

# 中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

國中組 物理科

第三名

030115

非線性光影共振:利用雙振盪器研究其相位耦合  
特性

學校名稱：花蓮縣慈濟大學附屬高級中學(附設國中)

作者： 國二 吳懿恩	指導老師： 柯政宏
---------------	--------------

關鍵詞：同步振盪、振幅死亡、相位翻轉分叉

## 研究摘要

在此科展實驗中，我們設計一對耦合的蠟燭火焰振盪器來觀察之間的相對距離改變與耦合相變的關係，並用 iPhone 慢速攝影與 Tracker 分享軟體來分析同步振盪與振幅死亡的區域，以期導致相位翻轉分叉變化的實驗條件；實驗結果顯示相變區域發生於雙振盪器距離  $d=0.8\sim 1.2$  公分間，且在  $d=0.8$  公分處觀察到同步振盪(IP)、振幅死亡(AD)、反向振盪(AP)和相位分叉振盪(PFB)的混合狀態，我們成功的利用簡易雙振盪器實驗來解釋此非線性物理特性，而進一步瞭解振幅死亡和相位翻轉分叉之間的這種轉換現象，在未來，此成果將有助於我們避免其他的不適現象發生，例如神經元和腦細胞中的振幅死亡、捕食者系統中的振盪狀態、振盪傳播、或傳染性疾病傳遞等現象。

## 壹、研究動機

這次實驗的發想來自於拜拜時看到佛堂上的蠟燭光影左右來回的振動，讓我有研究的念頭，這些看似無序渾沌的擺動，為甚麼會有各種奇怪的光影擺動上升呢？而當將兩個或多個蠟燭火焰接近在一起而熔化時，所產生的大火焰通常表現出閃爍，表現出與其尺寸和亮度的長時間高頻振盪。而此有趣的光影振盪物理問題正與我們國二理化的光的直進、波的基本性質、與熱的傳遞三單元有直接相關性。

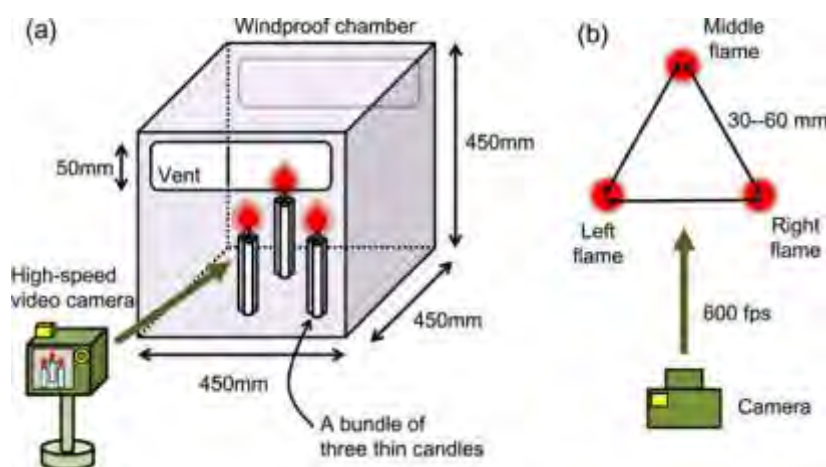
好奇心讓我們有了這次的研究，上網尋找了一些相關資料，原來解釋這種蠟燭的耦合行為正是現在科學家致力於投入的實驗內容，我也等不及一探究竟！自從蠟燭的發明以來，我們已經熟悉蠟燭火焰的閃爍。當你捆綁一些市售的蠟燭然後一起點燃它時，就很容易觀察到它。如果光束中所涉及的蠟燭燈芯彼此足夠接近，則相鄰的火焰合併，並且所產生的大火焰將以非線性方式振盪，一旦振盪行為開始時，振盪就能自我維持；即使你在火焰上吹氣，造成其瞬時停止振盪，火光振動也會在擾動消除後重新開始。蠟燭火焰中的這種自我維持振盪與單個孤立的蠟燭火焰展現的穩定燃燒形成對比。

與蠟燭火焰的閃爍相關的另一個有趣的現象，是在觀察兩個火焰之間的距離時，一對擺動的蠟燭火焰竟顯示出兩種不同類型的同步模式。當距離足夠小的時候，它們會表現出同相同步態(In-Phase, IP)，顯示兩個火焰相同地振盪而沒有相位差的現象。而當蠟燭距離較

大時，它們卻表現出反相同步態(Anti-Phase, AP)，即是其中兩個火焰的振盪波形相同但它們相移了半個週期[1]。

上面提到的論點讓我們提出了一個簡單的問題：當三個蠟燭火焰耦合時我們會觀察到什麼？

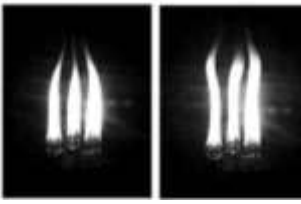
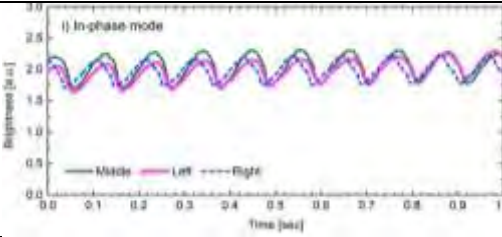
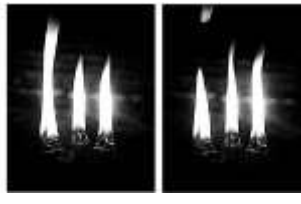
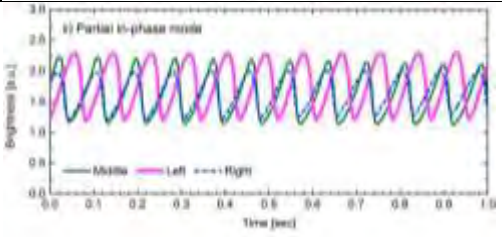

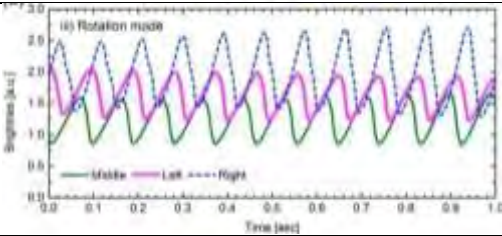
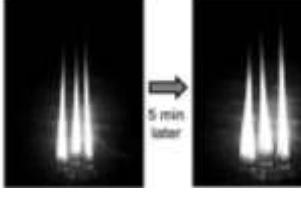
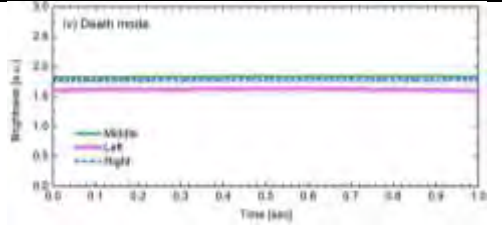
於是我們又去搜尋與三支蠟燭有關的研究，我們找到了一則 2016 年發表在科學報導 (Scientific Reports) 上的文章[2]，內容提到了三支蠟燭形成的耦合振盪器，竟然有振幅死亡和相位翻轉分叉等有趣的現象產生，他們研究了三支呈三角形排列的蠟燭火焰所形成的一個振盪器的集體行為，如圖一實驗裝置所示[2]，日本研究學者將三支蠟燭用膠帶捆綁在一起並讓三個燈芯彼此足夠靠近，以便三個單獨的火焰在點火時能合併，並使用高速攝影機 (EXILIM EX-F1, CASIO, 日本) 以 600 幀/秒的速度在深色背景下記錄此三耦合火焰燃燒的動態。每次實驗以灰階色度模式(Gray color)記錄兩分鐘長的影片，然後分析它火焰隨時間的變化。



圖一：由三隻呈三角形排列的蠟燭實驗裝置所組成的振盪器[1]。

該研究顯示出四種不同類型的同步模式，如表格一所示，包括同相模式(AP)，部分同相模式(Partial AP)，旋轉模式(Rotation mode, RM)，和稱為振幅死亡(Amplitude Death, AD)模式的異常模式，其 AD 模式將導致火焰振盪的突然停止，並自我維持穩定燃燒。

表格一：三支蠟燭型成的耦合振盪器[2]。

	狀態	三支蠟燭	振盪週期
1	同相同步態(In-Phase, IP)		
2	部分同相同步態(Partial In-Phase, PIP)		
3	旋轉同步態(Rotation mode, RM)		
4	振幅死亡(Amplitude Death, AD)		

在此研究中，首先說明了 AD 模式的存在，振幅死亡在熱力學中一直是一個很重要的議題，如在火箭和燃氣輪機等熱、聲系統中，存在著不受控制的振盪不僅會減少此類系統的使用壽命，甚至還可能導致結構損壞和完全故障。這些熱、聲不穩定的現象，若能控制其熱、生釋放速率波動、相位、與壓力波，使系統可以通過振幅死亡(AD)現象來抑制或消除，則可大大提升機器使用效率，而控制這種 AD 行為的一種方法，是可以透過不同的耦合振盪器組合來引起。

## 貳、研究目的

複雜系統一直是日常生活中常見的，如燭光的無序晃動，或很多的耦合燭光共振晃動；或如螢火蟲的發光，螢火蟲族群間的自發性共振發光行為，這類生活中所觀察到的奇怪現象，引起我們的興趣與探究其族群間的耦合特性，特別是由一對振盪器的耦合行為中發現

的非線性現象，其中關於振幅死亡態(Amplitude Death State, AD)和相移翻轉分叉態(Phase Flip Bifurcation State, PFB)的共存預測更是讓我們好奇，儘管物理理論預測振幅死亡和相位翻轉分叉在不同控制變因與變化的基礎上是可以共存的，但這種情況在實際實驗系統中還沒有被報導過。

對此，我們也查到一些資料與理論[3]，解釋如何由同步狀態(IP)到反相同步態(AP)中間態的轉換機制，此理論稱其為相位翻轉分叉(Phase-Flip Bifurcation, PFB)，其為突然轉變而發生，在此 PFB 期間，振盪器在同步狀態上突然從相位(IP)轉移到反相位(AP)，同時在其頻率上跳轉。但是，當實驗控制變因改變時，兩隻振盪器間的不同步狀態(IP)與振幅死亡(AD)狀態的轉換是如何發生的，卻引起了我們的研究動機，有說其為渾沌態(Chaos State)，或為混合態(Mixed State)；對此，我們製作兩組由三支蠟燭所組成的火焰振盪器，並改變期間的距離來研究這類複雜系統，到目前為止，此類振盪器之間相互耦合的研究僅報告了 IP 和 AP 狀態的存在，而它們之間的距離是不同的。在本研究中，我們探討了從 IP 到 AP 的過渡，與 AD 狀態或 PFB 發生的機制。

## 參、研究設備和器材

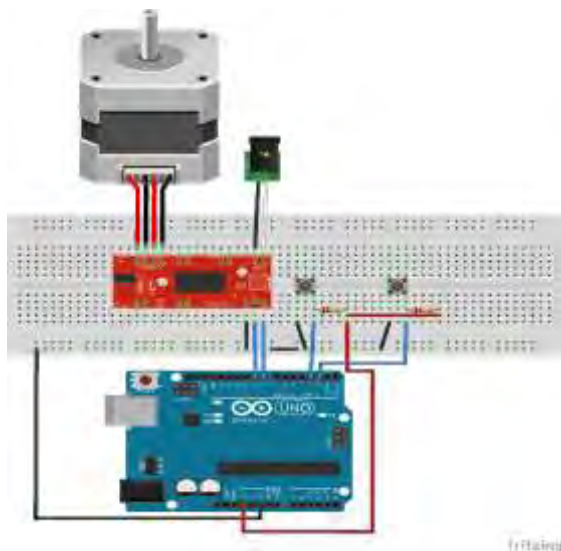
### 3.1 儀器設計

首先，我們設計一線性滑軌，以控制兩組振盪器之距離，為了避免用手動位移影響振盪器，我們使用 Arduino UNO 來控制步進馬達，實驗所需的零件採 3D 列印製作，其列印檔可輕易在 Thingiverse 的 3D 分享網站取得[4]，再配合一長 30 公分的 2040 鋁擠條組成此物聯網線性滑軌，如圖二所示，為實驗示意圖與照片，我們將三根蠟燭放置於一三角形 3D 列印盒子，排列如圖二(a)，當距離  $d=0$  時，兩組振盪器之中點距離約為 2 公分，我們定義為零點( $d=0$ )。



圖二：(a) 實驗概念圖與(b)步進馬達與一長 30 公分的 2040 鋁擠條組成之線性滑軌。

我們可以藉由 Arduino 控制以準確的改變兩個蠟燭振盪器間的距離(控制軟體採用自 GitHub 共享軟體 [5]，修改之 Arduino 控制韌體程式詳見 <https://sites.google.com/gms.ndhu.edu.tw/candle/>)，其簡易電路設計採用網站 [6] <https://www.schmalzhaus.com/EasyDriver/Examples/EasyDriverExamples.html> 所教的電路組合，實驗由  $d=0$  至 3.8 公分，電路如圖三所示:



圖三:使用兩個按鈕控制步進馬達前進與退後，因為採 U88 移動螺桿(每旋轉 360 度移動 8 mm)，所以我們每按一次按鈕，旋轉 90 度，震盪器則移動 2 mm；所以實驗中，震盪器距離  $d$ ，每一間隔為 0.2 公分。

實驗所需零件清單，詳列如表二:

	品 名	規 格	數 量
1	蠟燭	半徑 1 公分，長 13 公分	6 支
2	滑軌控制板	Arduino UNO	1 個
3	鋁擠條	寬 4 公分，高 2 公分，長 30 公分	1 支
4	42 步步進馬達	二相四線，步進角 1.8 度	1 個
5	馬達控制器	EZ drivers	1 支
6	按鈕		2 個
7	限位開關		1 個
7	慢速攝影機	iPhone8 Plus	1 隻



### 3.2 實驗影片拍攝



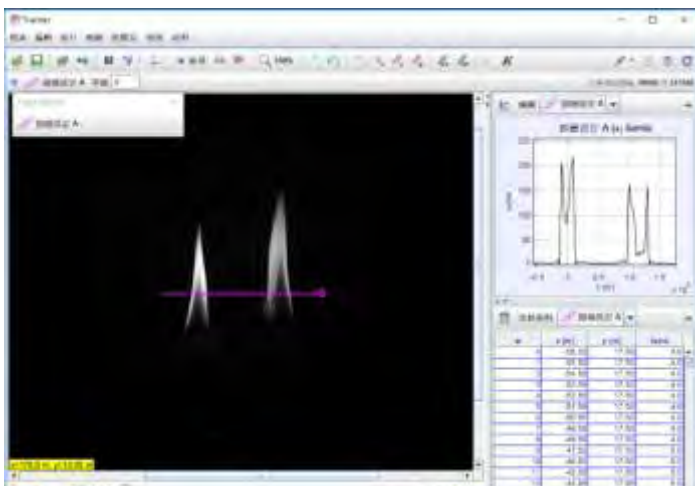
拍攝方式以 iPhone8 plus 每秒 240 幀的慢動作進行，每段影片約為 30 秒，每次移動震盪器，我們並靜待十秒，等待光影固定後才開始拍攝。如右圖四我們將手機調整至 720p at 240 fps 模式，並將影片儲存於 Google drive 雲端，原始影片詳見 <https://sites.google.com/gms.ndhu.edu.tw/candle/>

## 肆、研究過程和方法

### 4.1 振盪器之間耦合行為分類

既然兩隻振盪器之間耦合行為有很多的型態出現，我們在此科展工作中，將有興趣研究振盪器在隨距離改變中，其出現的各種形態是否可以用影片來分類與計算其出現機率，尤其是在耦合臨介距離間的出現機率，特別有趣；這一問題至今仍是無解，且在現今人工智慧(AI, Artificial Intelligence)與機器學習(ML, Machine Learning)起飛時代，依靠機器學習的分類法來分析影片將是有很大的助力，在此，我們參考了一些文獻與網頁[1-2]，皆沒有得到實質的分析方法，也無相關的機器學習驗算法開發，因此，我們想到用眼睛來觀察兩振盪器之間耦合行為，並用其間的振幅改變來觀察，並用手寫紀錄各種行為與出現時間。

我們分析的方式採用 Tracker 5.0.7 版本的分享軟體[7]，先將慢動作影片匯入，調整濾鏡至灰階(Gray Scale)，自訂義比重紅=0、綠=0、藍=1，在軌跡地方新增軸線，利用強度分布線通過火焰中心形成一條直線，觀察此切線的分佈與每一幀影片的振盪行為，如圖五所示：



圖五：左邊為我們所拍攝的兩支振盪器火焰，而右上圖為其切線強度分佈，而右下為其所獲得的兩支火焰座標與強度實驗資料，頻率的計算則採用波谷的週期運動與每一幀影片的關係。

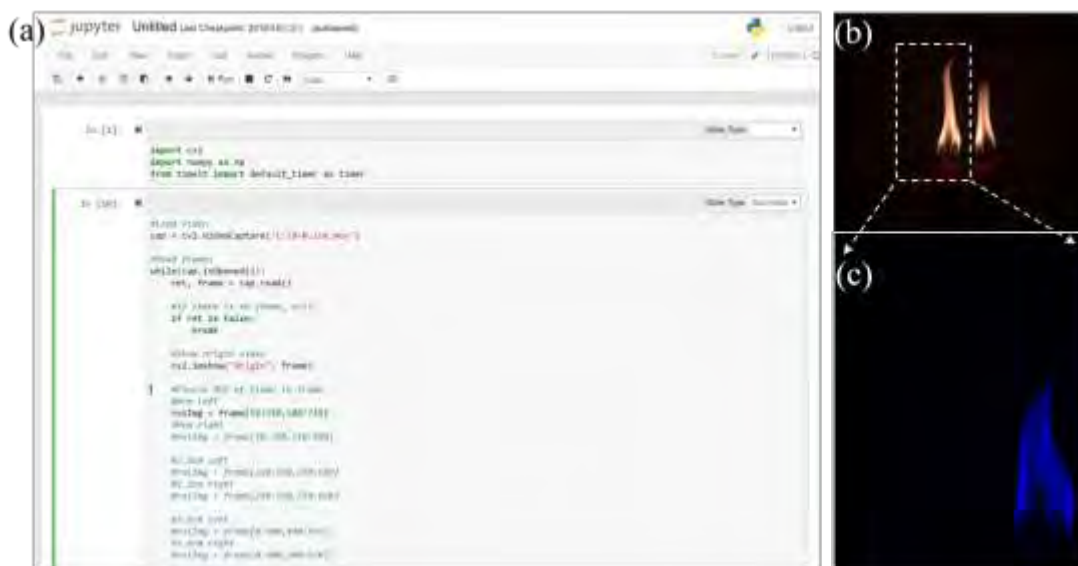
我們並以顏色來標示實驗所觀察區間的行為狀態與計算出現之時間，如表三所示：

表格三：以顏色來標示實驗所觀察區間的耦合行為狀態。

同步振盪(IP)	振幅死亡(AD)	相位翻轉分叉(PFB)	反向振盪(AP)

#### 4.2 熱影像釋放率(HRR, heat release rate)計算

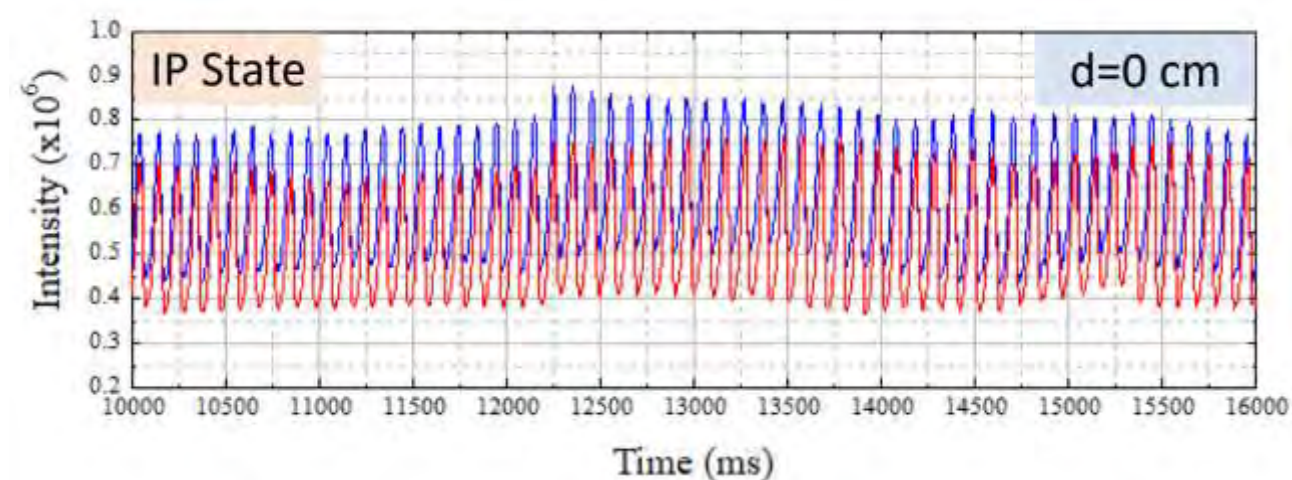
此科展題目，除了觀察振盪器之間耦合行為分類外，尚有一挑戰需要克服，即是將振盪器之光影強度隨時間的變化紀錄下來成為譜圖。關於這項挑戰，目前並無現成軟體可以協助，也不知道如何將光影的影片數據化，但我們想要分析影像的光影震動，我們上網尋找解答，倒是看到一則有趣的比賽訊息：在每年由美國國家標準暨技術研究院(NIST)所舉辦的比賽[8]，其比賽是為了預測弗雷澤冷杉聖誕樹從點火到最終燃盡的燃燒行為、火災增長率光熱釋放率（HRR, Heat release rate）、穩定燃燒的持續時間、與火影衰變，從熱釋放率中去提出有效的實驗數據與變因，如潮濕或乾燥的冷杉，因為此項比賽將可以分析森林大火中樹與樹之間的燃燒耦合行為與救火的處置，都會很有幫助，因此，這從上述美國 NIST 所提出的利用光影面積為光強度的這個定義，得知可以利用光強度(HRR)進行所謂的隨時間量化分析，而最近有一套公開軟體 OpenCV，結合 Python 語言撰寫(Python 控制軟體程式詳見 <https://sites.google.com/gms.ndhu.edu.tw/candle/>)，可以積分局部的光積分，如此則能將兩振盪器之光強度變化隨時間分析出來。



