

# 中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

國中組 物理科

佳作

030111

偏振光調控銅化合物顏色的機制與探討

學校名稱：臺北市立石牌國民中學

作者： 國三 陳烜佑	指導老師： 陳居仁 黃婷圓
---------------	---------------------

關鍵詞：銅化合物、偏振光、互補色

## 摘要

入射光的偏振態、線偏振角度及波長與銅化合物產生反射橢圓偏振光有關；位置分析點 1398 ~ 點 1455 之間銅化合物種類多，各位置分析點的 RGB 光強度比例變化、橢圓長軸角度不同、橢圓短軸偏光透光率差異性，是造成銅化合物顏色變化及色彩的移動主因。位置分析點 1455，線偏振 + 45 度入射，析光片轉 85 度，紅光與藍光光強度比例會互換，銅化合物有類似互補色的顏色變化。位置分析點 1398，圓偏振光入射，紅光與藍光的橢圓長軸角度差 70 度，橢圓短軸偏光透光比例值相同，析光片轉 70 度，銅化合物會出現互補色。利用光強度方程式畫出模擬曲線圖與實驗反射光強度比例分布圖比較，若曲線符合，可證明設定的  $E_{0y}$ ，輸入的  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數無誤，得出相位差  $\delta$ 。

## 壹、研究動機

八年級下學期，老師教到理化第二章時提到，銅氧化後會變成黑色的氧化銅。但在實驗課加熱銅片的實驗中發現，加熱後的銅片上竟出現條紋狀的色彩。將此加熱後的銅片放在液晶螢幕前，透過偏光片觀察時發現，旋轉偏光片，加熱後銅片上的色彩竟然會有移動的現象，引發我的好奇心，想知道銅片上色彩的移動與偏振光有何關係？

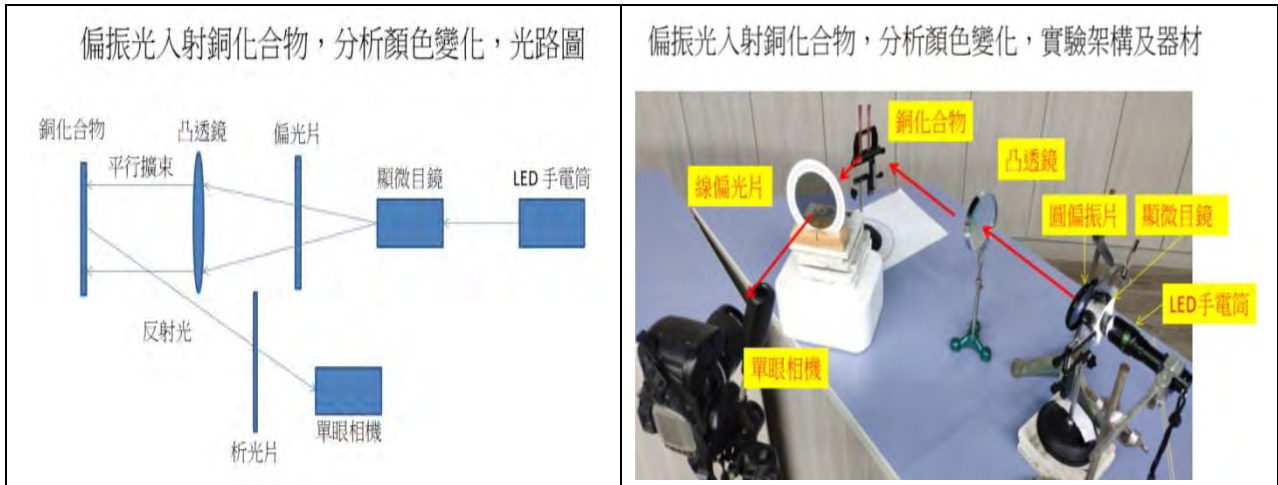
## 貳、研究目的

- 一、研究線偏振光源下，銅化合物條紋的顏色變化與 RGB 偏極化的關係？
- 二、研究圓偏振光源下，銅化合物條紋的顏色變化與 RGB 偏極化的關係？
- 三、程式模擬銅化合物反射光的強度比例分布圖，可得反射光的電場振動方向(X-Y 平面)

$$\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}，進而得出相位差 \delta。$$

## 參、研究設備與架構






### 一、平行偏振光照射銅化合物條紋，實驗架構與設備



## 肆、研究原理及步驟

### 一、研究原理

#### (一)銅化合物相關顏色

銅化合物	顏色	銅化合物	顏色
$Cu$		$Cu_2O$	
$CuO$		$Cu(OH)_2$	
$Cu(OH)_2 \cdot CuCO_3$			

#### (二)偏振光

- 光在自然界是以光波形式呈現，光波的向量特性是以光波的偏振(電場方向)來表示。若光波沿 Z 軸方向前進；則電場振動方向(X-Y 平面)可表示為

$$\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}$$

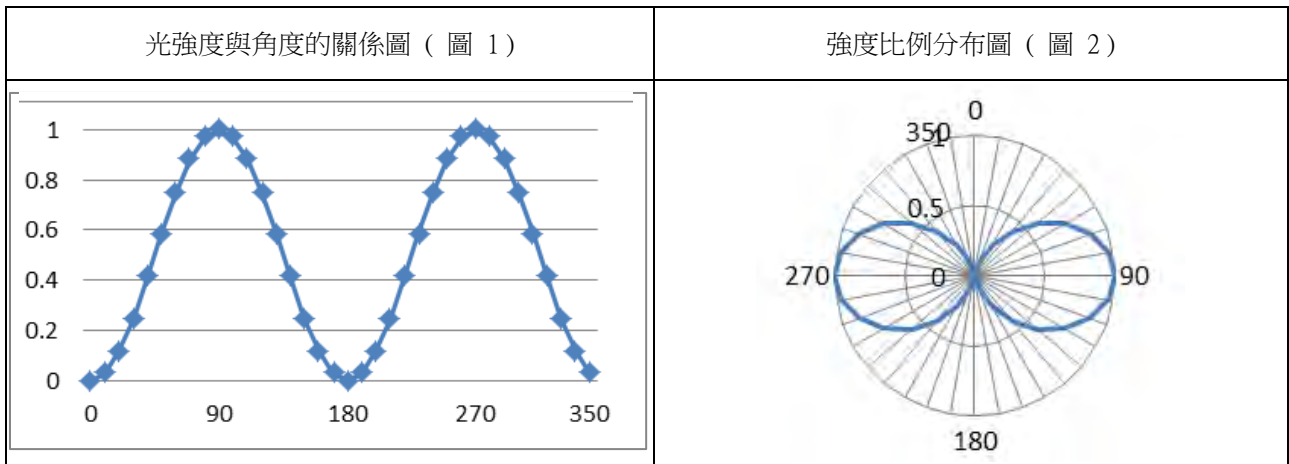
(  $\omega$  : 角速度 、  $\delta_x$  : x 方向的相位 、  $\delta_y$  : y 方向的相位 )

- 光強度 I 為 電場 E 的平方值  $I(t) = (\vec{E}(t))^2$

- $E_{0y} = 0$  為水平方向的線偏振光  $\longleftrightarrow$

(1) 電場振動方向(X-Y 平面)可表示  $\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t) \hat{i}$

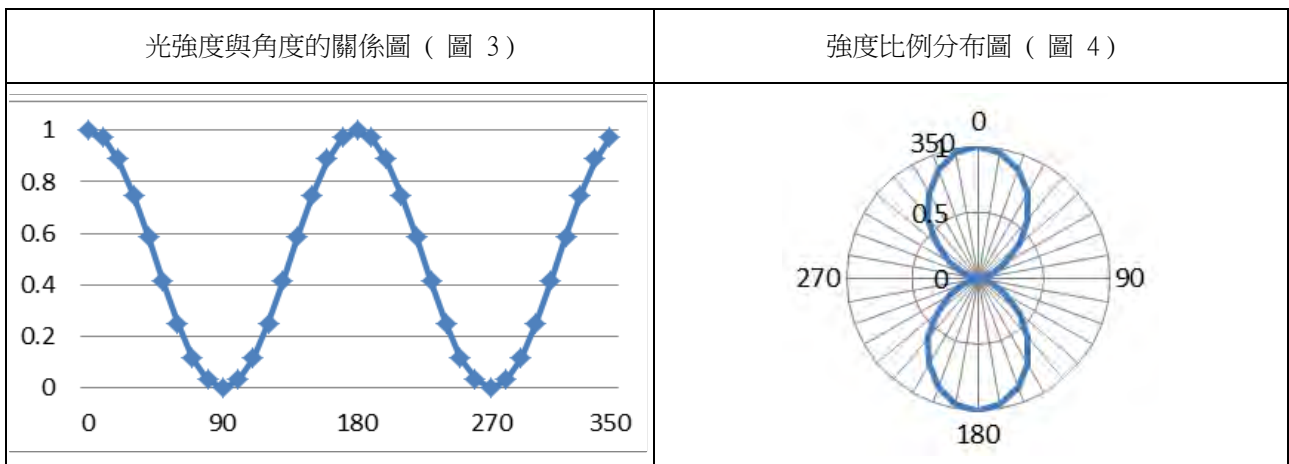
(2) 光強度與角度關係圖、強度比例分布圖



4.  $E_{0x} = 0$  為鉛直方向的線偏振光

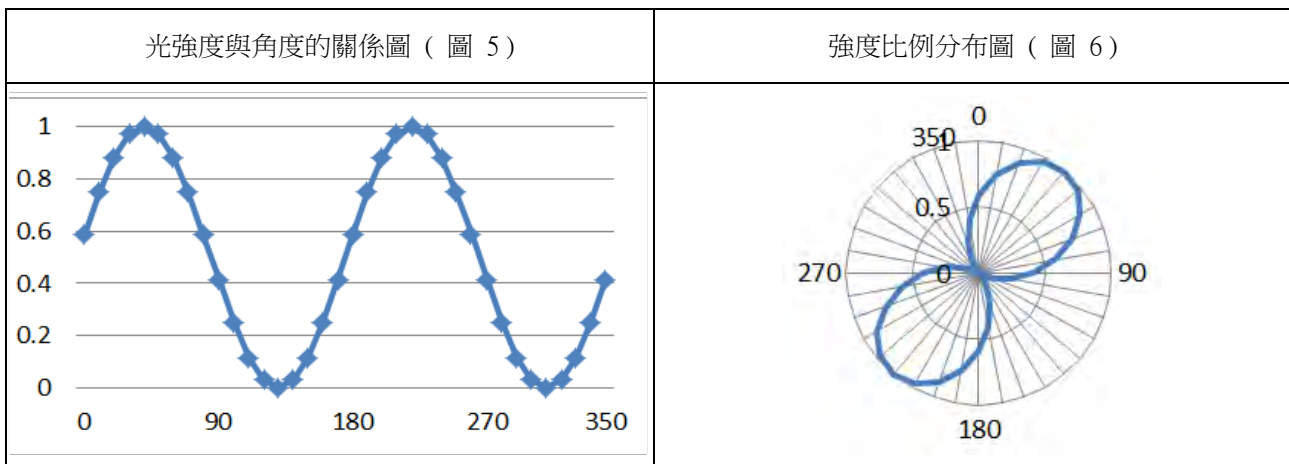
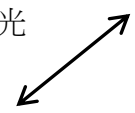
(1) 電場振動方向(X-Y 平面)可表示  $\vec{E}(t) = E_{0y} \cos(\omega t) \hat{j}$

(2) 光強度與角度的關係圖、強度比例分布圖



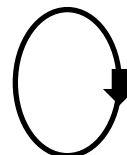
5.  $E_{0y} = E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = 0$  為 +45 度方向的線偏振光

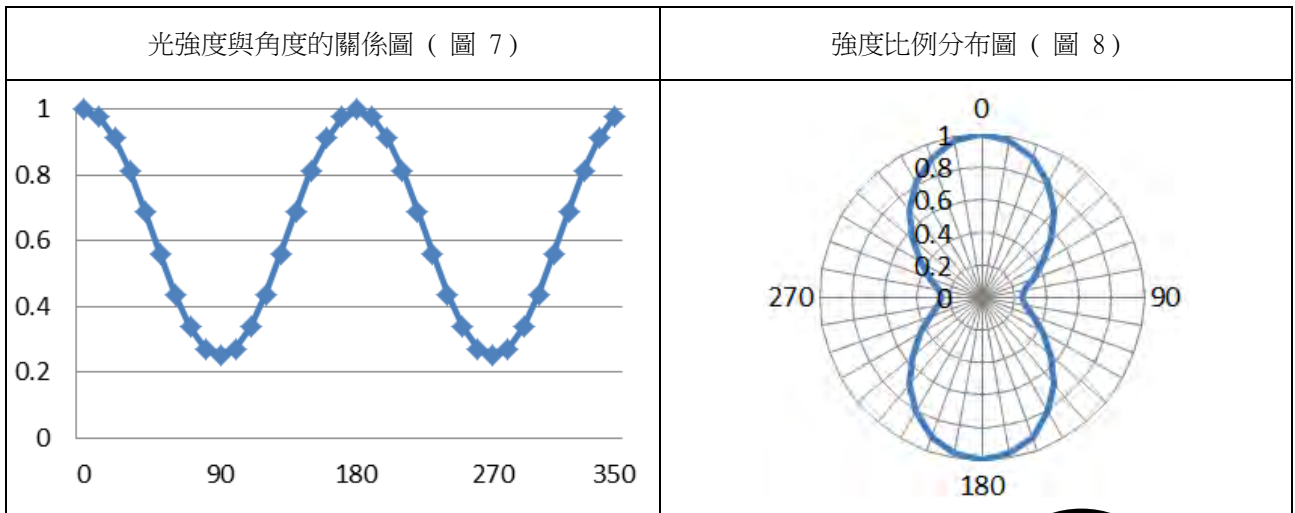
(1) 光強度與角度的關係圖、強度比例分布圖



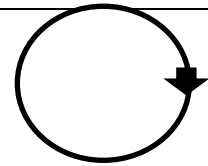
6.  $E_{0y} > E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$  為右旋橢圓偏振光

(1) 光強度與角度的關係圖、強度比例分布圖

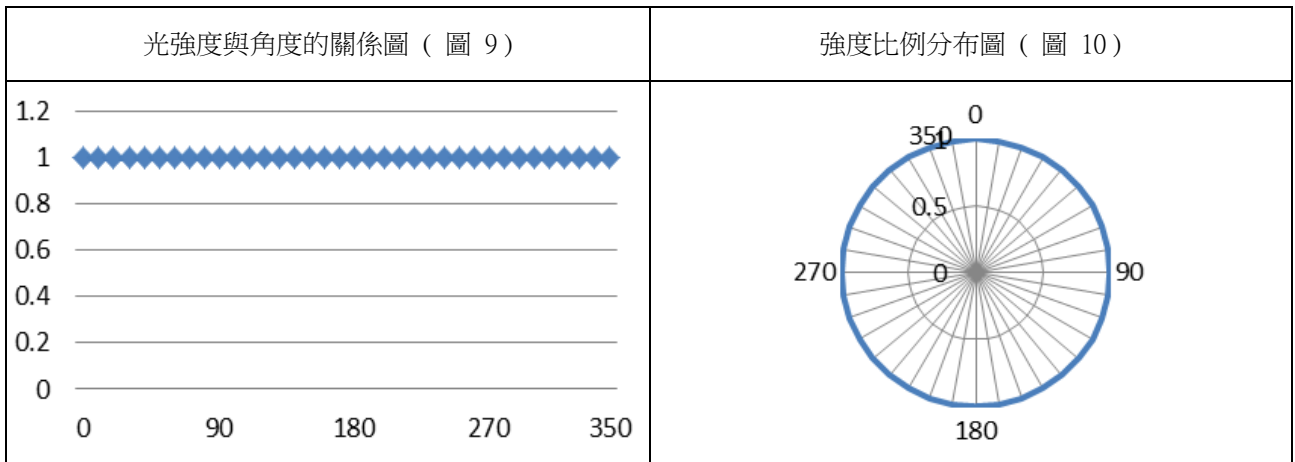




7.  $E_{0y} = E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$  為右旋圓偏振光



(1) 光強度與角度的關係圖、強度比例分布圖

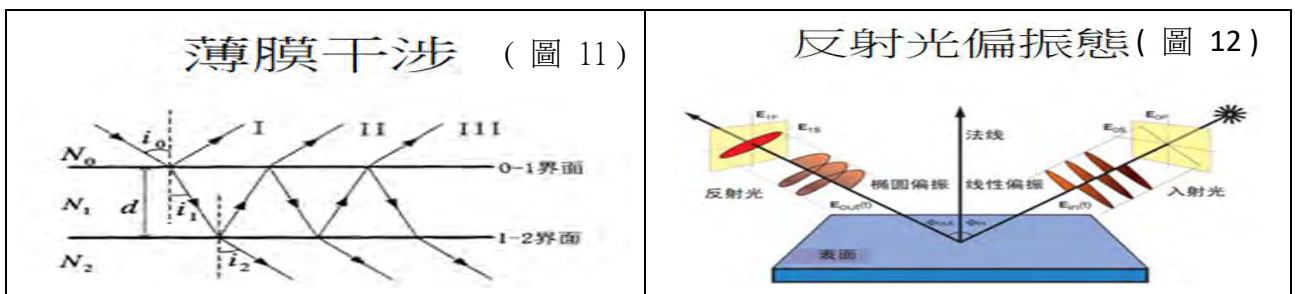


### (三)反射光偏光原理

1. 入射光經由介面形成反射光，經由介面條件可得出介面的平行入射面  $r_p$  與垂直入射面  $r_s$  的比值與相位差  $\delta = \delta_y - \delta_x$

$$\text{公式： } \frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)} = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}$$

2. 反射光偏振態示意圖



(四)光強度方程式： $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 \hat{i} + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2 \hat{j}$

## 二、實驗步驟

### (一)加熱銅片

- 1.銅片用銅油將表面鏽斑清除，用水清洗，晾乾。
- 2.用隔熱石膏墊夾住，以酒精燈加熱 30 秒

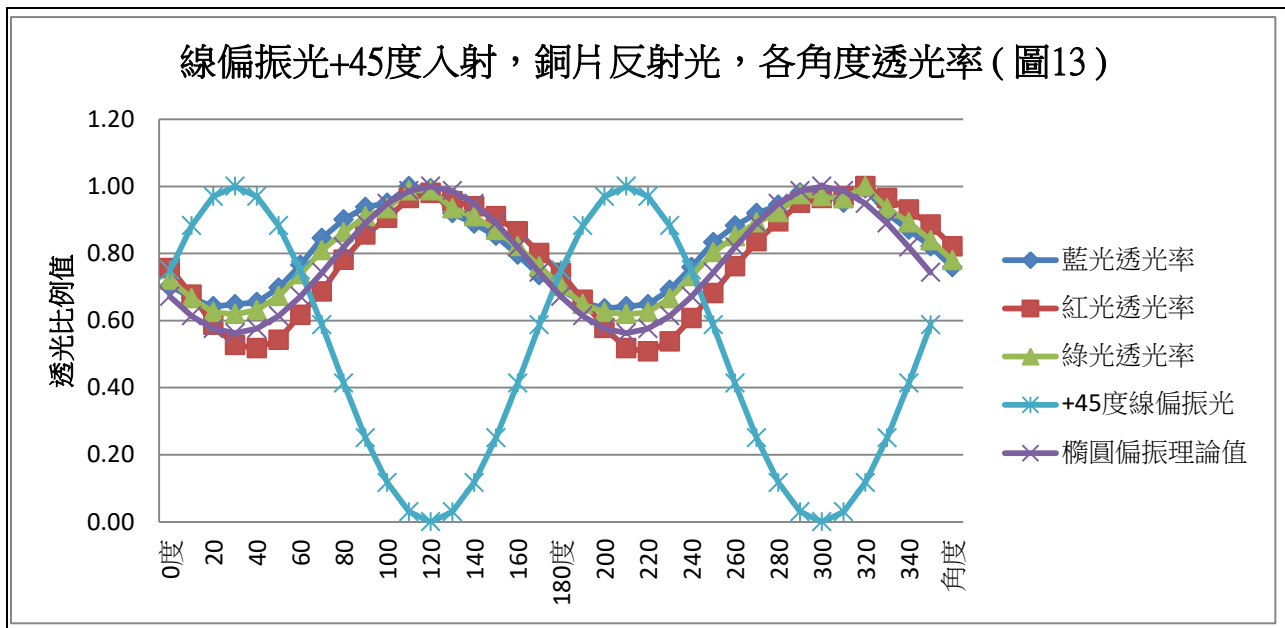
### (二)偏振光為光源，研究銅化合物條紋變化

- 1.以 LED 手電筒為光源
- 2.通過由顯微目鏡與凸透鏡所構成的擴束系統
- 3.固定偏光片的角度在 0 度
- 4.光通過偏光片後照射到銅化合物上，照相角度為 50 度，相機透過析光片，每隔 5 度照相，析光片旋轉 360 度、存檔、分析。
- 5.偏光片定在 90 度、+45 度、-45 度，重複步驟 3、步驟 4。
- 6.以圓偏振光為光源，重複步驟 3、步驟 4。

