

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

第一名

030113

液動謎宮：Marangoni flows 的流道選擇及其影響分析

學校名稱：宜蘭縣立國華國民中學

作者： 國三 林川祐 國二 陳品豪 國二 邱 冕	指導老師： 邱旻昇 林子丞
---	-----------------------------

關鍵詞：Marangoni、表面張力、迷宮

得獎感言

液動謎宮，解謎成功！

頒獎典禮之時，聽到二、三名全都不是我們時，心底已是萬念俱灰，只希望最後、最後能圖一個佳作獎項，沒想到卻意外地在耳際響起「宜蘭縣立國華國中榮獲第一」。時至今日，這如夢似幻般的一切，難以置信我們竟能獲得評審青睞奪此殊榮，或說是努力、或不過是運氣、又或兩者各半吧？但不論如何，仍然是我們一年以來嘔心瀝血的最大肯定。

遙想起去年仲夏之際，我們希望透過參加科展，體驗科學家完成一份科學研究的歷程，又因為我們熱衷於將物理現象一步步抽絲剝繭，探討它背後的原理，享受邏輯推演的歷程，於是便毅然決然地選擇了這個有趣的現象以物理方法進行研究分析。

最開始的我們，不論是對實驗、對分析、對科展的種種都是那般的懵懂無知，但正所謂合抱之木，生於毫末；九層之臺，起於累土，所有的一切都必須從頭學起，整個過程無疑是舉步維艱、百般辛苦。實驗技術的不純熟、列印參數的設定、反反覆覆的流速分析、練習口說與問答，為此我們歷經了無數次的挫折與挑戰，幸好身旁總有麻吉隊友相挺扶持，一次又一次攜手克服難關。

此外，更要感謝我們的指導老師為我們的科展出謀劃策，每一次研究遭遇瓶頸時，都要仰賴老師為我們引導，過程中，從老師身上所學的真可謂是獲益良多，高標的要求，成就的是我們滿滿的成長，最終也才得以產出令人滿意的成果報告。

科展一路上，我們收穫了如何清楚的口語與文字表達、努力不懈的熱誠，還有對事物永不磨滅的好奇心與批判性思考的能力，小心假設而大膽求證，並且學習如何查找相關文獻，在我們求學生涯、甚至於未來的人生之中，都得以受用。

最後，整個科展的歷程中需要感謝的人太多了。除了指導老師之外，還有過程中願意撥冗為我們提供意見的外校老師、學長姐及同儕，盼望我們的努力與成果，可以作為你們付出最大的回報。



賽前口說問答，精益求精，為國展做好準備



國展廣場 GO GO GO，盼求比賽順利



歷經艱辛努力，終獲最大肯定

摘要

在牛奶中滴入清潔劑，會觸發液體間的表面張力差，形成馬拉高尼流(Marangoni flows)。本研究使用 3D 列印製造流道與迷宮板，於迷宮中注入一層牛奶，並在起點滴入清潔劑，使得牛奶液面上的色素走出一條可通向迷宮終點的正確路徑。藉由攝影並以軟體 Tracker 分析色素的流動情形，了解其背後解謎的真相。研究發現：液體種類、流道狀態、終點的面積、流道的岔路與彎道數、溫度差異，皆會對色素流動產生影響。在無解流道、簡單幾何流道、多重路徑迷宮及唯一路徑的迷宮中，色素的流道選擇產生許多有趣的樣態。我們將其概念轉化成有趣的液動導航並與 Google 導航進行比較分析後，引入並修正 A*演算法導入 Python 模擬棋盤格流道導航，嘗試呈現出流體行為的計算機思維。

壹、研究動機

日常生活中常見有關表面張力的趣味現象：如酒杯中的葡萄酒淚、肥皂動力船或利用牛奶、清潔劑及顏料所做出翻滾彩虹…，這些現象皆可以「馬拉高尼效應(Marangoni effect)」解釋，流動的液體則稱為「馬拉高尼流(Marangoni flows)」。在一個偶然的機會下，從網路看到一則液體會自己走出迷宮的影片，引發我們的好奇，推測它應該也與馬拉高尼效應有關，

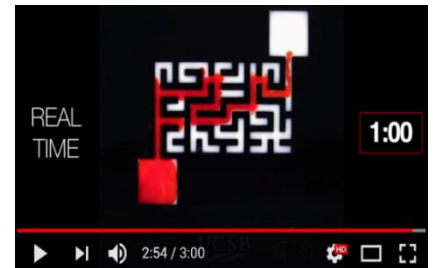


圖 1-1：走迷宮影片

(影片來源：<https://bit.ly/2Hy64ww>)

上網搜尋相關資料，發現有關馬拉高尼效應的科展作品非常少，更不用說對於液體為何能夠解謎走出迷宮了。我們對於它的物理機制十分感興趣，便開啟了一系列的液動謎宮解謎之旅。

貳、研究目的

一、測試 Marangoni flows 在長直流道中的基本性質探討

- (一) 實驗 1：液體種類、流道狀態及終點面積對 Marangoni flows 的影響分析
- (二) 實驗 2：表面張力的分布狀態對 Marangoni flows 的影響分析

二、分析 Marangoni flows 的流道選擇

- (一) 實驗 3：流道分叉及終點面積對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析
- (二) 實驗 4：無解流道對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析
- (三) 實驗 5：簡單幾何流道對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析
- (四) 實驗 6：改變溫度對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析

三、Marangoni flows 的生存遊戲－設計能順利解謎迷宮

- (一) 實驗 7：多重路徑迷宮的設計分析
- (二) 實驗 8：唯一路徑迷宮的設計分析

四、液動迷宮的應用探討

- (一) 實驗 9：液動導航 v.s. Google 導航
- (二) 實驗 10：液動導航的擬計算機化-修正 A*演算法導入 Python 模擬導航

參、研究設備與器材

一、設備器材

表 3-1：各式實驗器材

			
高階手機	LED 補光燈	自組攝影架	3D 列印機
			
自印流道板	自印迷宮板	各式底液	各式觀察液
			
各式觸發液	各式滴具	亮粉	溫度計

二、分析軟體：Tracker、Onshape、Excel、Up Studio、Cetus 3D、Inkscape、Python

肆、研究過程與方法

一、研究過程

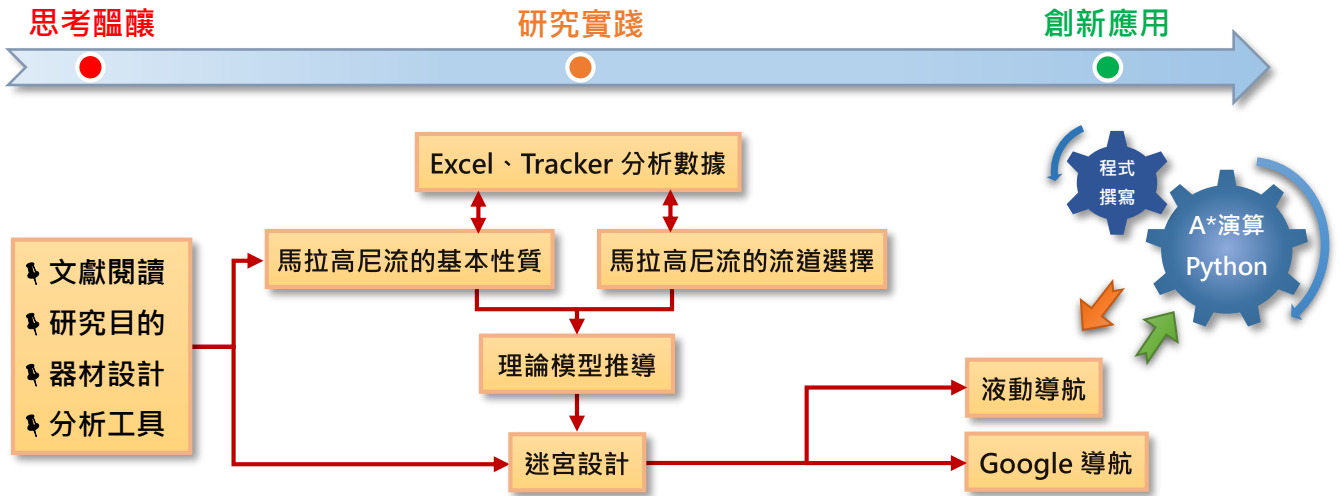


圖 4-1：研究過程架構說明

二、研究原理

(一) 表面張力(surface tension)

作用在液體表面，欲使液體表面積縮小的力量，稱為表面張力，常見的單位是 N/m 。如右圖 4-2 所示，一液體其內部的分子均受到旁邊分子的引力影響，然而在表面的分子，所受的吸引力僅受涵蓋液體的這一方向，致使分子被往內拉而更緊密的擠在一起。

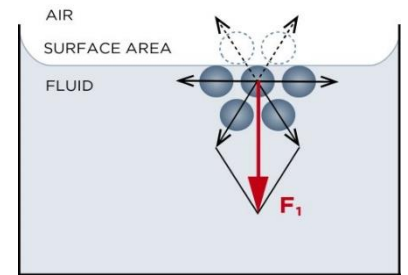


圖 4-2：表面張力示意圖
(引自 <http://bit.ly/2DPDR1a>)

(二) 馬拉高尼效應(Marangoni effect)、馬拉高尼流(Marangoni flows)

當液體表面存在表面張力差（梯度）時，會造成馬拉高尼效應。基於研究需求，我們將其分為二類：

1. 兩種液體接觸：在原有的液體中，加入不同表面張力大小的液體，表面張力強的液體會將表面張力弱的液體拉過來。如右圖 4-3 所示，出現表面張力弱的液體流向表面張力強的液體之現象。例如：肥皂船、翻滾彩虹。本實驗統稱為外源性大馬拉。
2. 同一種液體中：若不同區域的濃度、溫度不同，使得表面張力不同，因而造成同一溶液中的液體作用力。例如：酒杯中的葡萄酒淚、肥皂泡上五彩繽紛的動態紋路。本實驗統稱為內源性小馬拉。

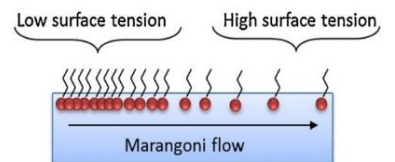


圖 4-3 馬拉高尼流示意圖
(引自 <http://bit.ly/2P72JGf>)

以上馬拉高尼效應所造成的液體流動，稱之為馬拉高尼流。

(三)A*(A-STAR)演算法

A*(A-STAR)為電玩遊戲中常用的路徑搜尋演算法，它將地圖「網格化」，如圖 4-4。每個網格的中心都視為一個「節點」，即可進行量化。以下圖 4-5 為例，從起點(綠色方格)開始，檢查相鄰的黑色方格，然後向四周擴展，直至找到目標。本演算法的核心在於其路徑評估的公式： $F = G + H$ 。

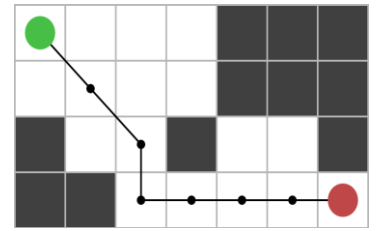


圖 4-4：A*演算法的地圖網格化
(引自：<https://bit.ly/2IW9j2U>)

- (一) G(移動代價)：當前方格至指定方格移動總距離：橫向方格(o→a)與縱向方格(o→b)的移動代價為 10，對角線方格(o→c)為 $14(\sqrt{2}$ 倍)。
- (二) H(估算代價)：最常使用 Manhattan(曼哈頓)法，計算指定方格至終點方格的橫向移動代價與垂直移動代價總和（忽略對角線、障礙物）。
- (三) F(評價分數)：為 G 與 H 的總和，分數越低，即為較佳的路徑選擇。以下圖 4-6 為例，綠色方格為起點、紅色方格為終點、藍色方格為障礙物，路徑代價分析如下表 4-1 所示，其中指定方格 m 為 F 值最低的路徑選擇，即為較佳的路徑選擇。

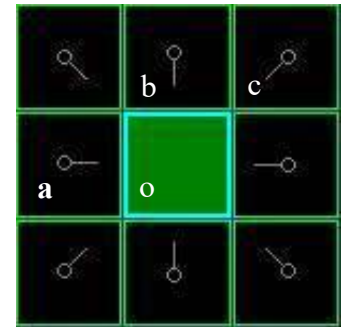


圖 4-5：網格化後的路徑選擇
(引自：<https://bit.ly/2Vgeem2>)

方格	G	H	F
i	14	60	74
j	10	50	60
k	14	40	54
l	10	50	60
m	10	30	40
n	14	60	74
p	10	50	60
q	14	40	54

表 4-1：路徑代價分析表



圖 4-6：A*路徑評估(引自：<https://bit.ly/2Vgeem2>)

三、名詞定義

- (一) **底液**：注滿流道，表面張力較大，作為觀察液的載液。本實驗使用的底液為牛奶。
- (二) **觀察液(質點)**：顏色鮮明的液體、顆粒，置於底液表面，有助攝影後標記液體的流動情形。本實驗使用的**觀察液**為食用色素，**觀察質點**則是亮粉。
- (三) **觸發液**：表面張力比底液小，滴入液面後可大幅降低液面表面張力進而產生張力梯度，使液面的液體往高張力處流動，典型的代表為界面活性劑，例如洗碗精、肥皂水。
- (四) **選擇性**：當色素有多條岔路可以選擇時，進入岔路的傾向越小，選擇性越佳。
- (五) **有解流道**：觸發液滴入起點後，觀察液可以順利自起點流動至終點的流道。
- (六) **無解流道**：觸發液滴入起點後，觀察液無法順利自起點流動至終點的流道。
- (七) **多重路徑迷宮**：觸發液滴入起點後，觀察液可以經由多條路徑抵達終點的迷宮。
- (八) **唯一路徑迷宮**：觸發液滴入起點後，觀察液只能經由一條路徑抵達終點的迷宮。

四、實驗步驟





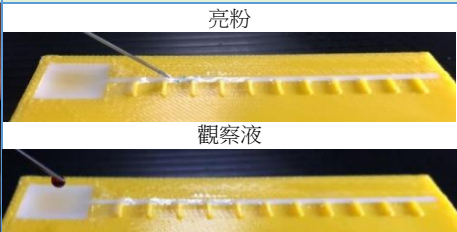
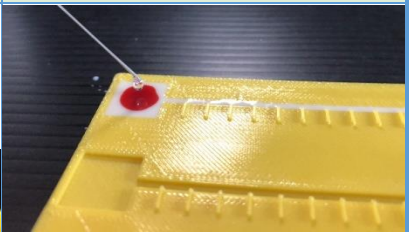
(一)繪製並列印所需流道及迷宮

表 4-2：3D 繪圖及 3D 列印軟體協助產出所需要的流道板

		
1. Onshape 繪製各種流道與迷宮	2. Up Studio 切片與設定列印參數	3. Cetus 3D 輸出並列印流道板


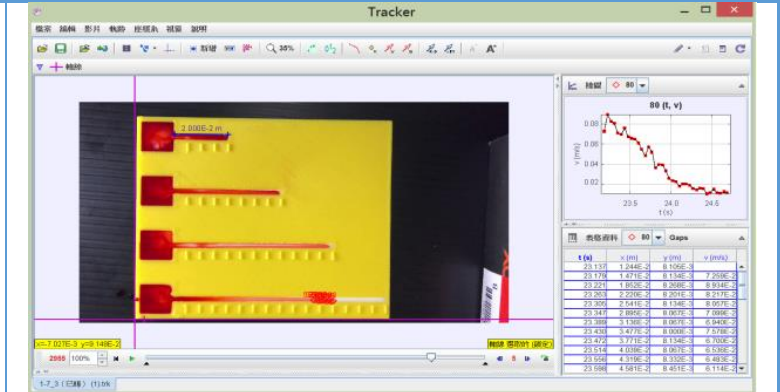
(二)儀器架設及實驗技巧的精進改良

表 4-3：流道實驗步驟

		
1. 自組手機攝影架： 以壓克力板、長六角螺栓、螺帽、蝶型螺帽，組成攝影架放置手機。	2. 校正水平： 以手機內建的水平儀校正水平，提高攝影及分析時的精確度。	3. 設置背景及補光燈： 使用黑色背景過濾光線，LED 補光燈調校亮度。
		
4. 設置流道板並注滿底液： 使用針筒將底液注滿流道，完成後，使用針筒吸出高過流道的底液。	5. 設置亮粉與觀察液： 將亮粉附著於針筒的針尖，輕拍針筒使亮粉落在底液表面。擠出色素並將針頭輕點在起點處。	6. 注入觀察液及觸發液： 將針頭置於起點上方緩緩推進活塞，直到觸發液自然滴下。(每滴約 0.01c.c.)。

(三)手機攝影後，匯入電腦軟體，蒐集數據進行分析

表 4-4：實驗影像分析

	
1. 使用手機攝影： 為了使拍攝影像更清楚，使用黑幕底座、背景，並利用 LED 補光燈讓影像更清楚。	2. 使用物理分析軟體 Tracker： (1) 載入影片並設定正確幀數(120fps)。 (2) 點選座標軸，標示直角座標原點後，再使用校正桿校正長度。 (3) 點選新增質點，追蹤標的，在螢幕右方選取物理量分析。

伍、研究結果與討論

【研究一：測試 Marangoni flows 在長直流道中的基本性質探討】

實驗 1：液體種類、流道狀態及終點面積對 Marangoni flows 的影響分析

為了解色素解開迷宮的真相，我們首先設計出此實驗，用以了解底液、觸發液、流道狀態及終點面積大小對於馬拉高尼流的影響。

一、操縱變因

表 5-1-1：不同操縱變因之流道示意圖

底液種類 (流道板 1-1)					觸發液種類 (流道板 1-2)					終點面積大小 (流道板 1-3)							
流道	底液				流道	觸發液				流道	SA	L	W	D	EA		
1-1-1	水				1-2-1	洗碗精				1-3-1	144	60	2	1	0		
1-1-2	豆漿				1-2-2	酒精				1-3-2					36		
1-1-3	牛奶				1-2-3	親水型撥水劑				1-3-3					144		
1-1-4	甘油				1-2-4	疏水型撥水劑				1-3-4					576		
流道深度 (流道板 1-4)					無終點之流道長短 (流道板 1-5)					有終點之流道長短 (流道板 1-6)							
流道	SA	L	W	D	EA	流道	SA	L	W	D	EA	流道	SA	L	W	D	EA
1-4-1	144	60	2	0.5	144	1-5-1	144	80	2	1	0	1-6-1	144	80	2	1	144
1-4-2				1		1-5-2		100				1-6-2		100			
1-4-3				1.5		1-5-3		120				1-6-3		120			
1-4-4				2		1-5-4		140				1-6-4		140			

註：SA 起點面積(mm²)、L 流道長度(mm)、W 為流道寬度(mm)、D 為流道深度(mm)、EA 終點面積(mm²)

二、實驗結果

表 5-1-2：實驗結果影片連結

底液種類 (流道板 1-1) 📺	觸發液種類 (流道板 1-2) 📺	終點面積大小 (流道板 1-3) 📺
流道深度 (流道板 1-4) 📺	無終點之流道長短 (流道板 1-5) 📺	有終點之流道長短 (流道板 1-6) 📺

