

中華民國第 59 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

030102

扭轉泡膜—探討影響泡膜形狀的因素

學校名稱：新竹縣立自強國民中學

作者： 國二 張仡蕊 國二 黃郁茹	指導老師： 蔡鈴珍
---------------------------------	------------------

關鍵詞：泡膜、最小圓徑、曲率半徑

摘要

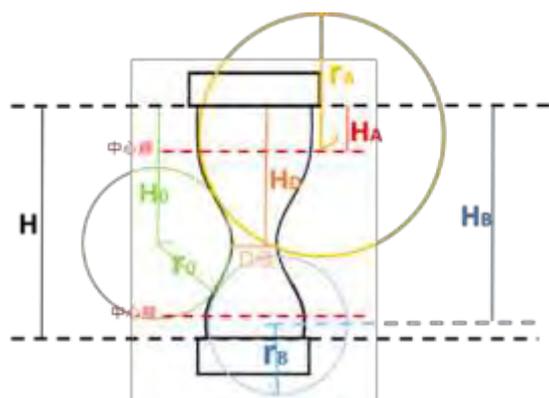
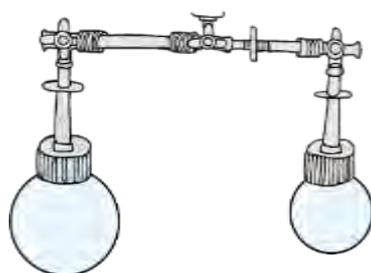
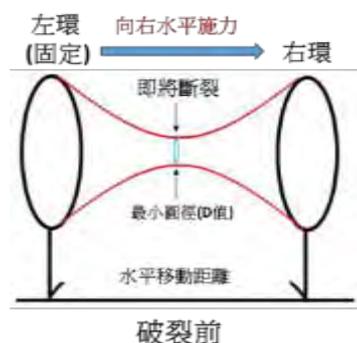
『冒泡的美』引領我們進行一系列泡膜力學探索。泡膜形狀的變化，因操作變因而隨之改變。本實驗我們採用攝影方式，截圖分析、觀察與測量。實驗分：一、兩鐵絲線圈間開放泡膜的拉鋸，觀察泡膜的形狀改變；二、單一封閉柱狀泡膜在上下出接口間改變垂直間距，觀察泡膜曲率半徑變化相關性。探討得兩鐵線圈直徑與兩泡膜間最小圓徑的關係式 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$ ，是為開放泡膜力學平衡所致；在單一柱狀泡膜會出現上、凹、下三個曲率半徑，泡膜在破裂前的平衡穩定狀態之曲率半徑相關方程式 $\frac{1}{r_o} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A}$ ，是為液體表面分子收縮於最小表面積，呈現壓力平衡的現象。

壹、研究動機

在神奇的泡泡影片中，可以看到泡泡可由魔術師的手拉動後，讓泡泡罩住小朋友全身，查閱了有關於泡泡相關文獻，得知泡泡上的泡膜的凹凸變化是具有特別意義的。泡膜上的表面張力會因為外力做功而造成泡膜上的形狀改變，而泡膜形狀的改變到底會受到什麼條件的影響？開放泡膜及封閉泡膜之間是否也有差異存在？因此我們展開了這一系列的實驗進行探究。

◆本實驗裝置相關內容介紹：

(一)實驗裝置操作示意圖



圖一 水平拉動示意圖 圖二 不同體積數泡泡在連通管內 圖三 單一柱狀泡膜下拉示意圖

(二)實驗說明:

本實驗使用二個鐵絲線圈，拉動線圈造成泡泡的泡膜在兩鐵絲線圈間形成。此時氣體

可以在兩鐵絲線圈內流通，沒有壓差。如上圖一

2.封閉泡膜實驗

(1)本實驗利用連通管裝置，讓定量氣體在連通管內流動，進一步造成泡泡大小變化。如上圖二。

(2)單一柱狀泡膜:利用上下二個出接口承接泡泡，讓定量氣體在泡泡內流動。再施力下拉，造成泡泡的泡膜形狀改變。如上圖三。

(三)實驗原理基本說明:

1.不論是開放或封閉泡膜，皆有表面張力現象，想進一步探討泡膜上的表面張力與曲率半徑的關係變化。

2.不論是開放或封閉泡膜實驗，也想進一步探討間距拉鋸的變化與曲率半徑之間的關係。

貳、研究目的

一、探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的變化關係。

(一) 施力水平向右後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

(二) 施力水平對拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

(三) 施力垂直上拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

(四) 施力垂直下拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

(五) 施力垂直對拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

二、探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後，造成連通管二端泡泡直徑的變化關係。

三、探討不同氣體體積數的單一柱狀泡泡，施力下拉後，接口間兩泡膜的變化關係。

(一) 上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 與出接口垂直距離的變化關係。

(二) 上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 與出接口的口徑大小的變化關係。

(三) 上、凹、下圓的中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_O 、 H_B 的變化關係。

(四) 上下兩泡膜間的最小圓徑 D 與出口垂直距離 H_O 的變化關係。

參、研究設備及器材

一、研究器材

器材名稱	數量	器材名稱	數量	器材名稱	數量	器材名稱	數量
50ml 針筒	1 支	格子紙	1 張	鐵絲	1 包	防水膠帶	1 卷
黑色瓦楞板	1 張	保麗龍膠蓋	2 個	彈簧秤	2 個	燒杯	4 個
三通管	1 個	膠水蓋	1 個	尺	1 把	海綿	2 塊
支架	3 個	廣用試紙蓋	1 個	護貝紙	1 張	電工膠帶	1 卷

