

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國中組 生活與應用科學(一)科

032806

「摩」「靜」呀！摩靜！—利用開放硬體設計檢測摩擦係數之儀器

學校名稱：臺中市立豐南國民中學

作者：	指導老師：
國一 杜承翰	李忠偉
國一 紀佩瑄	蔡慧美
國一 鍾晨詣	

關鍵詞：Arduino、Scratch2、摩擦係數

摘要

本研究成功利用 Arduino 開放硬體、Scratch2 設計程式、紅外線、機械手臂及動、靜滑輪省力裝置等器材，設計可以檢測最大靜摩擦係數及動摩擦係數的儀器，並經過反覆測試，驗證儀器的可用性。藉由此儀器檢測數據，本研究發現不同材質物體的接觸面間塗潤滑油皆會影響摩擦係數的大小，摩擦係數則不受正向力及接觸面積的影響，而增加滑動物體的質量可以增加測量上的穩定度。本研究亦利用 3D 列印不同紋路底面的滑動物體，結果發現紋路不同會影響最大靜摩擦力，但對動摩擦力影響不大；故以直條當作鞋底紋路，起跑時得到的反作用力較大，適合當作跑步鞋的鞋底。本研究所設計的儀器，組裝方便、操作簡單且穩定性高，適合推廣及應用在國中相關課程及其他相關產品之測試。

壹、研究動機





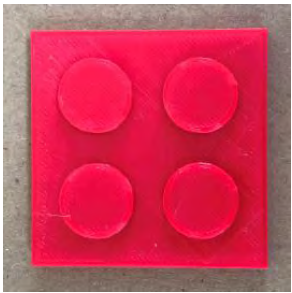


「ㄅㄨˊ！」當槍聲鳴起，所有賽跑選手自起跑點開始起跑，每位選手都努力地往前衝刺，唯獨第一跑道的選手輸在起跑點上。沒錯！正是我們的第一棒，因為他穿了一雙鞋底已經幾乎磨平的布鞋，起跑時打滑了一下，讓我們喪失此一奪冠的機會，落在第三。自然老師知道此事後，便告訴我們：「沒錯！就是跟鞋底的摩擦力有關係！兩固體表面之間的摩擦力與正向壓力成正比，這個比值叫做**摩擦係數**。摩擦係數由滑動面的性質、粗糙度所決定。一般來說滑動面越粗糙，摩擦係數越大，而相反來說滑動面越光滑，摩擦係數便越小。國中課程雖然有此概念，但是，對於摩擦力的檢測實驗及儀器，一直有其困難度，一來不容易做到精確，二來儀器對國中生來說也不是這麼容易操作。」我們查詢了資料，發現國內有一所大學有示範此實驗的儀器，但卻是用手動操作。為了研究不同材質和接觸面之間產生的摩擦力有何差異，我們決定利用智高積木製作一個簡易型的測量儀器，了解不同材質之間的摩擦係數。

貳、研究目的

- 一、利用 Arduino 開放硬體、紅外線、機械手臂及動靜滑輪組等設計並組裝檢測儀器。
- 二、利用 Scratch2 設計相關程式以控制及讀取數據。
- 三、利用不同材質底面及滑動物體，檢測相關接觸面之最大靜摩擦係數。
- 四、利用不同材質底面及滑動物體，檢測相關接觸面之動摩擦係數。
- 五、利用改變質量大小（正向力），探討最大靜摩擦係數之變化。
- 六、利用改變質量大小（正向力），探討動摩擦係數之變化。
- 七、利用改變不同面積的大小，探討最大靜摩擦係數之變化。
- 八、利用改變不同面積的大小，探討動摩擦係數之變化。
- 九、設計不同紋路之滑動物體，觀察最大靜摩擦係數及動摩擦係數之差異。

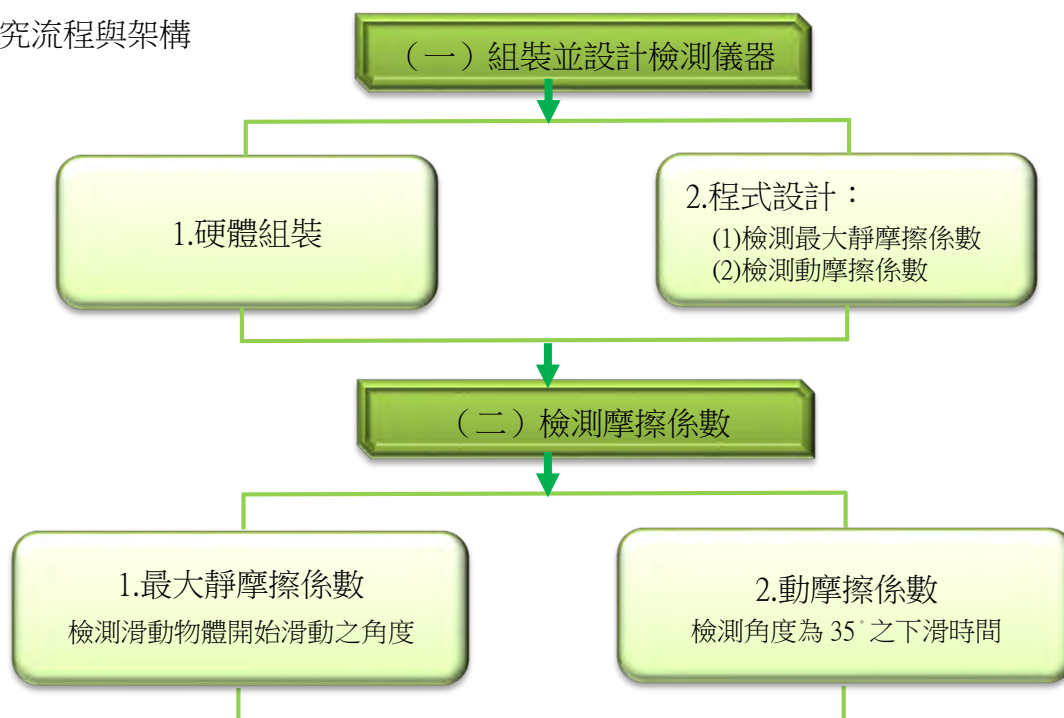
參、研究器材與設備

			
圖 3-1 鋼片 (sus3042B)	圖 3-2 鋁片 (A1050)	圖 3-3 銅片 (紅銅 C1100)	圖 3-4 壓克力片
			
圖 3-5 鋼片底板	圖 3-6 鋁片底板	圖 3-7 銅片底板	圖 3-8 壓克力底板
			
圖 3-9 Arduino UNO R3 開發板及感測器 連接擴充板	圖 3-10 光敏電阻模 組	圖 3-11 紅光雷射模 組	圖 3-12 微動開關模 組
			
圖 3-13 GWS S35 連 續旋轉伺服馬達	圖 3-14 SG-90 角度伺 服馬達	圖 3-15 反光條	圖 3-16 18650 鋰電池 3.7V 電池組
			
圖 3-17 量角器	圖 3-18 針車油	圖 3-19 泡棉膠	圖 3-20 彩虹排線

			
圖 3-21 棉線	圖 3-22 軟體： Scratch2.0	圖 3-23 軟體： kodorobot 團隊開發 的Transformer 中介軟 體	圖 3-24 智高 S4A 互 動積木#1247-CN
			
圖 3-25 3D 印表機	圖 3-26 直線紋路 之滑動物體	圖 3-27 圓形紋路 之滑動物體	圖 3-28 同心圓紋路 之滑動物體
			
圖 3-29 砝碼	3-30 長尾夾	3-31 剪刀	3-32 熱熔膠槍

肆、研究過程及方法

一、研究流程與架構



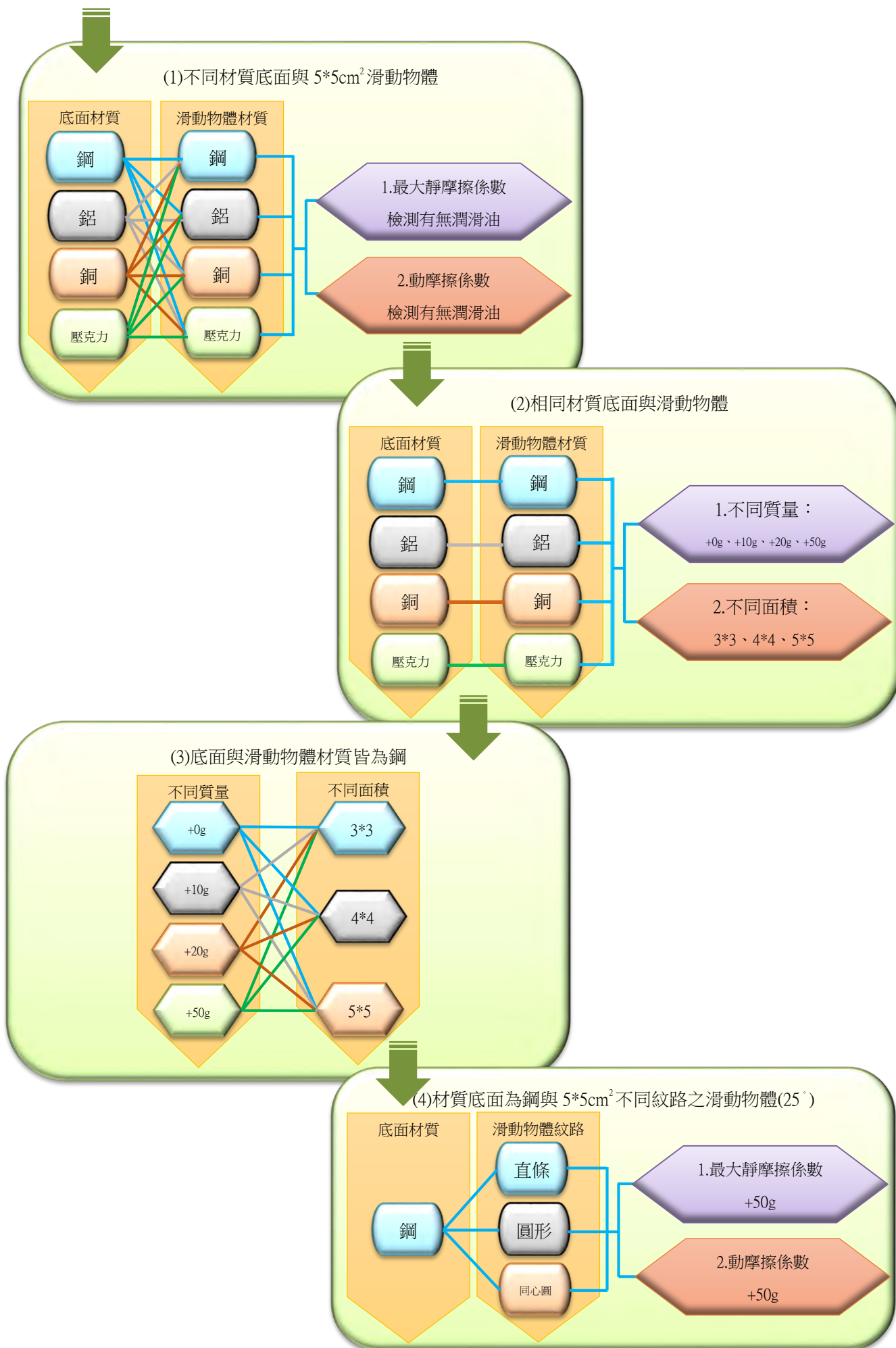


圖 4-1 本研究之執行內容及實驗規劃

二、組裝並設計檢測儀器

- (一) 利用校內現有的智高積木進行硬體組裝，整體架構應包含底板基座、斜面平台、Arduino UNO R3 及感測器連接擴充板、動靜滑輪組省力裝置、伺服馬達牽引裝置、量角器等六大機構。
- (二) 儀器設備應具檢測最大靜摩擦係數及動摩擦係數之功能，因此平台需裝載感測器，可偵測待測物體是否移動，及待測物由平台上端滑動至平台底部花費時間。
- (三) 利用 Scratch2 設計程式接收感測器訊息，並完成儀器設備之控制。
- (四) 本研究中使用兩種伺服馬達（servo motor）：

1. Tower Pro SG90

- (1) 這是一種小型角度伺服馬達，內含有直流馬達、齒輪箱、軸柄、以及控制電路，可透過訊號控制軸柄的停止角度，範圍是 0 到 180 度。
- (2) 此伺服馬達有三條線，電源（紅色）、接地（黑色）、訊號線（橘色），在 Arduino 的感測器連接擴充板上，我們接在數位腳位 8 上，用於操作機械手臂夾住或放開待測物。
- (3) 藉由 Transformer 中介軟體的協助，我們可以在 Scratch2 中指定角度即可控制機械手臂的動作，如圖 4-2 所示。



圖 4-2 控制角度伺服馬達範例

2. GWS S35

- (1) 這是一種可連續旋轉的伺服馬達，內含有直流馬達、齒輪箱、軸柄、以及控制電路，可透過訊號控制馬達的轉動方向及轉速，0~180 代表不同的旋轉速度，0 是往某個方向的最快轉速，90 代表不動，180 則是往另一個方向的最快轉速。
- (2) 此伺服馬達有三條線，電源（紅色）、接地（黑色）、訊號線（白色），在 Arduino 的感測器連接擴充板上，我們接在數位腳位 5 上，用於控制斜面平台的角度。
- (3) 藉由 Transformer 中介軟體的協助，我們可以在 Scratch2 中指定數值，即可使馬達正轉或逆轉，以控制平台角度大小，例如：給予數值 90 馬達即停止，給予數值 80 時馬達正轉，牽引平台上升，角度變大；給予數值 100 時馬達逆轉，平台下降，角度變小。操作指令如圖 4-3 所示。

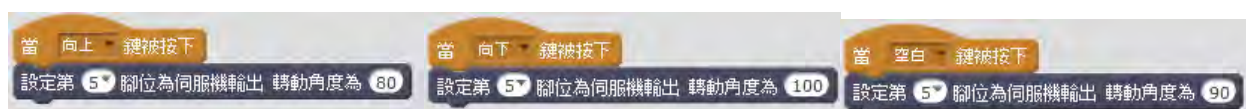


圖 4-3 控制連續旋轉伺服馬達範例，分別為正轉上升、逆轉下降、停止

（五）光敏電阻模組

1. 光敏電阻主要是利用光電導效應的一種特殊的電阻，當有光線照射時，電阻內原本處於穩定狀態的電子受到激發，成為自由電子。所以光線越強，產生的自由電子也就越多，電阻就會越小，透過會變化的電阻值，進一步產生輸出強弱訊號。
2. 本研究所使用的光敏電阻模組，購買時已串接一顆電阻，所以有三條線要接到 Arduino 的感測器連接擴充板上的類比腳位上，分別是電源（紅色）、接地（黑色）、訊號線（褐色）。
3. 正常運作時，光線愈強，可讀得數值愈大，當使用紅光雷射模組直接打在光敏電阻上時，可讀取得之數值約 1010，一般正常室內光線約落在 600~800 之間。
4. 在本研究中，我們利用紅光雷射模組與光敏電阻組合成「光遮斷感應裝置」，用於感測待測物是否移動及偵測滑行時間。
5. 本研究中總共使用兩個光敏電阻模組，分別接在類比腳位 0 及 1，藉由 Transformer 中介軟體的協助，我們在 Scratch2 即可輕易讀取其感測之數值，圖 4-4 為讀取範例。



圖 4-4 讀取光敏電阻感測值之範例

（六）紅光雷射模組

只有電源（紅色）、接地（黑色）兩條線，只要正確供應 5V 之直流電源即會發出紅色雷射光。

（七）微動開關模組

1. 微動開關的觸發裝置是以一長鐵片利用槓桿原理的方式來按下開關，所以相較於按鈕，它可以更靈敏地察覺到物體的碰撞。在本研究中，我們用來偵測斜面平台的上升及下降角度是否已達極致，以控制連續旋轉伺服馬達停止動作。
2. 微動開關的訊號傳輸型式是為數位（Digital）型態，本研究所使用的微動開關模組有三個針腳，分別是 G 接線、V 電源、S 訊號，利用彩虹排線正確的連接至 Arduino 的感測器連接擴充板上的數位腳位上即可運作。
3. 在本研究總共使用兩個微動開關，分別接在數位腳位 10 及 11，藉由 Transformer 中介軟體的協助，我們在 Scratch2 即可輕易讀取其感測之數值，未觸發時可讀得數值為 0，若有觸發則可讀得數值為 1，圖 4-5 為讀取範例。



圖 4-5 讀取微動開關感測值之範例

三、摩擦係數公式探討

(一) 最大靜摩擦係數 (μ_s) 之測定

1. 調整斜面，使其成大致水平。
2. 將待測物放置於斜面上。
3. 慢慢提升斜面的斜度，在物體恰好下滑時，記錄斜面的傾斜角，即為 θ_s 。
4. 帶入公式計算 μ_s 值 ($\mu_s = \tan \theta_s$)，各種力的相關關係圖如圖 4-6 所示。

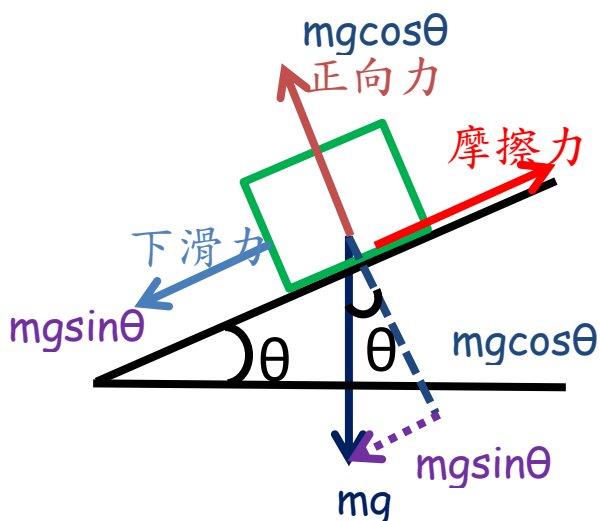


圖 4-6 在斜面上各種受力之關係圖

(二) 動摩擦係數 (μ_k) 之測定

1. 設定 θ_k 值，即可讓待測物下滑的斜面角度。
2. 設定 S 值，即待測物在斜面上所下滑的距離。
3. 測量 t 值，即待測物經過 S 距離所需時間。
4. 計算 a (加速度) 值

$$S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}$$

5. 代入公式求 μ_k 值。

$$\begin{aligned} mgsin\theta_k - \mu_k mgcos\theta_k &= ma \\ \Rightarrow gsin\theta_k - \mu_k gcos\theta_k &= a \\ \Rightarrow \mu_k gcos\theta_k &= gsin\theta_k - a \\ \Rightarrow \mu_k &= gsin\theta_k / (gcos\theta_k) - a / (gcos\theta_k) \\ &= tan\theta_k - a / (gcos\theta_k) \end{aligned}$$