註：點選 [📺](#)，可觀看影片

(一) 不同底液：流道板 1-1

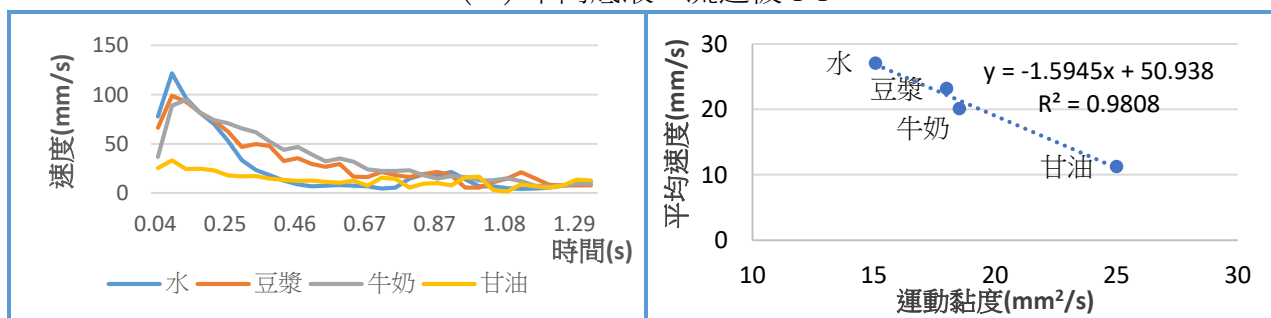


圖 5-1-1

圖 5-1-2

(二) 不同觸發液：流道板 1-2

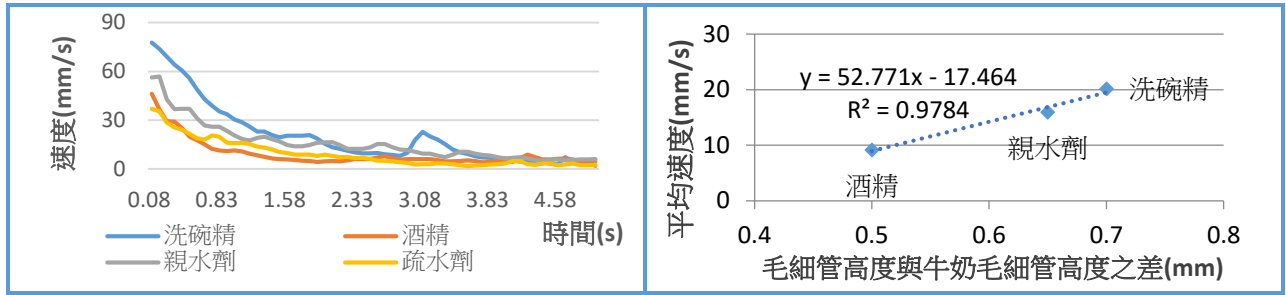


圖 5-1-3

圖 5-1-4

(三) 終點面積大小：流道板 1-3

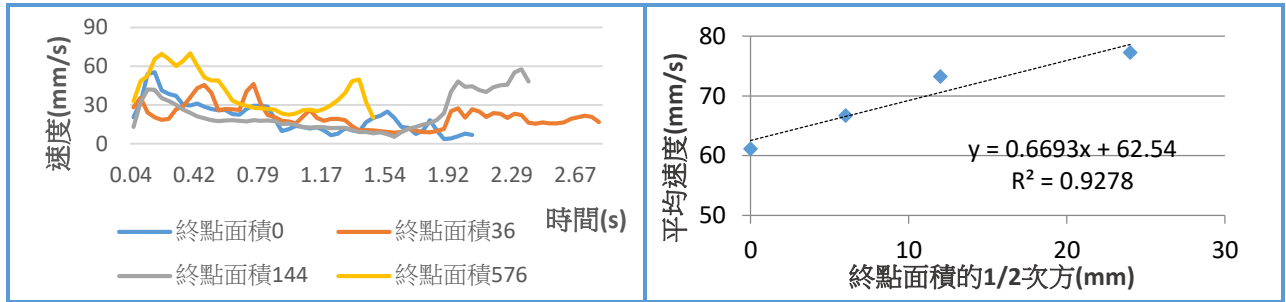


圖 5-1-5

圖 5-1-6

(四) 流道深度：流道板 1-4

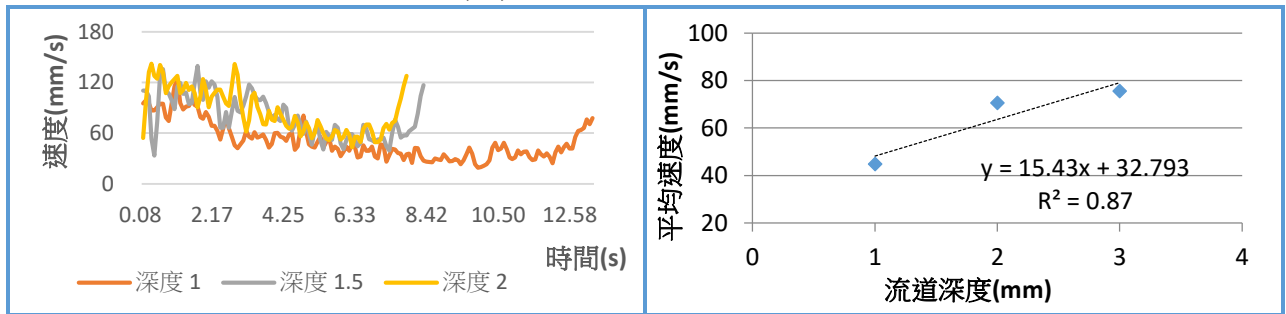


圖 5-1-7

圖 5-1-8

(五) 無終點之流道長短：流道板 1-5

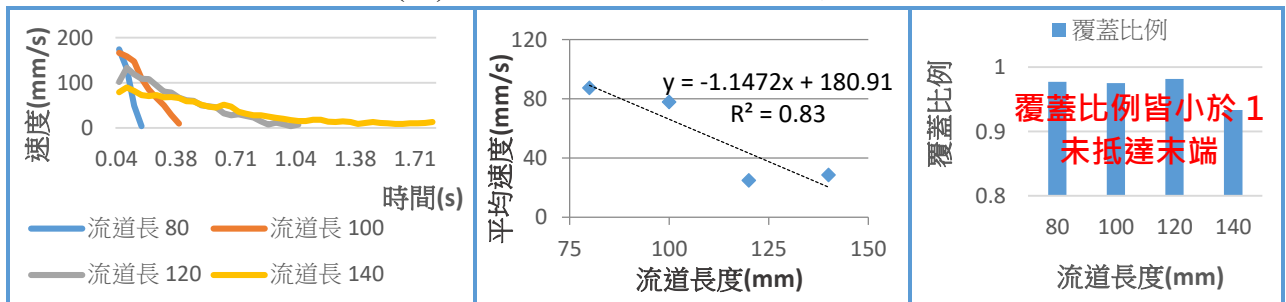


圖 5-1-9

圖 5-1-10

圖 5-1-11

(六) 有終點之流道長短：流道板 1-6

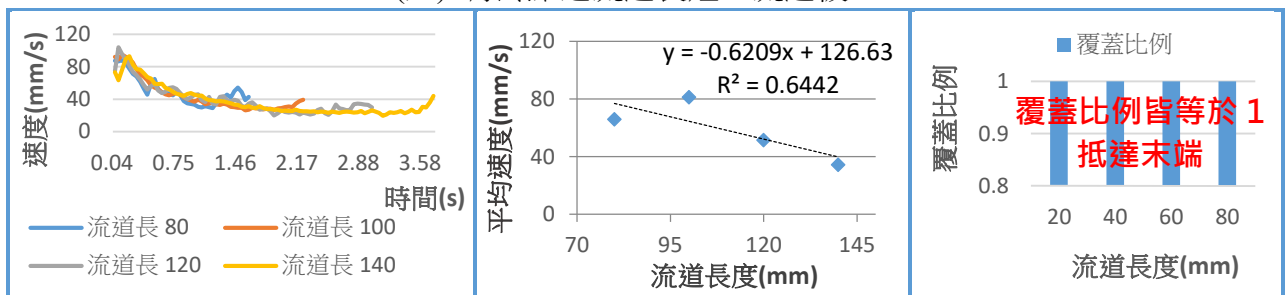


圖 5-1-12

圖 5-1-13

圖 5-1-14

三、分析討論

滴入觸發液後產生馬拉高尼效應，以下針對不同變因以平均速度(\bar{v})說明：

- (一) 不同底液： $\bar{v}_{\text{水}} > \bar{v}_{\text{豆漿}} > \bar{v}_{\text{牛奶}} > \bar{v}_{\text{甘油}}$ 。表面張力愈大底液，張力差愈大，平均速度愈快。經查表及實測後，表面張力 $\sigma_{\text{水}} > \sigma_{\text{甘油}} > \sigma_{\text{牛奶}} \sim \sigma_{\text{豆漿}}$ 。甘油的表面張力並非最低，但平均速度卻最低。推測為黏滯力 $\mu_{\text{甘油}} > \mu_{\text{水}}$ ，造成流動速度大幅下降。因豆漿、牛奶效果相近，且學校午餐有定期提供牛奶，故選擇牛奶進行後續實驗。
- (二) 不同觸發液： $\bar{v}_{\text{洗碗精}} > \bar{v}_{\text{親水型潑水劑}} > \bar{v}_{\text{疏水型潑水劑}} > \bar{v}_{\text{酒精}}$ 。表面張力愈小的觸發液，張力差 $\Delta\sigma$ 愈大，流動速度愈快。經查表及實測後， $\Delta\sigma_{\text{疏水劑}} > \Delta\sigma_{\text{洗碗精}} \sim \Delta\sigma_{\text{親水劑}} > \Delta\sigma_{\text{酒精}}$ 。疏水型與牛奶互溶狀況不理想，因此並非最快。親水型與疏水型潑水劑皆須使用噴霧，不易收集，酒精容易揮發使濃度改變，最終選擇使用洗碗精進行往後的實驗。
- (三) 終點面積大小：平均速度與終點面積的 1/2 次方成正比。若終點面積為零，色素便無法抵達流道末端。且流道終點面積愈大，流動速度愈快。
- (四) 流道深度：平均速度與深度在 1~2mm 之範圍成正比，色素流動愈不易受到底液與流道間接觸力影響。(深度 0.5mm 之流道，色素會有漸層的現象難以分析。)
- (五) 無終點流道：色素流動速度隨時間降低的趨勢明顯，且無法抵達末端，示意圖如 5-1-15。並發現流道長度與色素覆蓋長度成正比，分析如圖 5-1-16：

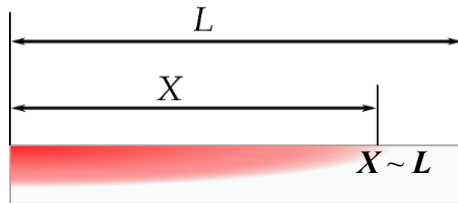


圖 5-1-15：色素無法抵達終點示意圖

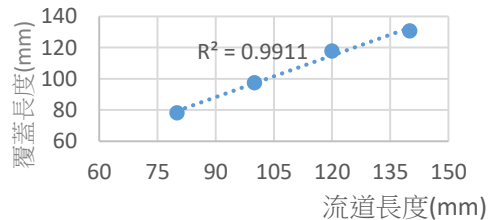


圖 5-1-16：覆蓋長度與流道長度關係圖

- (六) 有終點流道：皆可抵達流道末端，起初穩定加速，中間速度趨穩定，並於終點前加速。總結(五)、(六)之結果，無論有無終點，長度愈長，流動平均速度愈慢。

由上列結果可知：色素的流動速度(\bar{v})與流道深度(H)、表面張力差($\Delta\sigma$)、底液黏度(μ)、流道長度(L)以及終點面積(A)有關，根據此結果以便設計後續實驗。我們將本實驗的結果分析歸納，並將其經驗關係式示意如下：

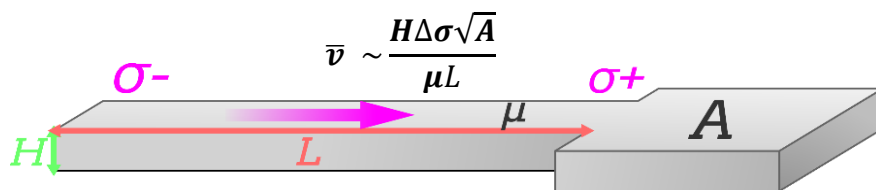


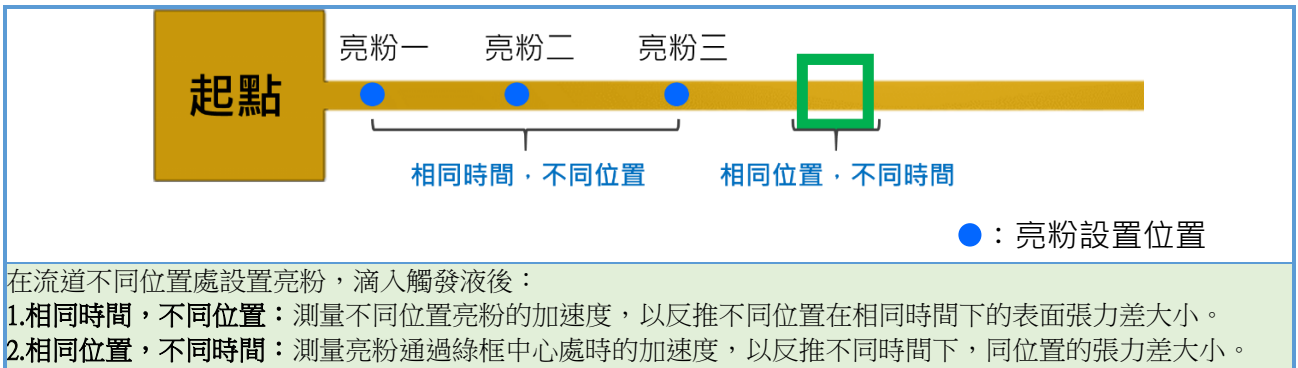
圖 5-1-17：流道之馬拉高尼流相關變因示意圖（註：式中之「~」為正相關之意）

實驗 2：表面張力的分布狀態對 Marangoni flows 的影響分析

經實驗一，知曉底液、流道等因素對流動的影響，再來我們想探討色素流動的動力來源：表面張力差。

一、操縱變因

表 5-2-1：不同操縱變因之流道示意圖



二、實驗結果

表 5-2-2：實驗結果影片連結

實驗結果影片連結：[亮粉流動](#)

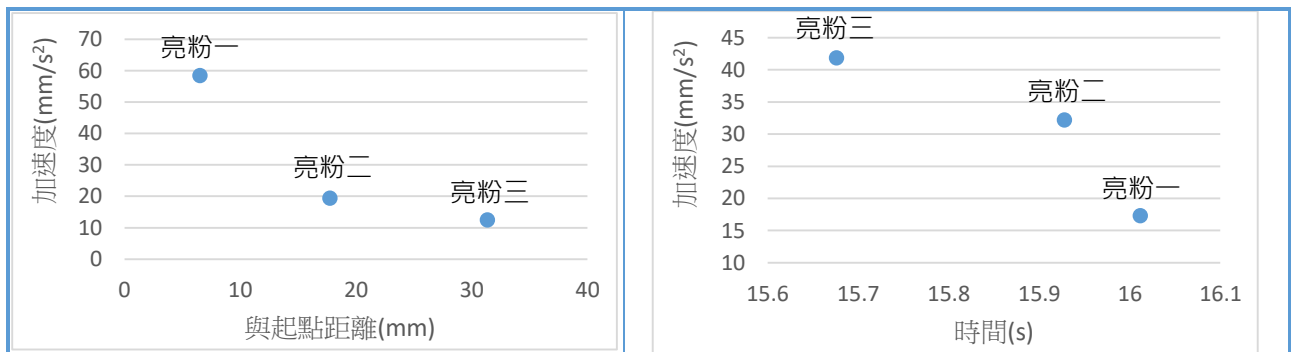


圖 5-2-1 不同位置，相同時間的加速度

圖 5-2-2 不同時間，相同位置的加速度

三、分析討論

(一) 相同時間，不同位置：

整個過程為變加速度運動，可以發現距離起點越近的位置，加速度越大。而變化的過程呈現非線性遞減，距離起點越近的位置，加速度遞減率越高。亮粉產生的加速度可表示為：

$$\text{加速度} = \frac{\text{表面張力梯度造成的觸發力} - \text{黏滯力}}{\text{亮粉質量}}$$

由上式反推可知距離滴入觸發液位置(起點)愈近，表面張力梯度愈大。最終亮粉會匯聚於一處，且與色素相同，無法抵達流道最末端。

(二) 相同位置，不同時間：

可以發現於流道之相同位置，加速度會隨著時間下降，呈現非線性遞減。隨著經過時間越長，加速度的遞減率也越高。由此可知張力梯度會隨著時間而降低，於最開始時，亮粉及色素會因張力梯度加速流動，而張力梯度會隨時間變小，當觸發力小於黏滯力時，便開始減速，最終使得亮粉及色素停止流動。

(三) 綜上討論，可得流道上表面張力梯度分佈示意如下圖 5-2-3 所示：

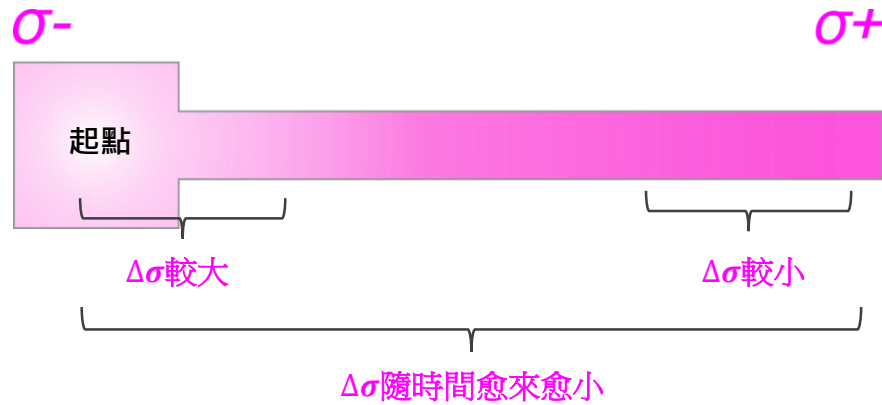


圖 5-2-3 表面張力梯度分布示意圖

【研究二：分析 Marangoni flows 的流道選擇】

實驗 3：流道分叉及終點面積對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析

經前置的實驗一、二後，了解流道的基本性質，正式進入解謎的環節，首先要探討色素對流道的選擇傾向。

一、操縱變因

表 5-3-1：不同操縱變因之流道示意圖

等長、等面積 (流道板 3-1)				長度 (流道板 3-2)			
	長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)		長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)
紅色	20	0	40	紅色	20	0	40
綠色	20	0	40	綠色	60	0	120
藍色	20	0	40	藍色	20	0	40

面積(流道板 3-3)				多次岔路 1(流道板 3-4)			
	長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)		長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)
紅色	20	0	40	紅色	20	0	40
綠色	20	400	440	綠色	20	0	40
藍色	20	0	40	藍色	20	400	440
多次岔路 2(流道板 3-5)				總面積 (流道板 3-6)			
	長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)		長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)
紅色	20	0	40	紅色	377.5	0	755
綠色	20	400	440	綠色	25	49	99
藍色	20	0	40	藍色	20	0	40

二、實驗結果

表 5-3-2：實驗影片截圖與影片連結(註：圖中文字的颜色為對應上表 5-3-1)

<p>起點</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p>	<p>起點</p> <p>覆蓋長度減少!</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p> <p>傾向選擇最長</p>	<p>起點</p> <p>覆蓋長度明顯減少!</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p> <p>傾向選擇終點</p>
等長、等面積 (流道板 3-1) 📺	長度 (流道板 3-2) 📺	面積(流道板 3-3) 📺
<p>起點</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p>	<p>起點</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p>	<p>起點</p> <p>紅色(上)</p> <p>綠色(中)</p> <p>藍色(下)</p> <p>傾向選擇岔路</p>
多次岔路 1(流道板 3-4) 📺	多次岔路 2(流道板 3-5) 📺	總面積 (流道板 3-6) 📺

三、分析討論

先前實驗所討論之流道皆為單一路線，並無其它路線可供選擇，以下針對多種路線討論：

- (一) 岔路長度、末端面積相等 (流道板 3-1)：三個岔路皆有色素進入，且覆蓋長度相近，不具顯著選擇性，沒有特別傾向某一條路線，如右圖 5-3-1 所示。推測三條岔路的表面張力梯度相同，所以三條岔路的流動速度、距離相近。

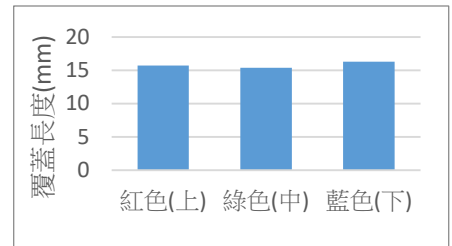


圖 5-3-1：岔路色素覆蓋長度圖

- (二) 長度(流道板 3-2)：紅色(上)及藍色(下)兩岔路與板 3-1 相比，流道長度、面積相同，但色素的覆蓋長度卻減少，而綠(中)岔路的覆蓋長度變為最長，色素具選擇長度較長岔路之傾向，如圖 5-3-2 所示。然而覆蓋比例相當，皆約為 0.7，如下圖 5-3-3 所示。

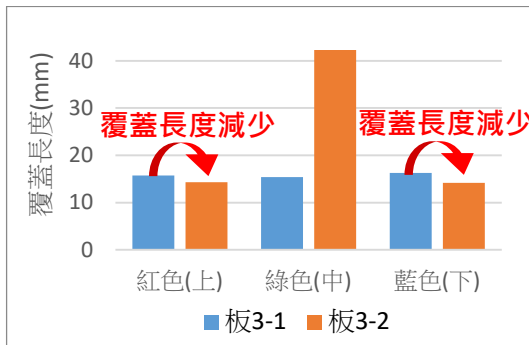


圖 5-3-2：不同長度岔路之色素覆蓋長度圖

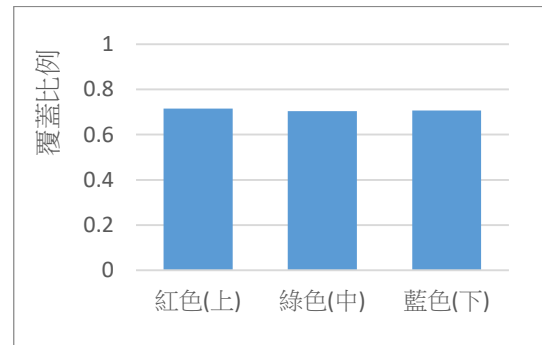


圖 5-3-3：不同長度岔路之色素覆蓋比例圖

- (三) 面積 (流道板 3-3)：紅(上)、藍(下)兩岔路與板 3-1 相比，覆蓋長度下降明顯，具終點的綠色岔路覆蓋長度最大，色素具選擇有終點的岔路之傾向，如圖 5-3-4 所示。若以(二)之比例關係(0.7)視之，從岔路至終點前，流道面積比例尚未到達 0.7(含終點)，故會繼續流進終點。

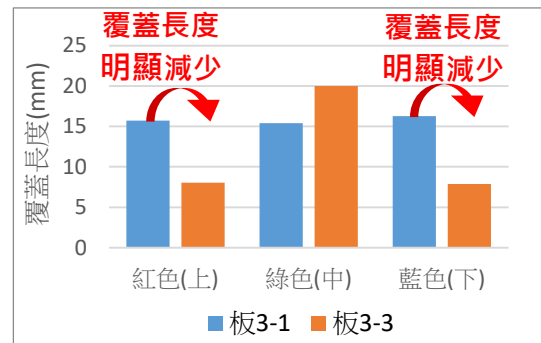


圖 5-3-4：不同終點面積岔路之色素覆蓋長度圖

- (四) 多次岔路(流道板 3-4、3-5)：

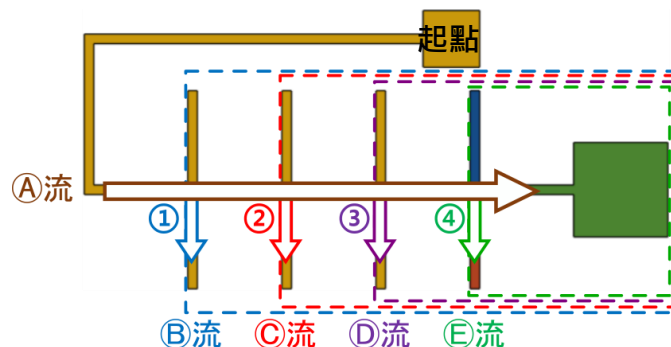


圖 5-3-5：多次岔路分流示意圖

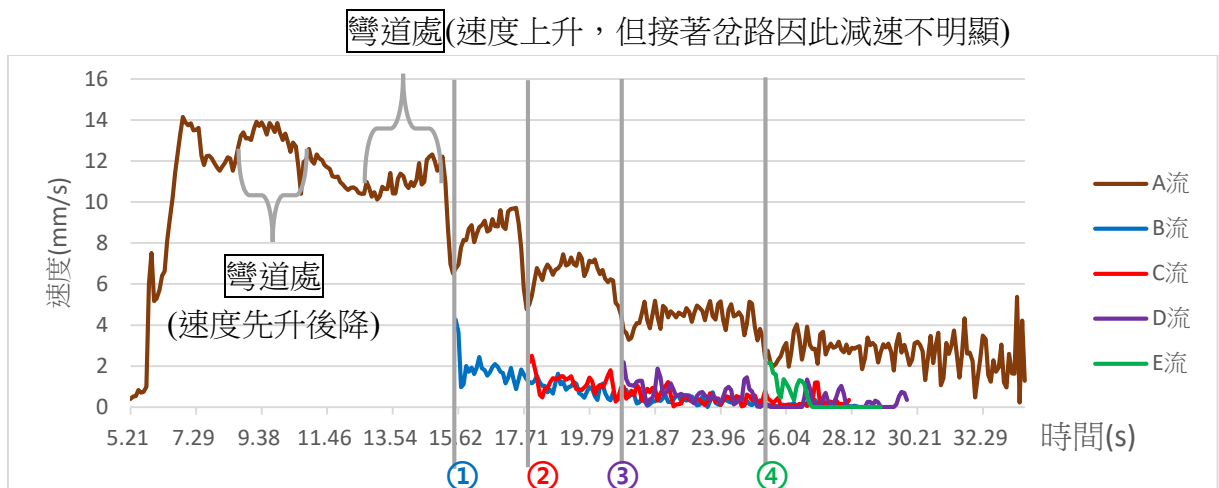


圖 5-3-6：多次岔路不同分流之速度與時間關係圖

2. 圖 5-3-5 可見，多次岔路中共有 4 個流道選擇點，從本實驗(一)~(三)的討論中可知，色素流動至①、②、③、④號選擇點時，後方流道的長度(虛線方框處)、面積皆大於兩側流道，故傾向選擇往後方流動。
3. 若將流道給予編號分別為Ⓐ、Ⓑ、Ⓒ、Ⓓ、Ⓔ，由圖 5-3-6 分析可見，Ⓐ流在各個流道選擇點時，速度皆明顯大於兩側岔路的Ⓑ流、Ⓒ流、Ⓓ流、Ⓔ流。
4. 以Ⓐ流為例，在過彎及岔路前，流動速度皆有「先升後降」現象，其現象將於實驗 5 進行深入探討。
5. 色素在距離起點較近的岔路時，因張力梯度較大，進入到兩側岔路的速度較快、距離較長，導致流道選擇較不明確。相反的，愈接近終點時，進入到兩側岔路的速度較慢、距離較短，流道選擇相對明確，形成有趣的樹形狀態，如右圖 5-3-7 所示。

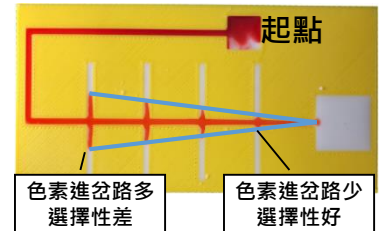


圖 5-3-7：多重岔路之樹形狀態

(五) 總面積(流道板 3-6)：選擇總面積最大的一條路，並非如同預測，都往終點流動。當有一條具終點之岔路對比另一條不具終點之岔路，色素會選擇總面積較大的岔路，可知並非所有迷宮皆有辦法抵達終點，只要具有總面積夠大的岔路，便無法抵達終點，此種流道我們稱為無解流道，將於實驗 5 深入探討！

(六) 「色素無法抵達流道末端」與「流道選擇機制」原因探討：

廖偉俐在 56 屆全國科展的報告中明確指出：牛奶本身也是「界面活性劑」！查詢相關網頁，鄭大師玩科學：烘焙的科學(三)乳化作用一文中也提到相同的觀念。我們推測隨著色素流動，流道末端牛奶的界面活性粒子因推擠累積造成濃度升高、張力變小，產生反向的馬拉高尼效應(註：本實驗稱為內源性小馬拉)對清潔劑與牛奶產生的馬拉高尼效應(註：本實驗稱為外源性大馬拉)形成阻力，導致不能抵達末端產生留白。

