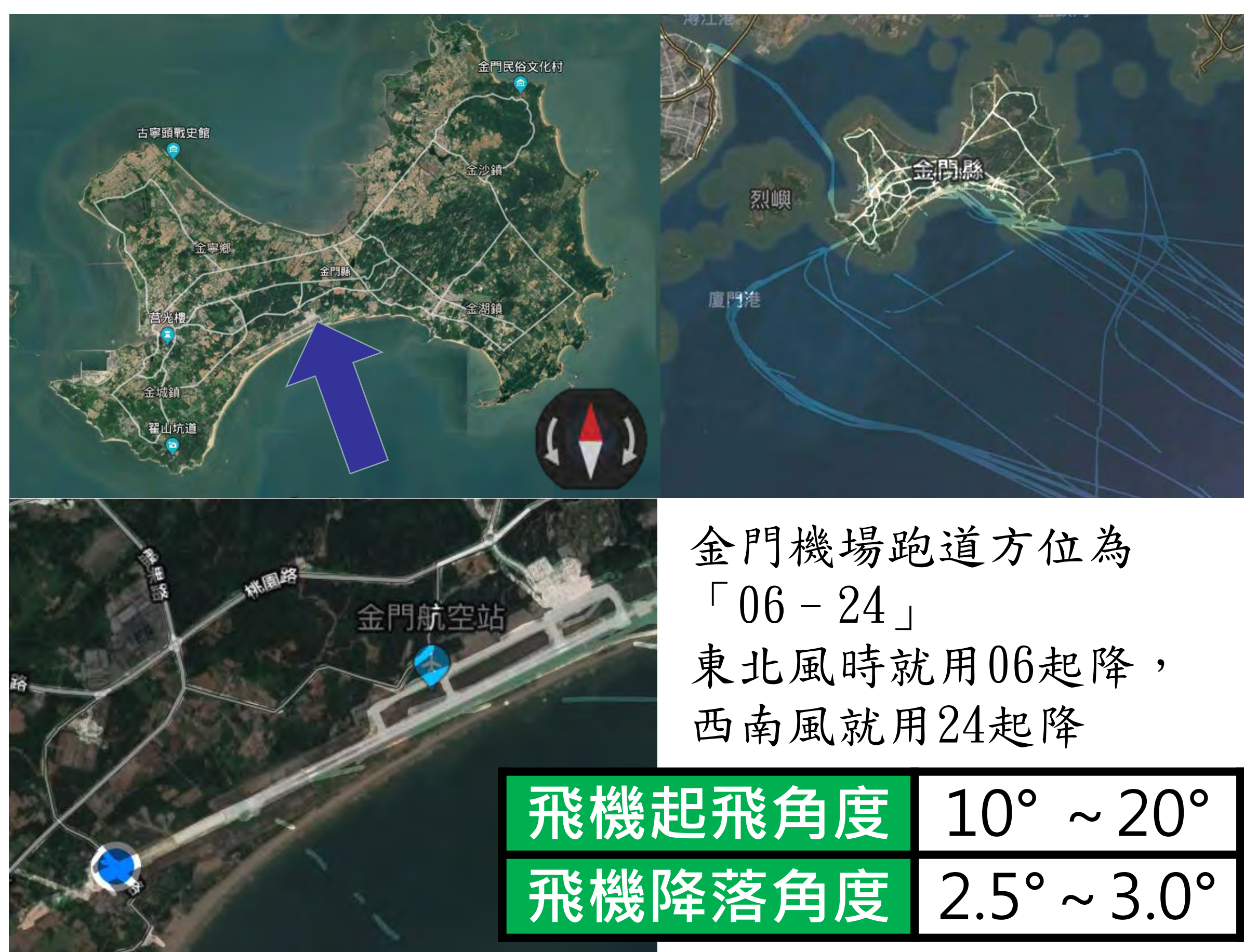
我們在物理課本中學習到了都卜勒效應，於是我們想到飛機飛行的速度很快，而且很大聲，應該會有明顯的都卜勒效應，於是開始產生了量測飛機聲音頻率的實驗。

研究設備及器材

- 一、智慧型手機數支、筆電數台。
- 二、軟體介紹
 - (一)BORIS
 - (二)Audacity
 - (三)Spectrum
 - (四)google科學日誌
 - (五)世界迷霧app
 - (六) flight radar網站資料