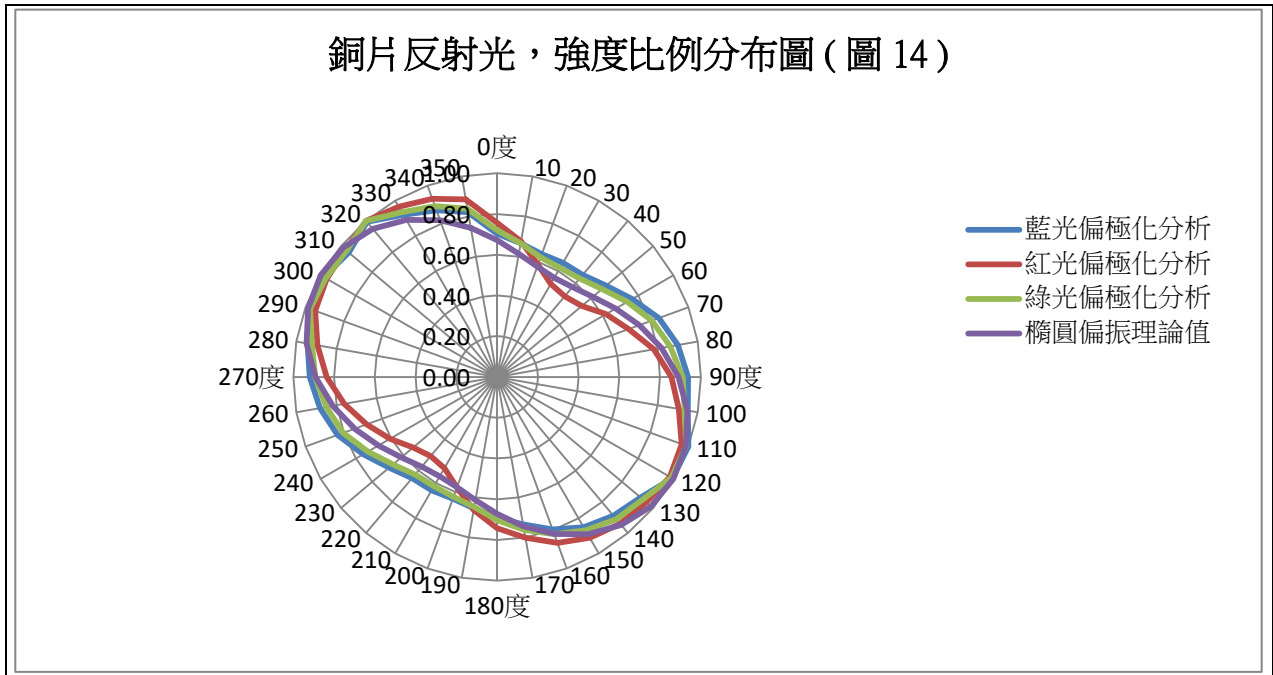
## 伍、研究結果

### 一、線偏振 +45 度，銅片反射光測試

(一)析光片每隔 10 度，相機拍照，共旋轉 360 度，取 RGB 各色光的比例值



(二)銅片反射光，RGB 強度分布圖

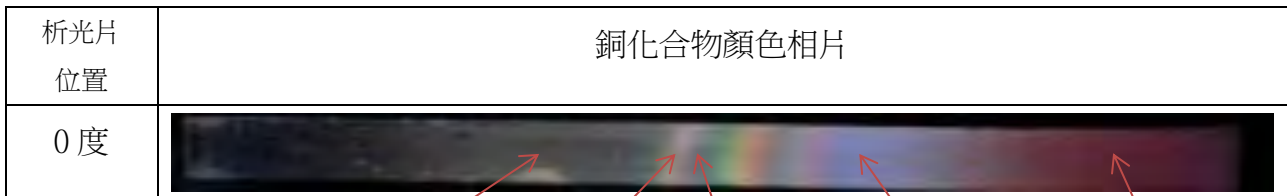


1. RGB 強度比例分布圖與理論值接近。
- 2.紅光橢圓長軸 -40 度，藍光橢圓長軸 -45 度。

二、不同偏振光，銅化合物的顏色變化與反射光的偏振態

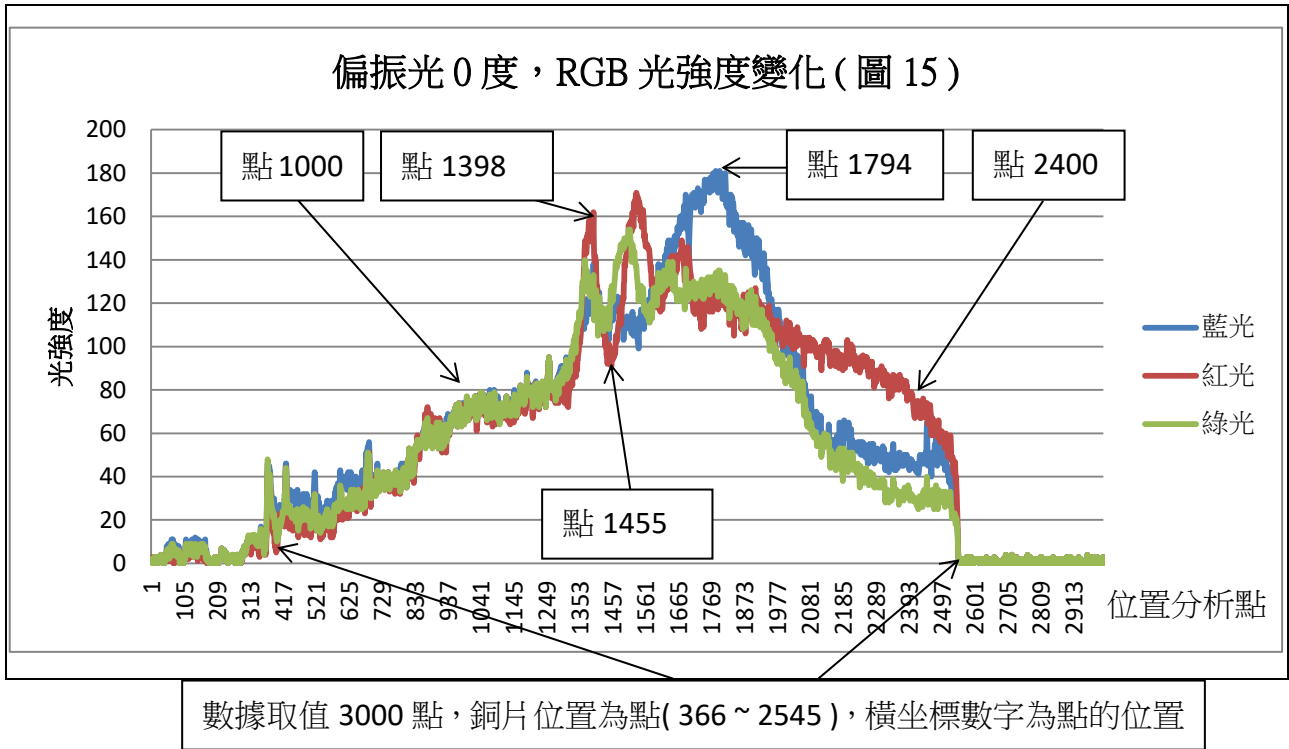
(一)線偏振 0 度入射

1. 析光片 0 度，銅化合物顏色

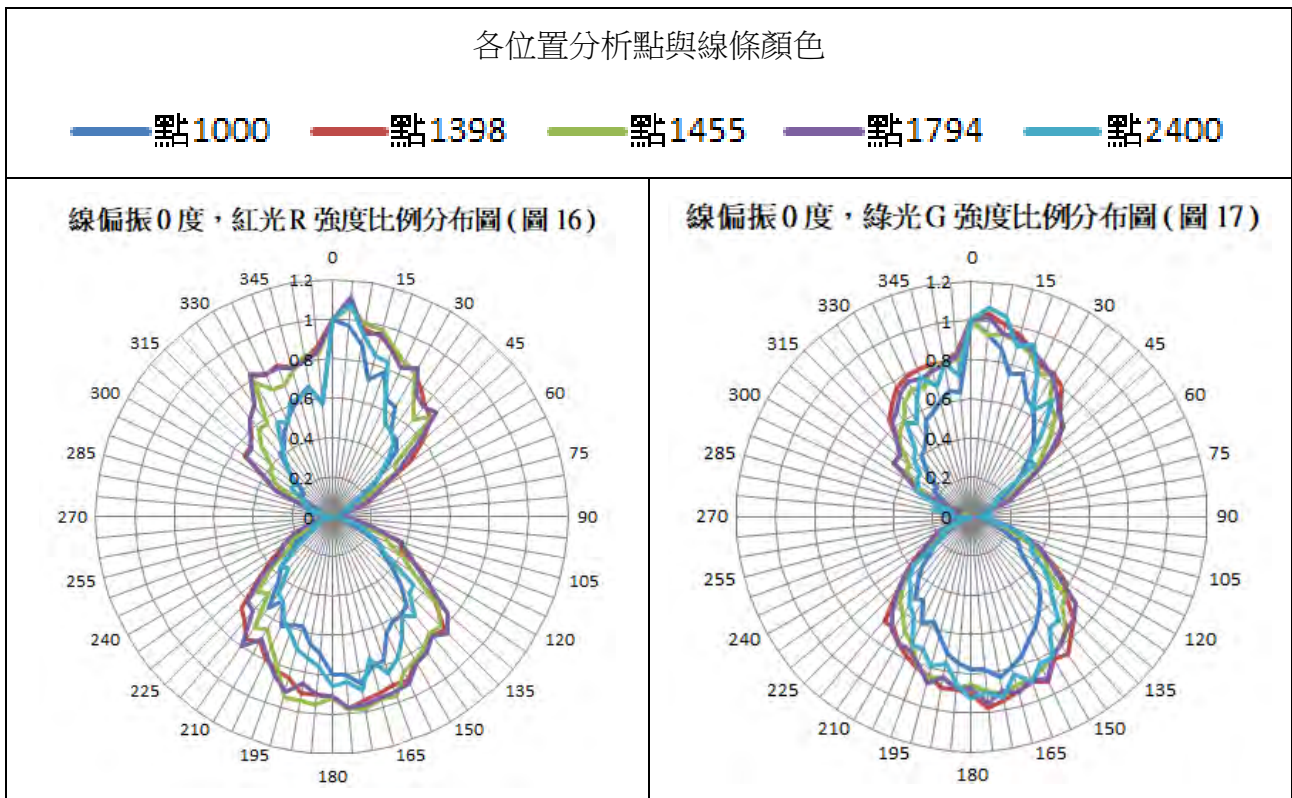


位置分析點	1000	1398	1455	1794	2400
紅光 R	75	154	93	120	76
綠光 G	77	125	124	131	29
藍光 B	76	127	119	179	45
顏色					

2. 銅化合物，位置分析點 RGB 光強度變化圖

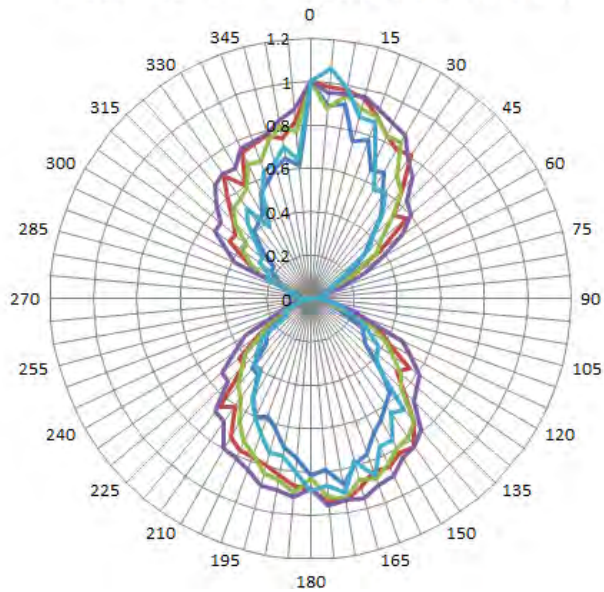


3. 各位置分析點， RGB 強度比例分布圖





線偏振0度，藍光B強度比例分布圖(圖 18)



(1)RGB 橢圓長軸皆在 0 度附近。

(2)點 1398 、點 1455 、點 1794 強度比例值 0.8 ，紅光角度範圍  $-30^{\circ} \sim 30^{\circ}$  共  $60^{\circ}$ 、  
綠光角度範圍  $-25^{\circ} \sim 25^{\circ}$  共  $50^{\circ}$ ，藍光角度範圍  $-15^{\circ} \sim 30^{\circ}$  共  $45^{\circ}$ 。

(3)點 1000 、點 2400 強度比例值 0.8 以上，紅光角度範圍  $-5^{\circ} \sim 20^{\circ}$  共  $25^{\circ}$ 、綠光角  
度範圍  $-5^{\circ} \sim 20^{\circ}$  共  $25^{\circ}$ ，藍光角度範圍  $-5^{\circ} \sim 20^{\circ}$  共  $25^{\circ}$ 。

(二)線偏振 90 度入射

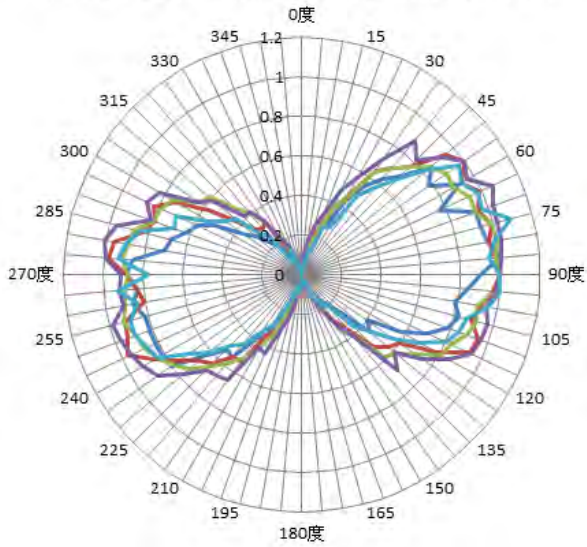
1. 析光片 90 度，銅化合物顏色

析光片位置	銅化合物顏色相片
90 度	

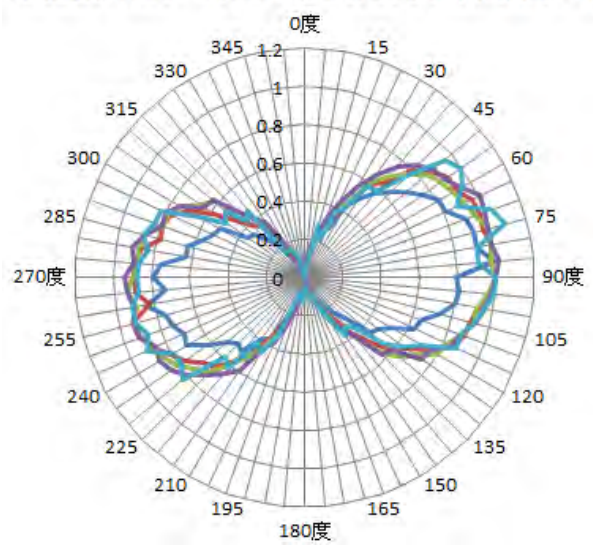
2. 各位置分析點， RGB 強度比例分布圖

位置分析點與線條顏色				
點1000	點1398	點1455	點1794	點2400

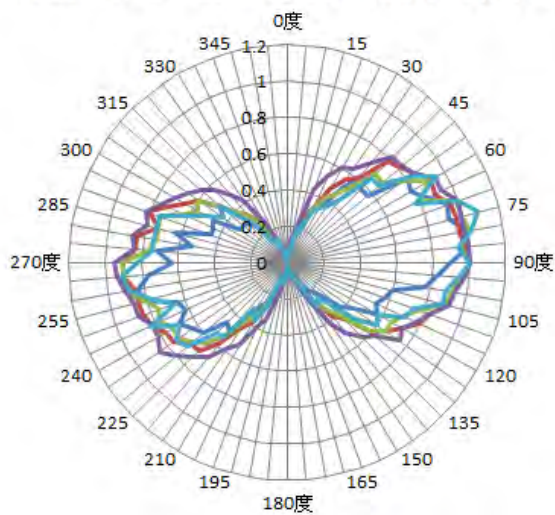
線偏振 90 度，紅光 R 強度比例分布圖(圖 19)



線偏振 90 度，綠光 G 強度比例分布圖(圖 20)



線偏振 90 度，藍光 B 強度比例分布圖(圖 21)



(1)RGB 橢圓長軸皆在 90 度附近。


(2)點 1398 、 點 1455 、 點 1794 、 點 2400 強度比例值 0.8 ，紅光角度範圍  $45^{\circ} \sim 135^{\circ}$  共  $90^{\circ}$ 、綠光角度範圍  $50^{\circ} \sim 120^{\circ}$  共  $75^{\circ}$ ，藍光角度範圍  $50^{\circ} \sim 115^{\circ}$  共  $65^{\circ}$ 。