二、研究儀器

儀器名稱	數量	儀器名稱	數量	儀器名稱	數量
手機及相機	2 台	自製泡泡機	1 組	手機架	1 個

三、研究設備

		
圖一 自製泡泡機	圖二 四種泡泡接口側視圖	圖三 四種泡泡接口俯視圖
		
圖四 鐵絲環 R1~R4	圖五 膠水頭	圖六 自製手機架

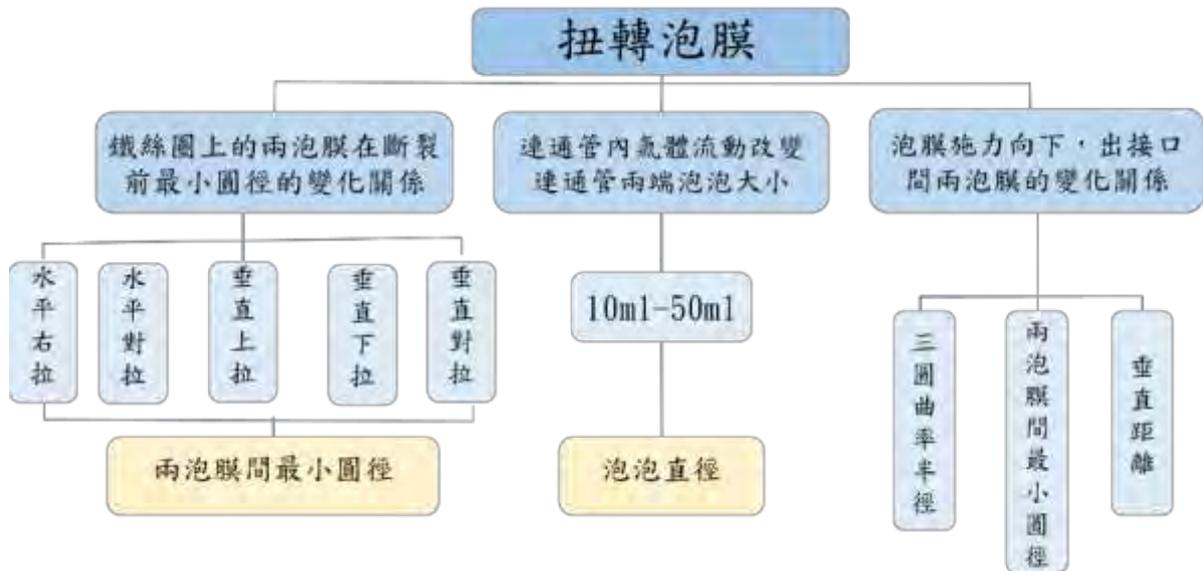
為了進行本次實驗，我們自製泡泡機 (如圖一)，上方支架固定的針筒，方便我們定量泡泡內的氣體體積量，吹泡泡的地方以三通管和塑膠管連接，下方放置可活動的瓦楞板，方便我們放置接口和進行下拉的實驗，後面放了一張格子紙方便測量。

為了探討不同半徑的泡泡出口以及接口會對我們的實驗結果是否會有影響，我們選用了兩種不同大小口徑的出口和四種不同的接口(如圖二、圖三)，他們內圈口徑的公分數如下：

種類	塑膠蓋	膠水蓋	瓶蓋	廣用試紙蓋	保麗龍膠頭	膠水頭
口徑 (公分)	2.9	2.5	2	1.5	2.1	3

四、泡泡水材料:分別是水、洗碗精、膠水和甘油，比例為 12:2:2:1。

五、研究架構圖



六、參考理論依據

(一) 液體的表面分子因為受到各引力的不均衡，造成液體表面趨向收縮於最小表面積，而其作的功稱為表面能。由熱力學導出之單位面積表面能 H ，與表面張力 $2\sigma_f$

$$H=2\sigma_f-T\left(\frac{\Delta\gamma}{\Delta T}\right)_p$$

，在本實驗中無溫度或壓力變化，所以 $H=\sigma_f$ 。

(二) 根據表面能與表面張力的原理，泡膜的平衡形勢建立在總表面最小時的狀態。而在表面張力和內聚力的作用下泡膜的表面積會呈現最小狀態。而在開放泡膜的實驗中，在拉動泡膜時，因兩鐵絲線圈旁無其他的支撐力，所以不會有最小面積狀態出現，也因為兩泡膜間是中空，會造成外部空氣可以和泡膜內空氣流通，所以在拉動泡膜時，空氣流通過的通道就稱為最小圓徑。

(三) 封閉泡膜-連通管的實驗中，根據拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq)： $\Delta P=\frac{2\sigma_f}{R}$ ，

ΔP (壓差)與曲率 $\frac{1}{R}$ 成正比，氣體體積數較小的泡泡氣體會流向體積數較大的泡泡

內。空氣會從壓力大處流向壓力小處，所以氣體體積數較小的泡泡內的壓力會較大。

(四) 封閉泡膜-單一柱狀泡膜:根據拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq)： $\Delta P=\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ ，