航空公司	立榮航空	遠東航空	華信航空
螺旋槳客機	ATR72	ATR72	ATR72
雙引擎噴射客機	A321	MD82/83	E190

研究方法與結果

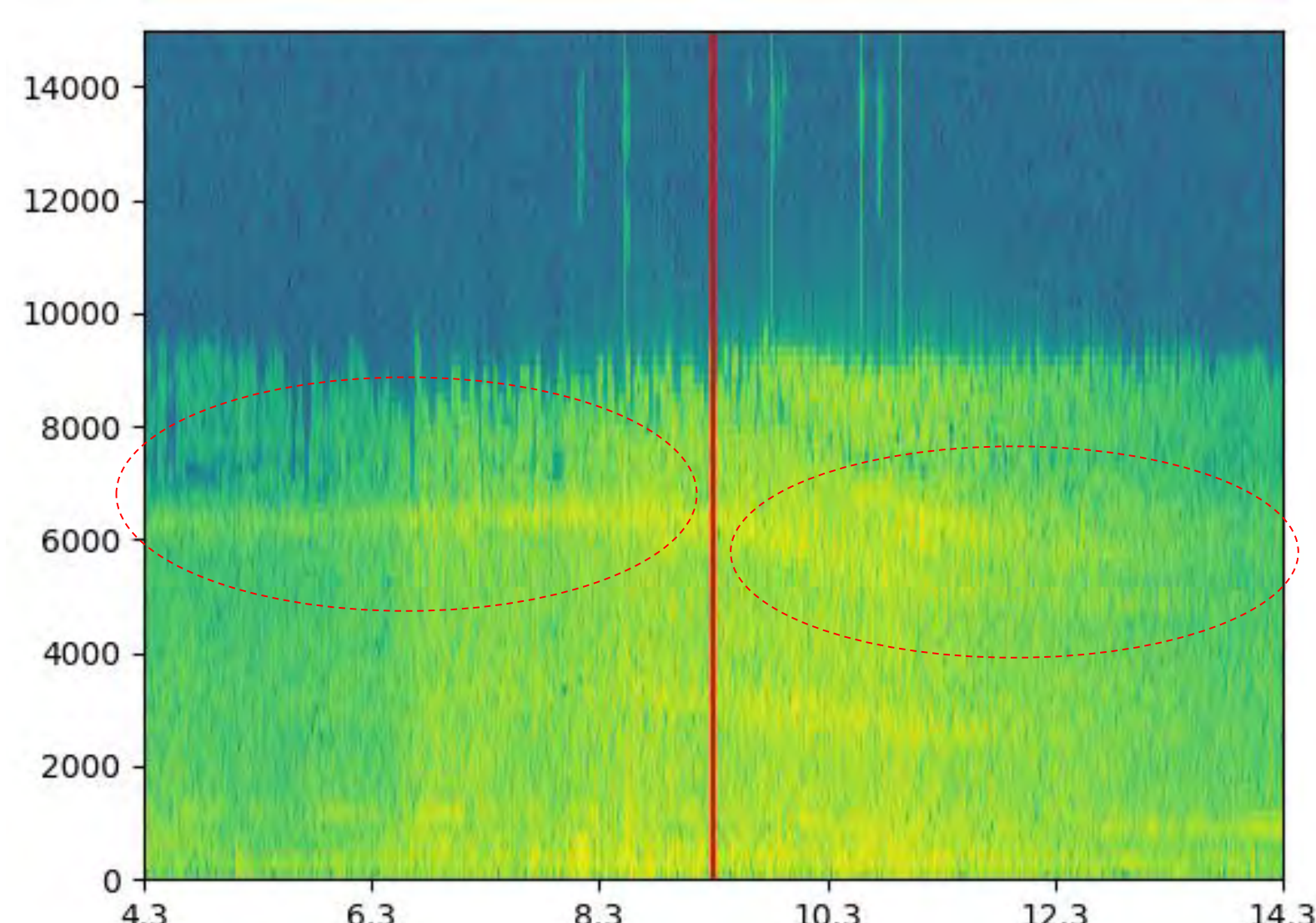


角度修正後接近觀測者頻率： $f_T = f_0 \frac{u}{u - v \cos \theta}$

遠離觀測者頻率： $f_A = f_0 \frac{u}{u + v \cos \theta}$

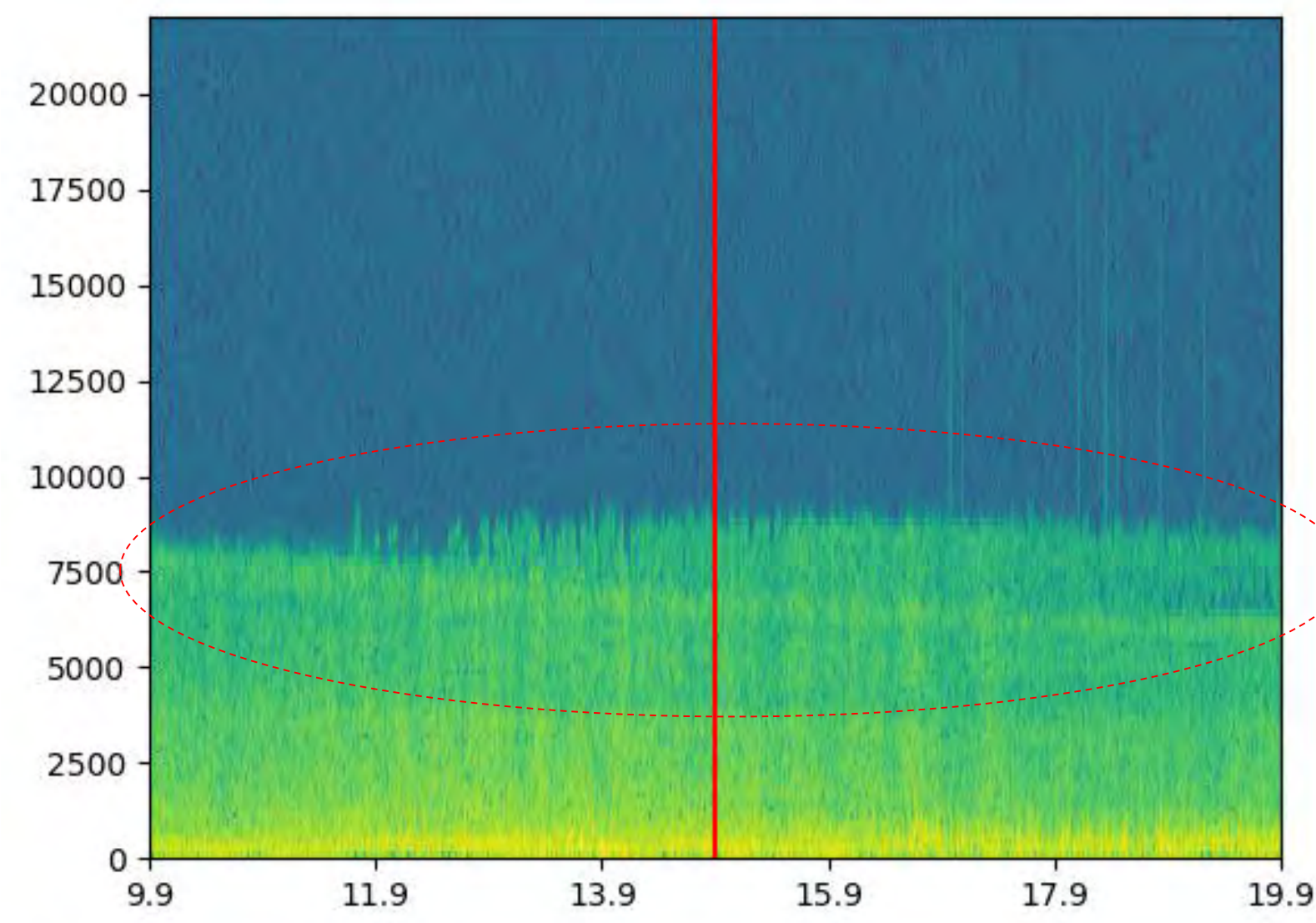
飛機速率： $v = u \frac{f_T - f_A}{f_T + f_A}$