(3)點 1794 比點 1398、點 1455 、點 2400，角度範圍大  $5^{\circ}$ 。

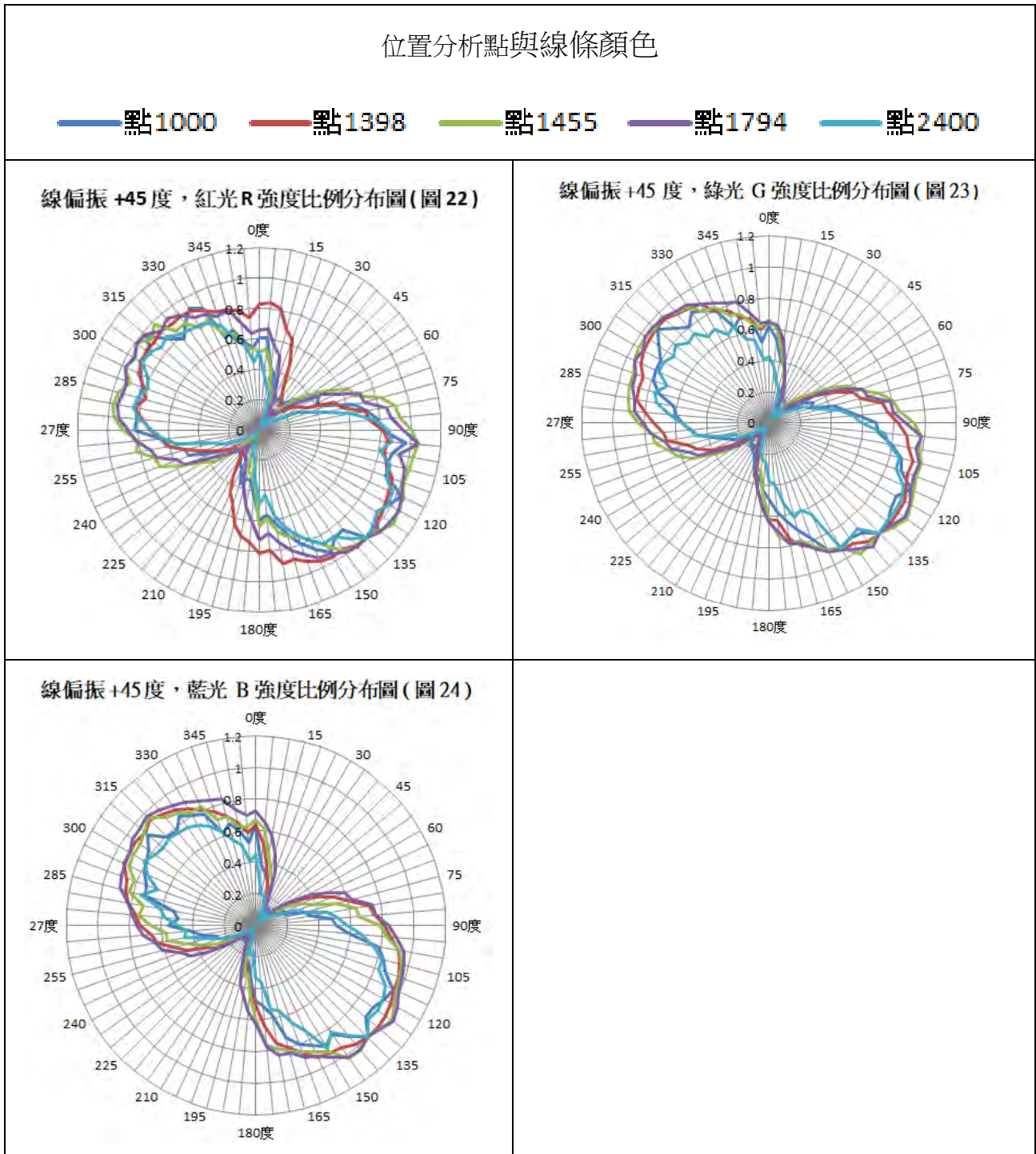
(4)點 1000 強度比例值 0.8 以上，紅光角度範圍  $50^{\circ} \sim 110^{\circ}$  共  $60^{\circ}$ 、綠光角度範圍  $60^{\circ} \sim 100^{\circ}$  共  $40^{\circ}$ ，藍光角度範圍  $60^{\circ} \sim 100^{\circ}$  共  $40^{\circ}$ 。

(三)線偏振 + 45 度入射

1. 析光片 50 度與 140 度，銅化合物顏色

析光片位置	銅化合物顏色相片
50度	
140度	

2. 各位置分析點， RGB 強度比例分布圖



- (1)紅光，點 1000 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 85°~- 20° 共 65°。
- (2)紅光，點 1398 橢圓長軸在 - 35 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 85°~ 10° 共 95°。
- (3)紅光，點 1455 橢圓長軸在 - 65 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 100°~- 25° 共 75°。
- (4)紅光，點 1794 橢圓長軸在 - 55 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 95°~- 10° 共 85°。
- (5)紅光，點 2400 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 85°~- 20° 共 65°。
- (6)綠光，點 1000 橢圓長軸在 - 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 80°~- 15° 共 65°。
- (7)綠光，點 1398 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 90°~- 15° 共 75°。
- (8)綠光，點 1455 橢圓長軸在 - 60 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 100°~- 15° 共 85°。
- (9)綠光，點 1794 橢圓長軸在 - 60 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 100°~- 15° 共 85°。
- (10)綠光，點 2400 橢圓長軸在 - 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 80°~- 15° 共 65°。
- (11)藍光，點 1000 橢圓長軸在 - 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 85°~- 20° 共 65°。
- (12)藍光，點 1398 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 90°~- 10° 共 80°。
- (13)藍光，點 1455 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 90°~- 5° 共 85°。
- (14)藍光，點 1794 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 90°~- 5° 共 85°。
- (15)藍光，點 2400 橢圓長軸在 - 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍 - 80°~- 25° 共 65°。

(四)線偏振 - 45 度入射

1. 析光片 50 度與 140 度，銅化合物顏色

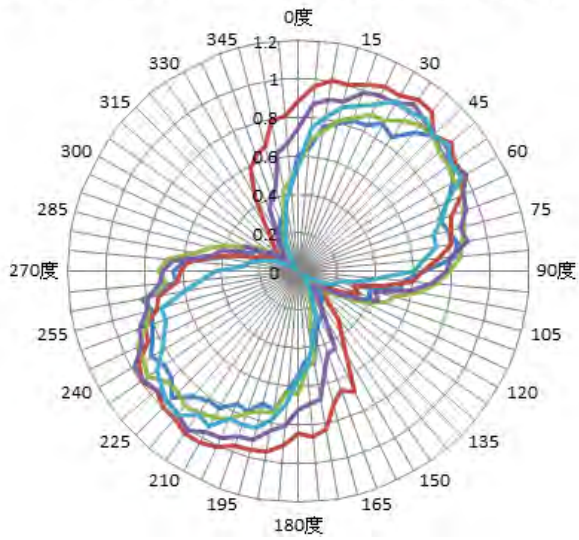
析光片位置	銅化合物顏色相片
50 度	
140 度	

2. 位置分析點上，RGB 強度比例分布圖

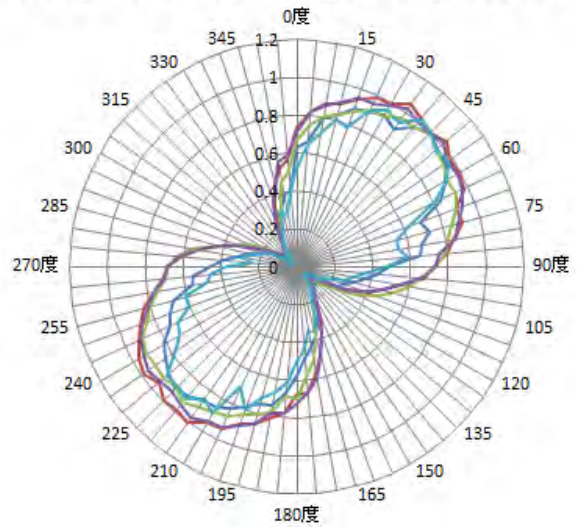
位置分析點與線條顏色
------------

— 點1000   
 — 點1398   
 — 點1455   
 — 點1794   
 — 點2400

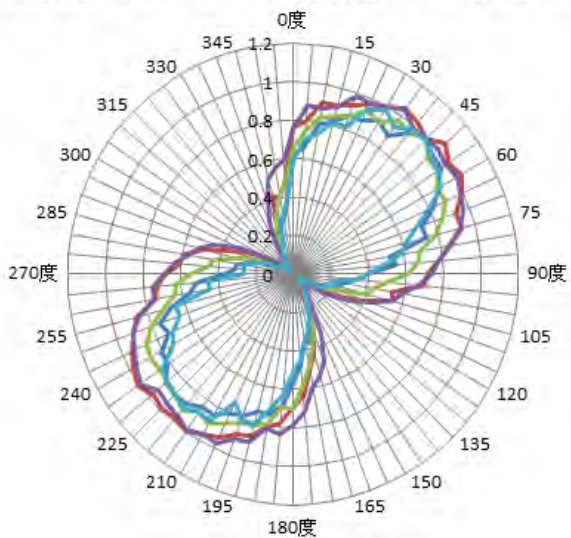
線偏振 -45 度，紅光 R 強度比例分析圖 (圖 25)



線偏振 -45 度，綠光 G 強度比例分布圖 (圖 26)



線偏振 -45 度，藍光 B 強度比例分布圖 (圖 27)



- (1)紅光，點 1000 橢圓長軸在 50 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $15^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $70^{\circ}$ 。
- (2)紅光，點 1398 橢圓長軸在 35 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $-10^{\circ} \sim 80^{\circ}$  共  $90^{\circ}$ 。
- (3)紅光，點 1455 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $15^{\circ} \sim 75^{\circ}$  共  $60^{\circ}$ 。
- (4)紅光，點 1794 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $0^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $85^{\circ}$ 。
- (5)紅光，點 2400 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $10^{\circ} \sim 70^{\circ}$  共  $60^{\circ}$ 。
- (6)綠光，點 1000 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $10^{\circ} \sim 65^{\circ}$  共  $55^{\circ}$ 。
- (7)綠光，點 1398 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $5^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $80^{\circ}$ 。

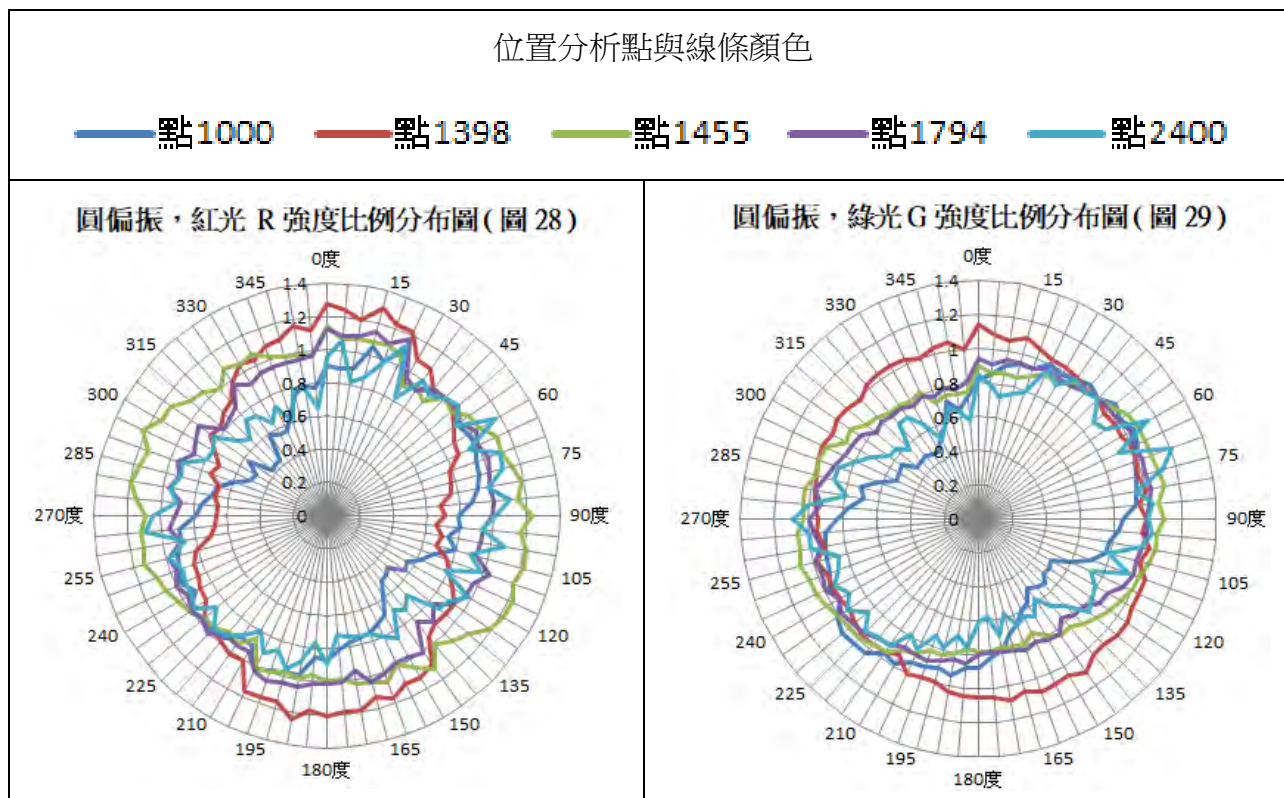
- (8)綠光，點 1455 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $10^{\circ} \sim 80^{\circ}$  共  $70^{\circ}$ 。
- (9)綠光，點 1794 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $5^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $80^{\circ}$ 。
- (10)綠光，點 2400 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $15^{\circ} \sim -65^{\circ}$  共  $50^{\circ}$ 。
- (11)藍光，點 1000 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $15^{\circ} \sim 65^{\circ}$  共  $50^{\circ}$ 。
- (12)藍光，點 1398 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $0^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $85^{\circ}$ 。
- (13)藍光，點 1455 橢圓長軸在 45 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $10^{\circ} \sim 75^{\circ}$  共  $65^{\circ}$ 。
- (14)藍光，點 1794 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $0^{\circ} \sim 85^{\circ}$  共  $85^{\circ}$ 。
- (15)藍光，點 2400 橢圓長軸在 40 度；強度比例值 0.8，角度範圍  $15^{\circ} \sim 65^{\circ}$  共  $60^{\circ}$ 。

(五)圓偏振光入射

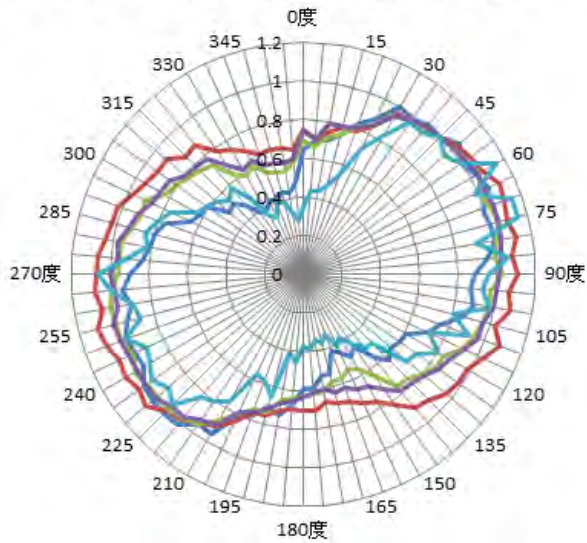
1.析光片 0 度，銅化合物顏色

析光片位置	銅化合物顏色相片
0 度	

2.分析位置點上，RGB 強度比例分布圖



圓偏振，藍光 B 強度比例分布圖(圖 30)



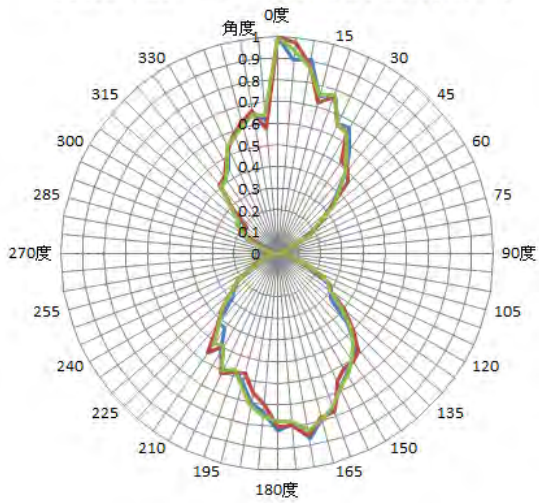
- (1)紅光，點 1000 橢圓長軸在 45 度；橢圓短軸在 -45 度，強度比例值 0.3。
- (2)紅光，點 1398 橢圓長軸在 5 度；橢圓短軸在 -85 度，強度比例值 0.7。
- (3)紅光，點 1455 橢圓長軸在 115 度；橢圓短軸在 25 度，強度比例值 1。
- (4)紅光，點 1794 橢圓長軸在 55 度；橢圓短軸在 -35 度，強度比例值 0.6。
- (5)紅光，點 2400 橢圓長軸在 15 度；橢圓短軸在 -75 度，強度比例值 0.9。
- (6)綠光，點 1000 橢圓長軸在 45 度；橢圓短軸在 -45 度，強度比例值 0.5。
- (7)綠光，點 1398 圓偏振。
- (8)綠光，點 1455 橢圓長軸在 60 度；橢圓短軸在 -30 度，強度比例值 0.8。
- (9)綠光，點 1794 橢圓長軸在 60 度；橢圓短軸在 -30 度，強度比例值 0.8。
- (10)綠光，點 2400 橢圓長軸在 50 度；橢圓短軸在 -40 度，強度比例值 0.6。
- (11)藍光，點 1000 橢圓長軸在 65 度；橢圓短軸在 -25 度，強度比例值 0.4。
- (12)藍光，點 1398 橢圓長軸在 80 度；橢圓短軸在 -10 度，強度比例值 0.7。
- (13)藍光，點 1455 橢圓長軸在 75 度；橢圓短軸在 -15 度，強度比例值 0.6。
- (14)藍光，點 1794 橢圓長軸在 75 度；橢圓短軸在 -15 度，強度比例值 0.6。
- (15)藍光，點 2400 橢圓長軸在 70 度；橢圓短軸在 -20 度，強度比例值 0.3。

### 三、線偏振光，銅化合物上相同位置的 RGB 強度比例分布圖

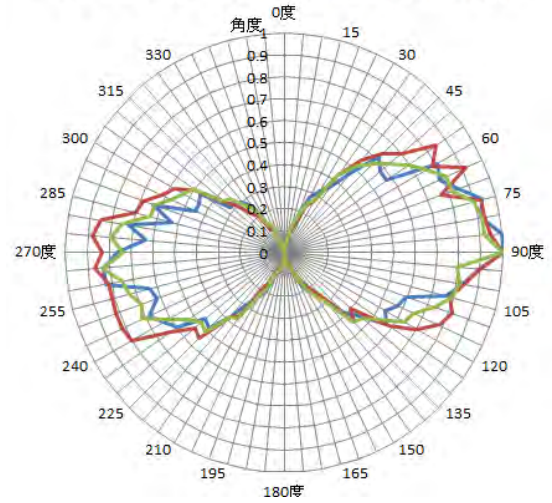
#### (一) 位置分析點 1000，RGB 強度比例分布圖

— 藍光 — 紅光 — 綠光

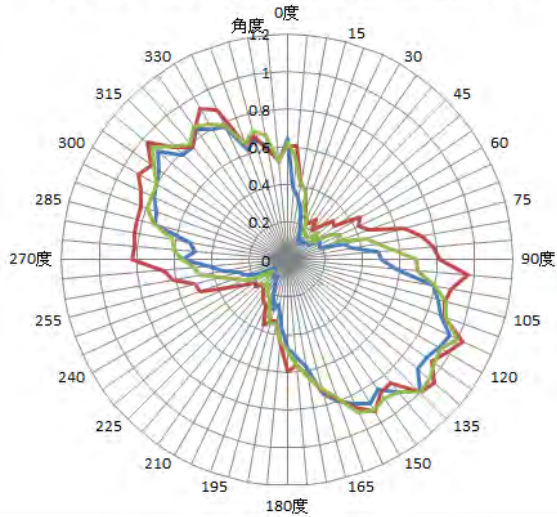
線偏振 0 度，RGB 強度比例分布圖(圖 31)



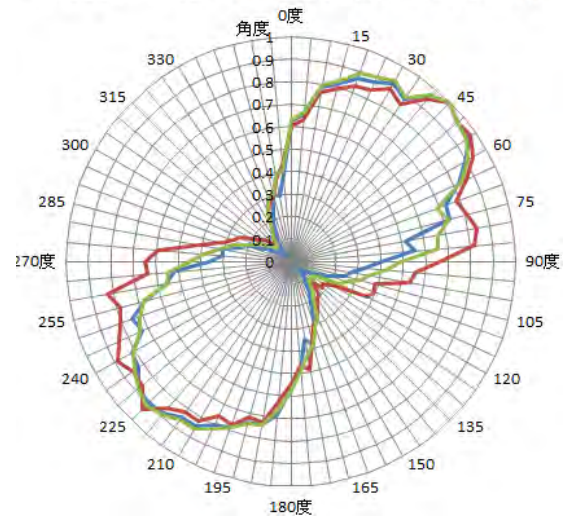
偏振光 90 度，RGB 強度比例分布圖(圖 32)



線偏振 +45 度，RGB 強度比例分布圖(圖 33)