本實驗中，在封閉單一柱狀泡膜曲線上有三個上、凹、下不同大小的曲率半徑，分別為 r_A 、 r_O 、 r_B ，符合其公式。

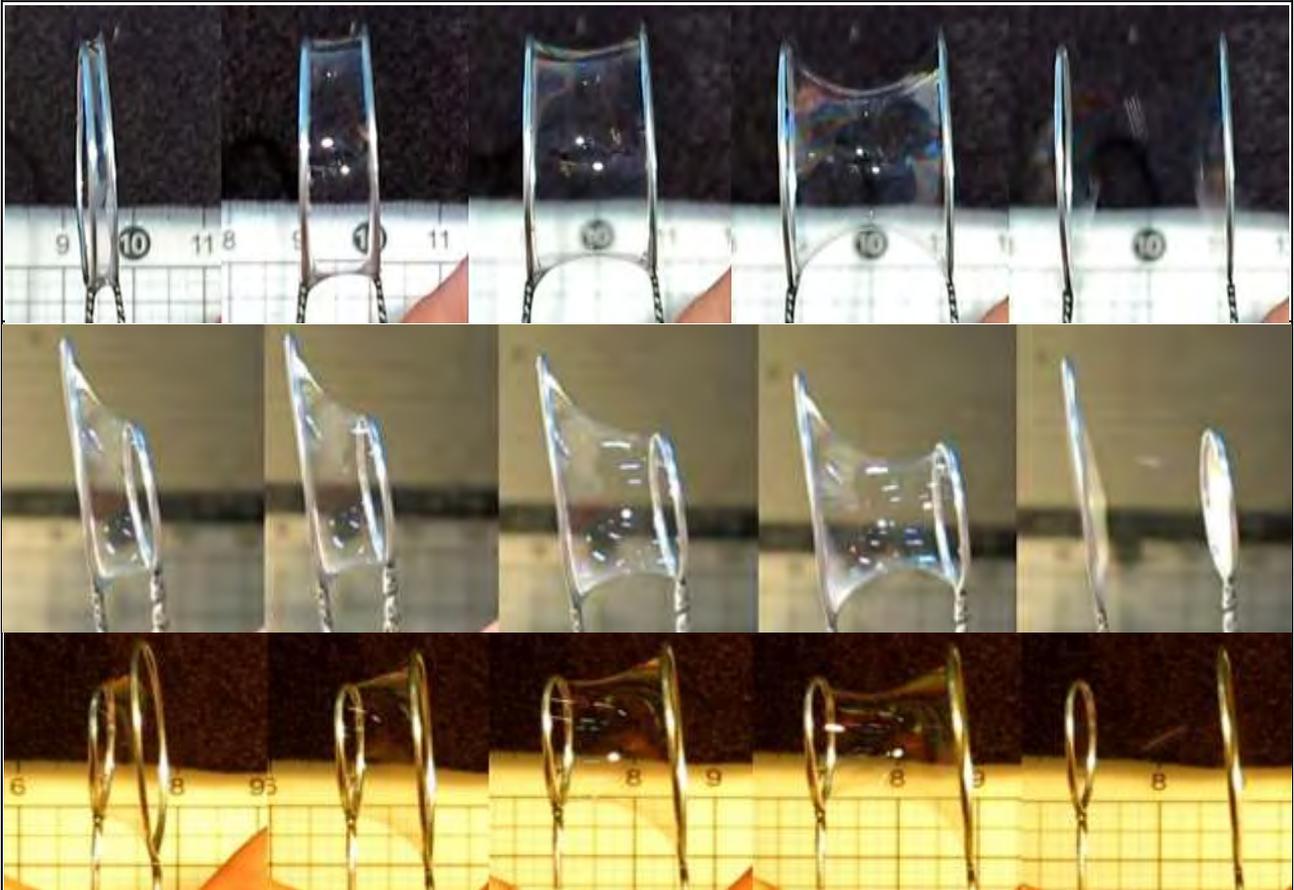
肆、研究過程或方法

一、探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的變化關係。

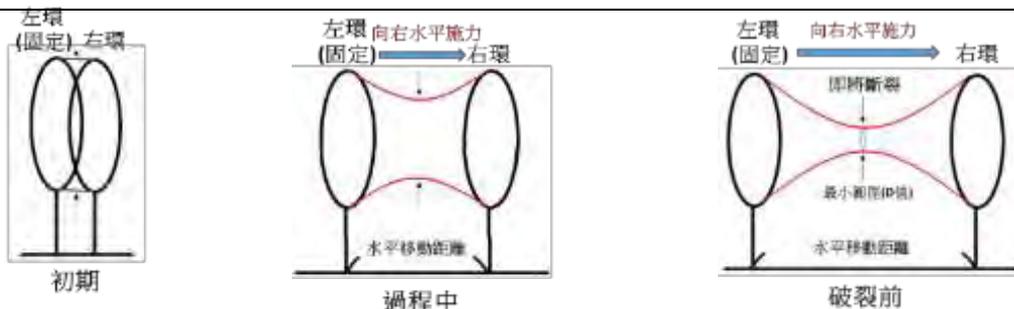
目的:想觀察泡膜是否因拉力方向或線圈大小而產生不同的最小圓徑變化

(一)實驗1-1 施力水平向『右拉』的泡膜實驗

1.實驗1-1施力水平向右拉實驗過程照片-二圓分別為相同直徑、左大右小、左小右大三種



2. 實驗1-1施力水平向右拉之泡膜示意模擬圖



3.實驗1-1施力水平向右拉之實驗步驟

- (1)固定左方鐵絲線圈，並將右方鐵絲線圈向右拉至泡膜破裂，錄影並取3次截圖記錄
- (2)重複實驗三次後，求平均值並記錄比較(水平右手拉平均速率為0.2~0.8 cm/s)
- (3)為了使實驗現象看得更清楚，在此我們將鐵絲線圈直徑加大至3.4公分。(訂為R')

4.分二大組比較:就左右環二個鐵絲線圈直徑相同與左右環二個鐵絲線圈直徑不同的兩組進行比較說明，其實驗數據比較表格如下表

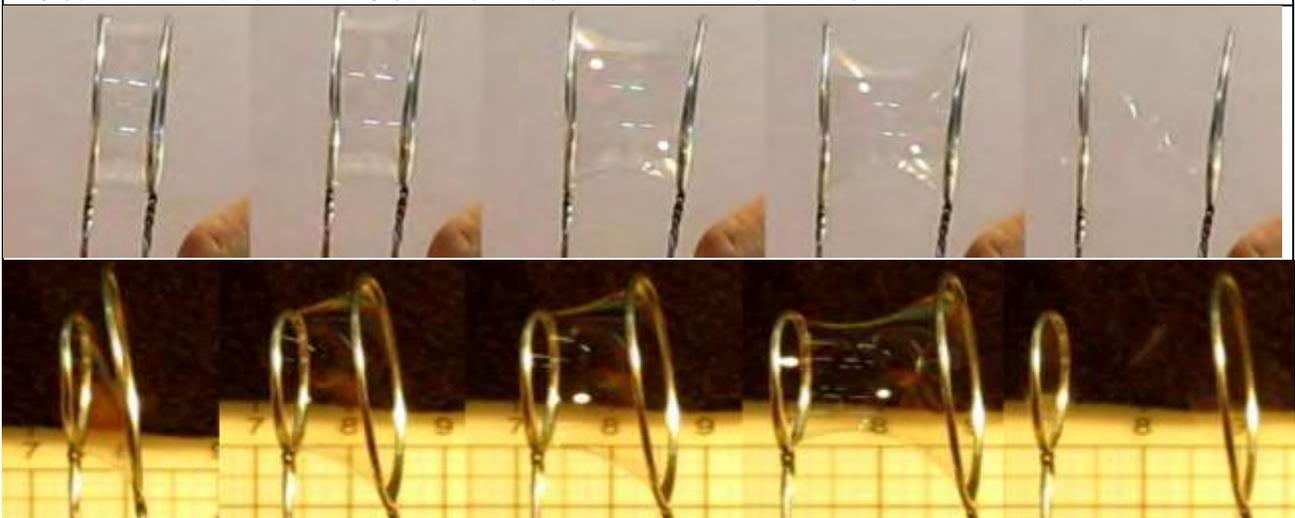
左右環是二個相同直徑的鐵絲線圈				左右環是不同的直徑的鐵絲線圈(左大右小)			
R ₁ 直徑	R ₂ 直徑	R ₃ 直徑	R ₄ 直徑	R ₁ 直徑	R ₂ 直徑	R ₃ 直徑	R ₄ 直徑
2.9cm	2.5cm	2cm	1.5cm	2.9cm	2.5cm	2cm	1.5cm
表1-1 R ₁ 鐵絲線圈 V.S R ₁ 鐵絲線圈				表1-5 R ₁ 鐵絲線圈 V.S R ₁ 鐵絲線圈			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	2.72	2.72	2.72	初期	2.72	2.72	2.72
過程中	2.72	2.09	2.72	過程中	2.72	2.09	2.72
破裂前	2.72	2	2.72	破裂前	2.72	2	2.72
表1-2 R ₂ 鐵絲線圈 V.S R ₂ 鐵絲線圈				表1-6 R ₁ 鐵絲線圈 V.S R ₂ 鐵絲線圈			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	2.29	2.27	2.29	初期	2.72	2.21	2.29
過程中	2.29	1.18	2.29	過程中	2.72	1.93	2.29
破裂前	2.29	1.27	2.29	破裂前	2.72	1.79	2.29
表1-3 R ₃ 鐵絲線圈 V.S R ₃ 鐵絲線圈				表1-7 R ₁ 鐵絲線圈 V.S R ₃ 鐵絲線圈			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	1.73	1.45	1.73	初期	2.72	2.3	1.73
過程中	1.73	1.09	1.73	過程中	2.72	2.3	1.73
破裂前	1.73	0.9	1.73	破裂前	2.72	2	1.73
表1-4 R ₄ 鐵絲線圈 V.S R ₄ 鐵絲線圈				表1-8 R ₁ 鐵絲線圈 V.S R ₄ 鐵絲線圈			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	1.4	2.3	1.4	初期	2.72	2.3	1.4
過程中	1.4	2.3	1.4	過程中	2.72	2.3	1.4
破裂前	1.4	0.9	1.4	破裂前	2.72	1.6	1.4
左右環是二個相同之變化關係圖				左右環是不同的變化關係圖(左大右小)			