圖六(a)-(c): 為使用 OpenCV 分析蠟燭光影，進行光強度積分，並將所分析出來的數值進行隨時間繪圖的分析流程。



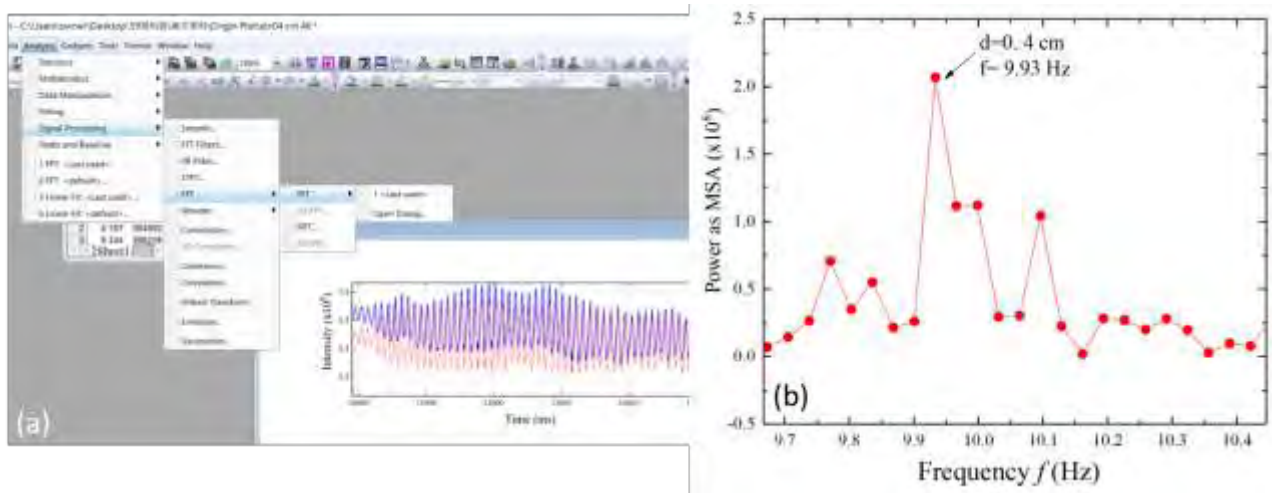
圖六(a) 為在電腦上安裝 Anaconda3 作業系統上外掛 Jupyter Notebook (OpenCV) ，在瀏覽器 Google Chrome 上執行 python 程式，圖六(b) 為所開啟之影片，並框選積分範圍(白色虛框)，如圖六(c)所示，逐一分析單邊的蠟燭光影，進行光強度積分，並將所分析出來的數值進行隨時間繪圖，如圖七所舉的範例，即為左邊震盪器(以藍色線表示)與右邊震盪器(以紅色線表示)，在距離為  $d=0$  時，其光影強度隨時間變化之譜圖，顯示為同相同步震盪態 (IP State)的關係。



圖七: 在距離為零之振盪器之光影強度隨時間的變化圖。

#### 4.3 傅立葉轉換方法在光影振動的分析應用

如何分析複雜的光強度譜圖的頻率，一直困擾著我們，雖然可以直接用眼睛數的方式來決定，但很難合理的找出平均值，我們研究課本所說的波與點的週期運動，在 Wiki [9] 上有說明如何將一震盪的點呈現出波的形式，或是由波的隨時間變動去找出點的震動平率，稱為傅立葉變換方法(FT method, Fourier Transform)；傅立葉變換是一種線性積分變換，用於信號在頻域之間的變換，而我們現在將其演算模式應用在我們的蠟燭實驗中，利用 Origin2017 版本軟體匯入如圖七之振盪器之光影強度隨時間的變化圖(如圖八(a)所示)，再選擇分析模式(Analysis)之訊號處理(Signal Processing) ，利用 FFT 傅立葉變換計算將振盪譜圖計算出平均顯著頻率( $f$ )，如圖八(b)所示。

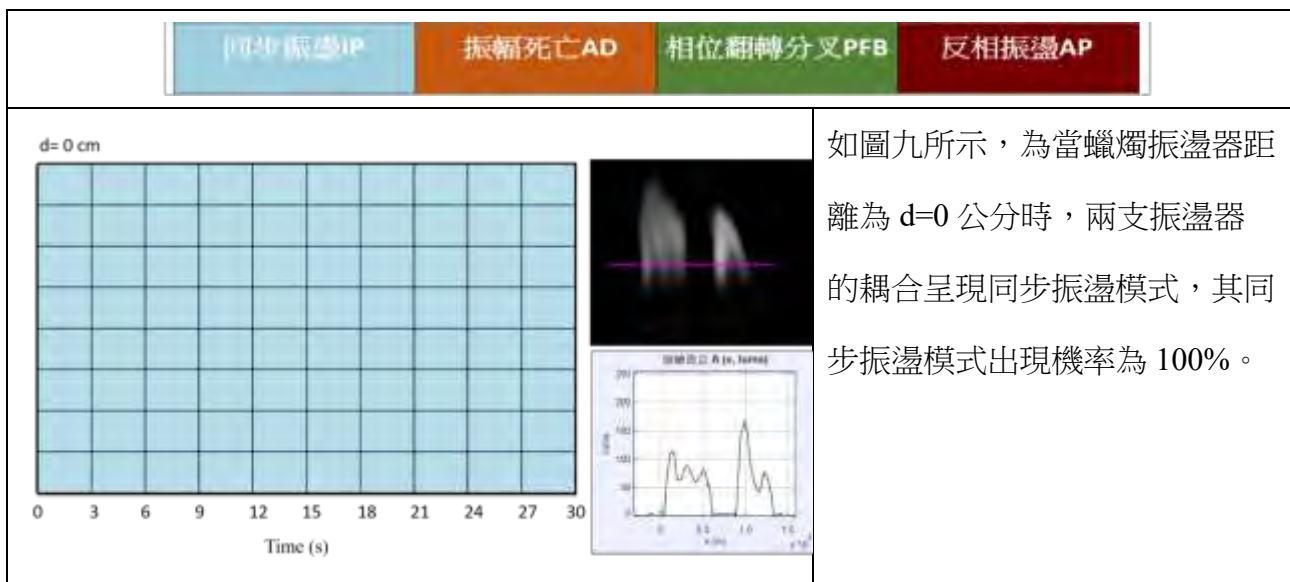


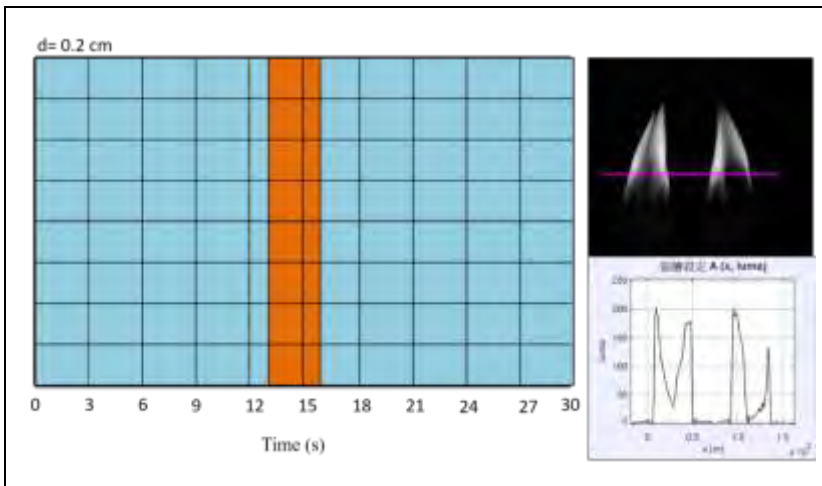
圖八(a)-(b): 光強度譜圖之傅立葉轉換。

## 伍、研究結果

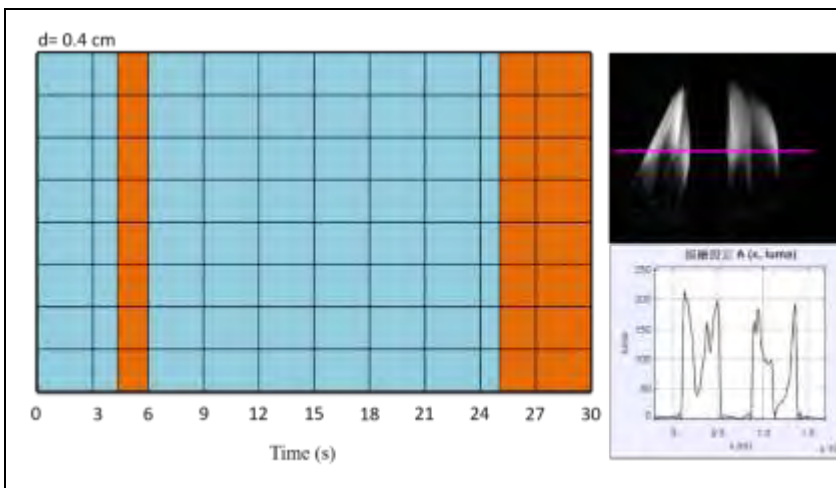
### 5.1 振盪器之間耦合行為之標記與分類

實驗的進行由兩支振盪器相距為  $d=0$  公分開始操作實驗(實際燈芯距離為 2 公分，我們定其為實驗零點)，每移動 0.2 公分拍攝 30 秒，並由 Tracker 中去觀察每一幀的振盪週期行為。並統計影片中每一區域間的兩支振盪器之間耦合行為，並手動將其出現範圍標記時間；實驗分析圖九至二十四橫軸代表時間圖，顏色代表振動模式。

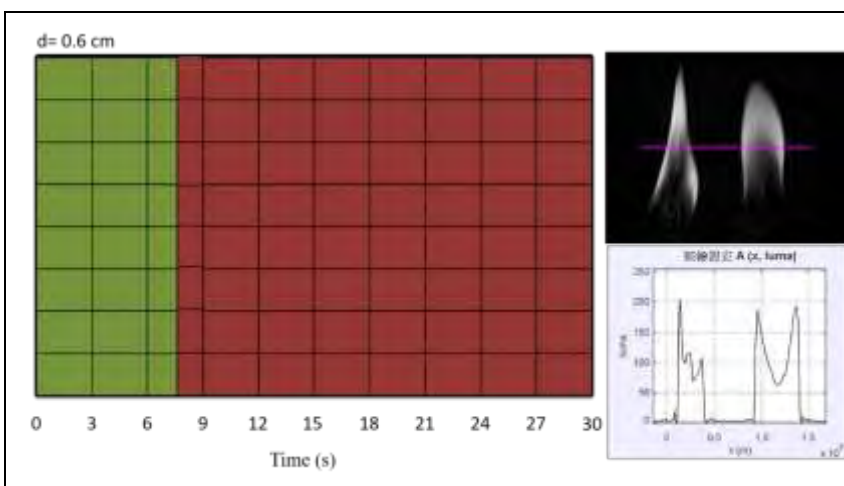




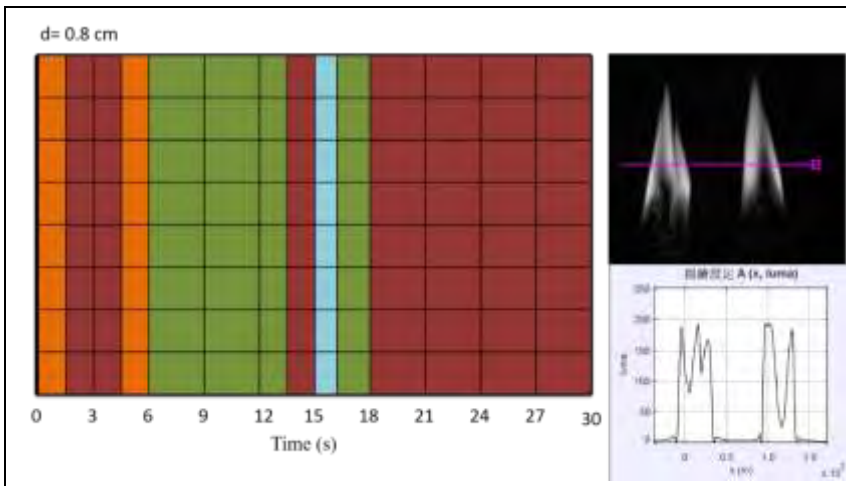
如圖十所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.2$  公分時，會呈現同步振盪和振幅死亡，其出現機率各為 90%與 10%。



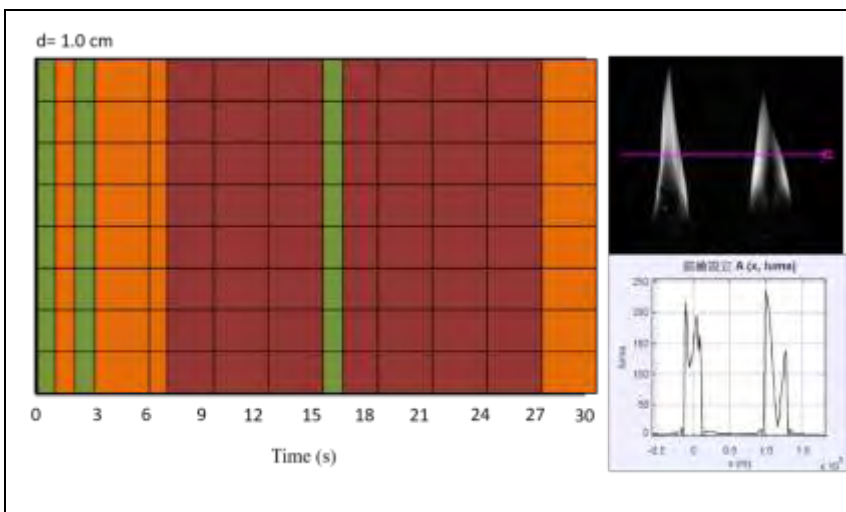
如圖十一所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.4$  公分時，會呈現同步振盪和振幅死亡，其出現機率各為 80%與 20%。



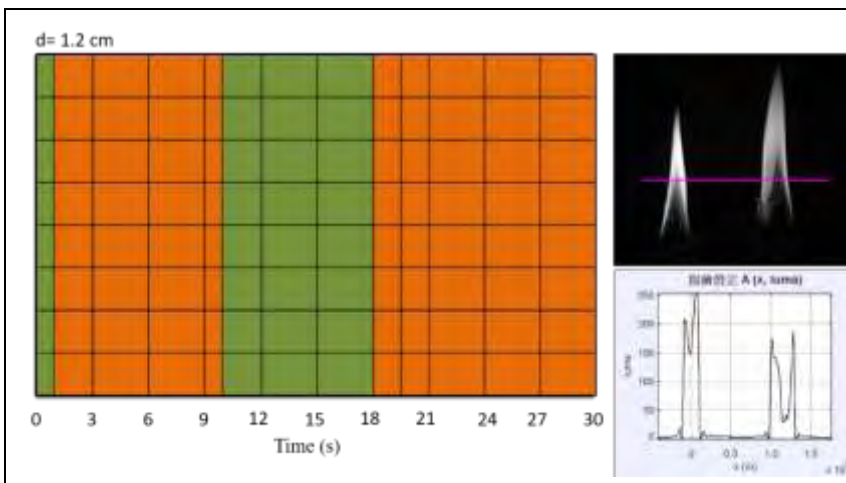
如圖十二所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.6$  公分時，會呈現相位翻轉分叉和反向振盪，其出現機率各為 25%與 75%。



如圖十三所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=0.8$  公分時，會呈現混和型態此類混合態包含所有的 IP、AD、PFB、與 AP 四種，其出現機率各為 5%、10%、30% 與 55%。

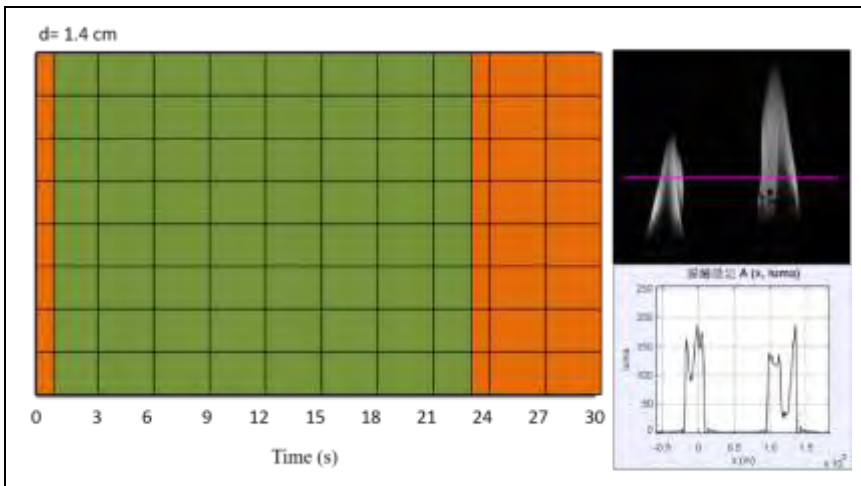


如圖十四所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.0$  公分時，呈現混和型態，此類混合態包含所有的 AP、AD、與 PFB 三種，其出現機率各為 63%、27% 與 10%，我們發現超過  $d=1$  公分後，IP 態就消失。

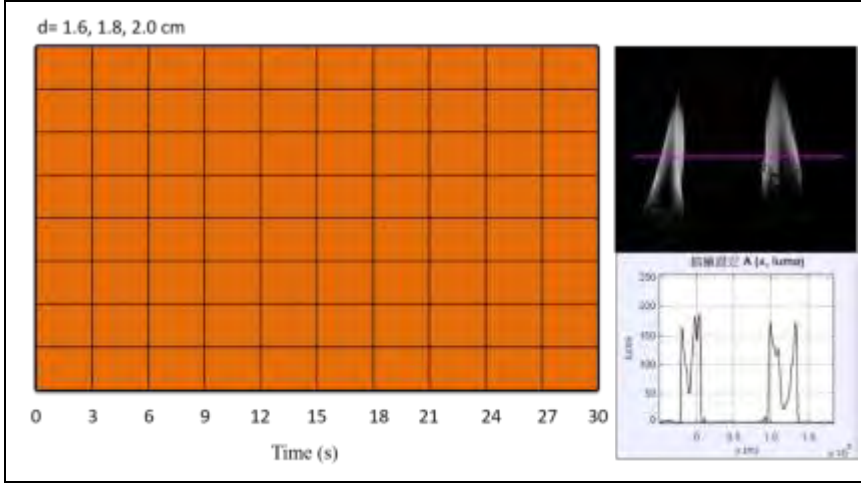


如圖十五所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.2$  公分時，開始由四種混和型態轉為 PFB 與 AD 混合態，其出現機率各為 30% 與 70%。

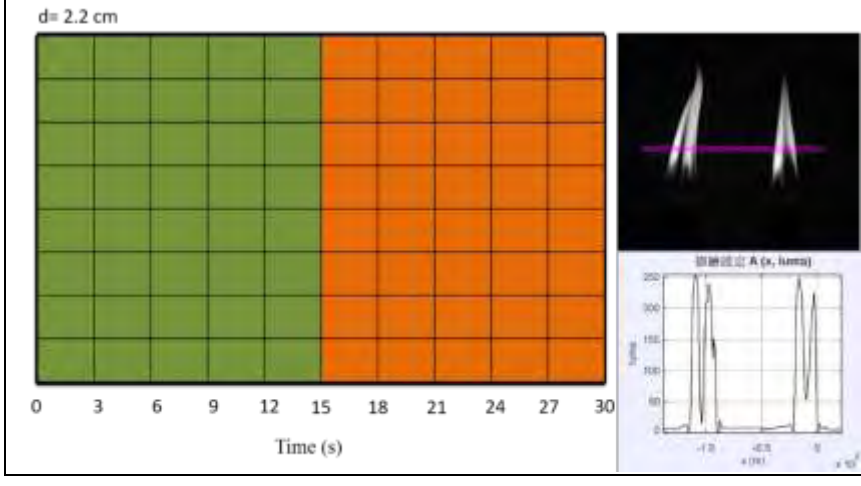




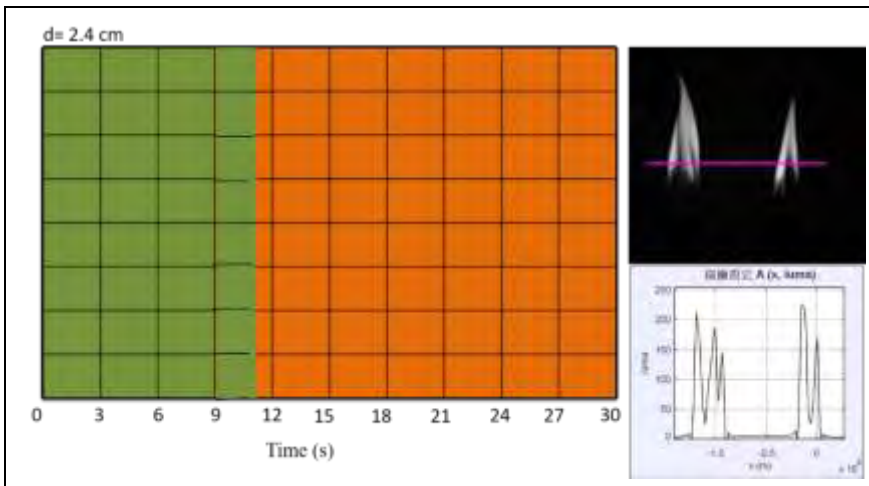
如圖十六所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.4$  公分時，呈現 PFB 與 AD 混和型態，其出現機率各為 27% 與 73 %。



