

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

高級中等學校組 物理與天文學科

第一名

051806

共鳴管共振頻率誤差探討

學校名稱：國立南科國際實驗高級中學

作者： 高三 廖翊鈞	指導老師： 李睿益
---------------	--------------

關鍵詞：球面波、共振、狹縫繞射

得獎感言

我的高中畢業論文，完成了！

今年，是我第二次參加科展，而身為高三的學生，這也是我最後一次參加這個比賽了。很高興能有機會站上全國科展的舞台，與來自臺灣各縣市的特優作品一同展出、相互學習，能有機會讓更多人看見並了解我的作品，能有機會感受展覽會場充滿著大家對科學研究的熱情。

在參展過程中，面對教授與來自各地民眾的詢問，都是一次次對作品的考驗及讓它變得更好更完整的助力，這些機會讓我注意並去思考到了原本可能沒有發現的問題，或是更深更廣的研究發展方向，有了這些養分，我的研究才能更加成長茁壯。

回想起下定決心參加科展比賽的一年前，我們不斷思考可能的題目，努力發現生活中不起眼的現象，在找題目的過程中，懂得觀察生活中的小現象並深入了解，保持好奇心面對每一件事，而非將其視為理所當然是我學到最重要的一件事。

這次的作品，其實是出自於一個意外的驚喜。最一開始，我的研究方向與現在的研究截然不同，但在實驗的過程中，我們意外的發現了管子的共振頻率竟會隨著聲源距離而改變，這個發現促使我們將實驗大轉向，最終促成了我最後的研究成果，並帶領我得到了原先從來不敢奢求的榮譽。實驗中的意外與錯誤並非失敗，許多的成就與發現，往往是出自於那些原先認為的錯誤，永遠保持著懷疑的態度及堅持不懈的精神，才是通往成功的關鍵。

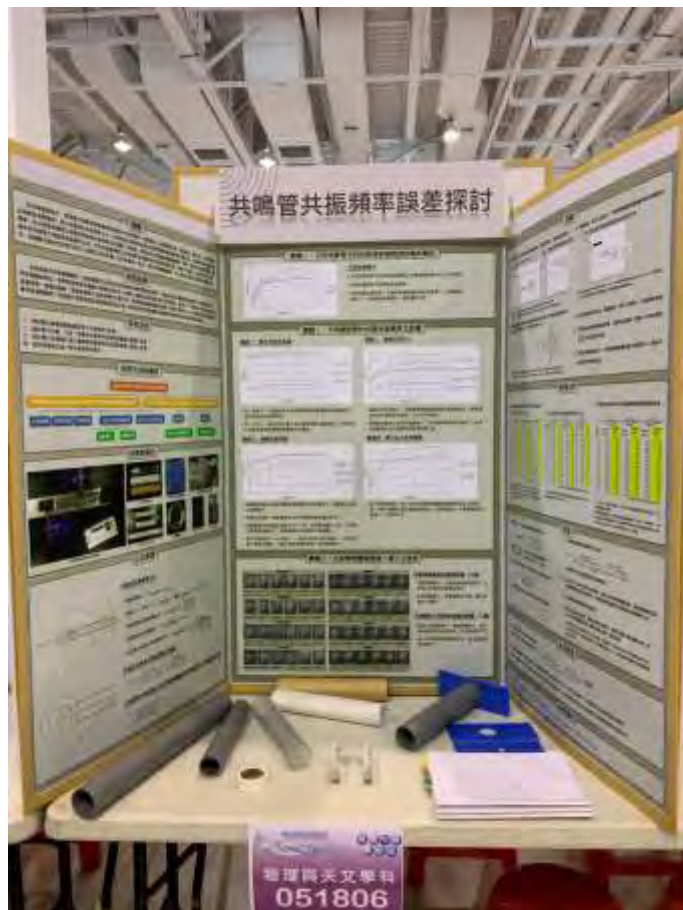
回想起自己的研究過程，我的主題是有關於聲音和共振，必須長時間聽著同一音頻的聲音，而且由於需要測定管中的分貝，實驗室中不能發出任何其他的聲音，一組實驗也必須在同一次實驗完成，因此每每做完實驗抬頭，實驗室外面都是一片漆黑的晚上十點多；此外，若是實驗過程中出了一點點的小差錯，整個實驗就得從頭來過，這也意味著又得多聽好幾個小時的同一音頻的聲音。精神瀕臨崩潰之餘，我好幾次都想放棄回家，但責任感強迫著我堅持下去，威脅我放棄你就輸了，當實驗最終完成的那刻，內心的感動是難以言喻的，必須經歷過才能理解。

這次的研究，要感謝的人實在太多，感謝家人對我的支持，感謝老師朋友們對我的幫助及鼓勵，感謝教授們的青睞，而最要感謝的，是我的指導老師李睿益老師。感謝他無數個因科展而犧牲掉的假日及晚上，感謝他教導我許多提供研究理論佐證的方法，感謝他百忙之中陪我練習口頭報告。

未來，儘管即將出國唸書，我還是會繼續走在研究的路上，我也不會忘記教授在頒獎台上對我說的話：「作品還沒完成，要繼續把它做完整喔！」



分區科展賽後，在海報前與指導老師合照



全國科展現場展示的海報及展品

摘要

於共鳴管實驗中，我們發現管口與聲源間距離會影響管子的共振頻率，距離愈遠、共振頻率愈高，最後趨於一穩定值。本研究探討此現象及相關變因，提出球面波的共振頻率公式，並證明球面波的共振頻率、及共振頻率隨管口與聲源間距離改變而變化的幅度，與管長、管徑及管口與聲源間距離相關。同時，對於狹縫繞射實驗，透過本研究推導之球面波共振頻率公式，可利用實驗測得之共振頻率求得繞射波的假想波源位置。而管子共振時，駐波僅存在於管內，其腹點位置必位於管口附近（受管口修正影響）而非聲源處。因此，進行共鳴管實驗時，不可將音叉擺放位置視為波腹位置。

壹、研究動機

在學校進行共鳴管實驗時，老師建議可以將音叉改為使用手機軟體產生聲頻，以避免音叉音量減弱造成觀測上的誤差及不便。然而實驗結束後，我們發現使用手機進行實驗的組別中，每個人實驗出來的數據有很大的誤差，而相比之下使用音叉的組別卻沒有這個問題。經過討論後，發現是每個人放置手機的位置不同，因而導致實驗結果的差異。我們不禁好奇，為什麼使用音叉就比較不會有這個問題呢？究竟是什麼原因造成這個現象的產生呢？聲源與管口間距離對共振頻率的影響又與什麼因素有關呢？

貳、研究目的

- 一、探討管口與聲源間距離對管子共振頻率之影響
- 二、探討管子材質、口徑、長度對共振頻率及其隨距離變化幅度之關係
- 三、探討管口放置開孔洞之擋板對共振頻率及其隨距離變化幅度之影響
- 四、探討球面波於進入管子後波形的變化

參、研究設備及器材

	器材名稱	個數
肯特管實驗組	喇叭+底座	1
	聲頻產生器	1
不同材質管子	投影片紙（直徑6cm, 管長30cm）	1
	牛皮紙膠帶包覆A3白紙（直徑6cm, 管長30cm）	1
	布膠帶包覆A3白紙（直徑6cm, 管長30cm）	1
	PVC管（直徑5.2cm, 管長30cm）	1
	PVC管（直徑5.2cm, 管長50cm）	1
	PVC管（直徑4.1cm, 管長30cm）	1
隔板（瓦楞紙）	孔洞直徑1.9cm	1
	孔洞直徑2.8cm	1
	孔洞直徑4.1cm	1
支架	底座	2
	三角夾	2

水波槽實驗組	水波槽	1
	壓克力塊	2
	擋板	2
手機	分貝計軟體 Decibel X	1
	聲頻產生軟體 Frequency	1
直尺		3

肆、 研究方法及過程

一、 實驗一：不同材質管子的共振頻率與聲源距離的關係

(一) 實驗目的

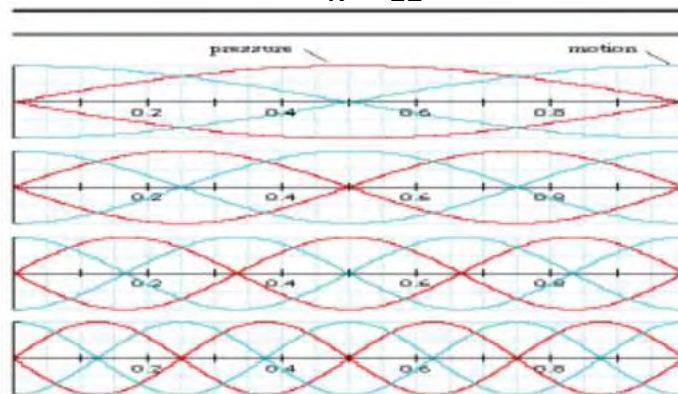
研究不同材質管子管口與聲源間距離對管子共振頻率之影響

(二) 實驗原理

開管駐波

聲波進入兩邊均開口的管子後，若其波長恰等於兩倍的管長，則此波將於管內產生駐波，使管子達到共振而產生極大的音量，該聲波的頻率即為管子的基頻；若另一聲波頻率為此基頻之整數倍（n 倍）時，亦可於管內產生駐波，此頻率為管子的第 n 諧音。

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L}$$

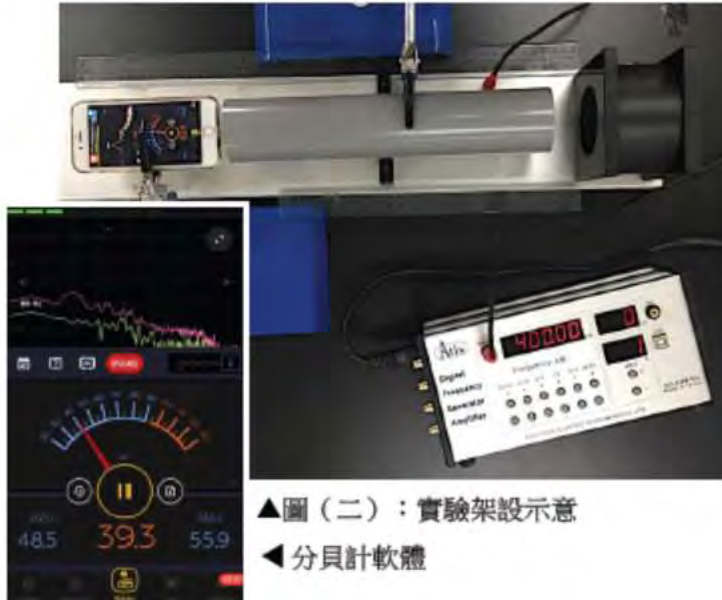


▲圖（一）：開管駐波示意圖

(三) 實驗器材架設

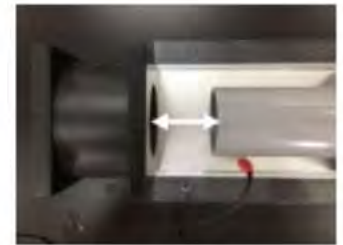
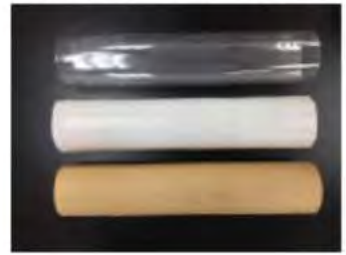
1. 取用不同種類管壁材質（圖（三）中：投影片紙（上）、A3 白紙以牛皮紙膠帶纏繞（下）、A3 白紙以布膠帶纏繞（中）），將其製成直徑 6 公分、管長 30 公分管子

2. 利用肯特管實驗器材（底座、喇叭、聲頻產生器），在底座靠近喇叭的兩側各固定一把尺，做為調整管口與喇叭間距離用
3. 將管子以支架固定於喇叭前
4. 利用支架將手機（分貝計）固定於管子遠離喇叭端



▲圖（二）：實驗架設示意
 ◀分貝計軟體

▼圖（三）：不同材質管子



▲圖（四）：管口與聲源間距離

(四) 實驗步驟

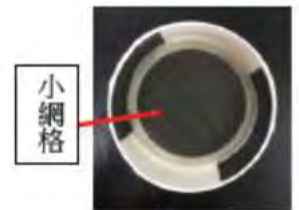
1. 調整管子位置，使管口與喇叭（聲源）相距 0cm
2. 利用聲頻產生器，將頻率由 100Hz 開始，以每次增加 100Hz 的方式依序向上增加頻率，並記錄每個頻率下分貝計上的讀數
3. 找出所記錄的數據中的第一個峰值，並取其前後 100Hz 為區間，管子的基頻會在此區間範圍內
4. 在此 200Hz 區間內，以每次增加 10Hz 的方式依序向上增加頻率，並記錄每個頻率下分貝計上的讀數
5. 找出所記錄的數據中的最大峰值處，並取其前後 10Hz 為區間，管子的基頻會在此區間範圍內
6. 在此 20Hz 區間內，以每次增加 1Hz 的方式依序向上增加頻率，並記錄每個頻率下分貝計上的讀數
7. 找出所記錄的數據中的最大峰值處，此即為該距離下，管子產生最大共振的頻率

- 重複實驗步驟 1~7，將管口與喇叭間距離以每次 0.5cm 方式增加，觀察管子產生最大共振的頻率隨距離的變化
- 使用不同種類的管壁材質，重複實驗步驟 1~8，觀察不同材質對共振頻率的影響

二、 實驗二：不同變因對 PVC 管共振頻率之影響

(一) 實驗目的

- 研究口徑、長度對管子共振頻率的影響
- 研究管口放置有孔洞之擋板對管子共振頻率之影響
- 研究擋板位置對管子共振頻率之影響
- 研究肯特管蓋上小孔洞是否有穩流效果



▲圖(五)：肯特管蓋



▲圖(六)：不同口徑、長度 PVC 管



▲圖(七)：不同孔洞大小瓦楞紙板

(二) 實驗原理

波的繞射：

波前進時遇到障礙物偏離直線前進方向而發生彎散現象。當狹縫間距愈小時，繞射程度愈明顯，但透射過狹縫的能量強度較小。

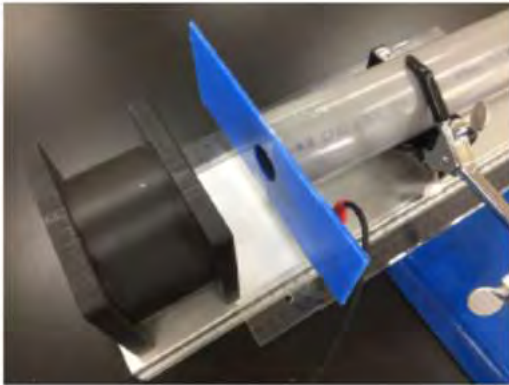


▲圖(八)：繞射圖形比較

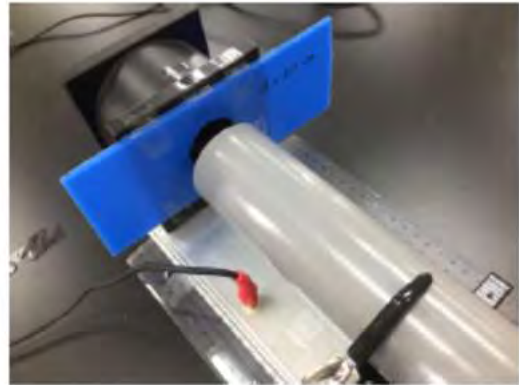
(三) 實驗器材架設

- 如實驗一 2~4 步驟架設實驗器材
- 切割得到不同大小之 PVC 管（直徑 5.2cm, 長 30cm (圖六左)）、（直徑 4.1cm, 長 30cm(圖六中)）、（直徑 5.2cm, 長 50cm(圖六右)）
- 取三個瓦楞紙板，分別割出三個直徑不同的圓形孔洞（直徑 = 1.9cm, 2.8cm, 4.1cm (依序為圖七上、中、下)）