一、頻譜介紹與觀測時的頻率變化



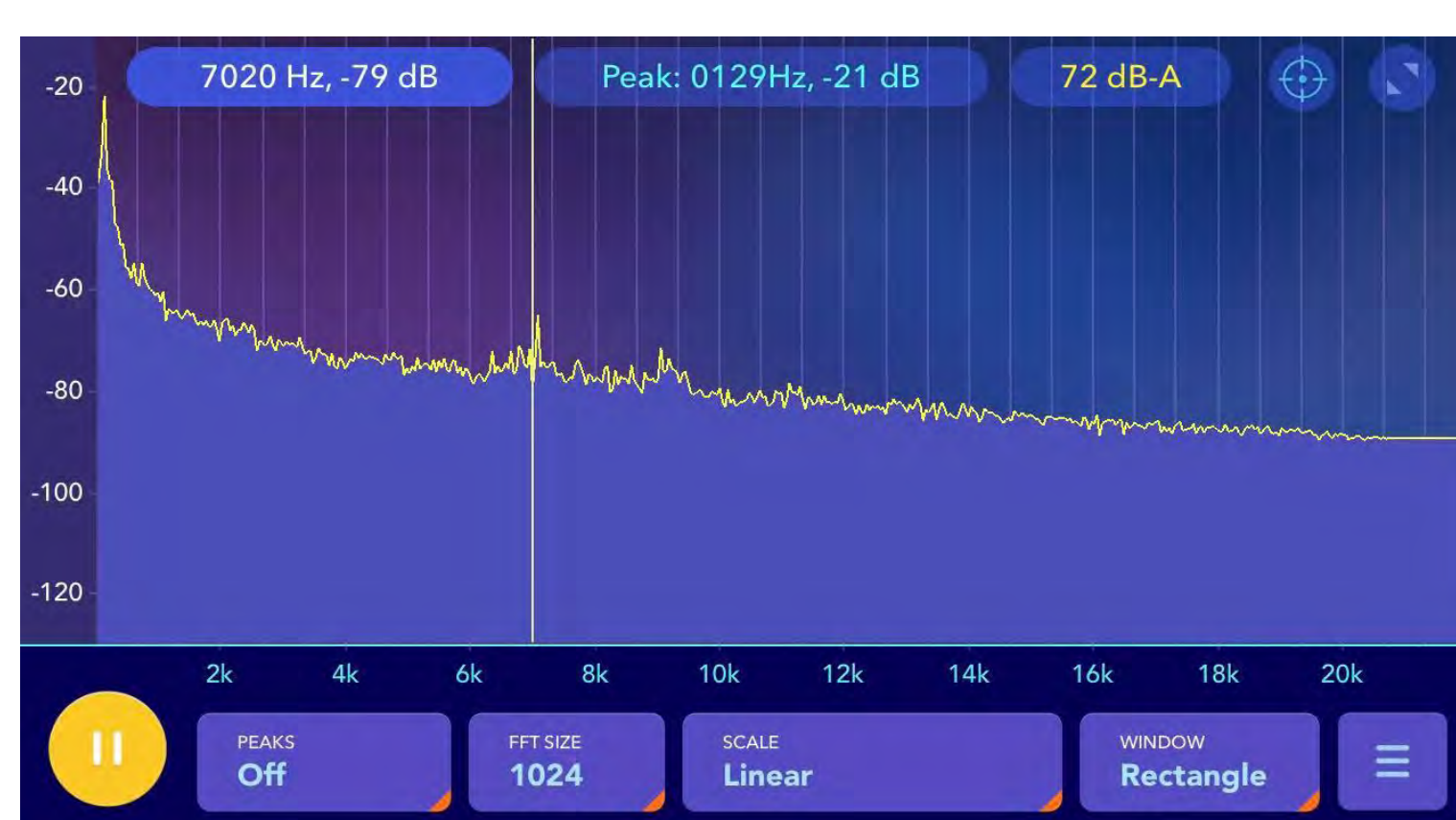
2月8日立榮10:50

(1)飛機降落時，觀測位置前後頻率穩定



2月9日立榮11:22

(2)飛機起飛時，觀測位置前後頻率遞減

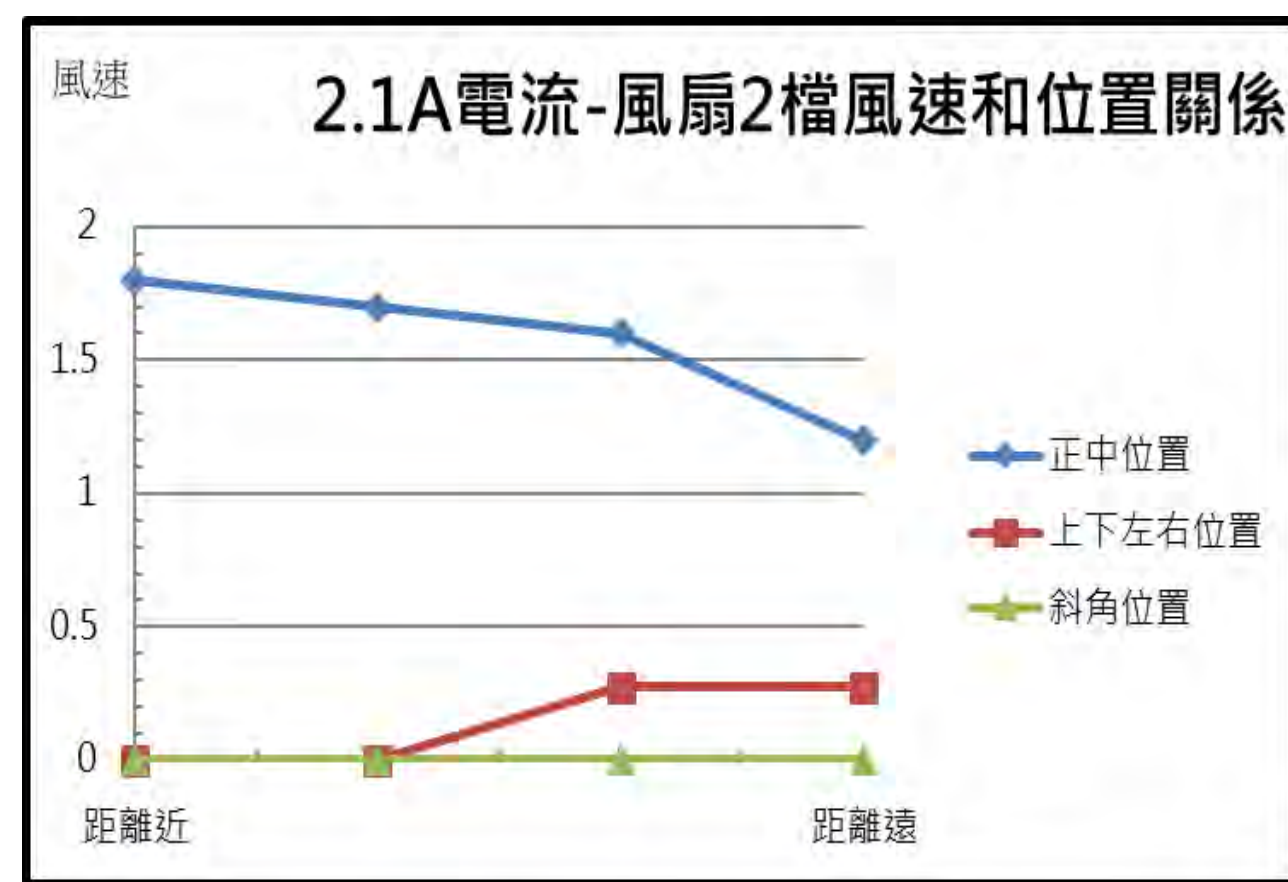
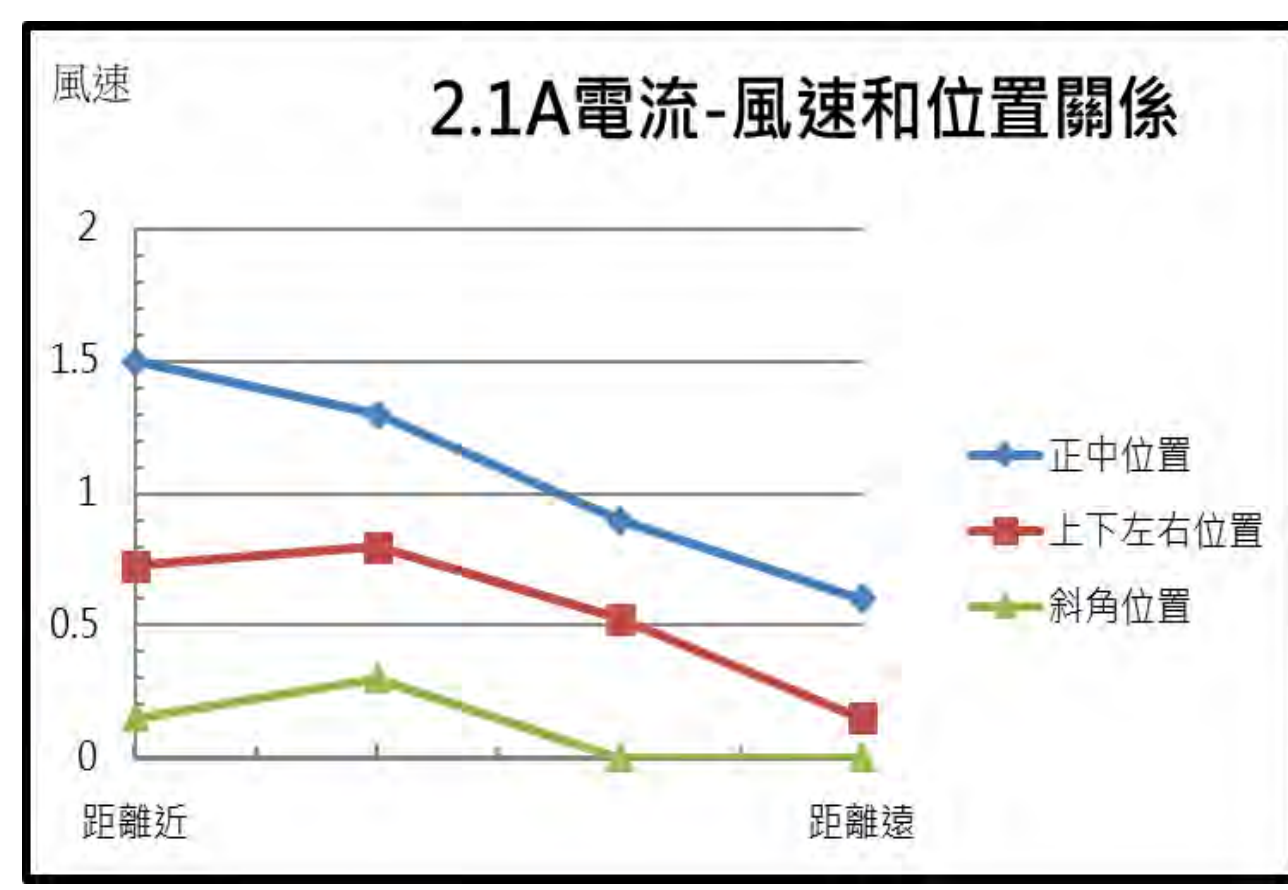


(1)ATR72飛機起飛機機內頻譜(9020Hz)



(2)ATR72飛機降落時機內頻譜(973與5133Hz)

五、氣流實驗



班機資訊				氣象資料							頻率	
日期	時間	公司	機型	氣象時間	天氣	風向 (度)	風速 (kt/hr)	雲幕 (ft)	溫度 (°C)	能見度 (km)	G接近	
2月9日	16:12	遠東	MD82	16:30	小毛雨	40	14	900	12	8	3590	
2月24日	14:20	遠東	MD82	14:10	小雨	40	15	2500	13	7	無	
	14:45	遠東	MD82						13	7	3524	
2月28日	11:36	遠東	MD82	11:30	霾	40	9	1800	17	4.8	無	
	11:41	遠東	MD82						17	4.8	無	
3月2日	14:24	華信	E190	14:00	霾	130	6	3500	20	5	無	
	14:20	遠東	MD82						20	5	3489	
	14:37	遠東	MD82						20	4	2987	