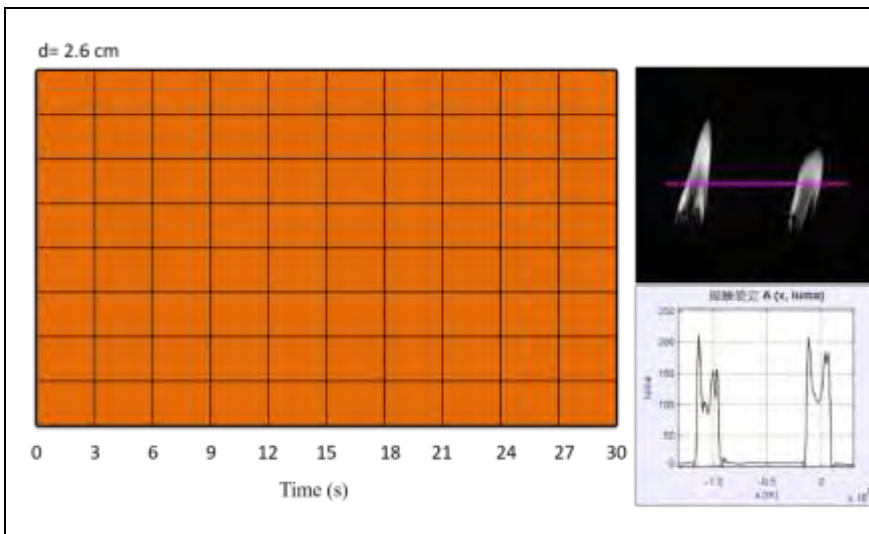
如圖十七所示，當蠟燭振盪器距離為  $d=1.6, 1.8, 2.0$  公分時，均呈現振幅死亡 AD 型態，其出現機率皆為 100 %。



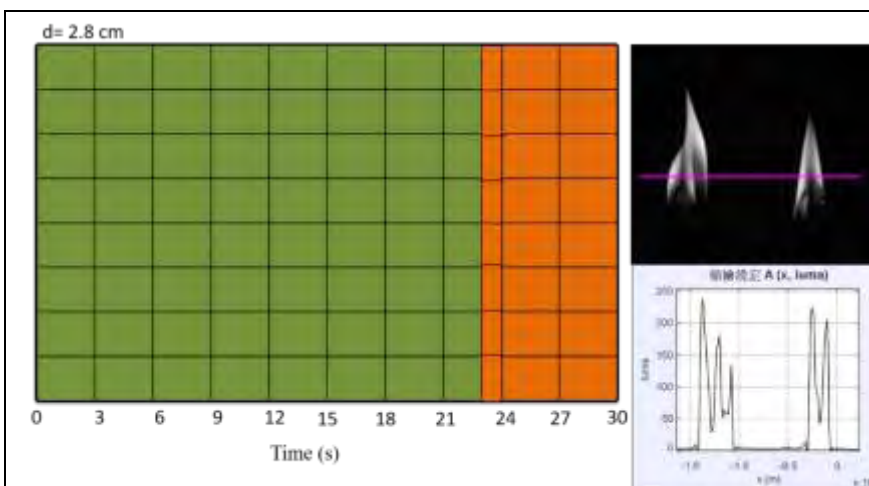
如下圖十八所示，當蠟燭振盪器距離為 2.2 公分時，會呈現相位翻轉分岔(PFB)與振幅死亡(AD)，其出現機率各為 50% 與 50 %。



如圖十九所示，當蠟燭振盪器距離為 2.4 公分時，會呈現相位翻轉分岔(PFB)與振幅死亡(AD)，其出現機率各為 37% 與 63%。

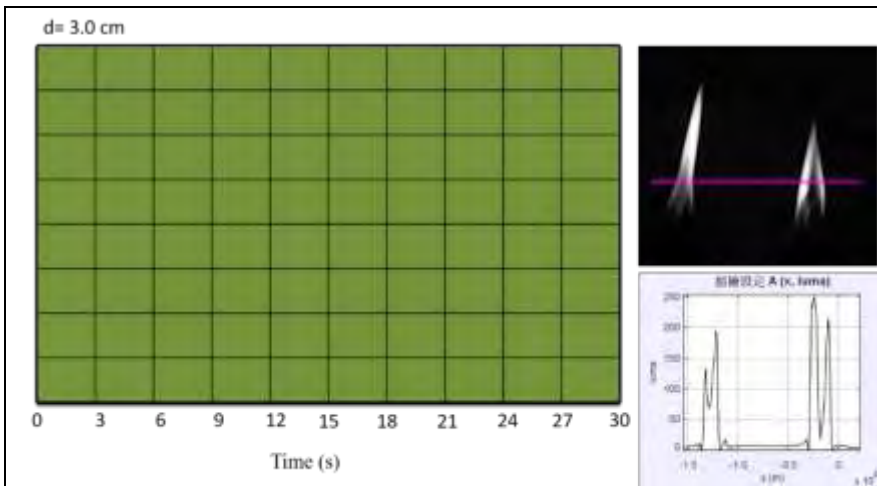


如圖二十所示，當蠟燭振盪器距離為 2.6 公分時，會呈現振幅死亡，其出現機率皆為 100%。

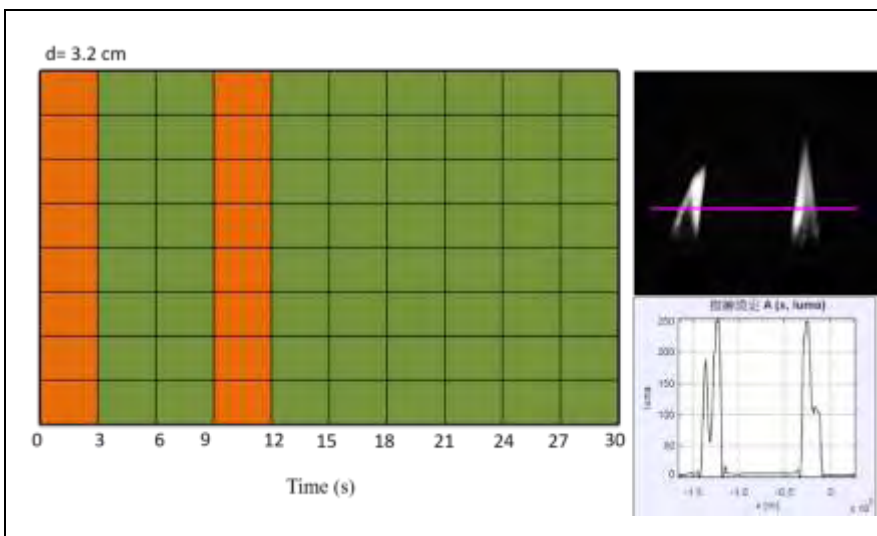


如圖二十一所示，當蠟燭振盪器距離為 2.8 公分時，會呈現相位翻轉分岔 (PFB)與振幅死亡(AD)，其出現機率各為 77% 與 23%。

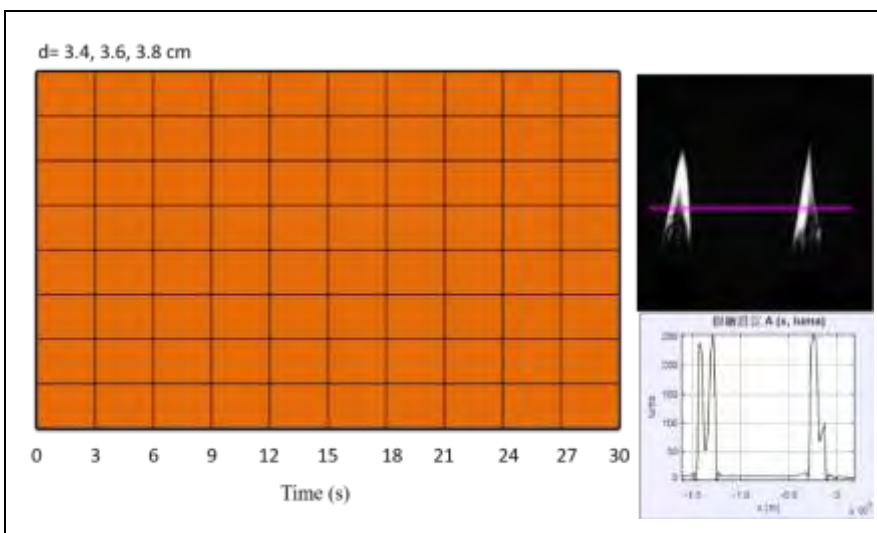




如下圖二十二所示，當蠟燭振盪器距離為 3 公分時，會呈現相位翻轉分岔 (PFB)，其出現機率為 100 %。



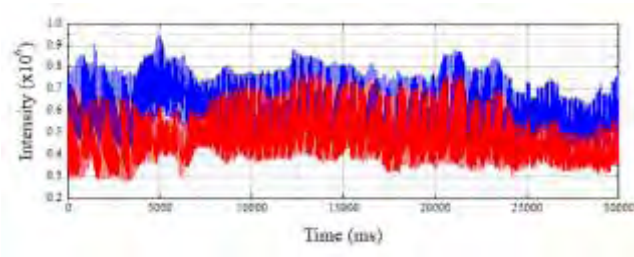
如圖二十三所示，當蠟燭振盪器距離為 3.2 公分時，會呈現相位翻轉分岔與振幅死亡，其出現機率各為 80% 與 20 %。



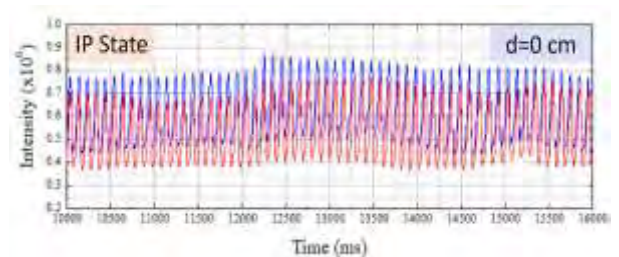
如圖二十四所示，當蠟燭振盪器距離為 3.4, 3.6, 3.8 公分時，均呈現與振幅死亡，其出現機率皆為 100 %。

## 5.2 振盪器之間耦合行為之光強度隨時間變化譜圖

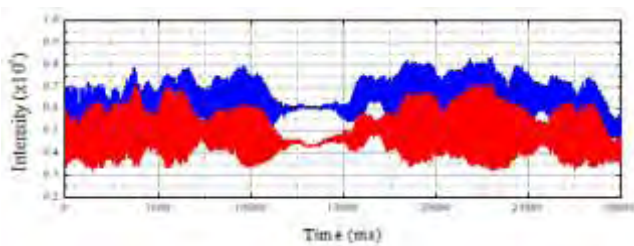
如下圖二十五(a)-(d)所示為距離  $d=0$ 、 $0.2$ 、 $0.4$  和  $0.6$  cm 的振盪器之光影強度隨時間變化圖，圖左顯示 30 秒的慢動作全譜圖，圖右為選取放大圖。圖二十五(a)為兩支振盪器的耦合呈現同步振盪(IP)模式，振幅最大約為  $0.95 \times 10^6$ ；我們統一將圖縱軸範圍畫在  $0.2 \sim 1.0 ( \times 10^6 )$  之間，以便觀察振幅隨距離改變的關係。而當  $d=0.2$  與  $0.4$  cm 時，我們也清楚觀察到在圖二十五(b)與(c)右邊，有一段振幅迅速降低的現象，呈現振幅死亡態(AD)，時間分別持續約有 2.5 至 6 秒，與圖十、圖十一之 Tracker 分析結果相近。而當  $d=0.6$  cm 時，則呈現相位翻轉分岔(PFB)與反向振盪態(AP)，振盪器的耦合開始趨於混合態的現象。



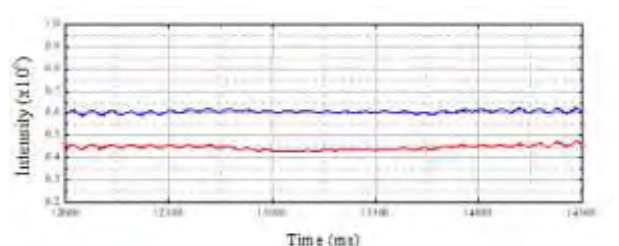
(a)  $d=0$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



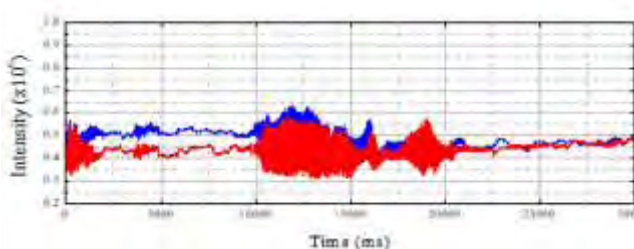
$d=0$  cm 之分析結果，時間範圍為 10000~ 16000 ms



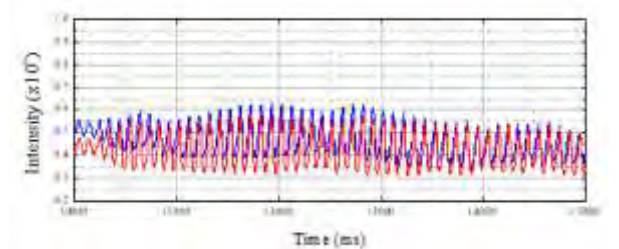
(b)  $d=0.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



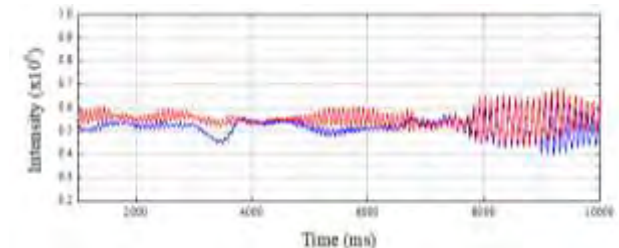
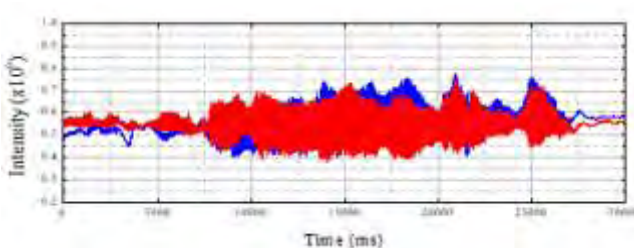
$d=0.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 12000~ 14500 ms。



(c)  $d=0.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=0.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 10000~ 15000 ms。

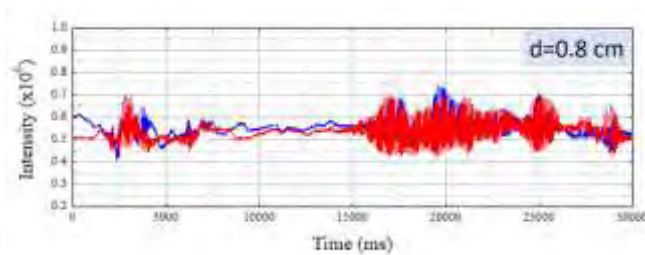


(d)  $d=0.6\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms

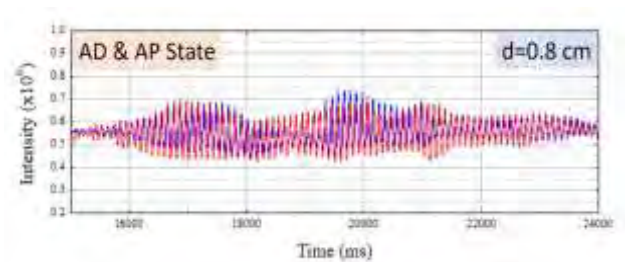
$d=0.6\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 1000~ 10000 ms。

圖二十五(a)-(d):為距離  $d=0$ 、 $0.2$ 、 $0.4$  和  $0.6\text{ cm}$  的振盪器之光影強度隨時間變化圖。

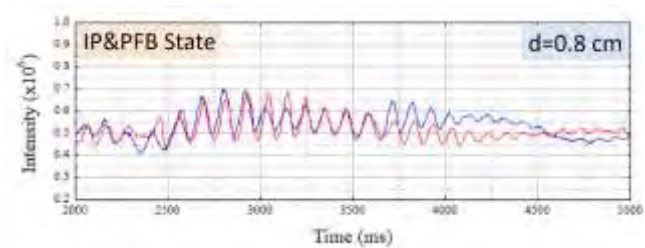
如下圖二十六所示，而當距離  $d$  增加至  $0.8\text{ cm}$  時，實驗結果振盪模式開始出現同步振盪(IP)、振幅死亡態(AD)、相位翻轉分岔態(PFB)與反向振盪態(AP)之間的轉換，呈現非常複雜的振盪耦合行為，我們發現此四種混合態交替出現，已接近臨界相變區間，此實驗結果與理論預測論述相符(約在 $\sim 1\text{ cm}$ ) [2]。



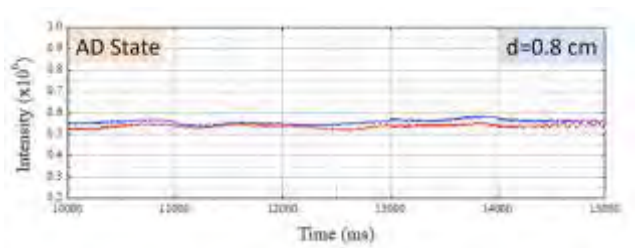
(a)  $d=0.8\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=0.8\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 15000~ 24000 ms。



(b)  $d=0.8\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 0~ 3000 ms

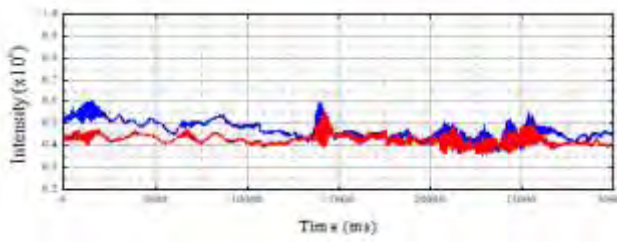


$d=0.8\text{ cm}$  之分析結果，時間範圍為 10000~ 15000 ms。

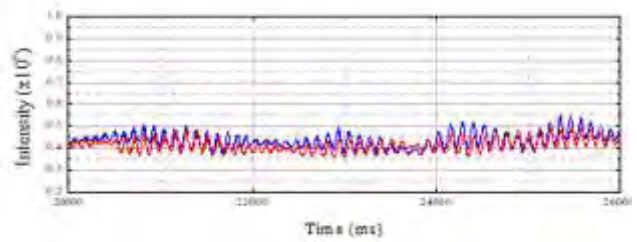
圖二十六: 當距離  $d$  增加至  $0.8\text{ cm}$  時，振盪模式開始出現同步振盪(IP)、振幅死亡態(AD)、相位翻轉分岔(PFB)與反向振盪態(AP)之間的轉換。

而當距離  $d$  持續增加至  $1.0 \sim 1.6\text{ cm}$  時，如下圖二十七(a)-(d)所示，振盪模式開始出現由反向振盪態(AP)、振幅死亡態(AD)、與相位翻轉分岔態(PFB)三種混和態 ( $d=1.0\text{ cm}$ ) 轉換成振幅死亡態(AD)與相位翻轉分岔態(PFB)兩種以不同比例出現 ( $d=1.2 \sim 1.6\text{ cm}$ )。

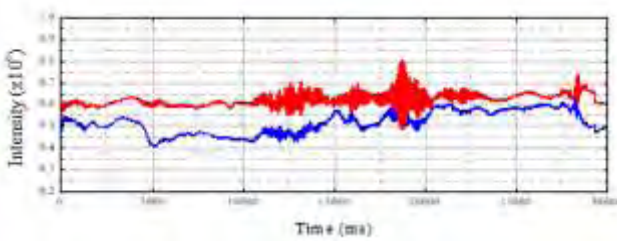




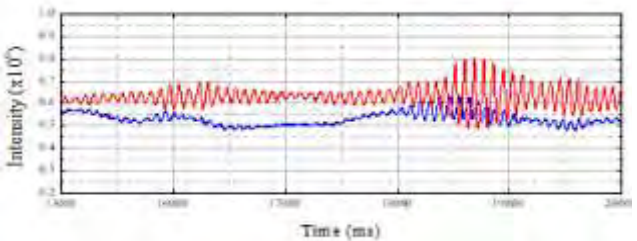
(a)  $d=1.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



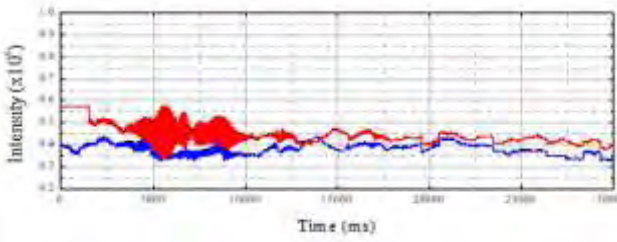
$d=1.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 20000~ 26000 ms