4. 含擋板實驗時，利用膠帶將擋板固定於管口或喇叭開口處，使擋板上孔洞圓心對齊管口及喇叭口圓心



▲圖（九）：擋板固定於管口示意圖



▲圖（十）：擋板固定於聲源示意圖

(四) 實驗步驟

1. 分別使用直徑為 5.2cm 及 4.1cm 之管長 30cm PVC 管，重複實驗一之 1.~8.步驟，比較管徑對共振頻率的影響
2. 使用直徑 5.2cm、管長 50cm 之 PVC 管重複實驗一 1.~8.步驟，觀察管長對共振頻率隨距離變化趨勢之影響
3. 將三個割有不同直徑孔洞（直徑=1.9cm、2.8cm、4.1cm）之瓦楞紙板分次固定於直徑 5.2cm、管長 30cm PVC 管管口（近聲源端），重複實驗一 1.~8.步驟，比較管口大小對共振頻率的影響
4. 將孔洞直徑 4.1cm 的瓦楞紙板固定於喇叭發聲位置，使用直徑 5.2cm、管長 30cm PVC 管，重複實驗一 1.~8.步驟，觀察擋板位置對共振頻率之影響
5. 將直徑 5.2cm、管長 30cm PVC 管管口蓋上肯特管蓋子，重複實驗一 1.~8.步驟，觀察蓋子上之小孔洞是否達到穩流效果

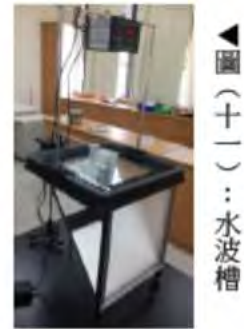
三、 實驗三：水波槽模擬聲波進入管口之波形

(一) 實驗目的

利用水波槽模擬聲波進入管口之波形，觀察球面波進入管子後的波形變化

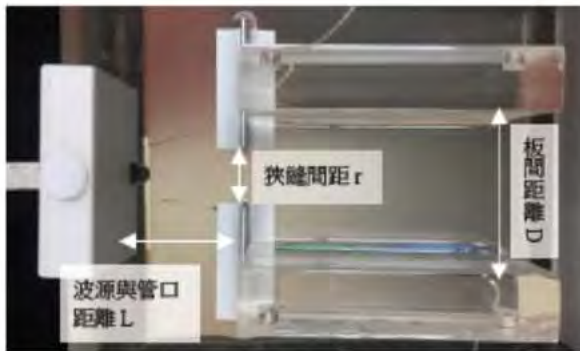
(二) 實驗原理

不同種的波產生的原理相似，因此可以肉眼可見的水波比擬難以觀測的聲波，透過水波槽將波動投影於屏幕，使波型的變化明顯易見

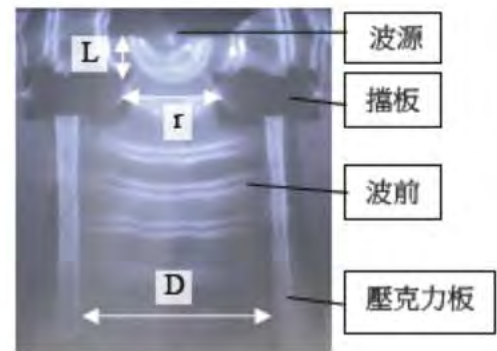


(三) 實驗器材架設

1. 架設水波槽實驗組
2. 將兩壓克力塊平行對稱放置於波源兩側（比擬管口）
3. 將兩 T 字阻礙物平行對稱放置於壓克力塊開口兩側作為狹縫（比擬擋板）



▲圖(十二)：水波槽模擬實驗架設示意



▲圖(十三)：水波槽投影圖

(四) 實驗步驟

1. 固定波源頻率為 5Hz
2. 固定兩壓克力板間距離為 5cm、狹縫間距為 1cm
3. 改變波源與壓克力板間距離，從距離 1cm 開始，每次遠離 1cm 直到距離為 6cm，每次拍攝照片紀錄波形變化
4. 固定兩壓克力板間距離為 5cm，改變狹縫間距，每次增加 1cm 直到間距為 4cm，每次調整後重複步驟 3，比較狹縫間距對波形的影響
5. 移除狹縫，改變壓克力板間距離，每次縮小 1cm 直到間距為 2cm，每次調整後重複步驟 3，比較管子口徑對波形的影響

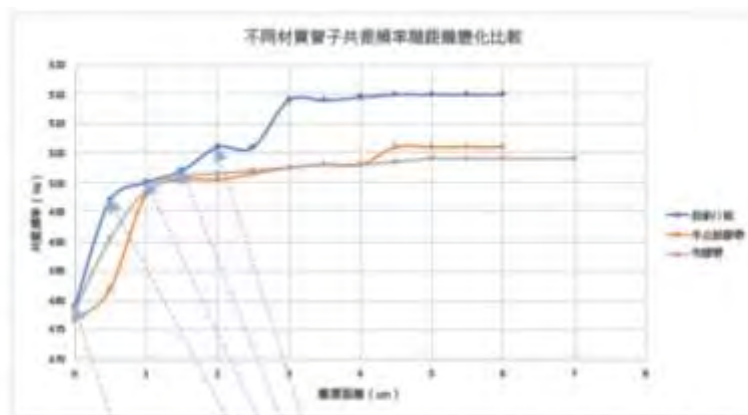
伍、 研究成果

一、 實驗一：管子的共振頻率與聲源距離的關係

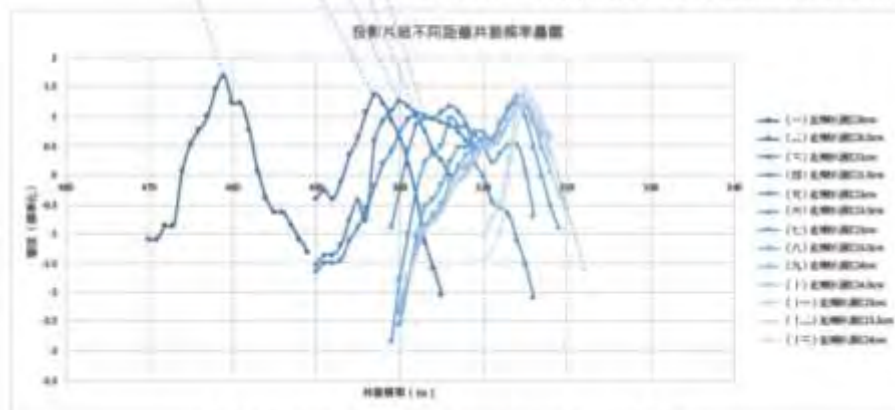
(一) 不同材質管子的共振頻率與聲源距離的關係

1. 數據記錄

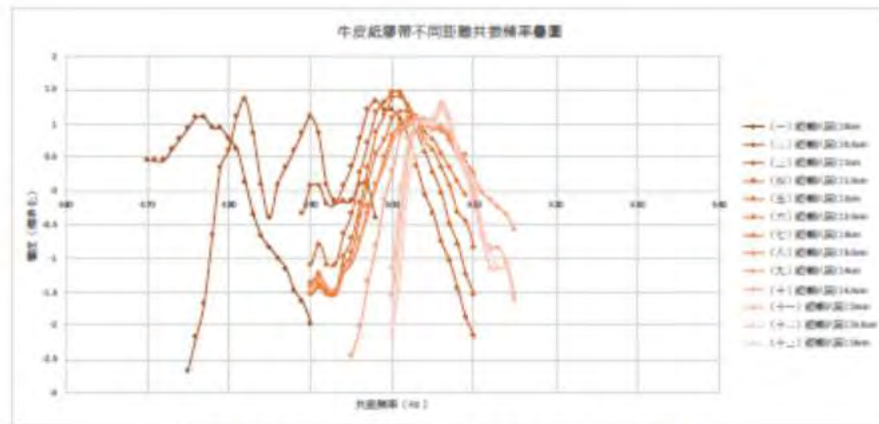
投影片紙														
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	----
頻率 (Hz)	479.0	497.0	500.0	502.0	506.0	506.0	514.0	514.0	514.5	515.0	515.0	515.0	515.0	----
牛皮紙膠帶														
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	----
頻率 (Hz)	476.5	482.0	498.0	500.5	500.5	501.5	502.5	503.0	503.0	506.0	506.0	506.0	506.0	----
布膠帶														
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	7.0
頻率 (Hz)	478.5	490.5	498.5	501.0	501.5	502.0	502.5	503.0	503.0	503.5	504.0	504.0	504.0	504.0



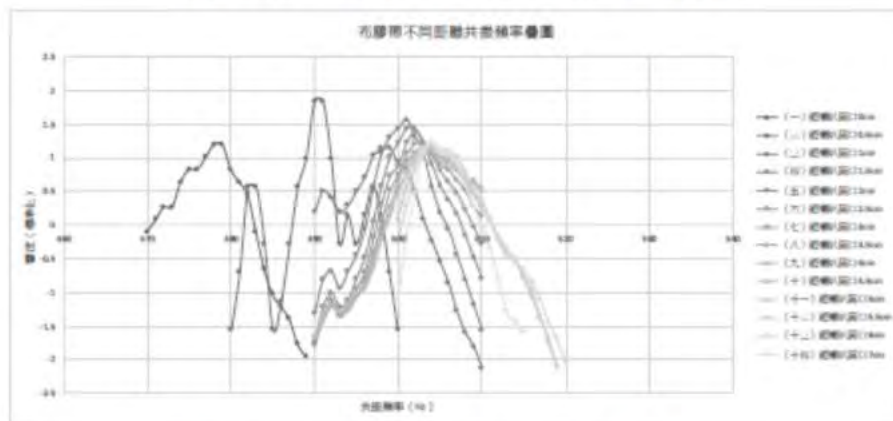
▲圖 (十四)：不同材質管子共振頻率隨聲源距離變化比較



▲圖 (十五)：投影片紙共振頻率與聲源距離之關係疊圖



▲圖（十六）：牛皮紙膠帶共振頻率與聲源距離之關係疊圖



▲圖（十七）：布膠帶共振頻率與聲源距離之關係疊圖

2. 分析

- (1) 不同材質管子均有共振頻率隨著管口與聲源間距離增加而上升的現象
- (2) 在管口靠近聲源時（距離 $< 1\text{cm}$ ），共振頻率隨距離的變化幅度極大；而隨著距離上升，共振頻率逐漸穩定，最後趨於定值
- (3) 材質的改變會對共振頻率造成影響
- (4) 疊圖分析中，響度單位為經過標準化結果。隨著距離加大，分貝計所測得之響度愈小，使得每組數據會有不同的響度平均。而疊圖分析的主要目的為比較趨勢，經由標準化後不影響數據趨勢，且數據整齊度較高，較易比較其關係，因此取用標準化數據疊圖
- (5) 疊圖分析中，顏色愈淺者其聲源與管口間距離愈大
- (6) 由疊圖分析可發現，距離 0cm 及 0.5cm 時，響度隨頻率的變化圖形與其他距離所測得圖形差異大
- (7) 距離漸增加後，各距離的響度隨頻率的變化圖形漸趨重合

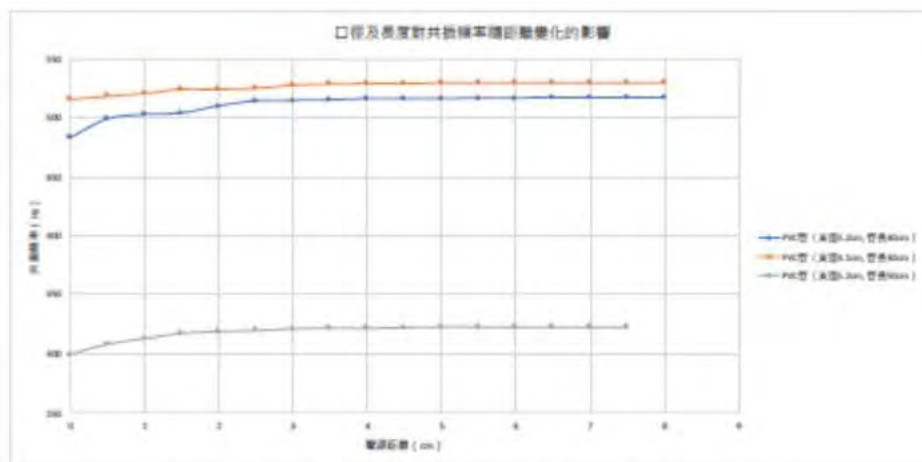
二、 實驗二：不同變因對 PVC 管共振頻率之影響

(一) 管子口徑及管長對共振頻率隨距離變化之影響

1. 數據記錄

PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 30cm) 共振頻率																	
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0
頻率 (Hz)	483.5	499.0	503.0	504.0	510.0	514.0	514.5	515.0	516.0	516.0	516.0	516.5	516.5	517.0	517.0	517.0	517.0
PVC 管 (直徑 4.1cm 管長 30cm) 共振頻率																	
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0
頻率 (Hz)	516.0	518.5	521.0	524.5	524.5	525.5	528.0	529.0	529.5	529.5	530.0	530.0	530.0	530.0	530.0	530.0	530.0
PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 50cm) 共振頻率																	
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	----
頻率 (Hz)	299.0	308.0	313.0	317.5	319.0	320.0	321.5	322.0	322.0	322.5	323.0	323.0	323.0	323.0	323.0	323.0	----

註：黃色區塊為共振頻率隨聲源距離變化幅度大之處



▲圖 (十八)：口徑及長度對共振頻率隨聲源距離變化的影響

2. 分析

- (1) 不同口徑及長度管子均有共振頻率隨著管口與聲源間距離增加而上升的現象，與實驗一結果相符
- (2) 同一管長下（藍與橘），口徑較大者之共振頻率隨距離變化的幅度較大，但其達到平衡後之共振頻率較低

(3) 同一口徑下（藍與灰），管長較大者之變化趨勢與管長小者相似，因此可知管長與共振頻率隨距離變化的幅度較無相關性；達到平衡後，管長較長者共振頻率較低

(二) 管口遮蔽板上孔洞大小及位置對共振頻率之影響

1. 數據記錄

PVC 管 (直徑 5.2cm · 遮蔽孔洞直徑 4.1cm) 共振頻率																
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
頻率 (Hz)	441.5	468.0	474.5	484.0	485.5	490.0	491.0	493.0	494.0	494.0	494.0	494.0	494.0	494.0	494.0	494.0