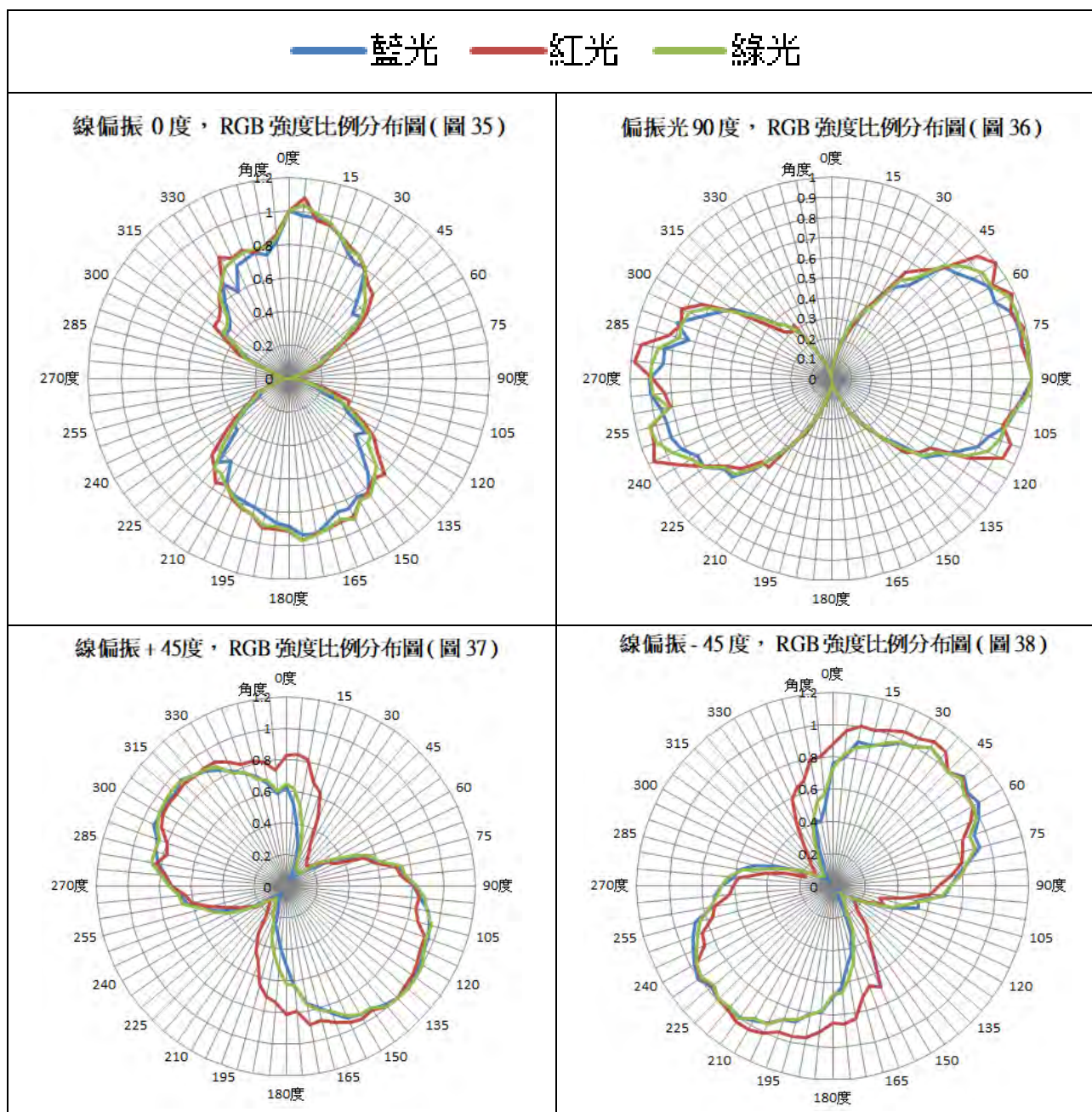
線偏振 -45 度，RGB 強度比例分布圖(圖 34)



- 1.線偏振光 0 度 RGB 強度比例分布圖幾乎重合，代表顏色幾乎沒有變化。
- 2.線偏振光 90 度紅光強度比例值在  $45^{\circ} \sim 135^{\circ}$  略大於綠光與藍光，顏色沒有變化。
- 3.線偏振光 +45 度紅光強度比例值在  $-60^{\circ} \sim -120^{\circ}$  出現變化，代表顏色有變化；在  $95^{\circ}$  顏色變化最大。
- 4.線偏振光 -45 度紅光強度比例值在  $75^{\circ} \sim 115^{\circ}$  出現變化，代表顏色有變化；在  $85^{\circ}$  顏色變化最大。

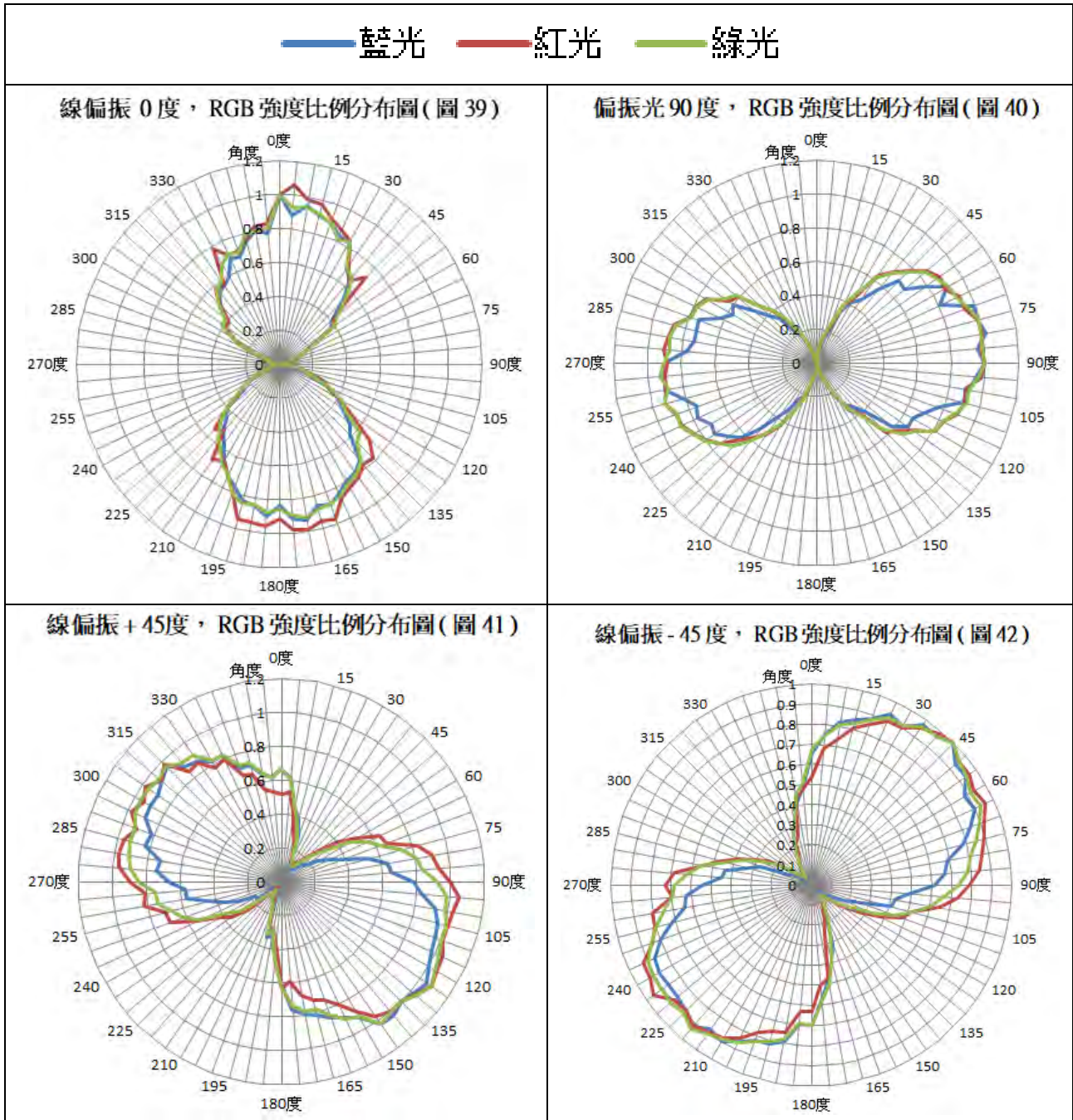


(二) 位置分析點 1398，RGB 強度比例分布圖



1. 線偏振光 0 度 RGB 強度比例分布圖幾乎重合，代表顏色幾乎沒有變化。
2. 線偏振光 90 度 RGB 強度比例分布圖幾乎重合，代表顏色幾乎沒有變化。
3. 線偏振光 +45 度紅光強度比例值在  $-30^{\circ} \sim 30^{\circ}$  出現變化，代表顏色有變化；在  $10^{\circ}$  顏色變化最大。
4. 線偏振光 -45 度紅光強度比例值在  $-35^{\circ} \sim 45^{\circ}$  出現變化，代表顏色有變化；在  $-10^{\circ}$  顏色變化最大。

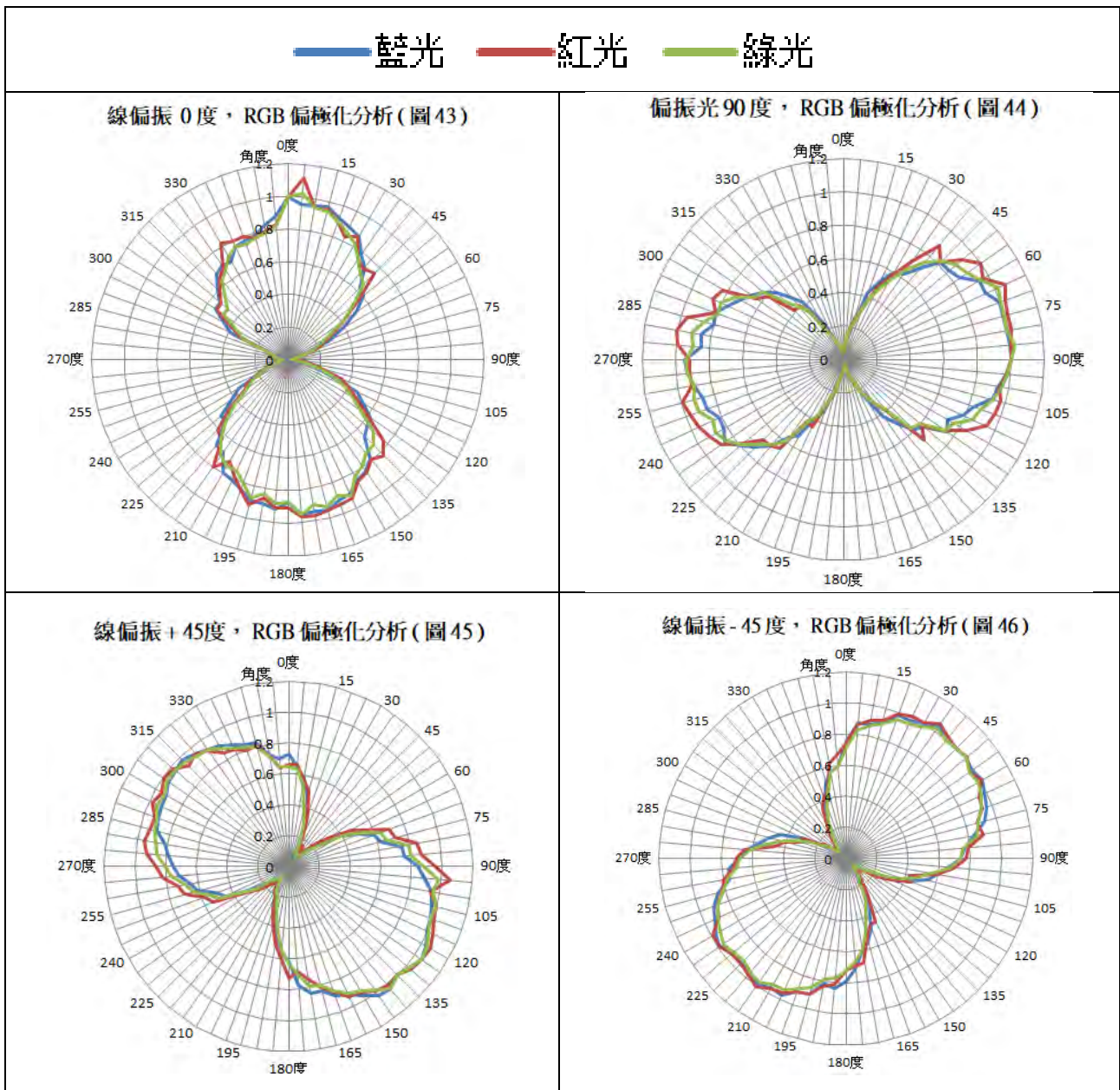
(三) 位置分析點 1455，RGB 強度比例分布圖



1. 線偏振光 0 度 RGB 強度比例分布圖幾乎重合，代表顏色幾乎沒有變化。
2. 線偏振光 90 度 RGB 強度比例分布圖幾乎重合，代表顏色幾乎沒有變化。
3. 線偏振光 +45 度，強度比例值在  $-125^{\circ} \sim 50^{\circ}$  紅光與綠光大於藍光， $-85^{\circ}$  差距最大；在  $-15^{\circ} \sim 5^{\circ}$  藍光與綠光大於紅光， $0^{\circ}$  差距最大；因為 (紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，顏色上變得非常不同，所以會有顏色的移動。
4. 線偏振光 -45 度，強度比例值在  $60^{\circ} \sim 120^{\circ}$  紅光與綠光大於藍光， $85^{\circ}$  差距最大；

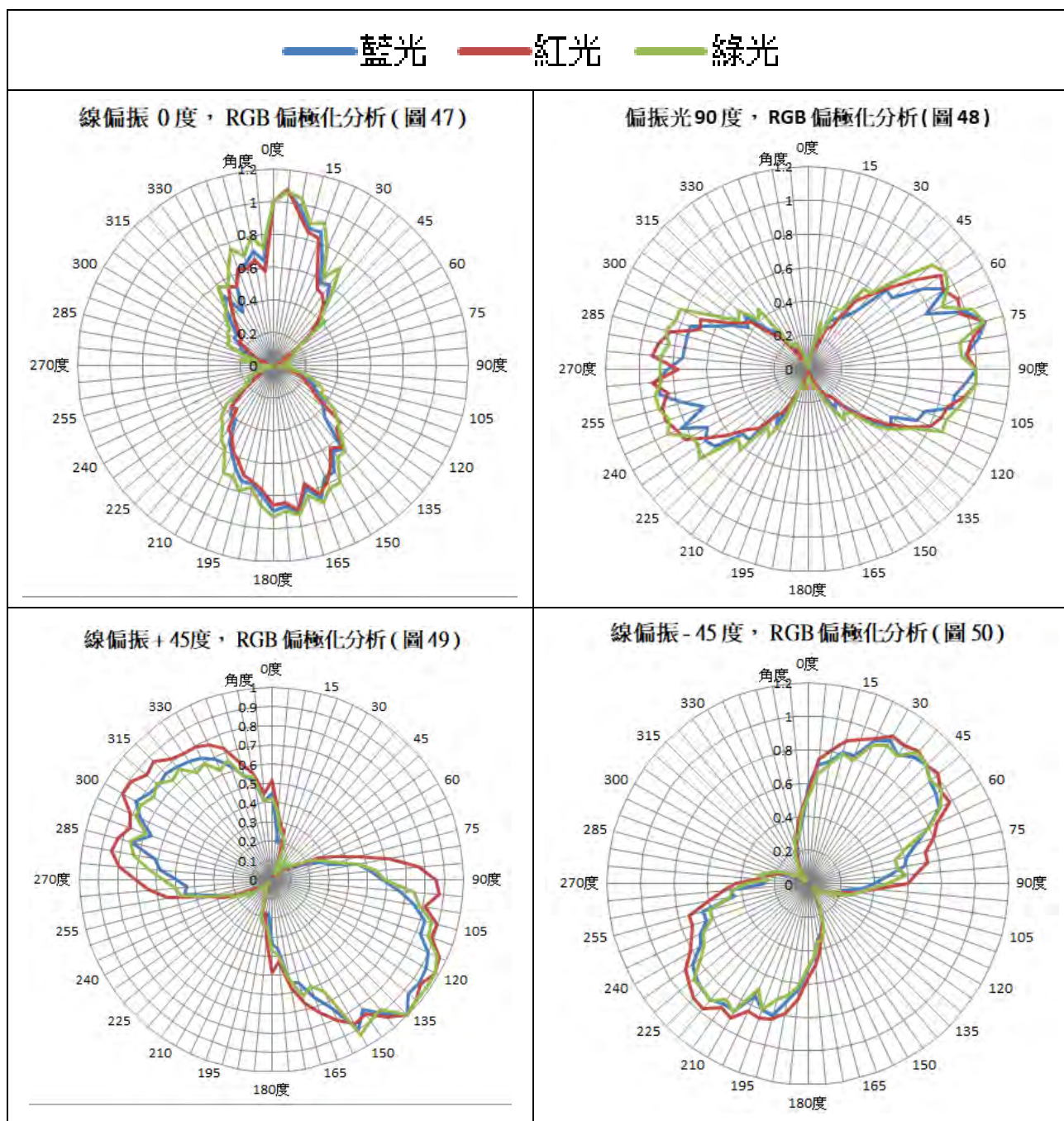
在  $5^{\circ} \sim 15^{\circ}$  藍光與綠光大於紅光， $0^{\circ}$  差距最大；因為 (紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，顏色上變得非常不同，所以會有顏色的移動。

(四) 位置分析點 1794，RGB 強度比例分布圖



1. 線偏振光 0 度、90 度、+45 度、-45 度，RGB 強度比例分布幾乎重合，代表顏色沒有變化。

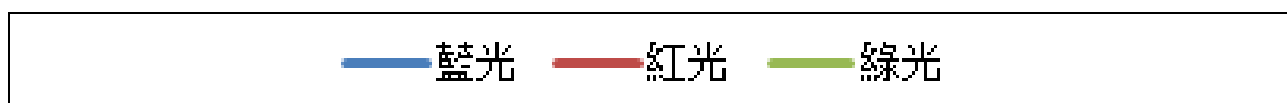
(五)位置分析點 2400，RGB 強度比例分布圖



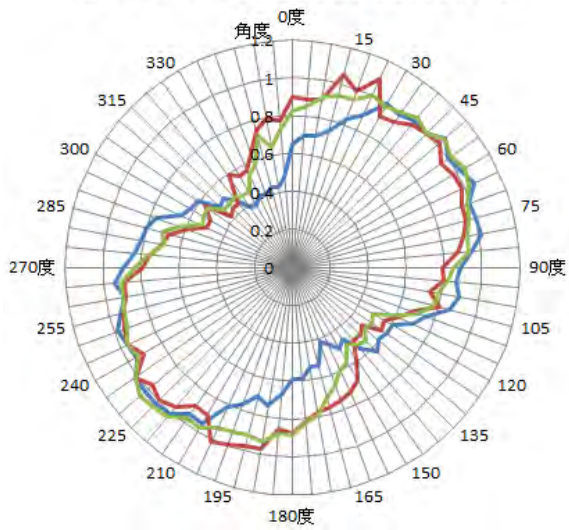
1.位置分析點 1000 與位置分析點 2400，強度比例分布圖幾乎一致。

#### 四、圓偏振光

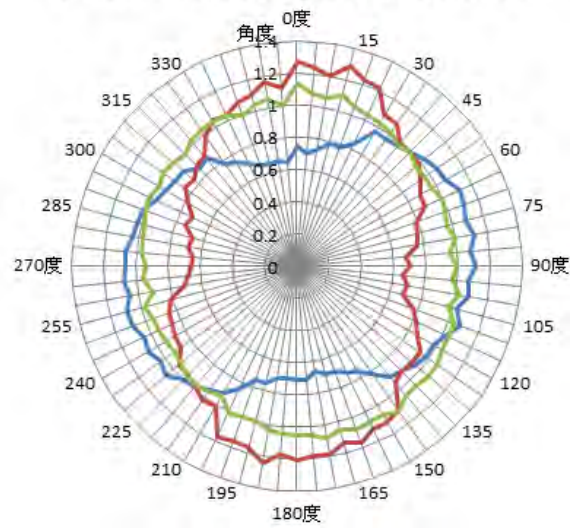
(一)銅片上不同位置分析點的 RGB 強度比例分布圖



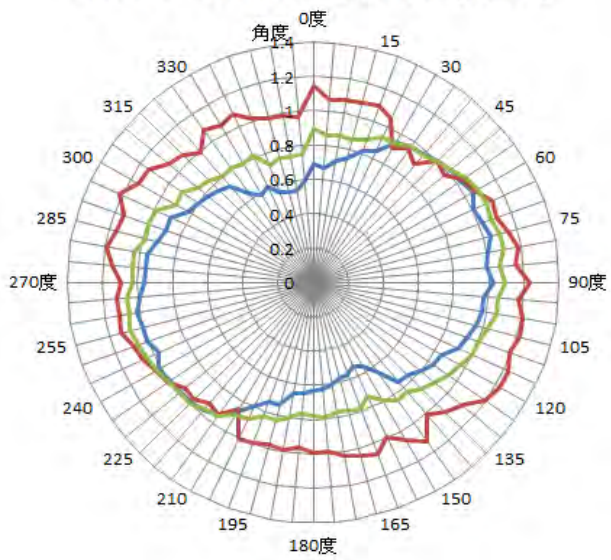
點1000，RGB強度比例分布圖(圖 51)