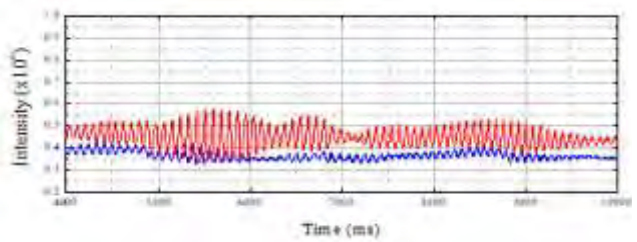
(b)  $d=1.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



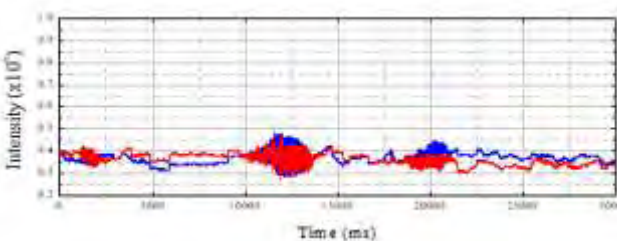
$d=1.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 15000~ 20000 ms。



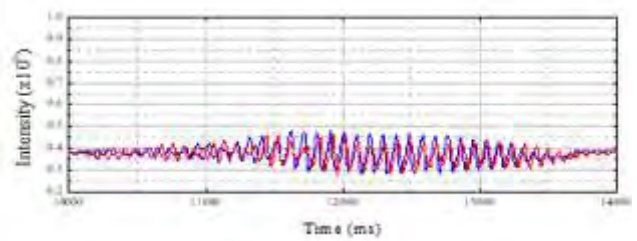
(c)  $d=1.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=1.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 4000~ 10000 ms。



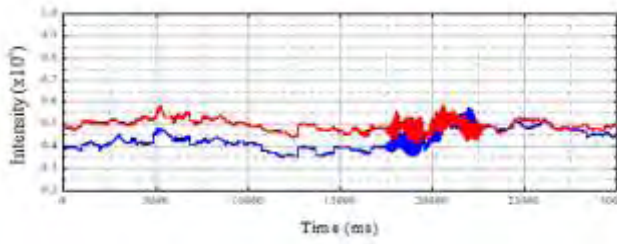
(d)  $d=1.6$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



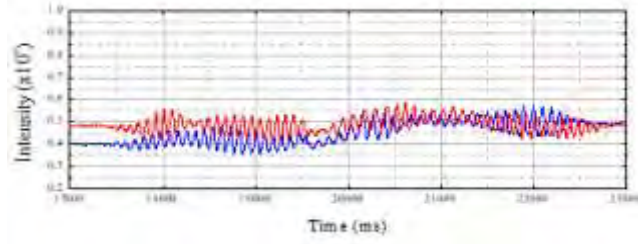
$d=1.6$  cm 之分析結果，時間範圍為 10000~ 14000 ms。

圖二十七(a)-(d): 為當距離  $d$  持續增加至 1.0 ~1.6cm~時所呈現的振盪模式轉換過程。

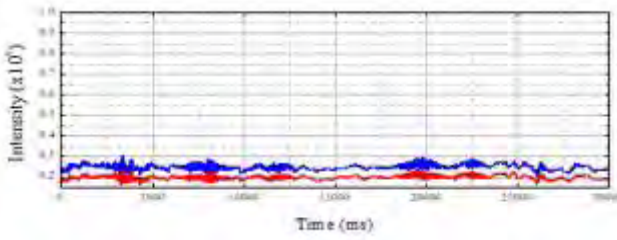
而當距離  $d$  持續增加至 1.8 ~3.6cm~時，如下圖二十八(a)-(n)所示，振盪模式開始呈現振幅死亡態(AD)與相位翻轉分岔態(PFB)兩種以不同比例出現，而振幅也漸漸減小，且因距離增加，振盪器偶合作用變小，振幅死亡態(AD)的比例隨距離增加而增加，而相位翻轉分岔態(PFB)逐漸減少。



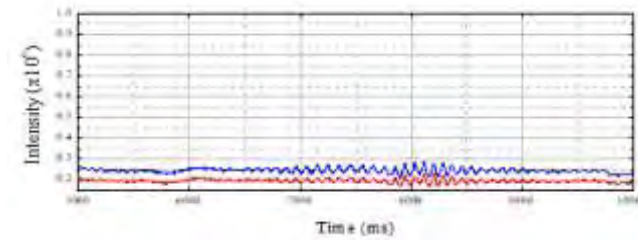
(e)  $d=1.8$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



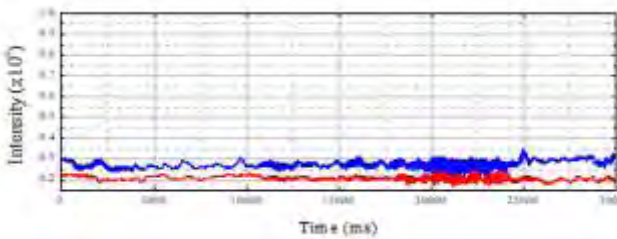
$d=1.8$  cm 之分析結果，時間範圍為 17000~ 23000 ms



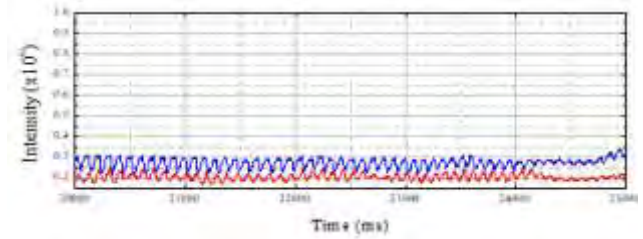
(f)  $d=2.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



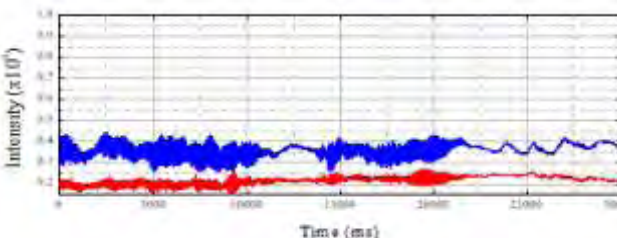
$d=2.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 5000~ 10000 ms。



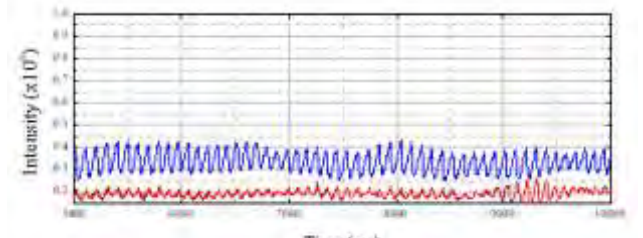
(g)  $d=2.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



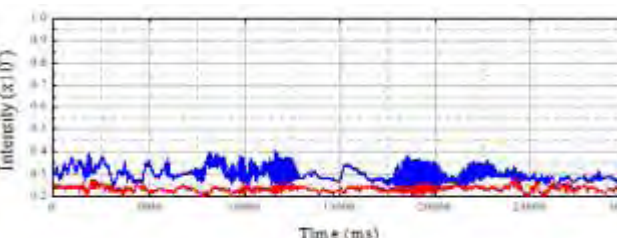
$d=2.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 20000~ 25000 ms。



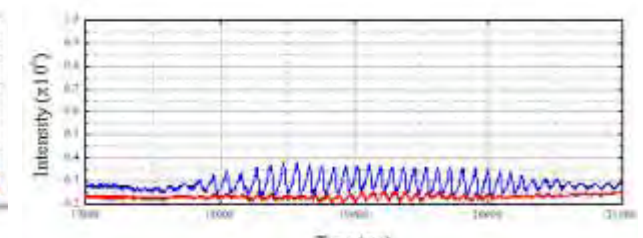
(h)  $d=2.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=2.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 5000~ 10000 ms。

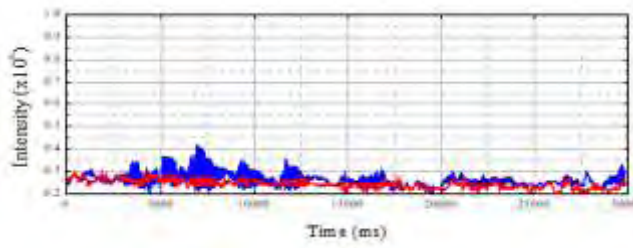


(i)  $d=2.6$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms

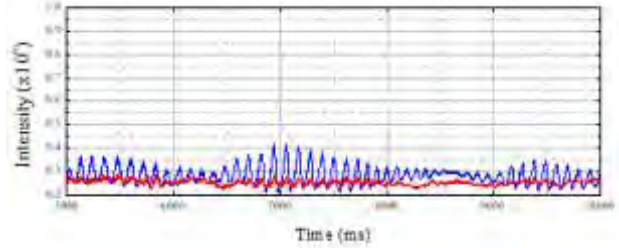


$d=2.6$  cm 之分析結果，時間範圍為 17000~ 21000 ms

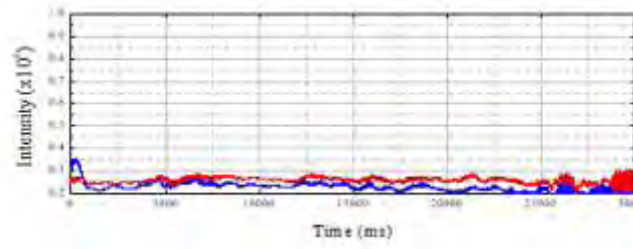




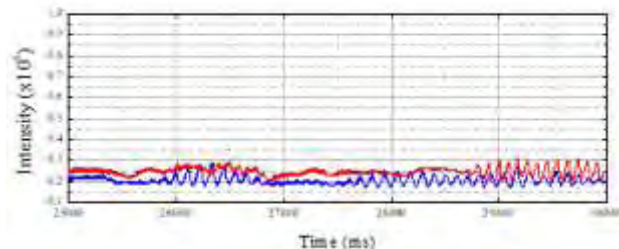
(j)  $d=2.8$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



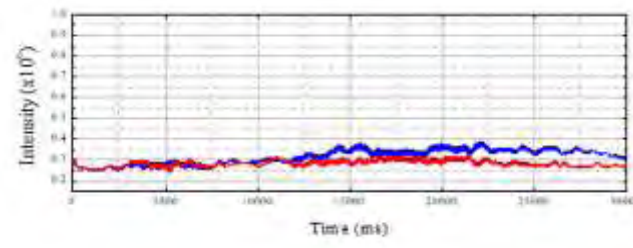
$d=2.8$  cm 之分析結果，時間範圍為 5000~ 10000 ms。



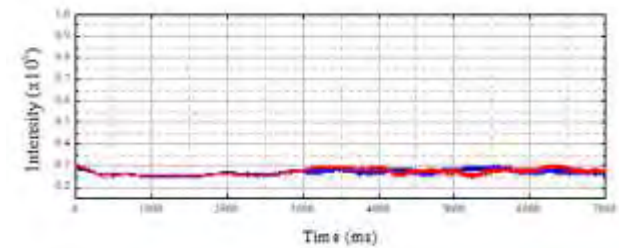
(k)  $d=3.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



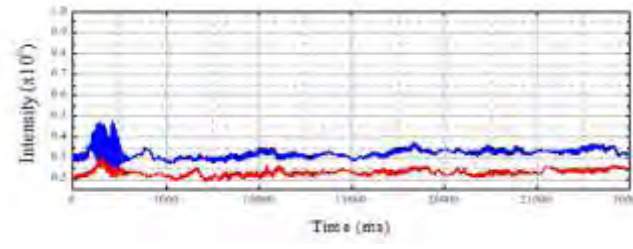
$d=3.0$  cm 之分析結果，時間範圍為 25000~ 30000 ms。



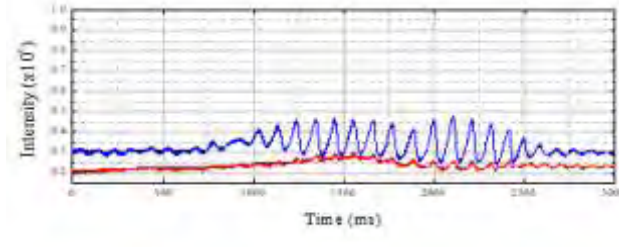
(l)  $d=3.2$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



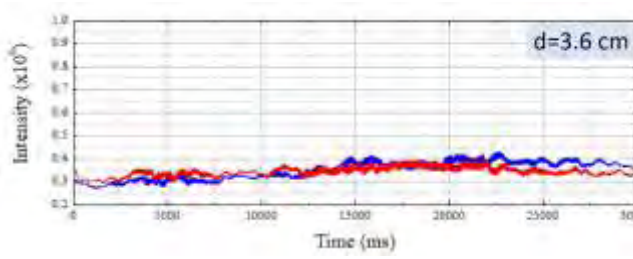
$d=3.2$  cm 之分析結果，時間範圍 0~ 7000 ms。



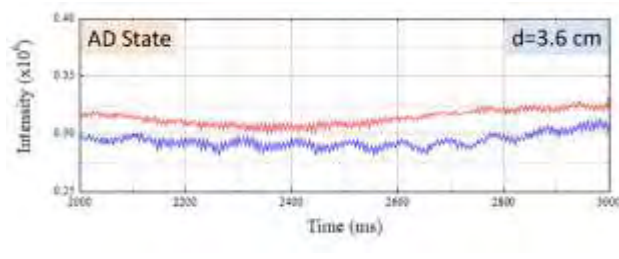
(m)  $d=3.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=3.4$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 3000 ms。



(n)  $d=3.6$  cm 之分析結果，時間範圍為 0~ 30000 ms



$d=3.6$  cm 之分析結果，時間範圍 2000~ 3000 ms。

圖二十八(a)-(n): 為當距離  $d$  持續增加至 1.8 ~3.6cm~時所呈現的振盪模式轉換過程。



## 陸、討論

在這次實驗中我們利用改變蠟燭振盪器之間的距離，去觀察兩個振盪器的耦合作用，並利用 Tracker 來觀察、分析、並去分類影片中所呈現的耦合狀態，從實驗結果中，我們可以清楚的知道：

- 一、當蠟燭兩組距離小於 0.2 公分時，呈現同步振盪態 IP。
- 二、當蠟燭兩組距離介於 0.2~0.6 公分時，呈現振幅死亡態 AD 和同步振盪態 IP。
- 三、當蠟燭兩組距離介於 0.8 公分時，則呈現四種混和型態 IP、AD、AP、PFB。
- 四、當蠟燭兩組距離介於 0.6~1.4 公分時，呈現混和型態 AD、AP、PFB。
- 五、當兩組蠟燭介於 1.6~2.0 公分，呈現振幅死亡態 AD。
- 六、當蠟燭距離介於 2.2~2.4 公分時，呈現相位翻轉分叉態 PFB 和振幅死亡 AD 混合態。
- 七、當蠟燭為 2.6 公分時，呈現振幅死亡態 AD。
- 八、當蠟燭介於 2.8~3.2 公分之間，呈現相位翻轉分岔態 PFB 與振幅死亡態 AD。
- 九、當蠟燭介於 3.4~3.8 公分之間，呈現振幅死亡態 AD。

表格四: 為依據實驗結果，我們將各種出現狀態出現做百分比分析。

距離 d (cm)	同步振盪(IP) (%)	振幅死亡(AD) (%)	相位翻轉分叉(PFB) (%)	反相振盪(AP) (%)
0	100	0	0	0
0.2	90	10	0	0
0.4	80	20	0	0
0.6	0	0	25	75
0.8	5	10	30	55
1.0	0	27	10	63
1.2	0	70	30	0
1.4	0	73	27	0
1.6	0	100	0	0
1.8	0	100	0	0
2.0	0	100	0	0
2.2	0	50	50	0
2.4	0	63	37	0
2.6	0	100	0	0
2.8	0	23	77	0

3.0	0	0	100	0
3.2	0	20	80	0
3.4	0	100	0	0
3.6	0	100	0	0
3.8	0	100	0	0

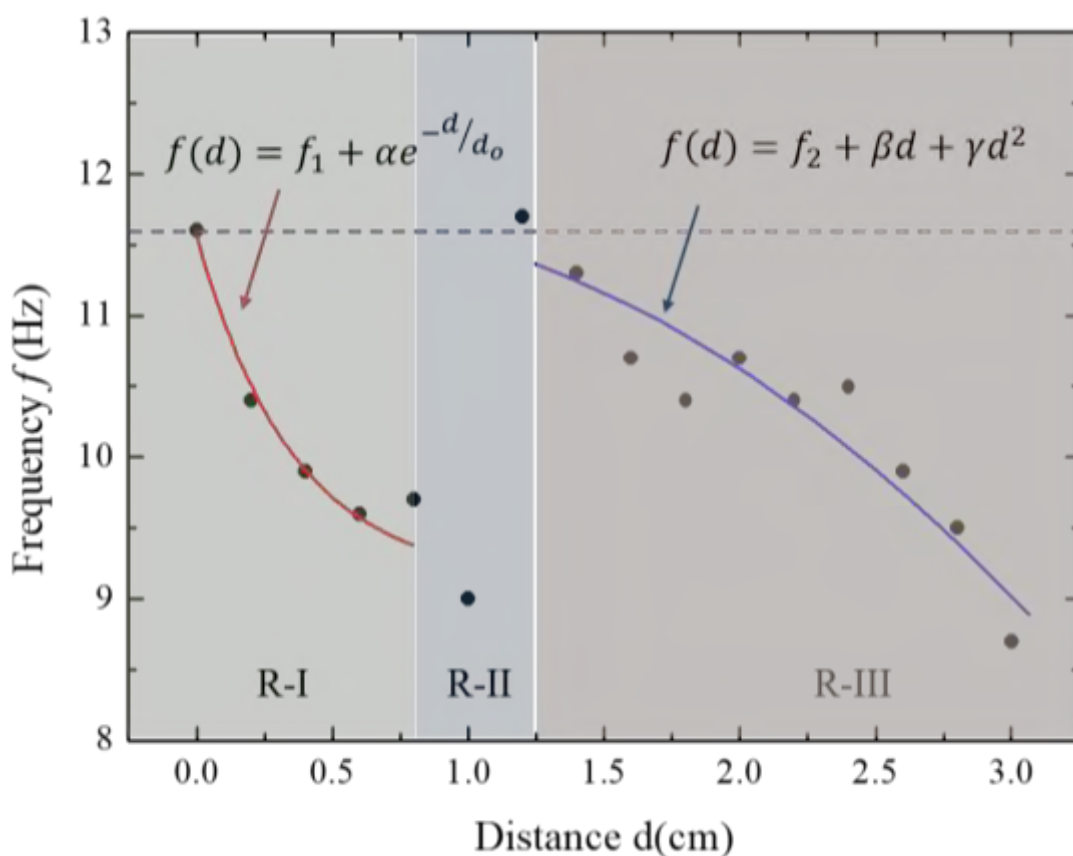
雖然我們無法使用機器學習(Machine Learning)的方法去自動分辨譜圖的種類，但藉由 Tracker 以眼睛觀察並分類，可以識別不同振盪模式隨距離的改變，並以顏色來分類標記，我們將其出現時間轉換成機率百分比，如圖二十九整理所示，在距離  $d=0.2 \sim 1.4 \text{ cm}$  之間，同步振盪(IP)呈現機率遞減，而振幅死亡態(AD)呈現遞增的現象，說明其為耦合振盪的相變區域，並呈混合態；反相振盪在此區域的出現( $d=0.8, 1.0 \text{ cm}$ )，有助平衡耦合作用至系統穩定態(振幅死亡 AD)模式。從實驗結果可以得知，當振盪器之間的距離產生變化會影響其耦合交互作用行為，而在 IP 與 AD 之間的轉換，是一個非常複雜的行為，當距離為 0.8 公分時，我們發現四種混合態交替出現，我們清楚認為，此為臨界距離  $d_c \sim 0.8 \text{ cm}$ ，且實驗結果與理論預測論述相符。



圖二十九：為振動模式出現的時間百分比隨距離變化的關係圖。

在此實驗中，我們首次觀察到由蠟燭火焰振盪器在蠟燭距離不同值上的相互作用所觀察

到的顯示同步振盪(IP)、振幅死亡(AD)、反向振盪(AP)和相位分叉振盪(PFB)的動態狀態。在蠟燭距離 0 公分的微小值下，它們會顯示 IP 出同步。在此期間，每個振盪器的時間序列以接近 0 度相位差波動。當蠟燭距離增加到 1.6~2.0 公分以上時，我們注意到兩個振盪器的振盪停止。我們將此狀態稱為振幅死亡，當蠟燭距離足夠引起耦合(<3.4 公分)時，兩個振盪器都會恢復其振盪行為。除了在蠟燭距離的特定範圍內觀察到的這些穩定狀態外，我們還在邊界上看到了過渡狀態。圖二十九分別顯示了從同步振盪到反向振盪( $d=0.4\sim 0.6$  cm)和振幅死亡到反向振盪( $d=0.6\sim 1.0$  cm)的過渡中存在此類狀態。這種過渡的證據進一步重申，從同步振盪到振幅死亡的過渡和從振幅死亡到反向振盪的過渡不是突然的，而是逐步發生的。



圖三十：振盪器距離與測量頻率的關係圖。

此外，我們也將實驗圖二十五至二十八光強度隨時間變化圖做傅立葉轉換，以決定振盪的顯性頻率( $f$ )，藉由了解距離與振盪的顯性頻率( $f$ )的關係，而進一步量化蠟燭火焰振盪器的行為。如圖三十所示，我們進一步分析頻率與距離的數值擬合關係：