	16:05	遠東	MD82						20	4	無	
3月6日	11:02	華信	E190	11:00	霧	350	5	2000	18	4.5	1874	
3月22日	16:21	遠東	MD82	16:00	陰天	40	15	1300	15	10↑	3062	
3月23日	14:24	華信	E190	14:00	多雲時晴	40	18	4000	16	10↑	1870	
3月24日	16:25	立榮	A321	16:00	小毛雨	40	8	2500	15	10↑	1862	
4月4日	15:26	立榮	A321	15:30	多雲時晴	100	10	3500	20	8	1971	
4月5日	15:43	立榮	A321	15:00	晴時多雲	130	6	無	22	10↑	無	
	14:27	華信	E190	14:00	無記錄							無
	15:12	華信	E190	15:00	無記錄							無
5月5日	15:32	立榮	A321	15:30	無記錄							2037
	14:31	遠東	MD82	14:30	多雲時晴	90	8	3000	26	8	3926	
	14:52	華信	E190								1578	
6月1日	14:16	華信	E190	14:00	多雲時晴	90	9	1600	26	6	1541	
6月7日	14:29	遠東	MD82	14:00	多雲時晴	90	9	1600	26	6	3450	
	12:38	華信	E190	12:30	霧	230	8	500	27	5	無	
	14:03	遠東	MD82	14:00	霧	220	10	500	28	5	無	