最後將儀器測定 a 值、 $g=9.8m/s^2$ 、 $tan\theta_k$ 帶入上式，求得 μ_k 。

伍、研究結果與討論

一、檢測儀器設計

(一) 硬體組裝

1. 底板基座：以多片底盤積木組裝而成。

2. 斜面平台：

- (1) 由多片多向長方框積木組裝而成，並以雙面膠黏貼成長 50 公分，寬 9 公分的壓克力板。
- (2) 在平台上下兩端各裝置一個紅光雷射模組及光敏電阻，當物體在平台上滑動時，用於偵測滑動起點及終點。
- (3) 平台上端安裝角度伺服馬達，並利用三孔長條積木及 1/4 圓長條積木，組裝成電子手臂，透過轉動角度的控制，可用於夾住及放開滑動物體。
- (4) 平台中端適當位置裝置紅光雷射模組，並將雷射光點打在量角器上，用於指示斜面傾斜角度。

3. Arduino UNO R3 及感測器連接擴充板

- (1) 以 USB 介面連接電腦，利用 kodorobot 團隊開發的 Transformer 中介軟體，即能設計 Scratch2 積木程式讀取各種感測器數據或控制伺服馬達之運作。
- (2) 由於感測器及伺服馬達之供電皆由 Arduino 控制板提供，故在本研究中以 18650 鋰電池 3.7V 電池組提供額外電源，避免因電力不足而造成設備運作不穩定，此裝置如圖 5-1 所示。

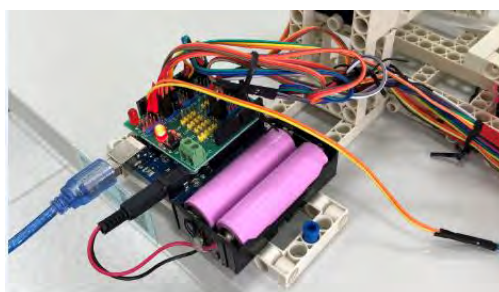


圖 5-1 Arduino 控制板及外接電源裝置圖

4. 高架滑輪省力裝置

利用多個長方型積木架高，並透過棉繩及動、靜滑輪組（動滑輪省力一半，靜滑輪改變力的方向）設計方式，以伺服馬達牽引平台上升及下降，平台的最小角度為 5 度，最大

角度為 50 度，在最大角度及最小角度處皆裝設微動開關，平台一觸及微動開關，伺服馬達立即停止動作。此部分裝置如圖 5-2、圖 5-3 所示。



圖 5-2 高架靜滑輪裝置（改變力的方向）



圖 5-3 底部動滑輪裝置（省力 1/2）

5. **伺服馬達牽引裝置**：這是改變平台角度的動力來源，可透過程式控制轉動速度。

6. **量角器**：利用網路搜尋量角器圖片，放大列印後粘貼於厚紙板上，並安裝在平台旁邊，最後利用雷射光指示目前平台角度，如圖 5-4 所示。



圖 5-4 量角器與雷射光角度指示

7. 檢測裝置全貌

本研究設計之檢測儀器發展流程、電路圖、儀器全貌與使用的積木明細分別如下圖 5-5、圖 5-6、圖 5-7、圖 5-8 所示。



圖 5-5 檢測儀器之發展流程

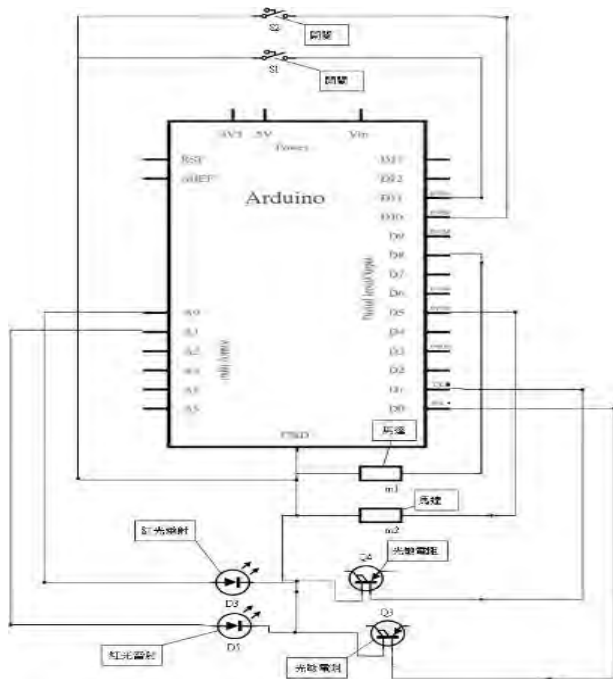


圖 5-6 檢測儀器之電路圖

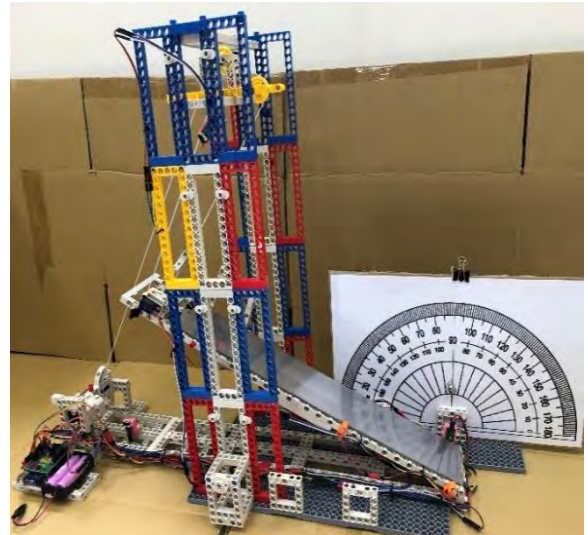


圖 5-7 檢測儀器全貌

長方型 1*43	長方型 2*6	正方形*20	短連接*20	直角連接*3
7 孔長型 1*4	轉軸 1*1	轉軸 2*1	長連接*5	30 度連接*4
10 孔長型 2*4	3 孔長型*10	3 孔長型*1	2 對 1 連接*20	培林*3

圖 5-8 本研究使用的積木明細

(二) 程式設計

1. 最大靜摩擦係數檢測

(1) 設計思維

在待測物上裝設鋁箔反光貼條，然後利用平台上端的雷射光投射在反光貼條上，並以光敏電阻感測器偵測反光數值，控制連續旋轉伺服馬達牽引棉線緩慢調整平台角度，當待測物移動時反光數值即產生變化，此時程式立即停止伺服馬達動作，然後記下平台角度並帶入公式，即可取得最大靜摩擦係數，示意圖如下圖 5-9 所示。

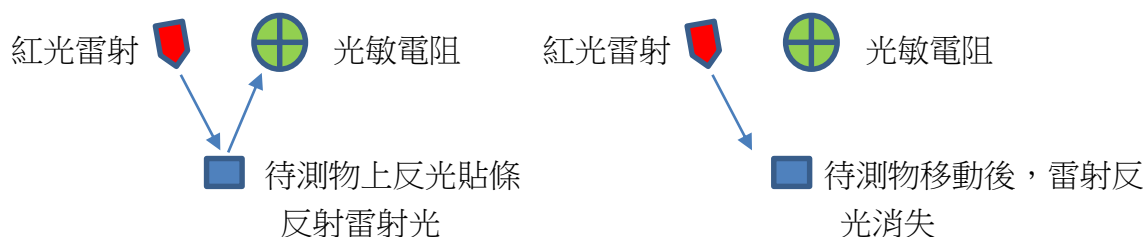


圖 5-9 待測物雷射光反射示意圖

(2) 程式邏輯流程圖，如圖 5-10 所示。

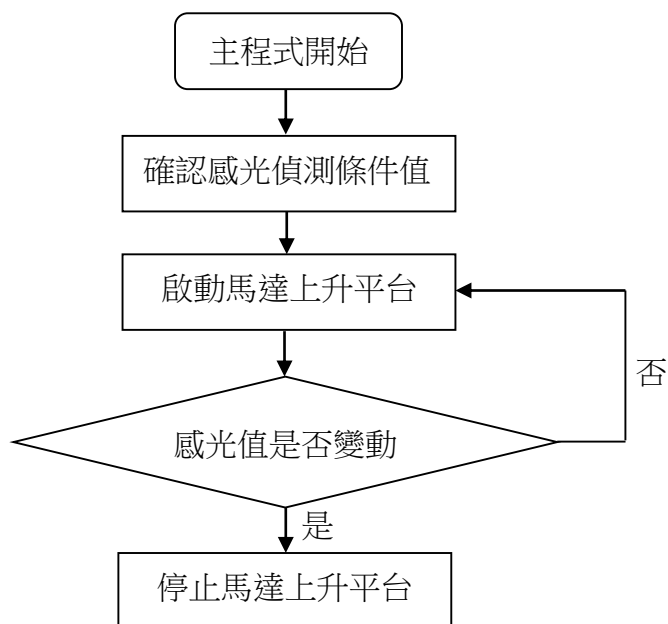


圖 5-10 最大靜摩擦係數檢測之程式邏輯

2. 動摩擦係數檢測

(1) 設計思維

事先將平台分別抬升至不同角度，然後在平台上端利用角度伺服馬達組裝機械手臂夾住待測物，如下圖 5-11 所示。在平台下端終點處利用紅光雷射模組及光敏電阻組合成光遮斷感測通道裝置，當機械手臂放開待測物時開始計時，待測物滑至光遮斷感測通道裝置時停止計時。將時間、滑動距離、角度等數據帶入公式，即可得到動摩擦係數。

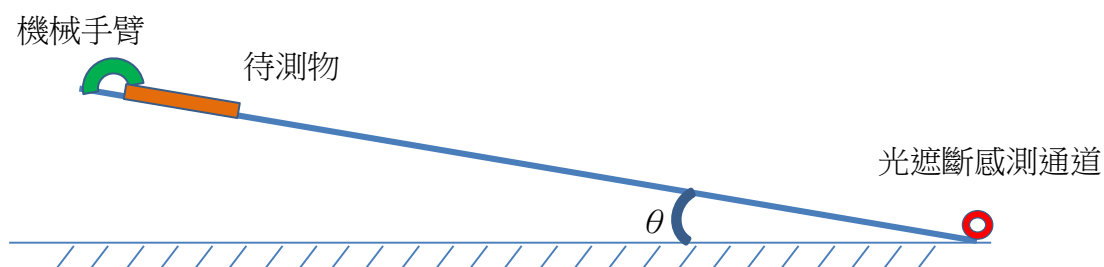


圖 5-11 動摩擦係數檢測示意圖

(2) 程式邏輯流程圖，如圖 5-12 所示。

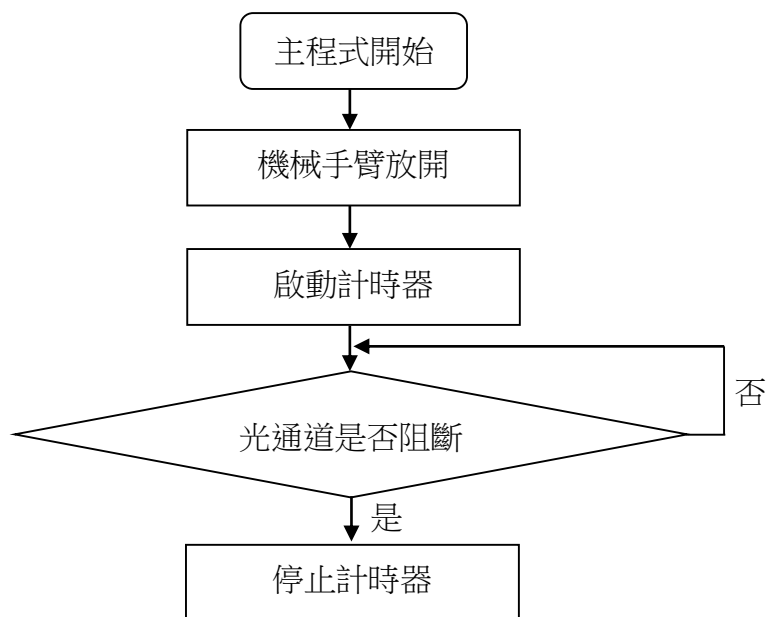


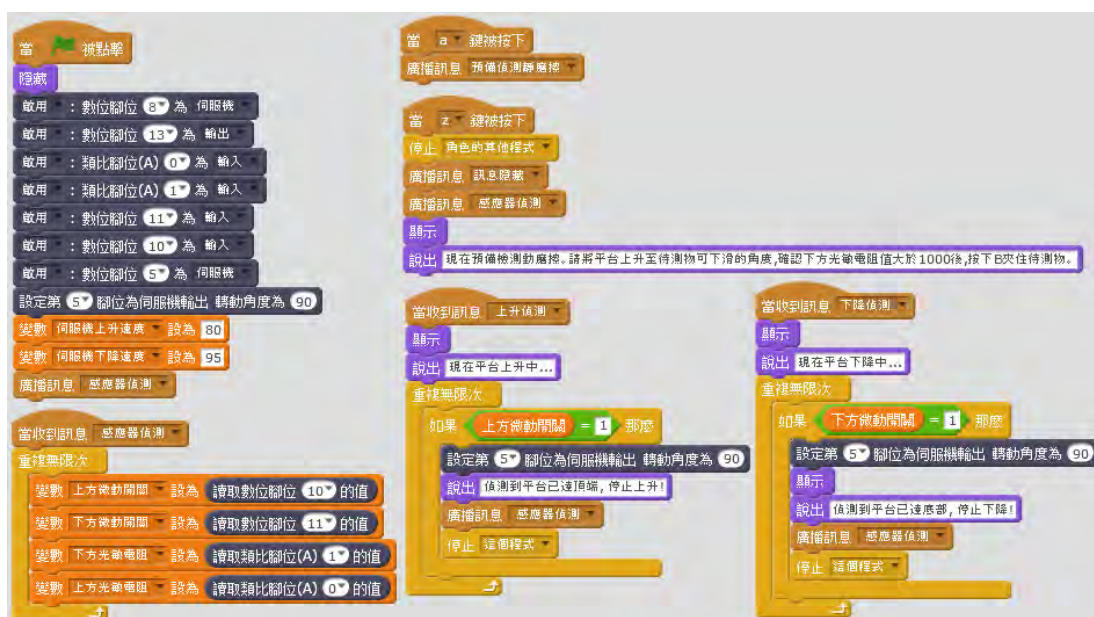
圖 5-12 動靜摩擦程式邏輯

3. Scratch2 程式

(1) 執行頁面



(2) 主程式內容





二、最大靜摩擦係數之檢測

實驗（一）：不同材質之底面與滑動物體

1. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：無潤滑油）

我們使用不同材質鋼、鋁、銅及壓克力當作我們的斜面，並分別取面積皆為 $5*5\text{ cm}^2$ 的鋼、鋁、銅及壓克力當作滑動物體，兩兩交叉檢測物質恰好等速下滑之角度。比較接觸面不同材質的最大靜摩擦係數。

- (1) 將上述滑動物體分別放置材質為鋼、鋁、銅及壓克力的底面，利用儀器將斜面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止時的角度，並代入公式算出最大靜摩擦係數，結果如表 5-1 及圖 5-13 所示。

表 5-1 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數

不同材質之滑動物體	鋼 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
底鋼	0.161	0.281	0.247	0.261
標準差（鋼）	0.009	0.011	0.011	0.015
底鋁	0.219	0.319	0.300	0.458
標準差（鋁）	0.011	0.024	0.015	0.086
底銅	0.358	0.344	0.353	0.488
標準差（銅）	0.018	0.027	0.006	0.032
底壓克力	0.347	0.394	0.409	0.573
標準差（壓克力）	0.015	0.022	0.021	0.033

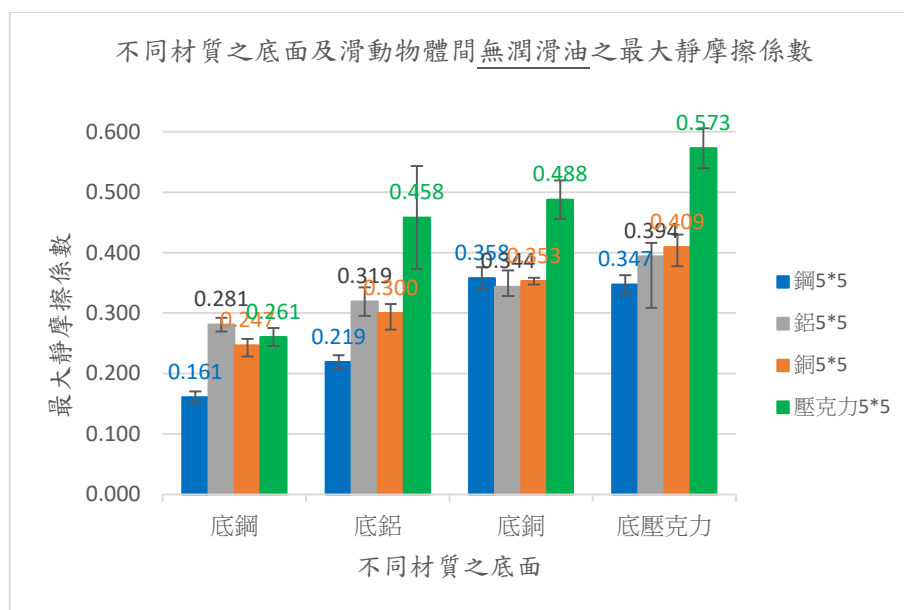


圖 5-13 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數

- (2) 以鋼為底面，測量數據發現，若要讓相同面積的鋼、鋁、銅、壓克力開始可以移動，鋁需要克服的摩擦係數為最大，鋼需要克服的摩擦係數最小。
- (3) 以鋁為底面，測量數據發現，壓克力需要克服的摩擦係數為最大，鋼所需要的摩擦係數最小，推測鋁表面會形成細緻的氧化鋁，分子間接觸面較密合所導致。