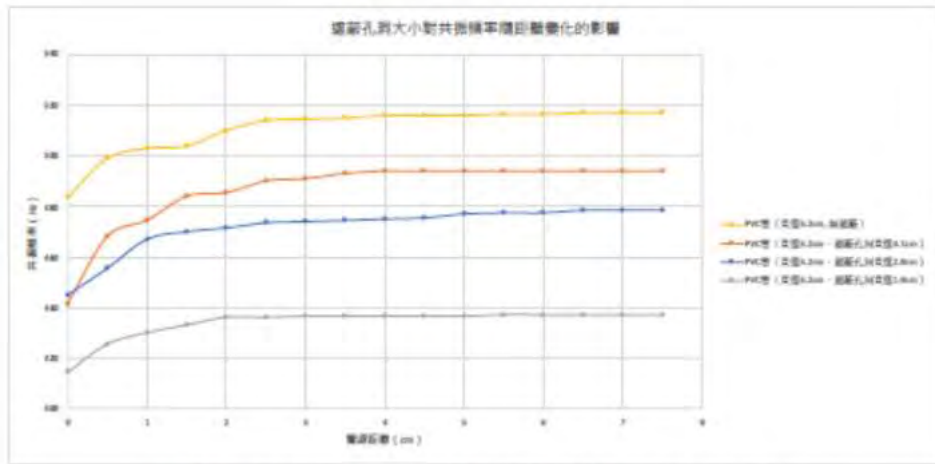
PVC 管 (直徑 5.2cm · 遮蔽孔洞直徑 2.8cm) 共振頻率																
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
頻率 (Hz)	445.0	455.5	467.0	470.0	471.5	473.5	474.0	474.5	475.0	475.5	477.0	477.5	477.5	478.5	478.5	478.5

PVC 管 (直徑 5.2cm · 遮蔽孔洞直徑 1.9cm) 共振頻率																
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
頻率 (Hz)	414.5	425.5	430.0	433.0	436.0	436.0	436.5	436.5	436.5	436.5	436.5	437.0	437.0	437.0	437.0	437.0

PVC 管 (直徑 5.2cm 遮蔽孔洞直徑 4.1cm 遮蔽聲源) 共振頻率																
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
頻率 (Hz)	442.0	491.5	502.0	506.0	508.0	515.5	516.0	516.0	517.0	517.0	517.0	517.0	517.0	517.5	518.0	518.0

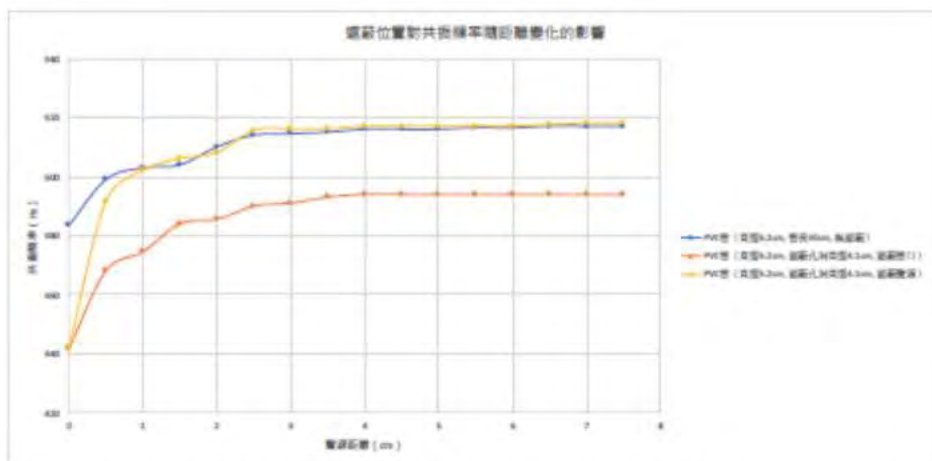
PVC 管 (直徑 5.2cm · 管口加上肯特管蓋) 共振頻率																
距離 (cm)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
頻率 (Hz)	468.5	484.0	490.5	499.0	500.0	501.0	501.0	502.0	502.0	504.0	505.0	505.5	505.5	505.5	505.5	506.0

2. 分析



▲圖(十九)：遮蔽孔洞大小對共振頻率隨聲源距離變化的影響

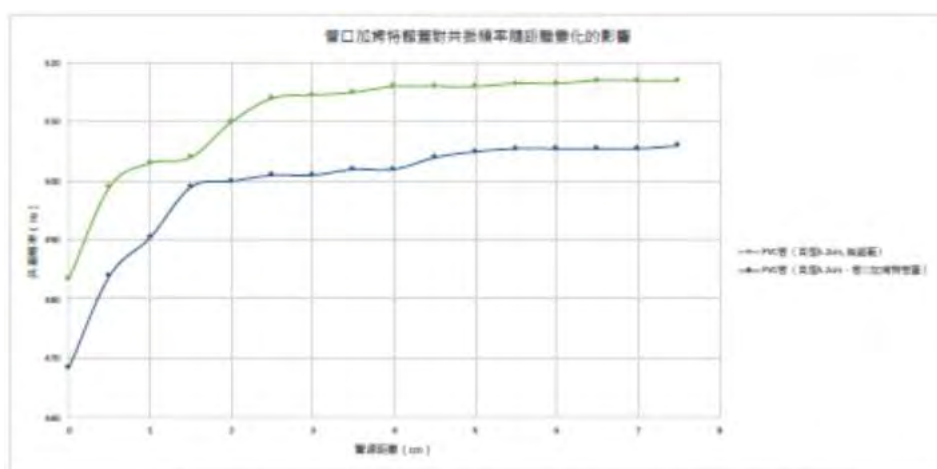
- (1) 不同遮蔽孔徑大小下，管子均有共振頻率隨著管口與聲源間距離增加而上升的現象，與實驗一結果相符
- (2) 有遮蔽時，遮蔽孔徑愈大，共振頻率隨距離的變化幅度愈大，達到穩定時的共振頻率也愈高；口徑愈小時則相反
- (3) 無遮蔽者雖然口徑較有遮蔽者大，但共振頻率隨聲源距離的變化卻較小，推測有遮蔽者在管口的繞射現象為影響主因



▲圖(二十)：遮蔽位置對共振頻率隨聲源距離變化的影響

- (1) 不同遮蔽位置，管子均有共振頻率隨著管口與聲源間距離增加而上升的現象，與實驗一結果相符
- (2) 在聲源距離為 0cm 時，遮蔽聲源或管口實驗架設位置相同，因此所得數據亦相同

- (3) 聲源位置離管口較近時，遮蔽聲源的共振頻率隨聲源距離變化的幅度較大，遮蔽管口變化幅度較小
- (4) 達穩定狀態時，遮蔽聲源者之共振頻率較遮蔽管口者高
- (5) 遮蔽聲源及無遮蔽在距離大於 1cm 時，共振頻率趨於一致，可知管口與聲源間距離愈大，遮蔽聲源對共振頻率造成的影響愈小
- (6) 管口同為 4.1cm 之管子，一為內徑相同不產生繞射、一為內徑較大會產生繞射，不產生繞射者頻率較高，但隨聲源距離的變化幅度較小



▲圖 (二十一)：管口加肯特管蓋對共振頻率隨聲源距離變化的影響

- (1) 加了肯特管蓋子後，管子仍有共振頻率隨著管口與聲源間距離增加而上升的現象，但其共振頻率隨聲源距離之變化幅度與無遮蔽的管子相比，有稍微的降低，因此判斷其具穩流能力，但效果不佳

三、 實驗三：水波槽模擬聲波進入管口之波形

- (一) 固定兩壓克力板間距離為 5cm，改變狹縫間距及聲源距離

1. 數據記錄

狹縫間距 1cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
狹縫間距 2cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
狹縫間距 3cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
狹縫間距 4cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm


2. 分析

- (1) 狹縫間距 1cm 及 2cm 時，聲源距離變化對水波繞射圖形的影響不明顯
- (2) 狹縫間距 3cm 及 4cm 時，可以清楚觀察到聲源距離愈小、水波的繞射程度愈大，亦即進入板間的波形愈接近弧形

(3) 聲源距離愈小、狹縫間距愈大時，管內的波動愈不穩定，就上表中圖形而言，狹縫間距 4cm、聲源距離 1cm 者波動最不穩定

(二) 移除狹縫，改變壓克力板間距及聲源距離

1. 數據記錄

壓克力板間距 5cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
壓克力板間距 4cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
壓克力板間距 3cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm
壓克力板間距 2cm					
					
聲源距離 1cm	聲源距離 2cm	聲源距離 3cm	聲源距離 4cm	聲源距離 5cm	聲源距離 6cm

2. 分析

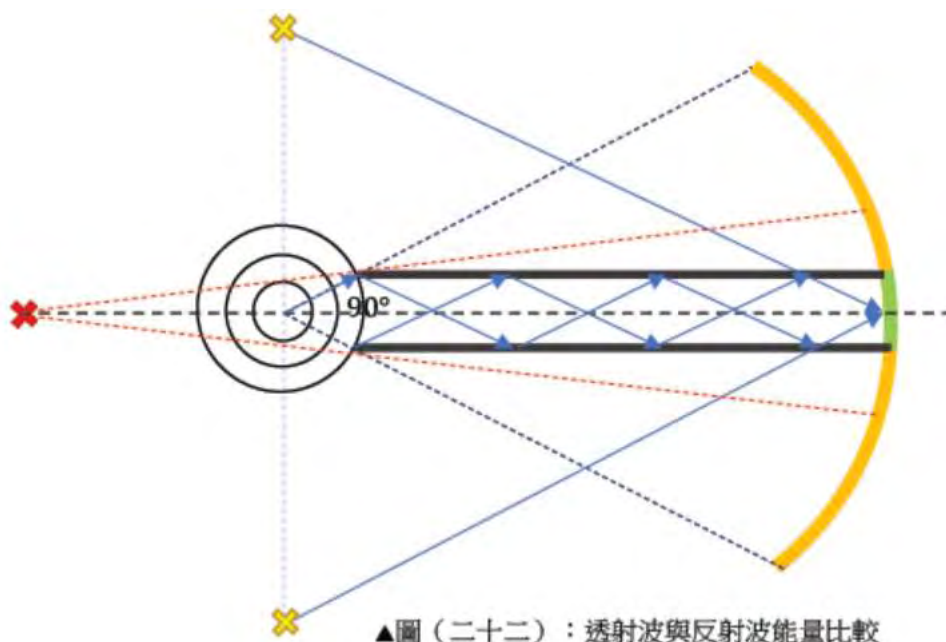
- (1) 間距愈小透射波強度也愈小，在間距 1cm 時已無法觀測到明顯波形，因此捨去不用
- (2) 壓克力板間距愈大、聲源距離愈小時，進入板間的波前愈接近弧形；反之則愈接近平行
- (3) 進入板間的波愈接近弧形時，其波動也愈不穩定

陸、 討論與誤差分析

一、 公式推導

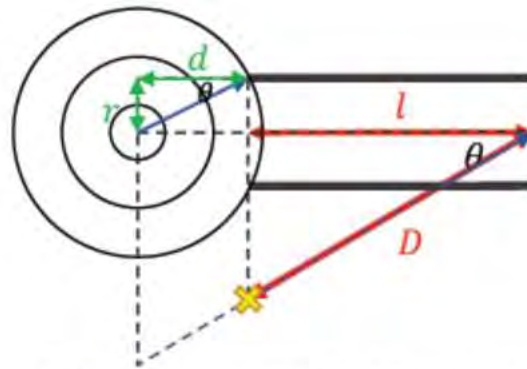
(一) 球面波共振頻率公式

聲源產生的聲波為球面波，球面波進入管口時，其靠近管壁處會有垂直於管壁的移動方向，因此波撞擊到管壁後會反射；在另一管口，此處的波可視為多個波疊加後的結果，一為平行管口前進的透射波，另有多個經由管壁多次反射的反射波。



圖（二十二）中，綠色區塊部分為透射波包含的能量，黃色區塊為反射波包含的能量。由波源與管口距離可以推斷出在管內透射波能量與反射波能量的比例，當波源

離管口很近時，可以明顯看出反射波的能量大於透射波的能量，此時反射波造成的影響會大於透射波造成的影響。反之如果離管口愈遠，反射波影響就相對減少。



▲圖（二十三）：球面波在管中反射路徑示意圖

管子的駐波必定存在於管內，其腹點位置必位於管口附近，而非位於使其共振的聲源處。在計算開管駐波的波長時，應視其波長為反射波在管中所走路徑長的兩倍，此路徑長等同於末端管口圓心處及反射波前進方向延長線與管口所在平面的交點處（圖（二十三）中黃色叉叉處）之間的距離 D

圖（二十三）中， l 為管子原長， D 為反射波所走之路徑長， r 為管口半徑， d 為實際波源與管口圓心間距離

可推得球面波波長公式：

$$\frac{1}{2}\lambda_{\text{球面波理論值}} = \frac{l}{\cos \theta}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{球面波理論值}} = \frac{2l}{\cos \theta} \quad (\text{式 1})$$

$$\because 0 \leq |\cos \theta| \leq 1 :$$

$$\therefore \lambda_{\text{球面波理論值}} = \frac{2l}{\cos \theta} \geq 2l = \lambda_{\text{平行波理論值}} \quad (\text{式 2})$$

其中， $\lambda_{\text{球面波理論值}}$ 為受到球面波影響之推導結果， $\lambda_{\text{平行波理論值}}$ 為理想平行波情況下之理論計算結果。當 θ 趨近於 0， $\cos \theta$ 趨近於 1 時，等式成立。

又由圖（二十三）知

$$\tan \theta = \frac{r}{d}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} \quad (\text{式 3})$$

將 (式 3) 代入 (式 1) 可得

$$\lambda_{\text{球面波理論值}} = 2l \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2} \quad (\text{式 4})$$

已知聲波速度公式為

$$v = 331 + 0.6T = f\lambda \quad (\text{式 5})$$

將 (式 4) 帶入得

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{2l \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 6})$$

又由開管駐波 (平行波) 公式可知

$$f_{\text{平行波理論值}} = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{331 + 0.6T}{2l} \quad (\text{式 7})$$

其中， $\lambda_0 = 2l$ 為平行波之波長

則 (式 6) 亦可表示為

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{\lambda_0 \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 8})$$