6. 向右拉動鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

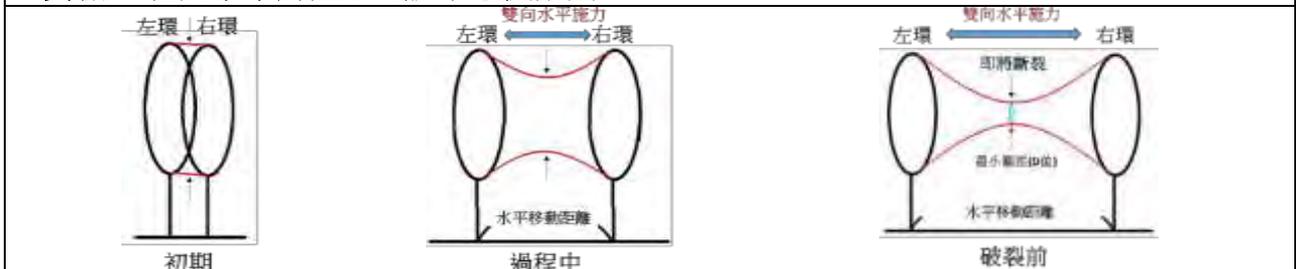
	兩個相同直徑鐵絲線圈	左環小、右環大的兩鐵絲線圈	左環大、右環小兩鐵絲線圈
照片			
D 值位置	中間	偏左邊(直徑較小那一側)	偏右邊(直徑較小那一側)
變化數值	H=2.05 公分， X1=1.3 公分， X2=0.75 公分	H=3.4 公分， X1=1.5 公分， X2=1.9 公分	H=1.1 公分， X1=0.7 公分， X2=0.4 公分

(二) 實驗 1-2 施力水平『對拉』的泡膜實驗

1. 實驗 1-2 施力水平對拉之實驗過程照片：- 二圓分別為相同直徑、一小一大二種



2. 實驗 1-2 施力水平對拉之泡膜示意模擬圖



3. 實驗 1-2 施力水平對拉之實驗步驟

鐵絲線圈規格= R' 直徑為 3.4cm

為了使實驗現象看得更清楚，在此我們將鐵絲圈直徑加大至 3.4 公分。(訂為 R')

1. 將鐵絲線圈對拉至泡膜破裂，錄影並取 3 次截圖記錄。

2. 重複實驗三次後，求平均值並記錄比較

4.實驗1-2 施力水平對拉之泡膜實驗記錄及折線圖

R'鐵絲線圈 V.S R'鐵絲線圈(相同直徑)				R'鐵絲線圈 V.S R鐵絲線圈(不同直徑)			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	2.9	3.2	初期	3.2	2.4	2.1
過程中	3.2	2.3	3.2	過程中	3.2	2.3	2.1
破裂前	3.2	1.8	3.2	破裂前	3.2	1.8	2.1

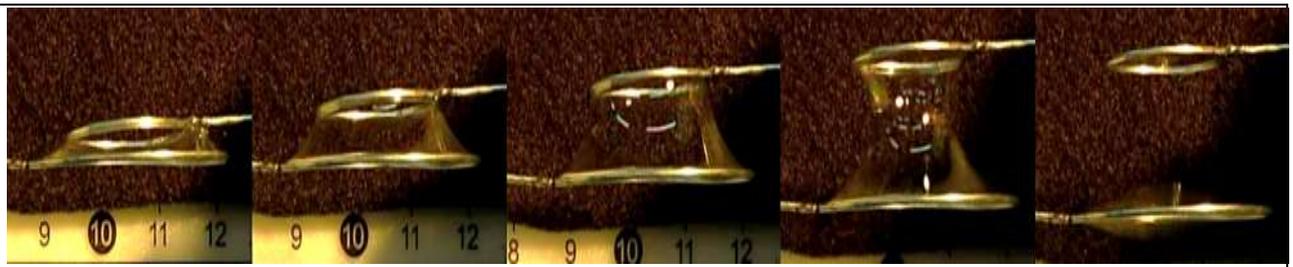
--	--

實驗數據分析	實驗數據分析
<p>R'=3.4公分,D=1.8公分，帶入$\frac{1}{3.4}+\frac{1}{3.4}=\frac{1}{1.7} \cong \frac{1}{1.8}$</p> <p>符合$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{D}$</p>	<p>R'=3.4公分,D=1.8公分帶入$\frac{1}{3.4}+\frac{1}{1.5}=\frac{1}{1.041} \neq \frac{1}{1.8}$</p> <p>不符合$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{D}$</p>

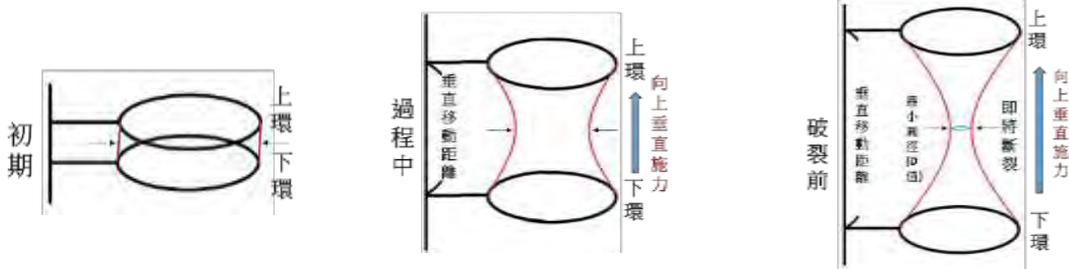
D值顯示照片：位置中間	D值顯示照片：位置偏向左邊(偏向小線圈)

(三)實驗 1-3 施力垂直『上拉』的泡膜實驗

1.實驗1-3 施力垂直上拉之實驗過程照片:二圓分別為相同直徑、上大下小、上小下大三種



2.實驗1-3 施力垂直上拉之泡膜示意模擬圖



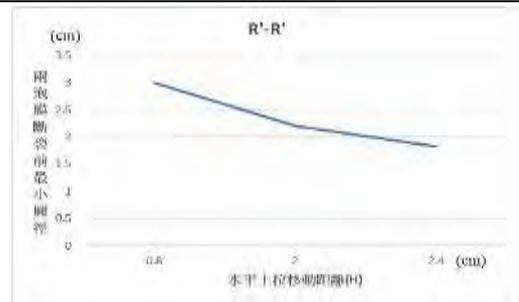
3.實驗1-3 施力垂直上拉之實驗步驟

鐵絲線圈規格 R'直徑=3.4cm

- 1.為了讓現象更明顯，我們將鐵絲圈直徑加大至3.4公分(訂為R')
- 2.將鐵絲線圈對拉至泡膜破裂，錄影並取3次截圖記錄，重複實驗三次後，求平均值。

4.實驗1-3 施力垂直上拉之泡膜實驗記錄及折線圖

R'鐵絲線圈 V.S R鐵絲線圈(相同直徑)	左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	3	3.2
過程中	3.2	2.2	3.2
破裂前	3.2	1.82	3.2