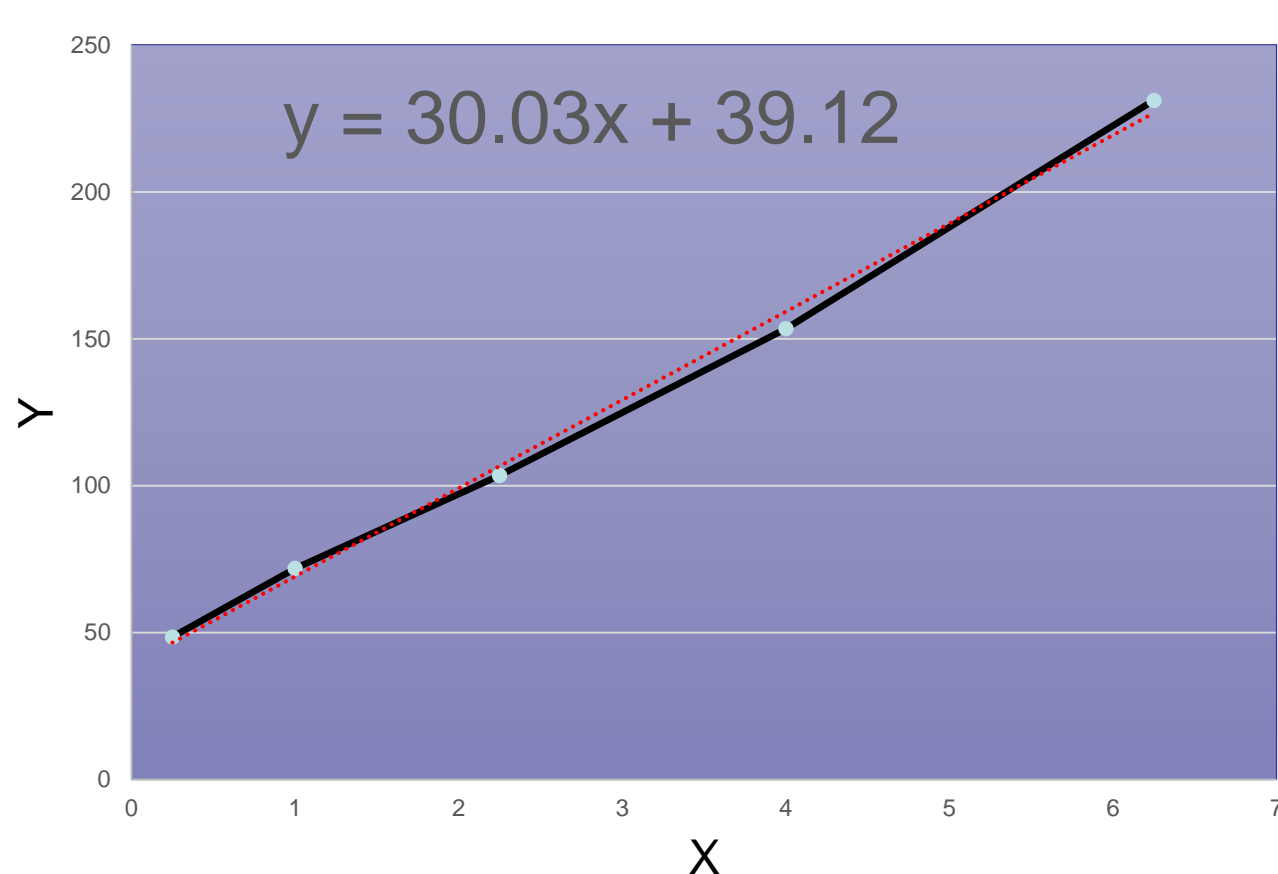
表二、2-6月量測大型噴射客機起飛資訊

六、飛機起飛數據分析與討論

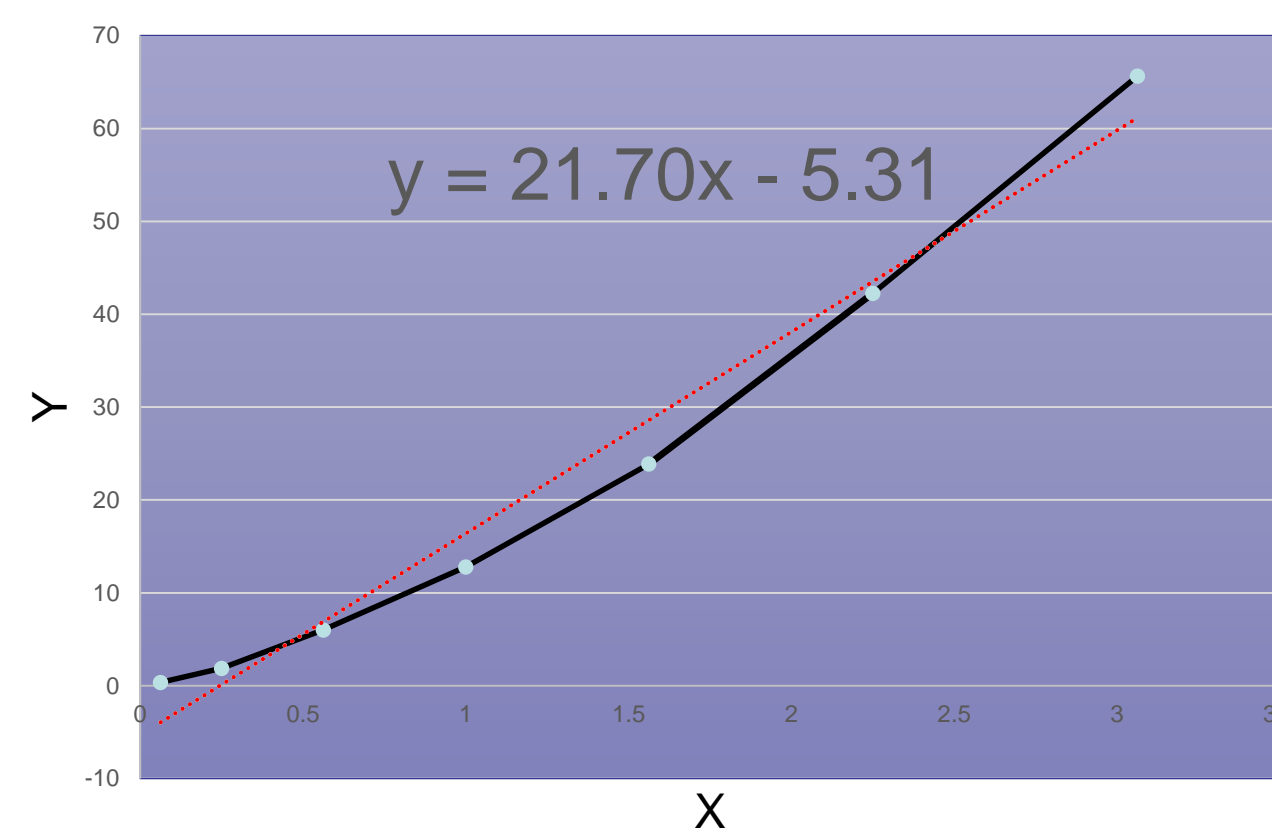
飛機起飛時，因為角度關係，頻率呈現不斷降落的情況，這是有量測到頻率時的結果，量測起飛數據的檔案常常不能使用，尤其是大型機型。不過還是可以發現在飛機最接近時，量測到的最大強度的頻率值會提高。