(二) 管口修正

根據文獻，空氣管開口端邊緣並非零聲壓，故聲波在開口端的反射位置不會恰好在管子的邊緣，而是由管邊緣向外延伸一小段距離的位置。因此，長度固定

之圓柱形管，其共振頻率會與管口口徑相關，而以開管駐波而言，其管口修正經驗式為

$$f = \frac{nv}{2(l + 0.8D)} \quad (\text{式 9})$$

其中， l 為原始管長， D 為管口口徑， v 為當時聲速， n 為一正整數，代表此頻率為第 n 諧音（基頻時 $n=1$ ）

由此公式可知，經由管口修正後的平行波波長為

$$\lambda' = 2l + 1.6D = \lambda_0 + 3.2r \quad (\text{式 10})$$

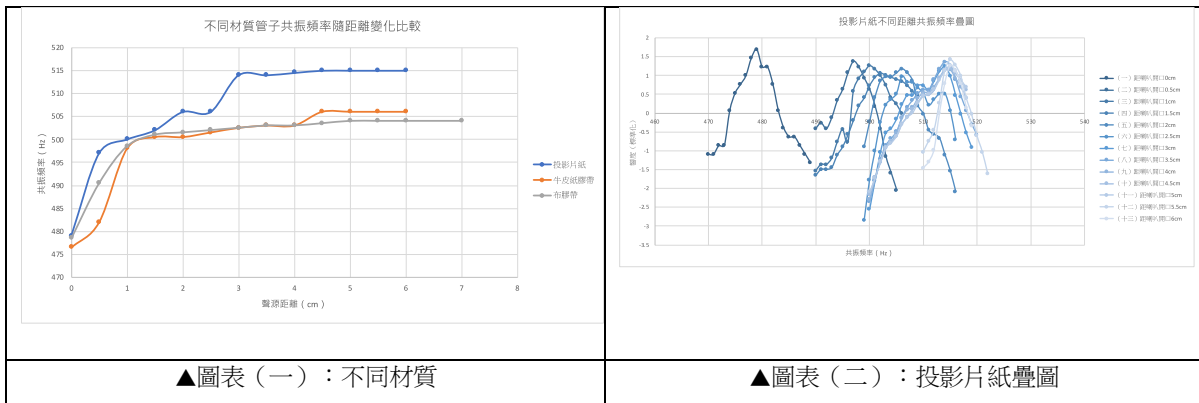
將（式 11）帶入（式 7）及（式 8）中可得經管口修正後平行波及球面波公式

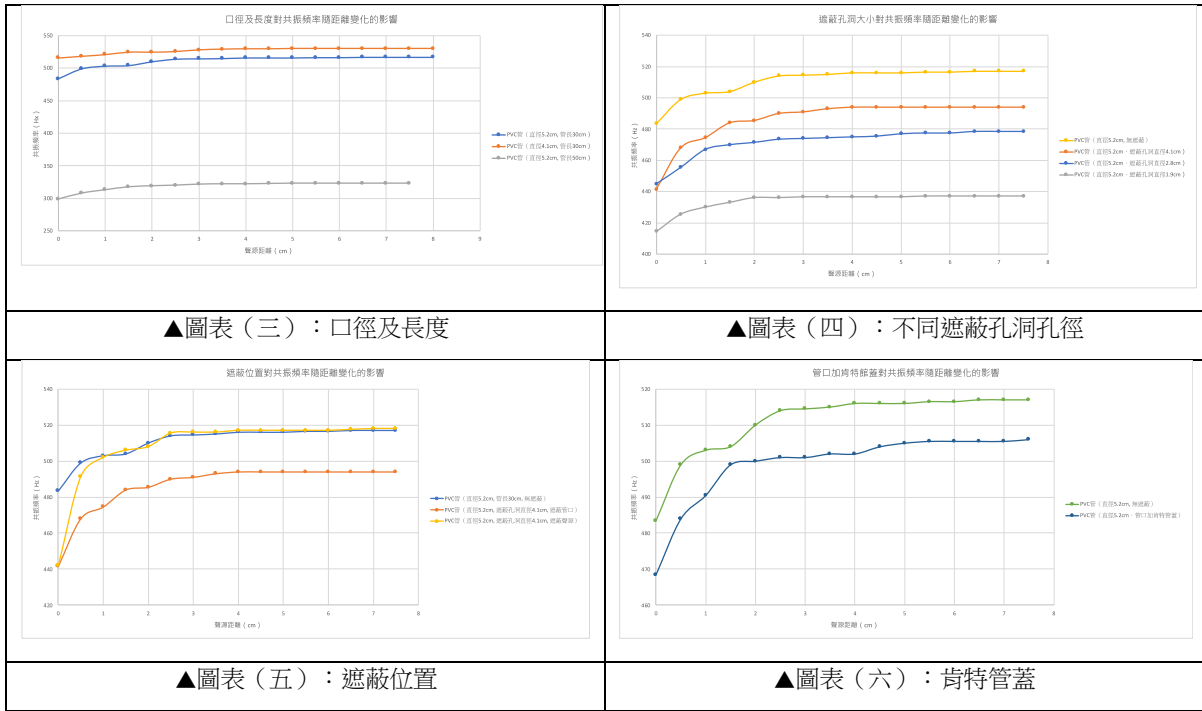
$$f_{\text{平行波理論值}} = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{331 + 0.6T}{2l + 3.2r} \quad (\text{式 11})$$

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{(\lambda_0 + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 12})$$

二、實驗結果討論

由實驗一及實驗二的結果可整理得：



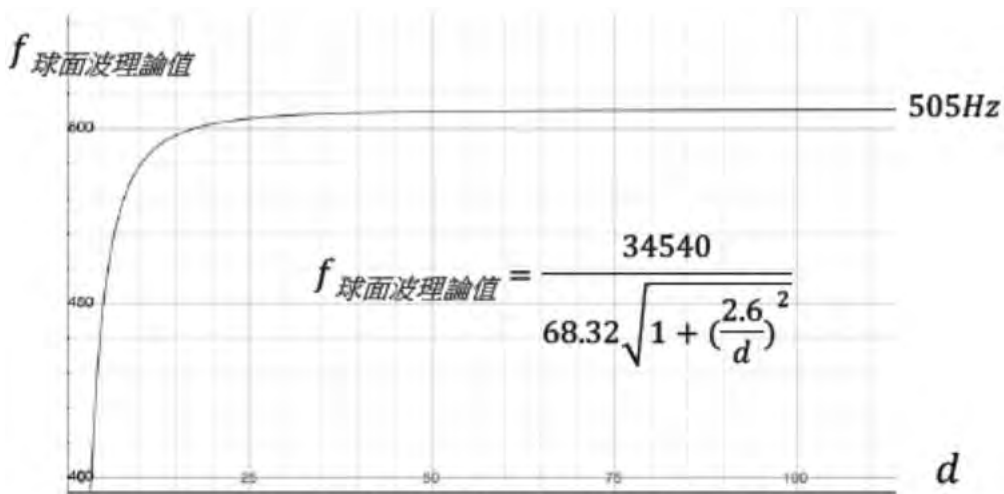


(一) 管徑固定時，聲源與管口間距離愈遠，其共振頻率愈大，最後趨於穩定值

1. 證明 (一)：

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r) \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 } 12)$$

令 (式 12) 中 $T = 24^\circ\text{C}$, $l = 30\text{cm}$, $r = 2.6\text{cm}$ ，可作圖得頻率與聲源距離間關係



▲圖 (二十四)：球面波理論值函數作圖分析

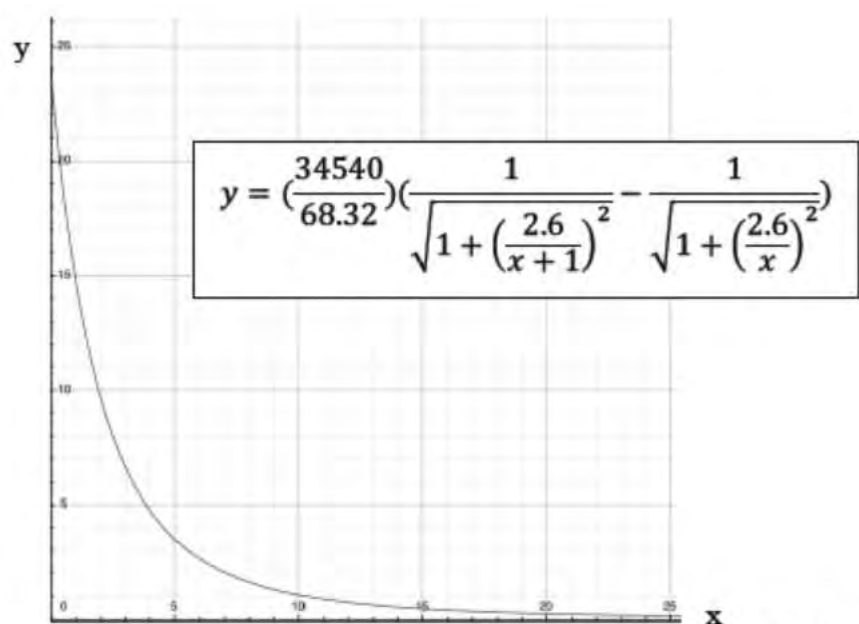
可發現此函數圖形趨勢與實驗結果完全相符，且穩定後頻率亦相差不遠

2. 證明（二）：

又可知共振頻率隨聲源距離變化可寫成（式 13）

$$\Delta f = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + (\frac{r}{d + \Delta d})^2}} - \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + (\frac{r}{d})^2}} \quad (\text{式 13})$$

探討聲源與管口間距離 d 與共振頻率變化 Δf 之關係時，將管子半徑 r 視為定值，可作圖得



▲圖（二十五）：聲源與管間距離與共振頻率變化之關係函數作圖分析

其中， x 軸為聲源與管口間距離 d ， y 軸為頻率變化 Δf ，取管子半徑 $r = 2.6\text{cm}$ 、 $\Delta d = 1\text{cm}$ ，管子原長 $2l = 60\text{cm}$ ，聲速 v 則以溫度 24°C 時聲速 34540cm/s 計算

由圖知，隨聲源與管口間距離 d 增加，頻率變化 Δf 漸下降，最終趨近於零。可推知共振頻率隨聲源距離變化的圖形為凹向下之曲線，起初上升快速，最後趨於一水平線，與圖（二十四）同。實驗結果圖形走向完全符合此推論。

（二） 無遮蔽時，在距離相同處，管子口徑愈大，共振頻率愈低

經管口修正之球面波共振頻率公式

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 12})$$

探討管子口徑對聲音共振頻率的影響時， T 、 l 、 d 均為定值，而當半徑 r 愈大，所得之 $f_{\text{球面波理論值}}$ 愈小。此推導與圖表（三）結果相符。

由水波槽實驗亦可發現，當壓克力板間距愈大時，進入板間的波形愈接近球面波，從圖（二十三）可知，愈接近球面波者其 θ 角愈大、 $\cos \theta$ 值愈小

$$\text{再由（式 1）：} \lambda_{\text{球面波理論值}} = \frac{2l}{\cos \theta}$$

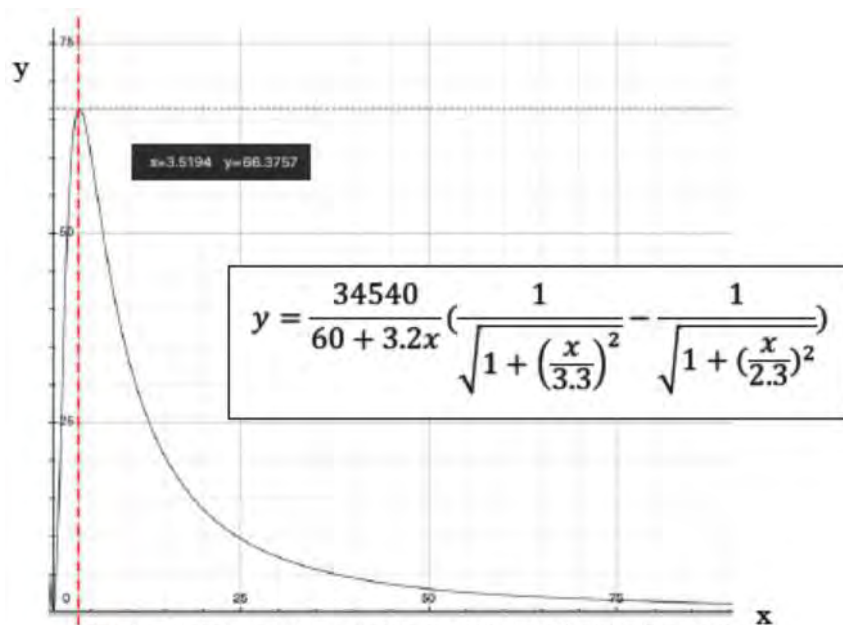
可知在距離相同時，口徑大者波長較長，共振頻率較低，與上述推論一致

（三）無遮蔽時，管子口徑愈大，共振頻率隨聲源距離的變化幅度愈大

共振頻率隨聲源距離變化之公式為

$$\Delta f = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d + \Delta d}\right)^2}} - \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 13})$$

探討管子半徑 r 與共振頻率變化 Δf 之關係時，將波源距離 d 視為定值，可作圖得



▲圖（二十六）：管半徑與共振頻率變化關係函數作圖分析

其中， x 軸為管子半徑 r ， y 軸為頻率變化 Δf ，而原式中 d 及 Δd 取管口與喇叭開口距離為 0 時之 $d = 2.3\text{cm}$ （喇叭原深 2.3cm）， $\Delta d = 1\text{cm}$ ，管子原長 $2l = 60\text{cm}$ ，聲速 v 則以溫度 24°C 時聲速 34540cm/s 計算

由圖可知，在聲源與管口間距離從 0cm 增加至 1cm 時， Δf 的最大值發生在管子半徑 $r = 3.5194\text{cm}$ 處，而在此數值之前函數呈遞增、之後函數呈遞減。若改變管口與喇叭間距離 d 之取值，則隨 d 值變大，最大峰值處亦會向右移變大。因此此處以最小距離之 d 作為實驗結果之推論標準可適用所有實驗數據。

根據實驗二結果，測得的共振頻率僅會隨口徑變大而上升，如圖表（三）的圖形走向。我們實驗比較的 PVC 管最大半徑僅 2.6cm，小於函數凹向性變化點之 3.5194cm，因此數據點只存在圖形峰值之左側遞增區段，由此可知實驗結果仍符合（式 13）之推論

（四） 材質對共振頻率會造成影響

由圖表（一）可發現，不同材質管子的共振頻率會有差異。其原因可能為：材質本身軟硬度、管壁與聲波的接觸面性質、波前撞擊管壁後是否產生完全彈性碰撞、管口形狀是否為正圓形……等。實驗一中，牛皮紙膠帶及布膠帶均是以 A3 白紙作為本體再於外層包覆膠帶，而實驗結果發現兩者之共振頻率變化相近，推測管內壁性質造成的影響較大。

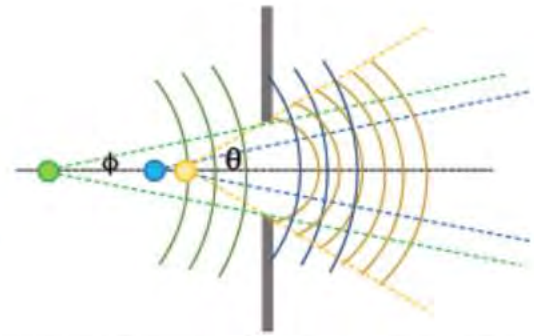
目前，為避免材質造成共振頻率的影響，在實驗二中我們均以相同材質（PVC 管）進行實驗。未來將定性探討材質對共振頻率造成的影響。

（五） 無遮蔽的管子共振頻率隨口徑增加而降低，有遮蔽者之共振頻率卻隨著遮蔽孔徑增加而上升，兩者呈相反變化趨勢

有加遮蔽者，當遮蔽板上孔洞口徑增加時，相同距離下之共振頻率上升，共振頻率隨聲源距離增加而上升的變化幅度變小；未加遮蔽者，當管口口徑上升時，相同距離下之共振頻率下降，共振頻率隨聲源距離增加而上升的變化幅度變大。兩者管口口徑相當時比較，有加遮蔽者共振頻率變化幅度較大。