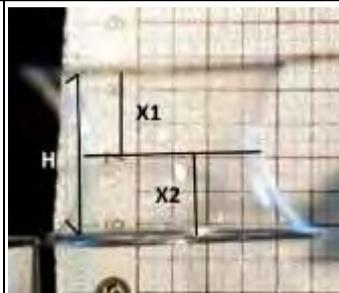


實驗數據分析

D值顯示照片:位置中間。

R'=3.4公分,D=1.82公分，帶入 $\frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} = \frac{1}{1.7} \approx$

$$\frac{1}{1.82} \text{ 符合 } \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$$



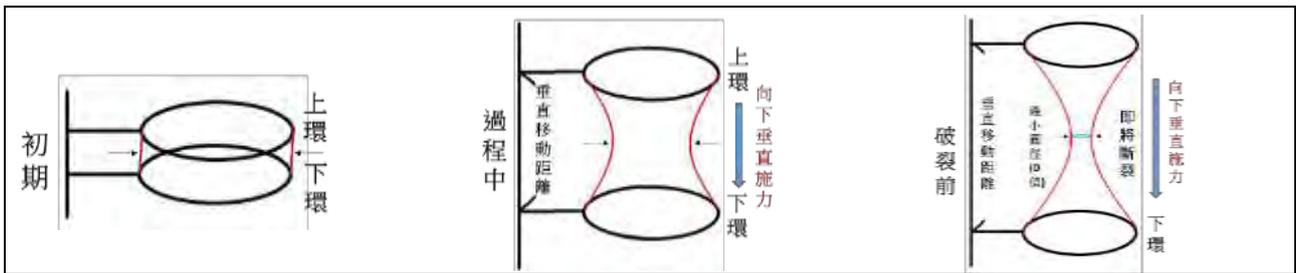
5.上下分別為不同直徑的鐵絲線圈

R'鐵絲線圈 V.S R鐵絲線圈(上大下小)				R鐵絲線圈 V.S R'鐵絲線圈(上小下大)			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	2.4	2.1	初期	3.2	2.4	2.1
過程中	3.2	1.9	2.1	過程中	3.2	2.1	2.1
破裂前	3.2	1.3	2.1	破裂前	3.2	1.3	2.1

<p>實驗數據分析</p> <p>$R'=3.4$公分，$R_4=1.5$公分，$D=1.3$公分帶入</p> <p>$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.04} \neq \frac{1}{0.769}$ 與 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$ 不符合</p>	<p>實驗數據分析</p> <p>$R'=3.4$公分，$R_4=1.5$公分，$D=1.3$公分帶入</p> <p>$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.04} \neq \frac{1}{1.3}$ 不符合 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$</p>
<p>D值顯示照片:位置偏下(偏向小線圈)</p>	<p>D值顯示照片:位置偏上(偏向小線圈)</p>

(四)實驗1-4 施力垂直『下拉』的泡膜實驗

<p>1.實驗1-4 施力垂直下拉之實驗過程照片:二圓分別為相同直徑、上大下小、上小下大三種</p>
<p>2.實驗1-4 施力垂直下拉之泡膜示意模擬圖</p>



3.實驗1-4 施力垂直下拉之實驗步驟 鐵絲線圈規格 R'直徑3.4cm

為了讓現象更明顯，我們將鐵絲圈直徑加大至3.4公分。(訂為R')

1.將鐵絲線圈對拉至泡膜破裂，錄影並取3次截圖記錄。

2.重複實驗三次後，求平均值並記錄比較

4.實驗1-4 施力垂直下拉之泡膜實驗記錄及折線圖

R'鐵絲線圈 V.S R'鐵絲線圈 (相同直徑)			
	左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	3.1	3.2
過程中	3.2	3	3.2
破裂前	3.2	2	3.2

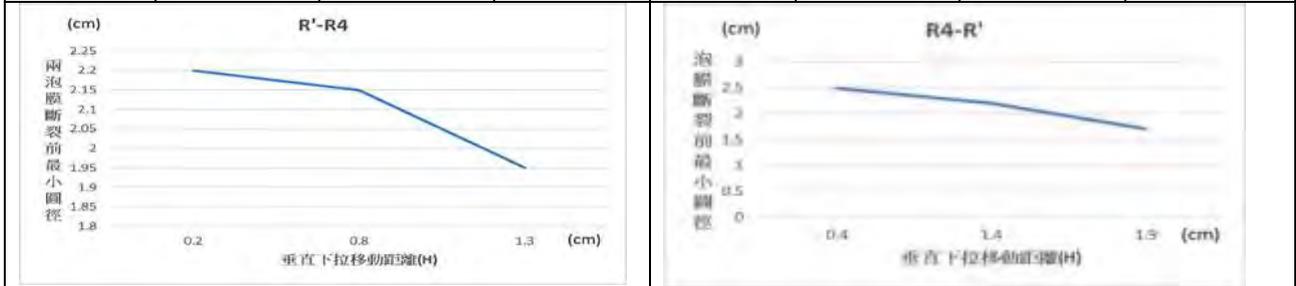
實驗數據分析 D值顯示照片：位置中間

R'=3.4公分,D=2公分，帶入 $\frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} = \frac{1}{1.7} \neq \frac{1}{2}$ 不

符合 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$

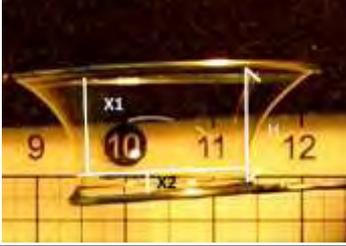
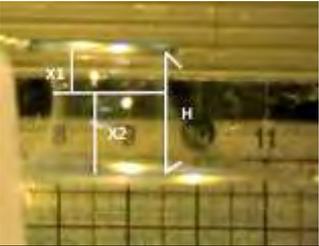
5.上下分別為不同直徑的鐵絲線圈

R'鐵絲線圈 V.S R'鐵絲線圈(上大下小)				R4鐵絲線圈 V.S R'鐵絲線圈(上小下大)			
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	2.2	2.1	初期	3.2	2.5	2.1
過程中	3.2	2.15	2.1	過程中	3.2	2.2	2.1
破裂前	3.2	1.95	2.1	破裂前	3.2	1.7	2.1