起飛的數據不易量測，可能是因為距離較遠，容易受風的干擾等環境因素影響，而且因為頻率是漸降的情況下，飛機速率也無法以很直覺的方式計算得知，因此我們只好再搜尋相關資料，把飛機起飛的速度大小以頻率的變化關係來計算出來。

ATR72降落x-y圖

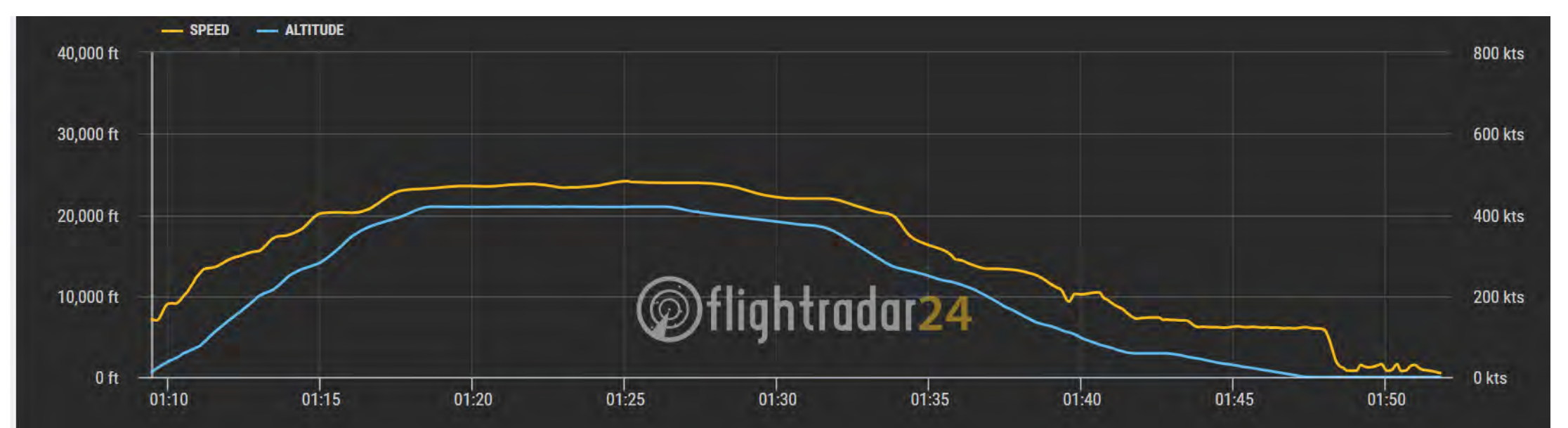
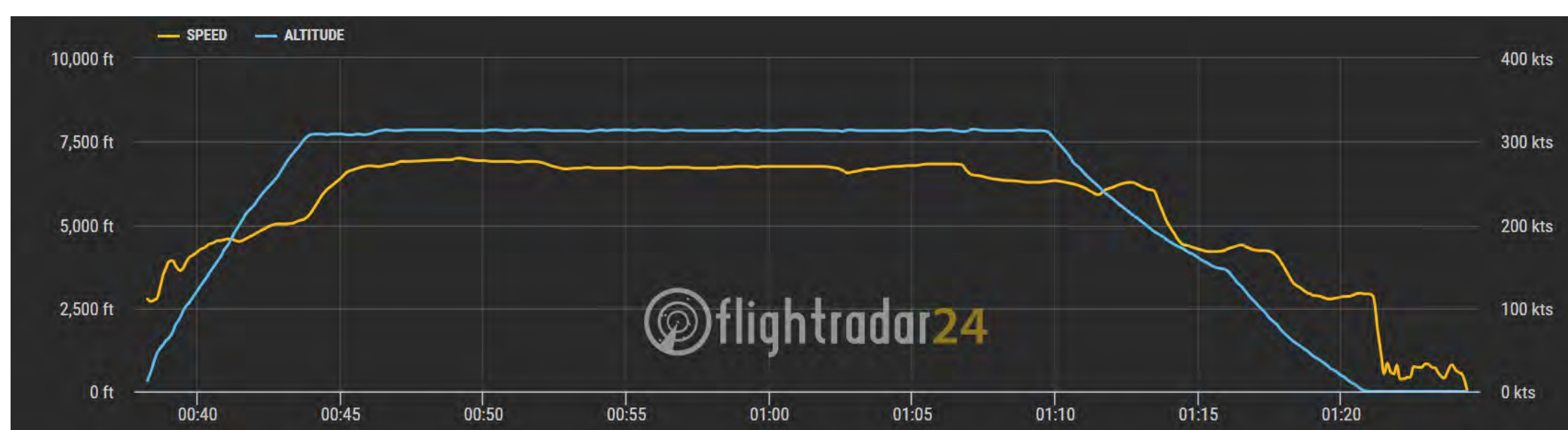
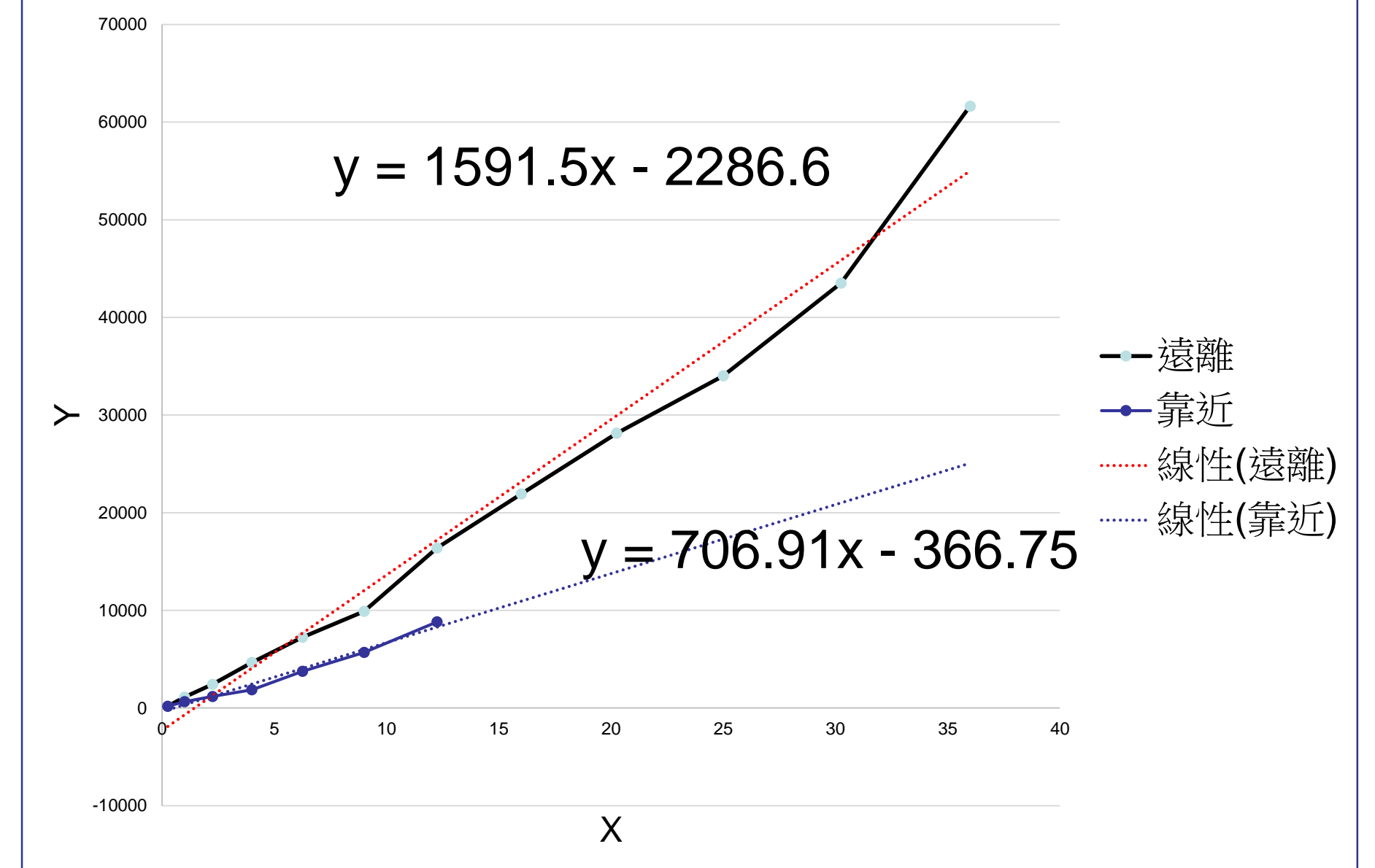