表 5-3-3：外源性大馬拉、內源性小馬拉模型暨流道選擇示意圖

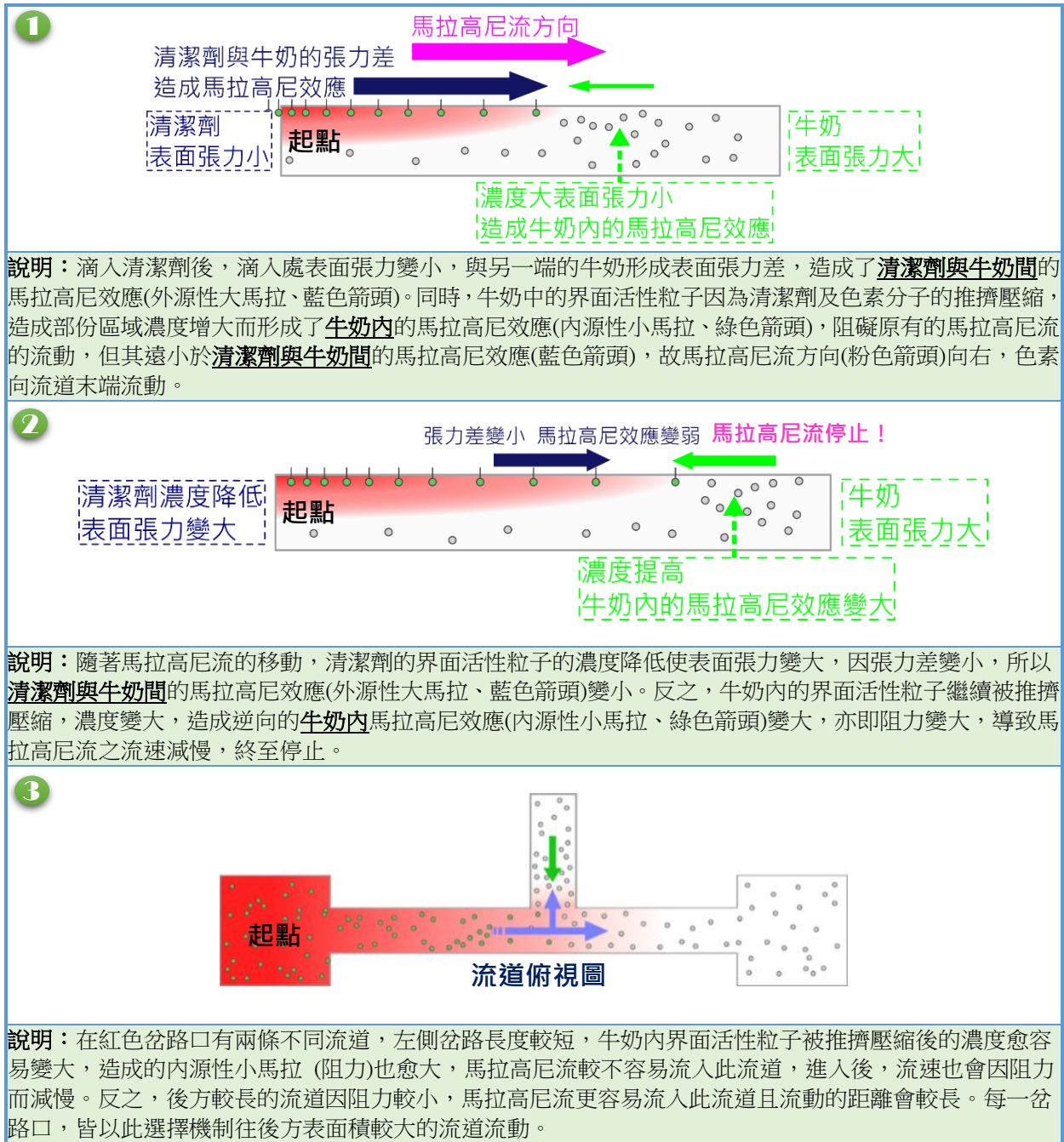
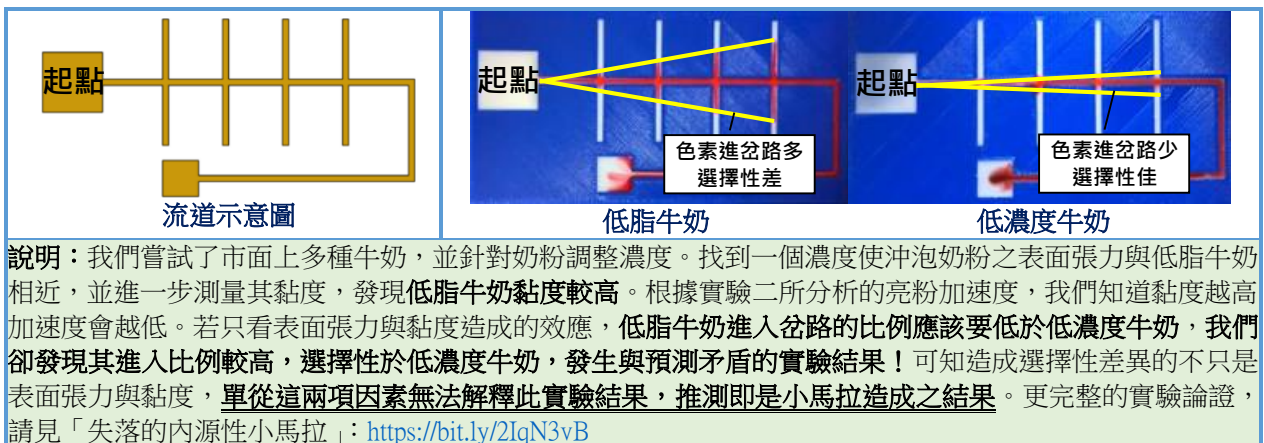


表 5-3-4：外源性大馬拉、內源性小馬拉模型之實驗佐證



實驗 4：無解流道對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析

在實驗 3 的流道板 3-6 中，我們發現色素不一定會抵達我們所預定之終點。我們猜測岔路的面積可能會影響流道選擇，因此針對岔路面積(下圖紅色)之於終點面積(下圖綠色)的倍率設計以下實驗，了解無解流道的產生條件。

一、操縱變因

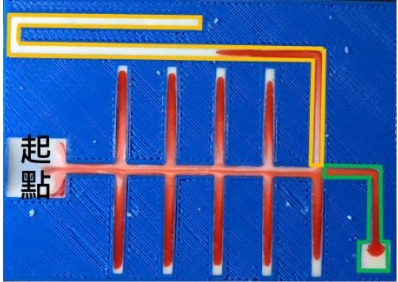
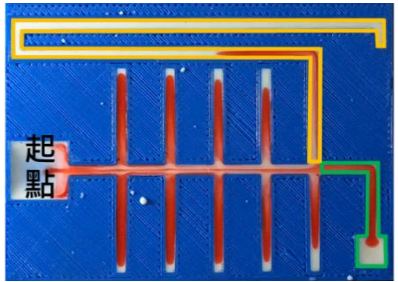
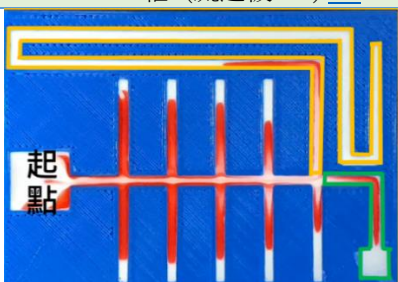
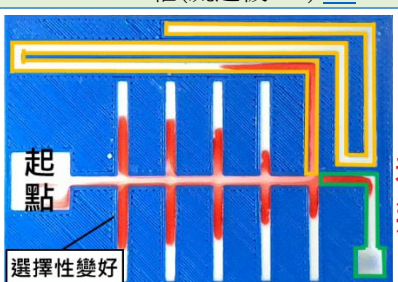
表 5-4-1：不同操縱變因之流道示意圖

三倍(流道板 4-1)				四倍(流道板 4-2)			
	長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)		長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)
紅色	129	0	258	紅色	172	0	344
綠色	25	36	86	綠色	25	36	86
藍色	20	0	40	藍色	20	0	40

五倍(流道板 4-3)				六倍(流道板 4-4)			
	長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)		長度(mm)	終點面積(mm ²)	總面積(mm ²)
紅色	215	0	430	紅色	258	0	516
綠色	25	36	86	綠色	25	36	86
藍色	20	0	40	藍色	20	0	40

二、實驗結果

表 5-4-2：不同操縱變因之流道實驗截圖與影片連結

 <p>起點</p> <p>可達終點</p> <p>三倍 (流道板 4-1) 影片連結</p>	 <p>起點</p> <p>可達終點</p> <p>四倍(流道板 4-2) 影片連結</p>
 <p>起點</p> <p>可達終點</p> <p>五倍(流道板 4-3) 影片連結</p>	 <p>起點</p> <p>未達終點 無解!</p> <p>選擇性變好</p> <p>六倍(流道板 4-4) 影片連結</p>

三、分析討論

- (一) 不同岔路面積之速度比較：除了流道板 4-4 外，其餘流道板皆可順利抵達綠色終點。黃色岔路總面積為綠色岔路終點總面積的六倍時，色素沒有抵達我們所設定的終點。岔路面積越大的板子，色素流動速度越慢，如下圖 5-4-1 所示：

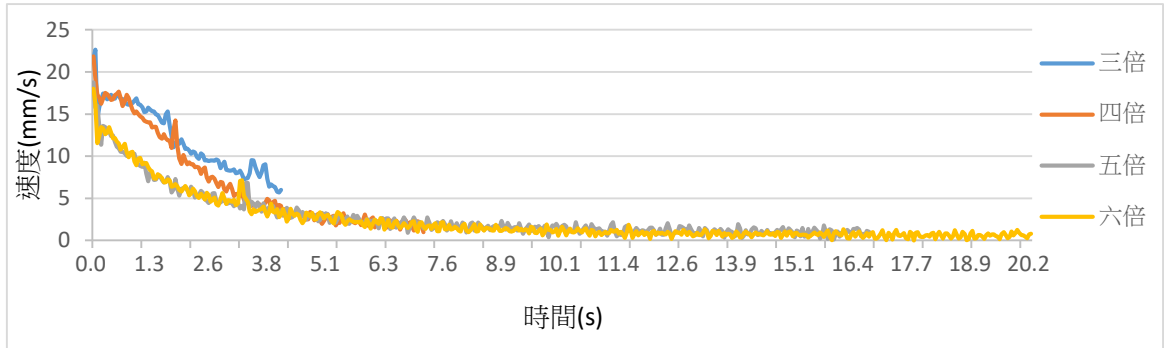


圖 5-4-1：不同倍數之岔路面積：速度與時間關係圖

- (二) 不同岔路面積之選擇性比較：我們比較所有流道之色素到達相同位置時，旁支分流的色素覆蓋比例，下圖 5-4-2 針對色素位置以及旁支岔路進行編號說明。圖 5-4-3 為分析結果，可以發現當倍率提高後，所有的覆蓋比例都會下降。色素進入岔路的量大幅下降，選擇性得到顯著的提升。

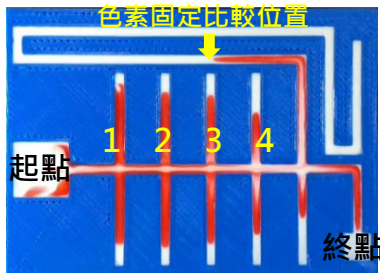


圖 5-4-2：旁支分流編號示意圖

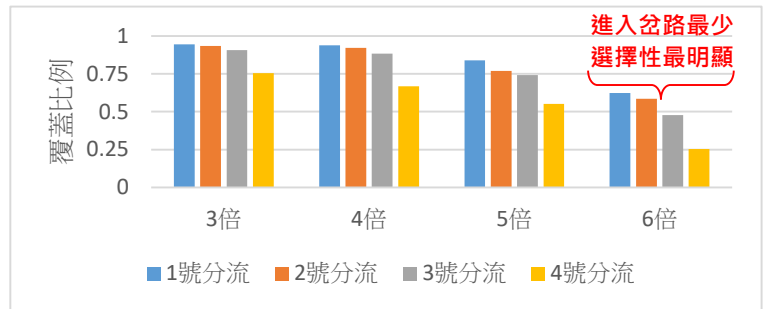
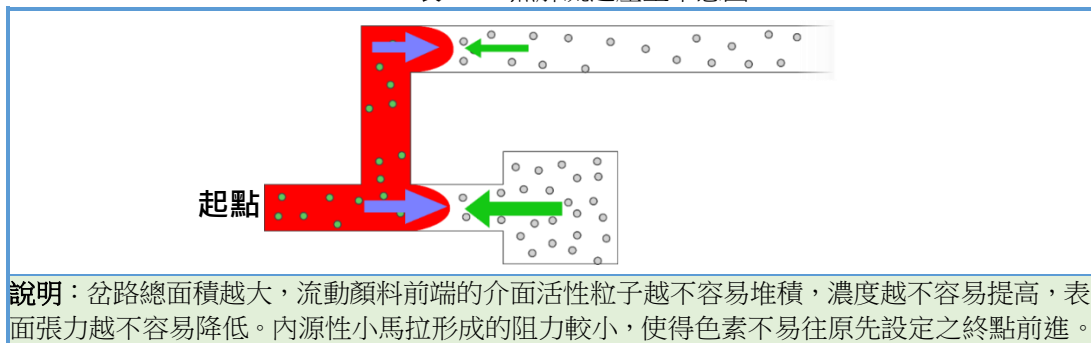


圖 5-4-3：不同旁支分流之覆蓋比例與倍率關係圖

- (三) 無解流道產生條件：依據實驗結果，發現岔路的總面積大小，需要為具有終點之岔路面積的 6 倍以上，才會形成無解流道。

- (四) 無解流道形成之原因探討：

表 5-4-3 無解流道產生示意圖

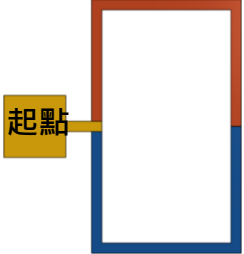
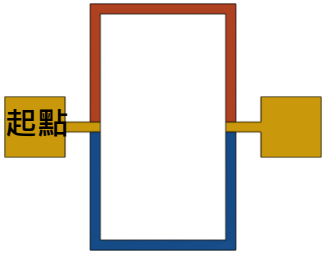
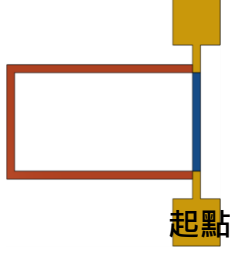
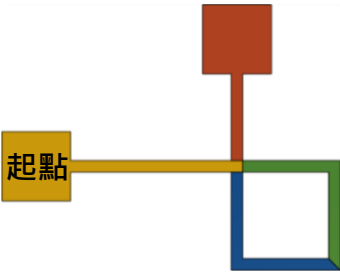
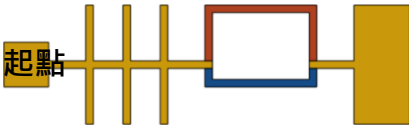
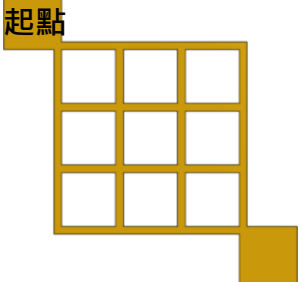


實驗 5：簡單幾何流道對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析

發現無解流道後，我們思考是否有更多特殊流道存在？設計了許多種形狀奇異的流道。

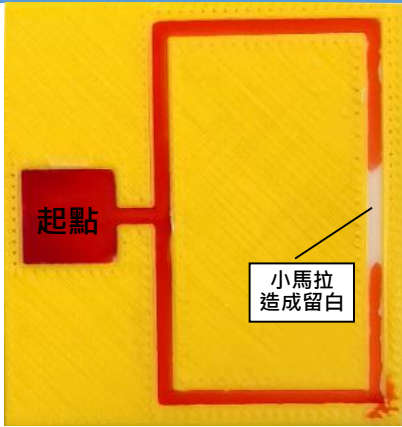
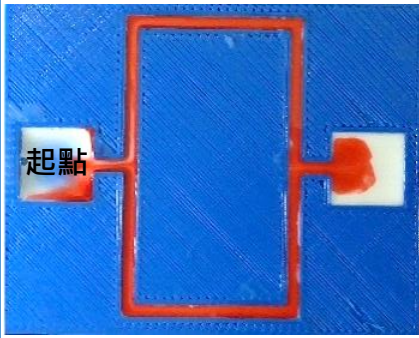
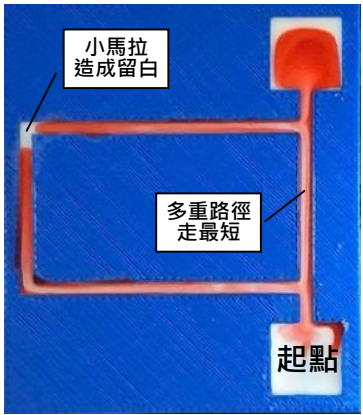
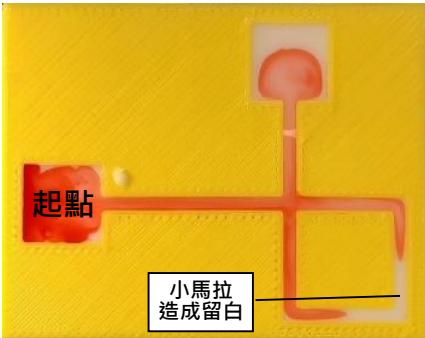
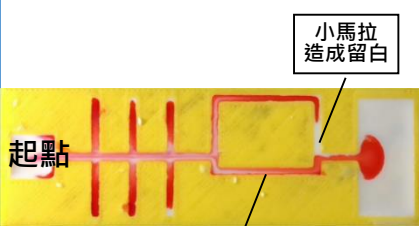
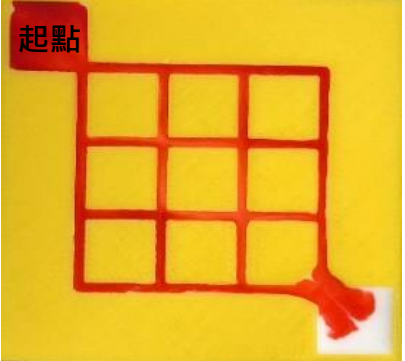
一、針對簡單幾何流道設計

表 5-5-1：不同簡單幾何流道設計圖

		
兩路徑等長、無終點 (流道板 5-1)	兩路徑等長、有終點 (流道板 5-2)	兩路徑不等長、有終點 (流道板 5-3)
		
路徑相交 (流道板 5-4)	唯一 + 多重路徑 (流道板 5-5)	棋盤 3x3 (流道板 5-6)

二、實驗結果

表 5-5-2：不同簡單幾何流道實驗結果與影片連結

		
兩路徑等長、無終點 (流道板 5-1) 影片連結	兩路徑等長、有終點 (流道板 5-2) 影片連結	兩路徑不等長、有終點 (流道板 5-3) 影片連結
		
路徑相交 (流道板 5-4) 影片連結	唯一 + 多重路徑 (流道板 5-5) 影片連結	棋盤 3x3 (流道板 5-6) 影片連結

三、分析討論

(一) 兩路徑等長、無終點(流道板 5-1): 兩側不同路徑的色素, 會於接觸到彼此前停止流動, 在紅、藍色兩路的交界位置, 產生內源性小馬拉而造成一個空白的區域。

(二) 兩路徑等長、有終點(流道板 5-2): 兩路徑的色素同時抵達終點, 且兩色素不會發生匯流, 形成一道有如隱形牆壁的空白區域(見右圖 5-5-1)。



圖 5-5-1: 兩色素相遇時, 產生之空白區域

(三) 兩路徑不等長、有終點(流道板 5-3): 較短路徑(藍色)的色素先抵達終點, 並流入紅色岔路末端產生內源性小馬拉, 對紅色路徑的色素形成阻力。

(四) 路徑相交 (流道板 5-4): 流道選擇不因為路徑相接而受影響, 且色素會於藍綠兩路交界位置產生內源性小馬拉, 形成空白區域。

(五) 唯一 + 多重路徑 (流道板 5-5): 選擇長度較短(藍色)的路徑抵達終點。

1. 唯一: 於前段樹狀流道(黃色), 色素選擇總面積最大的路徑(通往最右端)。

2. 多重: 於中間岔路口有兩條路徑(藍色、紅色)可抵達終點, 色素選擇最短路徑(藍色)。

(六) 棋盤 3x3 (流道板 5-6):

依下圖 5-5-2 可見, 分流或匯流點為編號 ①~⑭, 再從影片中可清晰看出, 最後通往終點的色素可分為六條 A~F, 各自獨立流動, 如下圖 5-5-3 所示, 分析如下:

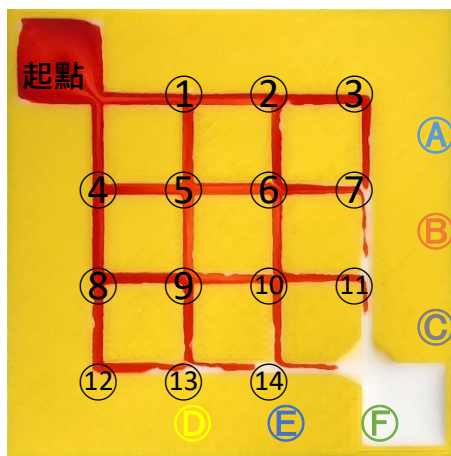


圖 5-5-2: 棋盤 3x3 流道抵達終點前狀況

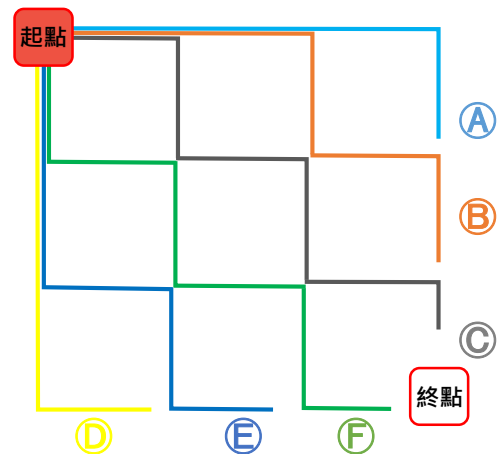


圖 5-5-3: 棋盤 3x3 不同分流示意圖

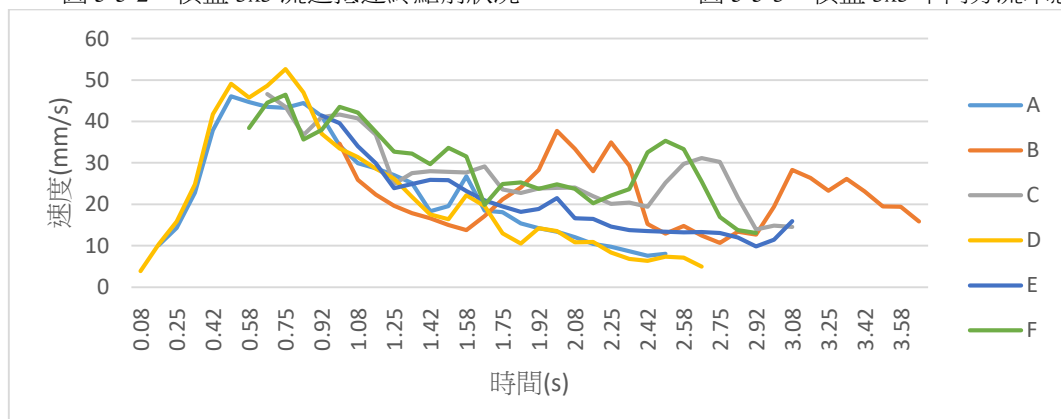


圖 5-5-4: 棋盤 3x3 六條分流之速度與時間關係圖

以下將棋盤 3x3 六條分流之對稱部分，成對取出進行討論，由下圖 5-5-5 可知：

1. 色素流經彎道前，流速加快，彎道後，流速減慢。
2. 色素流經岔路前，流速加快，岔路後，流速減慢。

以下對色素流經岔路後選擇過彎、直行作個別說明。

(1) 色素分流時的狀況一：分流後直行之色素，於岔路前的加速較小。

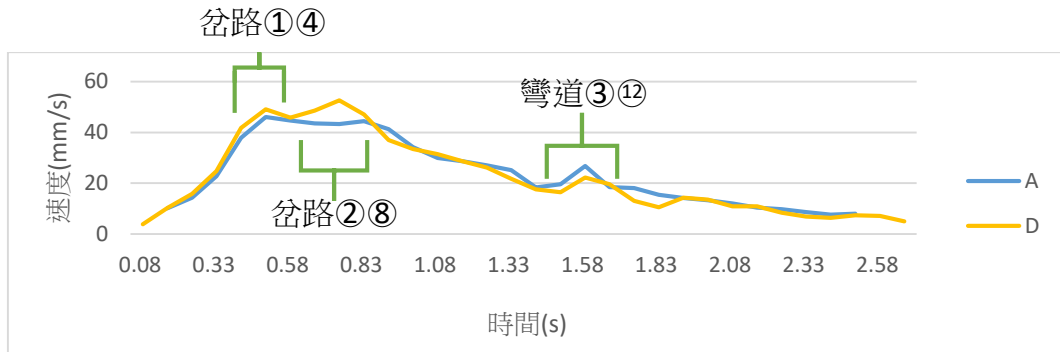


圖 5-5-5：棋盤 3x3 對稱分流 A、D 之速度與時間關係圖

由下圖 5-5-6 可知：

(2) 色素分流時的狀況二：分流後轉彎之色素，於岔路前的加速較大。

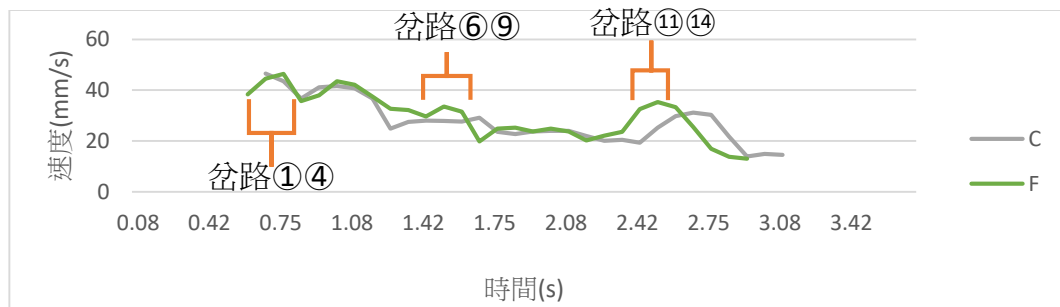


圖 5-5-6：棋盤 3x3 對稱分流 C、F 之速度與時間關係圖

3. 為何轉彎會加速？

影片中發現色素轉彎時，皆緊貼著內側過彎，因此在匯流點⑤、⑥、⑨、⑩匯流初期，不如實驗前預估的會發生匯流現象，反而各自分流(類似排斥現象)互不影響，如右圖 5-5-7。經查相關文獻(王曉軍 2017)，液體在微流道中匯流時，若表面張力效應大於慣性力，液體會緊貼著彎道流動，如右圖 5-5-8 所示，稱之為平行流(parallel flow)。而由流體連續方程式可以發現截面積縮小，因此加快流速。