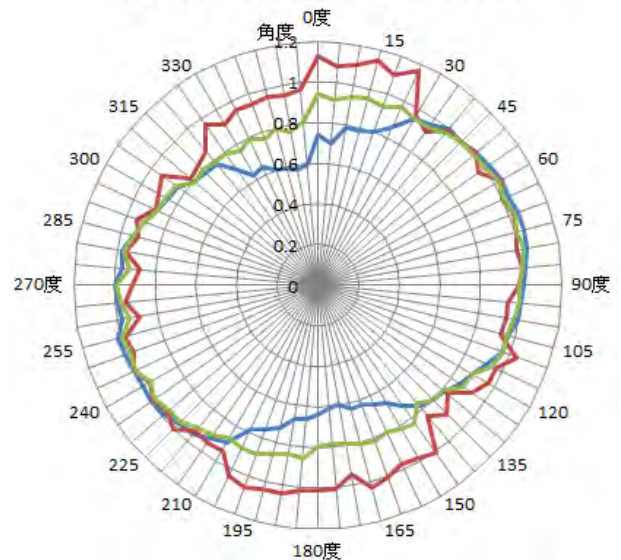
點 1398，RGB強度比例分布圖(圖 52)



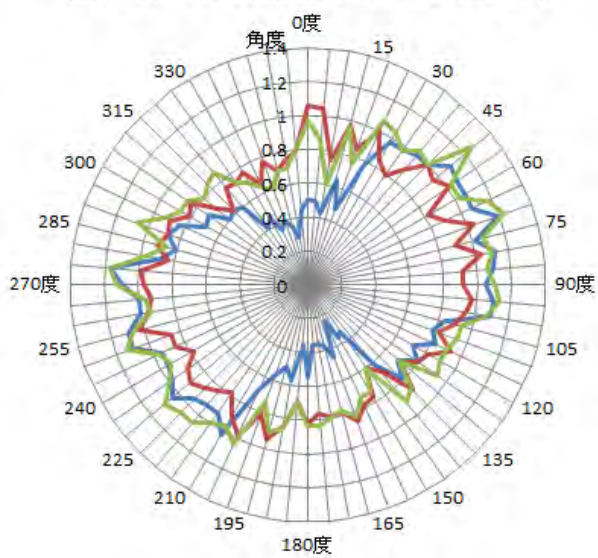
點 1455，RGB強度比例分布圖(圖 53)



點 1794，RGB偏極化分析(圖 54)



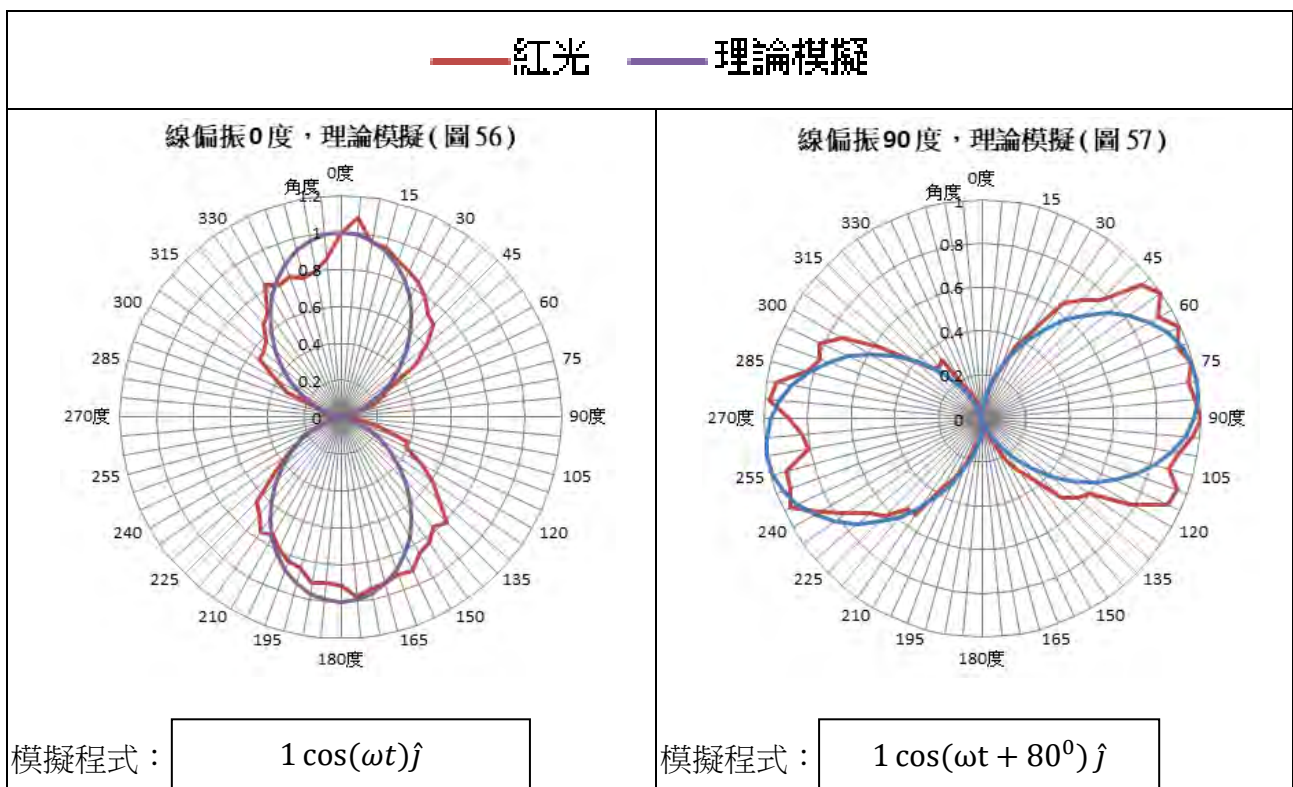
點 2400，RGB強度比例分布圖(圖 55)



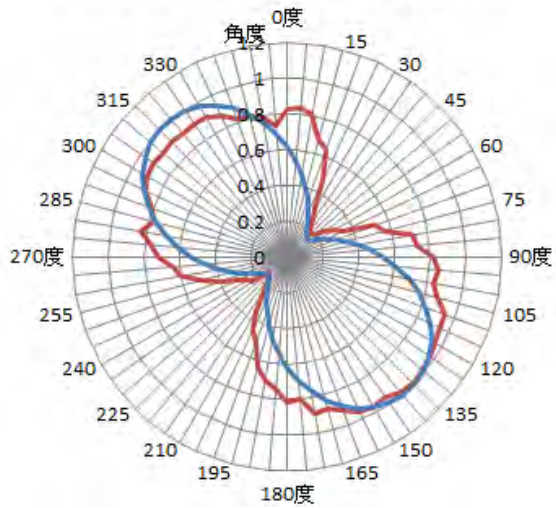
- 1.點 1000 強度比例分析圖在  $-30^{\circ} \sim 30^{\circ}$  與  $30^{\circ} \sim 150^{\circ}$  分布不同，所以會出現 2 種顏色變化。
- 2.點 1398 紅光橢圓長軸在  $10^{\circ}$ 、橢圓短軸在  $100^{\circ}$ ，藍光橢圓長軸在  $80^{\circ}$ 、橢圓短軸在  $-10^{\circ}$ ，在這兩個角度紅光與藍光強度比例剛好相反，所以出現互補色；在其他角度，RGB 強度比例分布皆不同，所以顏色移動變化大。
- 3.點 1455 強度比例分析圖在  $30^{\circ} \sim 60^{\circ}$  與  $60^{\circ} \sim 210^{\circ}$  分布不同，所以會出現 2 種顏色變化。
- 4.點 1794 強度比例分析圖在  $-50^{\circ} \sim 30^{\circ}$  與  $30^{\circ} \sim 140^{\circ}$  分布不同，所以會出現 2 種顏色變化。
- 5.點 2400 強度比例分析圖在  $-45^{\circ} \sim 30^{\circ}$  與  $30^{\circ} \sim 135^{\circ}$  分布不同，所以會出現 2 種顏色變化。

## 五、理論模擬程式

(一) 位置分析點 1398，線偏振光，紅光強度比例分布圖

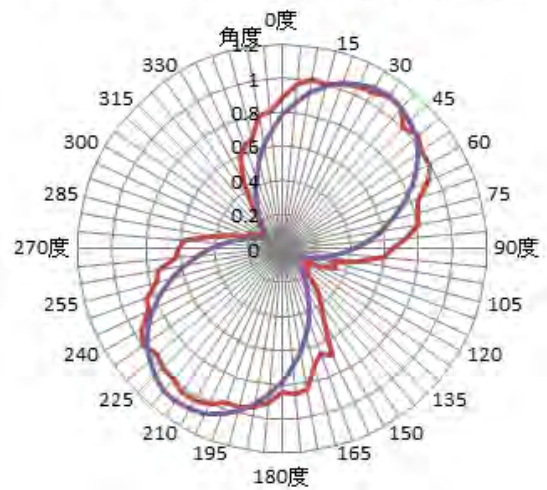


線偏振+45度，理論模擬(圖58)



模擬程式： $0.4 \cos(\omega t - 30^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t + 45^\circ)\hat{j}$

線偏振-45度，理論模擬(圖59)



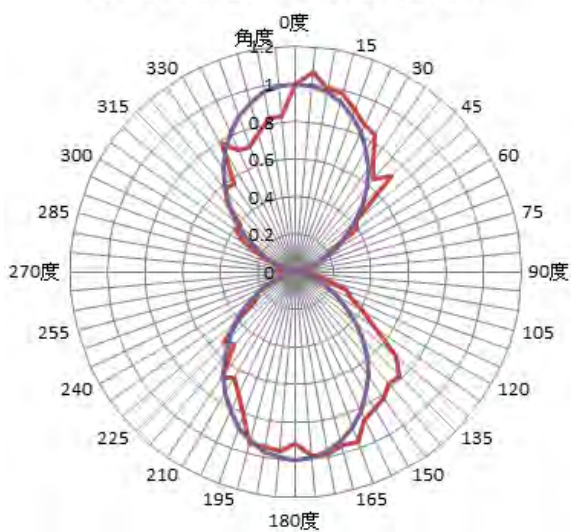
模擬程式： $0.45 \cos(\omega t + 10^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 40^\circ)\hat{j}$

1. 線偏振 0 度： $\delta_y = 0$ ， $\delta = 0$
2. 線偏振 90 度： $\delta_y = 80^\circ$ 、 $\delta_x = 0$ ， $\delta = 80^\circ$
3. 線偏振 +45 度： $\delta_y = 45^\circ$ 、 $\delta_x = -30^\circ$ ， $\delta = 75^\circ$
4. 線偏振 -45 度： $\delta_y = -40^\circ$ 、 $\delta_x = 10^\circ$ ， $\delta = -50^\circ$

(二) 位置分析點 1455，線偏振光，紅光強度比例分布圖

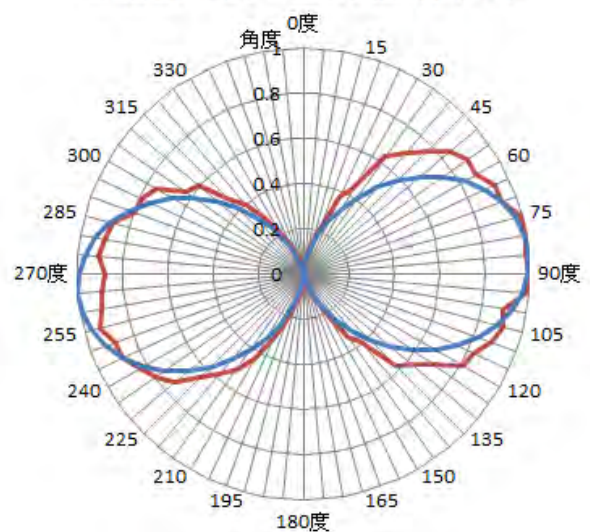
——紅光 ——理論模擬

線偏振0度，理論模擬(圖60)



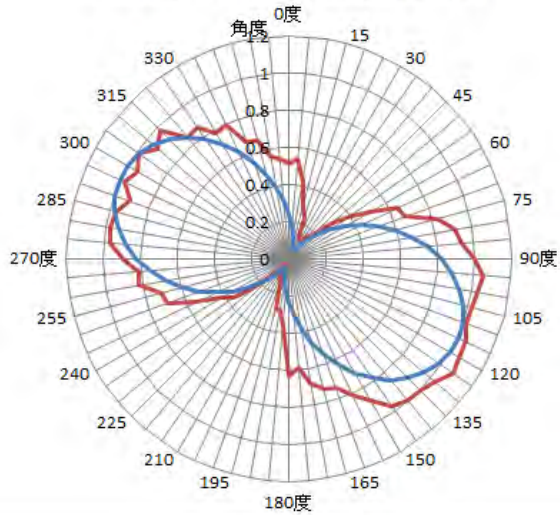
模擬程式： $1 \cos(\omega t)\hat{j}$

線偏振90度，理論模擬(圖61)



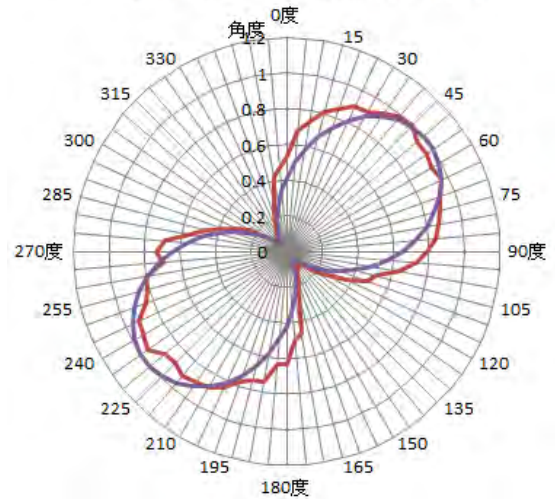
模擬程式： $1 \cos(\omega t - 85^\circ)\hat{i}$

線偏振+45度，理論模擬(圖62)



模擬程式： $0.25 \cos(\omega t + 5^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t + 65^\circ)\hat{j}$

線偏振-45度，理論模擬(圖63)



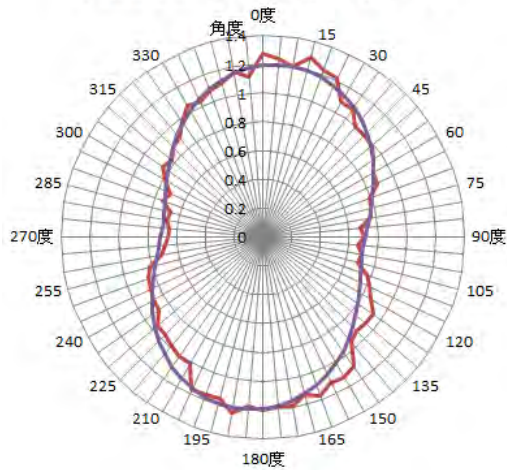
模擬程式： $0.25 \cos(\omega t + 20^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 53^\circ)\hat{j}$

- 1.線偏振 0 度： $\delta_y = 0$ ， $\delta = 0$
- 2.線偏振 90 度： $\delta_y = 0^\circ$ 、 $\delta_x = -85^\circ$ ， $\delta = 85^\circ$
- 3.線偏振 +45 度： $\delta_y = 65^\circ$ 、 $\delta_x = 5^\circ$ ， $\delta = 60^\circ$
- 4.線偏振 -45 度： $\delta_y = -53^\circ$ 、 $\delta_x = 20^\circ$ ， $\delta = -73^\circ$

(三) 位置分析點 1398，圓偏振光，RGB 強度比例分布圖

——藍光 ——紅光 ——綠光 ——理論模擬

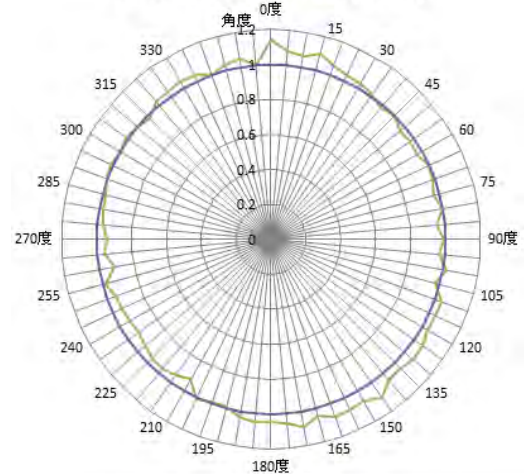
圓偏振光，紅光理論模擬(圖64)



模擬程式：

$0.95 \cos(\omega t + 35^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 40^\circ)\hat{j}$

圓偏振光，綠光理論模擬(圖65)

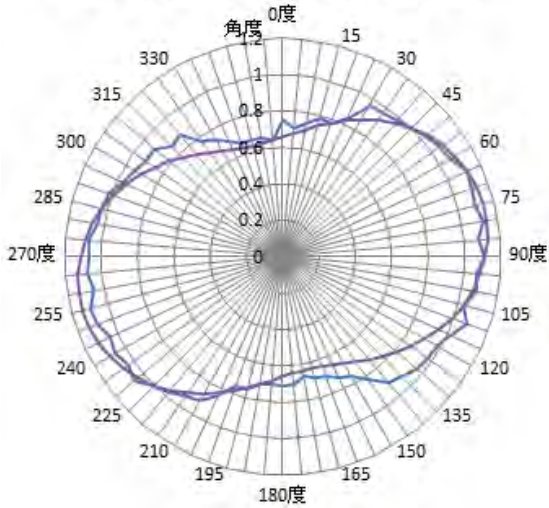


模擬程式：

$1 \cos(\omega t + 0^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t + 90^\circ)\hat{j}$



圓偏振光，藍光理論模擬(圖 66)



模擬程式：

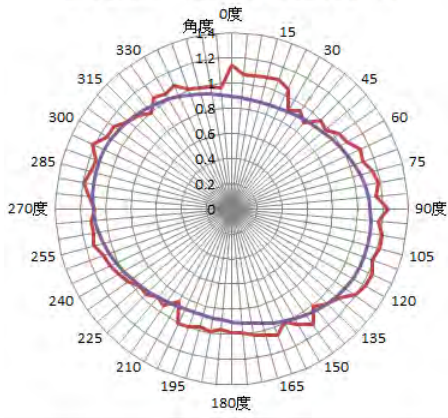
$$0.88 \cos(\omega t + 53^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 52^\circ)\hat{j}$$