- (4) 以銅為底面，測量數據發現，壓克力需要克服的摩擦係數為最大，鋁的摩擦係數最小，推測底面銅的活性很小，表面不易形成氧化物，壓克力表面孔洞較多，易與銅吸附。
- (5) 以壓克力為底面，測量數據發現，若要讓相同質量的鋼、鋁、銅、壓克力開始可以移動，壓克力需要克服的摩擦力為最大，其次為銅，推測底面的壓克力與活性小的銅吸附所導致，而鋼的摩擦係數最小。
- (6) 整體而言，以壓克力為底面材質，鋼、鋁、銅、壓克力之滑動物體所需克服的最大靜摩擦係數最大，鋼為底面的則為最小。
- (7) 由標準差之數據可發現，整體而言，各組標準差差異不大，故本儀器測定穩定，測定之數據差異不大。
- (8) 各組標準差數值最大的皆為壓克力為材質的滑動物體，也就是說在測量上以壓克力為滑動物體的穩定度沒有其他材質來得高，推測應該是在測量過程中，壓克力容易產生靜電，導致測量較不穩定。

2. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：加入潤滑油）

為了比較不同材質塗上潤滑油是否影響最大靜摩擦係數，所以進行此實驗。

我們以鋼、鋁、銅及壓克力四種不同材質當作我們的斜面，並分別取面積皆為 $5*5\text{ cm}^2$ 之鋼、鋁、銅及壓克力片當作滑動物體，以針車油作為潤滑油，在底面及滑動物體間塗上薄薄一層針車油後，兩兩交叉檢測物質恰好等速下滑之角度，比較不同材質的接觸面加入潤滑油後的最大靜摩擦係數。

- (1) 將上述滑動物體分別放置於材質為鋼、鋁、銅及壓克力的底面上，利用儀器將斜面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止的角度，並代入公式計算其最大靜摩擦係數，結果如表 5-2、圖 5-14 所示。

表 5-2 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之最大靜摩擦係數

不同材質之滑動物體	鋼 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
底鋼	0.213	0.235	0.247	0.302
標準差（鋼）	0.009	0.008	0.004	0.005
底鋁	0.352	0.382	0.362	0.378
標準差（鋁）	0.013	0.011	0.013	0.018
底銅	0.247	0.337	0.261	0.625
標準差（銅）	0.010	0.022	0.023	0.015
底壓克力	0.329	0.390	0.340	0.335
標準差（壓克力）	0.005	0.009	0.005	0.000

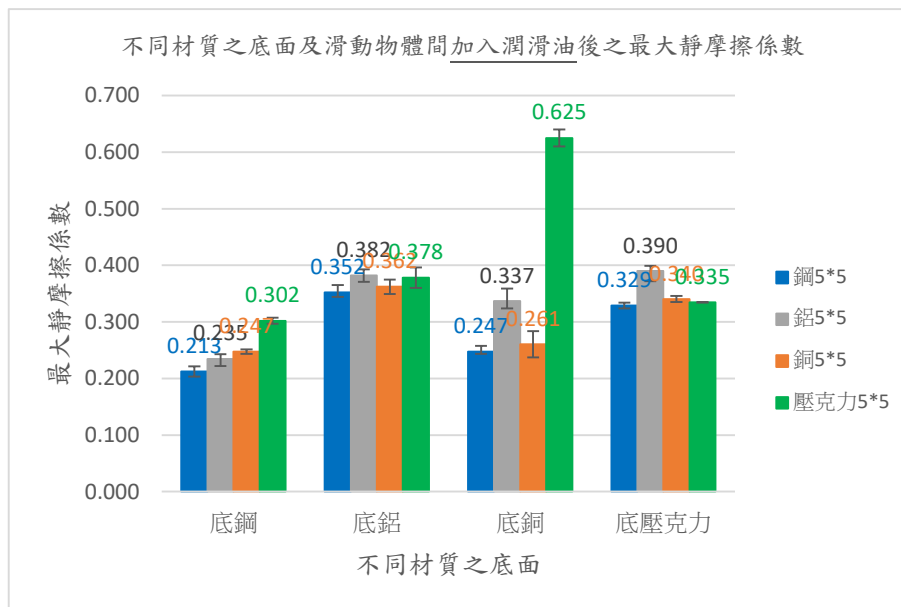


圖 5-14 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之最大靜摩擦係數

- (2) 以鋼為底面，壓克力需要克服的最大靜摩擦係數為最大，鋼需要克服的最大靜摩擦係數為最小。
- (3) 以鋁為底面，鋁需要克服的最大靜摩擦係數為最大，鋼需要克服的最大靜摩擦係數為最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力需要克服的最大靜摩擦係數最大，鋼需要克服的最大靜摩擦係數最小。
- (5) 以壓克力為底面，鋁需要克服的最大靜摩擦係數最大，鋼需要克服的最大靜摩擦係數為最小。
- (6) 整體而言，以鋁為底面材質，鋼、鋁、銅、壓克力之滑動物體所需克服的最大靜摩擦係數最大，鋼為底面的則為最小。
- (7) 加入潤滑油可略為降低各組之最大靜摩擦係數，尤其以壓克力的最為明顯，更可以增加壓克力在測量上的穩定度。
- (8) 由標準差之數據可發現，各組標準差差異不大，故本儀器測定穩定，測定之數據差異不大。

實驗（二）：相同材質之底面與滑動物體（接觸面：無潤滑油）

為了探討相同材質的底面與滑動物體間最大靜摩擦係數之關係，所以我們設計了此實驗。我們使用不同材質的鋼、鋁、銅及壓克力當作我們的斜面，即為下滑之底面。裁切正方形邊長分別為 5cm、4cm、3cm 之鋼、鋁、銅及壓克力片當作滑動物體，並於滑動物體上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，使用相同材質底面與滑動物體，檢測滑動物體恰好等速下滑之角度，並代入公式計算最大靜摩擦係數，並加以比較其差異。

1. 改變質量大小（正向力）

(1) 我們使用 $5*5\text{ cm}^2$ 大小的滑動物體，並於滑動物體上方分別加入 0g、10g、20g、50g 等不同質量之砝碼，以檢測質量與最大靜摩擦係數之關係。將上述滑動物體放置相同材質之底面，利用儀器將斜面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止時的角度，並代入公式計算其最大靜摩擦係數，結果如表 5-3 及圖 5-15 所示。

表 5-3 不同質量之 $5*5\text{ cm}^2$ 滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

加入質量	+0g	+10g	+20g	+50g
底鋼/鋼 5*5	0.161	0.205	0.199	0.195
標準差（鋼）	0.009	0.014	0.011	0.012
底鋁/鋁 5*5	0.319	0.391	0.393	0.350
標準差（鋁）	0.024	0.016	0.017	0.027
底銅/銅 5*5	0.353	0.410	0.367	0.376
標準差誤（銅）	0.006	0.025	0.020	0.016
底壓克力/壓克力 5*5	0.573	0.397	0.421	0.450
標準差（壓克力）	0.033	0.044	0.039	0.026

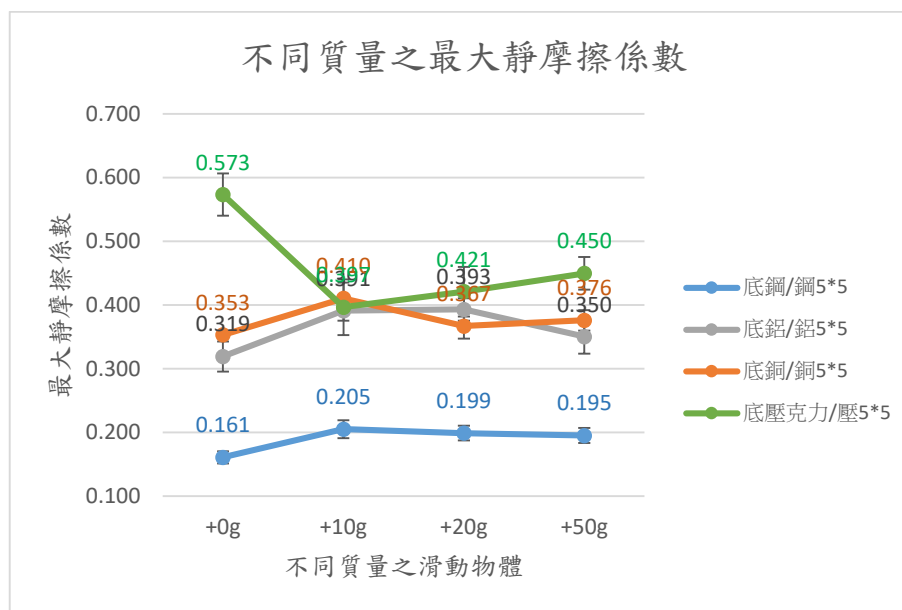


圖 5-15 不同質量之 $5*5\text{ cm}^2$ 滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

- (2) 從數據中發現，加 10g 砝碼之上的滑動物體，摩擦係數呈現穩定狀態，推測應該是質量越大造成空氣對接觸面的影響越小。
- (3) 從圖中發現，相同材質之底面及滑動物體，+10g、+20g 及+50g 的最大靜摩擦係數數值差異不大，由此可知，增加質量對最大靜摩擦係數的影響不大。
- (4) 壓克力的標準差是四組中最大的，測出的最大靜摩擦係數也是四組中最大的，由此可知，壓克力的穩定度相較其他四組為低。

- (5) +0g 壓克力的最大靜摩擦係數最大，但外加質量之後，發現摩擦係數下降，推測應為整體下滑力增加，降低了靜電力的影響比例所導致。
- (6) 整體而言，以+10g 的標準差數值較高，隨著質量的增加，標準差也會降低，由此可知，增加質量雖然不影響最大靜摩擦係數，但卻能增加測量上的穩定度。

2. 改變不同面積的大小

- (1) 我們使用 $5*5\text{ cm}^2$ 、 $4*4\text{ cm}^2$ 、 $3*3\text{ cm}^2$ 三種不同面積大小的滑動物體 (+0g)，將上述物體放置於相同材質之底面，利用儀器將斜面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止的角度，代入公式算出最大靜摩擦係數，並檢測面積與最大靜摩擦係數之關係，結果如表 5-4 及圖 5-16 所示。

表 5-4 不同面積之滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

面積大小	5*5	4*4		3*3
底鋼/鋼 (鋼)	0.161	0.170		0.180
標準差	0.009	0.010		0.008
底鋁/鋁	0.319	0.338		0.335
標準差 (鋁)	0.024	0.018		0.022
底銅/銅	0.353	0.352		0.289
標準差 (銅)	0.006	0.035		0.017
底壓克力/壓克力	0.573	0.406		0.368
標準差 (壓克力)	0.033	0.048		0.028

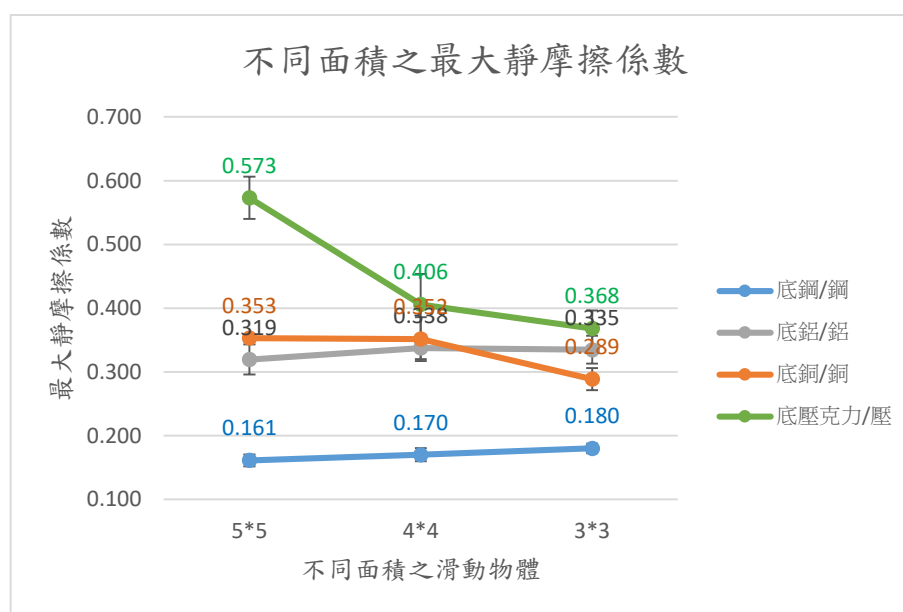


圖 5-16 不同面積之滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

- (2) 測量數據發現，不管滑動物體面積大小為何，壓克力所需要克服的摩擦係數為最大，鋼所需要的摩擦係數最小。
- (3) 除壓克力之外，各組間不同面積的數據差異不大，由此可知，最大靜摩擦係數不受面積之影響。

(4) 不同面積的壓克力所測出的數值變化大，推測是因為正向力小導致接觸面積受靜電力影響。

(5) 由標準差可以發現，以鋼的穩定性最高，壓克力的最低，推測可能是壓克力容易產生靜電，導致測量時易受影響，穩定度相對沒那麼高。

實驗（三）：底面與滑動物體之材質皆為鋼

由實驗（一）及實驗（二）我們發現，底面與滑動物體材質皆鋼時，所測得的數據穩定性最高，於是我們進行實驗（三）。我們以鋼為底面及滑動物體材質，取 $5*5\text{ cm}^2$ 、 $4*4\text{ cm}^2$ 、 $3*3\text{ cm}^2$ 三種面積大小不同的滑動物體，上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，檢測滑動物體恰好等速下滑之角度，求出其最大靜摩擦係數，並加以比較其差異。

1. 將上述滑動物體放置材質為鋼的底面，利用儀器將斜面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止的角度，並代入公式計算最大靜摩擦係數，結果如表 5-5 及圖 5-17 所示。

表 5-5 鋼之不同面積與質量之最大靜摩擦係數

加入質量	+0g	+10g	+20g	+50g
底鋼/鋼 5*5	0.161	0.205	0.199	0.195
標準差（鋼 5*5）	0.009	0.014	0.011	0.012
底鋼/鋼 4*4	0.170	0.189	0.182	0.175
標準差（鋼 4*4）	0.010	0.005	0.008	0.008
底鋼/鋼 3*3	0.180	0.193	0.207	0.190
標準差（鋼 3*3）	0.008	0.008	0.012	0.006

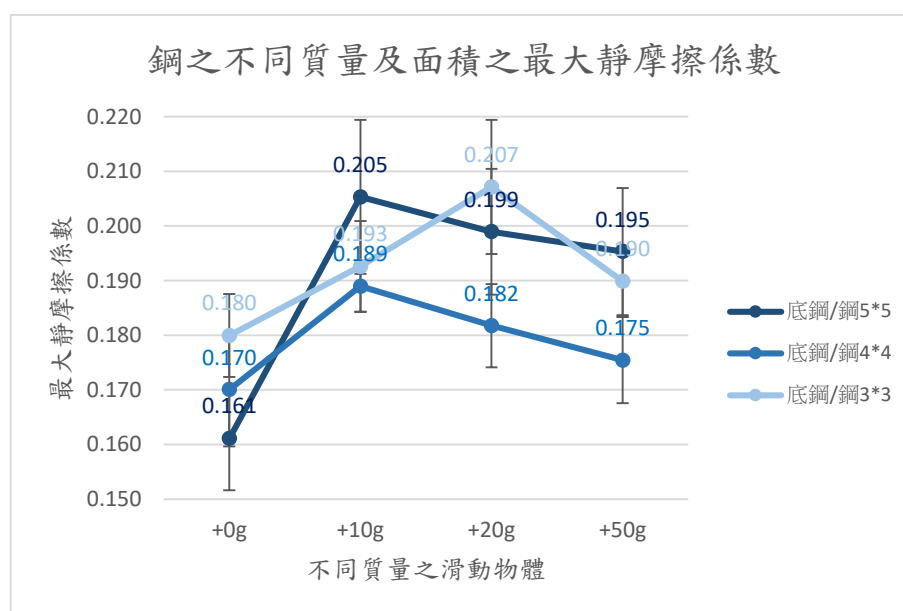


圖 5-17 鋼之不同面積與質量之最大靜摩擦係數

2. 由數據中發現，加入不同質量後，不同面積間的最大靜摩擦係數差異不大，此結果與實驗（二）及實驗（三）的結果相符。
3. 比較不同面積的滑動物體，各組皆以+0g 的最大靜摩擦係數略小，其餘差異不大。
4. 各組的標準差差異不大，故本儀器測定穩定，測定之數據差異不大。

三、動摩擦係數之檢測

在不同材質的斜面上，調整固定角度後待測物由靜止開始滑下，紀錄下滑的時間並代入公式後，計算出動摩擦係數。

實驗（四）：不同材質之底面與滑動物體

1. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：無潤滑油）

我們使用不同材質鋼、鋁、銅及壓克力當作我們的斜面，並分別取面積皆為 $5*5\text{ cm}^2$ ，鋼、鋁、銅及壓克力當作滑動物體，兩兩交叉檢測物質在底面為 35 度角時，紀錄滑動物體下滑 0.42m 所需的時間，並比較接觸面不同材質的動摩擦係數。

- (1) 將上述滑動物體分別放置材質為鋼、鋁、銅及壓克力的底面，利用儀器將底面上升至 35 度角，紀錄滑動物體滑下的時間，並代入公式計算動摩擦係數，結果如表 5-6 及圖 5-18 所示。

表 5-6 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數

不同材質之滑動物體	鋼 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
35 度底鋼	0.179	0.276	0.141	0.661
標準差（鋼）	0.077	0.059	0.058	0.003
35 度底鋁	0.655	0.093	0.105	0.658
標準差（鋁）	0.002	0.043	0.046	0.048
35 度底銅	0.242	0.084	0.193	0.699
標準差（銅）	0.101	0.038	0.046	0.000
35 度底壓克力	0.571	0.324	0.119	0.693
標準差（壓克力）	0.027	0.089	0.094	0.003