立榮A321降落x-y圖



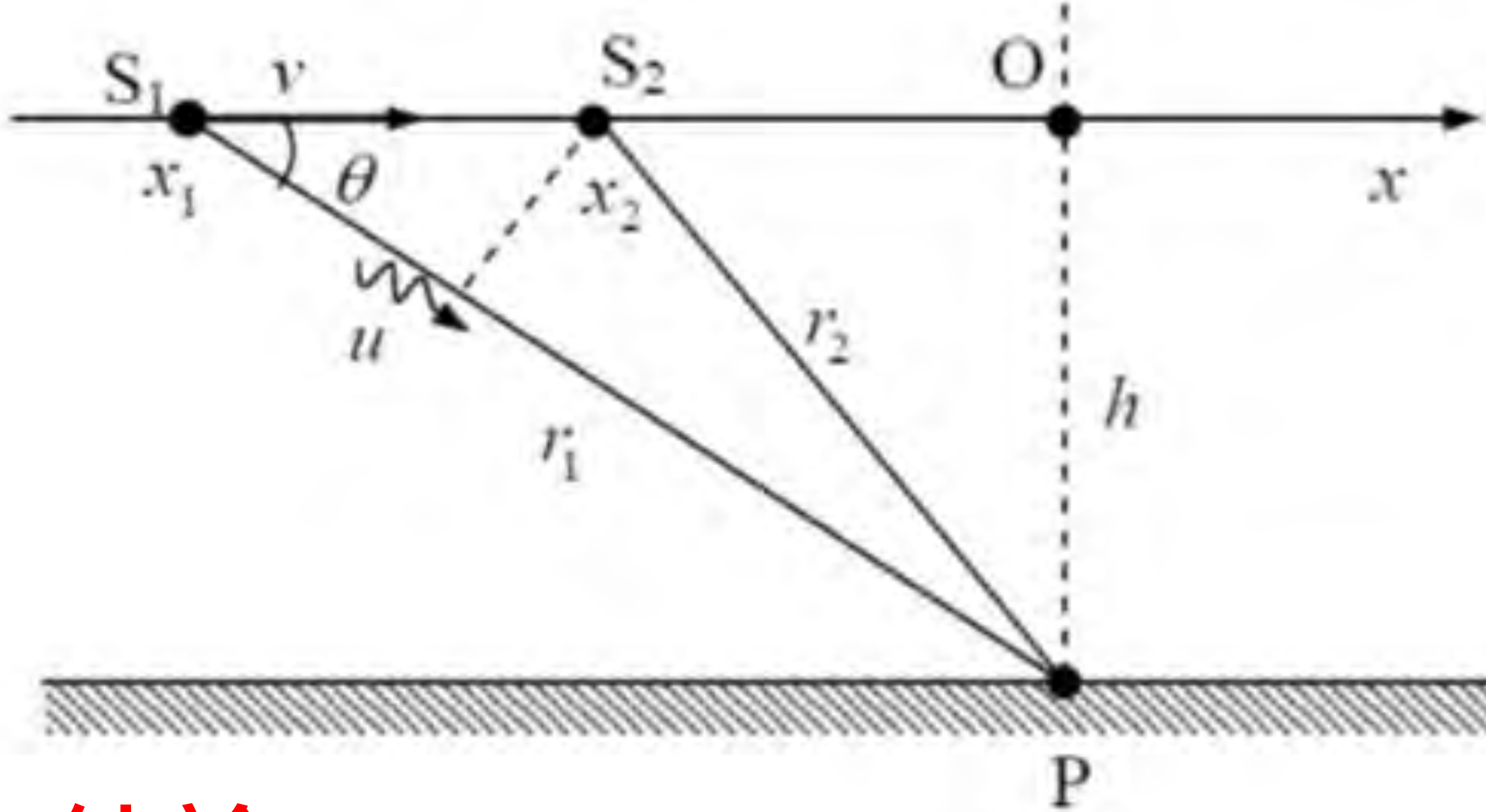
$$\left(\frac{f}{f-f_0}\right)^2 = \left(\frac{uh}{v^2}\right)^2 + \left(\frac{u}{v}\right)^2 t^2 \quad \text{令 } x = t^2, y = \left(\frac{f}{f-f_0}\right)^2$$