- 1.紅光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = -40^\circ$ 、 $\delta_x = 35^\circ$ ， $\delta = -75^\circ$
- 2.綠光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = 90^\circ$ 、 $\delta_x = 0^\circ$ ， $\delta = 90^\circ$
- 3.藍光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = -52^\circ$ 、 $\delta_x = 53^\circ$ ， $\delta = -105^\circ$

(四) 位置分析點 1455，圓偏振光，RGB 強度比例分布圖

— 藍光 — 紅光 — 綠光 — 理論模擬

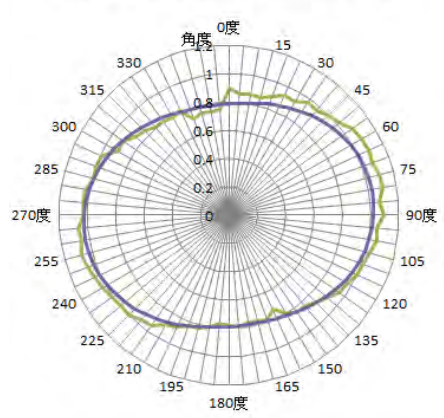
圓偏振光，紅光理論模擬(圖 67)



模擬程式：

$$1 \cos(\omega t + 32^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t + 115^\circ)\hat{j}$$

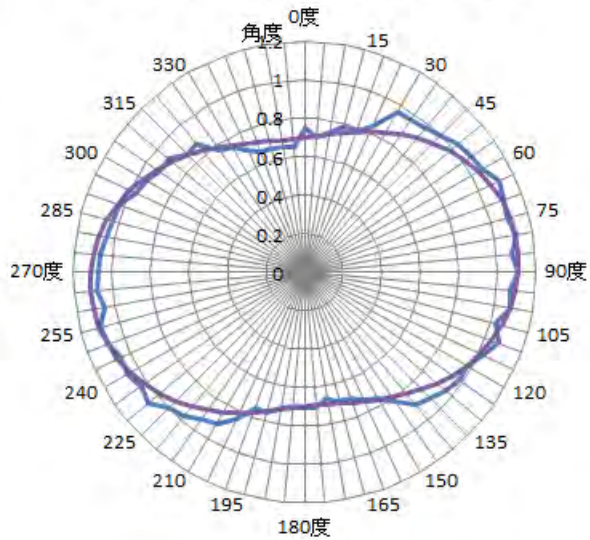
圓偏振光，綠光理論模擬(圖 68)



模擬程式：

$$0.9 \cos(\omega t - 15^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 100^\circ)\hat{j}$$

圓偏振光，藍光理論模擬(圖 69)



模擬程式：

$$0.9 \cos(\omega t - 32^\circ)\hat{i} + 1 \cos(\omega t - 110^\circ)\hat{j}$$

- 1.紅光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = 115^\circ$ 、 $\delta_x = 32^\circ$ ， $\delta = 83^\circ$
- 2.綠光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = -100^\circ$ 、 $\delta_x = -15^\circ$ ， $\delta = -85^\circ$
- 3.藍光橢圓偏振光，相位差： $\delta_y = -110^\circ$ 、 $\delta_x = -32^\circ$ ， $\delta = -78^\circ$

## 陸、討論

### 一、線偏振 0 度 與線偏振 90 度

#### (一)各位置分析點，強度比例分布範圍比較

1.點 1397、點 1455、點 1794 比 點 1000、點 2400 強度比例分布範圍大、代表生成銅化合物種類變多。

2 強度比例分布範圍，紅光 > 綠光 > 藍光，表示波長長與強度比例分布範圍有正相關性。

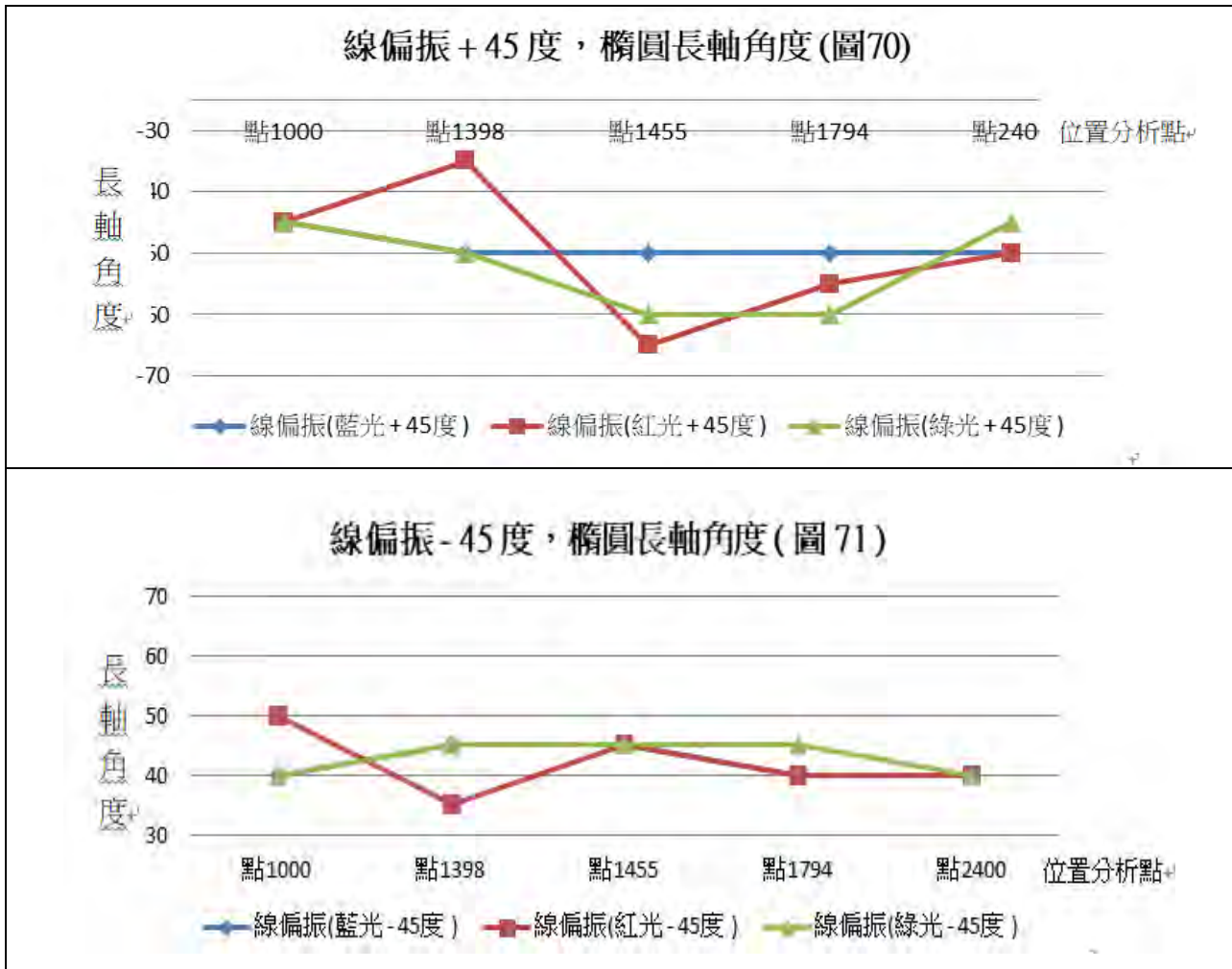
#### (二)線偏振 0 度 與線偏振 90 度

1.強度比例分布範圍，線偏振 90 度 > 線偏振 0 度，表示平行入射面偏振光比垂直入射面偏振光對強度比例分布影響更大。

## 二、線偏振 +45 度 與線偏振 -45 度

### (一) 橢圓長軸角度

#### 1. 橢圓長軸角度曲線圖



2. 線偏振 +45 度與線偏振 -45 度，各位置分析點，紅光橢圓長軸角度趨勢對稱。

### (二) 紅光橢圓長軸角度與模擬程式，求出相位差

1. 線偏振 +45 度：點 1398， $\delta_y = 45^\circ$ 、 $\delta_x = -30^\circ$ ， $\delta = 75^\circ$ ；點 1455，

$\delta_y = 65^\circ$ 、 $\delta_x = 5^\circ$ ， $\delta = 60^\circ$ ；兩點相位差差  $15^\circ$ 。

2. 線偏振 -45 度：點 1398， $\delta_y = -40^\circ$ 、 $\delta_x = 10^\circ$ ， $\delta = -50^\circ$ ；點 1455，

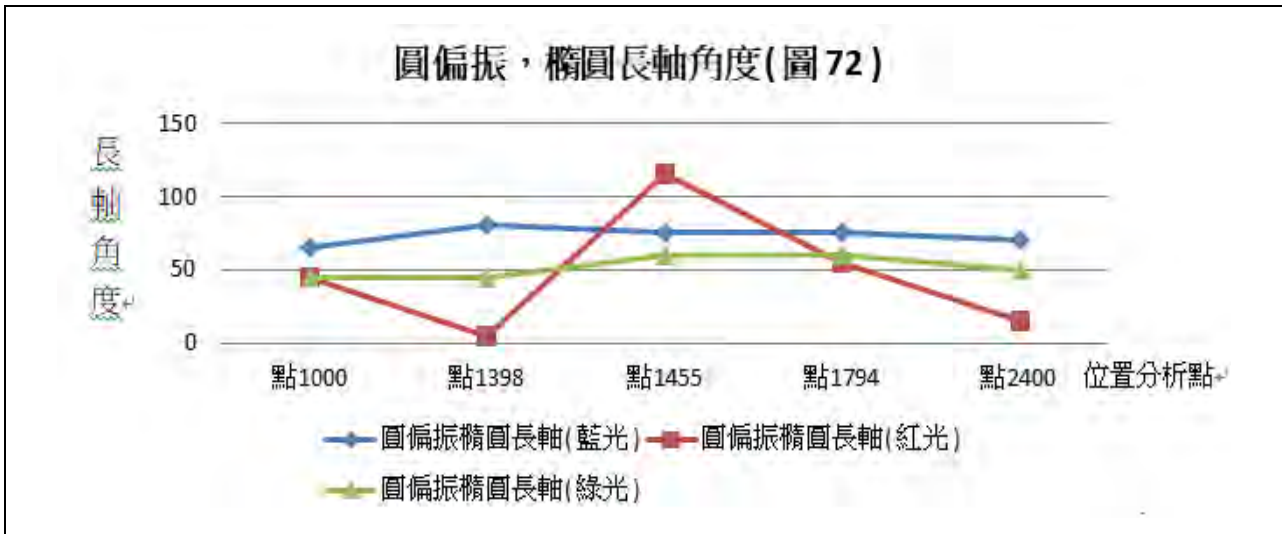
$\delta_y = -53^\circ$ 、 $\delta_x = 20^\circ$ ， $\delta = -73^\circ$ ；兩點相位差差  $23^\circ$ 。

3. 線偏振 +45 度與線偏振 -45 度，相位差約略相等，所以紅光橢圓長軸角度趨勢對稱

### 三、圓偏振

#### (一) 橢圓長軸角度

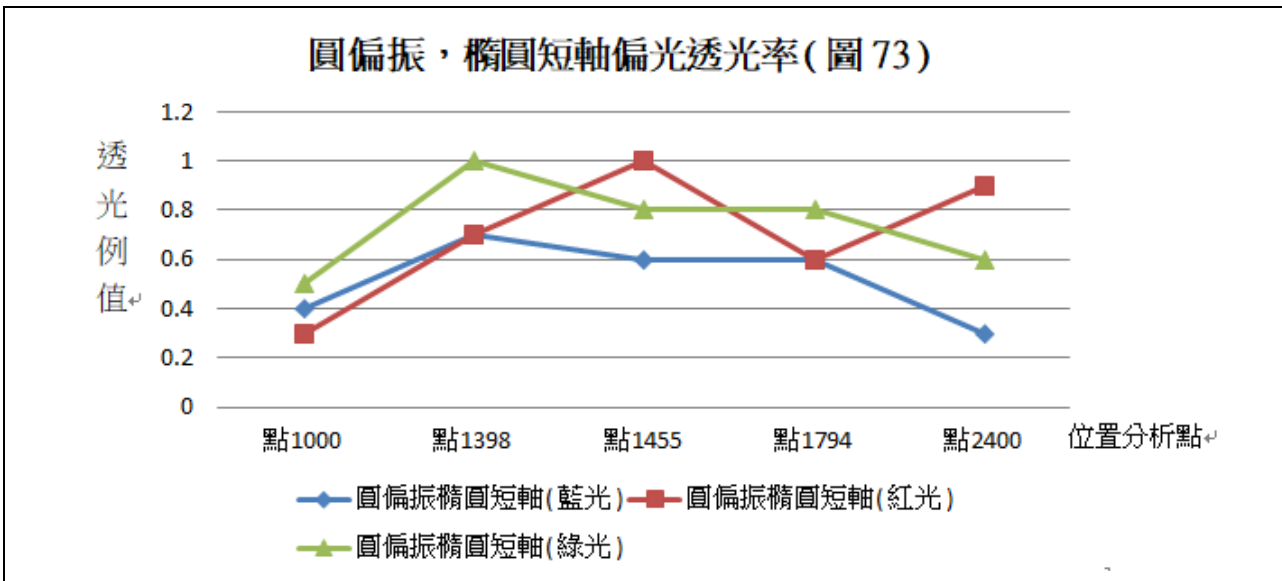
##### 1. 橢圓長軸角度曲線圖



2. 紅光橢圓長軸角度曲線大幅震盪，點 1398 與點 1455 震盪最大。

#### (二) 橢圓短軸偏光透光率

##### 1. 橢圓短軸偏光透光率曲線圖



2. 紅光橢圓短軸偏光透光比例值震盪大，綠光次之，藍光幾乎沒變。

(三) 紅光橢圓長軸旋轉 + 橢圓短軸偏光透光比例值變化，是造成點 1398 ~ 點 1455 銅化合物顏色變化大及色彩移動的主因。

#### 四、RGB 強度比例分布圖，互補色成因

(一)線偏振光 +45 度：位置分析點 1455，強度比例值在  $-125^{\circ} \sim 50^{\circ}$  紅光與綠光大於藍光， $-85^{\circ}$  差距最大；在  $-15^{\circ} \sim 5^{\circ}$  藍光與綠光大於紅光， $0^{\circ}$  差距最大；因為(紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，顏色上變得非常不同，所以會有顏色的移動；線偏振光 -45 度，也在對稱角度產生互補色。

(二)圓偏振光：位置分析點 1398，紅光橢圓長軸在  $10^{\circ}$ 、橢圓短軸在  $100^{\circ}$ ，藍光橢圓長軸在  $80^{\circ}$ 、橢圓短軸在  $-10^{\circ}$ ，在這兩個角度紅光與藍光強度比例剛好相反，所以出現互補色；在其他角度，RGB 強度比例分布皆不同，所以顏色移動變化大。

#### 五、理論模擬程式與相位差

(一)利用  $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 \hat{i} + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2 \hat{j}$ ，設定  $E_{0y} = 1$ ，輸入  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數；得出強度比例分布圖理論值與實驗得出的反射光強度比例分布圖比較，若曲線符合，則可證明設定的  $E_{0y}$ ，輸入的  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數無誤，可求出  $\delta = \delta_y - \delta_x$

## 柒、結論

一、入射光的偏振態、線偏振角度及波長與銅化合物所產生反射橢圓偏振光有關；位置分析點 1398 ~ 點 1455 之間銅化合物種類多，各位置分析點的 RGB 光強度比例變化、橢圓長軸角度不同、橢圓短軸偏光透光率差異性，造成顏色變化及色彩的移動。

二、線偏振 +45 度入射銅化合物，位置分析點 1455：反射光的 RGB 橢圓長軸的角度不同，在  $-125^{\circ} \sim 50^{\circ}$  強度比例值，紅光與綠光大於藍光， $-85^{\circ}$  差距最大；在  $-15^{\circ} \sim 5^{\circ}$  藍光與綠光大於紅光， $0^{\circ}$  差距最大；(紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，會使的這兩個角度範圍的顏色變得非常不同，所以會有色彩的移動。線偏振 -45 度入射，在對稱的角度範圍也有相似的顏色變化及色彩移動。

三、圓偏振光入射銅化合物，位置分析點 1398：紅光與藍光的橢圓長軸角度差  $70^{\circ}$ ，

橢圓短軸偏光透光比例值相同，析光片轉  $70^\circ$ ，會在這兩個角度出現互補色；其他位置分析點，因反射光的 RGB 橢圓長軸偏轉 + 橢圓短軸偏光透光比例值變化，是造成顏色變化大及色彩移動的主因。

四、利用  $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 \hat{i} + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2 \hat{j}$  劃出模擬曲線圖；將強度比例分布圖理論值與實驗得出的反射光強度比例分布圖比較，若曲線符合，則可證明設定的  $E_{0y}$ ，輸入的  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數無誤，進而得出相位差  $\delta$ 。

五、應用：( 線偏振 0 度、90 度、+45 度、-45 度 與圓偏振，5 種偏振入射光 ) × ( 紅光、綠光、藍光，3 種色光分析 )，共會有 15 種組合，若能建立各種銅化合物這 15 種橢圓偏振態的組合，當符合這 15 種組合條件，即可判定是何種銅化合物。

## 捌、參考資料

一、李康源博士(2005)。偏光片-樣品-析光片之影像式橢圓偏光術(交通大學光電所)

二、林柔孜(2012)。臺北市第 46 屆中小學科展，薄膜繞射偏振光之研究

三、陳烜佑(2017)。臺北市第 51 屆中小學科展，銅彩偏光－探討銅受熱，色彩與偏振光的關係

四、網路資料

(一)銅-維基百科。

取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%93%9C>

(二)铜基的化合物有哪些它们是什么颜色？-百度。

取自 <https://zhidao.baidu.com/question/36703190.html>

## 【評語】 030111

本作品藉由銅條不均勻的加熱，產生不同程度的氧化，並改變入射光的偏振態、線偏振角度及波長探討銅化合物的光學吸收與偏振效應。亦能引用布魯斯特角 (Brewster' s angle) 對反射光的偏振效應做清楚的描述。

整體而言，作品的想法有趣，相當值得讚賞。後續或許可以使用雷射代替手電筒做更為精準的量測與研究。

作者亦嘗試將偏振效應與銅化合物薄膜作相關連結，但無法清楚區分厚度與銅化合物種類及結構的效應。本研究的附件有三項，皆為延續性的研究說明，作者的毅力值得鼓勵。

# 摘要

入射光的偏振態、線偏振角度及波長與銅化合物產生反射橢圓偏振光有關；位置分析點1398~點1455之間銅化合物種類多，薄膜厚度薄；各位置分析點的RGB光強度比例變化、橢圓長軸角度不同、橢圓短軸偏光透光率差異性，是造成銅化合物顏色變化及色彩的移動主因。位置分析點1455，線偏振+45度入射，析光片轉85度，紅光與藍光光強度比例會互換，銅化合物有類似互補色的顏色變化。位置分析點1398，圓偏振光入射，紅光與藍光的橢圓長軸角度差70度，橢圓短軸偏光透光比例值相同，析光片轉70度，銅化合物會出現互補色。利用光強度方程式  $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2$  畫出模擬曲線圖與實驗反射光強度比例分布圖比較，若曲線符合，可證明設定的  $E_{0y}$ ，輸入的  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數無誤，得出相位差  $\delta$ 。

## 壹、研究動機

八年級下學期，老師教到理化第二章時提到，銅氧化後會變成黑色的氧化銅。但在實驗課加熱銅片的實驗中發現，加熱後的銅片上竟出現條紋狀的色彩。將此加熱後的銅片放在液晶螢幕前，透過偏光片觀察時發現，旋轉偏光片，加熱後銅片上的色彩竟然會有移動的現象，引發我的好奇心，想知道銅片上色彩的移動與偏振光有何關係？