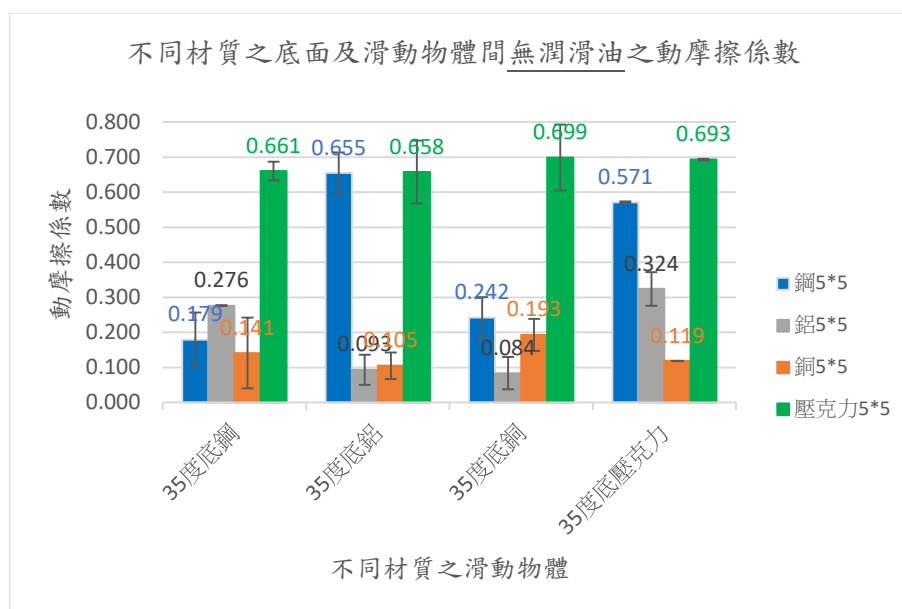


圖 5-18 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數

- (2) 以鋼為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數為最大，銅則為最小。
- (3) 以鋁為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數為最大，鋁則為最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數為最大，鋁則為最小。

- (5) 以壓克力為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數為最大，銅則為最小。
- (6) 整體而言，不管底面為何種材質，動摩擦係數最大的皆為壓克力，此結果與最大靜摩擦係數之結果差不多，鋁和銅的動摩擦係數為最小。
- (7) 由標準差的數據中發現，動摩擦的各組穩定度沒有像測量最大靜摩擦係數時穩定，但我們在測量上發現，各組間所測得的下滑時間其實差異並不大，應該是代入公式後，動摩擦係數較小，相對的，差異度也會較大所導致的結果。

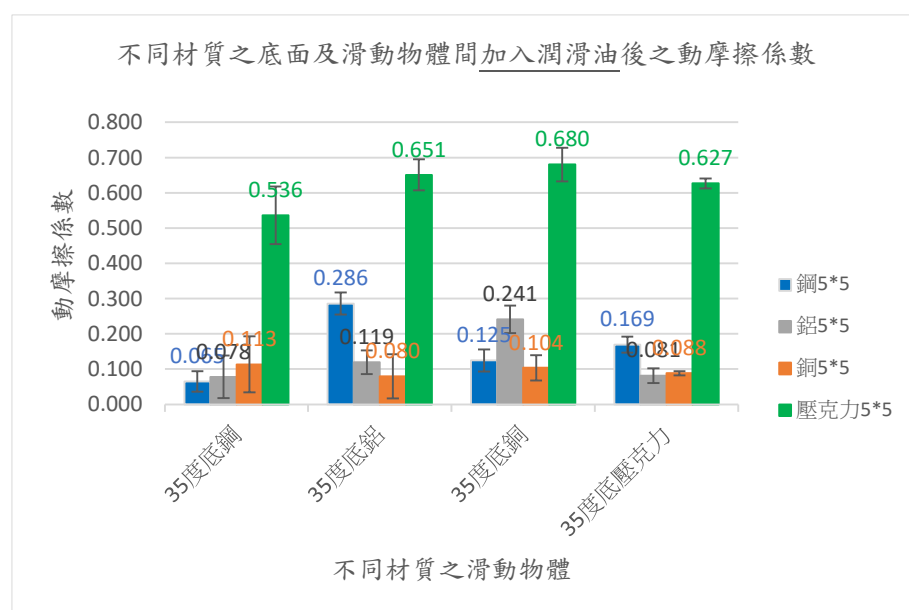
2. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：加入潤滑油）

我們為了比較不同材質塗上潤滑油是否影響動摩擦係數，取鋼、鋁、銅及壓克力四種不同材質當作我們的斜面，並分別取面積皆為 $5*5\text{ cm}^2$ 之鋼、鋁、銅及壓克力片當作滑動物體，在底面及滑動物體間塗上薄薄一層針車油後，兩兩交叉檢測物質下滑的時間，比較不同材質的接觸面加入潤滑油後的動摩擦係數。

- (1) 將上述滑動物體分別放置材質為鋼、鋁、銅及壓克力的底面，利用儀器將底面上升至 35 度角，紀錄滑動物體滑下的時間，並代入公式算出其動摩擦係數，結果如表 5-7 及圖 5-19 所示。

表 5-7 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之動摩擦係數

靜摩擦係數	鋼 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
35 度底鋼	0.065	0.078	0.113	0.536
標準差（鋼）	0.029	0.031	0.032	0.022
35 度底鋁	0.286	0.119	0.108	0.651
標準差（鋁）	0.061	0.034	0.039	0.021
35 度底銅	0.125	0.241	0.104	0.680
標準差（銅）	0.080	0.063	0.036	0.006
35 度底壓克力	0.169	0.081	0.088	0.627
標準差（壓克力）	0.038	0.044	0.048	0.014



5-19 同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之動摩擦係數

- (2) 以鋼為底面，壓克力需要克服的動摩擦力最大，銅需要克服的動摩擦力最小。
- (3) 以鋁為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數最大，銅需要克服的動摩擦係數最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力需要克服的動摩擦力為最大，銅需要克服的動摩擦力為最小。
- (5) 以壓克力為底面，壓克力需要克服的動摩擦係數為最大，鋁需要克服的動摩擦係數為最小。
- (6) 整體而言，不管底面為何種材質，接觸面加入潤滑油，動摩擦係數最大的皆為壓克力，此結果與無潤滑油的結果相符。
- (7) 由圖表中可以發現，加入潤滑油之後，可以增加各組在測量上的穩定度。
- (8) 與無潤滑油的組別比較，在標準差的結果中發現，加入潤滑油之後，各組的動摩擦係數皆降低，且整體而言，各組在測量的穩定度也增加許多。

實驗（五）：相同材質之底面與滑動物體

我們使用不同材質鋼、鋁、銅及壓克力當作我們的斜面，即為下滑之底面。裁切正方形邊長分別為 5cm、4cm、3cm 之鋼、鋁、銅及壓克力片當作滑動物體，並於上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，使用相同材質底面與滑動物體，利用儀器將底面上升至 35 度角，紀錄滑動物體下滑 0.42m 所需的時間，代入公式計算其動摩擦係數，並加以比較其差異。

1. 改變質量大小（正向力）

- (1) 我們使用面積為 $5*5\text{ cm}^2$ 大小的滑動物體，並於滑動物體上方分別加入 0g、10g、20g、50g 等不同質量之砝碼。將上述滑動物體放置於相同材質之底面，利用儀器將底面上升至 35 度角，以機械手臂夾住滑動物體，待機械手臂放開後，紀錄滑動物體下滑的時間，並求出其動摩擦係數，結果如表 5-8 及圖 5-20 所示。

表 5-8 不同質量之 $5*5\text{ cm}^2$ 滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

不同質量	+0g	+10g	+20g	+50g
35 度底鋼/鋼 $5*5$	0.179	0.132	0.101	0.143
標準差（鋼）	0.077	0.077	0.051	0.068
35 度底鋁/鋁 $5*5$	0.200	0.171	0.130	0.131
標準差（鋁）	0.076	0.054	0.070	0.066
35 度底銅/銅 $5*5$	0.193	0.228	0.128	0.141
標準差（銅）	0.046	0.097	0.066	0.068
35 度底壓克力/壓 $5*5$	0.693	0.592	0.582	0.565
標準差（壓克力）	0.003	0.040	0.051	0.022

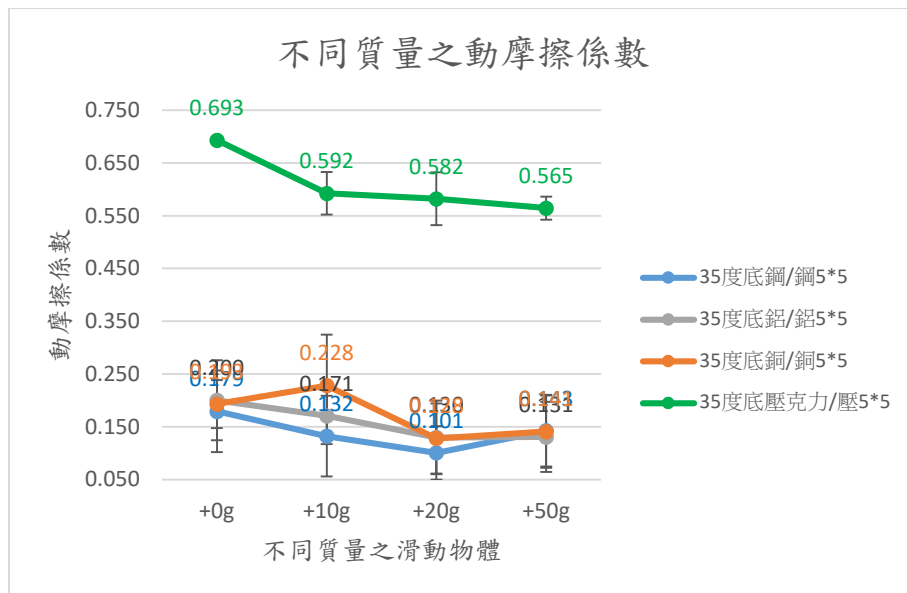


圖 5-20 不同質量之 5*5 cm²滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

- (2) 從圖中發現，不管加入的質量為多少，**壓克力**的動摩擦係數**最大**，但加 10g **砝碼**之後的動摩擦係數呈現較穩定狀態，質量越大接觸面空氣影響越小，此結果與最大靜摩擦係數的結果一樣，推測應該是壓克力容易產生靜電，導致摩擦係數較不穩定。
- (3) 從圖中發現，**增加質量對鋼、鋁及銅的動摩擦係數影響不大**，此結果與最大靜摩擦係數的結果一樣，推測應該是因為質量越大接觸面空氣影響越小。
- (4) 由標準差的數據中發現，動摩擦的各組穩定度沒有像測量最大靜摩擦係數時穩定，但我們在測量上發現，各組間所測得的下滑時間其實差異並不大，應該是帶入公式後，動摩擦係數較小，相對的，差異度也會較大所導致的結果。

2. 改變不同面積的大小

- (1) 我們使用 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm²三種不同面積大小的滑動物體 (+0g)，將上述滑動物體放置於相同材質之底面，利用儀器將底面上升至 35 度角，以機械手臂夾住滑動物體，待機械手臂放開後，紀錄滑動物體下滑的時間，並求出其動摩擦係數，結果如表 5-9 及圖 5-21 所示。

表 5-9 不同面積之滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

面積大小	5*5	4*4	3*3
底鋼/鋼 (鋼)	0.179	0.097	0.426
標準差	0.075	0.040	0.036
底鋁/鋁	0.093	0.567	0.075
標準差 (鋁)	0.043	0.031	0.042
底銅/銅	0.193	0.166	0.128
標準差 (銅)	0.046	0.069	0.068
底壓克力/壓克力	0.693	0.689	0.625
標準差 (壓克力)	0.003	0.003	0.003

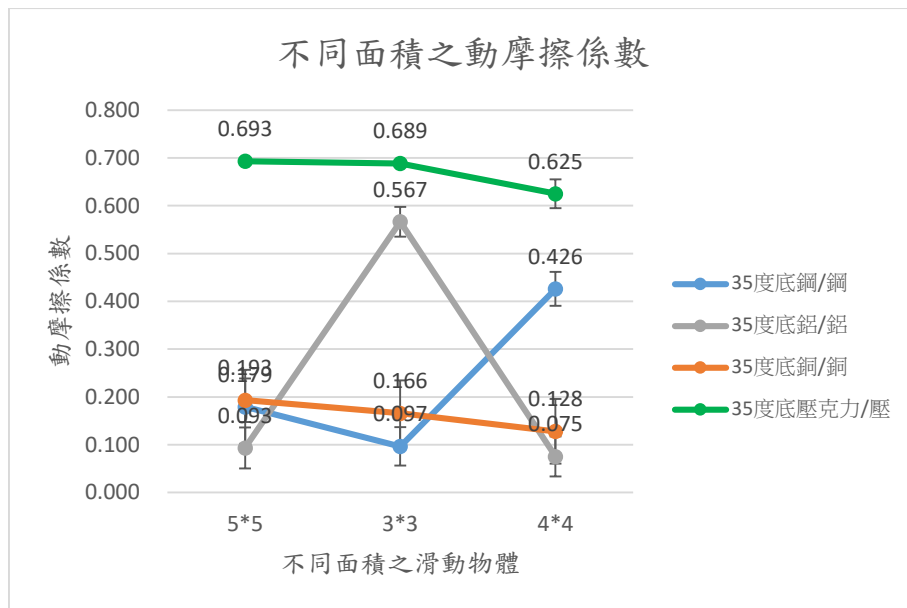


圖 5-21 不同面積之滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

- (2) 從圖中發現，**壓克力**的動摩擦係數**最大**，而且**不同面積差距不大**，**鋼**的動摩擦係數也**不受面積影響**，這與我們所學「摩擦係數不受接觸面積影響」的概念相符。
- (3) 面積為 5*5 cm²和 4*4 cm²**鋼**的**動摩擦係數相差不大**，面積為 3*3 cm²的鋼有突然增加的情形，在實驗過程中，我們發現此大小的鋼片切面不平整，在加上質量較輕，導致在滑動的過程中，容易受到接觸面空氣的影響而停滯在底面上，最後影響動摩擦係數。
- (4) 面積為 5*5 cm²和 3*3 cm²**鋁**的**動摩擦係數相差不大**，面積為 4*4 cm²的鋁有突然增加的情形，在實驗過程中，此面積大小的鋁片和鋼也有同樣的情形，從目測來觀察，推測應該是當初工廠是使用砂輪機裁切，可以控制裁切面積但無法控制切面平整度，導致平整度不一。
- (5) 整體來說，**動摩擦係數不受接觸面積的影響**，但是會受到材質與接觸面平整與否影響，而增加質量可以增加其穩定度。

實驗（六）：底面與滑動物體之材質皆為鋼

我們以鋼為底面及滑動物體材質，取 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm²三種接觸面積大小不同的滑動物體，上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，利用儀器將底面上升至 35 度角，紀錄滑動物體下滑 0.42m 所需的時間，並算出其動摩擦係數，加以比較其差異。

1. 將上述滑動物體放置於材質為鋼的底面，利用儀器將底面上升至 35 度，待滑動物體一移動，儀器感測後便自動停止，記錄下滑的時間，並代入式算出其動摩擦係數，結果如表 5-10 及圖 5-22 所示。

表 5-10 鋼之不同面積與質量之動摩擦係數

加入質量	+0g	+10g	+20g	+50g
35 度底鋼/鋼 5*5	0.179	0.132	0.101	0.143

標準差 (鋼 5*5)	0.077	0.077	0.051	0.068
35 度底鋼/鋼 4*4	0.097	0.105	0.121	0.127
標準差 (鋼 4*4)	0.040	0.039	0.050	0.025
35 度底鋼/鋼 3*3	0.426	0.358	0.281	0.254
標準差 (鋼 3*3)	0.036	0.035	0.075	0.112

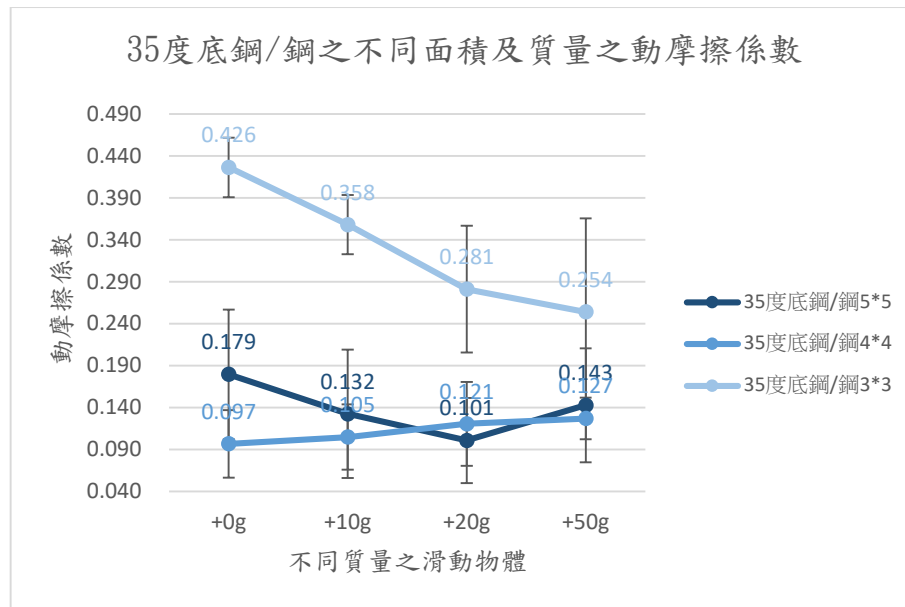


圖 5-22 鋼之不同面積與質量之動摩擦係數

- 由數據可知，滑動物體面積為 5*5 cm² 及 4*4 cm² 之動摩擦係數較小，且差異不大，增加質量並不會影響動摩擦係數。
- 滑動物體面積為 3*3 cm² 之動摩擦係數最大，其中以+0g 的組別最大，隨著質量增加，動摩擦係數減少，推測應該是質量增加，底面與滑動物體密合度高，減少接觸面空氣造成的影響。