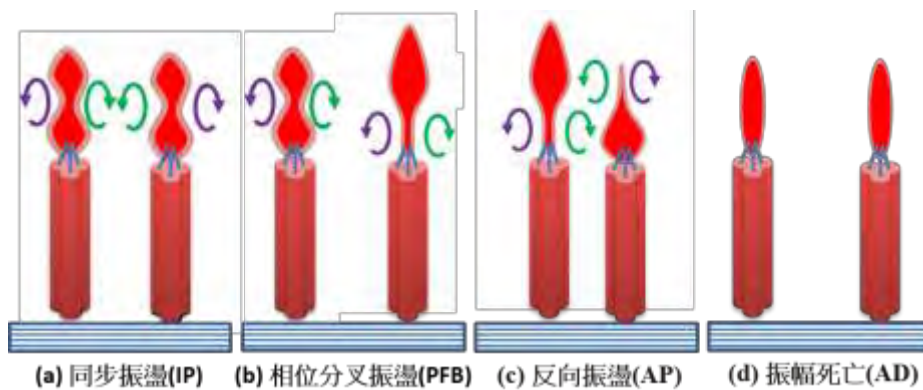
一、在區域 R-I 中( $d=0\sim 0.8$  cm)，振盪頻率隨距離的關係呈現指數遞減性的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_1 + \alpha e^{-d/d_0}$ 的關係，其中 $f_1=9.1(3)$ Hz，遞減斜率為 $\alpha = 2.4(4)$ Hz，半衰距離為 $d_0=0.35(14)$  cm

二、在區域 R-II 中( $d=0.8\sim 1.2$  cm)，呈現相轉變混合態(Phase transition mixed states)，振盪頻率 $f$ 隨距離的關係呈現非線性關係，由 $f=9.7$ Hz ( $d=0.8$  cm) 降至  $f=9.0$ Hz ( $d=1.0$  cm)，又急升至  $f=11.7$ Hz ( $d=1.2$  cm)。

三、在區域 R-III 中( $d=1.2\sim 3.0$  cm)，呈現相位分叉振盪(PFB)相轉變呈振幅死亡態(AD)，振盪頻率隨距離的關係呈現遞減的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_2 + \beta d + \gamma d^2$ 的關係，其中 $f_2=11(1)$  Hz，遞減指數率分別為 $\beta = 0.15(2)$ Hz與 $\gamma = -0.35(1)$ Hz。

總結整體實驗過程，當兩個振盪器處於同步振盪狀態(IP,  $d=0$ )時，如圖三十所示，我們觀察到振盪器的主要頻率接近於它們的耦合頻率值( $\sim 11.6$  Hz，如白色虛線所標示)，震盪器間空氣熱對流呈現同步狀態。當這些振盪器通過相位分叉振盪態(PFB)，如圖三十一(b)，從同步振盪轉換到反向振盪時，我們注意到它們的頻率值開始遞減到 $\sim 9.7$  Hz ( $d=0.8$  cm)，遠低於其解耦合頻率的值( $\sim 12$  Hz)。不過由此實驗可看出，頻率變化的異常臨界區間 R-II 發生在 $0.8\sim 1.2$  公分，一個可能的解釋是，由於浮力驅動所造成的流動，使每個蠟燭火焰振盪器不穩定而形成的渦旋相互作用的關係，而有多重混合態的出現，如圖三十一(b)-(d)所組成之反向振盪(AP)、振幅死亡(AD)、和相位分叉振盪(PFB)混合態。當振盪器開始遠離  $d=1.0$  cm 時，渦旋的內部相互合併，從而抑制振盪，減少它們的不穩定情形，當距離大於  $1.2$  公分時，其振盪頻率即開始遞減，表示耦合作用力由長程轉為短程作用力，而隨時間消散，其能量的消散應與空氣介質有關，而關於耦合與空氣介質影響，我們認為在物理系統中是可以經常觀察到，例如生物或化學振盪器。在這種系統中，時間延遲是固有的，因為將信號從一個振盪器傳輸到另一個振盪器需要有限的傳播時間。相反，在間接耦合過程中，振盪器通過中間介質(環境)耦合，這種過程也表明是導致相位翻轉分岔態(PFB)的表現，由於時間延滯(time delay)和間接(通過中間介質)的傳遞，造成多種混合態的產生。我由實驗擬合結果與距離分區，我們了解到相轉變的混合態，會造成頻率的忽然減少與增加，隨著距離增加，空氣介質造成的熱輻射傳遞也漸行漸小，使得雙振盪器呈現振幅死亡態(AD)模式，而降低振盪器的頻

率。



圖三十一: 振盪耦合行為與空氣介質渦流示意圖。

## 柒、結論

此次科展的研究過程中，從一開始的主題有趣，實驗簡單易於操作、轉為分析難度太高，而產生漫長的自我學習的過程。在實驗中我們心中也出現一些疑問，研究這個主題在物理科學與工業應用上到底有甚麼相關？

首先，研究振盪器的燃燒與共振，是否有助於我們分析森林大火等問題，若是我們可以找出有效的防火線距離，讓共振的火焰趨於振幅死亡態(AD)，是否則能迅速滅掉森林大火？森林大火一直以來都是一個美國很難去解決的問題，美國森林大多都是由針葉林所組成，而通常森林裡的樹總是由針葉林所組成，一排一排所形成的樹正是森林大火遲遲難滅的原因，種植樹木的用意是解決地球暖化的問題，但是當發生森林大火，造成的空氣汙染將難以想像，雖然我們可能沒辦法避免天然發生的森林大火，但是如何將森林大火以最快的速度滅火，最重要的是滅火管線的設置，美國國家研究標準局[8]，在每一年的聖誕節所舉辦的比賽，希望在各個國家所有的不同環境下，提出針葉林(聖誕樹)所產生的 HRR，與我們這次的實驗結果有極大的相關性，這次實驗所呈現出的結果是在不同的距離之下，火焰所產生的不同型態，當滅火設施設置於臨界區之外時，因為火焰燃燒的方向不一致，可以將火焰以最短的時間撲滅，達到此實驗的效應，雖然還沒有正確的理論數據，但是經由這次實驗後，相信是一個不錯的方法去解決美國森林大火的問題。其次，在未來的工作中，我們也清楚了解振盪器中的蠟燭排列也是一個變因，若是能將蠟燭個數(如 3~6 隻)與空間排列(如三角形、四邊形、或多

邊形排列)等實驗變數考慮進來，此問題則有接近拓譜學(Topological)研究的味道，若能了解排列方式，那即能告訴我們森林中樹木的種植該如何排列與區隔樹群，以避免大火，這是個很有趣的未來應用。

而研究振幅死亡和相位翻轉分叉的共存，也讓我們應用於流行性疾病控制，若我們能夠改變適當的控制參數，以便在兩者中選擇最理想的現象。振幅死亡(AD)的情況在許多生物系統中是不可取的(或不希望發生的)；因此，若是能改變一個單一的參數，讓狀態能直接轉移到相位翻轉分岔(PFB)，這樣的改變可能會作為許多不可治癒的疾病的出路，如阿茲海默症和帕金森氏症 [10-11]。相反，振幅死亡在生物生態系統中更受歡迎(由於其顯著的穩定性)，或是在火箭和燃氣輪機等熱、聲系統中，希望振幅死亡讓系統穩定；另外，振盪的發生也將導致物種在長期情況下滅絕。因此，改變控制參數，導致從相位翻轉分岔轉向振幅死亡將有助於維持各種瀕危物種。

我們還想到有一個半導體的發光二極體 LED 的應用，在人類文明發展上，人類對火的使用是人類文化演化的轉捩點傳統上，在現代人演化出來之前，古代的人屬生物，也就是現代人類在生物學上的祖先，如直立人，可能在一百萬年前到一百五十萬年前或更早，就已知用火。所以人類的眼睛已演化成適應光影的振動，若是將我們的研究成果[12]，利用逆向工程(Reverse Engineering)技術將此發光強度隨時間振盪的關係參數，製造工業的自然光影振動 LED 與發光晶片排列，並結合物聯網技術，讓 LED 的發光頻率做有效控制，相信將能製造出最適宜眼睛感官的發光二極體，此類的逆向工程應用，我們認為將有很大的產值，且可以改善我們日常生活與適宜居住。

在研究中，我們首次利用簡易的雙振盪器來觀察非線性物理及其應用，雖然實驗工具簡單，但卻獲得很多的物理資訊，讓我了解生活中的觀察，需要科學的精神與方法來解決。在未來一年若是再能利用物理雙彈簧振動理論，並使用 Python 方法來模擬耦合震盪，將能結合實驗與理論找出其自然振動模式(Normal mode)，以協助此實驗工作分析；而人工智慧與機器學習演算法開發，則能協助我們可以迅速做譜圖耦合行為分類，以找出更多的新形態的耦合模式與精準分析出臨界區中混合態出現機率；而紅外線攝影也是未來我們關注的新式攝影方法，研究其氧氣的助燃與熱幅射於兩振盪器之間的流動，相信對熱力學研究會有很大的助益與應用。



## 捌、參考資料及其他

- [1] H. Kitahata et al. (2009). Oscillation and synchronization in the combustion of candles. *Journal of Physical Chemistry*, A113, 8164–8168.
- [2] K. Okamoto et. al. (2016). Synchronization in flickering of three-coupled candle flames. *Scientific Reports*, 6, 36145.
- [3] Golubitsky, M. & Stewart, I. *The Symmetry Perspective* (Birkhause Verlag, Basel, Switzerland, 2002).
- [4] Linear Actuator, trinity labs, <https://www.thingiverse.com/thing:33504>
- [5] Code and model files for open source linear actuator. <https://github.com/mtu-most/linear-actuator>
- [6] <https://www.schmalzhaus.com/EasyDriver/Examples/EasyDriverExamples.html>
- [7] Tracker 5.0.7 version <https://physlets.org/tracker/>
- [8] [https://pages.nist.gov/christmas\\_tree\\_fire\\_safety/](https://pages.nist.gov/christmas_tree_fire_safety/)
- [9] [https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier\\_transform](https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform)
- [10] Mizuno, Y. et al. (1989) Deficiencies in complex I subunits of the respiratory chain in Parkinson's disease. *Biochem. Biophys. Res. Comm.* 163, 1450–1455.
- [11] Lim, A. S. et al. (2017) Diurnal and seasonal molecular rhythms in human neocortex and their relation to Alzheimer's disease. *Nature Comm.* 8, 14931.
- [12] 附件:實驗拍攝影片與分析數據。



作品名稱：非線性光影共振:利用雙振盪器研究其相位耦合特性

連結網址:

<https://sites.google.com/gms.ndhu.edu.tw/candle/>

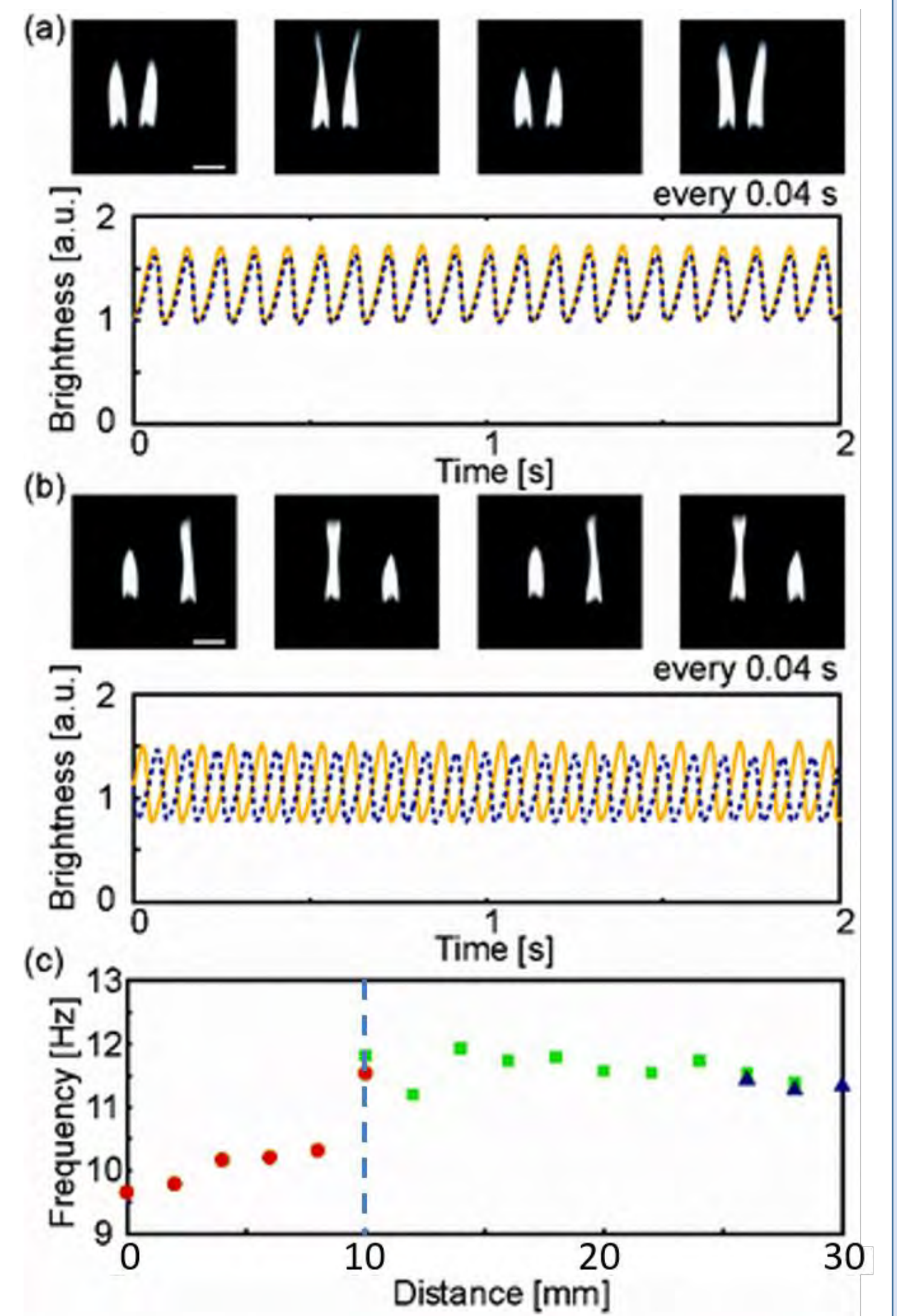
## 【評語】 030115

本作品主要研究蠟燭火焰的耦合振盪，透過研究一對蠟燭的相對距離改變，來了解其耦合相的變化。是一實驗操作簡單但是數據分析困難的研究。但是在本實驗中，作者利用軟體所的數據分析，解析出蠟燭火焰隨著蠟燭距離改變出現了同步振盪、振幅死亡、反向振盪以及相位分叉振盪的動態狀態。是一個相當有原創性與科學挑戰性的作品。分析的方法系統化且科學，值得做進一步的探究。



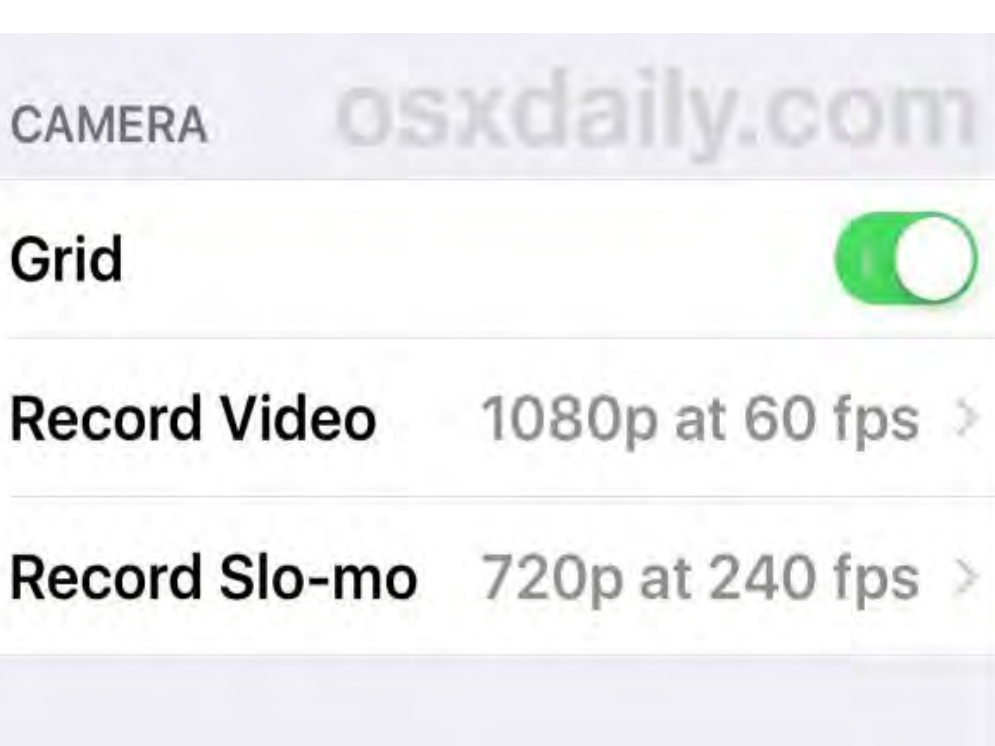
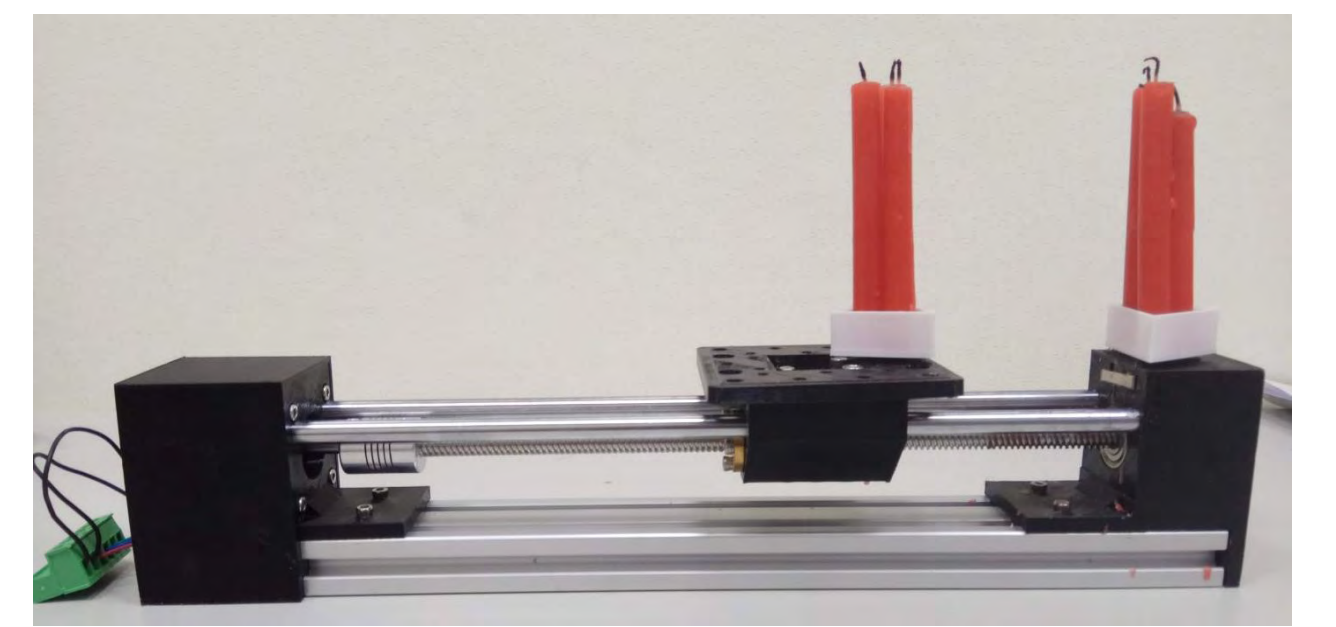
## 研究文獻介紹

1. 1948年 Chamberlin首次引入成像技術來分析蠟燭火焰的非線性振盪 [1]。
2. 2009年 Kitahata利用視頻剪輯方式研究兩組燃燒的蠟燭[2]，發現光影振盪主要由IP和AP兩種模式組成，其相位的改變取決於這些振盪器之間的距離。當距離近時觀察到同相同步，而距離更遠則導致反相同步。
3. 2015年 Forrester首次觀察到等邊三角形排列的三根蠟燭正盪器，具有幾何空間佈置相關的拓撲振盪模式[3]。
4. 2016年Okamoto 詳細研究了三個等邊三角形排列的蠟燭組，發現了四種不同的振盪模式 [4]。
5. 2018 Manoj 首次提出兩組振盪器間距一公分處具有一同相模式IP轉換成振幅死亡AD的過渡區存在 [5]。