▲圖(二十七):
口徑(狹縫)大小對管口波形影響示意圖



▲圖(二十八): 繞射假想波源示意圖

其原因為：

對於管口有加上擋板者而言，當波前通過狹縫後會產生繞射現象，使得進入管內的波形會接近球面波。由圖(二十八)當狹縫口徑愈小時，產生的繞射現象會愈明顯，造成假想波源會愈靠近狹縫，透過球面波公式可知當 d 變小時共振頻率會愈低；反之，當口徑愈大時，繞射程度變小，共振頻率會愈高。

相較之下，對於管口無加上擋板者，進入管內的波不會產生繞射，其波形僅由進入管口的波前決定。由圖(二十七)可明顯看出當口徑愈大時，進入管內的波前愈接近球面，透過球面波公式可知當 r 變大時共振頻率會愈低。與有遮蔽情況相反。

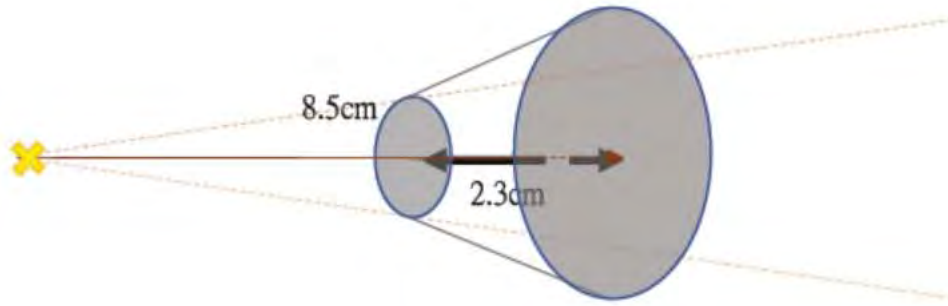
(六) 遮蔽位置愈接近管口，共振頻率隨聲源距離的變化幅度較小，達成平衡時頻率較低；愈靠近聲源時則相反

遮蔽位置愈接近聲源時，相對於位於同一距離的管口而言，其接收到的波前愈接近弧面波，因此其 θ 較大，根據球面波計算出的共振頻也較低，與實驗相符。但由於此處管口沒有狹縫，因此已無繞射現象，使得其共振頻隨聲源距離變化幅度減小。

二、 數據分析

(一) 球面波共振頻率公式驗證(含管口修正影響)

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r) \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 } 12)$$



▲圖(二十九)：喇叭深度及點波源位置示意圖

1. 將 $r = 0.026m, l = 0.6m, T = 24^{\circ}C, d = 0.023m$ (可量測喇叭深度) 代入 (式 12)

距離 (cm)	PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 30cm)			PVC 管 (直徑 4.1cm 管長 30cm)			PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 50cm)		
	頻率 (Hz)	球面波 公式之 f (Hz)	誤差 (%)	頻率 (Hz)	球面波 公式之 f (Hz)	誤差 分析 (%)	頻率 (Hz)	球面波 公式之 f (Hz)	誤差 (%)
0	483.5	334.97	44%	516.0	387.39	33%	299.0	211.27	42%
0.5	499.0	370.47	35%	518.5	418.71	24%	308.0	233.67	32%
1.0	503.0	397.11	27%	521.0	440.80	18%	313.0	250.47	25%
1.5	504.0	417.24	21%	524.5	456.71	15%	317.5	263.17	21%
2.0	510.0	432.63	18%	524.5	468.42	12%	319.0	272.87	17%
2.5	514.0	444.54	16%	525.5	477.23	10%	320.0	280.38	14%
3.0	514.5	453.89	13%	528.0	483.99	9%	321.5	286.28	12%
3.5	515.0	461.33	12%	529.0	489.27	8%	322.0	290.97	11%
4.0	516.0	467.33	10%	529.5	493.46	7%	322.0	294.76	9%
4.5	516.0	472.22	9%	529.5	496.84	7%	322.5	297.84	8%
5.0	516.0	476.26	8%	530.0	499.60	6%	323.0	300.39	8%
5.5	516.5	479.62	8%	530.0	501.89	6%	323.0	302.51	7%
6.0	516.5	482.45	7%	530.0	503.79	5%	323.0	304.29	6%
6.5	517.0	484.84	7%	530.0	505.40	5%	323.0	305.80	6%
7.0	517.0	486.89	6%	530.0	506.76	5%	323.0	307.09	5%
7.5	517.0	488.66	6%	530.0	507.94	4%	323.0	308.21	5%
8.0	517.0	490.19	5%	530.0	508.95	4%	----	----	----

註：此處之 d 有加上可量測之喇叭深度 2.3cm

(1) 由表 1. 可發現，隨著管口與波源間距離愈遠，誤差值愈小。其原因為：喇叭產生之球面波的點波源位置位於喇叭內部而非表面，因此無法直接測量其位置，使得此處計算式中之 d 值會較實際值小，造成誤差；而當管口與波源間距離愈大時，點波源位置造成之誤差影響減小，因此可得到較準確之計算結果。

(2) 為避免(1)所述之誤差，可先利用球面波共振頻率公式，計算出喇叭產生之球面波的實際點波源位置，再將此值代入公式中做修正

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 } 12)$$

此處將 PVC 管（直徑 5.2cm 管長 30cm）管口與聲源間距 0cm 時共振頻率 $f = 483.5\text{Hz}$ 代入（式 12）中做計算，可得實際點波源位置與管口相距 8.5cm

2. 將 $r = 0.026\text{m}$, $l = 0.6\text{m}$, $T = 24^\circ\text{C}$, $d = 0.085\text{m}$ （公式計算出之波源實際位置）代入（式 12）

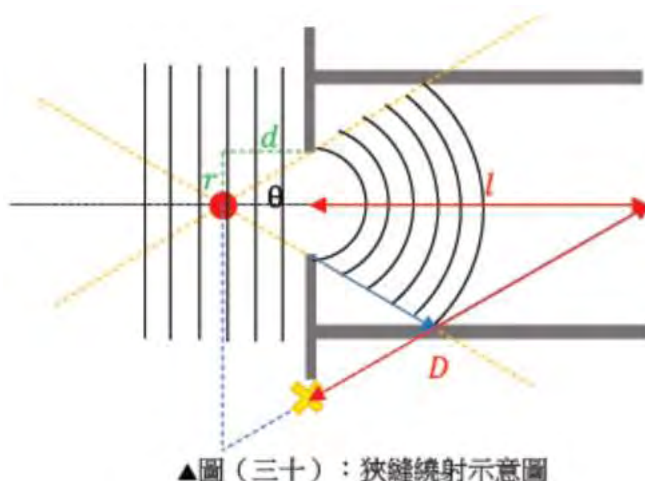
聲源距離 (cm)	PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 30cm)			PVC 管 (直徑 4.1cm 管長 30cm)			PVC 管 (直徑 5.2cm 管長 50cm)		
	實驗頻率 (Hz)	球面波公式頻率 (Hz)	誤差 (%)	實驗頻率 (Hz)	球面波公式頻率 (Hz)	誤差 (%)	實驗頻率 (Hz)	球面波公式頻率 (Hz)	誤差 (%)
0	483.5	483.45	0%	516.0	504.47	2%	299.0	304.92	-2%
0.5	499.0	485.70	3%	518.5	505.97	2%	308.0	306.34	1%
1.0	503.0	487.63	3%	521.0	507.25	3%	313.0	307.56	2%
1.5	504.0	489.29	3%	524.5	508.36	3%	317.5	308.61	3%
2.0	510.0	490.74	4%	524.5	509.31	3%	319.0	309.52	3%
2.5	514.0	492.01	4%	525.5	510.15	3%	320.0	310.32	3%
3.0	514.5	493.12	4%	528.0	510.88	3%	321.5	311.02	3%
3.5	515.0	494.10	4%	529.0	511.52	3%	322.0	311.64	3%
4.0	516.0	494.97	4%	529.5	512.09	3%	322.0	312.19	3%
4.5	516.0	495.74	4%	529.5	512.60	3%	322.5	312.68	3%
5.0	516.0	496.44	4%	530.0	513.05	3%	323.0	313.12	3%
5.5	516.5	497.06	4%	530.0	513.45	3%	323.0	313.51	3%
6.0	516.5	497.63	4%	530.0	513.82	3%	323.0	313.86	3%
6.5	517.0	498.13	4%	530.0	514.15	3%	323.0	314.19	3%
7.0	517.0	498.60	4%	530.0	514.45	3%	323.0	314.48	3%
7.5	517.0	499.02	4%	530.0	514.72	3%	323.0	314.74	3%
8.0	517.0	499.40	4%	530.0	514.97	3%	----	----	----

註：此處之 d 有加上根據公式計算出之喇叭球面波點波源位置 8.5cm

(1) 經由公式計算出之點波源位置修正後，可發現誤差值明顯降低且均不大於 4%。此結果同時驗證了球面波公式的正確性。

(二) 由球面波共振頻率公式及狹縫實驗結果推得繞射波之假想波源位置

波前經狹縫後會產生繞射現象，由於無法掌握其繞射程度，以致無法輕易推得其假想波源位置。若藉由實驗結果及球面波共振頻率公式，則可回推其位置。



由(式6)，因目前無管口加上狹縫之管口修正式，故暫時不計管口修正之影響

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{2l\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式6})$$

可得

$$d = \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{331 + 0.6T}{2lf_{\text{球面波理論值}}}\right)^2 - 1}} \quad (\text{式14})$$

其中， $f_{\text{球面波理論值}}$ 取實驗值運算， r 為狹縫半徑， T 為當時氣溫， l 為管子原長

聲源 距離 (cm)	PVC 管 (直徑 5.2cm, 遮蔽孔洞直 徑 4.1cm)		PVC 管 (直徑 5.2cm, 遮蔽孔洞直 徑 2.8cm)		PVC 管 (直徑 5.2cm, 遮蔽孔洞直 徑 1.9cm)	
	實驗測得 頻率 (Hz)	波源位置 距管口 (cm)	實驗測得 頻率 (Hz)	波源位置 距管口 (cm)	實驗測得 頻率 (Hz)	波源位置 距管口 (cm)
0	441.5	4.90	445.0	3.41	414.5	1.97
0.5	468.0	5.72	455.5	3.62	425.5	2.09
1.0	474.5	5.97	467.0	3.88	430.0	2.13
1.5	484.0	6.37	470.0	3.96	433.0	2.17
2.0	485.5	6.44	471.5	4.00	436.0	2.20
2.5	490.0	6.65	473.5	4.05	436.0	2.20
3.0	491.0	6.70	474.0	4.06	436.5	2.21
3.5	493.0	6.80	474.5	4.08	436.5	2.21
4.0	494.0	6.85	475.0	4.09	436.5	2.21
4.5	494.0	6.85	475.5	4.10	436.5	2.21
5.0	494.0	6.85	477.0	4.14	436.5	2.21
5.5	494.0	6.85	477.5	4.16	437.0	2.22
6.0	494.0	6.85	477.5	4.16	437.0	2.22
6.5	494.0	6.85	478.5	4.19	437.0	2.22
7.0	494.0	6.85	478.5	4.19	437.0	2.22
7.5	494.0	6.85	478.5	4.19	437.0	2.22

註：均使用 PVC 管（直徑 5.2cm, 管長 30cm）

1. 可發現同一距離之下，遮蔽孔徑愈小，計算出之繞射波源位置愈接近管口。由繞射原理可知，當狹縫愈小時，繞射程度愈明顯，則其繞射波原位置會較接近管口。公式計算之結果與理論相符。
2. 隨波源距離漸增，計算出之繞射波源位置會逐漸趨近一定值，但非無窮大。因為不論實際波源距離多大，波傳遞到狹縫時必定會產生繞射現象，因此管內不會出現平行波（繞射波源無窮大）的現象。
3. 由水波槽實驗中亦可觀察到此現象，可知此推論正確。

柒、 結論

一、 經管口修正後，球面波的開管共振頻率公式為

$$f_{\text{球面波理論值}} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r) \sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}}$$

與管長、管半徑、聲速及管口與聲源間距離相關

當 $d \gg r$ 時， $f_{\text{球面波理論值}}$ 可近似於 $f_{\text{平行波理論值}}$

二、 利用球面波共振頻率公式可求得繞射波之假想波源位置

$$d = \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{331 + 0.6T}{2lf_{\text{球面波理論值}}}\right)^2 - 1}}$$

但此式尚需加上管口修正之影響（目前尚未有此經驗式）

三、 共振頻率隨聲源距離變化之公式為

$$\Delta f = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d + \Delta d}\right)^2}} - \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}}$$

其圖形在最大峰值前後之變化趨勢相反（圖二十四）

四、 進入管子之波形愈接近球面波，產生之共振頻率會愈低，因此無遮蔽的管口頻率變化趨勢隨口徑增加而降低，有遮蔽者隨著遮蔽孔徑增加而共振頻率上升，兩者呈相反變化趨勢

五、 材質會對共振頻率造成影響

六、 當管子產生共振時，其駐波僅存在於管內，其腹點位置也應該為管口處，此時不能將聲波產生處（喇叭或音叉）視為腹點。

已知音叉產生之波動為平行波，因此在一定距離內（因音叉形狀可能影響其產生之平行波波形的邊界，而距離愈遠時，此邊界的影響可能愈大），音叉擺放位置應不會對實驗結果造成誤差。

捌、 參考資料及其他

1. Pipes and Harmonics. From <https://newt.phys.unsw.edu.au/jw/pipes.html>
2. 繆天瑞 • 管口校正 • 人民音樂 • 取自
<http://www.rycmd.com/module/word/findLinkWord.do?linkId=Aac6b575b-73cd-43b3-a7fa-395f9e5583af>
3. 高中選修物理（上）聲波

玖、 未來展望

- 一、 研究不同材質管子對於共振頻率的影響
- 二、 克服器材限制，使用大口徑管子進行實驗以驗證（式 13）正確性

$$\Delta f = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d + \Delta d}\right)^2}} - \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}} \quad (\text{式 13})$$

- 三、 由水波槽實驗發現，通過狹縫後，波的繞射愈明顯（愈接近球面波）時，其波長會愈大，未來將探究水波波長變化的原因
- 四、 管口口徑與管內口徑不同的管子，目前尚未有其管口修正經驗式，未來將嘗試求得此式以使繞射波之假想波源得以準確求得

【評語】 051806

本作品探討共鳴管實驗中，共振頻率偏離管子共振頻率的原因，包括聲源與管口的距離、管長、寬度等變因的探討。實驗發現主因為聲源為點波源，產生非平面波之故，並以水波模擬圓形波與共鳴管平面波相接的情形並與定量的解釋，理論與實驗符合良好。本實驗探討的題材相當新穎，並且解決共振頻率偏離管子共振頻率的問題，然在共振的觀念仍可再精進：共振結構當由外部激發時，有一定的寬度，由所謂的品質因子 Q (quality factor) 決定，所以外部頻率並不會一定要精確與共振頻率一至，而是系統反應（如震幅或如本實驗可以量測之穿透率）會隨頻率共振式的變化，如果能由以上觀點分析將使本作品更加出色。