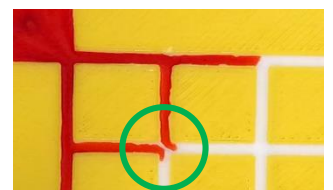


圖 5-5-7：分流現象



圖 5-5-8：匯流區平行流

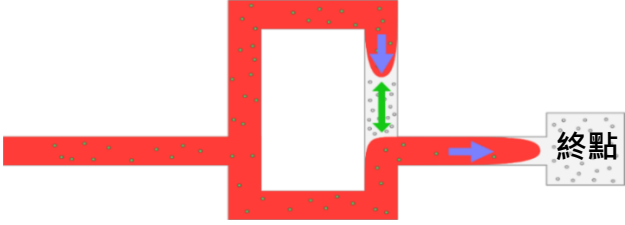
4. 結果：雖六條流道皆等長，卻會因彎道過彎、岔路轉彎或岔路直行導致流速不同。

- Ⓐ=Ⓓ 流動最慢，共經歷四次岔路直行(加速小)，一次彎道過彎(加速大)。
- Ⓑ=Ⓔ 流動次快，共經歷兩次岔路直行(加速小)，三次岔路轉彎(加速大)。
- Ⓒ=Ⓕ 流動最快，總共有五次岔路轉彎(加速大)。

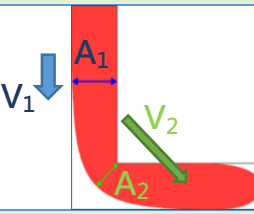
(七) 流道選擇機制的探討 II：

本部份延續了先前的討論，在簡單幾何流道中，可以看見更多元的流道選擇機制與有趣現象，說明如下：

表 5-5-3：不同流道選擇機制示意圖

1


說明：較短的路徑會先到達終點，使牛奶中的介面活性粒子聚集在另一條路徑末端，形成內源性小馬拉阻礙另一條路徑抵達終點。

2


說明：在色素流經彎道時，會因為形成了平行流而使得色素可流動的寬度變窄，根據流體連續方程式：

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \text{ 且 } A_1 > A_2$$

$$\therefore V_1 < V_2 \text{ 寬度變窄，流速便會增加。}$$

(八) 唯一路徑與多重路徑比較：

經流道板 3-5(p.11)、5-5(p.17)比較可知，色素於唯一路徑中，會選擇長度最長、面積最大的岔路；但於多重路徑，會選擇可到終點的最短路徑。茲統整如下表 5-5-4：

表 5-5-4 唯一路徑與多重路徑的比較

路徑型態	唯一路徑可達終點	多重路徑可達終點
色素行為	傾向選擇最長(面積最大)岔路	傾向選擇最短(面積最小)路徑

實驗 6：改變溫度對 Marangoni flows 流道選擇的影響分析

我們於這一個實驗將會藉由改變底液溫度，改變起點、終點間的表面張力差，並且嘗試不同種類的搭配，找出選擇性最佳的組合。

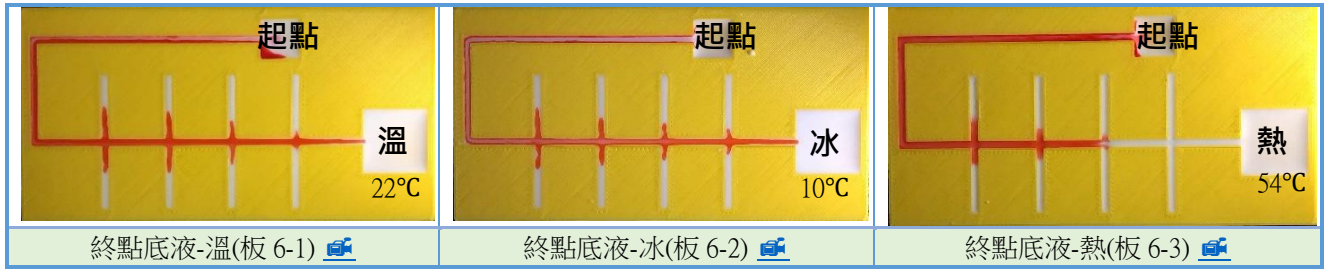
一、操縱變因

表 5-6-1：不同操縱變因之流道示意圖

流道板	起點底液溫度	終點底液溫度
6-1	溫(約 22°C)	溫(約 22°C)
6-2		冰(約 10°C)
6-3		熱(約 54°C)

二、實驗結果

表 5-6-2 不同條件之流道實驗截圖與影片連結



三、分析討論

除了「終點底液-熱」的流道板之外，其餘流道板皆可順利抵達終點。分析三塊流道板，色素的速度與時間關係，如下圖 5-6-1 所示：

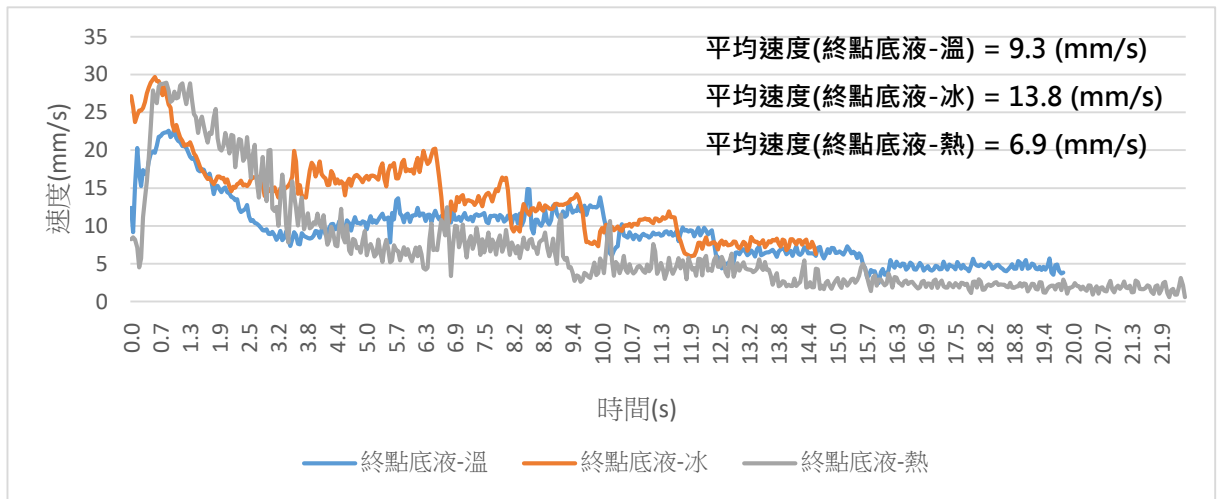
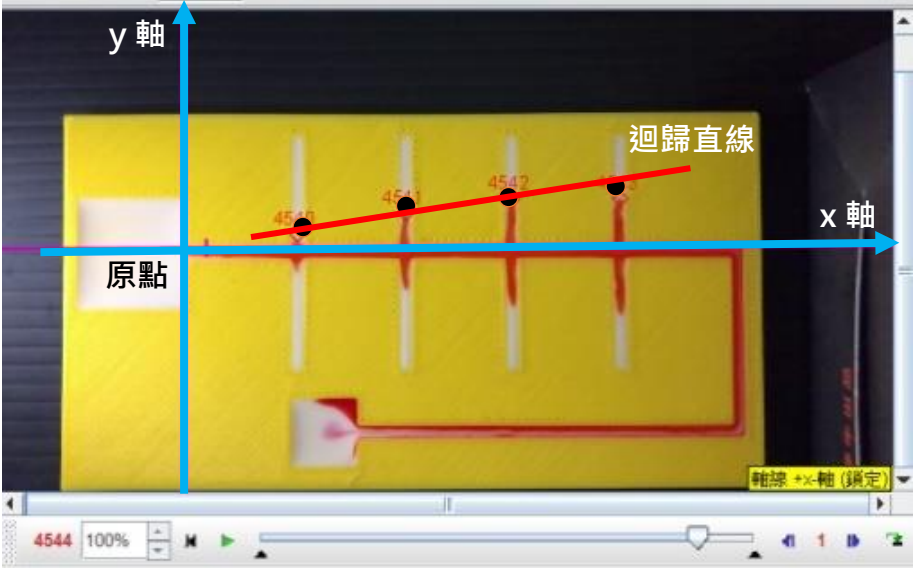


圖 5-6-1：溫度差異之速度與時間關係圖

- (一)終點底液-溫(板 6-1)：平均速度僅次於「終點底液-冰」。
- (二)終點底液-冰(板 6-2)：終點溫度低，平均速度最快。溫度降低可使牛奶表面張力提高，推測此原因導致滴入觸發液後，起點與終點間的表面張力差更大，馬拉高尼流的流速也得到提升。
- (三)終點底液-熱(板 6-3)：終點溫度高，平均速度最慢，色素無法抵達終點。溫度提高可使牛奶表面張力降低，推測此原因導致起點與終點之表面張力差降低，尚未抵達終點色素就已達到力平衡，無法將色素送至終點。
- (四)流道選擇性：除了對於流道速度的影響之外，我們還想進一步探討溫度對於流道的選擇性是否會有影響，然而本實驗單從實驗結果的圖片較難看出細微的差別。從實驗 3 我們就已觀察到此類流道的色素分佈，會有樹形狀態的結果。因此我們針對樹形狀態流道之選擇性發展出一套座標化分析法，說明如下：

表 5-6-3 選擇性比較說明



座標化分析法

1. 將座標軸原點置於流道終點處。畫出 x 軸、y 軸，建立座標系。
2. 影片時間調整至色素抵達終點之瞬間。
3. 點選四條岔路之色素抵達的最終端點。
4. 將四個端點的(x,y)座標數值匯入 Excel。
5. 製作成散佈圖，並且計算迴歸直線，找出直線的斜率。
6. 斜率越大，表示整體流道中色素進入岔路的比例較多，流道選擇性較差。若斜率越小則反之。

針對三種溫度的流道板座標化後進行分析，結果如下圖 5-6-2：

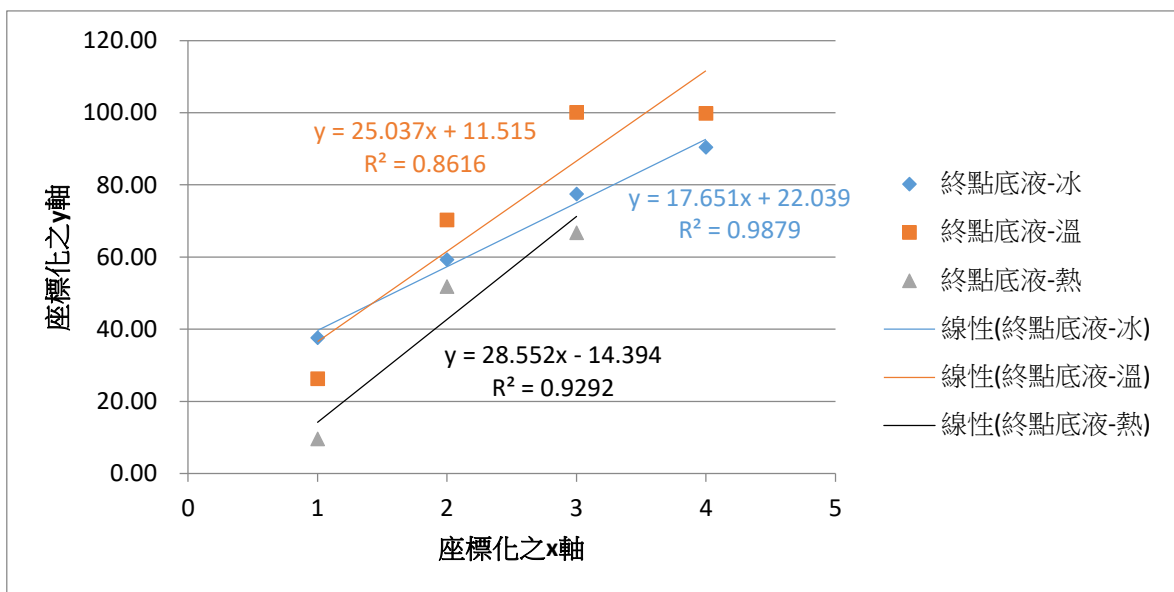


圖 5-6-2：座標化後流道岔路端點位置關係圖

斜率大小比較：終點底液-熱 (28.552) > 終點底液-溫 (25.037) > 終點底液-冰 (17.651)。
 可以發現溫度降低的同時，也提高了流道選擇性。

(五) 綜合討論：將終點底液的溫度降低，可以提高流道抵達終點的速度，也提高了流道選擇性。我們也想探究，若將此結論應用於更複雜的流道，像是迷宮的解謎。是否也會有同樣的結果？此疑問將在實驗 8 流道板 8-3 得到解答。

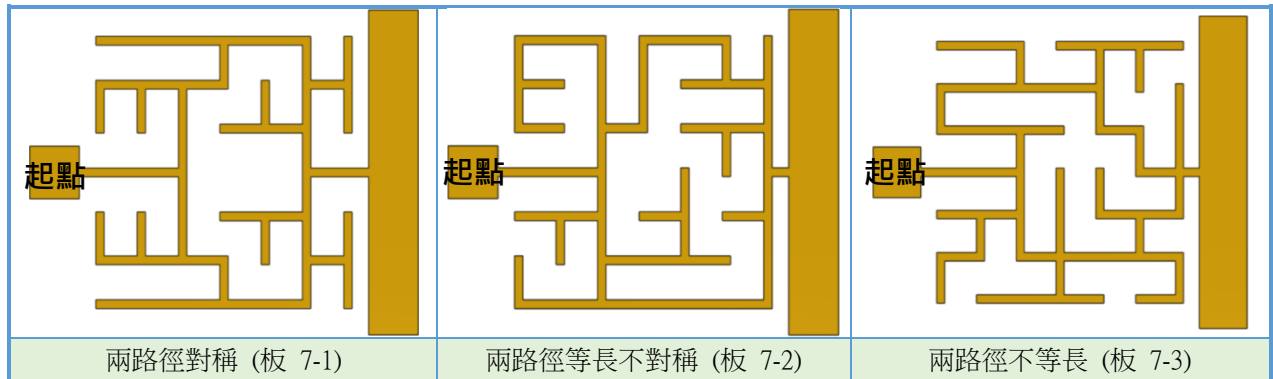
【研究三：Marangoni flows 的生存遊戲 - 設計能順利解謎的迷宮】

實驗 7：多重路徑迷宮的設計分析

我們將先前實驗所得到的結果，套用於迷宮上，首先我們便想到，如果一個迷宮有多條路徑可以抵達終點(本實驗稱為多重路徑迷宮)，會有什麼樣的結果。

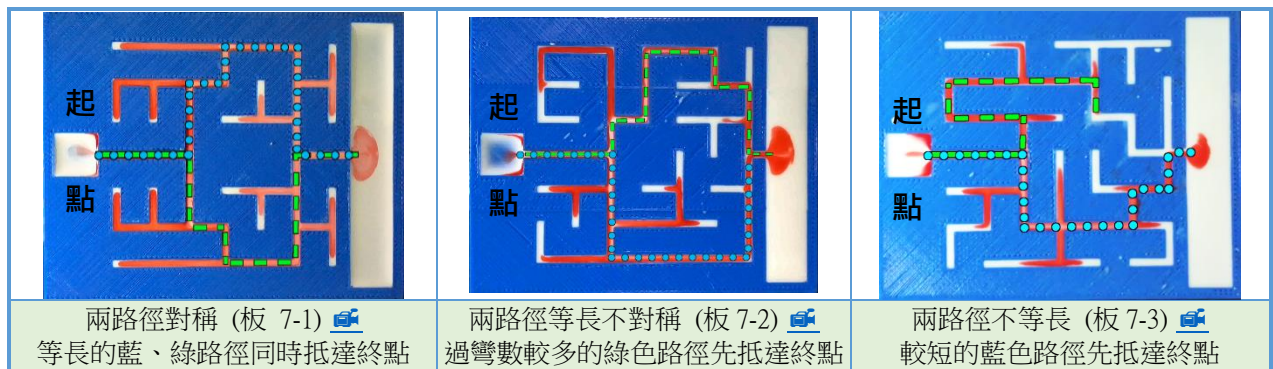
一、迷宮設計

表 5-7-1 不同條件之迷宮設計圖



二、實驗結果

表 5-7-2 不同條件之迷宮實驗截圖與影片連結



● ● ● 路徑 1 ■ ■ ■ 路徑 2

三、分析討論


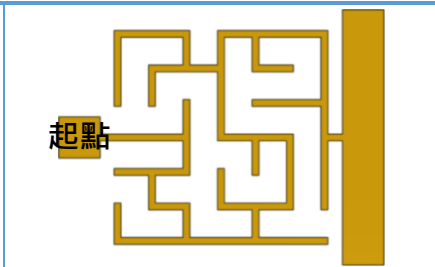
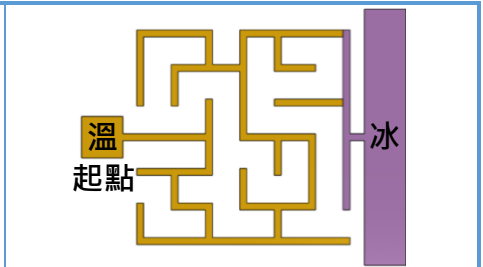
- (一) 兩路徑對稱(板 7-1)：兩路徑會同時抵達終點。
- (二) 兩路徑等長(板 7-2)：岔路過彎、彎道過彎數較多的路徑會先到達終點，路徑 2 之過彎數較多，所以過彎加速的次數較多；路徑 1 則具有較多的岔路，因岔路直行的加速幅度較小，所以路徑 2 較路徑 1 早抵達終點。
- (三) 兩路徑不等長 (板 7-3)：較短路徑的色素會先抵達終點，狀況類似實驗 5 板 5-3，會於另一路徑末端形成內源性小馬拉。

實驗 8：唯一路徑迷宮的設計分析

在實驗 7 多重路徑迷宮中，發現色素進入岔路的數量比例頗高，色素的選擇性不易彰顯。本實驗以 Youtube 迷宮影片(p.1)為比較基礎，進行唯一路徑迷宮的研究，並設法提高色素流動時的選擇性，分析其影響因素。

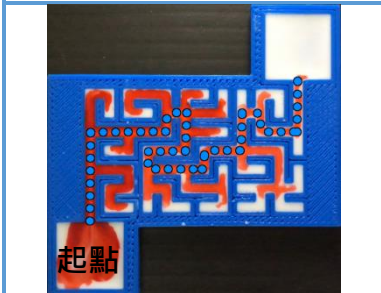
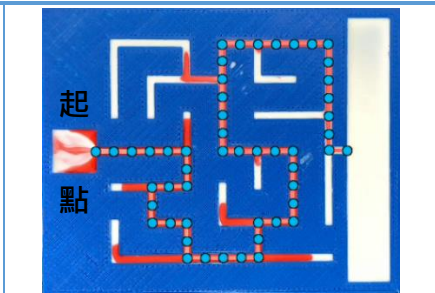
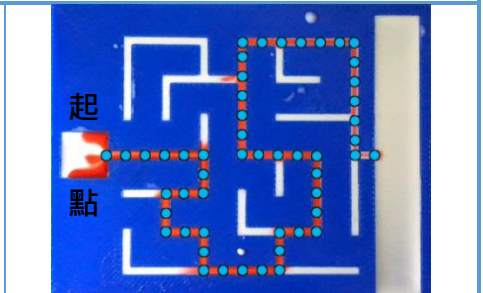
一、迷宮比較

表 5-8-1 不同條件之迷宮設計圖

		
走迷宮影片原始設計(板 8-1)	最好的設計(板 8-2)	最好的設計搭配最好的溫差(板 8-3)

二、實驗結果

表 5-8-2 不同條件之迷宮實驗截圖與影片連結

		
走迷宮影片原始設計(板 8-1) 影片連結	最好的設計(板 8-2) 影片連結	最好的設計搭配最好的溫差(板 8-3) 影片連結

主路徑 ● ● ●

三、分析討論

- (一) 影片(板 8-1)：參考 Youtube 迷宮影片，將其等比例縮放仿製，想了解我們的參數對於此迷宮的解謎狀況。實驗結果發現選擇性沒有 Youtube 影片佳（圖 1-1），也可發現進入岔路的數量、距離皆較原影片多，選擇性較差。
- (二) 最好的設計(板 8-2)：此板為歸納先前實驗經驗所設計的迷宮，結果較板 8-1，進入岔路的色素較少、距離較小。距離起點較遠處的岔路，因為選擇性較強的關係，並無色素進入。若原先影片的設計者使用我們的設計原則進行迷宮實驗，可以得到更佳效果。
- (三) 最好的設計搭配最好的溫差(板 8-3)：

如圖 5-8-1 所示，我們將流道板 8-2 與 8-3 進行疊圖比較，灰階處理的部分即為加入溫差後，沒有進入岔路的顏料，選擇性有顯著提升。再進一步將流道板 8-2 與 8-3 顏料覆蓋的長度比例量化比較，結果如圖 5-8-2 所示。

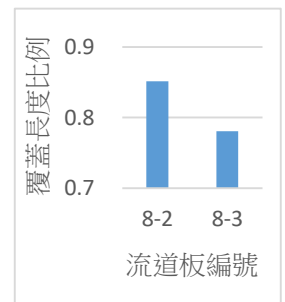
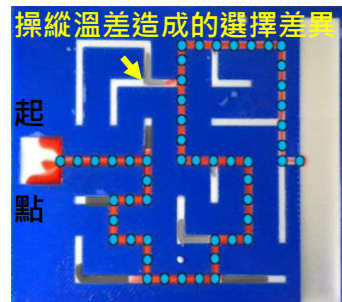


圖 5-8-1：板 8-2 與 8-3 疊圖比較 圖 5-8-2：覆蓋長度比例

(四) 設計迷宮的思路探討：

即使在相同的底液、觸發液、流道參數下，迷宮的流道樣態以及起終點的張力差異，也會使色素的選擇性有所不同，因此在設計迷宮時，我們建議有三：

1. 岔路需要與起點有一定距離：色素距離起點較近時，選擇性較差，進入岔路的距離較長，最終呈現出的選擇性並不明顯。
2. 岔路長度不宜過長：色素覆蓋岔路的面積與岔路面積成正比關係，則岔路長度愈長，色素覆蓋面積愈大，尤其距起點較近時，選擇性較差，不易看出色素的選擇性。
3. 擴大起終點的張力差：起終點的張力差愈大，進入岔路的色素愈少，選擇性會較好。