ATR起飛x-y圖



角度修正都卜勒公式證明

取自物理雙月刊(二十八卷三期)，2006年6月



$$x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) = vr_0$$

$$\tau = \left(t_2 + \frac{r_2}{u}\right) - \left(t_1 + \frac{r_1}{u}\right)$$

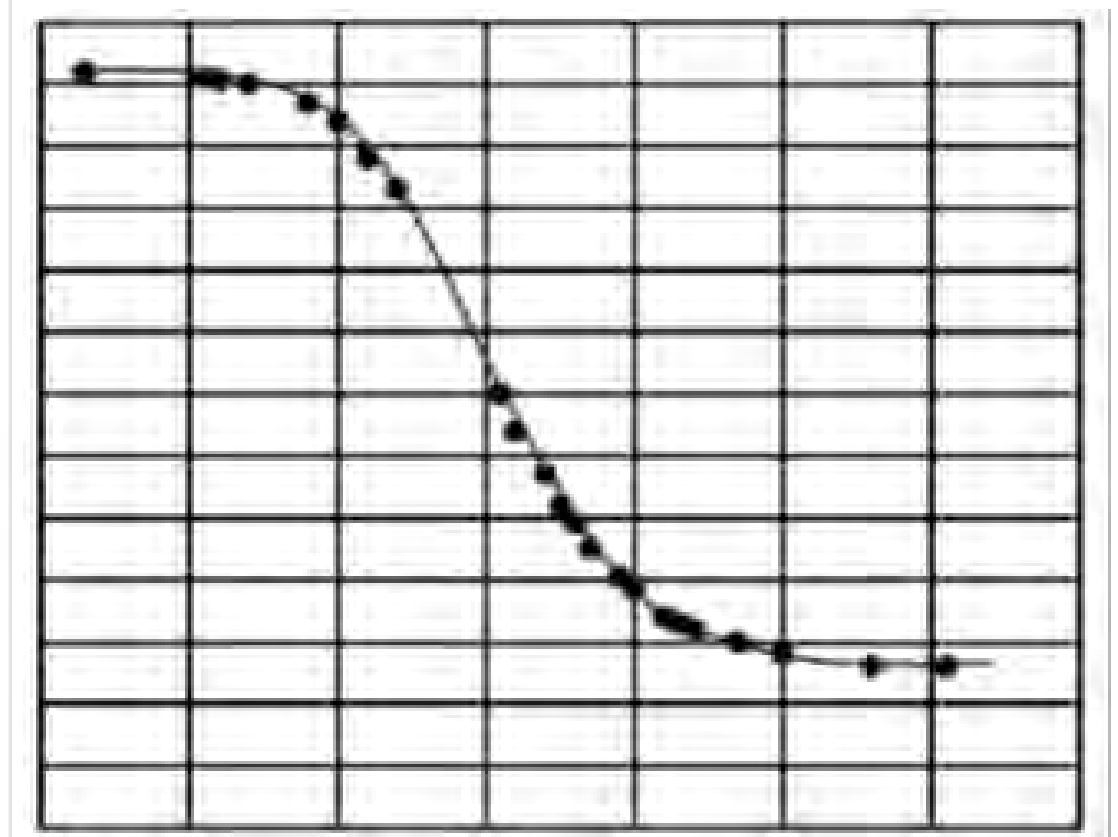
$$= (t_2 - t_1) + \frac{1}{u}(r_2 - r_1)$$

由於 $r \gg x$ ，故 $r_1 - r_2 \approx (x_2 - x_1) \cos \theta$ ，以之代入上式，得

$$\tau \approx \tau_0 - \frac{1}{u}[(x_2 - x_1) \cos \theta]$$

$$= \tau_0 - \frac{vr_0}{u} \cos \theta = \tau_0 \left(1 - \frac{v \cos \theta}{u}\right)$$

$$\Rightarrow f \approx \frac{f_0}{1 - \frac{v \cos \theta}{u}}$$



飛機與觀測者間波速對應關係(表格X軸為時間，Y軸為頻率示意)

• 結論

- 一、因為本科展幾乎找不到前例可參考，所以我們摸索後發現以google日誌與Spectrum紀錄資料與觀察趨勢較為簡單方便，且在ATR72客機有不錯的量測結果；以Boris與Audacity做資料分析較為精確，但處理方式較為複雜，頻率也不是很好分析，在推廣層面來看較不合適，但若要找到噴射客機的頻率，只能以這個方式處理。
- 二、ATR客機可以很容易用飛機靠近及遠離的頻率分析出飛機速率，而雙引擎噴射客機(大型飛機)的因為各種頻率強度均勻分佈而不易分析，加上其飛過頭頂後飛機的聲頻不易量測，因此目前為止大型噴射客機下降的速率大小要以複雜的方式求得。
- 三、經由都卜勒效應公式推導，可以得到飛機在接近、遠離頻率受到風的影響在實驗的誤差範圍內所以可忽略。我們也發現其他天氣因素對於飛機頻率的影響也不大，但觀測位置的氣壓值會因為飛機經過觀測者上方後而有小幅度的變化。
- 四、飛機降落時幾乎是等速度的水平線飛行，所以可以假設飛機等速的情況下做計算。起飛部份則因為飛機幾乎是以等加速度起飛的，而且只有ATR72可以量測到頻譜，但是即使量測到起飛時的頻譜也無法以都卜勒方法算出飛機的飛行速率也無法使用。