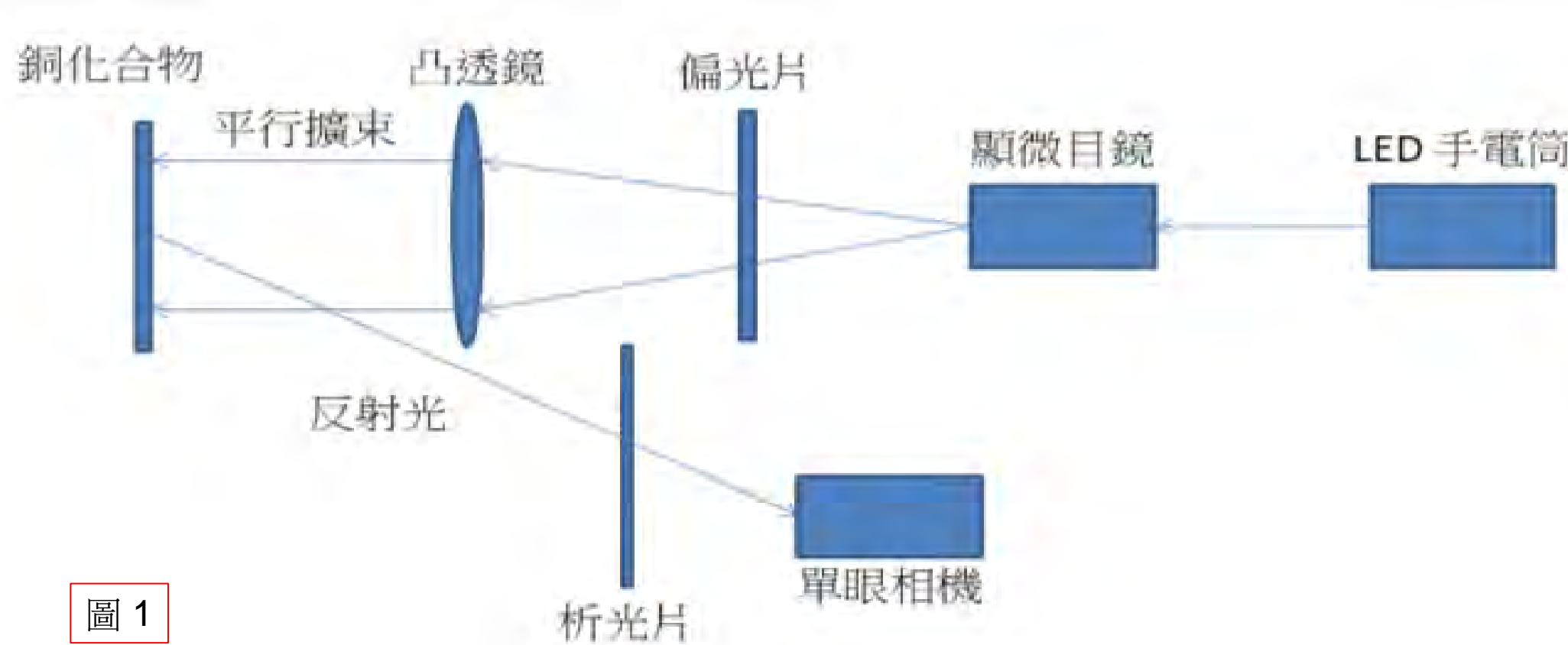
## 貳、研究目的

- 一、研究線偏振光源下，銅化合物條紋的顏色變化與 RGB 偏極化的關係？
- 二、研究圓偏振光源下，銅化合物條紋的顏色變化與 RGB 偏極化的關係？
- 三、程式模擬銅化合物反射光的強度比例分布圖，可得反射光的電場振動方向( X-Y 平面)  
 $\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}$ ，進而得出相位差  $\delta$ 。

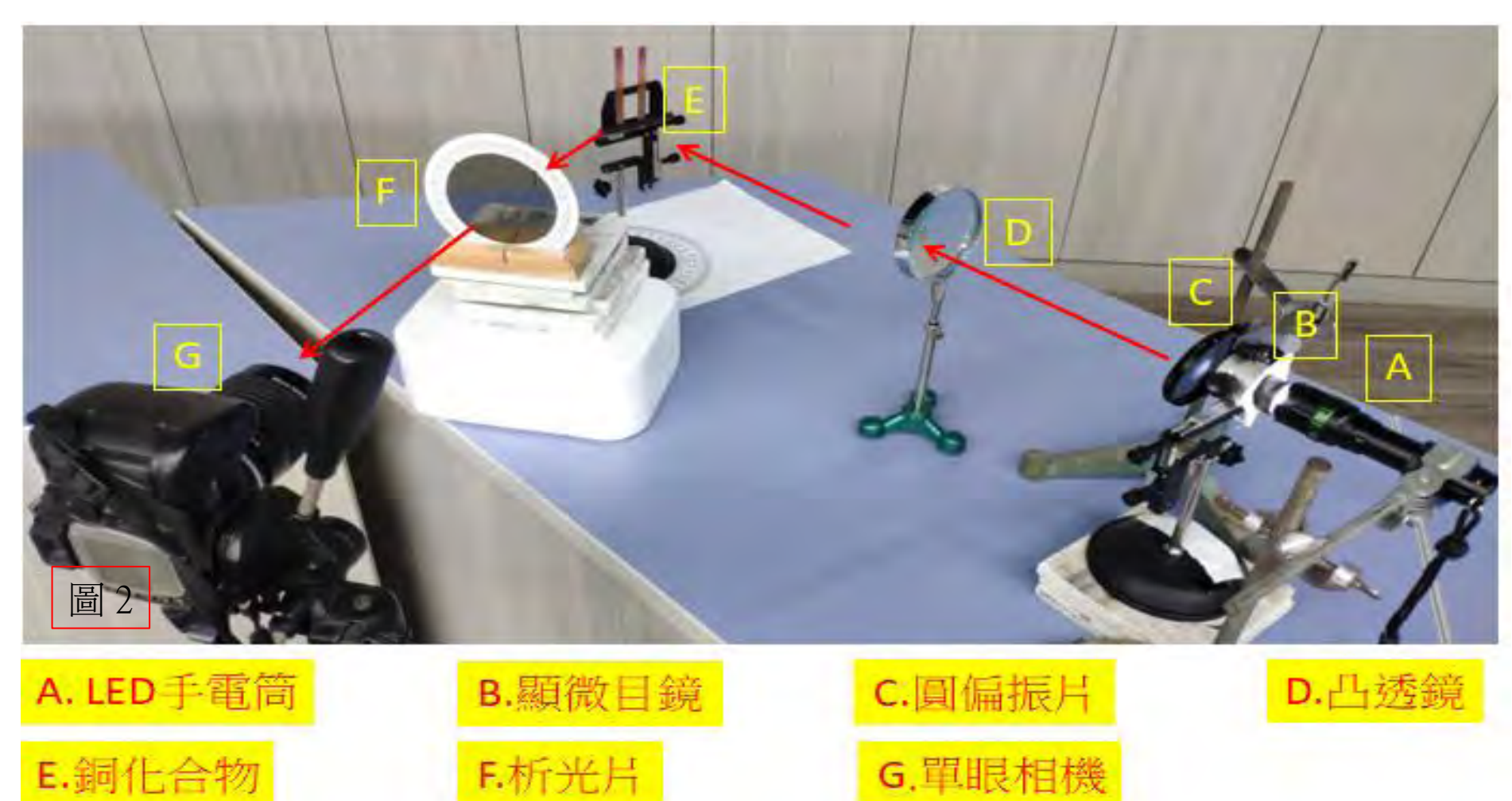
## 參、研究設備及器材

### 一、實驗架構

光路圖



實驗裝置圖



## 肆、研究過程或方法

### 一、研究原理

#### (一)銅化合物相關顏色

銅化合物 <sup>1)</sup>	顏色 <sup>2)</sup>	銅化合物 <sup>3)</sup>	顏色 <sup>4)</sup>
C <sup>1)</sup>		C <sub>2</sub> O <sup>2)</sup>	
C <sub>2</sub> O <sup>2)</sup>		C <sub>2</sub> (OH) <sup>3)</sup>	
C(OH) <sub>2</sub> ·C <sub>2</sub> O <sup>4)</sup>			

#### (二)偏振光 $\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}$

偏振態	線偏振光 0 度	線偏振光 90 度
電場振動程式	$\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t) \hat{i}$	$\vec{E}(t) = E_{0y} \cos(\omega t) \hat{j}$
強度比例分布圖		

偏振態	線偏振光 +45 度	右旋橢圓偏振光	右旋圓偏振光
電場與相位	$E_{0y} = E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = 0$	$E_{0y} > E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$	$E_{0y} = E_{0x}$ 、 $\delta = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$
強度比例分布圖			

#### (三)反射光偏光原理

**圖 8 薄膜干涉**

註 1

入射光經由介面形成反射光，經由介面條件可得出介面的平行入射面  $r_p$  與垂直入射面  $r_s$  的比值

反射光電場方程式： $\frac{r_p}{r_s} = \frac{|r_p|}{|r_s|} e^{i(\delta_p - \delta_s)} = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \hat{j}$

光強度方程式： $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2$

**圖 9 反射光偏振態**

註 2

### 二、實驗步驟

#### (一)加熱銅片

- 1.銅片用銅油將表面鏽斑清除，用水清洗，晾乾。
- 2.用隔熱石膏墊夾住，以酒精燈加熱30秒

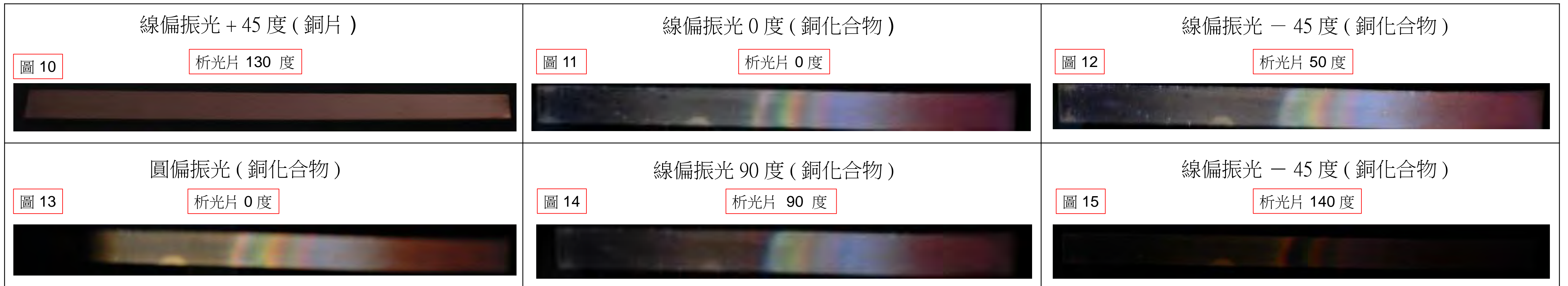
#### (二)偏振光為光源，研究銅化合物條紋變化

- 1.以 LED手電筒為光源
- 2.通過由顯微目鏡與凸透鏡所構成的擴束系統
- 3.固定偏光片的角度在0度
- 4.光通過偏光片後照射到銅化合物上，照相角度為50度，相機透過析光片，每隔5度照相，析光片旋轉360度、存檔、分析。
- 5.偏光片定在90度、+45度、-45度，重複步驟3、步驟4。
- 6.以圓偏振光為光源，重複步驟3、步驟4。