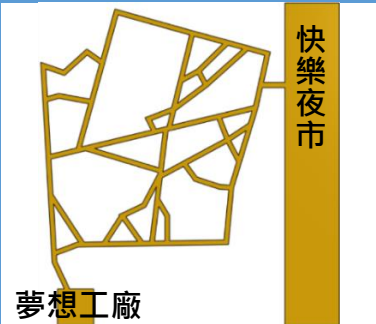
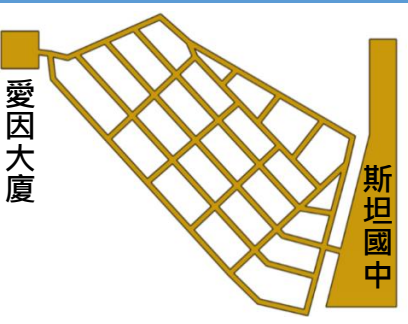
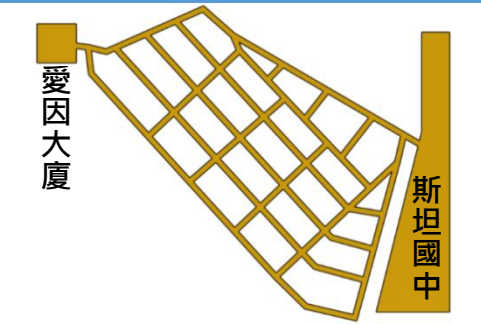
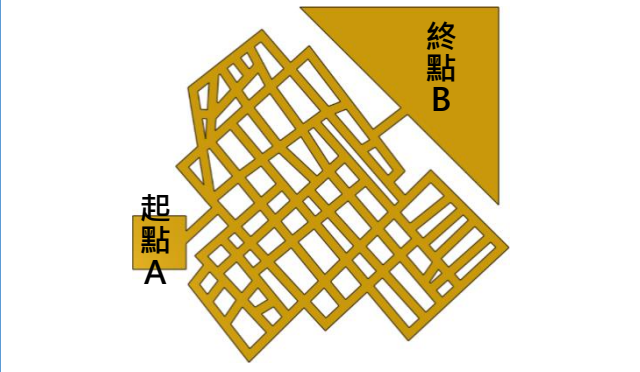
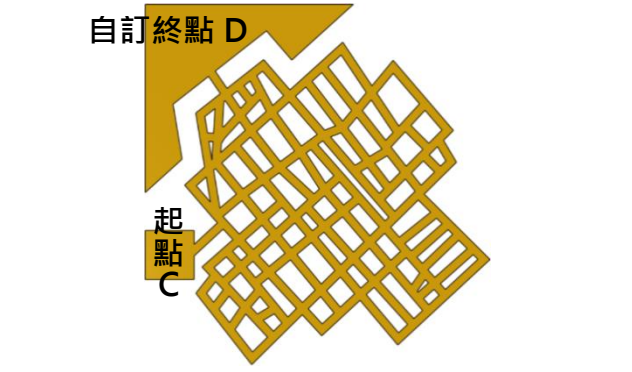
【研究四：液動迷宮的應用探討】

實驗 9：液動導航 v.s. Google 導航

了解色素解開迷宮的真相後，希望將此種現象應用到生活中，想到錯綜複雜的道路與迷宮頗有幾分相像，便將家中附近較具特色的路徑地圖，製成流道板進行實驗，我們稱之為「液動導航」。在本實驗進行同時，發現一份文獻以「化學視角」進行探討(Suzuno et al., 2014)並宣稱：色素以最短路徑到達終點。於是，我們也將報告中的地圖繪製並 3D 列印出來進行實驗，嘗試以本研究的「物理視角」檢視其實驗再現性。最後再與 Google 地圖的導航功能作一比較。

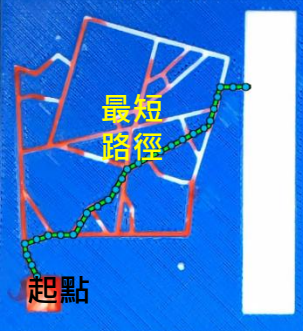
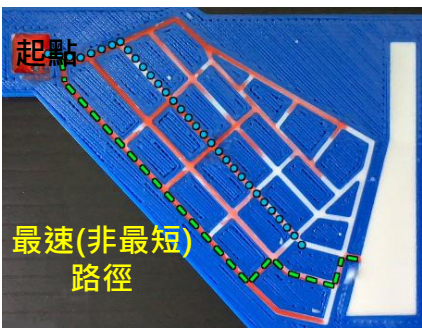
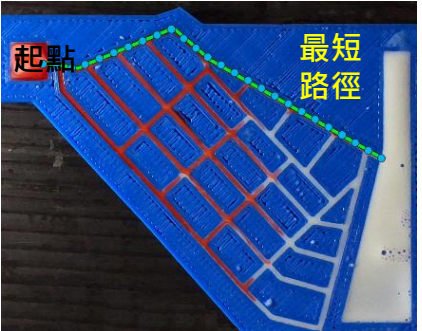






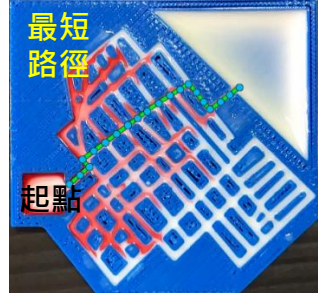

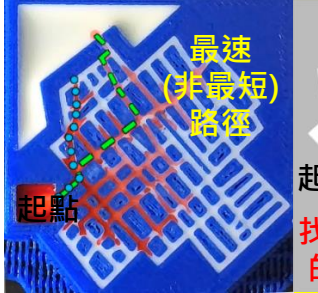


一、各式地圖與比較

表 5-9-1 不同條件之地圖設計圖

 <p>快樂夜市</p> <p>夢想工廠</p>	 <p>愛因大廈</p> <p>斯坦國中</p>	 <p>愛因大廈</p> <p>斯坦國中</p>
夢想工廠→快樂夜市(板 9-1)	愛因大廈→斯坦國中(板 9-2)	愛因大廈→斯坦國中-修正終點(板 9-3)
 <p>起點 A</p> <p>終點 B</p>	 <p>自訂終點 D</p> <p>起點 C</p>	
文獻中地圖(板 9-4)	文獻中地圖-修正終點(板 9-5)	

二、實驗結果

表 5-9-2 不同條件之地圖實驗截圖與影片連結

		
		
夢想工廠→快樂夜市(板 9-1)  色素由最短路徑抵達終點	愛因大廈→斯坦國中(板 9-2)  沒有經由最短路徑抵達終點	愛因大廈→斯坦國中-修正終點 (板 9-3)  經最短路徑抵達終點
		
文獻中地圖(板 9-4)  由 A 點經最短路徑抵達 B 點	文獻中地圖-修正終點(板 9-5)  由 C 點經由另一條路徑抵達 D 點而非最短路徑	找到與文獻結果不符的最速(非最短)路徑

●●● 最短路徑 - - - 實際路徑

三、分析討論

- (一) 夢想工廠→快樂夜市(板 9-1): 色素的行走路徑與 Google 導航計算後所呈現的最短路徑相符。而流入其他的路徑的色素大多會因為內源性小馬拉而停下流動。
- (二) 愛因大廈→斯坦國中(板 9-2): 色素行走路徑與 Google 導航計算後呈現的最短路徑「不相符」，而是類似實驗 5 中的棋盤格(流道板 5-6)，因為過彎加速，使得過彎次數較多的其它路徑，會更快抵達終點，造成導航的結果並非是「最短路徑」，本研究稱之為「最速路徑」，但它通常會是次短路徑。色素抵達終點的快慢，除路徑長度外，岔路及彎道數的多寡也會有所影響，進而導致較長的路徑相較於最短路徑更早抵達終點，同時我們也思考是否能透過修改終點的位置使導航結果符合最短路徑。

- (三) 愛因大廈→斯坦國中-修正終點(板 9-3)：經更改終點位置後，將路徑終點設置在棋盤狀的巷弄外，發現結果為最短路徑。於此，我們發現：利用馬拉高尼效應導航，在遇上棋盤狀的巷弄時，導航的路徑會因為岔路數、過彎數的影響，導致結果不是最短路徑。
- (四) 文獻中地圖(板 9-4)：文獻中的地圖導航使用酸鹼所產生的張力梯度帶動色素流動。所以我們仿照一樣的起、終點，僅使用清潔劑即可達成相同目的，並驗證兩種方法的行走路徑無異，皆是選擇最短路徑並與 Google 導航計算後的路徑相符。
- (五) 文獻中地圖-修正終點(板 9-5)：經過板 9-2 的實驗後，意外發現到棋盤狀巷弄的結果並非是選擇最短的路徑。因此我們懷疑，此文獻中的地圖，是否有著不為人知的祕密？存在著一組起終點，導航的結果為最速路徑，而非最短路徑？因此我們依據累積出的經驗，在迷宮中找出 C、D 兩點做為起終點，使得有一路徑相較於最短路徑，過彎次數較多，發現結果確實不是最短路徑，而是最速路徑。
- (六) 液動導航的最佳路徑模式歸納：

本研究的液動導航可以順利抵達終點！流體的行為，竟然能展現出計算機的運算思維！更會因為道路樣態差異產生：1.最短路徑 與 2.最速路徑(通常是次短路徑) 兩種最佳路徑結果。我們以此為據，將液動導航進行時的兩種導航模式分作下表整理並比較：

表 5-9-3 液動導航之兩種模式比較

液動導航模式	最佳路徑	
	1.最短路徑模式	2.最速路徑模式(通常是次短路徑)
色素行為	選擇最短路徑的色素會最早抵達終點	路徑具有較多的彎道，色素 <u>過彎加速的次數較多</u> ，使其比最短路徑的色素更快抵達終點
道路狀態	一般常見道路	棋盤狀或大量過彎的道路

實驗 10：液動導航的擬計算機化 - 修正 A*演算法導入 Python 模擬導航

本實驗將引入電玩遊戲中常用的 A*(A STAR)演算法針對「液動導航」和「Google 導航」的演算差異進行比較分析。以下以流道板 5-6(棋盤格道路)為例，將路徑長作為控制變因(每條路徑長度皆相同)，此時最速路徑亦是最短路徑，簡化情況後討論如下：

一、A*演算法的評價分數計算及其修正

3x3 棋盤格道路中到達終點的方法共有 20 種之多。因每種走法的評價分數(F=60)皆相同，這樣會造成計算機無法選擇最佳路徑。但我們在操作液動導航或使用 Google 導航時卻各自有其明確的最佳路徑。由此可見，必須修正 A*的移動代價(G)給分如下表 5-10-1，方能適用。

表 5-10-1：液動導航 v.s. Google 導航

	修正 A*演算法模擬：液動導航	修正 A*演算法模擬：Google 導航
A*演算法矛盾	所有路徑顯示之評價分數皆相同，即 $F=G+H=60$ ，無法顯現最佳路徑。	
實際操作導航結果 (各位置之 F 值)		
最佳路徑顯示	2 條：彎道數量最多的 C、F 流為最佳路徑	2 條：彎道數量最少的藍色路徑，為最佳路徑
修正演算法想法	彎道優先 ：轉彎的移動代價降低	直行優先 ：轉彎的移動代價提高
A*演算法修正規則	(1)過節點直行： $G=10$ (2)過節點轉彎： $G=7$	(1)過節點直行： $G=10$ (2)過節點轉彎： $G=13$
修正後計算結果	$F=45$ ，其餘路徑 F 值皆大於 45	$F=63$ ，其餘路徑 F 值皆大於 63

二、導入 Python 進程式撰寫及其驗證

以修正後的演算規則，導入 Python 測試，程式流程圖及四步驟演算邏輯如下：

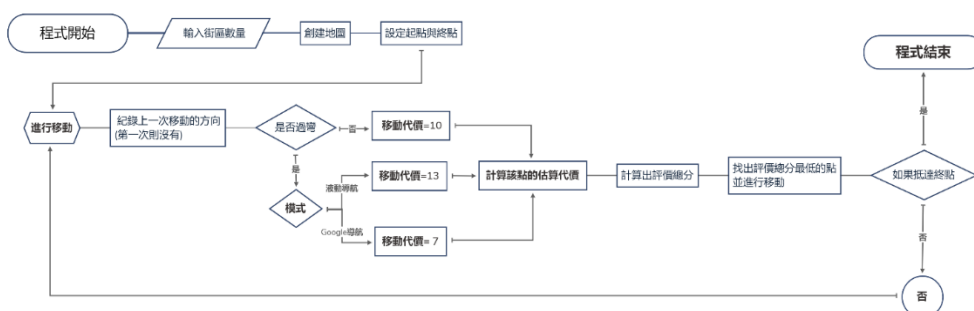


圖 5-10-1 程式流程圖

表 5-10-2 程式邏輯與源碼 (Python 完整程式源碼請見 <https://bit.ly/2HJQ3Uz>)

	演算邏輯	部份程式碼
Step 1 設定地圖大小	輸入橫向(x 軸)、縱向(y 軸)的街區數量，將棋盤格轉化為一個座標平面，每一個岔路口視為一個點，左上岔路為原點與流道起點，右下角則為流道終點。	<pre>def start(mode): setx = int(entry1.get()) + 1 sety = int(entry2.get()) + 1 canvas = tk.Canvas(window, bg='white') window.geometry("300x400") canvas.place(y=100,width=300,height=300) if((setx == 4 and sety == 4) and (show1 == 1 or show2 == 1)): canvas.create_image(0, 0, image=tk_photo, anchor=tk.NW) for i in range(setx+2): for r in range(sety+2): rect = canvas.create_rectangle((i-1)*300/setx-120/setx,(r-1)* ... +120/sety)</pre> <p>輸入街區數</p> <p>創立並繪製地圖</p>
Step 2 選擇導航模式	設定一個變數代表運算規則為液動導航的過彎優先，還是 Google 導航的直行優先。	<pre>def btn1_click(): start(0) global show if(show == 0): show = 1 elif(show == 1): show = 0 def btn2_click(): start(1) global show if(show == 0): show = 1 elif(show == 1): show = 0</pre> <p>液動導航模式</p> <p>Google 導航模式</p>
Step 3 紀錄上次移動	設定一個變數，以 -1 代表上一次的移動方向為縱向移動，1 則代表移動方向為橫向移動，如果是在起點處，沒有上一次的移動則記為 0。	<pre>lastMove1 = 0 lastMove2 = 0 ... if(0 != lastMove1): if(a1 <= b1): line01.append(canvas.create_line(x1*ppx+ ... y2,fill="red",width=5)) x1+=1 lastMove1 = 1 elif(a1 > b1): line01.append(canvas.create_line(ppx/2+ ... py,fill="red",width=5)) y1+=1 lastMove1 = -1</pre> <p>上一次沒有移動</p> <p>← 上一次有移動</p> <p>← 上一次為水平移動</p> <p>← 上一次為垂直移動</p>

<p>Step 4 移動代價判斷</p>	<p>計算移動至鄰近周圍各點的代價，若為直行，移動代價(G)為 10。若為過彎且在液動導航模式下，移動代價(G)減少為 7；若為過彎且在 Google 導航模式下，移動代價(G)提高為 13。並且計算該點至與終點的曼哈頓距離，每格估算代價(H)為 10。將移動代價(G)與估算代價(H)相加後，即為該點的評價分數(F)。找出評價分數(F)最低的點並移動至該點，回到步驟(三)，紀錄移動方向，直到移動至流道終點。</p>	<pre> while x1 != endx or y1 != endy or x2 != endx or y2 != endy: g = 7 + mode * 6 h = 6 * (abs(endx - x1) + abs(endy - y1)) * 10 f1 = h + g if (lastMove[0] * j == 1): g = 7 + mode * 6 else: g = 10 h = 6 * (abs(endx - x1) + abs(endy - y1)) * 10 f1 = h + g j = min(i, f1) ... if (line1 == 1): if (a1 <= b1): line01.append(canvas.create_line(x1 * ppx + ppx / 2, y1 * ppy + ppy / 2, (x1 + 1) * ppx + ppx / 2, y1 * ppy + ppy / 2, fill="red", width=5)) x1 += 1 lastMove[0] = 1 elif (a1 > b1): line01.append(canvas.create_line(x1 * ppx + ppx / 2, y1 * ppy + ppy / 2 + 1, (x1 + 1) * ppx + ppx / 2, y1 * ppy + ppy / 2 + 1, fill="red", width=5)) y1 += 1 lastMove[0] = -1 x1 = endx y1 = endy </pre> <p>重複執行直到抵達終點 判斷向右移動的代價 判斷向下移動的代價 比較評價分數並移動</p>
--------------------------	---	--

程式撰寫後，模擬驗證結果如下：

表 5-10-3 Python 程式模擬驗證

液動導航		Google 導航	
液動實驗	Python 模擬驗證結果	Google 導航操作	Python 模擬驗證結果

經修正 A*演算法的概念引入 Python 並執行驗證後，與液動實驗及 Google 導航操作的結果相符

註：地圖來源，加拿大列治文市 <http://bit.ly/2Wqeoab>

三、擴大測試，預測並驗證 $m \times n$ 棋盤格導航結果

表 5-10-4 Python 程式擴大測試驗證結果

液動導航		Google 導航	
Python 模擬	液動實驗結果	Python 模擬	Google 導航操作結果

以自行撰寫的程式，預測 $m \times n$ 棋盤格液動實驗及 Google 導航操作，結果一致，效果良好

註：地圖來源，加拿大列治文市 <http://bit.ly/2Wqeoab>

實驗 9 及實驗 10 發現：液動導航的演算邏輯不同於 Google 導航，修正 A*演算法引入 Python 並以給予參數的方式來預測流體的行為可行。經簡化後的棋盤格($m \times m$ 及 $m \times n$)其移動代價(G)與估算代價(H)的設定十分簡易，模擬結果良好。但現實的道路卻是錯綜複雜，若能以此為基礎將參數給予更加精緻，想必也能以此演算模式，「預測」甚至「操縱」流體的路徑選擇，進而應用在不同的領域上。

陸、研究結論與建議

一、結論

(一) Marangoni flows 在長直流道中的基本性質

1. 改變「底液、觸發液狀態」：表面張力差越大、黏滯力越小，則流速越快。
2. 改變「終點狀態」：終點越大，則流速越快。
3. 改變「流道狀態」：深度越深、則流速較快。
4. 長直流道中，表面張力的分布狀態：距離觸發液越遠、滴入時間越長，張力差越小。

(二) 不同路徑之選擇性

1. 唯一路徑：選擇長度較長、終點面積較大的岔路。
2. 多重路徑：選擇岔路過彎數、彎道過彎數較多，且長度較短的路徑。
3. 簡單幾何流道：呈現色素不相遇、色素不互溶、色素過彎加速之現象。
4. 溫差對於選擇性之影響：終點溫度越低，表面張力差越大，流速越快，選擇性越佳。

(三) 設計能順利解謎的迷宮

1. 多重路徑(對稱)：對稱之兩條路徑同時抵達終點。
2. 多重路徑(非對稱)：岔路過彎、彎道過彎數較多、長度較短的路徑先抵達終點。
3. 唯一路徑(迷宮設計優化)：岔路距離起點要遠、岔路不得過長、放大表面張力差。

(四) 液動導航 v.s. Google 導航：具有計算機的運算思維！

1. 液動導航-最短路徑模式：發生於一般的路徑地圖。
2. 液動導航-最速路徑模式：發生於棋盤格狀的路徑地圖，且通常為次短路徑。
3. 液動導航與 Google 導航運算思維之比較：修正 A*演算法移動代價(G)給分方式並導入 Python 成功模擬導航，藉此可了解兩者演算差異。

二、實驗改進建議與未來研究方向

- (一) 改變 3D 列印的材料(PLA 容易漏水)、列印設備，能避免列印誤差對實驗結果造成影響。
- (二) 加強攝影與實驗器材，更完整觀察底液的流動與表面張力分布，提出更完善理論模型。
- (三) 找到更明確的內源性小馬拉證據。
- (四) 對於許多細微的流道現象提出更精緻的討論。
- (五) 發展更多液動迷宮的實際應用：如高科技電子業、生物科技產業、醫學科技產業…。

柒、參考資料

一、參考文獻：<http://bit.ly/2vBH80w>

二、實驗影片總輯：<https://bit.ly/2Z0jBTB>

【評語】 030113

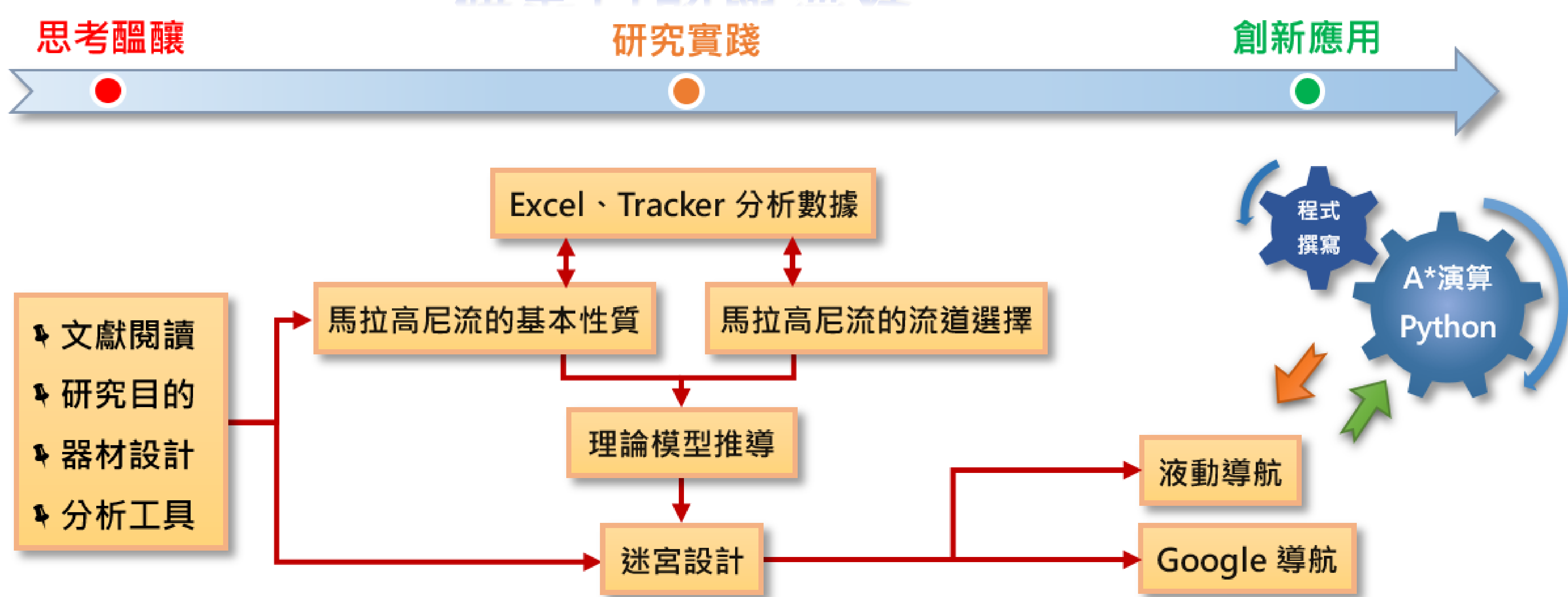
本作品分析馬拉高尼流 (Marangoni flows) 的流道選擇及其影響，研究不同液體間的流道效應，迷宮的設計具多樣性，整體實驗架構豐富，討論方法具科學性，並且發展一種以不同方式，尋找多重路段下，兩點間最佳路徑的方法，數據也紀錄的相當仔細，並給予合理的物理解釋，是一件相當完整且具有參考價值的研究。

除此之外，本作品並針對液動導航以及 Google 導航作比較，認為液動導航具有計算機的運算思維，這一部分的研究相當有創意，十分令人驚艷。

摘要

在牛奶中滴入清潔劑，會觸發兩種液體間的表面張力差，形成馬拉高尼流(Marangoni flows)。本研究使用3D列印製造流道與迷宮板，於迷宮中注入一層牛奶，並在起點滴入清潔劑，使得牛奶液面上的色素走出一條可通向迷宮終點的正確路徑。藉由攝影並以軟體Tracker分析色素的流動情形，了解其背後解謎的真相。