摘要

於共鳴管實驗中，發現管口與聲源間距離會影響管子的共振頻率，距離愈遠、共振頻率愈高，最後趨於一穩定值。本研究探討此現象及相關變因，提出球面波的共振頻率公式、及球面波共振頻率隨管口與聲源間距離改變的變化量公式，並證明球面波的共振頻率、及共振頻率隨管口與聲源間距離改變而變化的幅度，與管長、管徑及管口與聲源間距離相關。同時，對於狹縫繞射實驗，透過本研究推導之球面波共振頻率公式，可利用實驗測得之共振頻率求得繞射波的假想波源位置。而管子共振時，駐波僅存在於管內，其腹點位置必位於管口附近（受管口修正影響）而非聲源處。因此，進行共鳴管實驗時，不可將音叉擺放位置視為波腹位置。

研究動機

在學校進行共鳴管實驗時，老師建議可以將音叉改為使用手機軟體產生聲頻，以避免音叉音量減弱造成觀測上的誤差及不便。然而實驗結束後，我們發現使用手機進行實驗的組別中，每個人實驗出來的數據有很大的誤差，而相比之下使用音叉的組別卻沒有這個問題。經過討論後，發現是每個人放置手機的位置不同，因而導致實驗結果的差異。我們不禁好奇，為什麼使用音叉就比較不會有這個問題呢？究竟是什麼原因造成這個現象的產生呢？聲源與管口間距離對共振頻率的影響又與什麼因素有關呢？

研究目的

- 一、探討管口與聲源間距離對管子共振頻率之影響
- 二、探討管子材質、口徑、長度對共振頻率及其隨距離變化幅度之關係
- 三、探討管口放置開孔洞之擋板對共振頻率及其隨距離變化幅度之影響
- 四、探討球面波於進入管子後波形的變化

研究方法與過程

發現波源與管口間距離會影響共振頻率

利用肯特管研究不同變因下波源與管口間距離對共振頻率的影響

利用水波槽觀察不同變因下波源與管口間距離對水波波形的影響

不同材質 不同口徑 不同長度

加上有孔洞遮蔽板

管口加上肯特管蓋

無狹縫

有狹縫

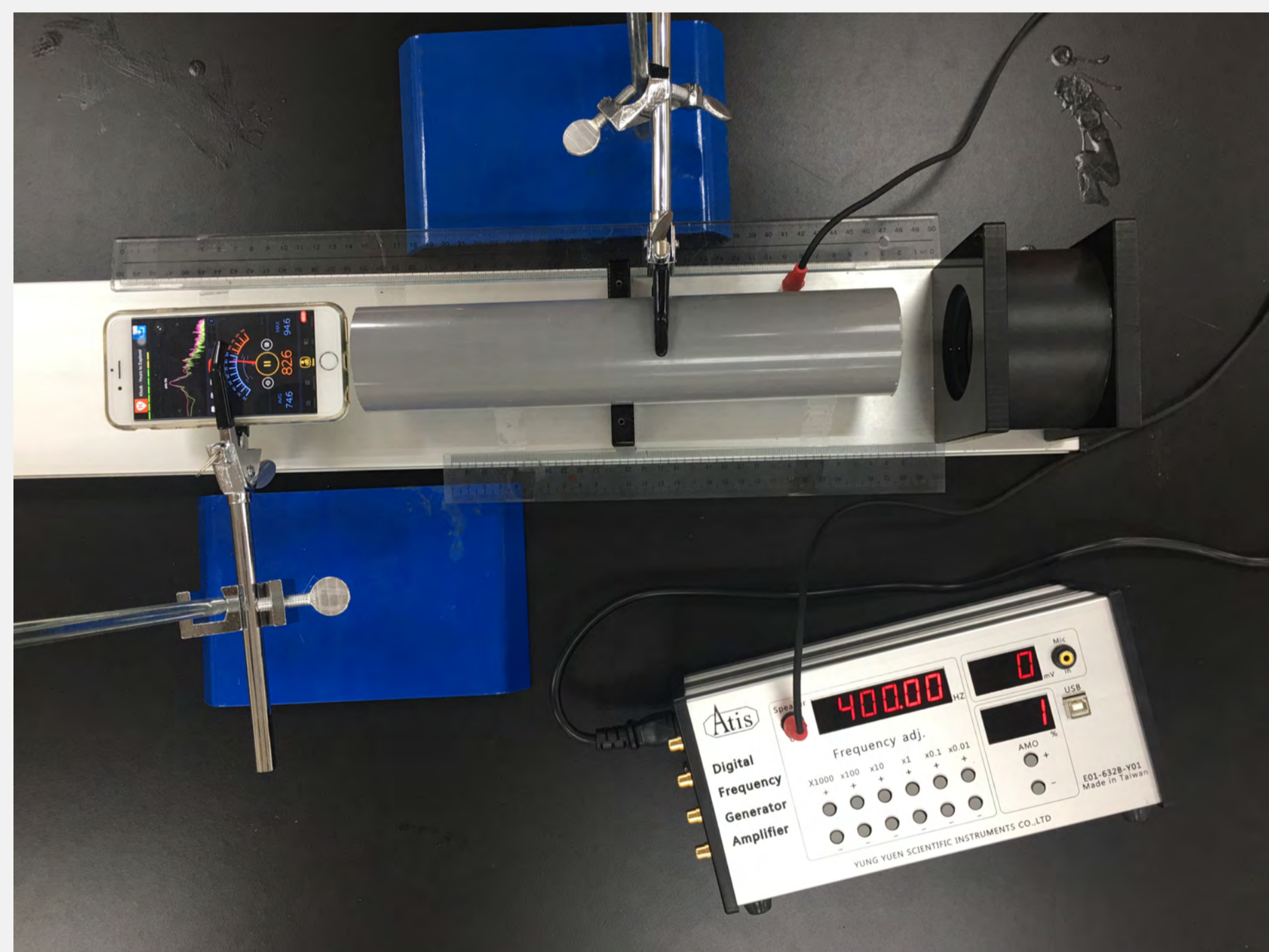
遮蔽管口

遮蔽波源

壓克力板間距離改變

狹縫間距改變

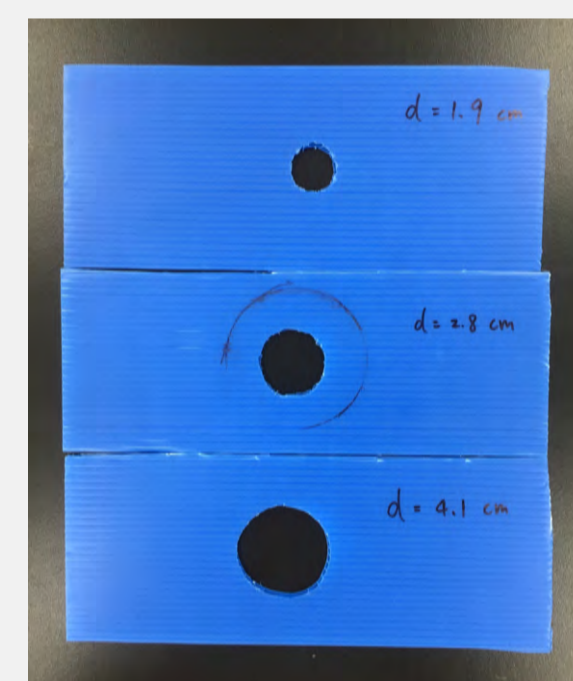
設備與器材



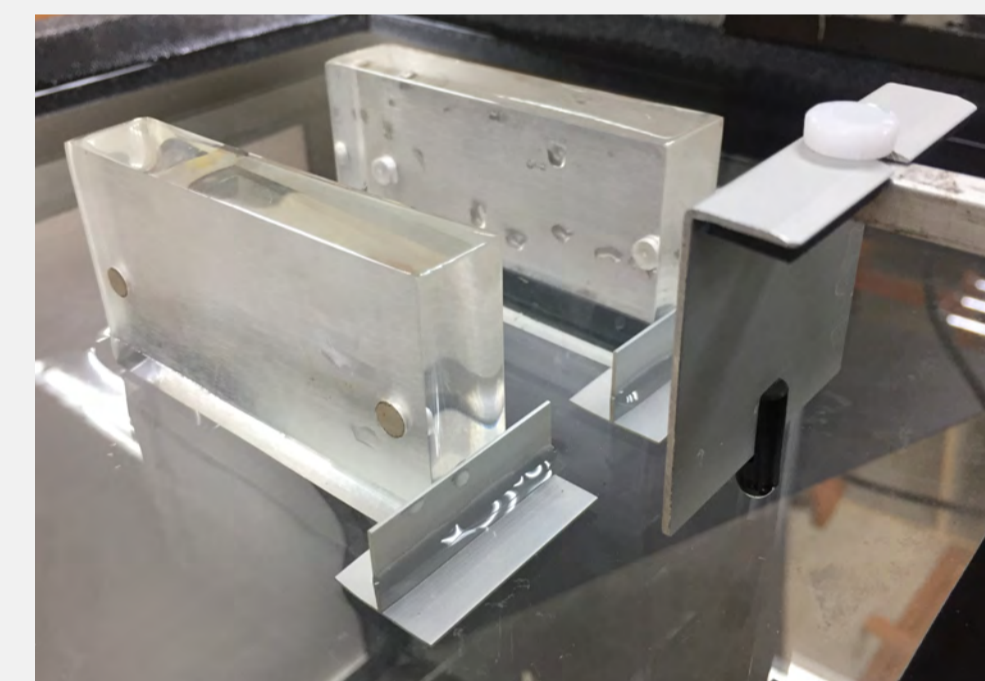
共振頻率實驗架設置示意圖



不同材質管子



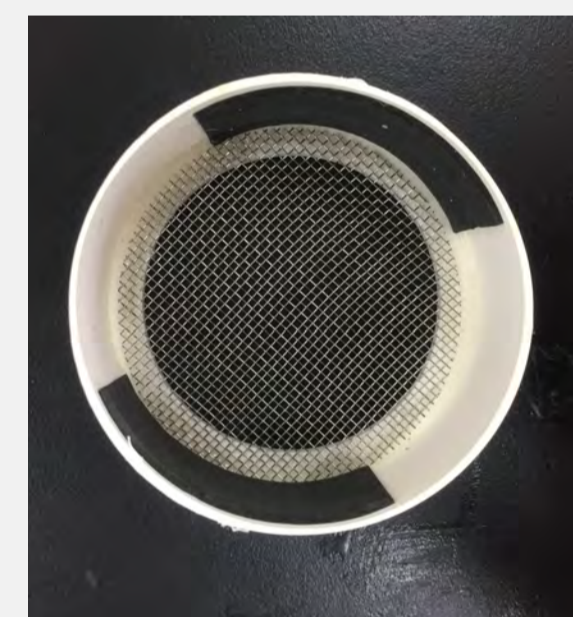
不同口徑孔洞遮蔽板



水波槽實驗架設置示意圖



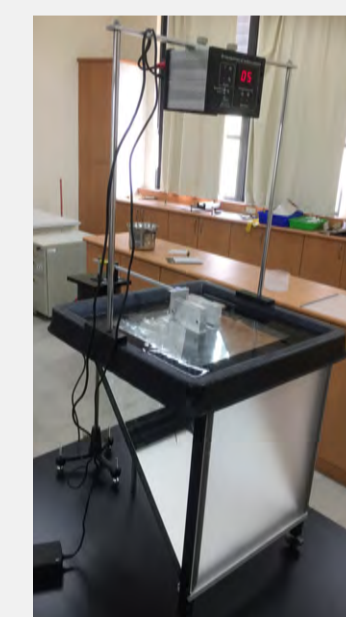
不同尺寸PVC管



肯特管蓋



Decibel X



水波槽

公式推導

球面波共振頻率公式

$$\text{球面波波長} \quad \frac{1}{2}\lambda_{\text{球面波理論值}} = \frac{l}{\cos\theta}$$

$$\text{由圖(二)可知} \quad \cos\theta = \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} \quad \text{因此} \quad \lambda_{\text{球面波理論值}} = 2l\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}$$

$$\text{可得球面波共振頻率公式} \quad f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{2l\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}}$$