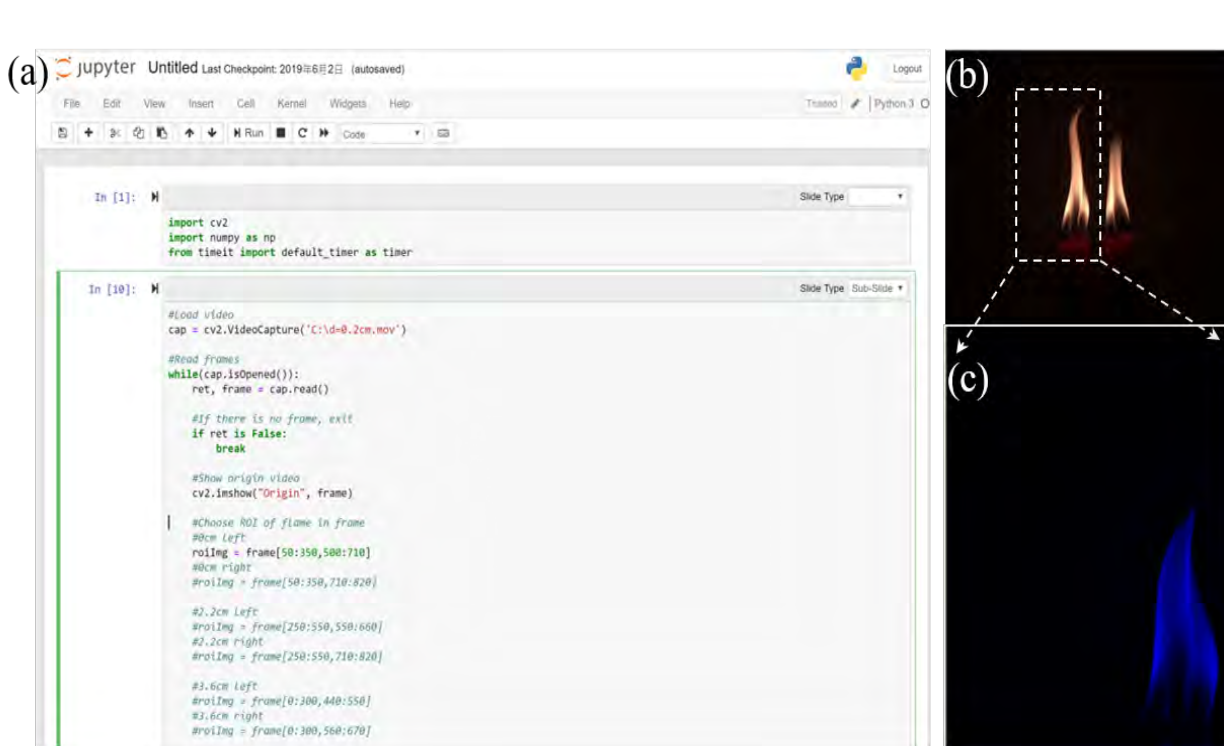
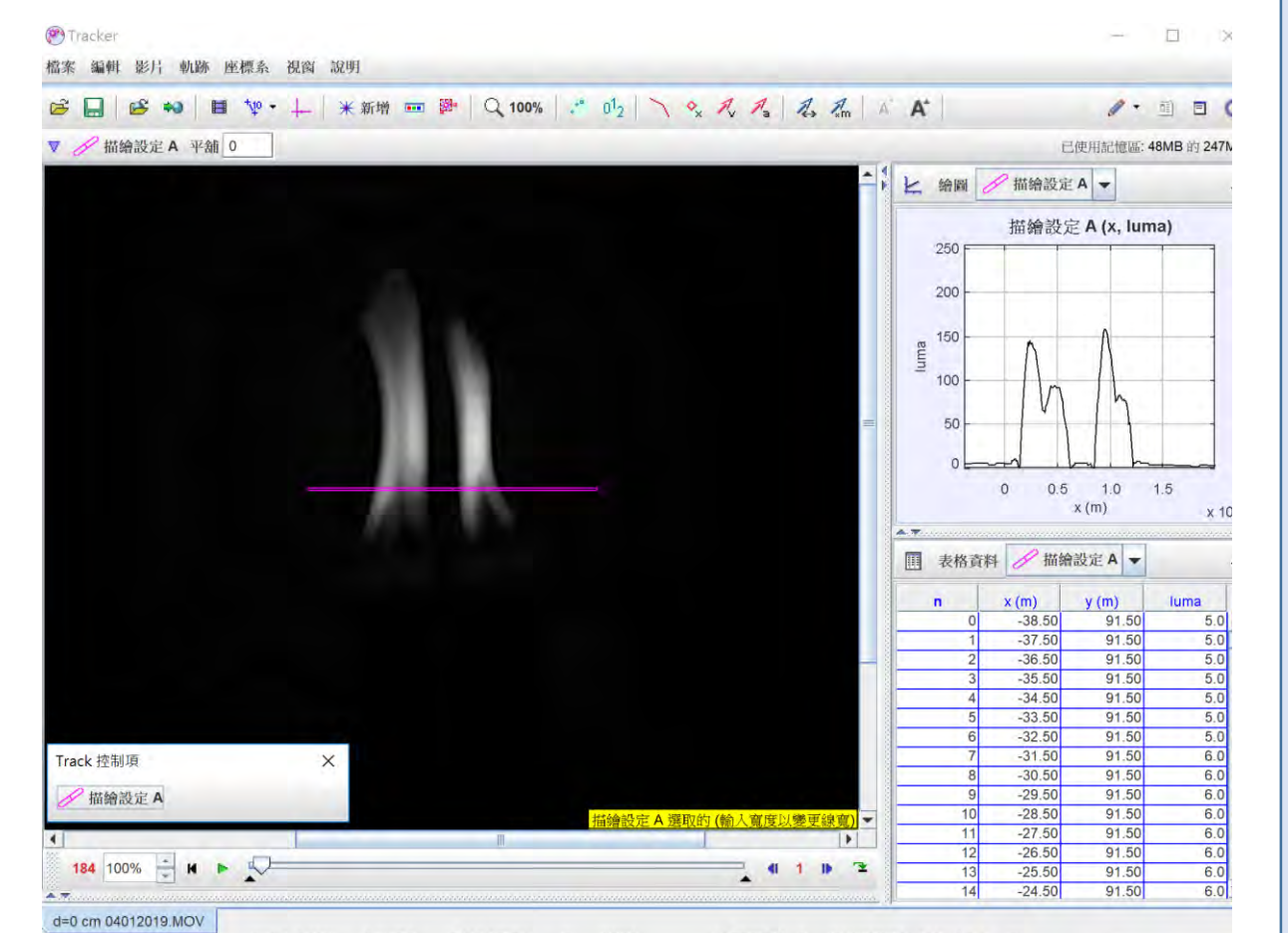
## 實驗方法

- 1.儀器設計: 我們購買13cm長，1cm直徑的蠟燭六根，每三根綑綁成一振盪器，並設計一線性滑軌，此平台零件由3D列印製作，配合一顆步進馬達與一長30公分的2040鋁擠條組成，此線性滑軌可來精準調控兩振盪器之間的距離。



- 2.影片拍攝: 拍攝方式以iPhone8 plus 每秒240幀的慢動作進行，每段影片約為30秒。藉由Arduino控制以準確的改變兩個蠟燭振盪器間的距離，並以每移動0.2公分拍攝一段影片。

3. 分析方法: 採用Tracker 5.0.7分享軟體，將慢動作影片匯入，調整濾鏡至灰階(Gray Scale)，自訂義比重紅=0、綠=0、藍=1，在軌跡地方新增軸線，利用強度分布線通過火焰中心形成一條直線，用眼睛觀察此切線的分佈與每一幀影片的振盪行為。



## 4. 光熱影像釋放率(HRR, heat release rate)計算

採用Open CV分析每個幀中兩支振盪器的個別熱釋放率heat release rate(HRR)，因為光強度與波長四次方倒數成正比( $I \sim 1/\lambda^4$ )，因此我們藉由Open CV選出藍色光強度(短波長)，來計算每一個幀中振盪器光強度隨時間的變化關係。

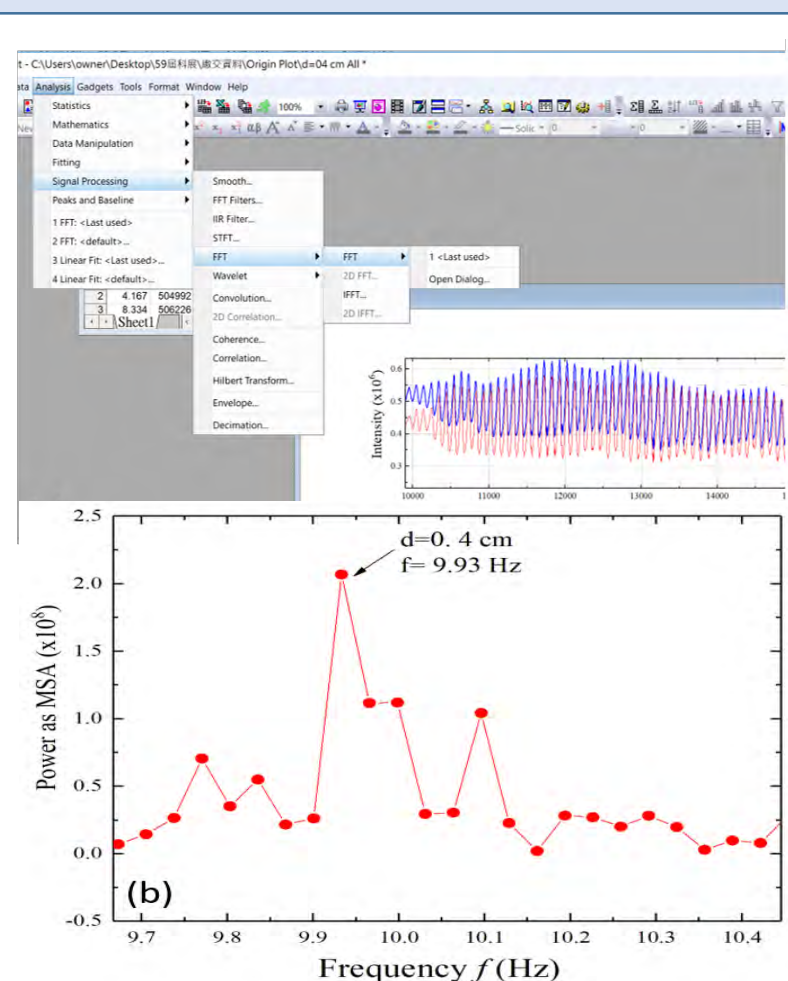
5. 共振行為標記分類方法: 雖然目前尚未具有機器學習的技巧，不過藉由Tracker來對光強度之截面，來觀察周期的振動，並利用顏色來標示實驗所觀察區間的行為狀態與分類，並手動將其出現範圍標記時間，以計算各種共振態出現的機率，來量化兩振盪器耦合隨距離的關係。

同步振盪IP

振幅死亡AD

相位翻轉分叉PFB

反相振盪AP

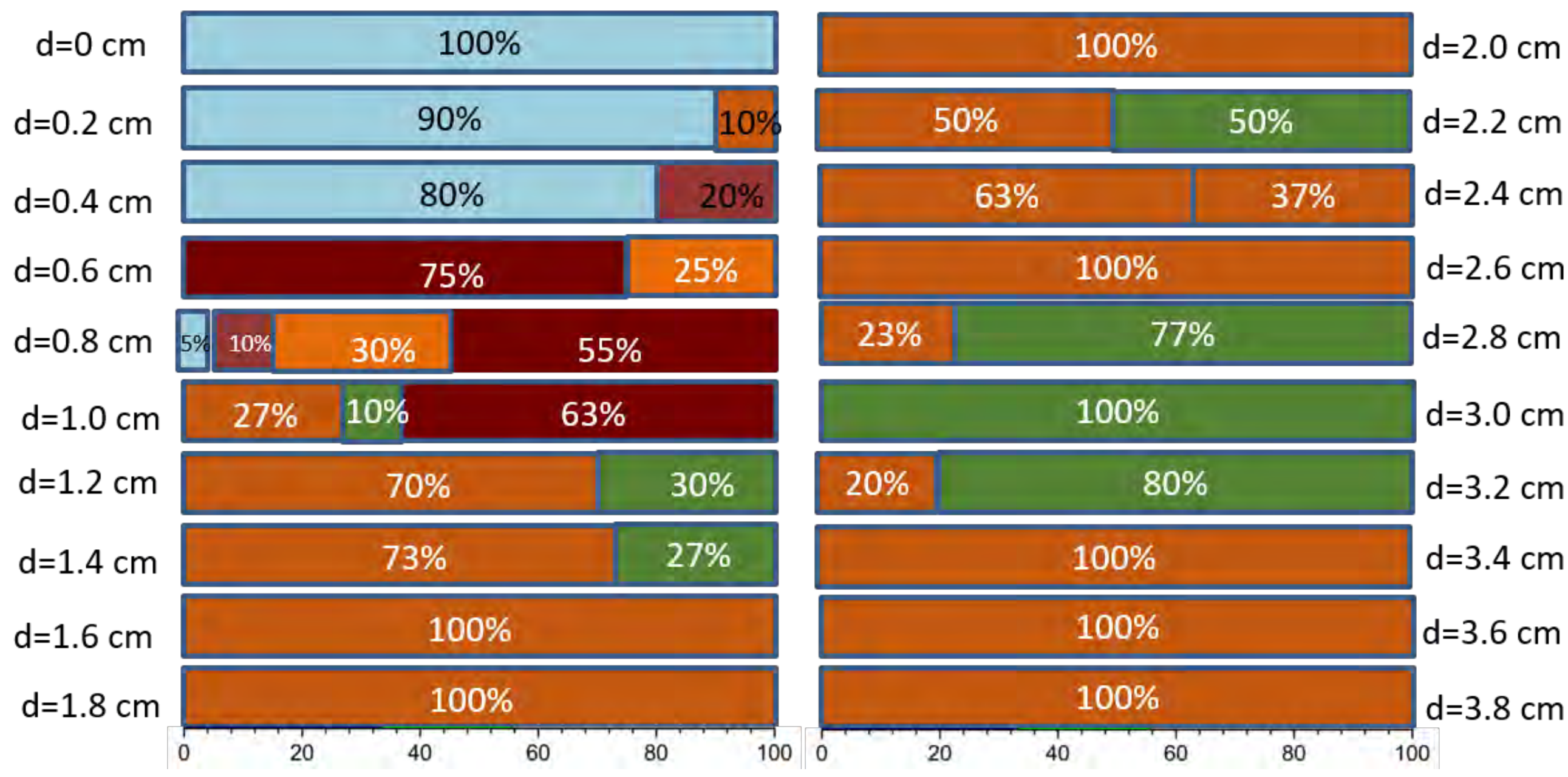
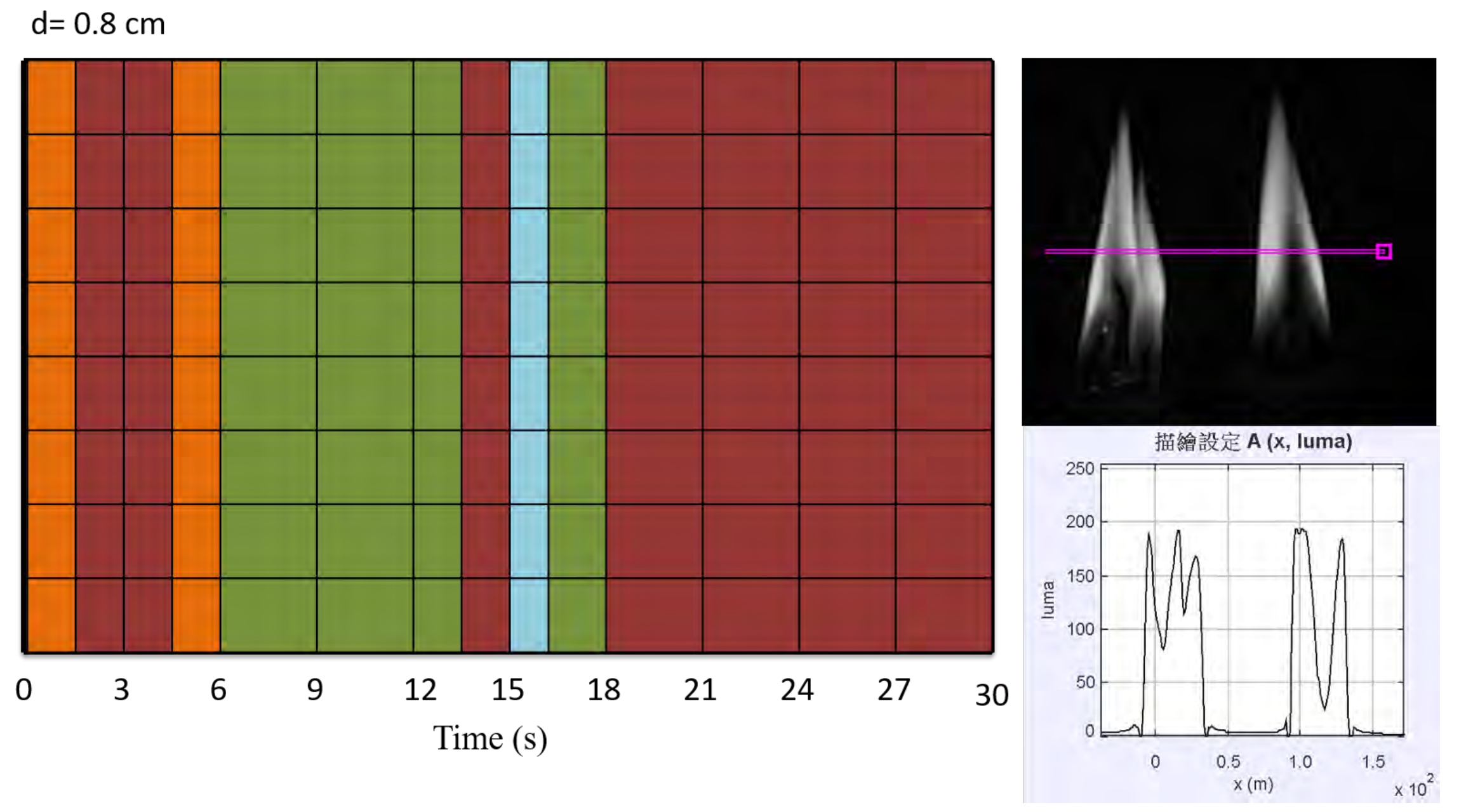


6. 傅立葉轉換方法在光影振動的分析應用: 傅立葉變換是一種線性積分變換，用於信號在頻率之間的變換，而我們現在將其演算模式應用在我們的蠟燭實驗中，利用Origin2017版本軟體匯入振盪器之光影強度隨時間的變化圖，再選擇分析模式(Analysis)之訊號處理(Signal Processing)，利用FTT傅立葉變換計算將振盪譜圖計算出平均顯性頻率( $f$ )



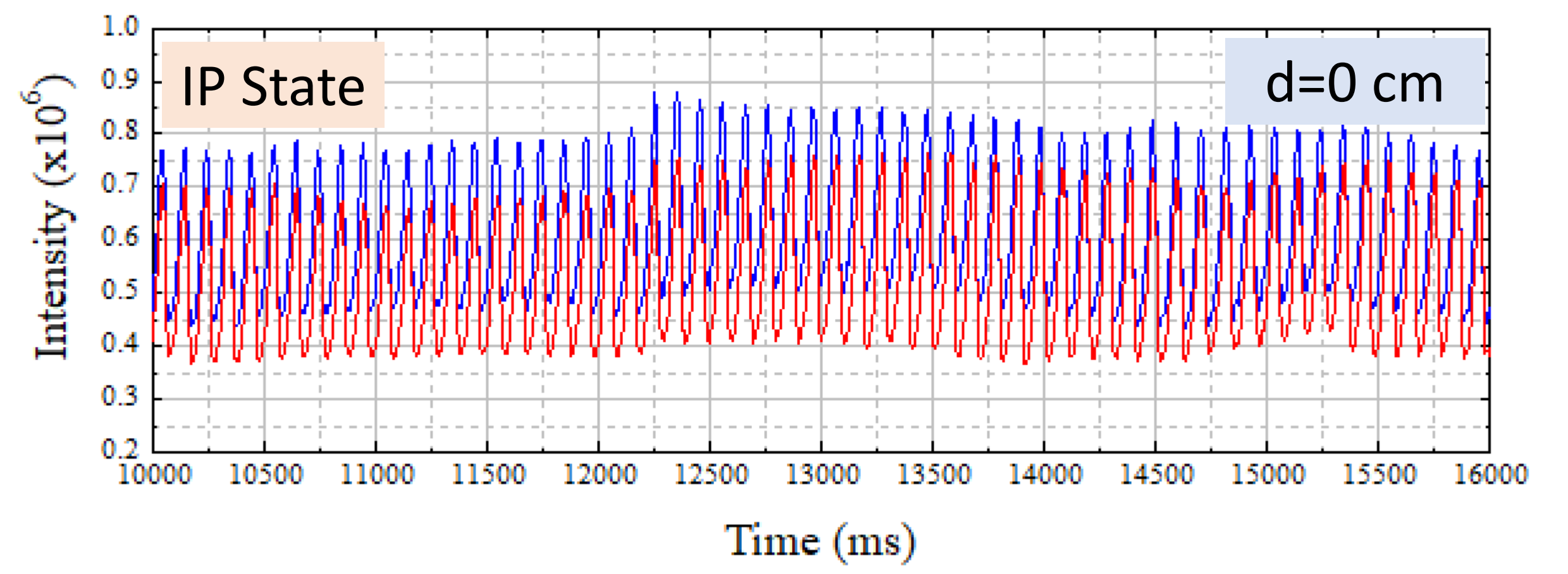
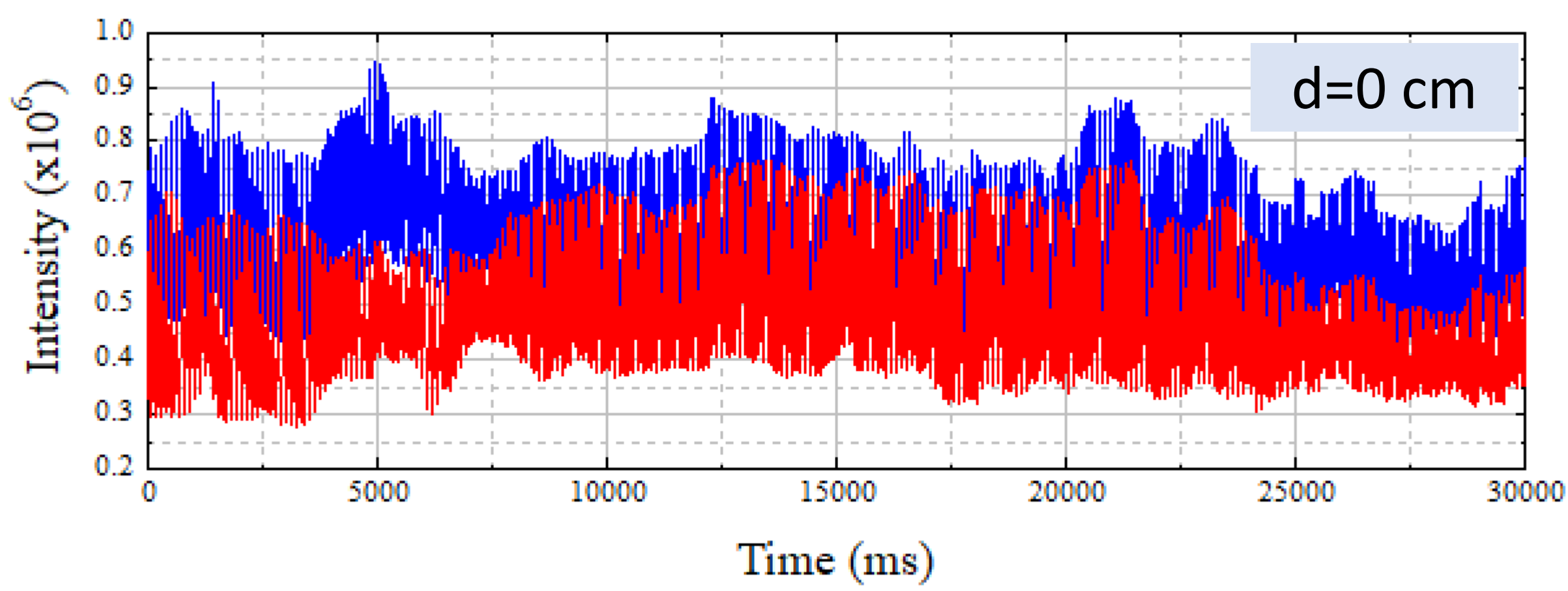
# 實驗結果