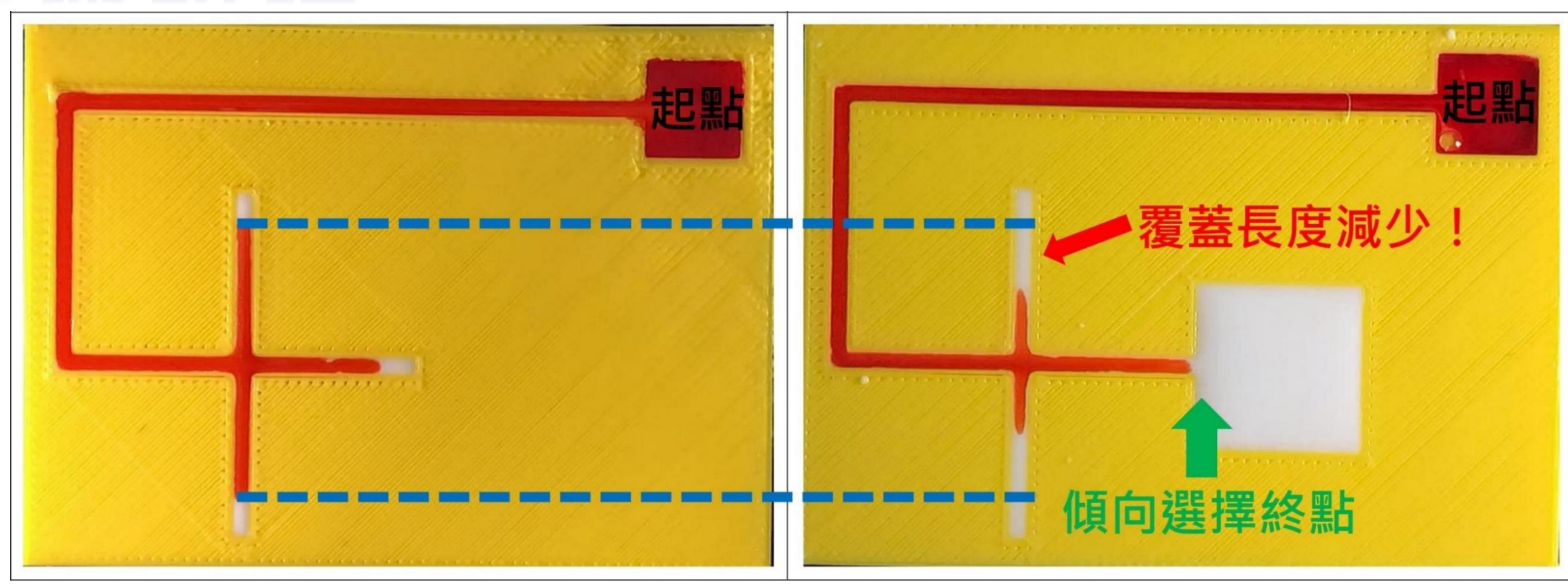
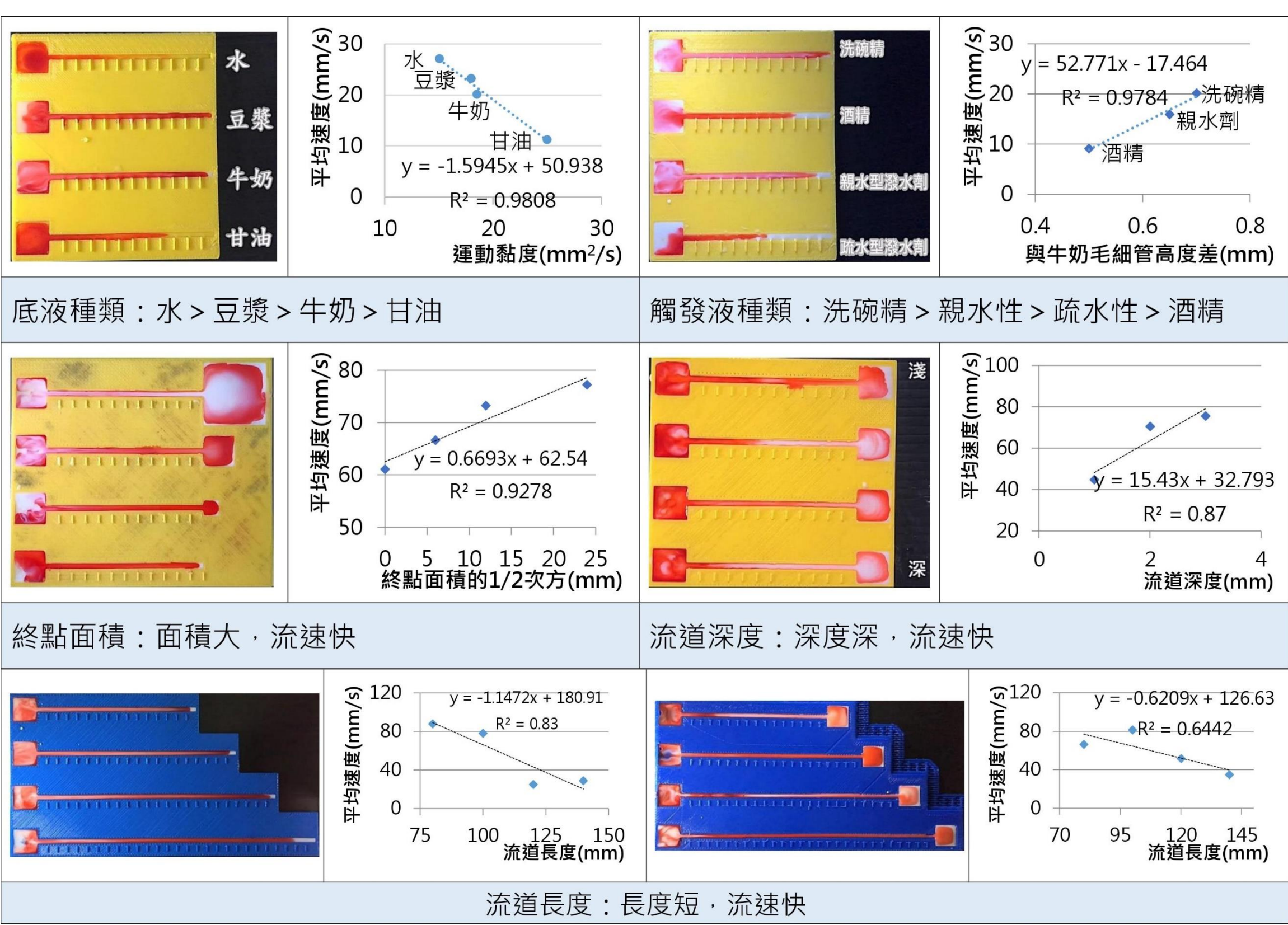
研究目的與流程