實驗（七）：設計不同紋路之滑動物體

我們想進一步利用本儀器，了解運動鞋之底面紋路對摩擦力的影響，以供未來設計鞋底時可以參考使用，所以我們設計三種不同紋路的滑動物體，包括直條、圓形及同心圓三種，如圖 5-23 所示。利用 3D 印表機印製出面積大小為 5*5 cm² 平方公分的滑動物體，滑動物體底面紋路分別為直條、圓形、同心圓等三種，且紋路面積相同。以鋼為底面材質，在滑動物體上方加上 50g 的砝碼，測量其最大靜摩擦係數及動摩擦係數，並加以比較之。



圖 5-23 三種不同紋路之滑動物體

1. 最大靜摩擦係數

- (1) 為了增加測量上的穩定度，我們使用 $5 \times 5 \text{ cm}^2$ 大小且不同紋路之滑動物體，且於滑動物體上方分別加入 50g 之砝碼。將上述滑動物體放置材質為鋼之底面，測量並記錄儀器上升時開始移動之角度，並求出其最大靜摩擦係數，結果如表 5-11、圖 5-24 及圖 5-25 所示。

表 5-11 不同紋路之滑動物體的最大靜摩擦係數之相關檢測數據

次數/度數	直條(度)	直條 μ_s	圓形(度)	圓形 μ_s	同心圓(度)	同心圓 μ_s
1	14	0.249	10.5	0.185	11.5	0.203
2	13.5	0.240	10.5	0.185	11.5	0.203
3	14	0.249	10.5	0.185	12.5	0.222
4	13.5	0.240	10.5	0.185	11.5	0.203
5	13.5	0.240	10.5	0.185	12	0.213
平均	13.7	0.244	10.5	0.185	11.8	0.209
$\tan \theta$	0.244		0.185		0.209	
μ_s	0.244		0.185		0.209	
標準差		0.005		0.000		0.008

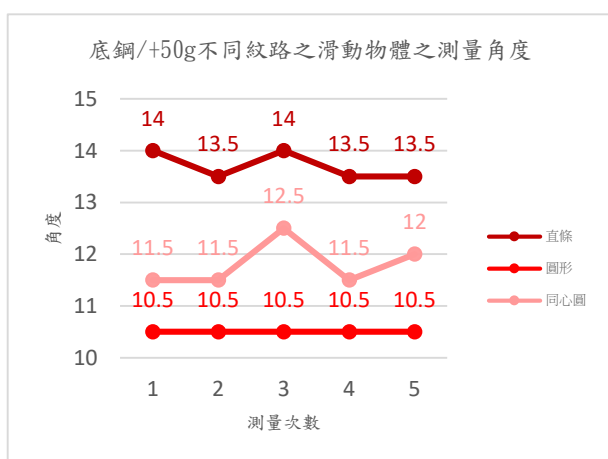


圖 5-24 不同紋路之滑動物體之測量角度

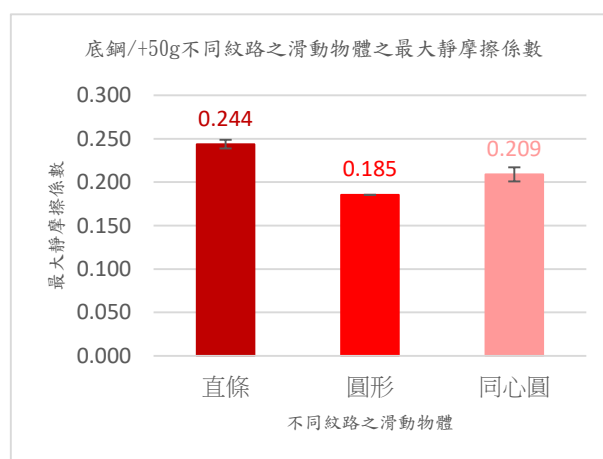


圖 5-25 不同紋路之滑動物體之最大靜摩擦係數

- (2) 由數據得知，最大靜摩擦係數以直條最大、圓形最小，代表若全以直條當作鞋底紋路，起跑時獲得的牛頓第三運動定律（反作用力）比較有力量，適合當作跑步鞋。
- (3) 造成三種紋路之最大靜摩擦係數不同的原因，可能是因為紋路的不同，造成滑動物體與底面所包覆的空氣量不同而影響最大靜摩擦係數。
- (3) 三組的標準差皆很小，故以本儀器來測定時，測定之數據差異不大，穩定性高。

2. 動摩擦係數

- (1) 我們使用 $5 \times 5 \text{ cm}^2$ 大小且不同紋路之滑動物體，並於滑動物體上方分別加入 50g 之砝碼。將上述滑動物體放置材質為鋼之底面，使儀器上升至 25 度角，測量並記錄其下滑時間，並求出其動摩擦係數，結果如表 5-12、圖 5-26 及圖 5-27 所示。

表 5-12 不同紋路之滑動物體的動摩擦係數之相關檢測數據

次數/時間 (秒)	直條	直條 μ_k	圓形	圓形 μ_k	同心圓	同心圓 μ_k
角度	25	25	25	25	25	25
1	0.900	0.350	0.938	0.359	0.936	0.358
2	0.961	0.364	0.999	0.372	0.932	0.357
3	1.066	0.383	0.901	0.350	0.929	0.357
4	1.002	0.372	0.935	0.358	0.874	0.342
5	1.002	0.372	0.902	0.350	0.902	0.350
平均	0.986	0.368	0.935	0.358	0.915	0.353
距離 (m)	0.42		0.42		0.42	
加速度	0.864		0.961		1.004	
$\sin \theta$	0.423		0.423		0.423	
$\cos \theta$	0.906		0.906		0.906	
μ_k	0.369		0.358		0.353	
標準差		0.012		0.009		0.007

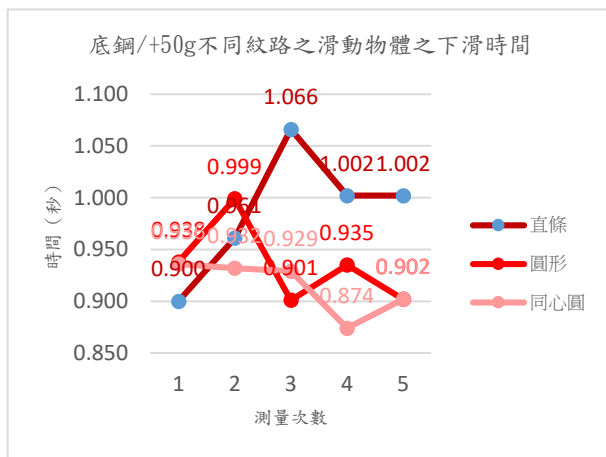


圖 5-26 不同紋路之滑動物體之下滑時間

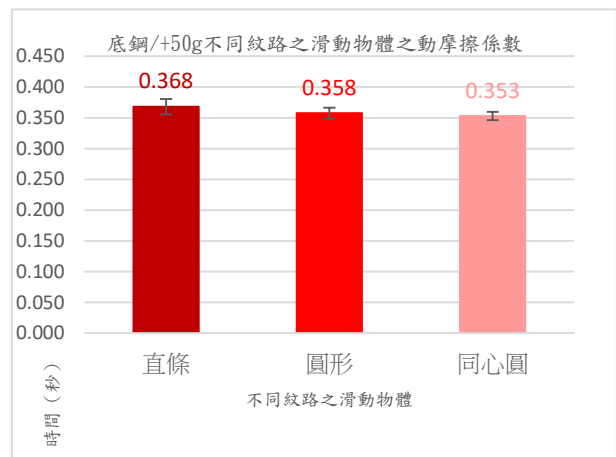


圖 5-27 不同紋路之滑動物體動摩擦係數

- (2) 由數據得知，動摩擦係數三者差異不大，表示運動過程中鞋底紋路的形式並不會影響係數，得視運動者的體重，越重者得到運動過程中摩擦力越大。
- (3) 以本儀器測定時穩定高，測定之數據差異不大。

四、綜合討論

- (一) 比較相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之最大靜摩擦係數

表 5-13 相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之最大靜摩擦係數比較

最大靜摩擦係數			
無潤滑油		加入潤滑油	
底鋼/鋼 5*5	0.161	底鋼/鋼 5*5	0.213
鋁底/鋁 5*5	0.319	鋁底/鋁 5*5	0.382
底銅/銅 5*5	0.353	底銅/銅 5*5	0.261*
底壓克力/壓克力 5*5	0.573	底壓克力/壓克力 5*5	0.335*

討論：由上表 5-13 發現，**銅與壓克力**的接觸面有潤滑油，會**降低最大靜摩擦係數**，**銅與鋁**的接觸面間加入潤滑油，反而會**增加最大靜摩擦係數**，與我們對於加入潤滑油一定會降低摩擦力的認知不同，推測是因為潤滑油容易在接觸面產生黏滯性，導致滑動物體在滑動時容易停滯在底面，進而影響摩擦係數。

(二) 比較相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之動摩擦係數

表 5-14 相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之動摩擦係數比較

動摩擦係數			
無潤滑油		加入潤滑油	
底鋼/鋼 5*5	0.179	底鋼/鋼 5*5	0.065*
鋁底/鋁 5*5	0.093	鋁底/鋁 5*5	0.119
底銅/銅 5*5	0.193	底銅/銅 5*5	0.104*
底壓克力/壓克力 5*5	0.693	底壓克力/壓克力 5*5	0.627*

討論：由上表 5-14 發現，**銅、銅和壓克力**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數降低**，特別是**鋁**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數略為增加**，與我們對於加入潤滑油一定會降低摩擦力的認知不同，推測由於鋁的質量輕，加上油又有黏滯性，造成在測量時，鋁反而容易卡住，進而影響動摩擦係數。

(三) 互換底面與滑動物體間有無潤滑油之最大靜摩擦係數比較

1. 接觸面間無潤滑油

表 5-15 互換底面與滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數比較值

底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ_s	底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ_s	μ_s 比較值
底鋼/鋁 5*5	0.281	底鋁/鋼 5*5	0.219	0.062
底鋼/銅 5*5	0.247	底銅/鋼 5*5	0.358	-0.112*
底鋼/壓克力 5*5	0.261	底壓克力/鋼 5*5	0.347	-0.087
底鋁/銅 5*5	0.300	底銅/鋁 5*5	0.344	-0.043
底鋁/壓克力 5*5	0.458	底壓克力/鋁 5*5	0.394	0.064
底銅/壓克力 5*5	0.488	底壓克力/銅 5*5	0.409	0.079

討論：由上表 5-15 發現，互換底面與滑動物體體係數有些微差距，其中**底鋼/銅、底銅/鋼**的差距最大，推測是滑動物體接觸面無法平整所致。

2. 接觸面間加入潤滑油

表 5-16 互換底面與滑動物體間加入潤滑油之最大靜摩擦係數比較值

底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ_s	底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ_s	μ_s 比較值
底鋼/鋁 5*5	0.235	底鋁/鋼 5*5	0.352	-0.118
底鋼/銅 5*5	0.247	底銅/鋼 5*5	0.247	0.000
底鋼/壓克力 5*5	0.302	底壓克力/鋼 5*5	0.329	-0.027
底鋁/銅 5*5	0.362	底銅/鋁 5*5	0.337	0.025

底鋁/壓克力 5*5	0.378	底壓克力/鋁 5*5	0.390	-0.012
底銅/壓克力 5*5	0.625	底壓克力/銅 5*5	0.340	0.285*

討論：由表 5-16 發現，加入潤滑油後，互換底面與滑動物體，大部分組別的係數與無潤滑油差距皆變小，其中底銅/壓克力、底壓克力/銅的差距最大，推測是滑動物體質量相距較大，所造成接觸面無法平整所致。從兩表中比較得知，加入潤滑油會造成最大靜摩擦力的差距減少，但底銅/鋁、底鋁/銅及底銅/壓克力、底壓克力/銅的差距變大。

(四) 互換底面與滑動物體間有無潤滑油之動摩擦係數比較

1. 接觸面間無潤滑油

表 5-17 互換底面與滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數比較值

底/滑動物體	動摩擦係數 μ_k	底/滑動物體	動摩擦係數 μ	μ_k 比較值
底銅/鋁 5*5	0.276	底鋁/銅 5*5	0.655	-0.378
底銅/銅 5*5	0.141	底銅/銅 5*5	0.242	-0.101
底銅/壓克力 5*5	0.661	底壓克力/銅 5*5	0.571	0.090
底鋁/銅 5*5	0.105	底銅/鋁 5*5	0.084	0.021
底鋁/壓克力 5*5	0.658	底壓克力/鋁 5*5	0.324	0.334
底銅/壓克力 5*5	0.699	底壓克力/銅 5*5	0.119	0.580*

討論：由表 5-17 發現，原則互換底面係數值應該相同，但由上述表格差值發現，其中底銅/壓克力、底壓克力/銅的差距最大，此結果與加入潤滑油後之最大靜摩擦係數相同，推測是滑動物體體質量相距大所造成接觸面無法平整所致【壓克力 ($D=1.2\text{g/cm}^3$)，底面銅 ($D=7.8\text{g/cm}^3$)】。

2. 接觸面間加入潤滑油

表 5-18 互換底面與滑動物體間加入潤滑油之動摩擦係數比較值

底/滑動物體	動摩擦係數 μ_k	底/滑動物體	動摩擦係數 μ_k	μ_k 比較值
底銅/鋁 5*5	0.078	底鋁/銅 5*5	0.286	-0.208
底銅/銅 5*5	0.113	底銅/銅 5*5	0.125	-0.011
底銅/壓克力 5*5	0.536	底壓克力/銅 5*5	0.169	0.367
底鋁/銅 5*5	0.080	底銅/鋁 5*5	0.241	-0.162
底鋁/壓克力 5*5	0.651	底壓克力/鋁 5*5	0.081	0.570
底銅/壓克力 5*5	0.680	底壓克力/銅 5*5	0.088	0.592*

討論：由表 5-18 發現，原則互換底面係數值應該相同，由上述表格發現，其中底銅/壓克力、底壓克力/銅的差距最大，推測是滑動物體體質量相距大所造成接觸面無法平整所致。此結果與加入潤滑油後之最大靜摩擦係數及無潤滑油之動摩擦係數的結果相同。從表 5-15 及表 5-16 得知，加入潤滑油會造成動摩擦係數的差距減少，但與接觸面間無潤滑油比較，動摩擦係數皆有減少。

陸、結論

- 一、本研究所設計的**摩擦係數測量儀器**，**簡易及方便**組裝，並依照需求測量接觸面之最大靜摩擦係數與動摩擦係數，進而求得摩擦力，讓國中生對於學習本單元有更清楚的認識。
- 二、本研究設計的儀器是透過**學校的積木及相關材料組裝而成**，**應用**國中課程中簡單機械概念的**斜面原理**、動靜**滑輪組**省力裝置等組裝，並透過程式**設計可控制操縱及測量的儀器**。
- 三、藉由本儀器測定，可**比較不同材質間的摩擦係數**，進而**應用**於各式物品設計，更能貼切使用者需求，例如鞋底紋路或不同材質之摩擦係數檢測、產品摩擦係數之檢測。
- 四、本研究利用 3D 印表機印製出不同紋路的滑動物體，了解**不同紋路會影響最大靜摩擦力**，但對於**動摩擦力影響不大**，故**以直條當作鞋底紋路**，**起跑時得到反作用力較多**，**適合當作跑步鞋**；**運動過程中鞋底紋路的形式並不會影響係數**，得視運動者的體重，越重者產生運動過程中摩擦力越大。
- 五、**鋼、銅和壓克力**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數皆降低**，特別是**鋁**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數略為增加**，與我們對於加入潤滑油一定會降低摩擦力的認知不同，推測由於鋁的質量輕，加上油又有黏滯性，造成在測量時，鋁反而容易卡住，而影響動摩擦係數，但對於最大靜摩擦力則視材質而定。
- 六、摩擦係數是根據接觸面的性質而定，從實驗得知，本實驗**滑動物體的質量與接觸面積並不會影響摩擦係數的大小**，但若滑動物體較輕，則會影響物質之間接觸面貼合的程度，進而影響到儀器測量係數的大小。
- 七、從實驗得知**物體質量大小不會影響摩擦係數的大小**，可**增加滑動物體的質量讓接觸面貼合度增加**，**以增加測量上的穩定度**。
- 八、我們準備的材料中，面積越小裁切過程平整度不易控制，**平整度容易影響測量結果**。另壓克力材質在滑動過程中過程容易產生靜電，產生吸引力進而增加摩擦係數。
- 九、從實驗發現接觸面改為水，反而增加摩擦係數，查閱文獻資料得知水是極性物質，分子間容易產生吸引力，導致物體黏滯不滑動而無法測量，與我們日常生活中的經驗「水應該會減少摩擦係數」的想法不同。
- 十、從實驗得知，動、靜摩擦係數並不如教科書所述皆為定值，平整度、濕度或是接觸面的狀況，皆會影響測定，因此我們為了減少空氣、濕度的影響，嘗試增加物體的質量，從實驗數據中發現大有改善。

柒、參考資料

- 一、郭重吉〈2019〉。《國民中學自然與生活科技第四冊》。臺南市：南一書局企業股份有限公司。
- 二、休伊特〈2008〉。《觀念物理 I》。臺北市：遠見天下文化。
- 三、蘇卡奇〈2006〉。《觀念化學 V》。臺北市：遠見天下文化。
- 四、凱特·戴維斯〈2012〉。《觀念物理小學堂》。臺北市：遠見天下文化。
- 五、高源清〈1985〉。《牛頓科學研習百科〈物理〉》。臺北市：牛頓出版社。
- 六、牛頓第二運動定律實驗（2018 年 2 月 22 日）。取自：
<http://teacher.yuntech.edu.tw/~fengcl/exp/1/Newton.pdf>
- 七、摩擦力（2019 年 2 月 22 日）。取自：<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/html.php?html=Notes/friction>
- 八、台灣國立大學物理學系（2019 年 2 月 22 日）。取自：<http://www2.phy.ntnu.edu.tw/>
- 九、國立高雄海洋科技大學物理實驗數位教材 2 摩擦係數測定（2019 年 2 月 22 日）。取自：
<https://www.youtube.com/watch?v=1ltKC4lNHug>
- 十、從鞋底紋路看其用途，究竟是什麼鬼？（2019 年 5 月 14 日）。取自：
<https://kknews.cc/news/qe5pmk8.html>