**1. 振盪器之間耦合行為之標記與分類:** 實驗的進行由兩支振盪器相距為 $d=0$ 公分開始操作實驗(實際燈芯距離為2公分, 我們定其為實驗零點), 每移動0.2公分拍攝30秒, 並由Tracker中去觀察每一幀的振盪週期行為。並統計影片中每一區域間的兩支振盪器之間耦合行為, 並手動將其出現範圍標記時間。如 $d=0.8\text{cm}$ 為例, 即發現混合態的存在。

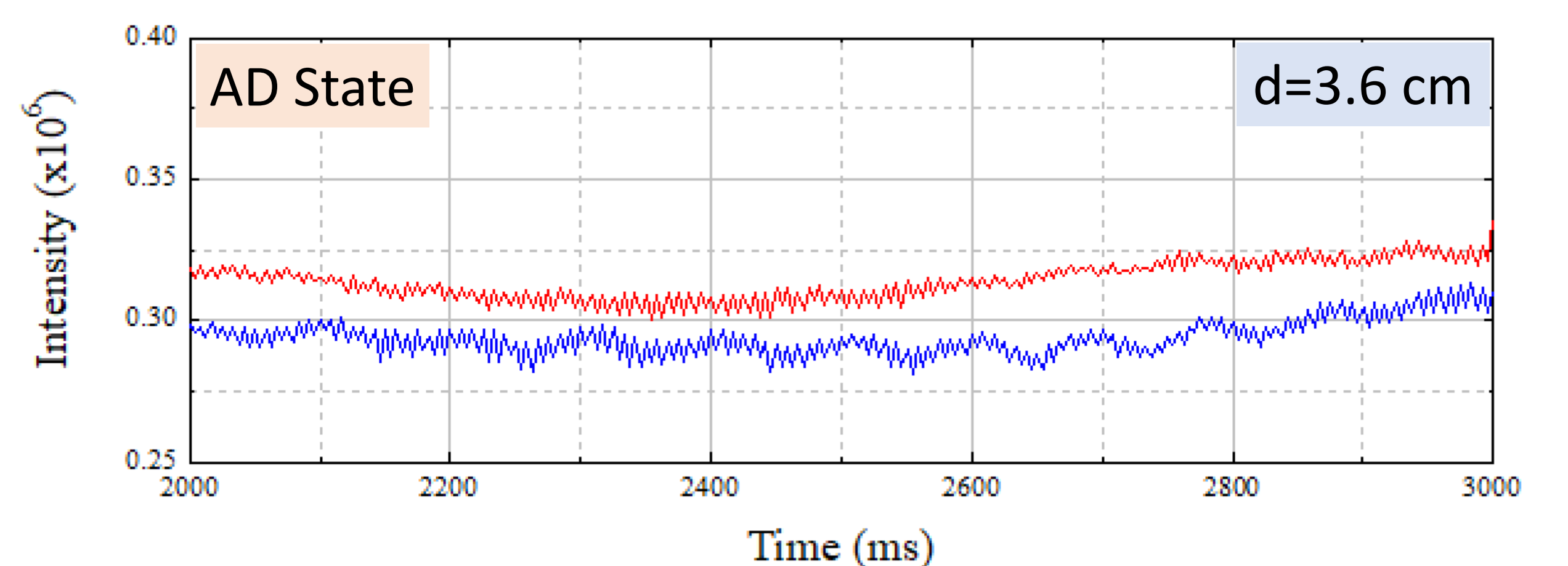
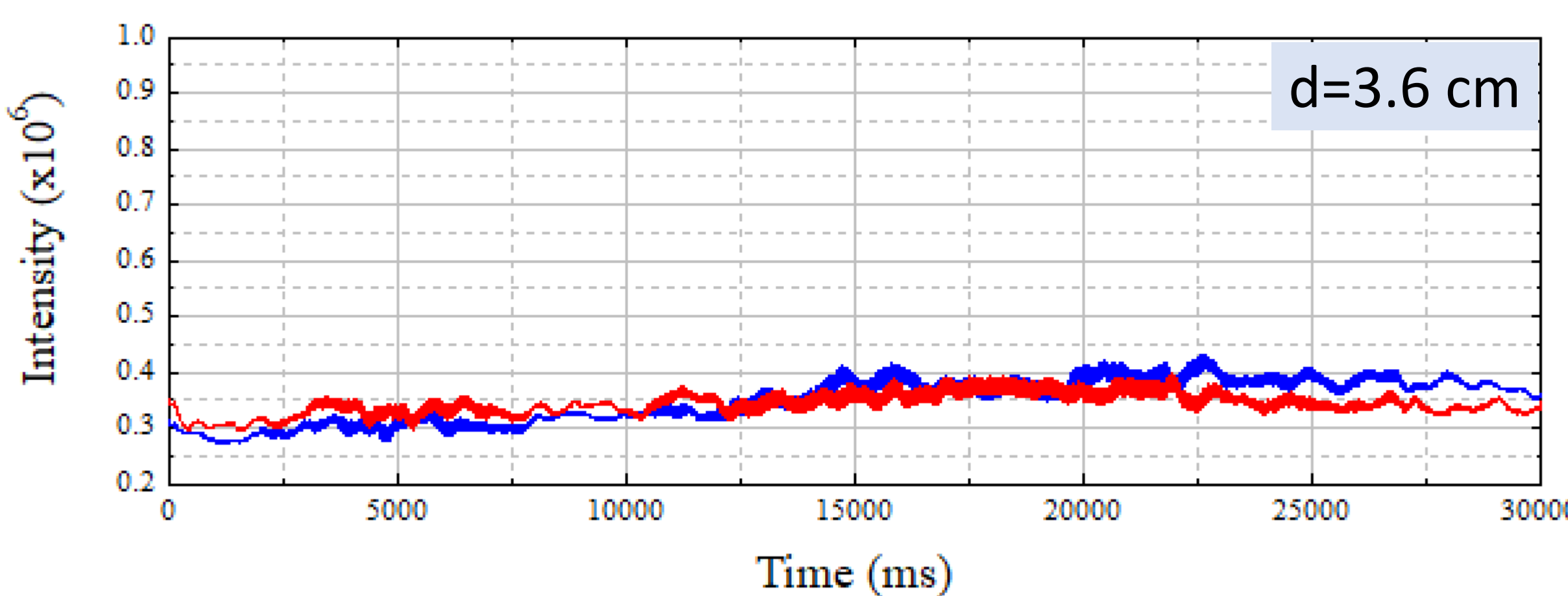
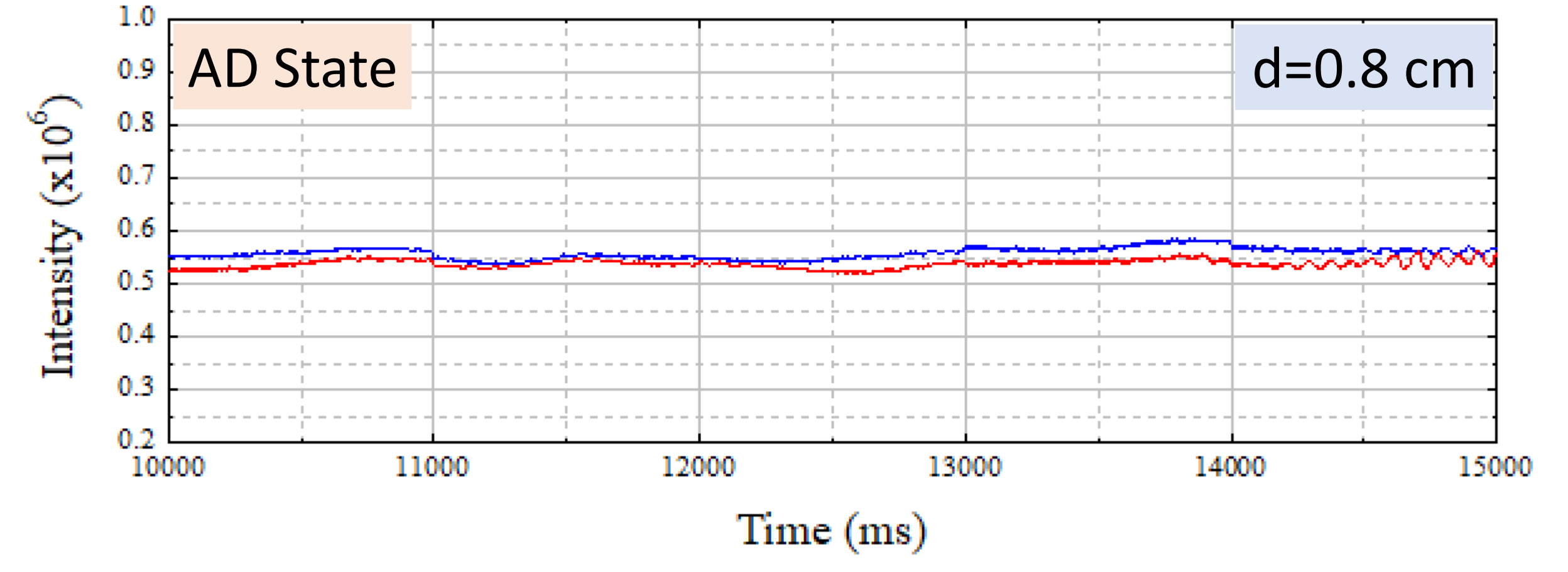
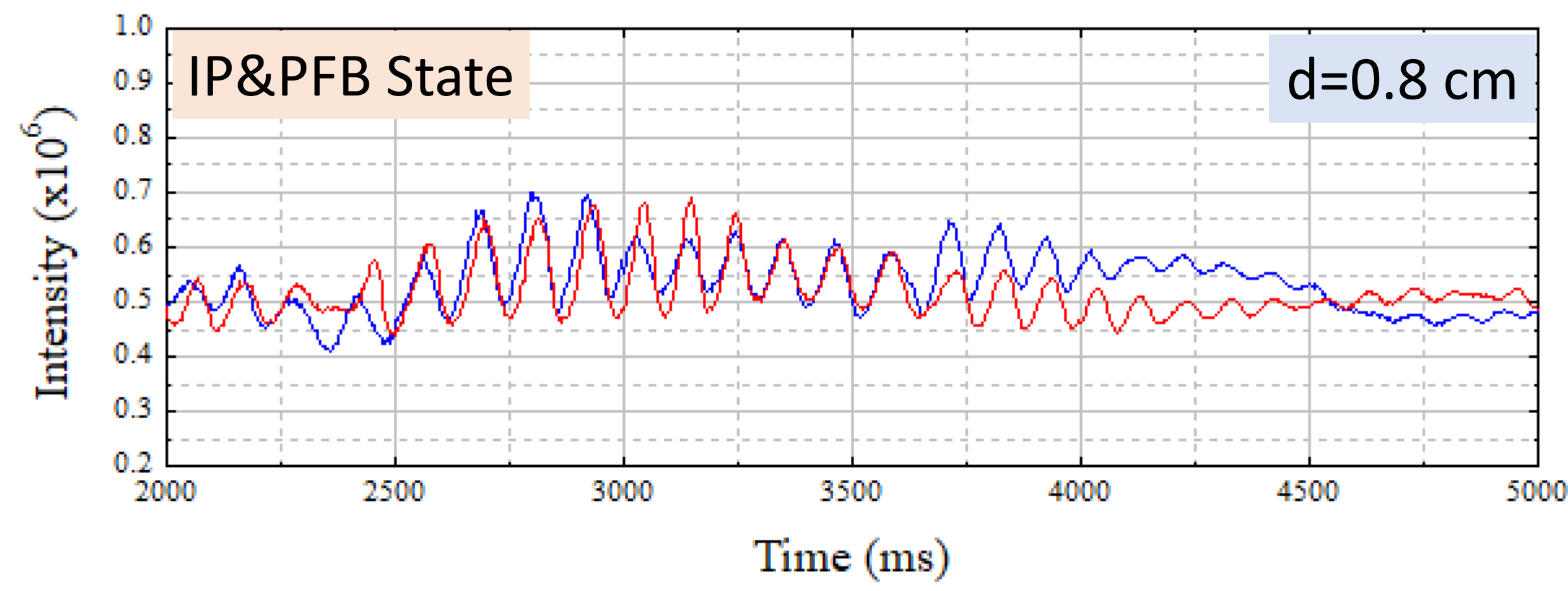
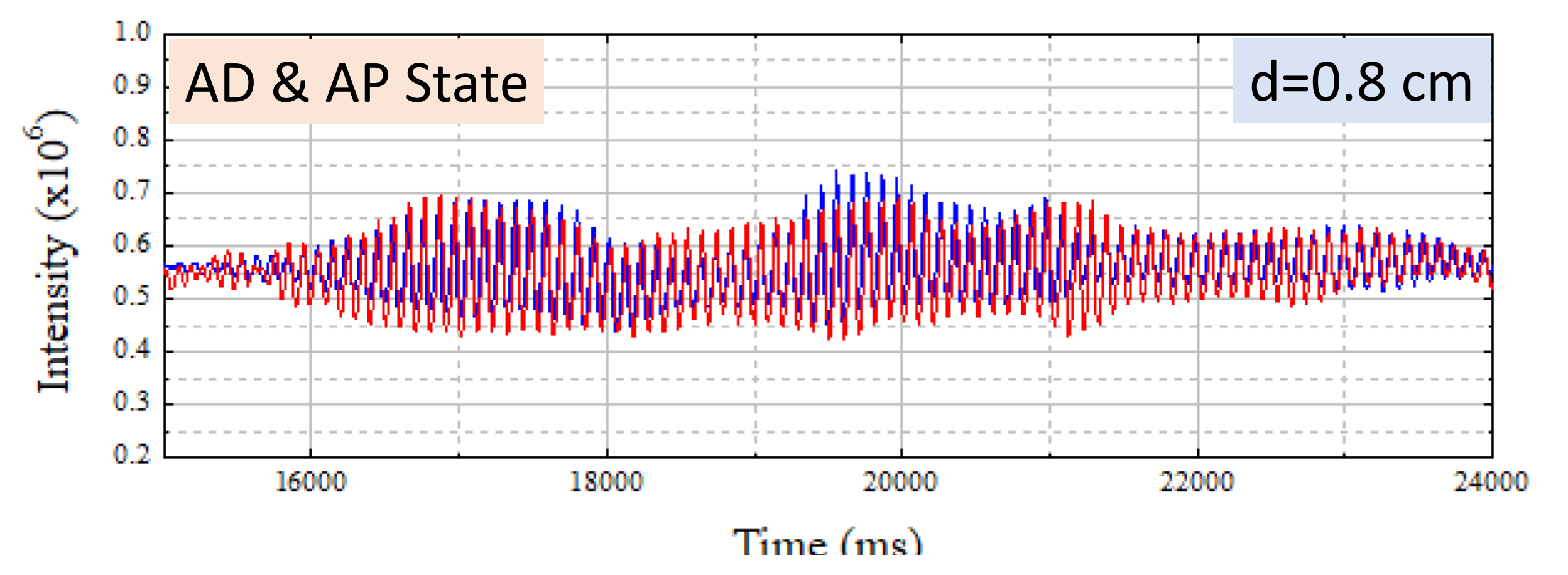
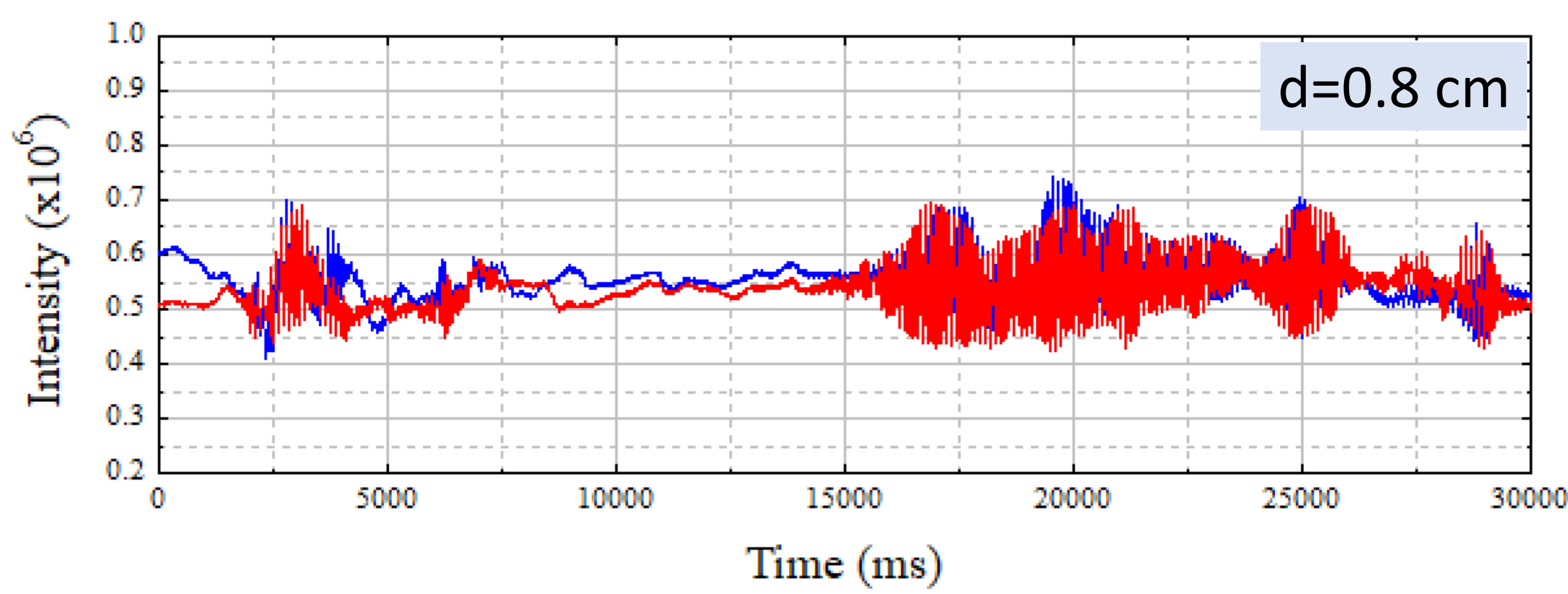


**2. 振動模式出現機率百分比:** 我們以顏色分類標記, 將其出現時間轉換成機率百分比。在距離  $d=0.2 \sim 1.4 \text{ cm}$ 之間, IP呈現機率遞減, 而AD呈現遞增的現象, 說明其為耦合振盪的相變區域, 並呈混合態; 反相振盪在此區域的出現( $d=0.8, 1.0 \text{ cm}$ ), 有助平衡耦合作用至系統穩定態AD模式。

**3. 振盪器之間耦合行為之光強度隨時間變化譜圖:** 我們利用改變蠟燭振盪器之間的距離 $d$ , 去觀察兩個振盪器的耦合作用所造成的光影振動與光強度變化, 利用Open CV 來計算與分析其每一針幀的光強度隨時間的關係, 並分類影片中所呈現的耦合狀態:



從 $d=0.8 \text{ cm}$ 的實驗結果可以得知, 當振盪器之間的距離 $d$ 產生變化會影響其耦合交互作用行為, 而在IP與AD之間的轉換, 是一個非常複雜的行為, 當距離 $d=0.8$ 公分時, 我們發現四種混合態交替出現, 我們清楚認為, 此為臨界相變區間, 且實驗結果與理論預測論述相符(約在 $\sim 1 \text{ cm}$ ) [4]。