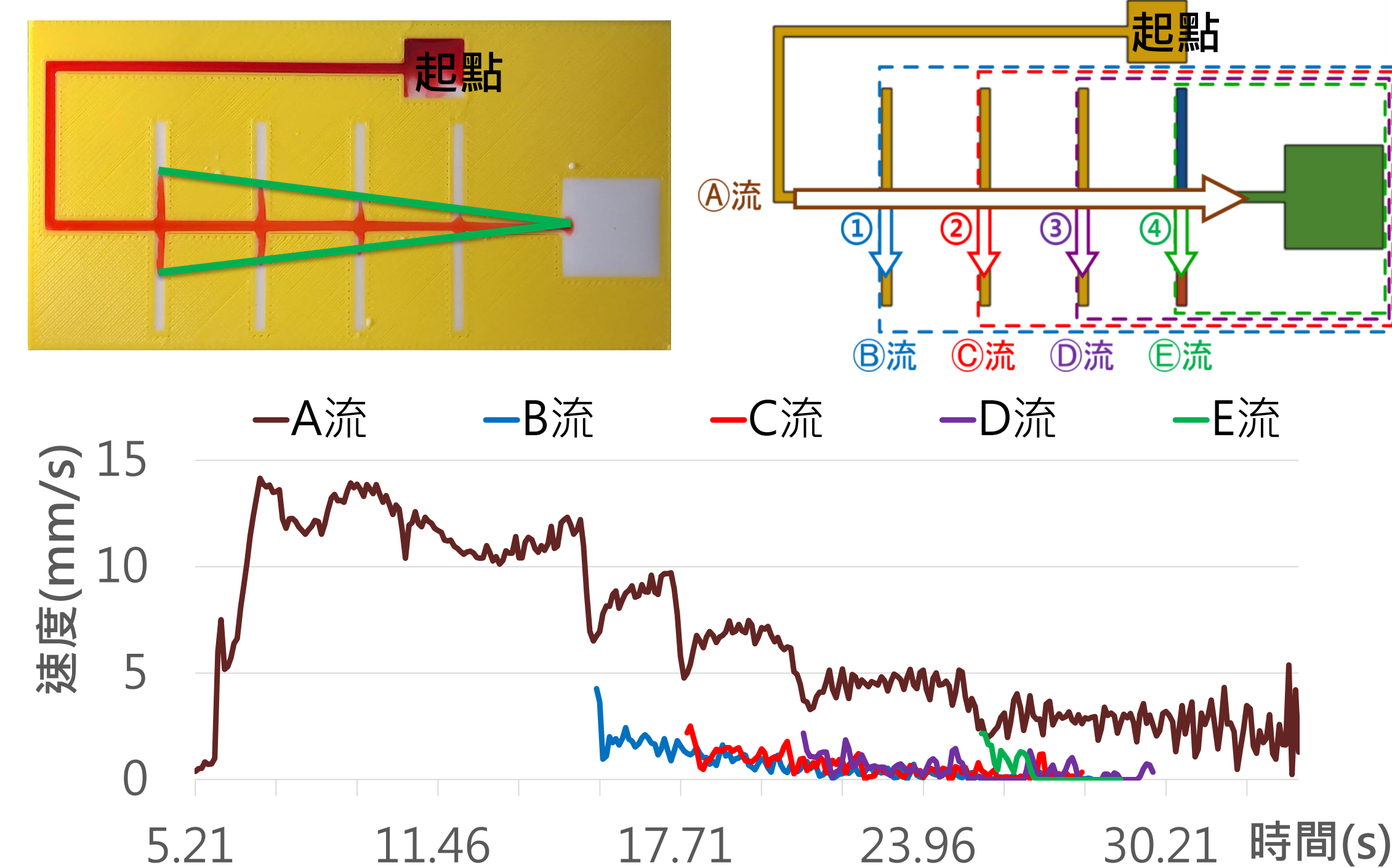
研究結果與討論

Marangoni flows的基本性質探討

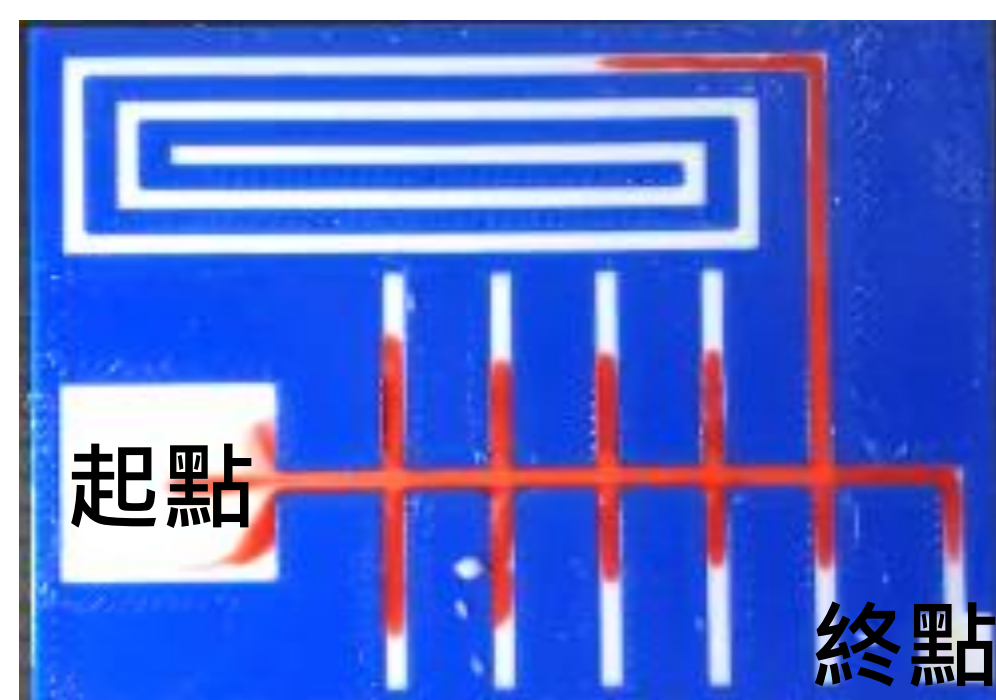
液體種類、流道狀態、終點面積三大變因



色素選擇具有終點的岔路。

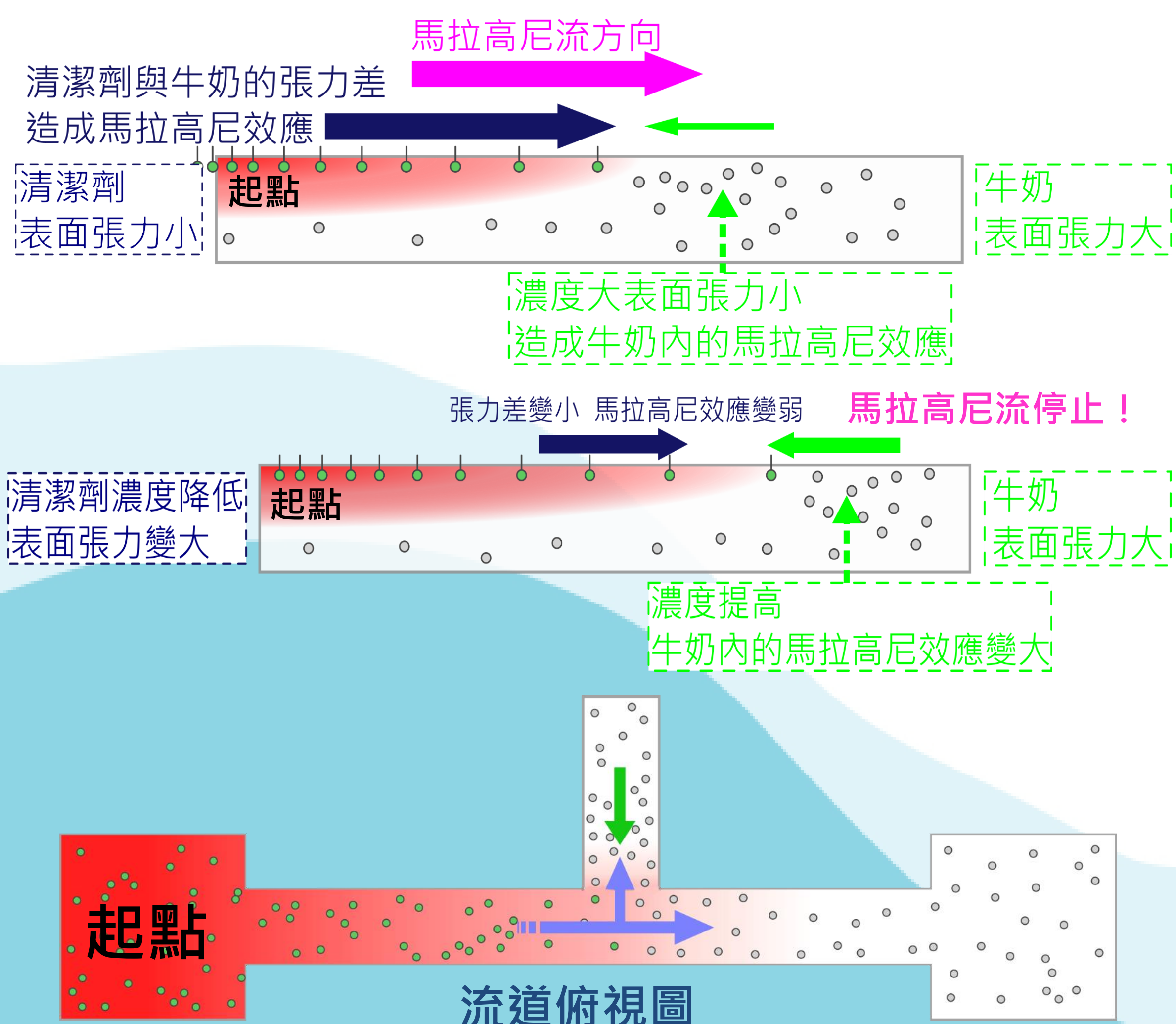


1. 岔路後方的面積較大，傾向選擇後方。
2. 主流速度皆大於兩側分流。
3. 過彎、叉路前，流速「先升後降」。
4. 距起點近，選擇不明確，形成樹形狀態。



選擇總面積大的一條路，並非一定會往終點流動。本實驗稱其為無解流道。

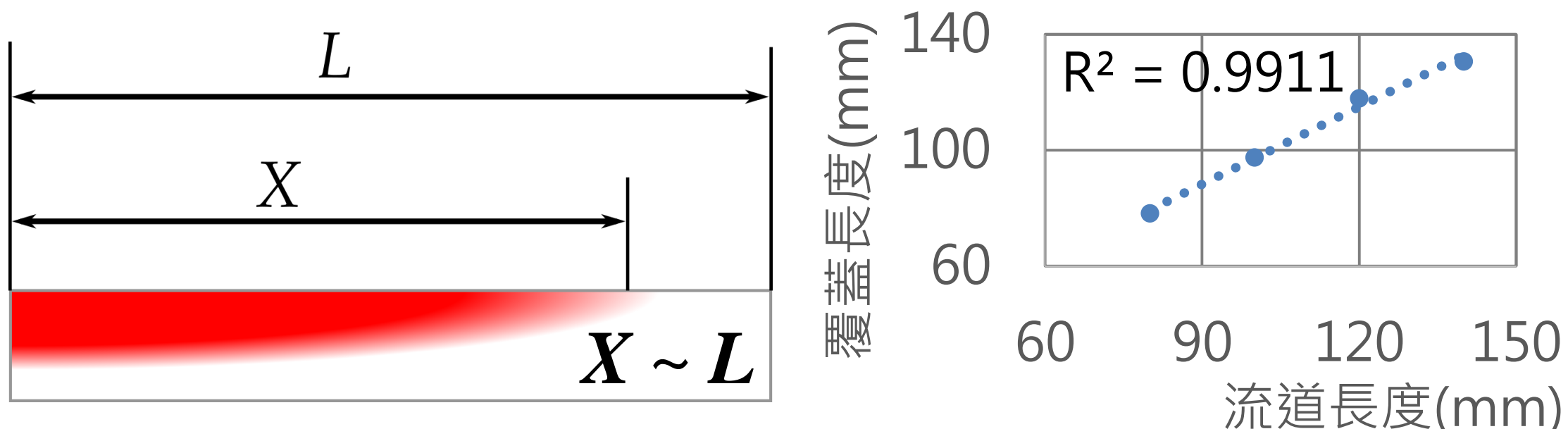
「色素無法抵達流道末端」與「流道選擇機制」原因
外源性大馬拉、內源性小馬拉模型



經歸納後平均速度之變因與示意圖如下：

$$\bar{v} \sim \frac{H\Delta\sigma\sqrt{A}}{\mu L}$$

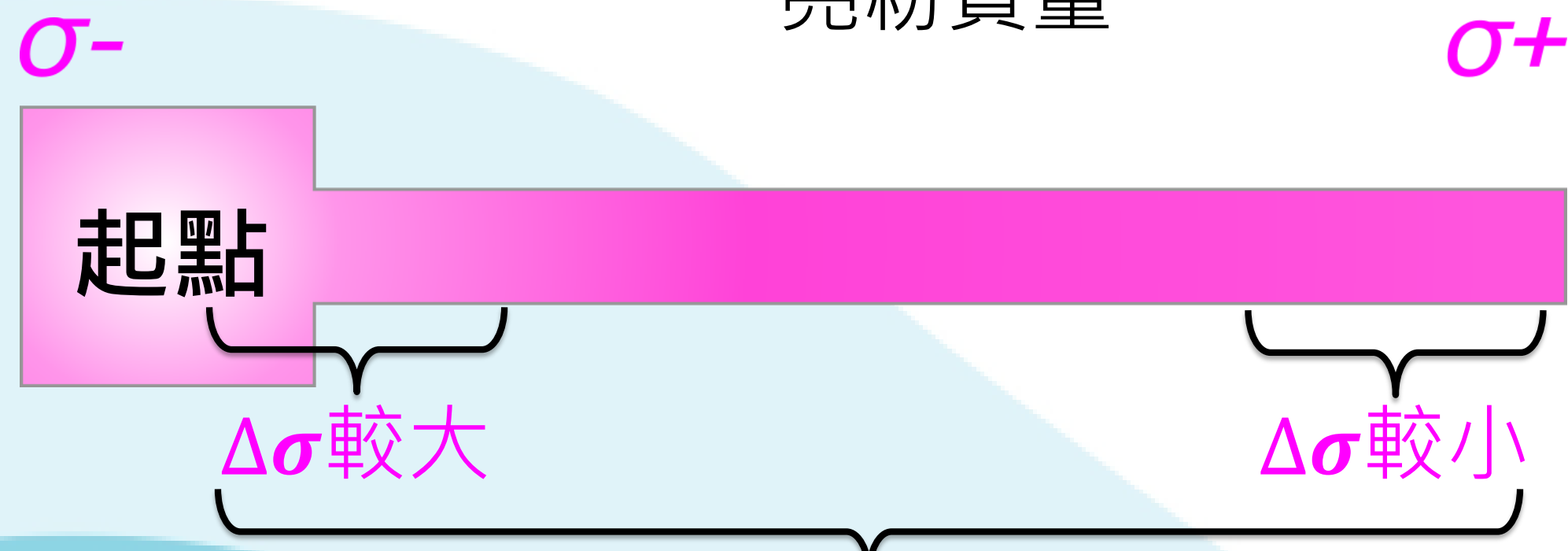
且色素覆蓋長度正比於流道長度。



表面張力的分布狀態對馬拉高尼流的影響

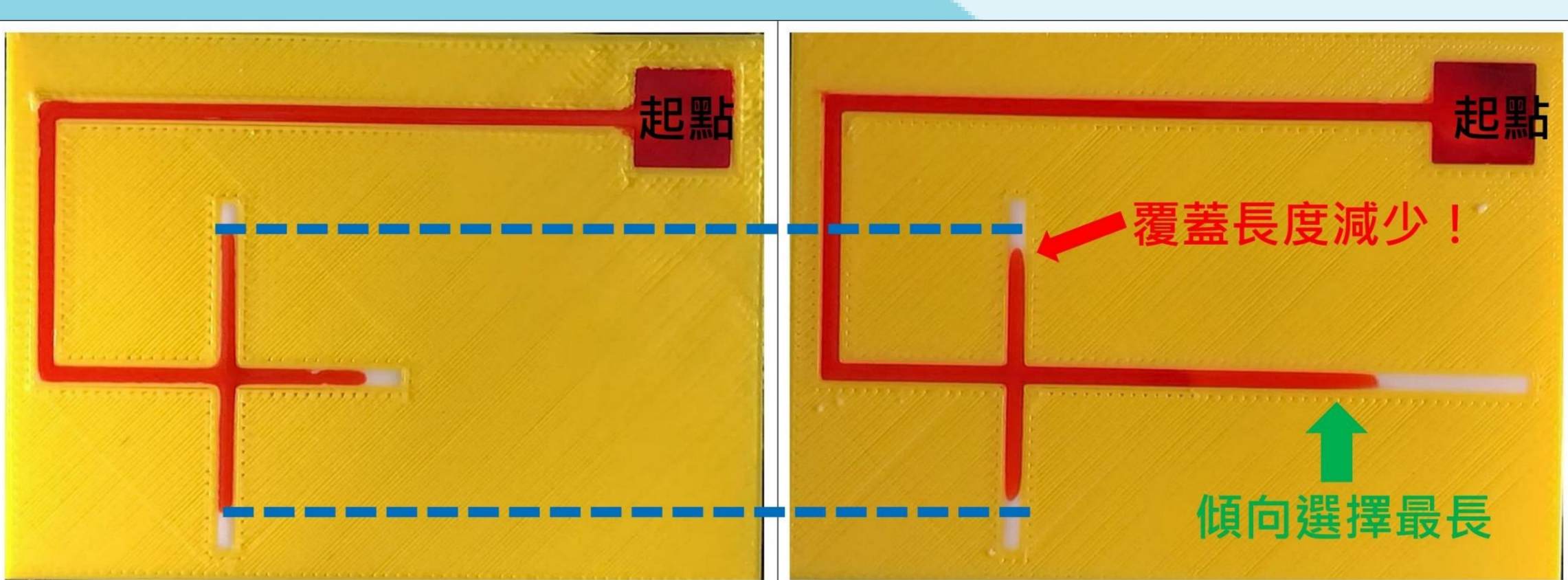
測量不同質點的加速度，反推表面張力的分布。

$$\text{加速度} = \frac{\text{表面張力梯度造成的觸發力} - \text{黏滯力}}{\text{亮粉質量}}$$



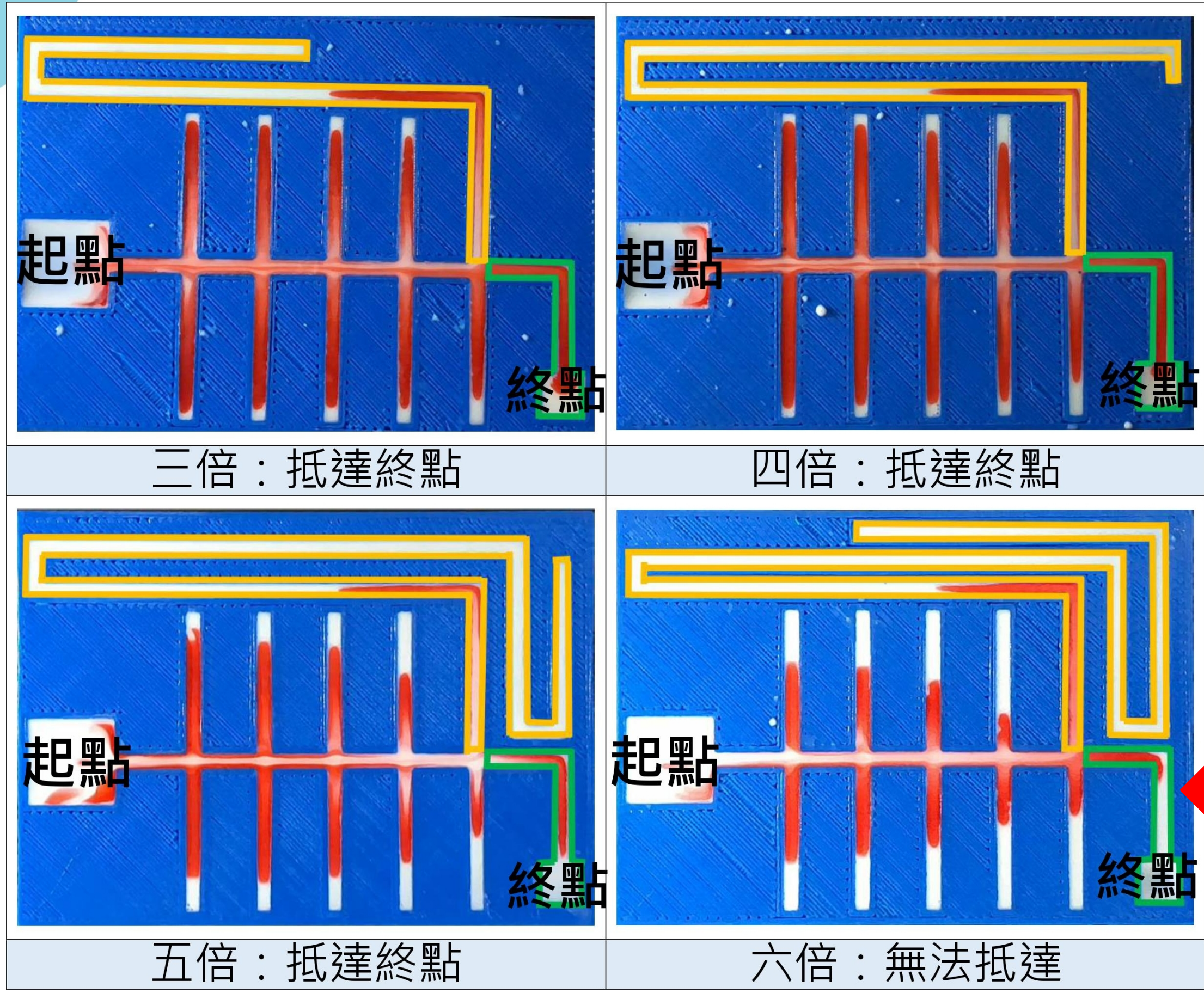
Marangoni flows的流道選擇

流道分叉及終點面積對流道選擇的影響

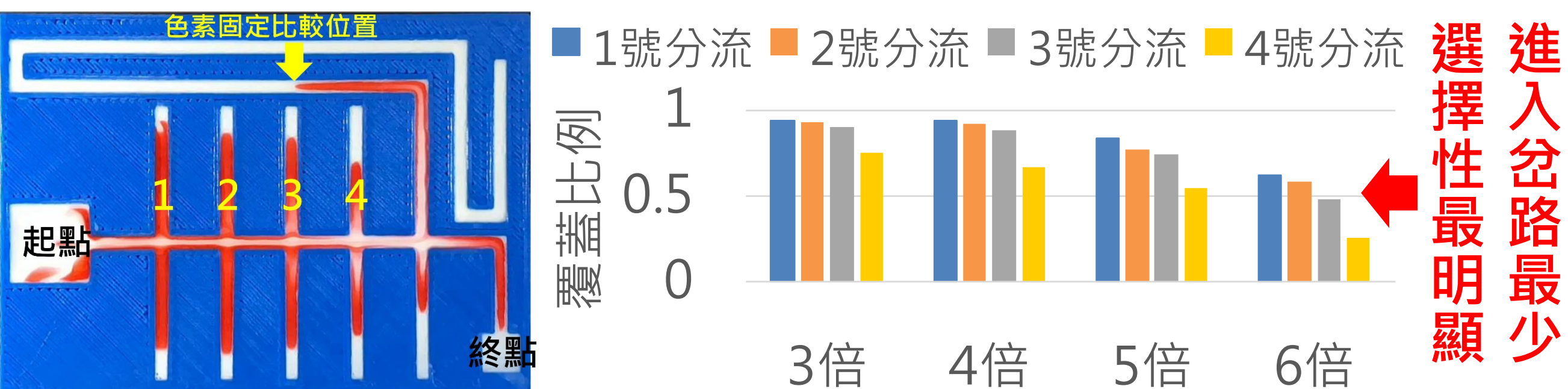


色素選擇長度最長的岔路。

無解流道對馬拉高尼流的影響

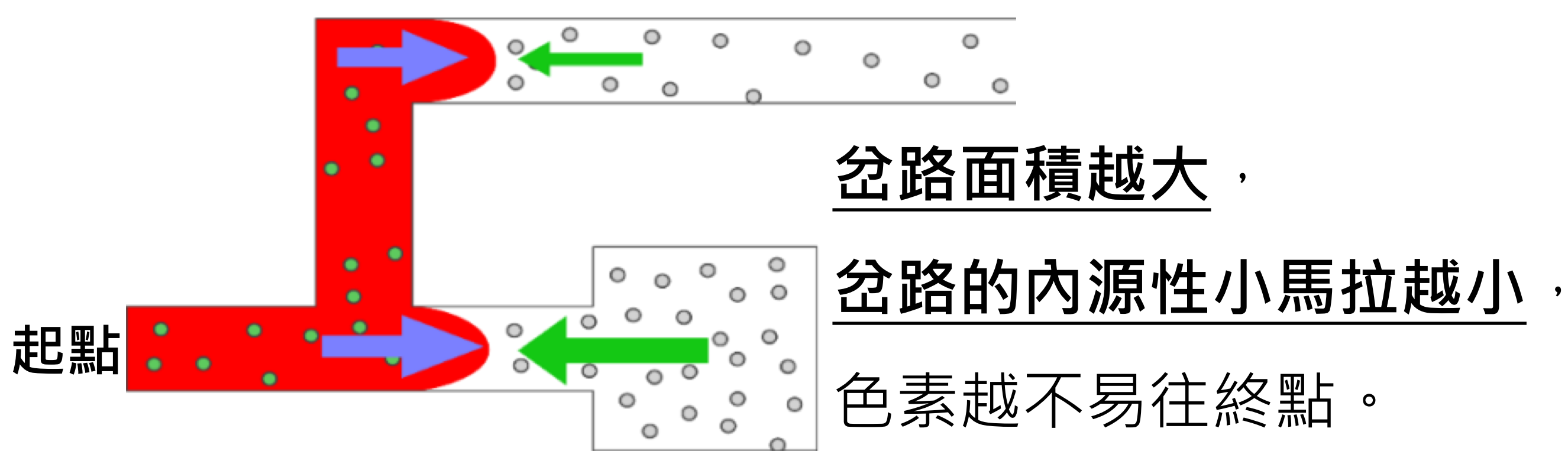


無解流道

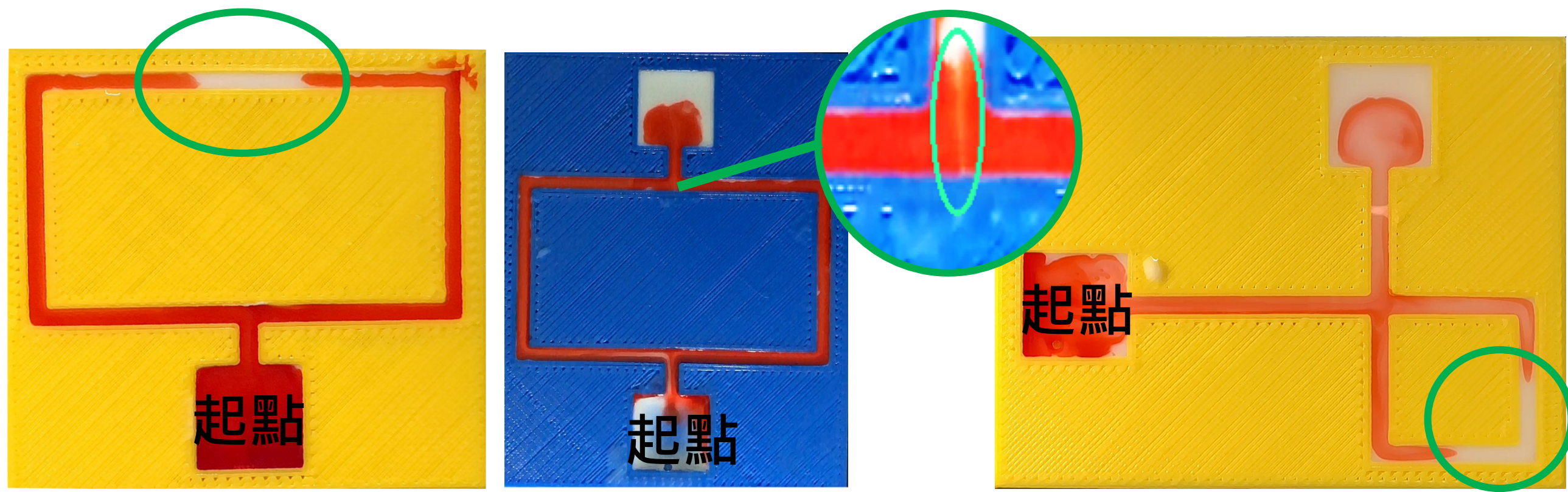


固定色素比較位置，比較不同岔路的色素覆蓋比例：
後方岔路面積越大，進入兩側岔路越少，**選擇性佳**。

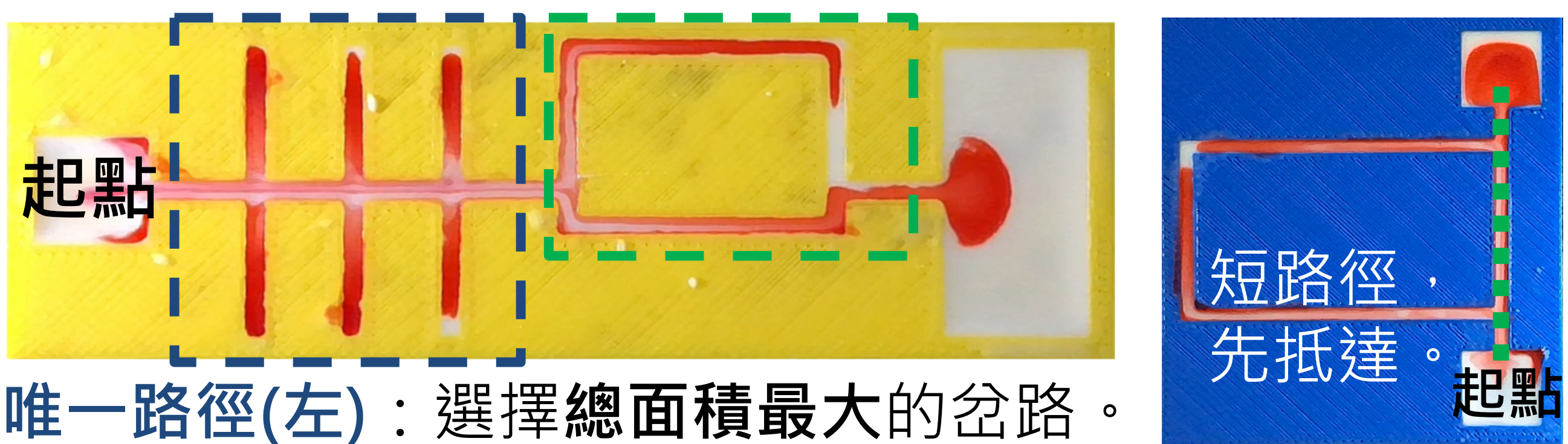
無解流道形成之原因探討



簡單幾何流道對流道選擇的影響

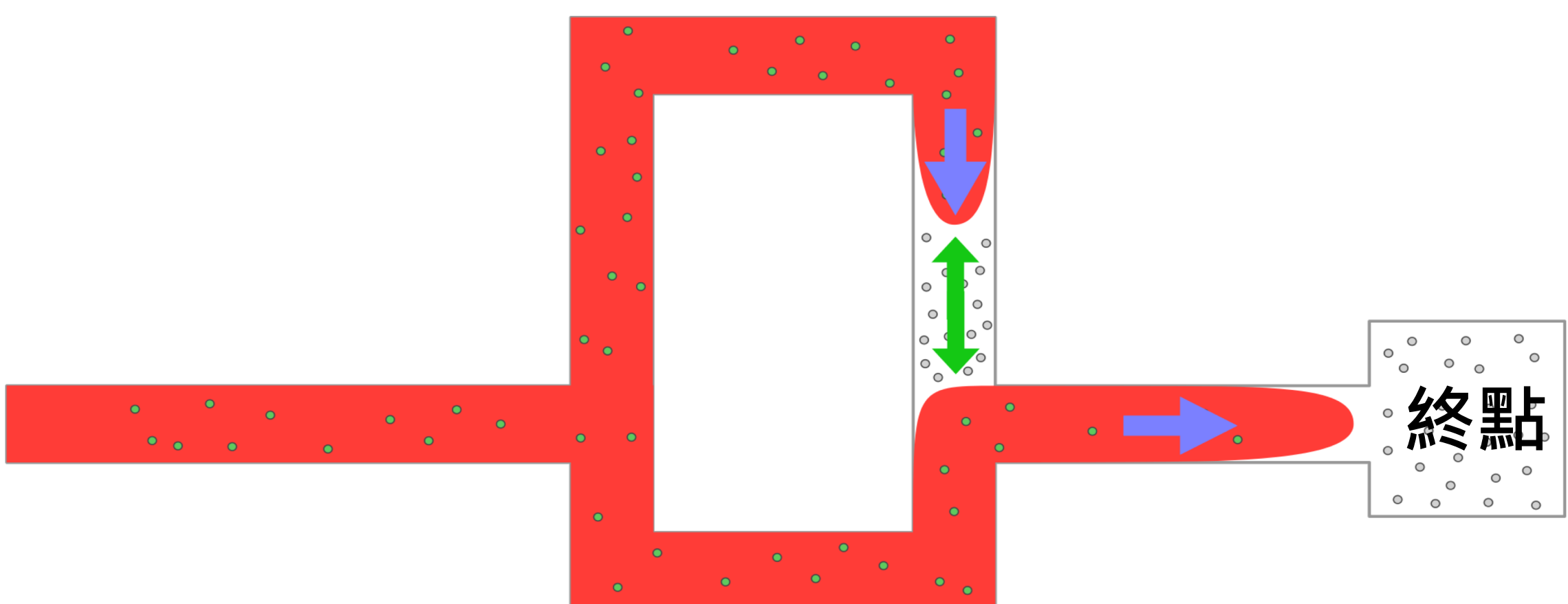


因內源性小馬拉阻力，不相遇、不匯流，形成空白區域。



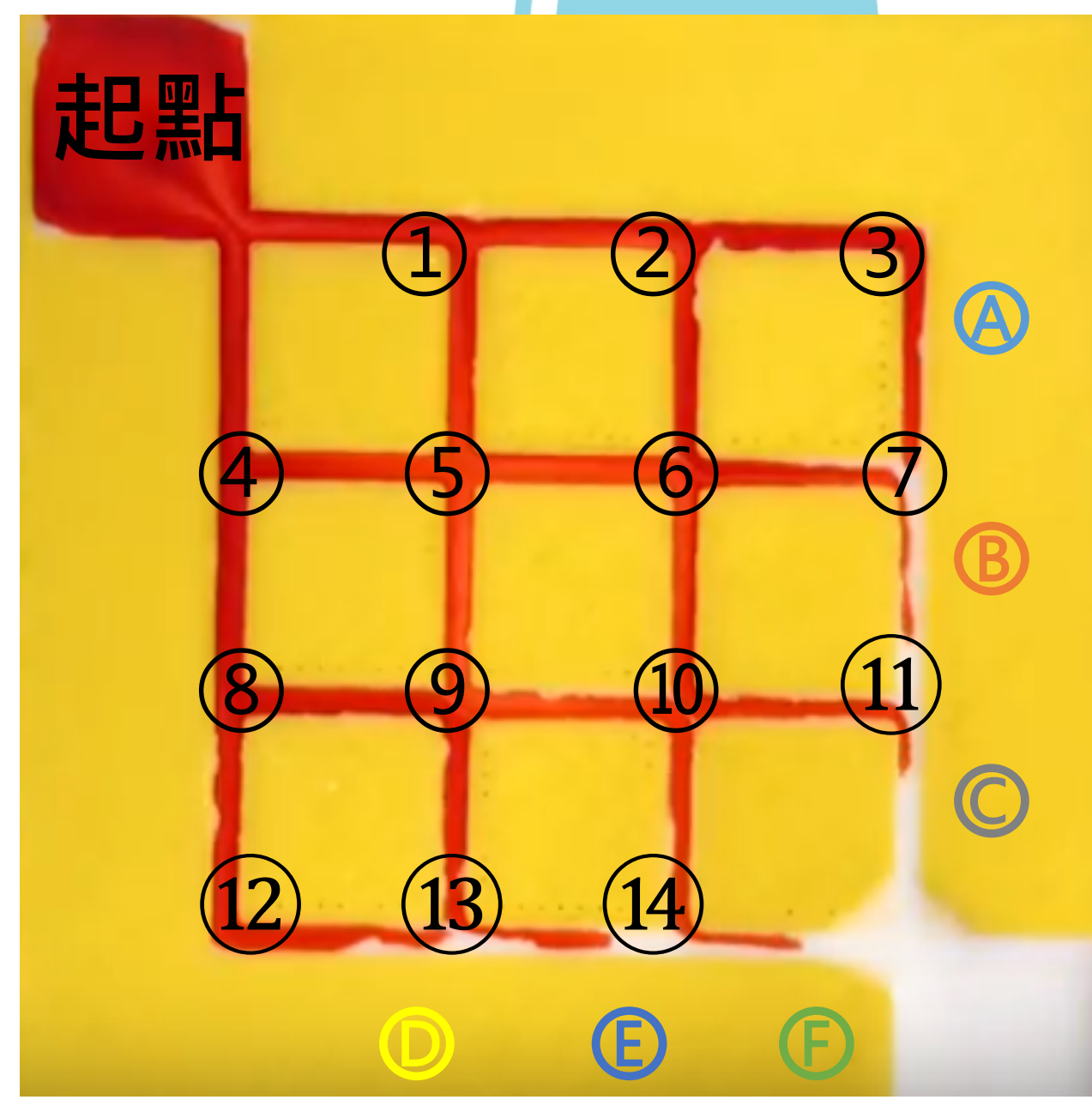
唯一路徑(左)：選擇**總面積最大**的岔路。
多重路徑(右)：選擇**最短路徑**抵達終點。

路徑選擇原因探討



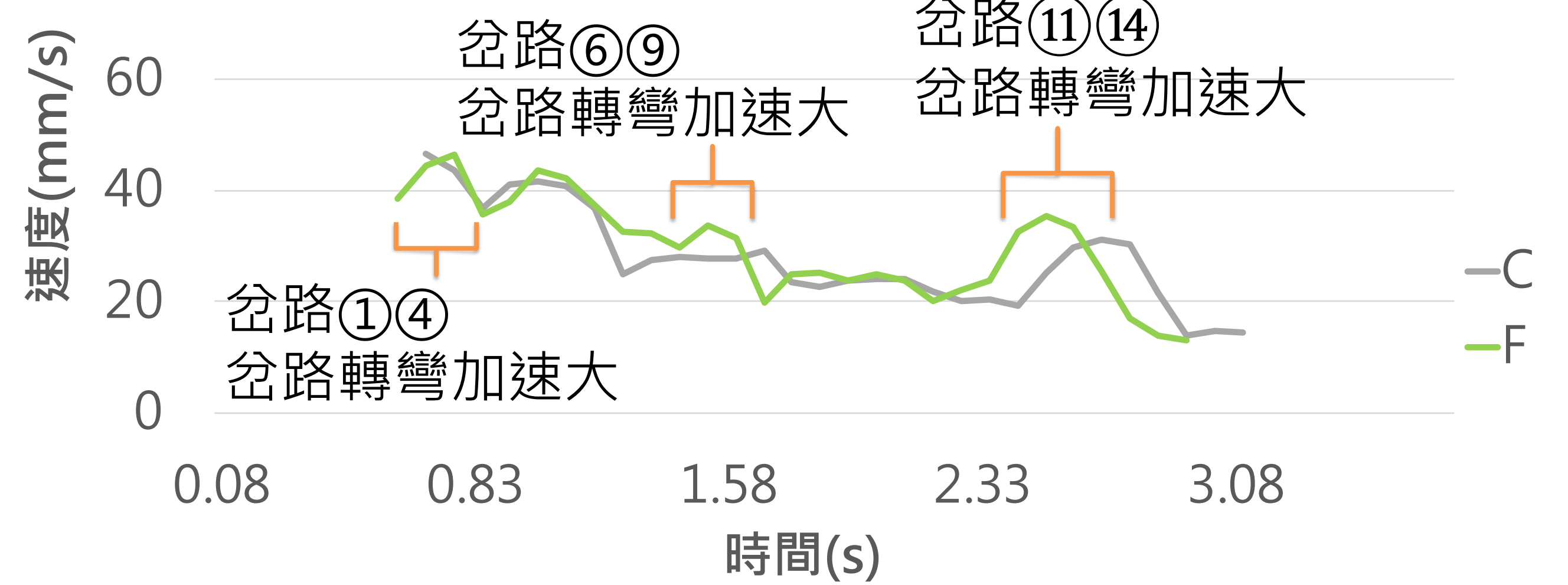
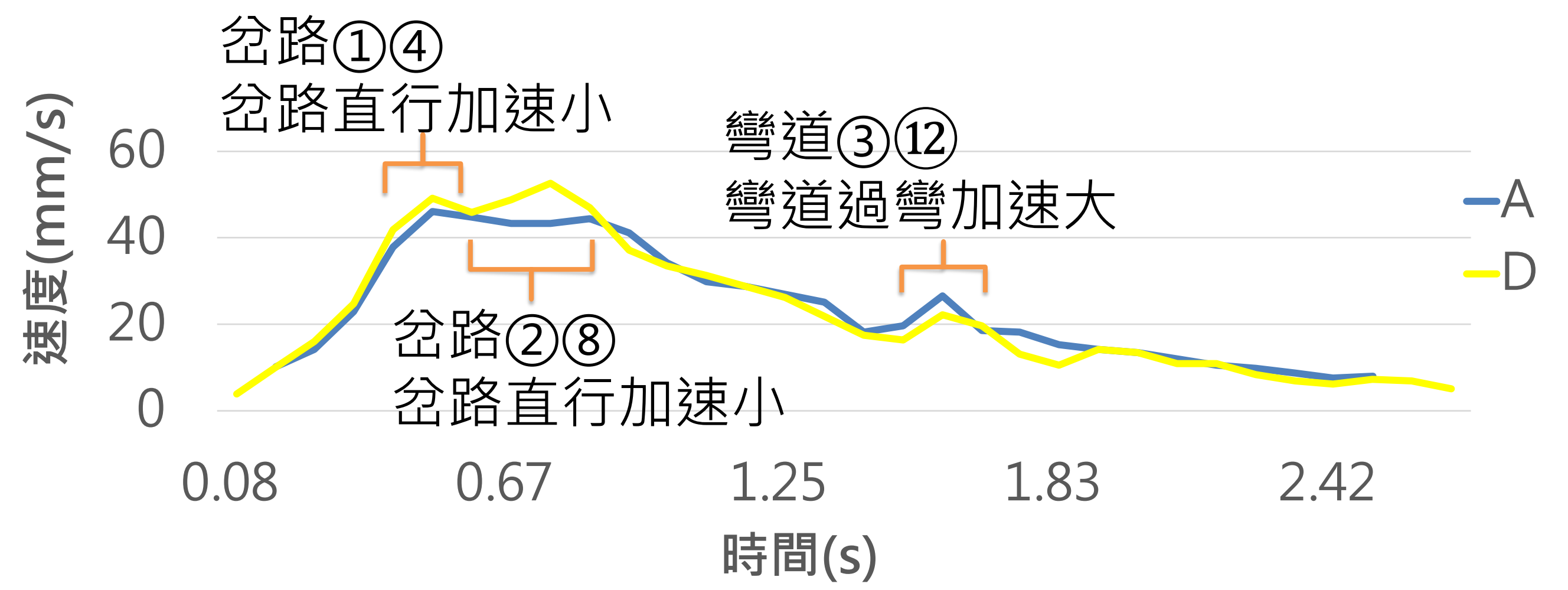
較短路徑的色素先抵達終點，並於另一岔路末端產生內源性小馬拉，對較長路徑的色素形成阻力。