【評語】 032806

1. 本作品研製摩擦係數量測儀器並探討量測變因，適於做為學習輔助教具。
2. 量測鋼、鋁、銅、壓克力等質塊不同配對間的靜摩擦與動摩擦力，並探討潤滑與材料紋路的影響，實驗內容豐富，考慮各種因素，結果具有參考價值。若能進一步探究實驗數據的異常現象，將使結果更為豐富。
3. 實驗結果如能解決生活中的問題會更好。

摘要

本研究成功利用 Arduino 開放硬體、Scratch2 設計程式、紅外線、機械手臂及動、靜滑輪省力裝置等器材，設計可以檢測最大靜摩擦係數及動摩擦係數的儀器，並經過反覆測試，驗證儀器的可用性。藉由此儀器檢測數據，本研究發現不同材質物體的接觸面間塗潤滑油皆會影響摩擦係數的大小，摩擦係數則不受正向力及接觸面積的影響，而增加滑動物體的質量可以增加測量上的穩定度。本研究亦利用 3D 列印不同紋路底面的滑動物體，結果發現紋路不同會影響最大靜摩擦力，但對動摩擦力影響不大；故以直條當作鞋底紋路，起跑時得到的反作用力較大，適合當作跑步鞋的鞋底。本研究所設計的儀器，組裝方便、操作簡單且穩定性高，適合推廣及應用在國中相關課程及其他相關產品之測試。

壹、研究動機

「ㄅㄨㄣˊ！」當槍聲鳴起，所有賽跑選手自起跑點開始起跑，每位選手都努力地往前衝刺，唯獨第一跑道的選手輸在起跑點上。沒錯！正是我們的第一棒，因為他穿了一雙鞋底已經幾乎磨平的布鞋，起跑時打滑了一下，讓我們喪失此一奪冠的機會，落在第三。自然老師知道此事後，便告訴我們：「沒錯！就是跟鞋底的摩擦力有關係！兩物體表面之間的摩擦力與正向壓力成正比，這個比值叫做**摩擦係數**。摩擦係數由滑動面的性質、粗糙度所決定。一般來說滑動面越粗糙，摩擦係數越大，而相反來說滑動面越光滑，摩擦係數便越小。國中課程雖然有此概念，但是，對於摩擦力的檢測實驗及儀器，一直有其困難度，一來不容易做到精確，二來儀器對國中生來說也不是這麼容易操作。」我們查詢了資料，發現國內有一所大學有示範此實驗的儀器，但卻是用手動操作。為了研究不同材質和接觸面之間產生的摩擦力有何差異，我們決定利用智高積木製作一個簡易型的測量儀器，了解不同材質之間的摩擦係數。

貳、研究目的

- 一、利用 Arduino 開放硬體、紅外線、機械手臂及動靜滑輪組等設計並組裝檢測儀器。
- 二、利用 Scratch2 設計相關程式以控制及讀取數據。
- 三、利用不同材質底面及滑動物體，檢測相關接觸面之最大靜摩擦係數。
- 四、利用不同材質底面及滑動物體，檢測相關接觸面之動摩擦係數。
- 五、利用改變質量大小（正向力），探討最大靜摩擦係數之變化。
- 六、利用改變質量大小（正向力），探討動摩擦係數之變化。
- 七、利用改變不同面積的大小，探討最大靜摩擦係數之變化。
- 八、利用改變不同面積的大小，探討動摩擦係數之變化。
- 九、設計不同紋路之滑動物體，觀察最大靜摩擦係數及動摩擦係數之差異。

參、研究器材與設備

銅片 (sus3042B)、鋁片 (A1050)、銅片 (紅銅 C1100)、壓克力片、銅片底板、鋁片底板、銅片底板、壓克力底板、Arduino UNO R3 開發板及感測器連接擴充板、光敏電阻模組、紅光雷射模組、微動開關模組、GWS S35 連續旋轉伺服馬達、SG-90 角度伺服馬達、反光條、18650 鋰電池 3.7V 電池組、量角器、針車油、泡棉膠、彩虹排線、棉線、軟體：Scratch2.0、軟體：kodorobot 團隊開發的 Transformer 中介軟體、智高 S4A 互動積木 #1247-CN、3D 印表機、直線紋路之滑動物體、圓形紋路之滑動物體、同心圓紋路之滑動物體、砝碼、長尾夾、剪刀、熱熔膠槍。

肆、研究過程及方法

一、研究流程與架構

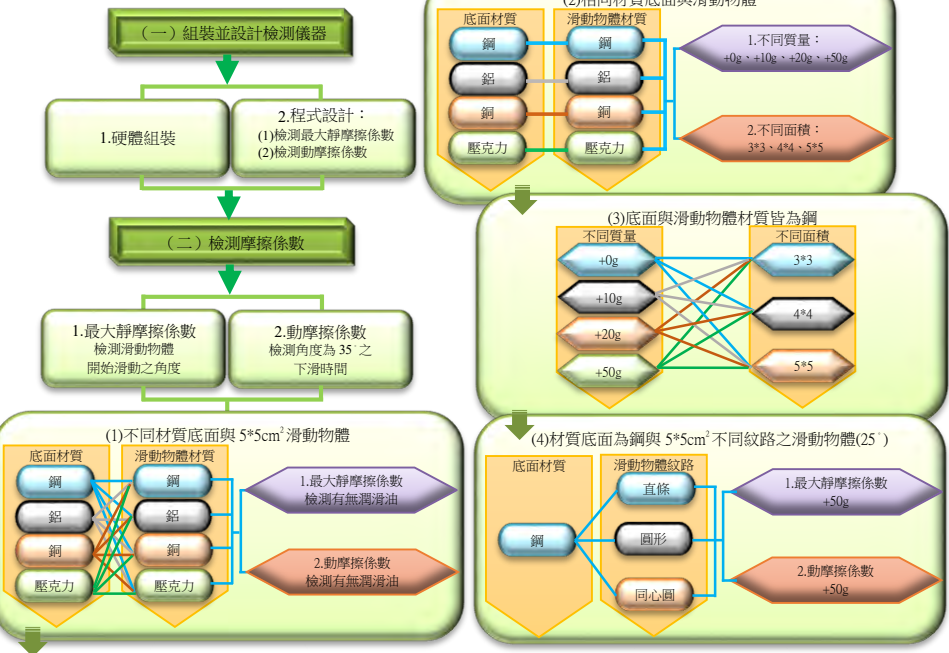


圖 4-1 本研究之執行內容及實驗規劃

二、組裝並設計檢測儀器

- (一) 利用校內現有的智高積木進行硬體組裝，整體架構應包含底板基座、斜面平臺、Arduino UNO R3 及感測器連接擴充板、動靜滑輪組省力裝置、伺服馬達牽引裝置、量角器等六大機構。
- (二) 儀器設備應具檢測最大靜摩擦係數及動摩擦係數之功能，因此平臺需裝載感測器，可偵測待測物體是否移動，及待測物由平臺上端滑動至平臺底部所花費的時間。
- (三) 利用 Scratch2 設計程式接收感測器訊息，並完成儀器設備之控制。
- (四) 本研究中使用兩種伺服馬達 (servo motor)：

1. Tower Pro SG90

藉由 Transformer 中介軟體的協助，可在 Scratch2 中指定角度可控制機械手臂的動作，如圖 4-2 所示。



圖 4-2 控制角度伺服馬達範例

2. GWS S35

藉由 Transformer 中介軟體的協助，可在 Scratch2 中指定數值，使馬達正轉或逆轉，以控制平臺角度大小，例如：給予數值 90 馬達即停止，80 馬達正轉，平臺上升，角度變大；給予 100 馬達逆轉，平臺下降，角度變小。操作指令如圖 4-3 所示。



圖 4-3 控制連續旋轉伺服馬達範例，分別為正轉上升、逆轉下降、停止

(五) 光敏電阻模組

本研究使用兩個光敏電阻模組，分別接在類比腳位 0 及 1，藉由 Transformer 中介軟體的協助，在 Scratch2 即可輕易讀取其感測之數值，圖 4-4 為讀取範例。

(六) 紅光雷射模組

只有電源（紅色）、接地（黑色）兩條線，只要正確供應 5V 之直流電源即會發出紅色雷射光。

(七) 微動開關模組

用來偵測斜面平臺的上升及下降角度是否已達極致，以控制連續旋轉伺服馬達停止動作。在本研究總共使用兩個微動開關，分別接在數位腳位 10 及 11，藉由 Transformer 中介軟體的協助，在 Scratch2 即可輕易讀取其感測之數值，未觸發時可讀得數值為 0，若有觸發則可讀得數值為 1，圖 4-5 為讀取範例。

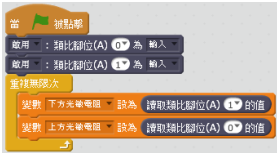


圖 4-4 讀取光敏電阻感測值之範例



圖 4-5 讀取微動開關感測值之範例

三、摩擦係數公式探討

(一) 最大靜摩擦係數 (μ_s) 之測定

1. 調整斜面，使其成大致水平。
2. 將待測物放置於斜面上。

3. 慢慢提升斜面的斜度，在物體恰好下滑時，記錄斜面的傾斜角，即為 θ_s 。
4. 代入公式計算 μ_s 值 ($\mu_s = \tan \theta_s$)，各種力的相關關係圖如圖 4-6 所示。

(二) 動摩擦係數 (μ_k) 之測定

1. 設定 θ_k 值，即可讓待測物下滑的斜面角度。
2. 設定 S 值，即待測物在斜面上所下滑的距離。
3. 測量 t 值，即待測物經過 S 距離所需時間。
4. 計算 a (加速度) 值。 $S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}$
5. 代入公式求 μ_k 值。

$$\begin{aligned} m g \sin \theta_k - \mu_k m g \cos \theta_k &= m a \\ \Rightarrow g \sin \theta_k - \mu_k g \cos \theta_k &= a \\ \Rightarrow \mu_k &= \frac{g \sin \theta_k}{g \cos \theta_k} - \frac{a}{g \cos \theta_k} \\ &= \tan \theta_k - \frac{a}{g \cos \theta_k} \end{aligned}$$

最後將儀器測定 a 值、 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $\tan \theta_k$ 代入上式，求得 μ_k 。

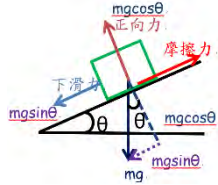


圖 4-6 在斜面上各種受力之關係圖

伍、研究結果與討論

一、檢測儀器設計

(一) 硬體組裝

1. 底板基座：以多片底盤積木組裝而成。
2. 斜面平臺：(1) 由多向長方框積木組裝而成，並在其上黏貼長 $50 \times 9 \text{ cm}^2$ 的壓克力板。(2) 平臺上下兩端各裝置一個紅光雷射模組及光敏電阻，當物體在平臺上滑動時，用於偵測滑動起點及終點。(3) 平臺上端安裝角度伺服馬達，利用三孔長條積木及 1/4 圓長條積木，組裝成電子手臂，透過轉動角度的控制，用於夾住及放開滑動物體。(4) 平臺中端裝置紅光雷射模組，用於指示斜面傾斜角度。

3. Arduino UNO R3 及感測器連接擴充板

- (1) 以 USB 介面連接電腦，利用 kodorobot 團隊開發的 Transformer 中介軟體，設計 Scratch2 積木程式讀取各種感測器數據或控制伺服馬達之運作。
- (2) 以 18650 鋰電池 3.7V 電池組提供額外電源，避免因電力不足而造成設備運作不穩定，此裝置如圖 5-1 所示。

4. 高架滑輪省力裝置

利用多個長方形積木架高，並透過棉繩及動、靜滑輪組（動滑輪省力一半，靜滑輪改變力的方向）設計，以伺服馬達牽引平臺上升及下降，平臺的最小角度為 5 度，最大角度為 50 度，在最大角度及最小角度處皆裝設微動開關，平臺一觸及微動開關，伺服馬達立即停止動作。此部分裝置如圖 5-2、圖 5-3 所示。

5. 伺服馬達牽引裝置：改變平臺角度的動力來源，可透過程式控制轉動速度。
6. 量角器：安裝在平臺旁邊，利用雷射光指示目前平臺角度，如圖 5-4 所示。

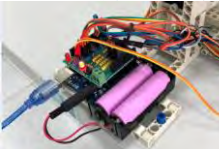


圖 5-1 Arduino 控制板及外接電源裝置圖



圖 5-2 高架靜滑輪裝置（改變力的方向）



圖 5-3 底部動滑輪裝置（省力 1/2）



圖 5-4 量角器與雷射光角度指示

7. 檢測裝置全貌

本研究設計之檢測儀器發展流程、電路圖、儀器全貌與使用的積木明細分別如下圖 5-5、圖 5-6、圖 5-7、圖 5-8 所示。

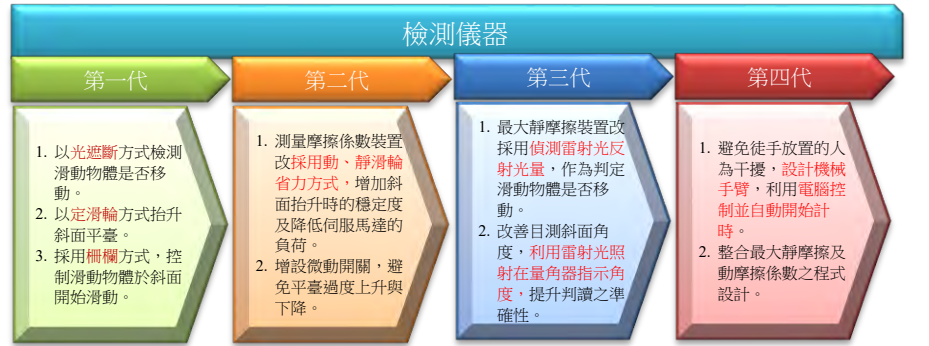


圖 5-5 檢測儀器之發展流程

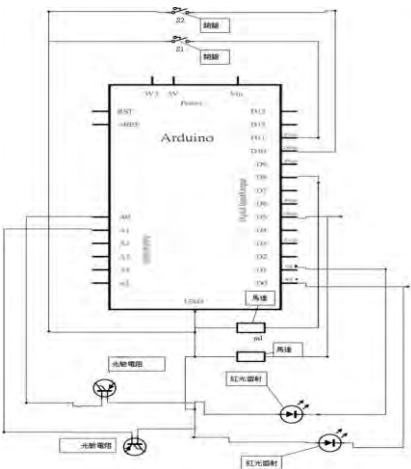


圖 5-6 檢測儀器之電路圖



圖 5-7 檢測儀器全貌

長方形 1*43	長方形 2*6	正方形 20	短連接 20	直角連接 3
7 孔長形 1*4	轉軸 1*1	轉軸 2*1	長連接 5	30 度連接 4
10 孔長形 2*4	3 孔長形 10	3 孔長形 1	2 對 1 連接 20	培林 3

圖 5-8 本研究使用的積木明細

(二) 程式設計

1. 最大靜摩擦係數之檢測

(1) 設計思維

在待測物上裝設鋁箔反光貼條，然後利用平臺上端的雷射光投射在反光貼條上，並以光敏電阻感測器偵測反光數值，控制連續旋轉伺服馬達牽引棉線並緩慢調整平臺角度，當待測物移動時，反光數值即產生變化，此時程式立即停止伺服馬達動作，然後記下平臺角度並代入公式，即可取得最大靜摩擦係數，如圖 5-9 所示。

(2) 程式邏輯流程圖，如圖 5-10 所示。

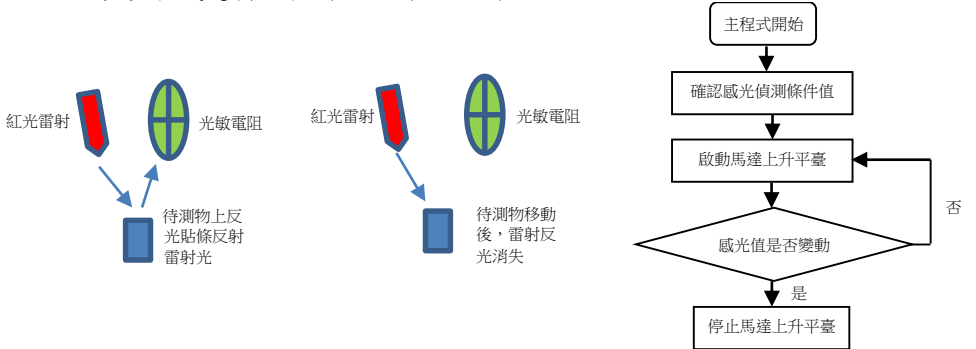


圖 5-9 待測物雷射光反射示意圖

圖 5-10 最大靜摩擦係數檢測之程式邏輯示意圖

2. 動摩擦係數之檢測

(1) 設計思維

將平臺分別抬升至不同角度，然後在平臺上端利用角度伺服馬達控制機械手臂夾住待測物，如圖 5-11 所示。在平臺下端終點處利用紅雷射射模組及光敏電阻組成光遮斷感測通道裝置，當機械手臂放開待測物時開始計時，當待測物滑至光遮斷感測通道裝置時停止計時。將時間、滑動距離、角度等數據代入公式，即可得到動摩擦係數。