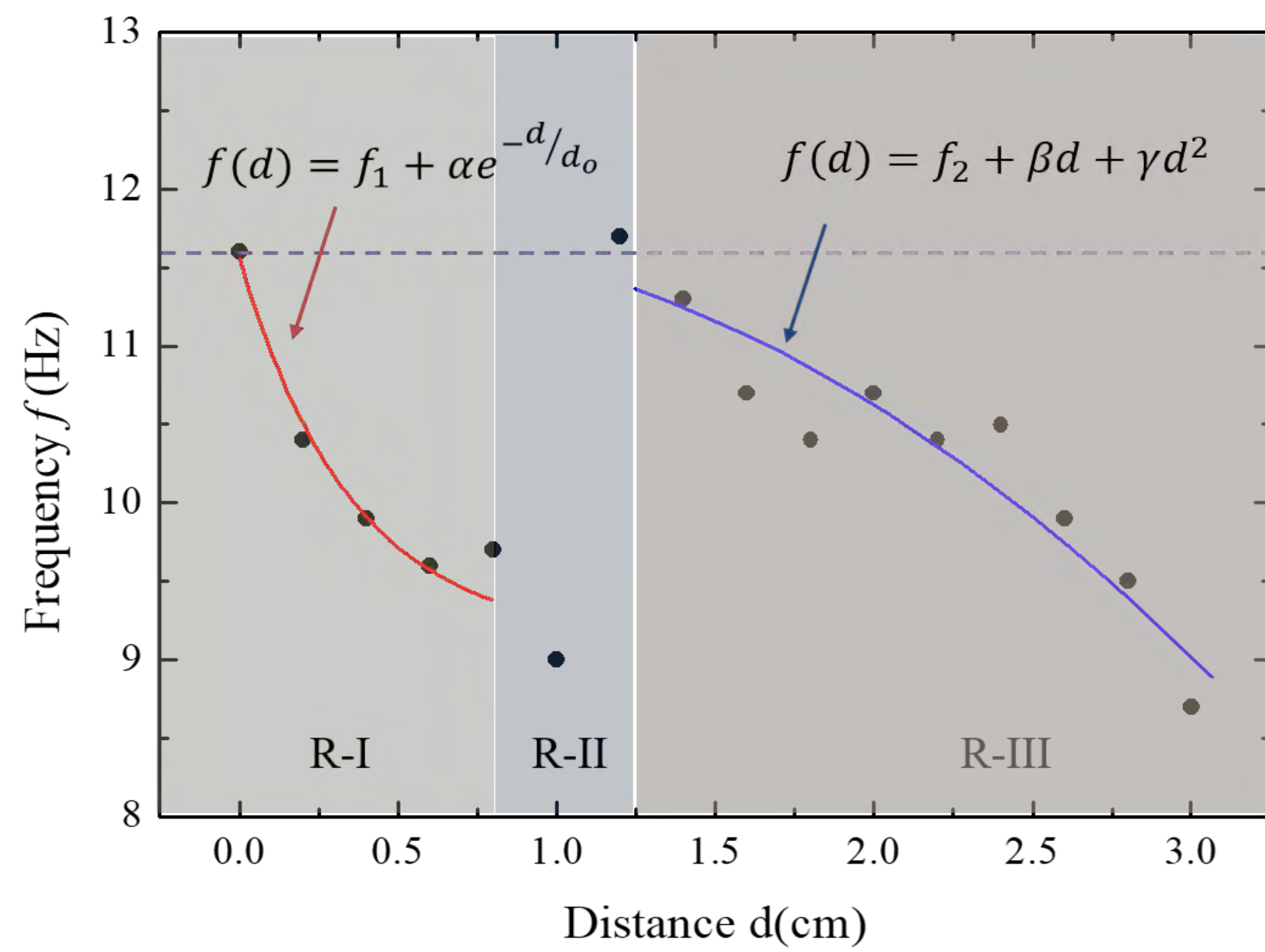


而當距離 $d$ 持續增加至 $1.8 \sim 3.6 \text{ cm}$ 時, 振盪模式開始呈現振幅死亡態(AD)與相位翻轉分岔態(PFB)兩種以不同比例出現, 而振幅也漸漸減小, 且因距離增加, 振盪器耦合作用變小, 振幅死亡態(AD)的比例隨距離增加而增加, 而相位翻轉分岔態(PFB)逐漸減少。



## 結論

我們將光強度隨時間變化圖做傅立葉轉換，以決定振盪的顯性頻率( $f$ )，藉由了解距離 $d$ 與振盪的顯性頻率( $f$ )的關係，而進一步量化蠟燭火焰振盪器的行為：



頻率變化的臨界區間發生在0.8~1.2公分，由於浮力驅動所造成的流動，使每個蠟燭火焰振盪器不穩定而形成的渦旋相互作用的關係。

當距離大於1.4公分時，其振動頻率即開始遞減，表示耦合作用力由長程轉為短程作用力，而隨時間消散，其能量的消散應與介質有關。

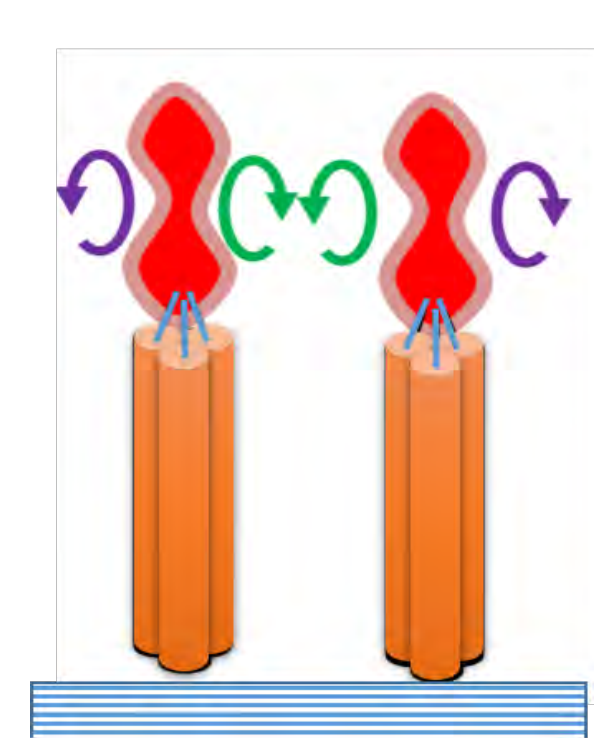
一、在區域R-I中( $d=0\sim 0.8$  cm)，振盪頻率隨距離的關係呈現指數遞減性的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_1 + \alpha e^{-d/d_0}$ 的關係，其中 $f_1=9.1(3)$ Hz，遞減斜率為 $\alpha = 2.4(4)$ Hz，半衰距離為 $d_0=0.35(14)$  cm。

二、在區域R-II中( $d=0.8\sim 1.2$  cm)，呈現相轉變混合態(Phase transition mixed states)，振盪頻率隨距離的關係呈現非線性關係，由 $f=9.7$ Hz ( $d=0.8$  cm) 降至 $f=9.0$ Hz ( $d=1.0$  cm)，又急升至 $f=11.7$ Hz ( $d=1.2$  cm)。

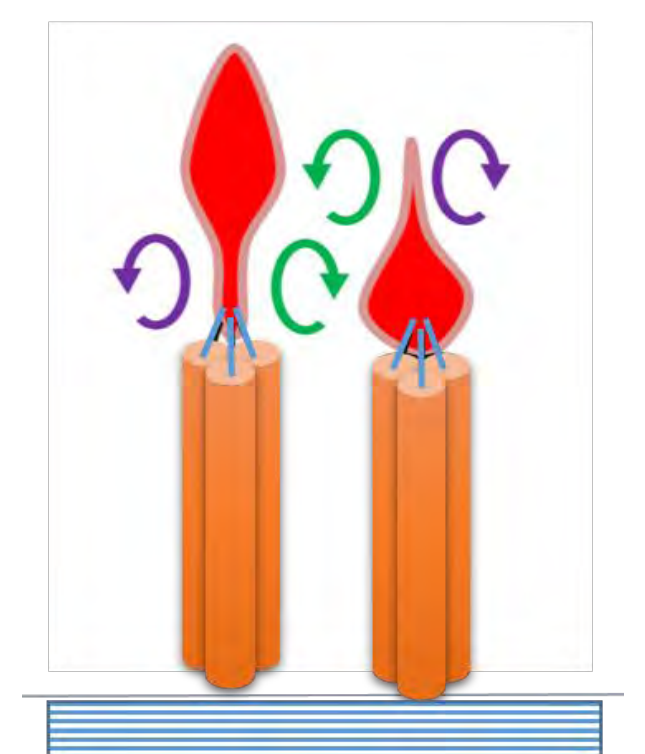
三、在區域R-III中( $d=1.2\sim 3.0$  cm)，呈現相位分叉振盪(PFB)相轉變呈振幅死亡態(AD)，振盪頻率隨距離的關係呈現遞減的趨勢，實驗擬合的函數為 $f(d) = f_2 + \beta d + \gamma d^2$ 的關係，其中 $f_2=11(1)$  Hz，遞減指數率分別為 $\beta = 0.15(2)$ Hz與 $\gamma = -0.35(1)$ Hz。

## 討論

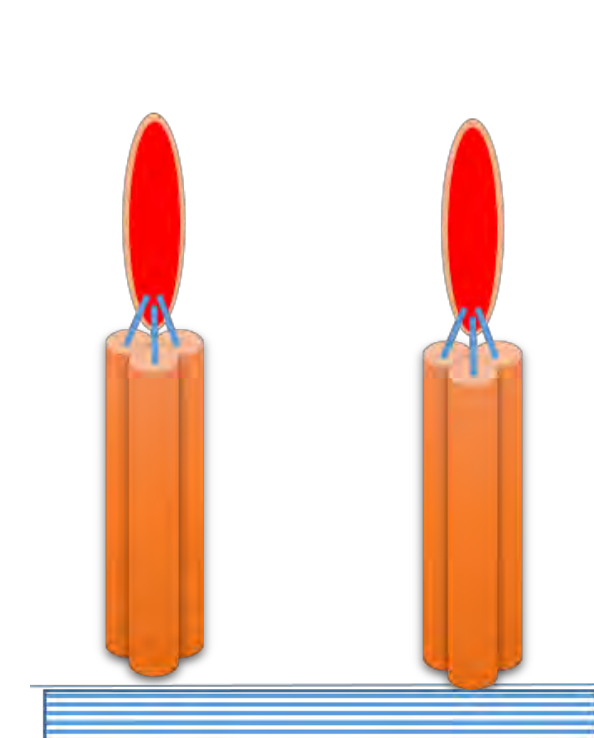
當我們綑綁三支蠟燭時，將產生光影的共振，其成因是來自空氣的熱對流，造成渦旋式的火焰同相同步態(In-Phase, IP)與反相同步態(Anti-Phase, AP)，這通常被描述為非線性振盪器。而兩個振盪器之間的耦合作用主要是藉由熱輻射形成，當其距離夠近時，熱輻射引起的耦合作用則讓光影共振出現四種不同類型，包括同相模式(IP)，反相相模式(AP)，振幅死亡(AD)，和相位分叉振盪(Phase-Flip Bifurcation, PFB)的過渡模式。



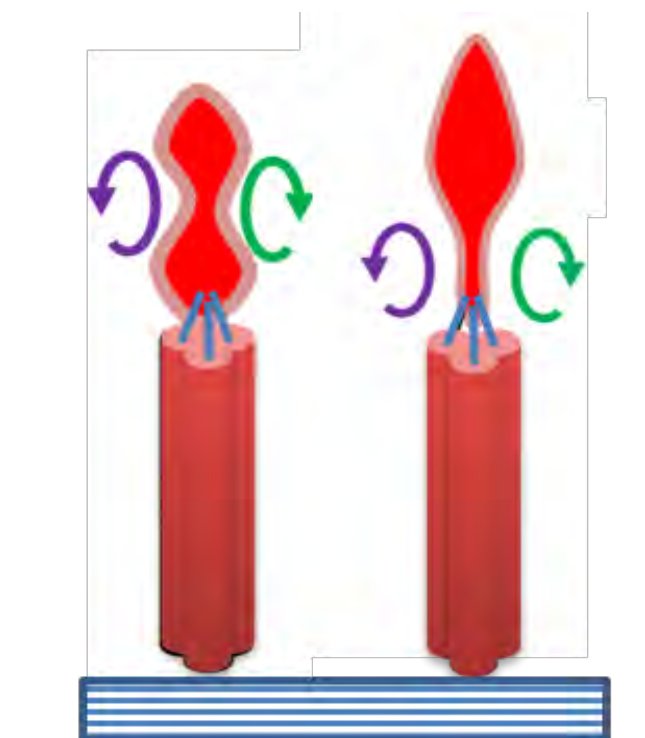
(a) 同相振盪(IP)



(b) 反向振盪(AP)

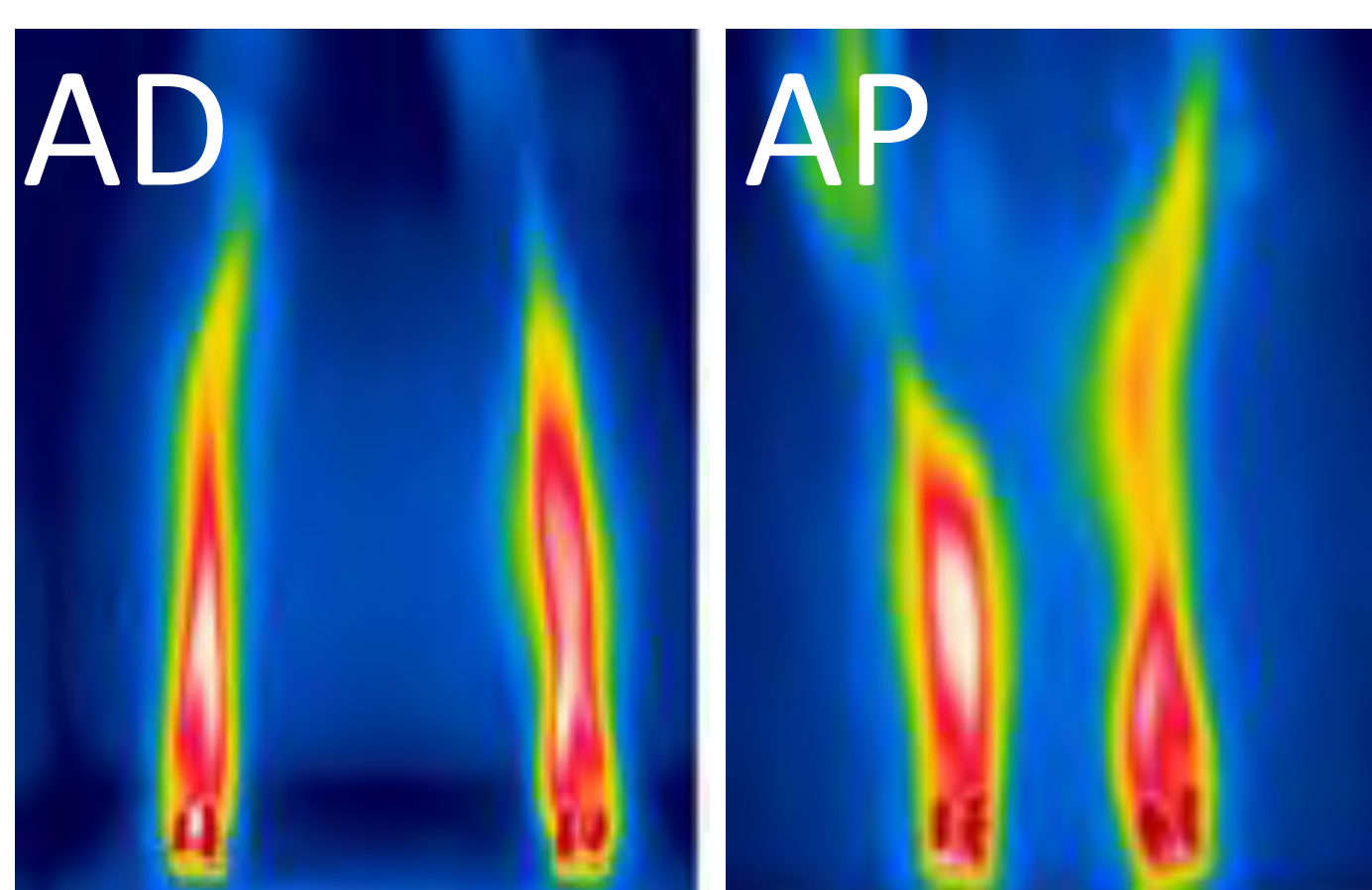
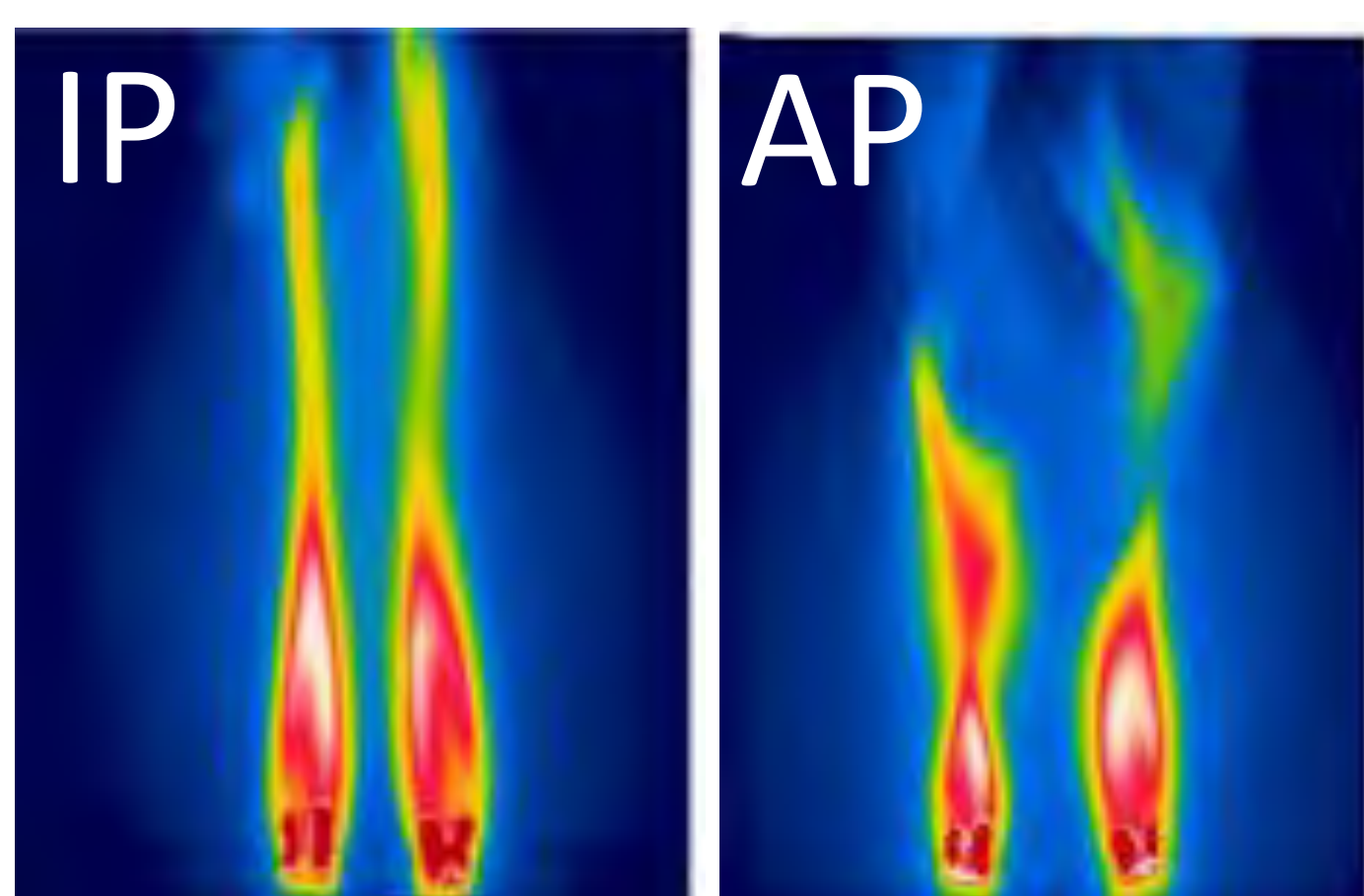


(c) 振幅死亡(AD)



(d) 相位分叉振盪(PFB)

## 未來工作



[1]研究蠟燭火焰振盪器中蠟燭 (NC) 數量變化的影響，改變排列的方式，探討其幾何空間排列與距離之振盪模式。

[2] 研究機器學習(Machine Learning)方法，來自動分類與分析實驗頻譜，尋找新的振盪模式。

[3] 計算兩個振盪器之間的耦合係數，以解釋交互作用。

[4]以物聯網紅外線攝影方式來拍攝，研究兩個振盪器之間的熱輻射傳遞的機制與對振動的影響。



## 參考資料

- [1] Chamberlin, D. & Rose, A. The flicker of luminous flames. In Proceedings of the Symposium on Combustion, vol. 1, 27–32 (Elsevier, 1948)
- [2] Kitahata, H. et al. Oscillation and synchronization in the combustion of candles. The Journal of Physical Chemistry A 113, 8164–8168 (2009).
- [3] Forrester, D. M. Arrays of coupled chemical oscillators. Scientific reports 5, 16994 (2015).
- [4] Okamoto, K., Kijima, A., Umeno, Y. & Shima, H. Synchronization in flickering of three-coupled candle flames. Scientific reports 6, 36145 (2016).
- [5] Manoj, K., Pawar S. A. & Sujith, R. I. Experimental Evidence of Amplitude Death and Phase-Flip Bifurcation between In-Phase and Anti-Phase Synchronization. Scientific reports 8, 11626 (2018).