路徑型態	唯一路徑	多重路徑
色素行為	選擇最長 (面積最大)的岔路	選擇最短 (面積最小)的路徑

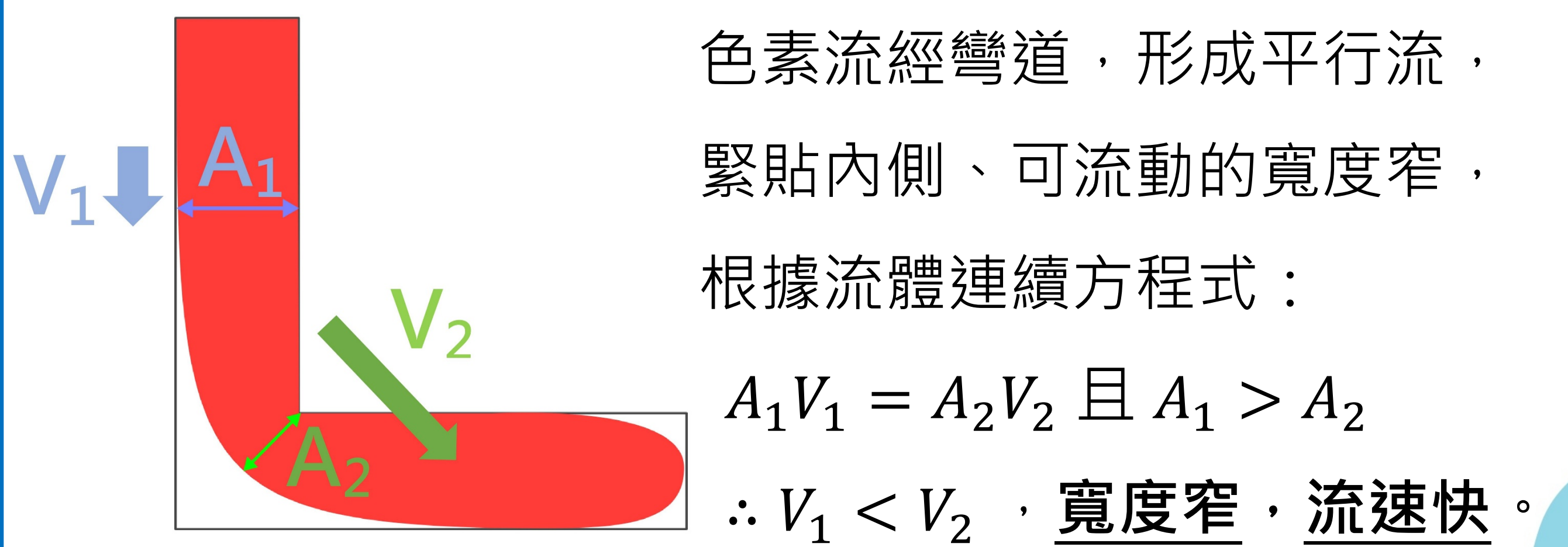


色素於彎道、岔路前，
流速「**先升後降**」。

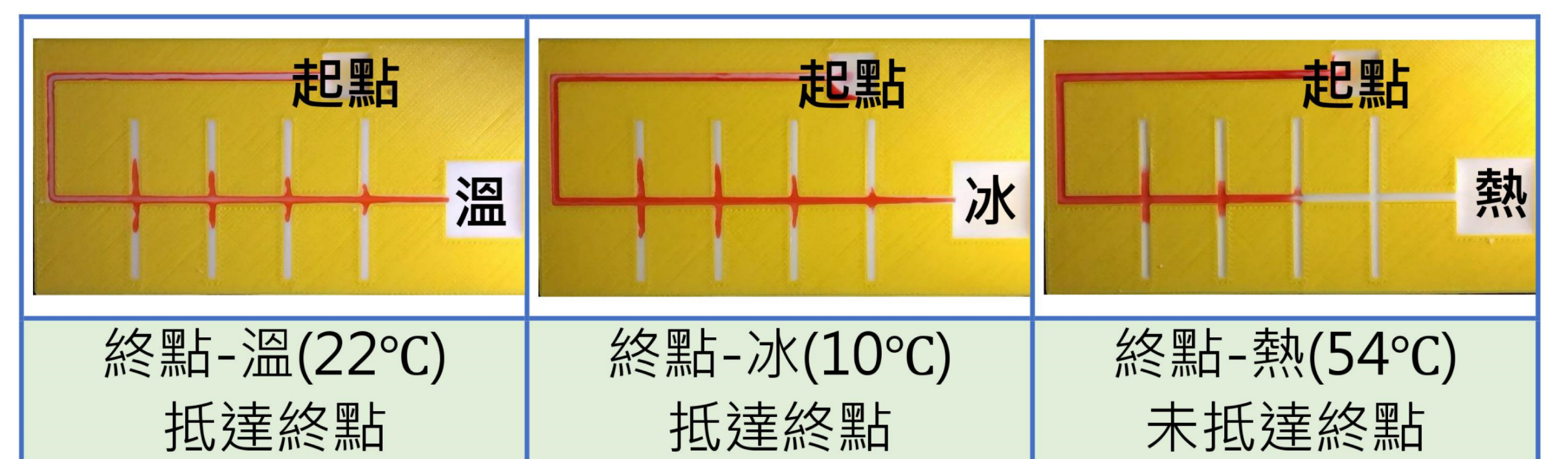
1. 選擇直行：
岔路前的加速較小。
2. 選擇轉彎：
岔路、彎道前加速大。



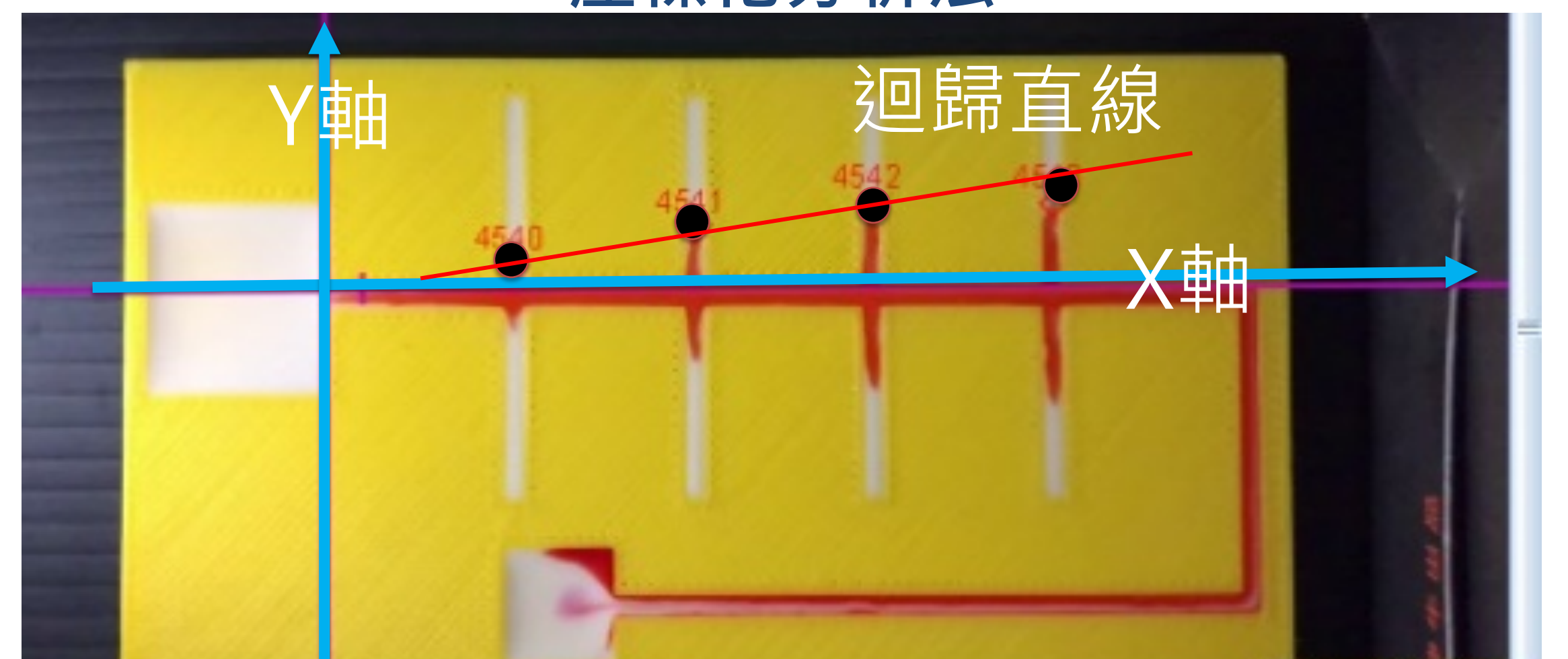
過彎加速之原因探討



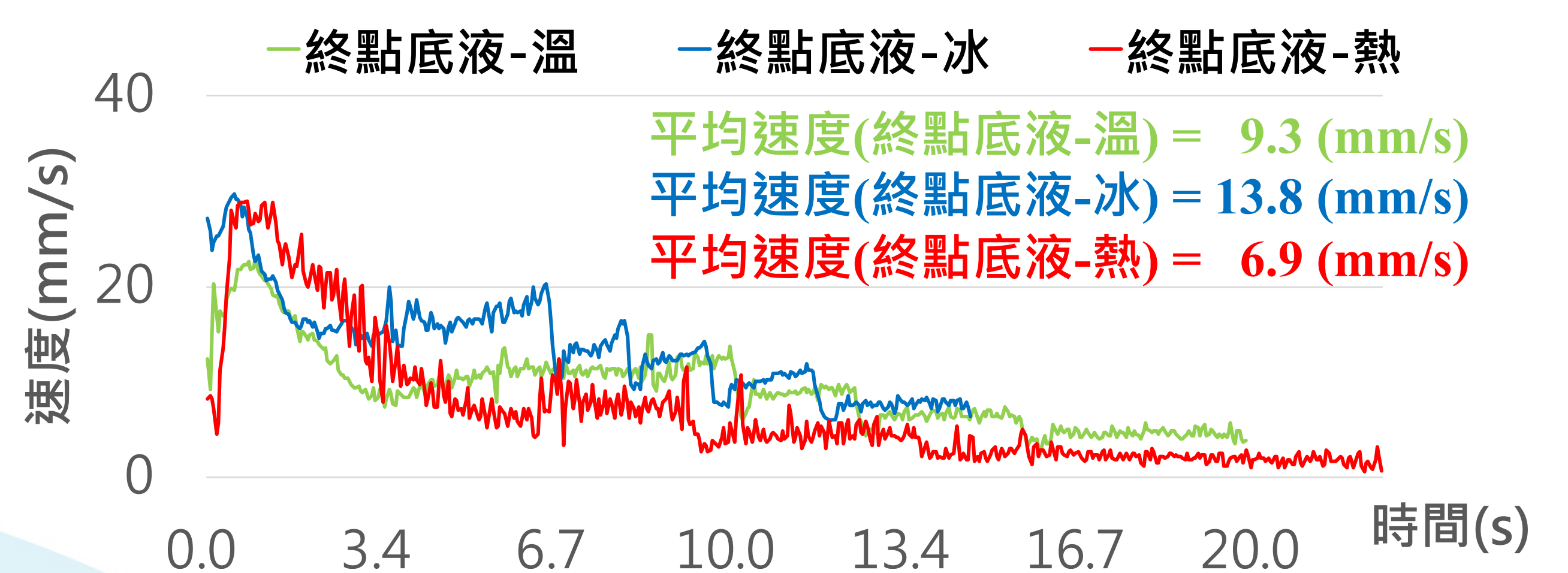
改變溫度對Marangoni flows流道選擇的影響分析



座標化分析法



迴歸直線斜率越小，**選擇性越佳**。

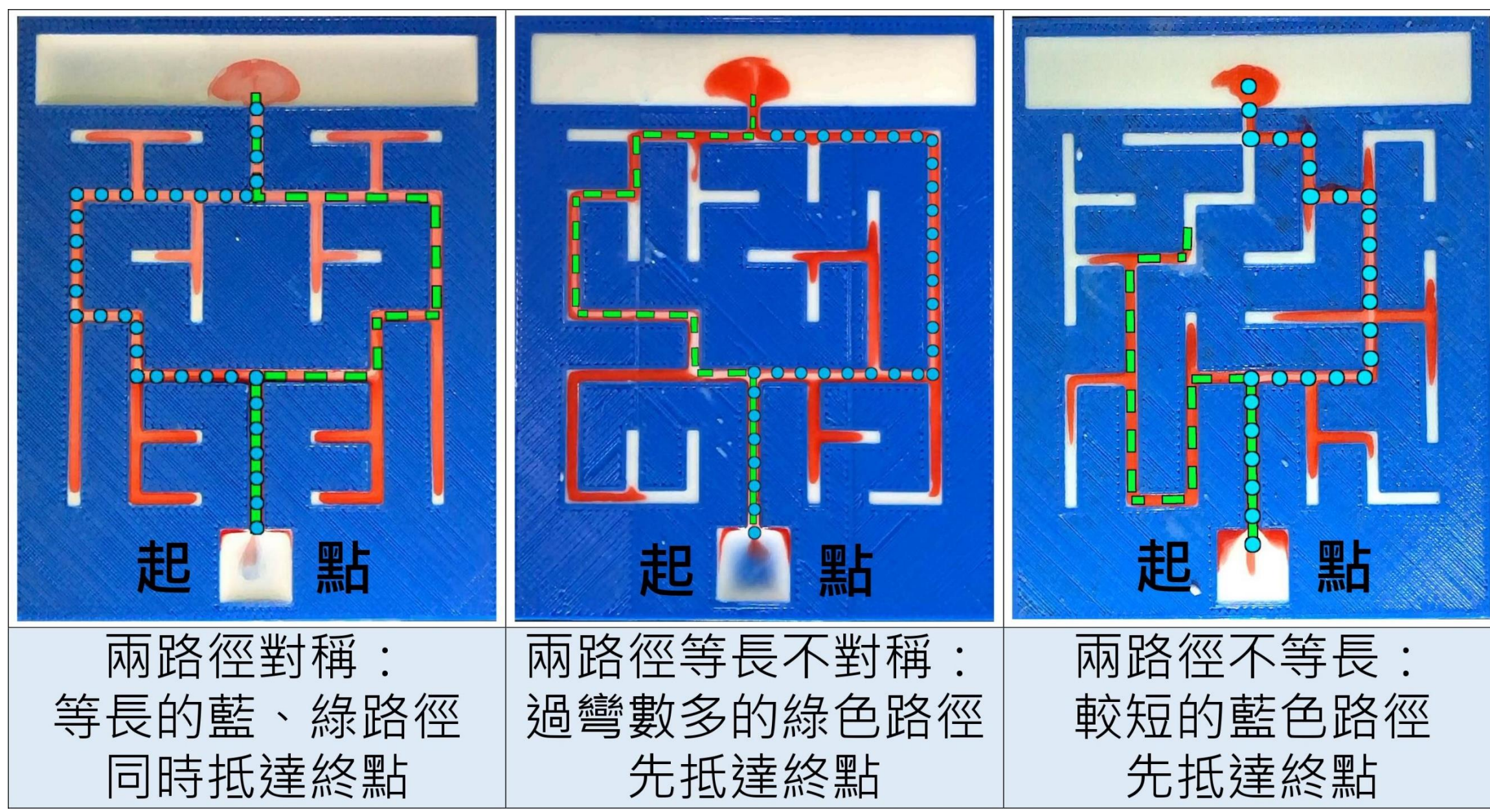


溫度低，張力差大，流速快。

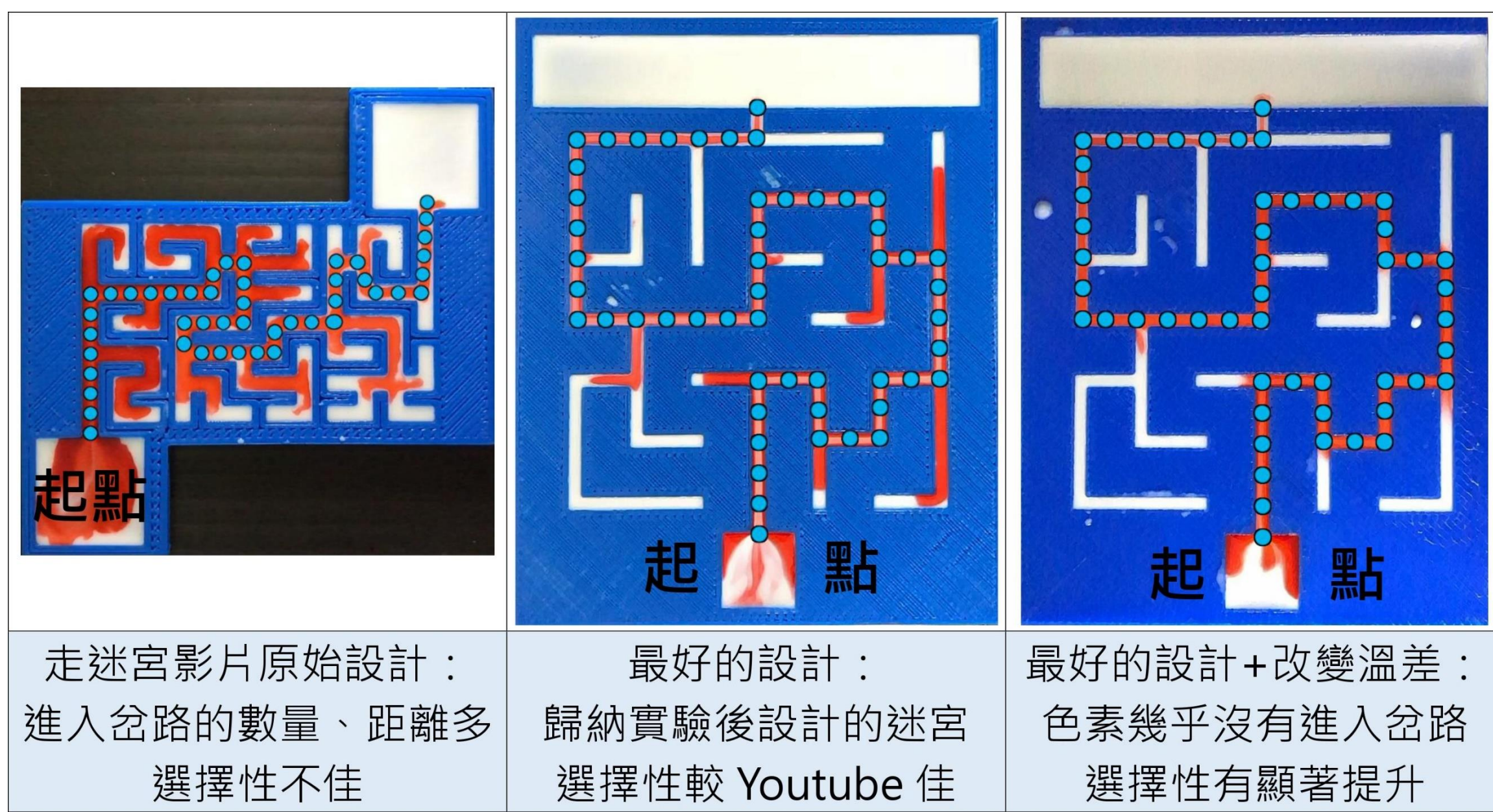
選擇性：冰 > 溫 > 熱。

Marangoni flows的生存遊戲 - 設計有解迷宮

多重路徑迷宮的設計分析



唯一路徑迷宮的設計分析

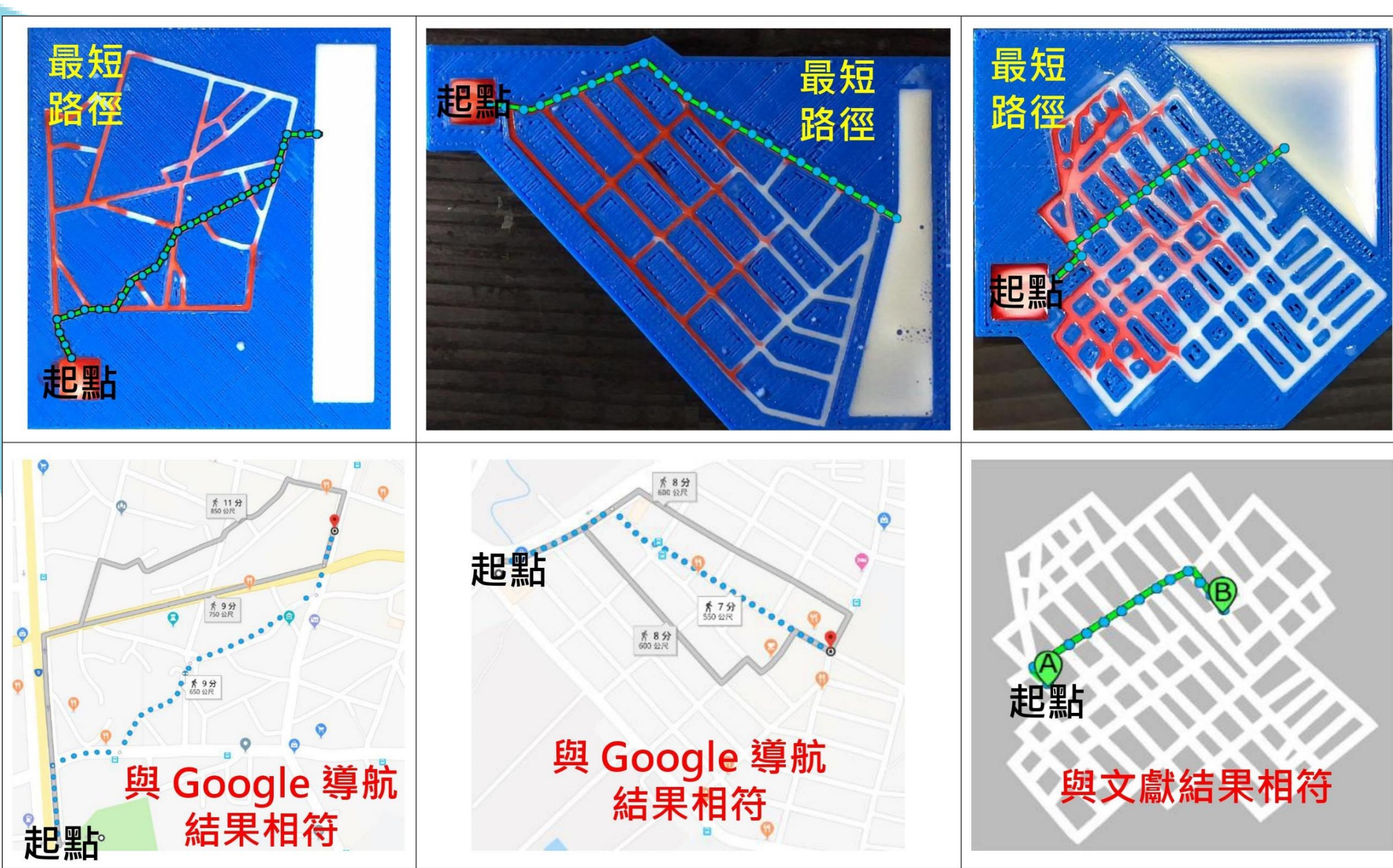


設計迷宮的思路

1. 岔路需要與起點有一定距離。
2. 岔路的長度、面積不宜過大。
3. 擴大起終點間的表面張力差。

Marangoni flows的應用 - 液動導航

液動導航 v.s. Google 導航



走最短路徑，符合Google 導航與參考文獻。



非最短路徑，不符合Google 導航及參考文獻，色素因過彎加速，由最速路徑最快抵達終點。

液動導航模式分析

導航模式	最佳路徑		
	1.最短路徑模式	2.最速路徑模式 (通常是次短路徑)	
色素行為	選擇最短路徑的色素會最早抵達終點	選擇的路徑彎道多，過彎加速次數較多，色素較快抵達終點。	
道路狀態	一般常見道路	棋盤狀或大量過彎的道路	

液動導航的擬計算機化 - 修正A*演算法導入Python模擬導航

引入A*演算法： $F = G + H$

G(移動代價)：當前方格至指定方格移動總距離。

H(估算代價)：指定方格至終點方格的橫向移動代價與垂直移動代價總和。

F(評價分數)：分數越低，即為較佳的路徑選擇。

發現液動導航與Google導航，兩者在演算規則上存在著根本差異。

液動導航	Google 導航
彎道優先：轉彎的移動代價降低	直行優先：轉彎的移動代價提高

再將演算邏輯寫入Python模擬導航。

液動導航	Google 導航

修正 A*演算法的概念引入 Python 並執行驗證，與液動實驗及 Google 導航操作的結果相符。

最後，以程式來預測 mxn(非正方形)棋盤格的液動導航與Google導航結果。

預測 mxn 棋盤格液動實驗及 Google 導航操作，結果一致，效果良好。

修正A*演算法、給予參數並進行預測是可行的。若能將參數的給予更加精緻，想必也能以此「預測」甚至「操縱」流體的路徑選擇，進而應用在更多不同的領域之上。