(2) 程式邏輯流程圖，如圖 5-12 所示。

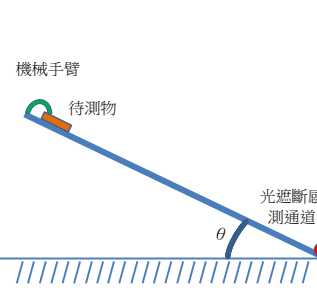


圖 5-11 動摩擦係數檢測示意圖

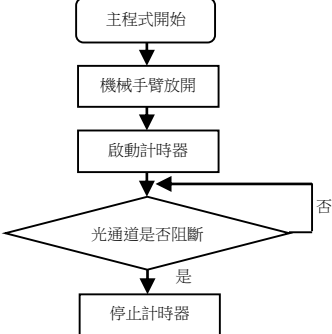


圖 5-12 動摩擦係數檢測之程式邏輯示意圖

3. Scratch2 程式

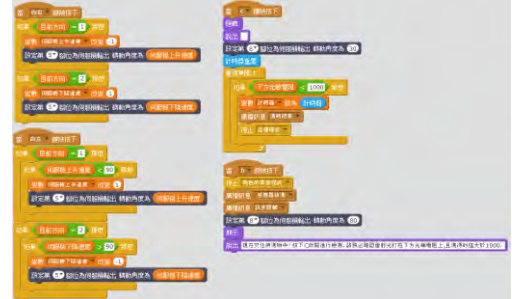
(1) 執行頁面



(2) 主程式內容 1



(2) 主程式內容 2



二、最大靜摩擦係數之檢測

實驗（一）：不同材質之底面與滑動物體

1. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：無潤滑油）

- (1) 取面積皆為 5*5 cm² 的銅、鋁、銅及壓克力當作滑動物體分別放置材質為銅、鋁、銅及壓克力的底面，將底面緩緩上升，當滑動物體一移動時，儀器感測後便自動停止，記錄停止時的角度，代入公式算出最大靜摩擦係數，結果如表 5-1 及圖 5-13。

表 5-1 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數

不同材質之滑動物體	銅 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
底銅	0.161	0.281	0.247	0.261
標準差（銅）	0.009	0.011	0.011	0.009
底鋁	0.219	0.319	0.300	0.458
標準差（鋁）	0.011	0.024	0.015	0.020
底銅	0.358	0.344	0.353	0.488
標準差（銅）	0.018	0.027	0.006	0.009
底壓克力	0.347	0.394	0.409	0.573
標準差（壓克力）	0.015	0.022	0.021	0.009

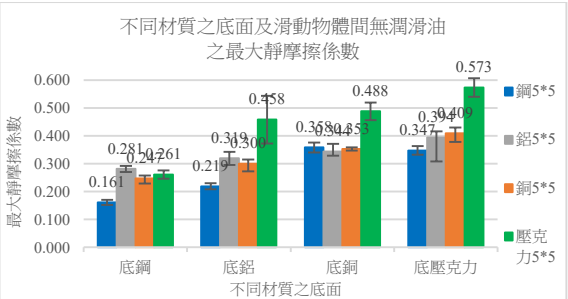


圖 5-13 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數

- (2) 以銅為底面，鋁的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (3) 以鋁為底面，壓克力的最大靜摩擦係數最大，銅最小，推測鋁表面會形成細緻的氧化鋁，分子間接觸面較密合所導致。
- (4) 以銅為底面，壓克力的最大靜摩擦係數最大，鋁最小，推測底面銅的活性很小，表面不易形成氧化物，壓克力表面孔洞較多，易與銅吸附。
- (5) 以壓克力為底面，壓克力的最大靜摩擦係數最大，其次為銅，推測底面的壓克力與活性小的銅吸附所導致，而銅最小。
- (6) 以壓克力為底面材質，銅、鋁、銅、壓克力之滑動物體的最大靜摩擦係數最大，銅為底面的最小。
- (7) 各組標準差數值最大的皆為壓克力為材質的滑動物體，以壓克力為滑動物體的穩定度沒有其他材質來得高，推測應該是壓克力容易產生靜電，導致測量較不穩定。

2. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：加入潤滑油）

為了比較不同材質塗上潤滑油是否影響最大靜摩擦係數，所以進行此實驗。

- (1) 取面積皆為 5*5 cm² 的銅、鋁、銅及壓克力當作滑動物體分別放置材質為銅、鋁、銅及壓克力的底面，並在接觸面上塗上薄薄一層潤滑油（針車油），比較不同材質的接觸面加入潤滑油後的最大靜摩擦係數，結果如表 5-2、圖 5-14 所示。

表 5-2 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之最大靜摩擦係數

不同材質之滑動物體	銅 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
底銅	0.213	0.235	0.247	0.302
標準差（銅）	0.009	0.008	0.004	0.005
底鋁	0.352	0.382	0.362	0.378
標準差（鋁）	0.013	0.011	0.013	0.010
底銅	0.247	0.337	0.261	0.625
標準差（銅）	0.010	0.022	0.009	0.015
底壓克力	0.339	0.390	0.340	0.335
標準差（壓克力）	0.005	0.009	0.005	0.000

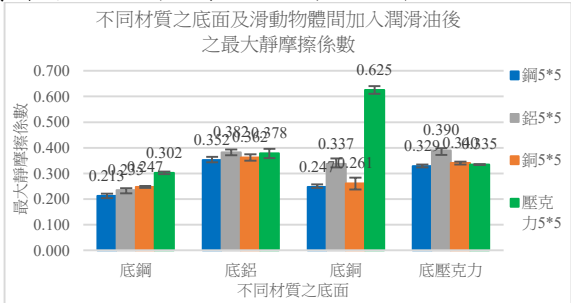


圖 5-14 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之最大靜摩擦係數

- (2) 以銅為底面，壓克力的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (3) 以鋁為底面，鋁的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (5) 以壓克力為底面，鋁的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (6) 以鋁為底面的最大靜摩擦係數最大，銅為底面最小。
- (7) 加入潤滑油可降低各組之最大靜摩擦係數，以壓克力的最為明顯，亦可增加壓克力在測量上的穩定度。

實驗（二）：相同材質之底面與滑動物體

為了探討相同材質的底面與滑動物體間，改變正向力及面積大小對最大靜摩擦係數之影響，所以我們設計了此實驗。

1. 改變質量大小（正向力）

- (1) 取 5*5 cm² 大小的滑動物體，並於上方分別加入 0g、10g、20g、50g 等不同質量之砝碼，放置於相同材質之底面，檢測並比較質量與最大靜摩擦係數之關係，結果如表 5-3 及圖 5-15 所示。

表 5-3 不同質量之 5*5 cm² 滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

加入質量	+0g	+10g	+20g	+50g
底銅/銅 5*5	0.161	0.205	0.199	0.195
標準差（銅）	0.009	0.011	0.011	0.012
底鋁/鋁 5*5	0.319	0.391	0.393	0.350
標準差（鋁）	0.024	0.016	0.017	0.020
底銅/銅 5*5	0.353	0.410	0.367	0.376
標準差（銅）	0.006	0.016	0.020	0.016
底壓克力/壓克力 5*5	0.573	0.491	0.421	0.450
標準差（壓克力）	0.033	0.039	0.039	0.026

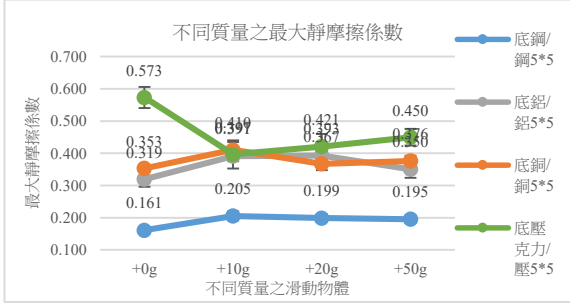


圖 5-15 不同質量之 5*5 cm² 滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

- (2) 加上 10g 砝碼之後的滑動物體，摩擦係數呈現穩定狀態，推測應該是質量越大造成空氣對接觸面的影響越小。
- (3) 相同材質之底面及滑動物體，+10g、+20g 及 +50g 的最大靜摩擦係數數值差異不大，由此可知，增加質量對最大靜摩擦係數的影響不大。
- (4) 壓克力的標準差是四組中最大的，測出的最大靜摩擦係數也是四組中最大的，由此可知，壓克力的穩定度相較其他三組為低。

- (5) +0g 壓克力的最大靜摩擦係數最大，但外加質量之後，發現摩擦係數下降，推測應為整體下滑力增加，降低了靜電力的影響比例所導致。
- (6) 整體而言，以+10g 的標準差數值較高，隨著質量的增加，標準差也會降低，由此可知，增加質量雖然不影響最大靜摩擦係數，但卻能增加測量上的穩定度。

2. 改變不同面積的大小

- (1) 取 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm² 三種不同面積大小的滑動物體（+0g），放置於相同材質之底面，檢測並比較面積與最大靜摩擦係數之關係，結果如表 5-4 及圖 5-16 所示。

表 5-4 不同面積之滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

面積大小	5*5	4*4	3*3
底銅/銅（銅）	0.161	0.170	0.180
標準差（銅）	0.009	0.011	0.008
底鋁/鋁（鋁）	0.319	0.338	0.335
標準差（鋁）	0.024	0.018	0.022
底銅/銅（銅）	0.353	0.352	0.360
標準差（銅）	0.006	0.016	0.017
底壓克力/壓克力	0.573	0.406	0.368
標準差（壓克力）	0.033	0.020	0.028

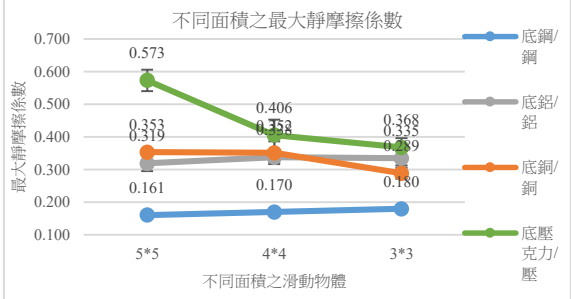


圖 5-16 不同面積之滑動物體與相同材質底面之最大靜摩擦係數

- (2) 不管滑動物體面積大小為何，壓克力的最大靜摩擦係數最大，銅最小。
- (3) 除壓克力之外，各組間不同面積的數據差異不大，最大靜摩擦係數不受面積之影響。
- (4) 不同面積的壓克力數值變化大，推測是因為正向力小導致接觸面積受靜電力影響。
- (5) 由標準差可以發現，以銅的穩定性最高，壓克力的最低，推測可能是壓克力容易產生靜電，導致測量時易受影響，穩定度相對沒那麼高。

實驗（三）：底面與滑動物體之材質皆為銅

由實驗（一）及實驗（二）我們發現，底面與滑動物體材質皆銅時，所測得的數據穩定性最高，於是我們進行實驗（三）。以銅為底面及滑動物體材質，取材質為銅 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm² 三種面積的滑動物體，上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，檢測滑動物體恰好等速下滑之角度，求出其最大靜摩擦係數，並加以比較其差異。

1. 將上述滑動物體放置於材質為銅的底面，檢測並計算最大靜摩擦係數，結果如表 5-5 及圖 5-17 所示。

表 5-5 銅之不同面積與質量之最大靜摩擦係數

加入質量	+0g	+10g	+20g	+50g
底銅/銅 5*5	0.161	0.205	0.199	0.195
標準差（銅 5*5）	0.009	0.011	0.011	0.012
底銅/銅 4*4	0.170	0.189	0.182	0.175
標準差（銅 4*4）	0.016	0.005	0.008	0.008
底銅/銅 3*3	0.180	0.193	0.207	0.190
標準差（銅 3*3）	0.008	0.008	0.010	0.006

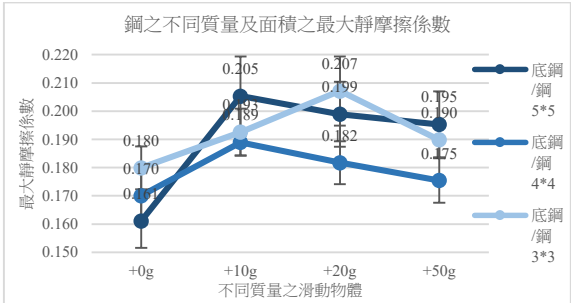


圖 5-17 銅之不同面積與質量之最大靜摩擦係數

2. 不同質量，不同面積間的最大靜摩擦係數差異不大，此結果與實驗（二）的結果相符。
3. 不同面積的滑動物體，各組皆以+0g 的最大靜摩擦係數略小，其餘差異不大。

三、動摩擦係數之檢測

在不同材質的斜面上，將底面調整至 35 度角，以機械手臂夾住滑動物體，待機械手臂放開後，記錄滑動物體下滑 0.42m 所需的時間，並代入公式計算動摩擦係數。

實驗（四）：不同材質之底面與滑動物體

1. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：無潤滑油）

- (1) 使用不同材質銅、鋁、銅及壓克力的底面，分別取面積皆為 5*5 cm²，銅、鋁、銅及壓克力當作滑動物體，兩兩交叉檢測物質之動摩擦係數，結果如表 5-6 及圖 5-18 所示。

表 5-6 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數

不同材質之滑動物體	銅 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
35 度底銅	0.179	0.276	0.141	0.661
標準差（銅）	0.009	0.059	0.058	0.003
35 度底鋁	0.655	0.043	0.105	0.655
標準差（鋁）	0.002	0.004	0.046	0.008
35 度底銅	0.242	0.193	0.193	0.655
標準差（銅）	0.010	0.038	0.046	0.000
35 度底壓克力	0.571	0.324	0.149	0.693
標準差（壓克力）	0.027	0.089	0.009	0.003

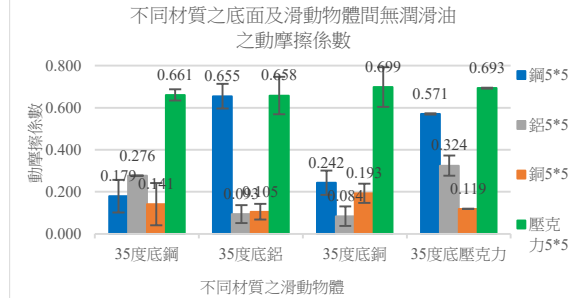


圖 5-18 不同材質之底面及滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數

- (2) 以銅為底面，壓克力的動摩擦係數最大，銅最小。
- (3) 以鋁為底面，壓克力的動摩擦係數最大，鋁最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力的動摩擦係數最大，鋁最小。
- (5) 以壓克力為底面，壓克力的動摩擦係數最大，銅最小。
- (6) 不管底面為何種材質，動摩擦係數最大的皆為壓克力，此結果與最大靜摩擦係數之結果差不多，鋁和銅的動摩擦係數最小。

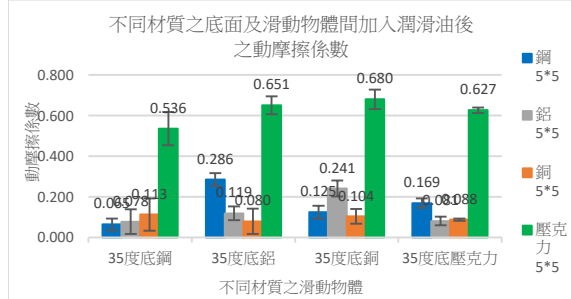
2. 底面與滑動物體之接觸面（接觸面：加入潤滑油）

為了比較不同材質塗上潤滑油是否影響動摩擦係數，所以進行此實驗。

- (1) 取面積皆為 5*5 cm² 的銅、鋁、銅及壓克力當作滑動物體分別放置材質為銅、鋁、銅及壓克力的底面，並在接觸面上塗上薄薄一層潤滑油（針車油），比較不同材質的接觸面加入潤滑油後的動摩擦係數，結果如表 5-7 及圖 5-19 所示。

表 5-7 不同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之動摩擦係數

不同材質之滑動物體	銅 5*5	鋁 5*5	銅 5*5	壓克力 5*5
35 度底銅	0.060	0.078	0.113	0.536
標準差（銅）	0.029	0.031	0.002	0.022
35 度底鋁	0.286	0.119	0.104	0.651
標準差（鋁）	0.016	0.014	0.039	0.021
35 度底銅	0.125	0.241	0.104	0.680
標準差（銅）	0.016	0.063	0.036	0.006
35 度底壓克力	0.169	0.081	0.088	0.627
標準差（壓克力）	0.016	0.044	0.048	0.014



5-19 同材質之底面及滑動物體間加入潤滑油後之動摩擦係數

- (2) 以銅為底面，壓克力的動摩擦係數最大，銅最小。
- (3) 以鋁為底面，壓克力的動摩擦係數最大，銅最小。
- (4) 以銅為底面，壓克力的動摩擦係數最大，銅最小。
- (5) 以壓克力為底面，壓克力的動摩擦係數最大，鋁最小。
- (6) 接觸面加入潤滑油，動摩擦係數最大的為壓克力，此結果與無潤滑油的結果相符。
- (7) 加入潤滑油之後，可以增加各組在測量上的穩定度。
- (8) 與無潤滑油的組別比較，在標準差的結果中發現，加入潤滑油之後，各組的動摩擦係數皆降低，且整體而言，各組在測量的穩定度也增加許多。

實驗（五）：相同材質之底面與滑動物體

為了探討相同材質的底面與滑動物體間，改變正向力及面積大小對動摩擦係數之影響，所以我們設計了此實驗。

1. 改變質量大小（正向力）

- (1) 取面積為 5*5 cm² 大小的滑動物體，並於滑動物體上方分別加入 0g、10g、20g、50g 等不同質量之砝碼，放置於相同材質之底面，求出其動摩擦係數，結果如表 5-8 及圖 5-20 所示。

表 5-8 不同質量之 5*5 cm² 滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

不同質量	+0g	+10g	+20g	+50g
35 度底銅/銅 5*5	0.179	0.132	0.101	0.143
標準差（銅）	0.016	0.011	0.051	0.068
35 度底鋁/鋁 5*5	0.286	0.171	0.104	0.131
標準差（鋁）	0.028	0.054	0.070	0.066
35 度底銅/銅 5*5	0.193	0.223	0.131	0.141
標準差（銅）	0.046	0.029	0.066	0.068
35 度底壓克力/壓克力 5*5	0.693	0.592	0.582	0.565
標準差（壓克力）	0.003	0.040	0.022	0.022