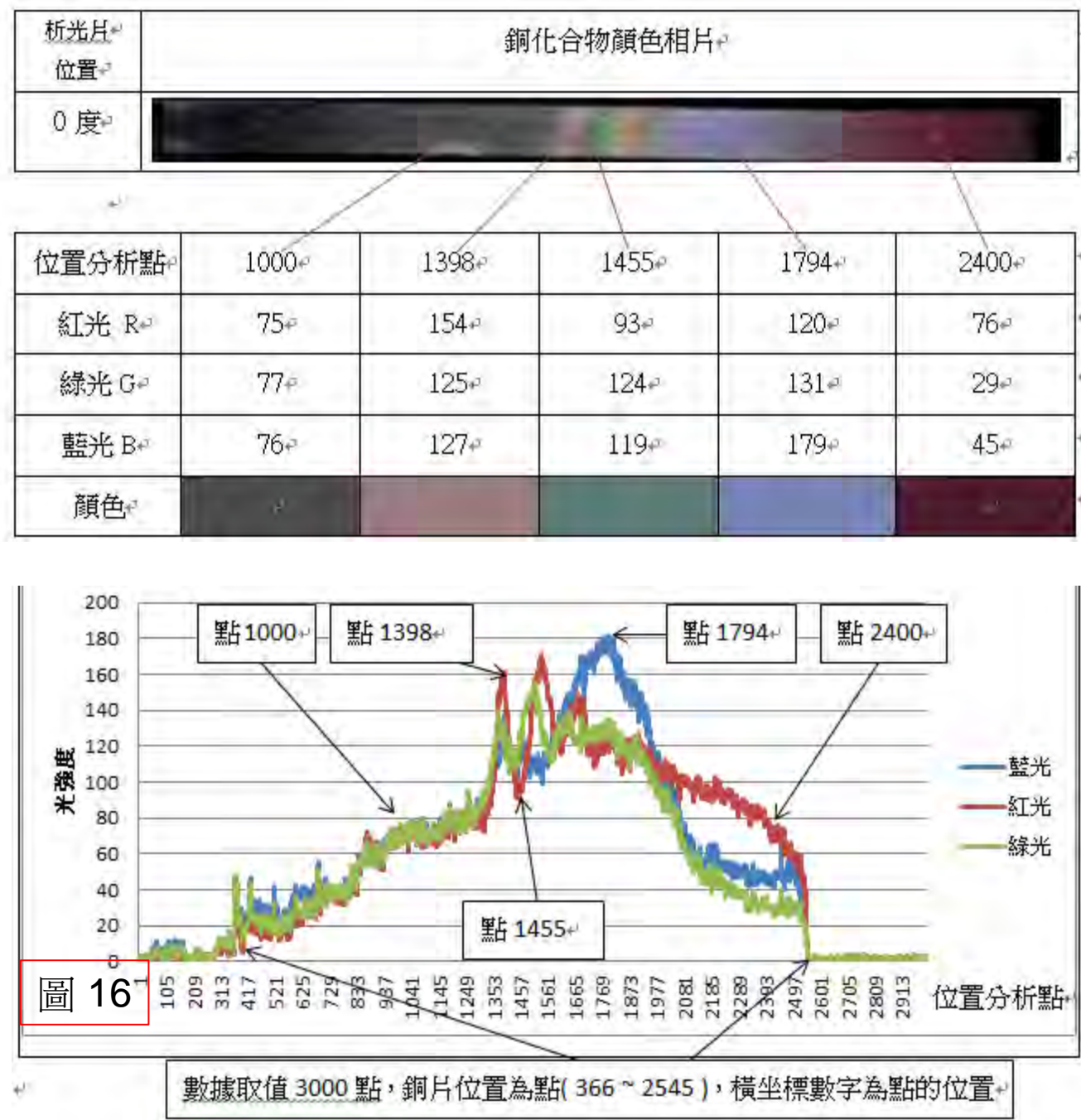


# 伍、研究結果

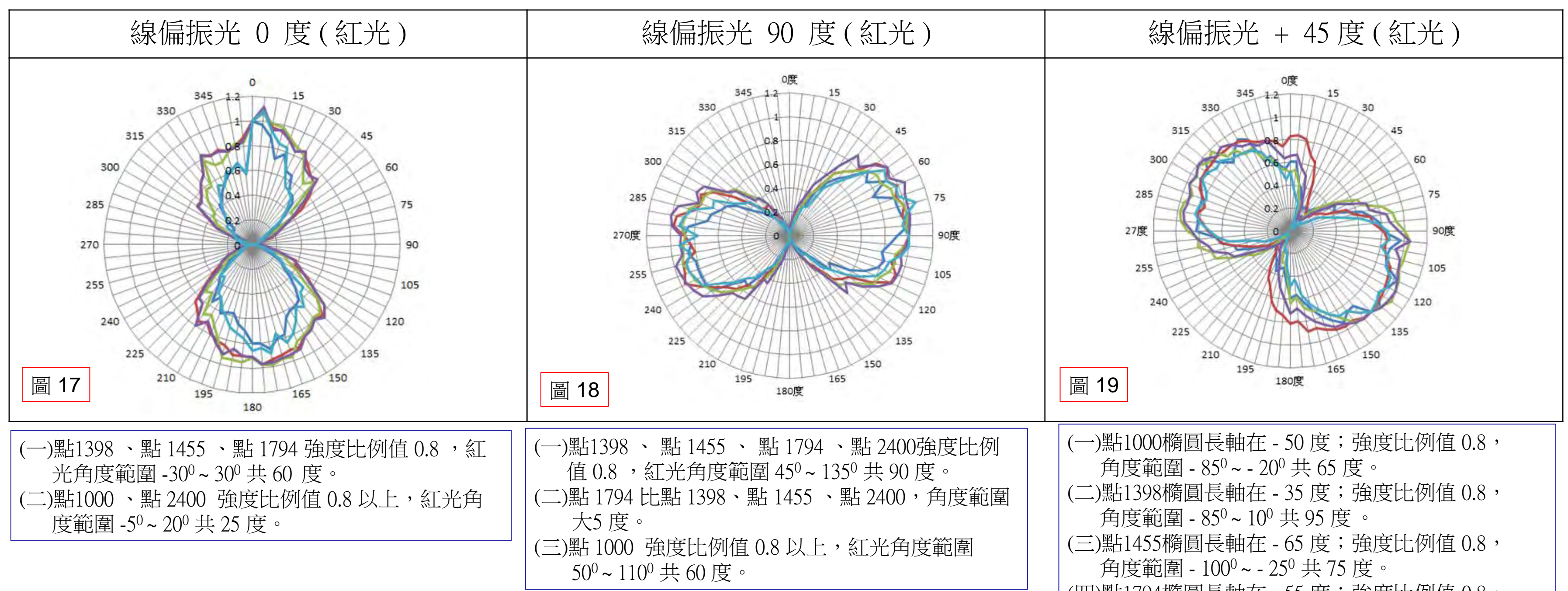
## 一、銅片與銅化合物



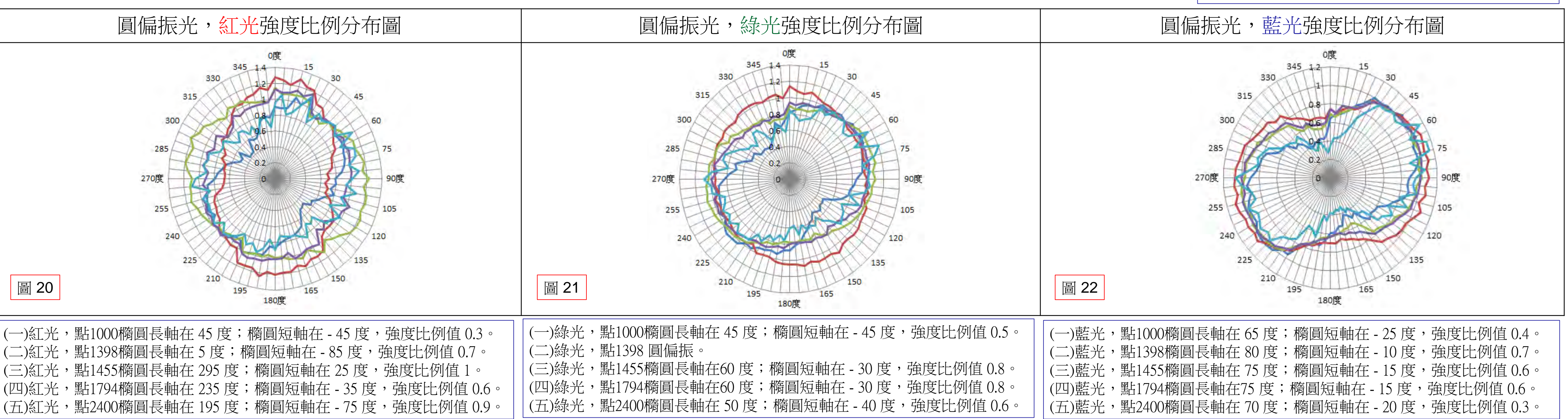
## 二、位置分析點與光強度分布圖



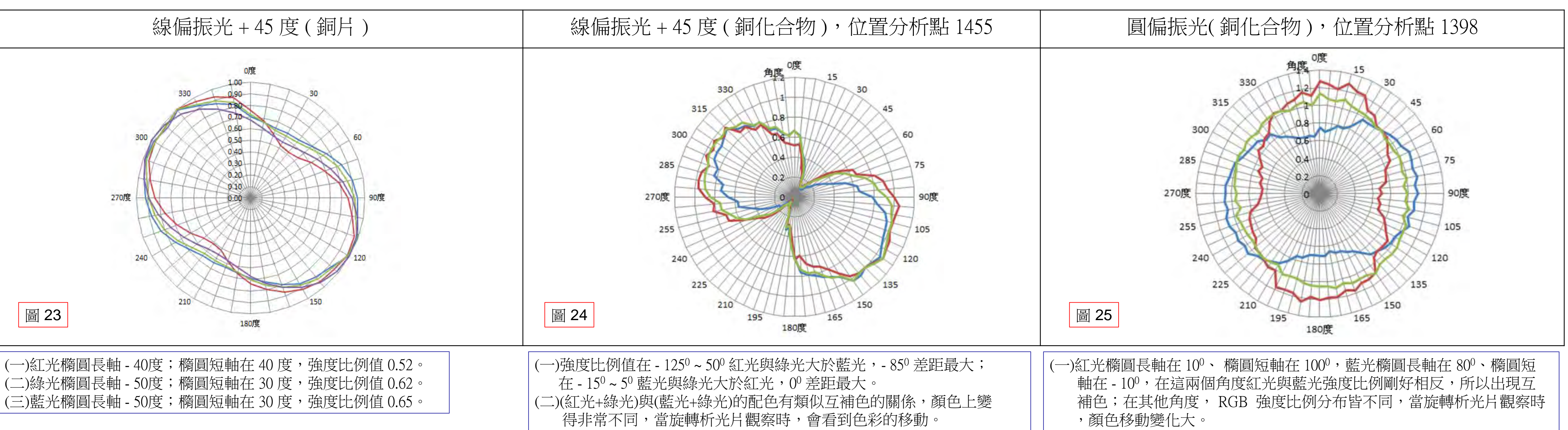
## 三、線偏振光，各位置分析點，紅光強度比例分布圖



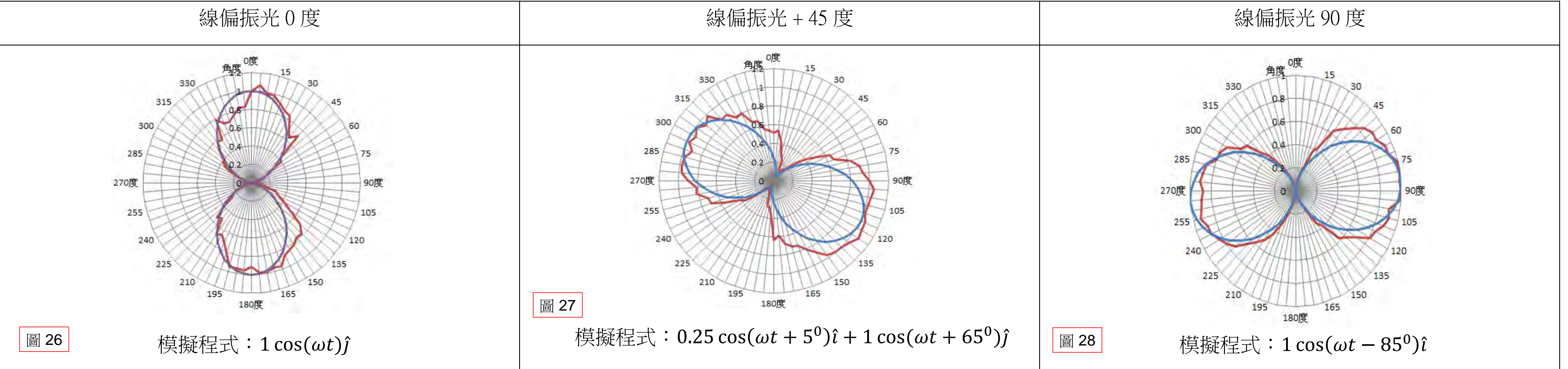
## 四、圓偏振光，各位置分析點，強度比例分布圖



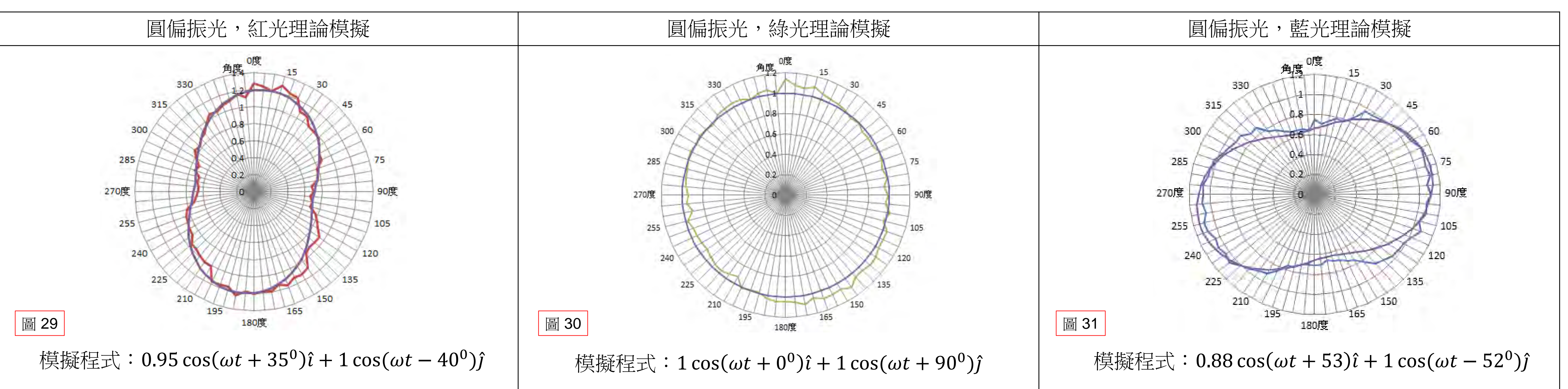
## 五、RGB 強度比例分布圖



## 六、理論模擬程式



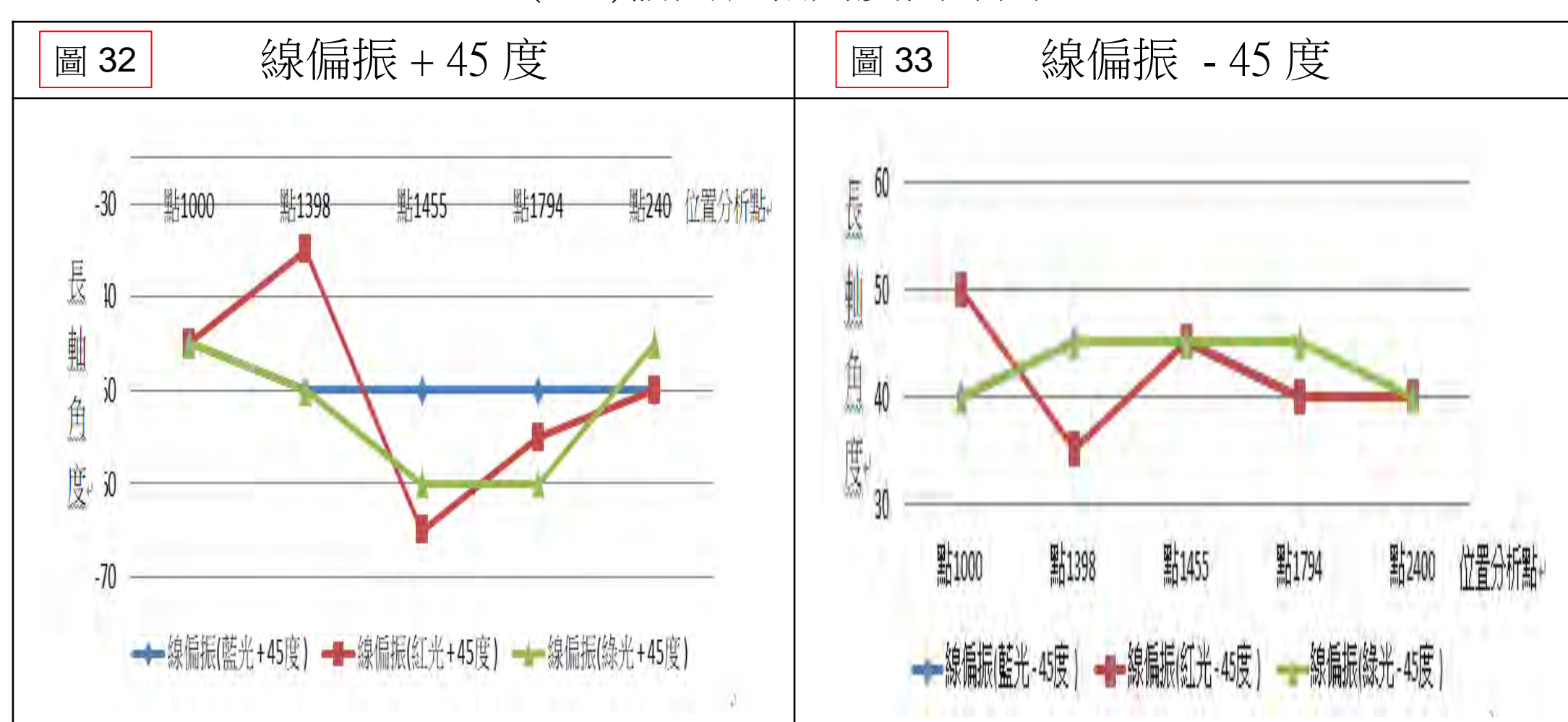
## (二) 位置分析點1398，圓偏振光，RGB 強度比例分布圖



## 陸、討論

### 一、線偏振 +45 度與線偏振 -45 度比較

(一) 橢圓長軸角度曲線圖



1. 線偏振 +45 度與線偏振 -45 度，各位置分析點，紅光橢圓長軸角度趨勢對稱。

(二) 位置分析點 1398，模擬程式，求出相位  $\delta_x$ 、 $\delta_y$

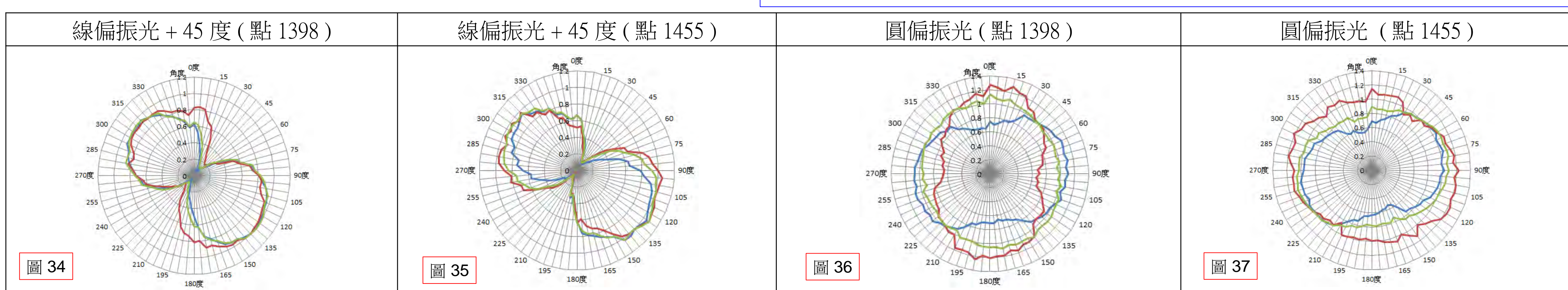
線偏振 +45 度	線偏振 -45 度
模擬程式： $0.4 \cos(\omega t - 30^\circ)i + 1 \cos(\omega t + 45^\circ)j$	模擬程式： $0.45 \cos(\omega t + 10^\circ)i + 1 \cos(\omega t - 40^\circ)j$

(三) 位置分析點 1455，模擬程式，求出相位  $\delta_x$ 、 $\delta_y$

線偏振 +45 度	線偏振 -45 度
模擬程式： $0.25 \cos(\omega t + 5^\circ)i + 1 \cos(\omega t + 65^\circ)j$	模擬程式： $0.25 \cos(\omega t + 20^\circ)i + 1 \cos(\omega t - 53^\circ)j$

1. 線偏振 +45 度：點 1398； $\delta_y = 45^\circ$ 、 $\delta_x = -30^\circ$ ， $\delta = 75^\circ$ ；  
點 1455， $\delta_y = 65^\circ$ 、 $\delta_x = 5^\circ$ ， $\delta = 60^\circ$ ；兩點相位相差  $15^\circ$ 。
2. 線偏振 -45 度：點 1398； $\delta_y = -40^\circ$ 、 $\delta_x = 10^\circ$ ， $\delta = -50^\circ$ ；  
點 1455， $\delta_y = -53^\circ$ 、 $\delta_x = 20^\circ$ ， $\delta = -73^\circ$ ；兩點相位相差  $23^\circ$ 。
3. 線偏振 +45 度與線偏振 -45 度，相位差約略相等，所以紅光橢圓長軸角度趨勢對稱。

### 二、位置分析點 1398、點 1455，色彩移動與互補色



- (一) 位置分析點 1398：紅光強度比例值在  $-30^\circ \sim 30^\circ$  出現變化，代表顏色有變化；在  $10^\circ$  顏色變化最大。
- (二) 位置分析點 1455：強度比例值在  $-125^\circ \sim 50^\circ$  紅光與綠光大於藍光， $-85^\circ$  差距最大；在  $-15^\circ \sim 5^\circ$  藍光與綠光大於紅光， $0^\circ$  差距最大；因為(紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，顏色上變得非常不同，當旋轉析光片觀察時，會看到色彩的移動。
- (三) 位置分析點 1398 ~ 點 1455，紅光橢圓長軸角度偏移  $30^\circ$  與綠光橢圓長軸角度偏移  $10^\circ$ ，造成 RGB 強度比例變化，所以有顏色的變化及色彩的移動。

- (一) 點 1398 紅光橢圓長軸在  $10^\circ$ 、橢圓短軸在  $100^\circ$ ，藍光橢圓長軸在  $80^\circ$ 、橢圓短軸在  $-10^\circ$ ，在這兩個角度紅光與藍光強度比例剛好相反，所以出現互補色；在其他角度，RGB 強度比例分布皆不同，所以顏色移動變化大。
- (二) 點 1455 強度比例分析圖在  $30^\circ \sim 60^\circ$  與  $60^\circ \sim 210^\circ$  分布不同，所以會出現 2 種顏色變化。
- (三) 位置分析點 1398 ~ 點 1455，紅光橢圓長軸大角度偏移與橢圓短軸強度比例不同；綠光由橢圓偏振變成圓偏振，造成 RGB 強度比例變化，所以有顏色的變化及色彩的移動。

### 三、各位置分析點的銅化合物

- (一) 圖 16，點 1398 為紅光亮區，是建設性干涉，圖 19，橢圓長軸角度偏向  $0^\circ$ ；圖 16，點 1455 為紅光暗區，是破壞性干涉，圖 19，橢圓長軸角度偏向  $-90^\circ$ ；表示垂直入射面偏振光比平行入射面偏振光對強度比例分布影響更大。
- (二) 圖 20、圖 21、圖 22；橢圓長軸偏轉角度，紅光 > 綠光 > 藍光，表示波長越長，穿透性越高，多重反射光干涉強度越強，則波長越長與強度比例分布範圍有正相關性。
- (三) 圖 17 與圖 18，點 1398、點 1455、點 1794 比點 1000、點 2400 強度比例分布範圍變大，表示生成銅化合物種類變多；而薄膜較薄所產生的多重反射光干涉強度較強且複雜。
- (四) 圖 19 與圖 20，圓偏振紅光的橢圓長軸偏轉角度比線偏振 +45 度紅光的橢圓長軸偏轉角度大很多，表示圓偏振光入射銅化合物後，反射的橢圓偏振態變化更多，銅化合物顏色變化更大。

## 柒、結論

- 一、入射光的偏振態、線偏振角度及波長與銅化合物所產生反射橢圓偏振光有關；位置分析點 1398 ~ 點 1455 之間銅化合物種類多，薄膜厚度薄；各位置分析點的 RGB 光強度比例變化、橢圓長軸角度不同、橢圓短軸偏光透光率差異性，造成顏色變化及色彩的移動。
- 二、線偏振 +45 度入射銅化合物，位置分析點 1455：反射光的 RGB 橢圓長軸的角度不同，在  $-125^\circ \sim 50^\circ$  強度比例值，紅光與綠光大於藍光， $-85^\circ$  差距最大；在  $-15^\circ \sim 5^\circ$  藍光與綠光大於紅光， $0^\circ$  差距最大；(紅光+綠光)與(藍光+綠光)的配色有類似互補色的關係，會使的這兩個角度範圍的顏色變得非常不同，所以會有色彩的移動。線偏振 -45 度入射，在對稱的角度範圍也有相似的顏色變化及色彩移動。
- 三、圓偏振光入射銅化合物，位置分析點 1398：紅光與藍光的橢圓長軸角度差  $70^\circ$ ，橢圓短軸偏光透光比例值相同，析光片轉  $70^\circ$ ，會在這兩個角度出現互補色；其他位置分析點，因反射光的 RGB 橢圓長軸偏轉 + 橢圓短軸偏光透光比例值變化，是造成顏色變化大及色彩移動的主因。
- 四、利用  $I(t) = (E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x))^2 + (E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y))^2$  畫出模擬曲線圖；將強度比例分布圖理論值與實驗得出的反射光強度比例分布圖比較，若曲線符合，則可證明設定的  $E_{0y}$ ，輸入的  $E_{0x}$ 、 $\delta_x$ 、 $\delta_y$  等參數無誤，進而得出相位差  $\delta$ 。
- 五、應用：(線偏振  $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $+45^\circ$ 、 $-45^\circ$  與圓偏振，5 種偏振入射光)  $\times$  (紅光、綠光、藍光，3 種色光分析)，共會有 15 種組合，若能建立各種銅化合物這 15 種橢圓偏振態的組合，當符合這 15 種組合條件，即可判定是何種銅化合物。

## 捌、參考資料

- 一、李康源博士(2005)。偏光片-樣品-析光片之影像式橢圓偏光術(交通大學光電所)
- 二、林柔孜(2012)。臺北市第46屆中小學科展，薄膜繞射偏振光之研究
- 三、陳烜佑(2017)。臺北市第51屆中小學科展，銅彩偏光—探討銅受熱，色彩與偏振光的關係
- 四、網路資料
  - (一)銅-維基百科。  
取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%93%9C>
  - (二)銅基的化合物有哪些它們是什麼顏色?-百度。  
取自 <https://zhidao.baidu.com/question/36703190.html>
  - (三)註 1：<https://www.google.com/search?q=薄膜干涉>
  - (四)註 2：[https://www.google.com/search?rlz=1C1CHZL\\_zh-TWTW761TW761&biw=1366&bih=657&tbm=is&sa=1&ei=6wELXaiGJ8vbhwO3kYq4CQ&q=反射光橢圓偏振光](https://www.google.com/search?rlz=1C1CHZL_zh-TWTW761TW761&biw=1366&bih=657&tbm=is&sa=1&ei=6wELXaiGJ8vbhwO3kYq4CQ&q=反射光橢圓偏振光)