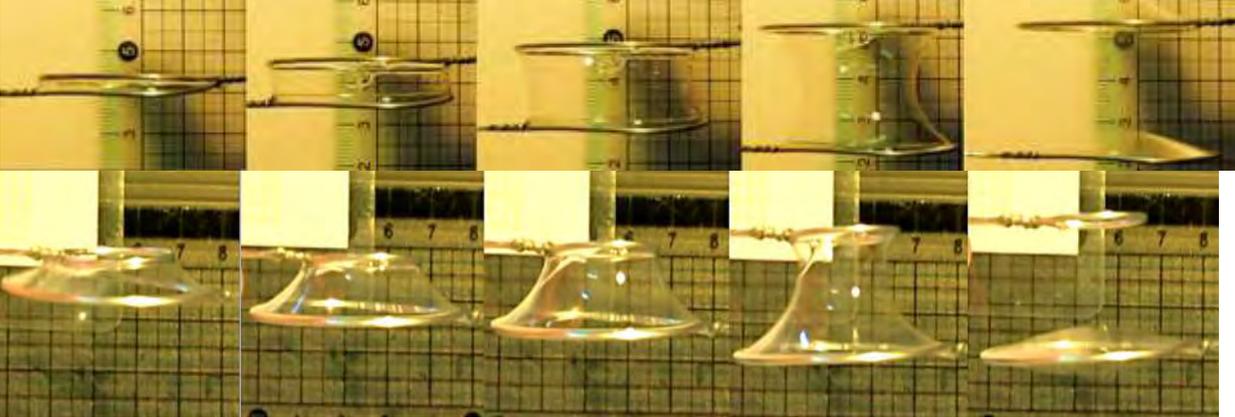


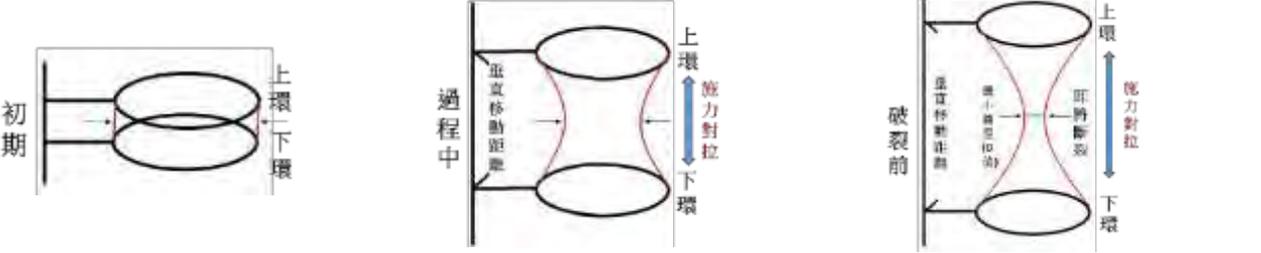
實驗數據分析 實驗數據分析

R'=3.4公分，R4=1.5公分，D=1.95公分帶入 R'=3.4公分，R4=1.5公分，D=1.7公分帶入

$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.041} \neq \frac{1}{1.95}$ 符合 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$	$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.04} \neq \frac{1}{1.7}$ 不符合 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$
D值顯示照片:位置偏下方(偏向小線圈)	D值顯示照片:位置偏上方(偏向小線圈)
	

(五)實驗1-5 施力垂直『對拉』的泡膜實驗

1.實驗1-5 施力垂直對拉之實驗過程照片:二圓分別為相同直徑、一大一小二種


2.實驗1- 施力垂直對拉之泡膜示意模擬圖


3.實驗1-4 施力垂直對拉之實驗步驟	鐵絲線圈規格 R'直徑3.4cm
為了讓現象更明顯，我們將鐵絲圈直徑加大至3.4公分。(訂為R')	
1.將鐵絲線圈對拉至泡膜破裂，錄影並取3次截圖記錄。	
2.重複實驗三次後，求平均值並記錄比較	

4.實驗1-5 施力垂直對拉之泡膜實驗記錄及折線圖							
R'鐵絲線圈	V.S R'鐵絲線圈(相同直徑)			R'鐵絲線圈	V.S R ₄ 鐵絲線圈(不同直徑)		
	左環	最小圓徑	右環		左環	最小圓徑	右環
初期	3.2	3.2	3.2	初期	2.1	2.3	3.2
過程中	3.2	2.76	3.2	過程中	2.1	2.2	3.2
破裂前	3.2	1.84	3.2	破裂前	2.1	1.9	3.2

<p>實驗數據分析</p>	<p>實驗數據分析</p>
<p>R'=3.4公分,D=1.8公分帶入，$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} = \frac{1}{1.7} \approx \frac{1}{1.8}$</p> <p>符合$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$</p>	<p>R'=3.4公分，R4=1.5公分，D=1.9公分，帶入</p> <p>$\frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.5} = \frac{1}{1.041} \neq \frac{1}{1.9}$不符合$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$</p>
<p>D值顯示照片：位置中間</p>	<p>D值顯示照片：位置偏上</p>

二、探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後，造成連通管二端泡泡直徑的變化關係

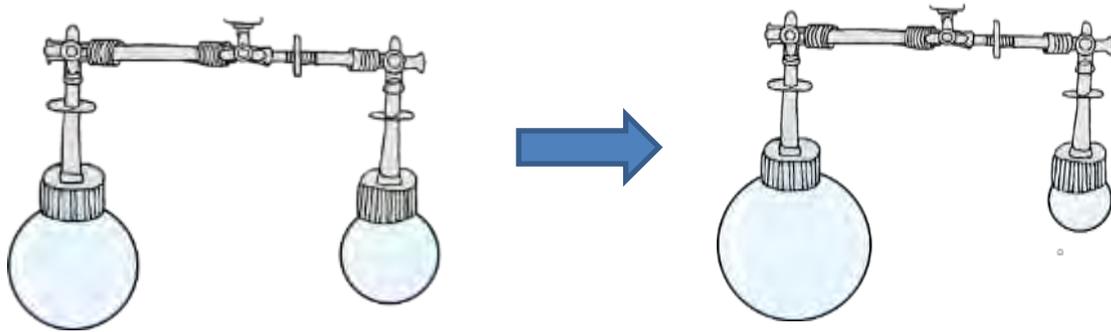
(一)目的:要比較連通管二端泡泡，不同的氣體體積數是否會影響泡泡直徑。

(二)實驗2之裝置及說明

<p>1.自製泡泡機裝置</p>	<p>自製泡泡機說明示意圖</p>

2.連通管二端泡泡變化說明示意圖:

小泡泡因壓力較大，所以氣體會流向大泡泡，造成大泡泡變更大，小泡泡變更小。



3.實驗 2 之實驗步驟

- (1)在泡泡出口處沾取些許泡泡水。
- (2)將三通管開關轉向右方，使得右方泡泡出口管子與針筒相通，注入定量空氣，在右方形形成泡泡，再關閉開關。
- (3)再將三通管開關轉向左方，使得左方泡泡出口管子與針筒相通，注入定量空氣，在左方形形成泡泡，再關閉開關。
- (4)在泡泡裝置後方放置格子紙，方便計算連通管二端泡泡的直徑大小。
- (5)錄影並取 5 次截圖記錄其直徑變化(次數照時間軸先後排列)。