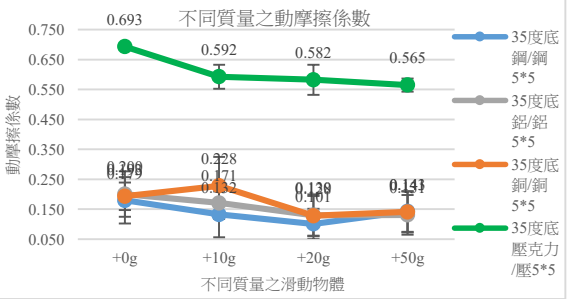
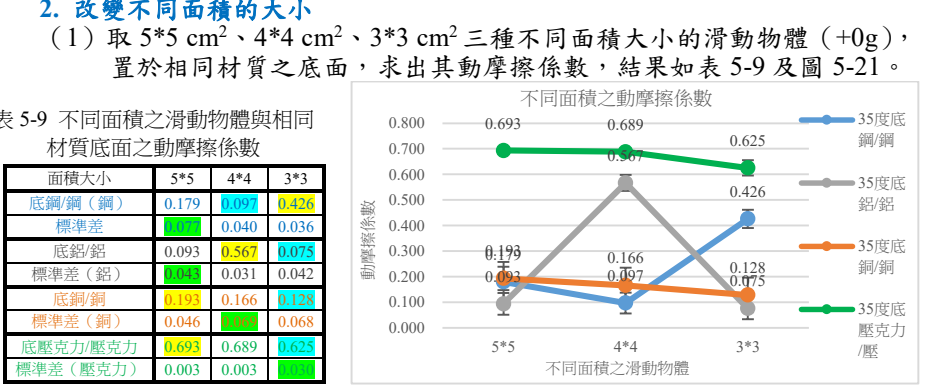


圖 5-20 不同質量之 5*5 cm² 滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數

- (2) 不管加入的質量為多少，壓克力的動摩擦係數最大，但加 10g 砝碼之後的動摩擦係數呈現較穩定狀態，質量越大接觸面空氣影響越小，此結果與最大靜摩擦係數的結果一樣，推測應該是壓克力容易產生靜電，導致摩擦係數較不穩定。

- (3) 增加**質量對鋼、鋁及銅的動摩擦係數影響不大**，此結果與最大靜摩擦係數的結果一樣，推測應該是因為質量越大接觸面空氣影響越小。
- (4) 由標準差的數據中發現，動摩擦係數的各組穩定度沒有像測量最大靜摩擦係數時穩定，但在測量上發現，各組間所測得的下滑時間其實差異並不大，應該是代入公式後，動摩擦係數較小，差異度也會較大所導致的結果。
- 2. 改變不同面積的大小**
- (1) 取 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm² 三種不同面積大小的滑動物體（+0g），置於相同材質之底面，求出其動摩擦係數，結果如表 5-9 及圖 5-21。

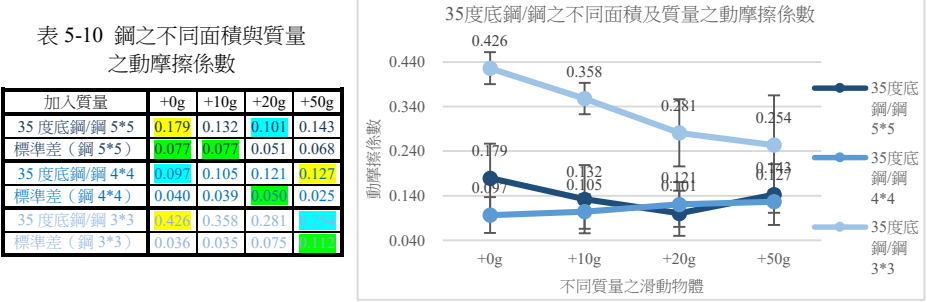


- 圖 5-21 不同面積之滑動物體與相同材質底面之動摩擦係數
- (2) **壓克力**的動摩擦係數**最大**，而且**不同面積差距不大**，**銅**的動摩擦係數也**不受面積影響**，這與我們所學「摩擦係數不受接觸面積影響」的概念相符。
- (3) 面積為 5*5 cm² 和 4*4 cm² **鋼的動摩擦係數相差不大**，面積為 3*3 cm² 的鋼有突然增加的情形，在實驗過程中，我們發現此大小的鋼片切面不平整，在加上質量較輕，導致在滑動的過程中，容易受到接觸面空氣的影響而停滯在底面上，最後影響動摩擦係數。
- (4) 面積為 5*5 cm² 和 3*3 cm² **鋁的動摩擦係數相差不大**，面積為 4*4 cm² 的鋁有突然增加的情形，在實驗過程中，此面積大小的鋁片和銅也有同樣的情形，從目測來觀察，推測應該是當初工廠是使用砂輪機裁切，可以控制裁切面積但無法控制切面平整度，導致平整度不一。
- (5) 整體來說，**動摩擦係數不受接觸面積的影響**，但是會受到材質與接觸面平整與否影響，而增加質量可以增加其穩定度。

實驗（六）：底面與滑動物體之材質皆為鋼

以鋼為底面及滑動物體材質，取 5*5 cm²、4*4 cm²、3*3 cm² 三種接觸面積大小不同的滑動物體，上方分別加入 0g、10g、20g、50g 之砝碼，利用儀器將底面升至 35 度角，記錄滑動物體下滑 0.42m 所需的時間，並算出其動摩擦係數，加以比較其差異。

1. 將上述滑動物體放置於材質為鋼的底面，檢測並計算其動摩擦係數，結果如表 5-10 及圖 5-22 所示。



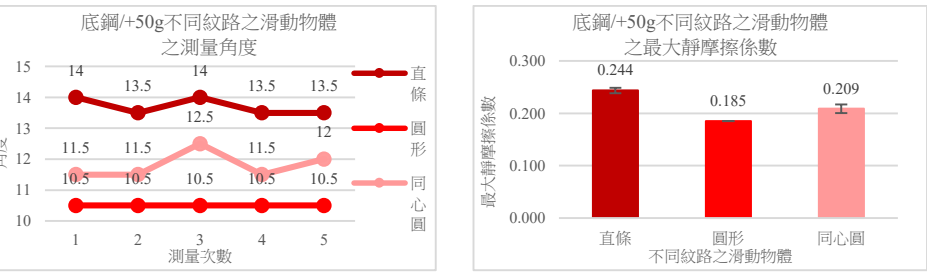
- 圖 5-22 鋼之不同面積與質量之動摩擦係數
2. 滑動物體面積為 5*5 cm² 及 4*4 cm² 之動摩擦係數較小，且差異不大，增加質量並不會影響動摩擦係數。
3. 滑動物體面積為 3*3 cm² 之動摩擦係數最大，其中以+0g 的組別最大，隨著質量增加，動摩擦係數減少，推測應該是質量增加，底面與滑動物體密合度高，減少接觸面與空氣造成的影響。

實驗（七）：設計不同紋路之滑動物體

利用本儀器了解運動鞋之底面紋路對摩擦力的影響，故設計直條、圓形及同心圓面積大小為 5*5 cm²，且紋路面積相同的三種不同紋路的滑動物體，如圖 5-23 所示。利用 3D 印表機印製出後，於上方加入 50g 的砝碼，以增加測量上的穩定度，並以鋼為底面材質，測量其最大靜摩擦係數及動摩擦係數，並加以比較之。

1. 最大靜摩擦係數

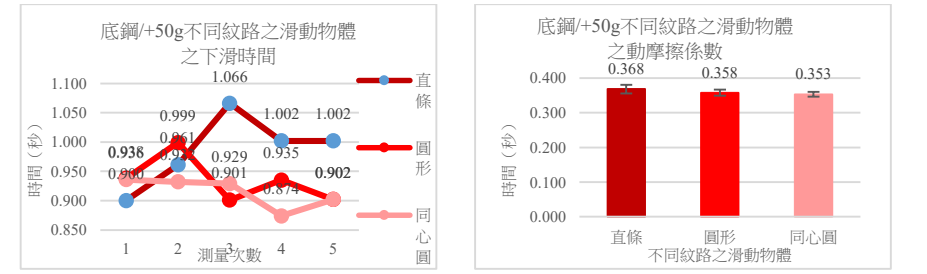
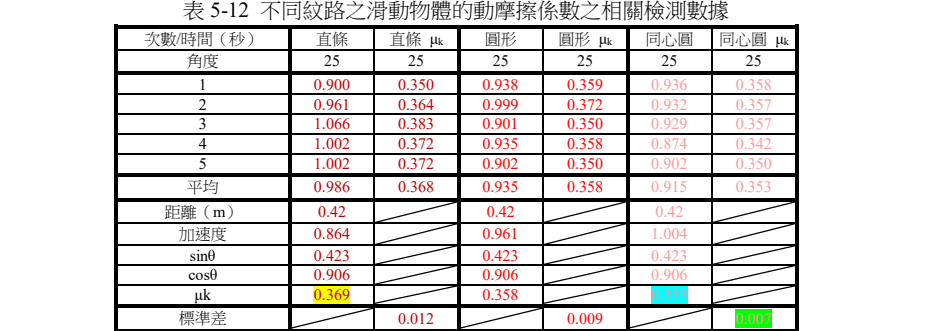
- (1) 取 5*5 cm² 大小且不同紋路之滑動物體，置於材質為鋼之底面，檢測並計算出最大靜摩擦係數，結果如表 5-11、圖 5-24 及圖 5-25 所示。



- 圖 5-24 不同紋路之滑動物體之測量角度
- (2) 最大靜摩擦係數以直條最大、圓形最小，若以直條當作鞋底紋路，起跑時獲得的牛頓第三運動定律（反作用力）比較有力量，適合當作跑步鞋。
- (3) 可能是因為紋路的不同，造成滑動物體與底面所包覆的空氣量不同而影響三種紋路滑動物體的最大靜摩擦係數。
- (4) 三組的標準差皆很小，故以本儀器來測定之數據差異不大，穩定性高。

2. 動摩擦係數

- (1) 取 5*5 cm² 大小且不同紋路之滑動物體，置於材質為鋼之底面，檢測並計算出動摩擦係數，結果如表 5-12、圖 5-26 及圖 5-27 所示。



- 圖 5-26 不同紋路之滑動物體之下滑時間
- 圖 5-27 不同紋路之滑動物體動摩擦係數

- (2) 動摩擦係數三者差異不大，表示運動過程中鞋底紋路的形式並不會影響係數，得視運動者的體重，越重者得到運動過程中摩擦力越大。
- (3) 以本儀器測定時穩定高，測定之數據差異不大。

四、綜合討論

- (一) 比較相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之最大靜摩擦係數
- 表 5-13 相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之最大靜摩擦係數比較

最大靜摩擦係數			
無潤滑油		加入潤滑油	
底銅/鋼 5*5	0.161	底銅/鋼 5*5	0.213
鋁底/鋁 5*5	0.319	鋁底/鋁 5*5	0.382
底銅/鋼 5*5	0.353	底銅/鋼 5*5	0.261*
底壓力/壓力 5*5	0.573	底壓力/壓力 5*5	0.335*

- (二) 比較相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之動摩擦係數
- 表 5-14 相同材質間無潤滑油及加入潤滑油之動摩擦係數比較

動摩擦係數			
無潤滑油		加入潤滑油	
底銅/鋼 5*5	0.179	底銅/鋼 5*5	0.065*
鋁底/鋁 5*5	0.093	鋁底/鋁 5*5	0.119
底銅/鋼 5*5	0.193	底銅/鋼 5*5	0.104*
底壓力/壓力 5*5	0.693	底壓力/壓力 5*5	0.627*

- (三) 互換底面與滑動物體間有無潤滑油之最大靜摩擦係數比較
1. 接觸面間無潤滑油

表 5-15 互換底面與滑動物體間無潤滑油之最大靜摩擦係數比較值

底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ _s	底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ _s	μ _s 比較值
底銅/鋁 5*5	0.281	底鋁/鋼 5*5	0.219	0.062
底銅/鋼 5*5	0.247	底銅/鋼 5*5	0.358	-0.112*
底銅/壓力 5*5	0.261	底壓力/鋼 5*5	0.347	-0.087
底鋁/鋼 5*5	0.300	底銅/鋁 5*5	0.344	-0.043
底鋁/壓力 5*5	0.458	底壓力/鋁 5*5	0.394	0.064
底銅/壓力 5*5	0.488	底壓力/銅 5*5	0.409	0.079

2. 接觸面間加入潤滑油

表 5-16 互換底面與滑動物體間加入潤滑油之最大靜摩擦係數比較值

底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ _s	底/滑動物體	最大靜摩擦係數 μ _s	μ _s 比較值
底銅/鋁 5*5	0.235	底鋁/鋼 5*5	0.352	-0.118
底銅/鋼 5*5	0.247	底銅/鋼 5*5	0.247	0.000
底銅/壓力 5*5	0.302	底壓力/鋼 5*5	0.329	-0.027
底鋁/鋼 5*5	0.362	底銅/鋁 5*5	0.337	0.025
底鋁/壓力 5*5	0.378	底壓力/鋁 5*5	0.390	-0.012
底銅/壓力 5*5	0.625	底壓力/銅 5*5	0.340	0.285*

- (四) 互換底面與滑動物體間有無潤滑油之動摩擦係數比較
1. 接觸面間無潤滑油

表 5-17 互換底面與滑動物體間無潤滑油之動摩擦係數比較值

底/滑動物體	動摩擦係數 μ _k	底/滑動物體	動摩擦係數 μ _k	μ _k 比較值
底銅/鋁 5*5	0.276	底鋁/鋼 5*5	0.655	-0.378
底銅/鋼 5*5	0.141	底銅/鋼 5*5	0.242	-0.101
底銅/壓力 5*5	0.661	底壓力/鋼 5*5	0.571	0.090
底鋁/鋼 5*5	0.105	底銅/鋁 5*5	0.084	0.021
底鋁/壓力 5*5	0.658	底壓力/鋁 5*5	0.324	0.334
底銅/壓力 5*5	0.699	底壓力/銅 5*5	0.119	0.580*

2. 接觸面間加入潤滑油

表 5-18 互換底面與滑動物體間加入潤滑油之動摩擦係數比較值

底/滑動物體	動摩擦係數 μ _k	底/滑動物體	動摩擦係數 μ _k	μ _k 比較值
底銅/鋁 5*5	0.078	底鋁/鋼 5*5	0.286	-0.208
底銅/鋼 5*5	0.113	底銅/鋼 5*5	0.125	-0.011
底銅/壓力 5*5	0.536	底壓力/鋼 5*5	0.169	0.367
底鋁/鋼 5*5	0.080	底銅/鋁 5*5	0.241	-0.162
底鋁/壓力 5*5	0.651	底壓力/鋁 5*5	0.081	0.570
底銅/壓力 5*5	0.680	底壓力/銅 5*5	0.088	0.592*

2. 接觸面間加入潤滑油

陸、結論

- 一、本研究所設計的**摩擦係數測量儀器**，簡易及方便組裝，並依照需求測量接觸面之最大靜摩擦係數與動摩擦係數，進而求得摩擦力，讓國中生對於學習本單元有更清楚的認識。
- 二、本研究設計的儀器是透過**學校的積木及相關材料組裝而成**，應用國中課程中簡單機械概念的**斜面原理**、**動靜滑輪組**省力裝置等組裝，並透過程式設計可控制操縱及測量的儀器。
- 三、藉由本儀器測定，可比較不同材質間的摩擦係數，進而應用於各式物品設計，更能貼切使用者需求，例如鞋底紋路或不同材質之摩擦係數檢測、產品摩擦係數之檢測。
- 四、本研究利用 3D 印表機印製出不同紋路的滑動物體，了解不同紋路會影響最大靜摩擦力，但對於動摩擦力影響不大，故以直條當作鞋底紋路，起跑時得到反作用力較多，適合當作跑步鞋；運動過程中鞋底紋路的形式並不會影響係數，得視運動者的體重，越重者運動過程中產生的摩擦力越大。
- 五、**銅和壓力**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數皆降低**，特別是**鋁**的接觸面加入潤滑油後，**動靜摩擦係數略為增加**，與我們對於加入潤滑油一定會降低摩擦力的認知不同，推測由於鋁的質量輕，加上油又有黏滯性，造成在測量時，鋁反而容易卡住，而影響動摩擦係數，但對於最大靜摩擦係數則視材質而定。
- 六、摩擦係數是根據接觸面的性質而定，從實驗得知，本實驗滑動物體的質量與接觸面積並不會影響摩擦係數的大小，但若滑動物體較輕，則會影響物質之間接觸面貼合的程度，進而影響到儀器測量係數的大小。
- 七、從實驗得知**物體質量大小不會影響摩擦係數的大小**，可增加滑動物體的質量讓接觸面貼合度增加，以增加測量上的穩定度。
- 八、我們準備的材料中，面積越小裁切過程平整度不易控制，平整度容易影響測量結果。另壓力材質在滑動過程中過程容易產生靜電，產生吸引力進而增加摩擦係數。
- 九、從實驗發現接觸面改為水，反而增加摩擦係數，查閱文獻資料得知水是極性物質，分子間容易產生吸引力，導致物體黏滯不滑動而無法測量，與我們日常生活間的經驗「水應該會減少摩擦係數」的想法不同。
- 十、從實驗得知，動、靜摩擦係數並不如教科書所述皆為定值，平整度、濕度或是接觸面的狀況，皆會影響測定，因此我們為了減少空氣、濕度的影響，嘗試增加物體的質量，從實驗數據中發現大有改善。

柒、參考資料

- 一、郭重吉〈2019〉。國民中學自然與生活科技第四冊。臺南市：南一書局企業股份有限公司。
- 二、休伊特〈2008〉。觀念物理 I。臺北市：遠見天下文化。
- 三、蘇卡奇〈2006〉。觀念化學 V。臺北市：遠見天下文化。
- 四、凱特·戴維斯〈2012〉。觀念物理小學堂。臺北市：遠見天下文化。
- 五、高源清〈1985〉。牛頓科學研習百科〈物理〉。臺北市：牛頓出版社。
- 六、牛頓第二運動定律實驗（2018 年 2 月 22 日）。取自：<http://teacher.yuntech.edu.tw/~fengcl/exp/1/Newton.pdf>
- 七、摩擦力（2019 年 2 月 22 日）。取自：<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/html.php?html=Notes/friction>
- 八、台灣國立大學物理學系（2019 年 2 月 22 日）。取自：<http://www2.phy.ntnu.edu.tw/>
- 九、國立高雄海洋科技大學物理實驗數位教材 2 摩擦係數測定（2019 年 2 月 22 日）。取自：<https://www.youtube.com/watch?v=1ltKC4INHug>
- 十、從鞋底紋路看其用途，究竟是什麼鬼？（2019 年 5 月 14 日）。取自：<https://kknews.cc/news/qe5pmk8.html>