$$\text{又經管口修正經驗式} \quad f = \frac{nv}{2(l + 0.8D)} \quad , D=2r$$

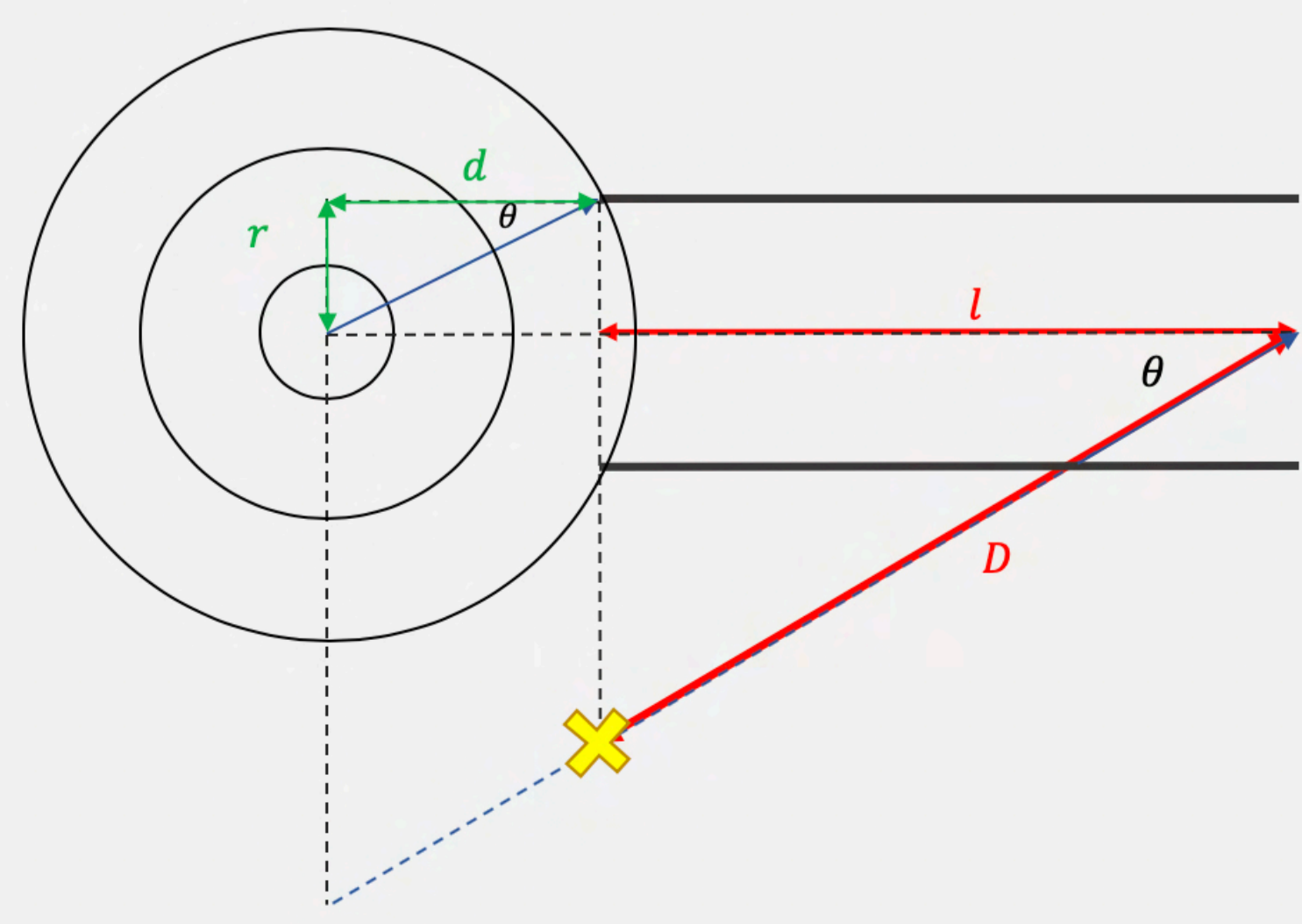
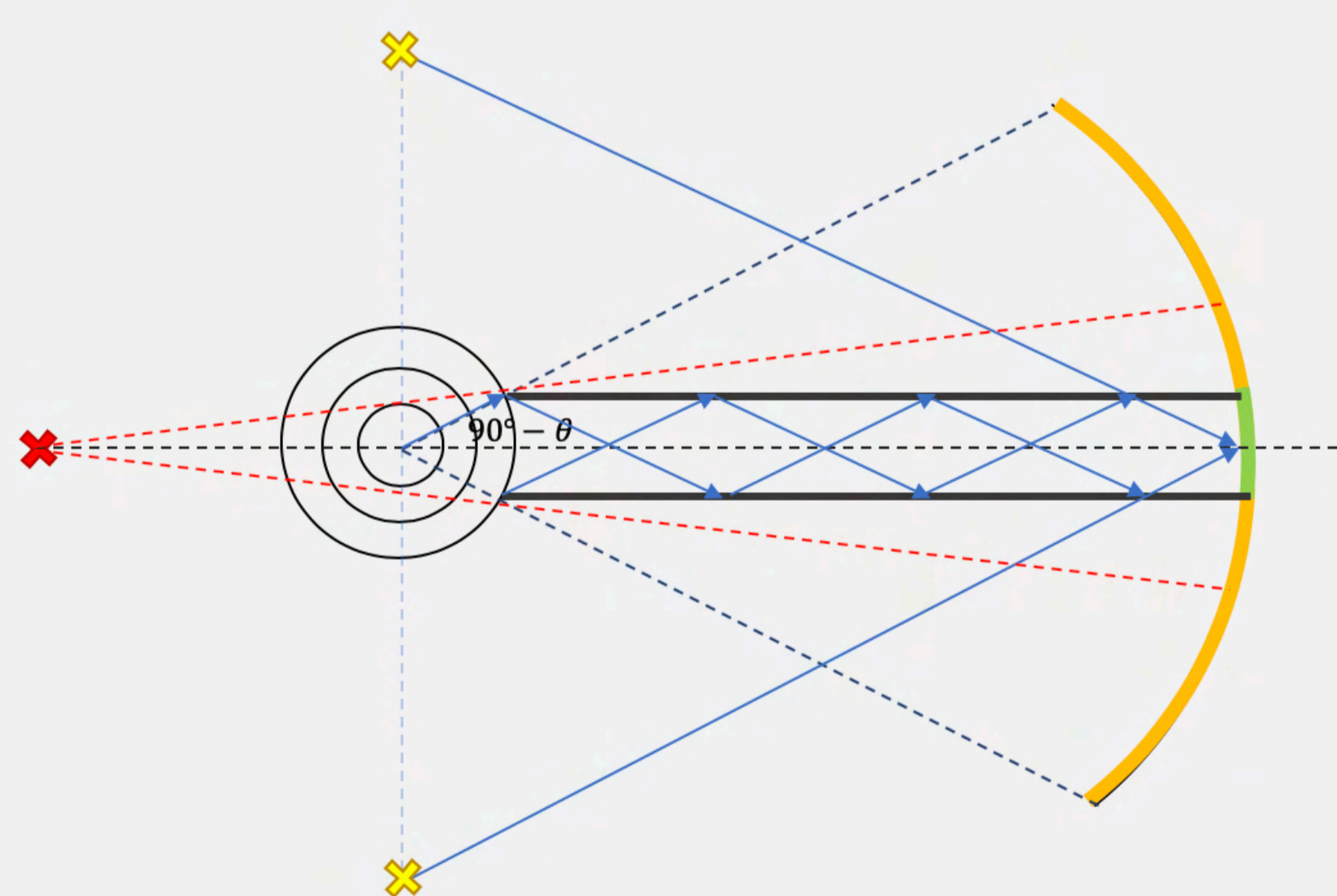
$$\text{修正後之球面波共振頻率公式} \quad f_{\text{球面波理論值}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}}$$

球面波共振頻率隨距離變化幅度

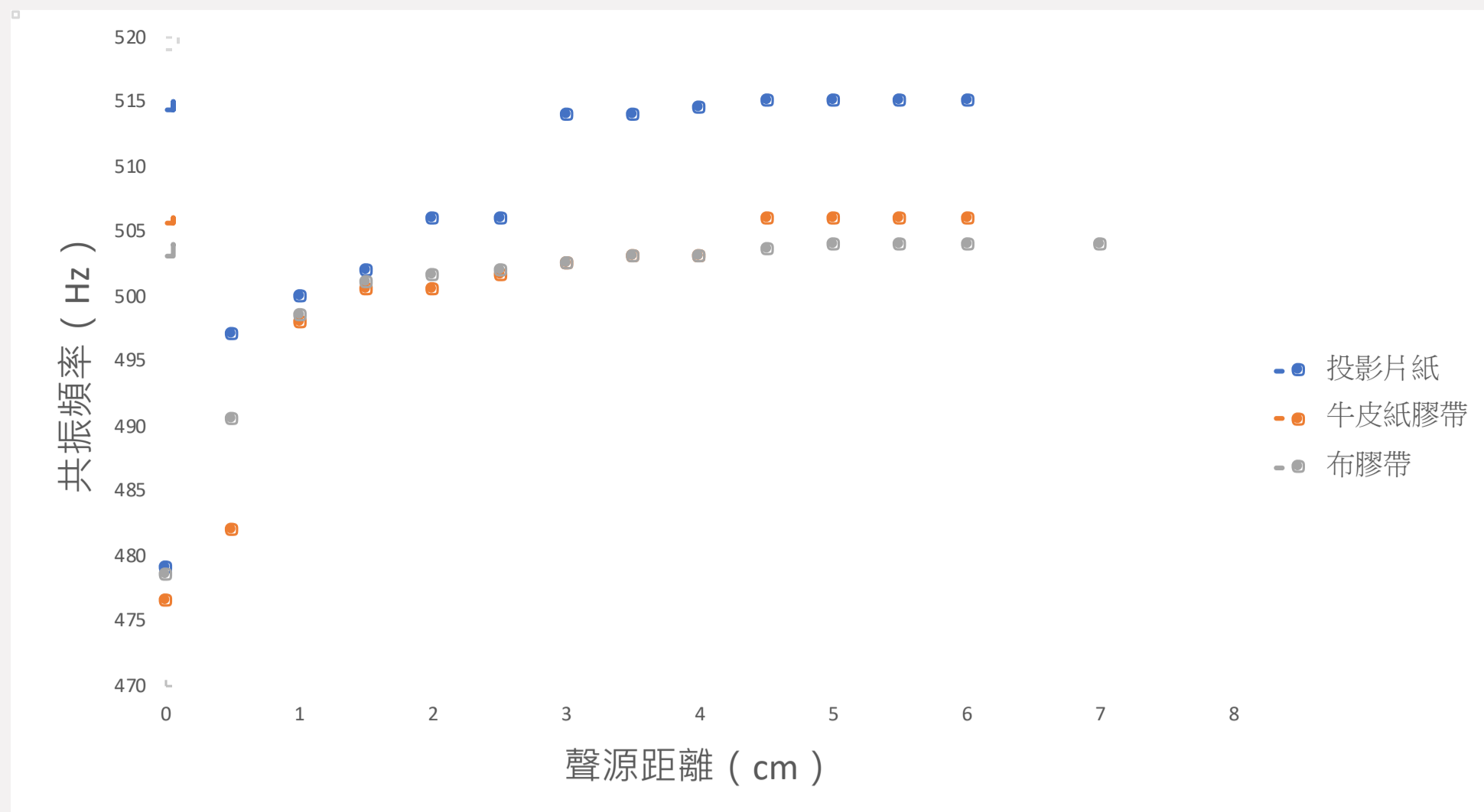
$$\Delta f = \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d + \Delta d}\right)^2}} - \frac{331 + 0.6T}{(2l + 3.2r)\sqrt{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2}}$$

由球面波共振頻率公式及狹縫實驗結果推得繞射波之假想波源位置

$$d = \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{331 + 0.6T}{2lf_{\text{球面波理論值}}}\right)^2 - 1}}$$



實驗一：不同材質管子的共振頻率與聲源距離的關係

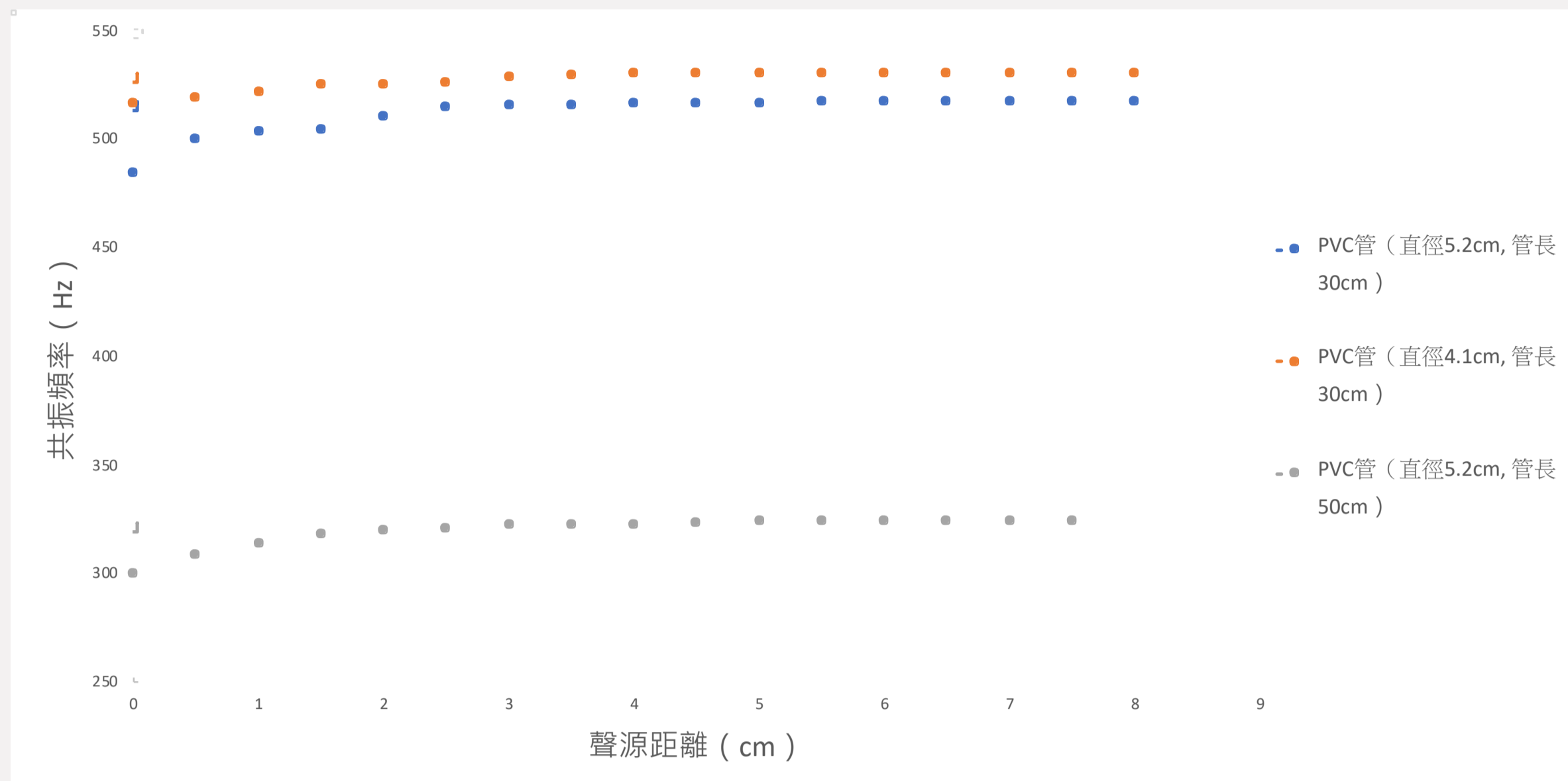


不同材質管子

- 不同材質管子均有共振頻率隨管口與聲源距離增加而上升的現象
- 材質改變會對共振頻率造成影響
- 在管口靠近聲源時，共振頻率隨距離的變化幅度極大；而隨著距離上升，共振頻率逐漸穩定，最後趨於定值