4.實驗 2:左右二端產生泡膜的直徑變化數據及折線圖(單位:公分)如下表

(取較明顯變化的組別)

左端注入 10ml、右端注入 10 ml 之直徑變化						左端注入 50ml、右端注入 50 ml 之直徑變化					
次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
左側	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	左側	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3
右側	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	右側	6.3	6.3	6.3	6.3	6.3

左端注入 30ml、右邊注入 20 ml	左端注入 50ml、右邊注入 10 ml

次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
左側	4.2	4.8	5.1	5.1	5.3	左側	5.7	5.7	5.7	5.8	6
右側	3.6	3.3	3	2.1	1.3	右側	3	2.7	2.4	1.8	1.8

左端注入 50ml、右邊注入 20 ml		實驗數據分析				
次數	1	2	3	4	5	1.在連通管二端分別注入氣體後，氣體體積數較小的泡泡氣體會流向氣體體積數較大的泡泡內，表示氣體體積數較小的泡泡內的氣壓會較大。 2.當兩端氣體體積數相同時，泡泡直徑沒有變化。 3.在體積數 50ml 對 20ml 中，發現 50ml 的泡泡直徑未改變，是橢圓形。
左側	6	6	6	6	6	
右側	3.6	2.7	2.4	1.9	0.9	

三、探討不同氣體體積數的單一柱狀泡泡，施力下拉後，接口間兩泡膜的變化關係

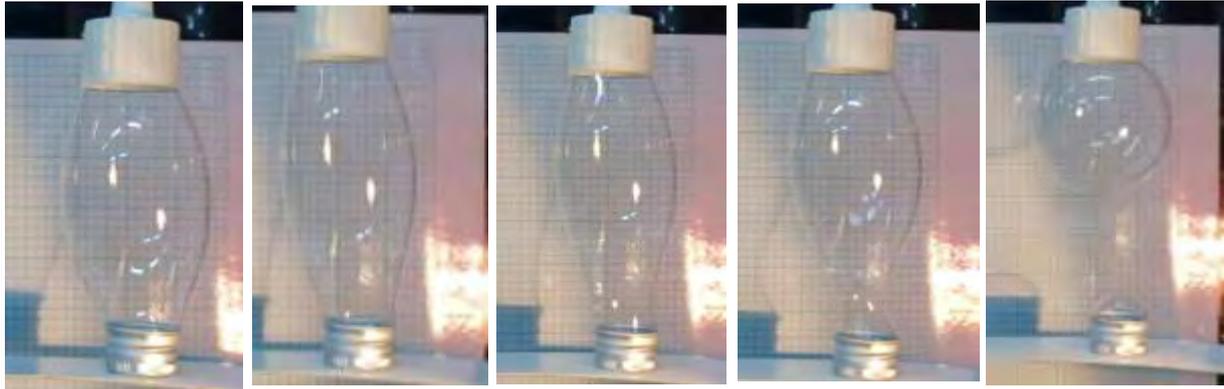
(一)實驗記錄說明:當封閉柱狀泡垂直下拉過程中，當達穩定平衡時，在柱狀泡膜上會呈現出上、凹、下三個不同的曲率半徑(此時稱為曲線瓶)。分別為 r_A 、 r_O 、 r_B ，曲率半徑方程式應

為 $\frac{1}{r_O} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B}$ 或者是 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$ 或者 $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_O} + \frac{1}{r_B}$ 其中一項。

(二)實驗相關介紹

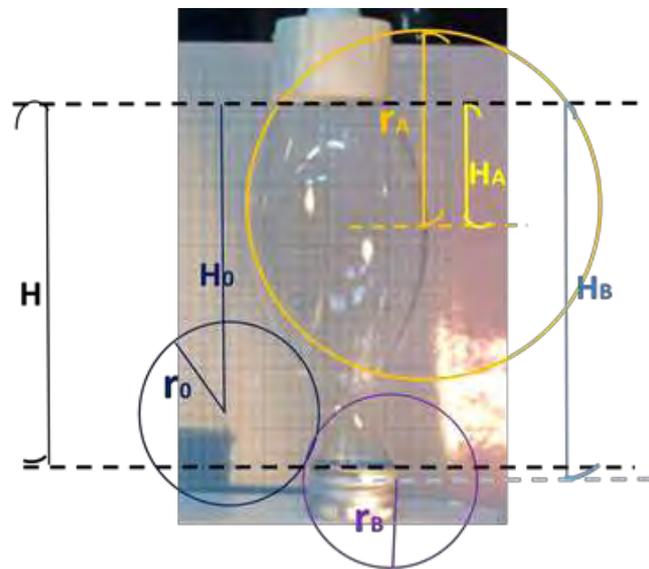
1.泡泡出口模具	A ₁ 直徑:2.1cm		A ₂ 直徑:3cm	
2.泡泡接口模具	B ₁ 直徑:2.9cm	B ₂ 直徑: 2.5cm	B ₃ 直徑:2cm	B ₄ 直徑: 1.5cm

3. 實驗過程中截圖照片

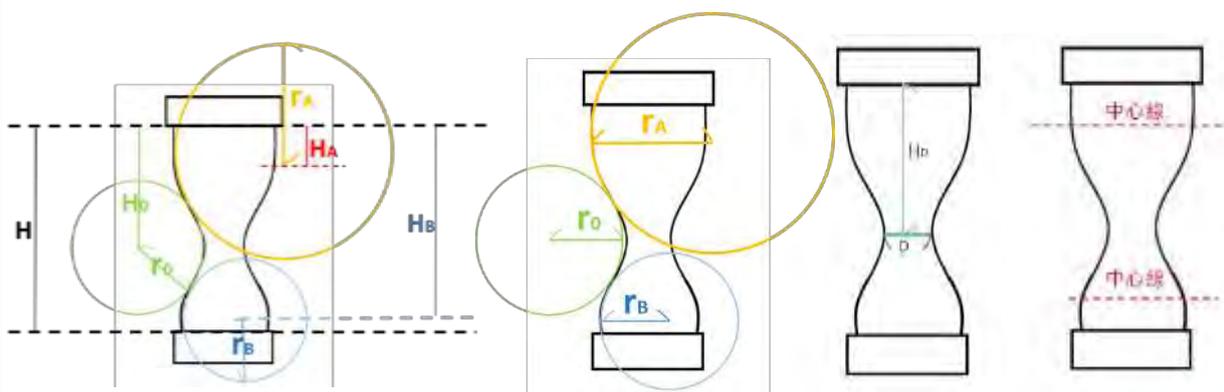


4. 名詞解釋

1. r_A : 上方泡泡的曲率半徑
2. r_o : 泡泡內凹處外部圓的曲率半徑
3. r_B : 下方泡泡圓的曲率半徑
4. H : 出口到接口的垂直距離
5. H_A : r_A 到出口的垂直距離
6. H_o : r_o 到出口的垂直距離
7. H_B : r_B 到出口的垂直距離
8. H_b : 出口到 D 值的垂直距離
9. 最小圓徑(D 值): 兩泡膜斷裂前最小直徑
10. 中心線: 泡膜最寬處。