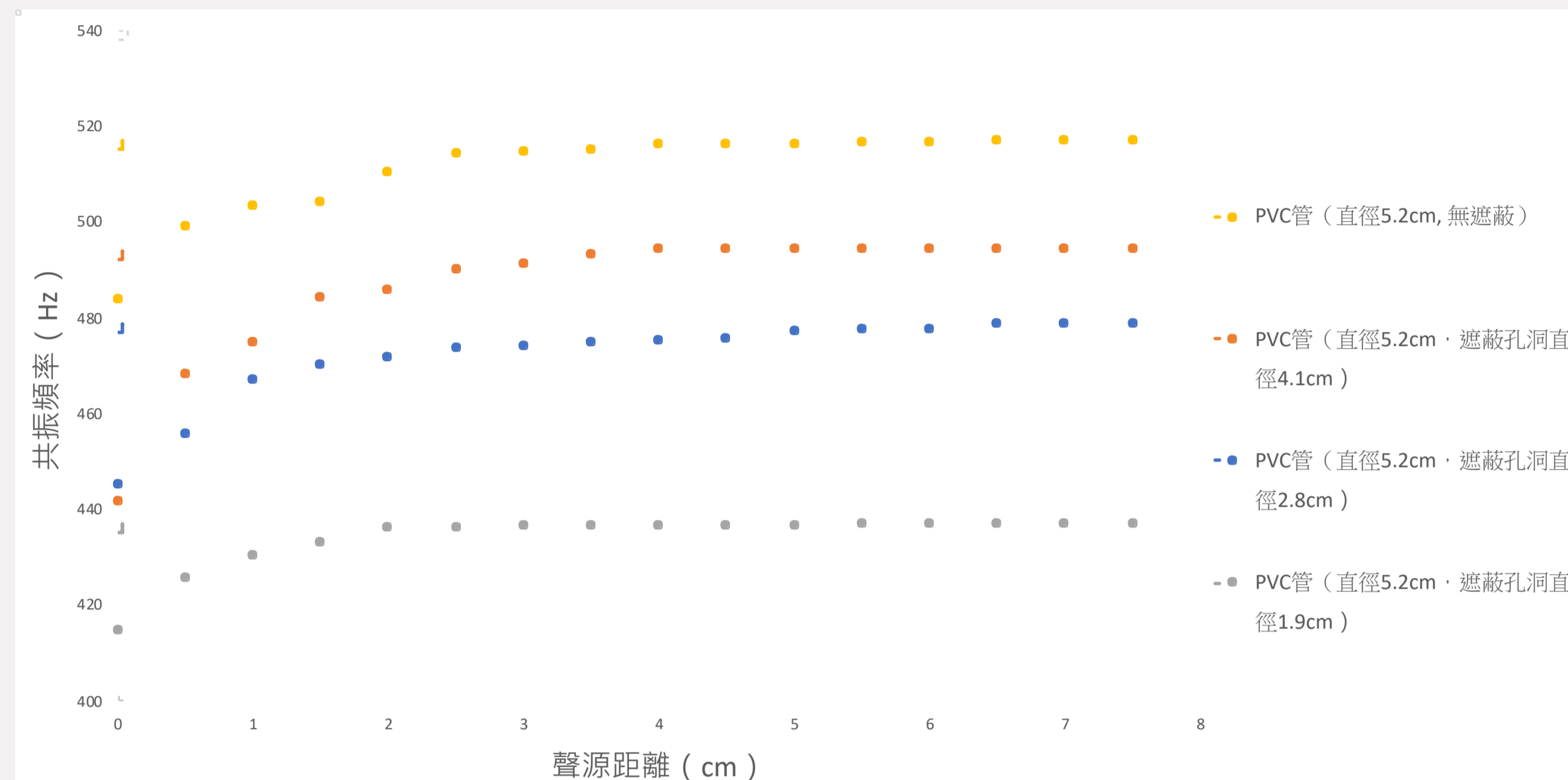
實驗二：不同變因對PVC管共振頻率之影響

變因一：管子口徑及長度



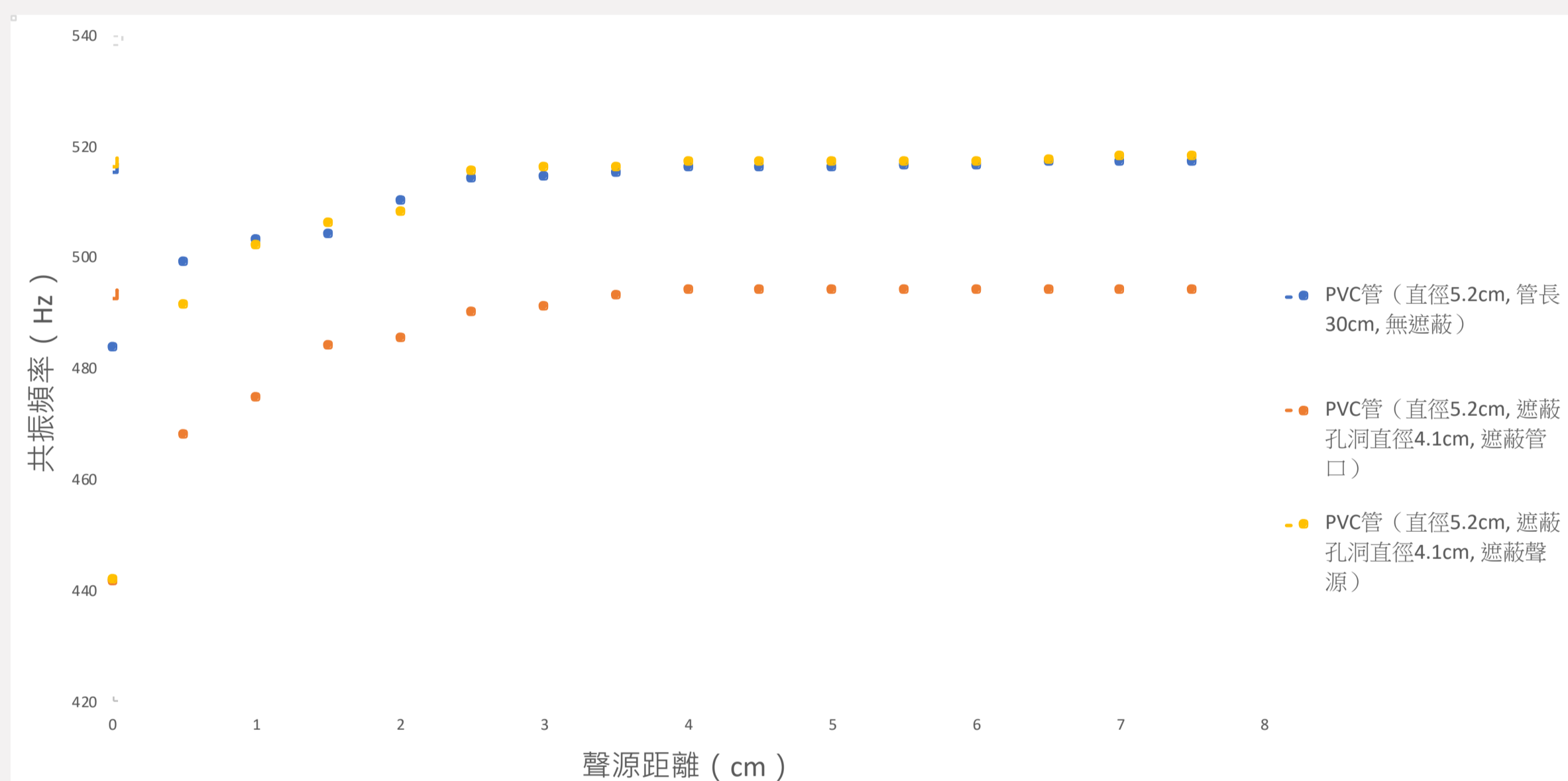
- 同一管長下，口徑較大者之共振頻率隨聲源距離變化的幅度較大，達到平衡後的頻率較低
- 同一口徑下，管長不同之管子其共振頻率變化趨勢相似，可知管長不影響共振頻率隨聲源距離變化的幅度

變因二：遮蔽孔洞大小



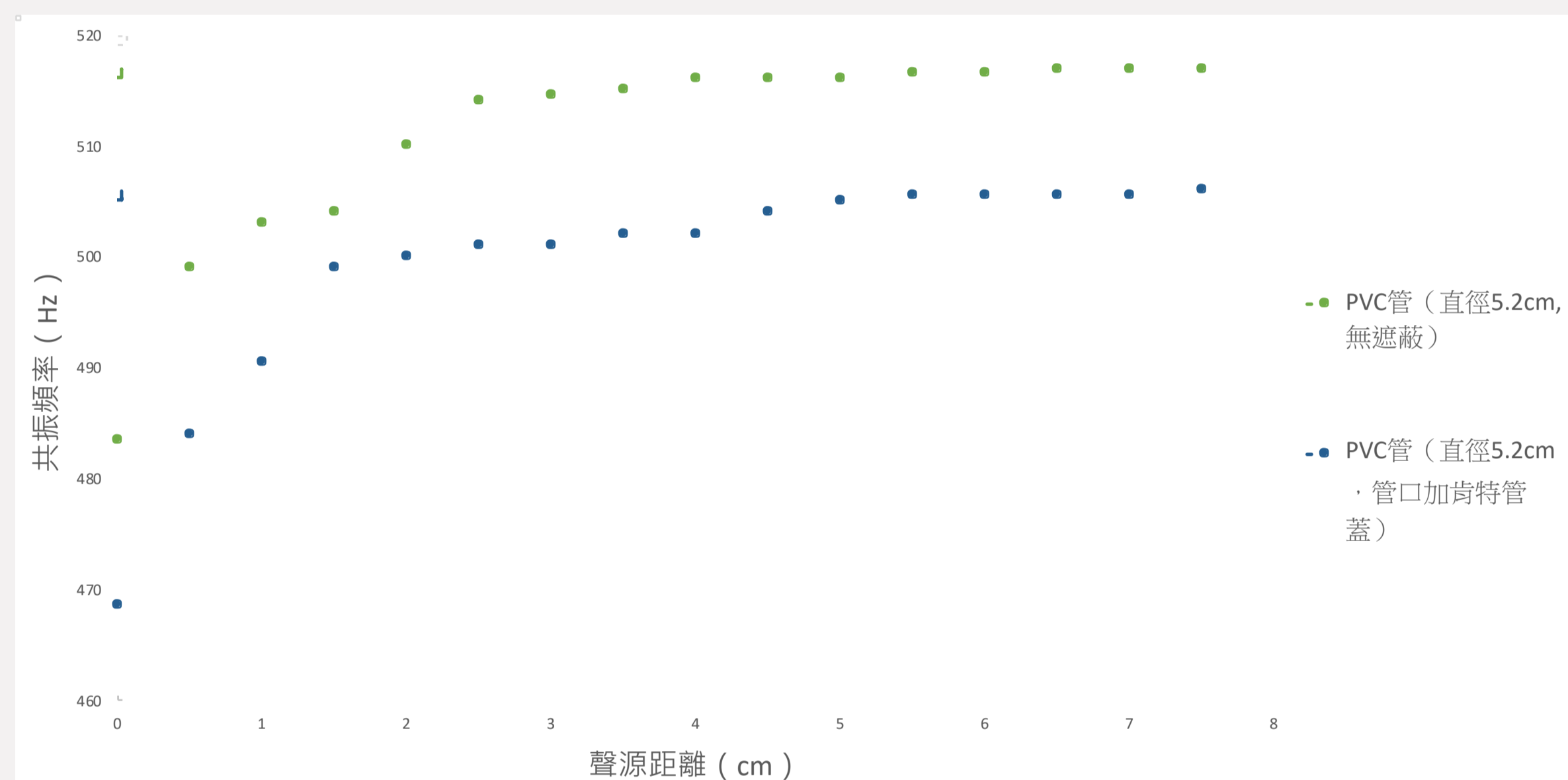
- 遮蔽孔洞孔徑愈大，共振頻率隨聲源距離變化的幅度愈大，達到穩定時的共振頻率也愈高；孔徑小時則相反
- 無遮蔽者雖然口徑較有遮蔽者大，但共振頻率的變化卻較小，推測有遮蔽者在管口的繞射現象為影響主因

變因三：遮蔽位置改變



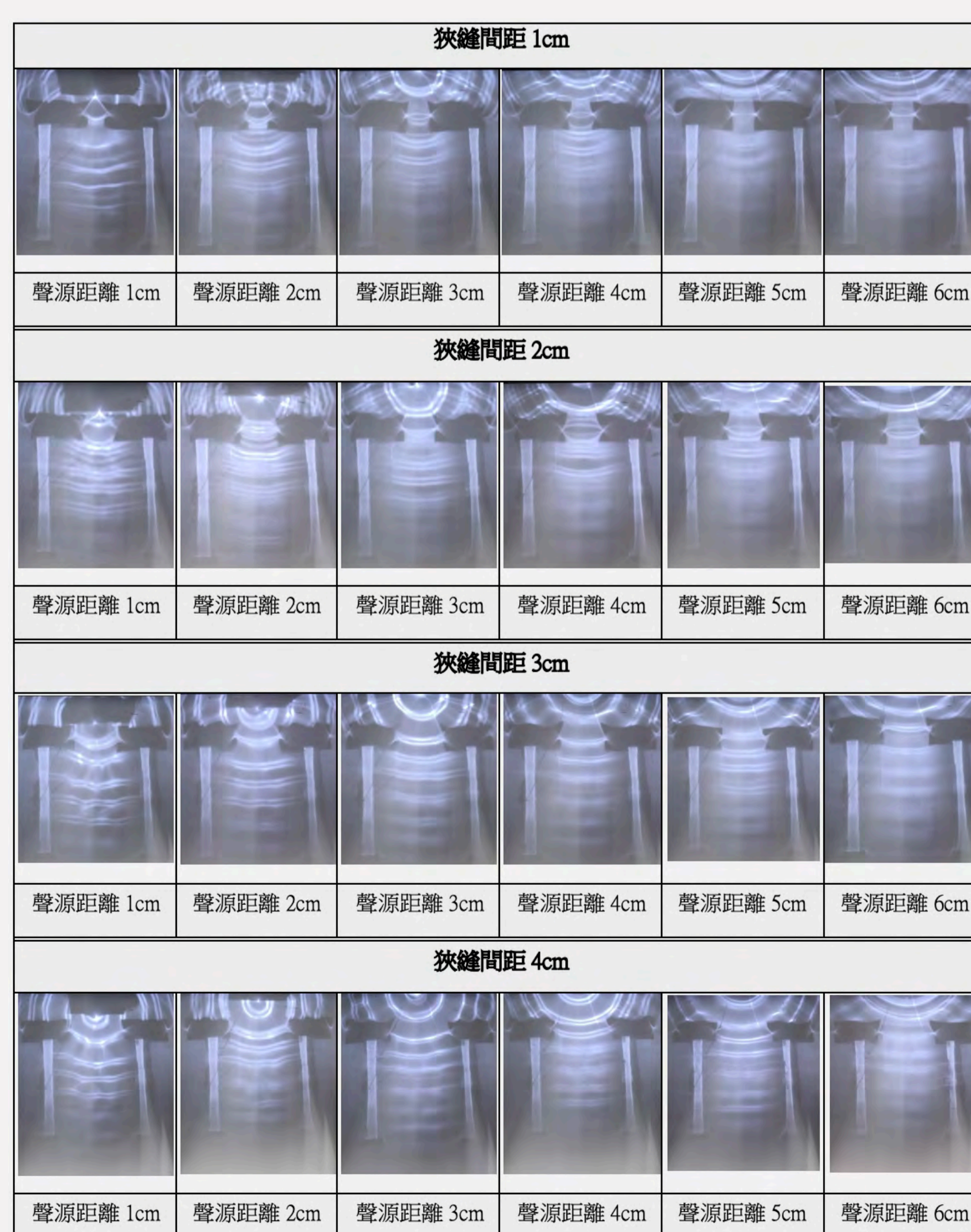
- 遮蔽聲源者的共振頻率隨聲源距離變化的幅度較大，遮蔽管口者變化幅度較小
- 達穩定狀態時，遮蔽聲源者之共振頻率較遮蔽管口者高
- 遮蔽聲源及無遮蔽在距離大於1cm時，共振頻率趨於一致，可知管口與聲源距離愈大，遮蔽聲源對共振頻率的影響愈小
- 管口同為直徑4.1cm之管子，一為內徑相同不產生繞射、一為內徑較大會產生繞射，不產生繞射者頻率較高、變化幅度較小

變因四：管口加上肯特管蓋



- 加了肯特管蓋後，管子仍有共振頻率隨聲源距離增加而上升的現象，但變化幅度與其他實驗結果相比，有稍微較低，判斷其具有穩流能力，但效果不佳

實驗三：水波槽模擬聲波進入管口之波形



改變壓克力板間距與聲源距離 (左圖)

- 壓克力板間距愈大、聲源距離愈小，進入板間的波形愈接近弧形；反之則接近平行
- 進入板間的波愈接近弧形時，產生的波動愈不穩定

改變狹縫間距與聲源距離 (右圖)

- 波源距離愈小，水波的繞射程度愈大，亦即進入板間的波愈接近弧形
- 波源距離愈小、狹縫間距愈大時，管內波動愈不穩定