5 泡膜下拉照片模擬示意說明



6. 實驗步驟說明

1. 將泡泡出口處沾取泡泡水，分次注入空氣15~50ml，產生泡泡。

2.在泡泡出口處，利用四種接口模具(B₁~B₄)承接泡泡並下拉，下拉至泡泡上的泡膜分離成上下兩圓。過程中觀察泡膜形狀變化。

3.錄影、截圖(取出現曲線瓶到破裂前期間的五次，次數是照時間軸排列)並記錄。

(三)施力向下之實驗

1.實驗說明:

(1)經實驗測試，發現各組在 50ml 造成泡膜的變化最大，所以在各種出接口系列實驗中以 50ml 呈現說明。

(2)發現泡膜變化與出接口大小有關，所以以二組不同規格出接口做比較說明。

2.其變化關係以三種關係進行比較

(1)上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 與出接口垂直距離的變化關係。

(2)上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 與出接口的口徑大小的變化關係。

(3)上、凹、下圓的中心線位置與出口垂直距離 H_A 、 H_O 、 H_B 的變化關係。

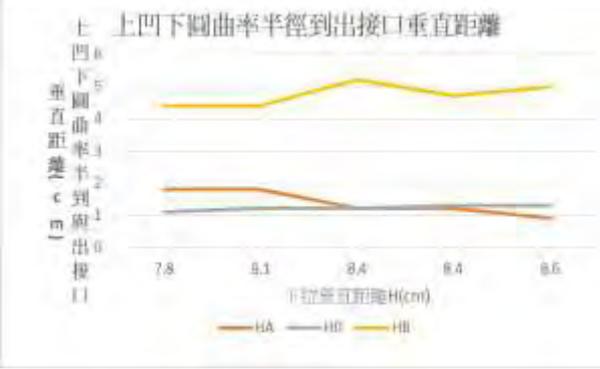
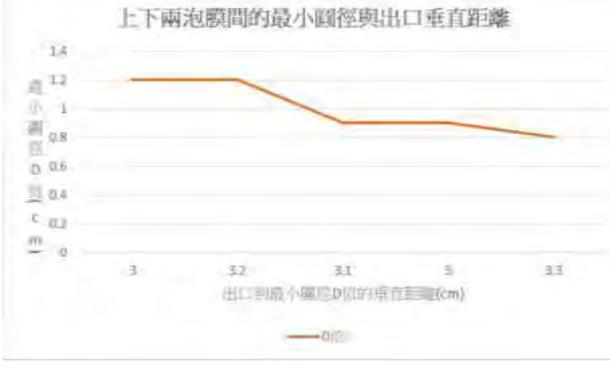
(4) 上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離的變化關係。

3.計算曲線瓶上的三個曲率關係，是利用每組數據表格中的**第三組數據**計算方程式。計算是

否符合 $\frac{1}{r_O} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B}$ 或者是 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$ 或者 $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_O} + \frac{1}{r_B}$ 其中一項。

(四)實驗3-1:泡泡出接口口相同，產生的泡膜變化比較如下表

出口	A ₁ :口徑 2.1 公分		接口			A ₁ :口徑 2.1 公分	兩口徑差距	0 公分
1.注入 50ml 氣體後，下拉截圖實驗數據						2.上凹下圓曲率半徑變化關係圖		
	1	2	3	4	5			
r_A	2.55	2.3	2.4	2.7	2.4			
r_O	3	2.7	3	3.3	3.6			
r_B	2	1.6	1.32	1.4	1.61			
H	6.5	7.2	7.8	8.1	8.8			
H_A	1.8	1.8	1.2	1.2	0.9			
H_O	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3			
H_B	4.4	4.4	5.2	4.7	5			
H_D	3	3.2	3.1	3	3.3			
D 值	1.2	1.2	0.9	0.9	0.8			

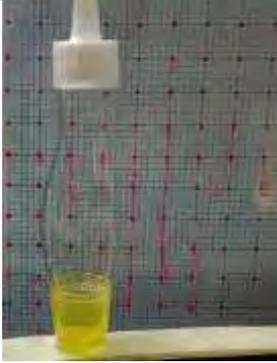
3.上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係	4.上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離
	
【照片】	【曲率半徑關係式】
	$\frac{1}{2.4} + \frac{1}{3} \cong \frac{1}{1.33} \cong \frac{1}{1.32}$ <p>符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$。</p> <p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 先變小再變大再變小，r_O 先變小再變大 r_B 先變小再變大。$r_O > r_A > r_B$ 2. 當下拉時，H_A 變小、H_O 變大、H_B 變大再變小再變大。 3. 當下拉時，H_D 變小再變大，D 值變小。

(五)實驗3-2:泡泡出接口口「差距較小」，產生的泡膜變化比較如下表

泡泡出口口徑小、接口口徑大(上小下大)						泡泡出口口徑小、接口口徑大(上大下小)					
A ₁ 內部口徑	B ₂ 內部口徑	口徑差距		A ₁ 內部口徑	B ₃ 內部口徑	口徑差距					
直徑 2.1 公分	直徑 2.5 公分	0.4 公分		直徑 2.1 公分	直徑 2 公分	0.1 公分					
注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據						注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據					
次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
r _A	4.44	3.37	3	3.72	5.02	r _A	5.77	6.45	5.48	5.25	3.53
r _O	2.5	2.88	3.6	2.1	3	r _O	9	7.12	6.75	5.7	6.32
r _B	5.6	6.8	9	7.2	5.6	r _B	4.2	4.5	3	4.8	2.5
H	7.4	7.7	7.7	8	8.1	H	7.9	8.1	8.4	8.5	9
H _A	0.9	0.8	0.7	0.7	0.5	H _A	3	3	2.7	2.7	3
H _O	1.5	1.5	1.8	1.8	1.8	H _O	0.9	0.9	1.1	1.1	1.2
H _B	5.4	5.4	5.7	5.7	6	H _B	8.1	7.5	7.5	7.8	7.5

H _b	2.1	2.1	1.9	1.8	1.5	H _b	5.1	5	5	5	4.9
D 值	2.1	1.8	1.5	1.5	1.5	D 值	2.4	2.4	2.1	2.1	0.9

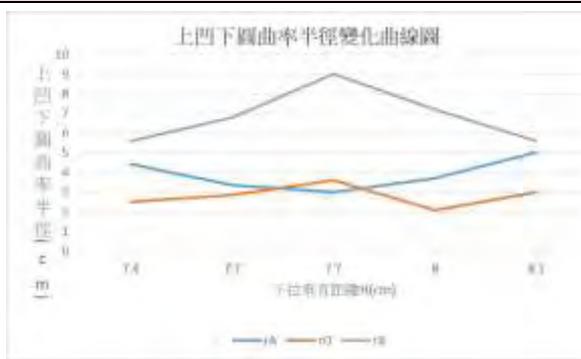
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)



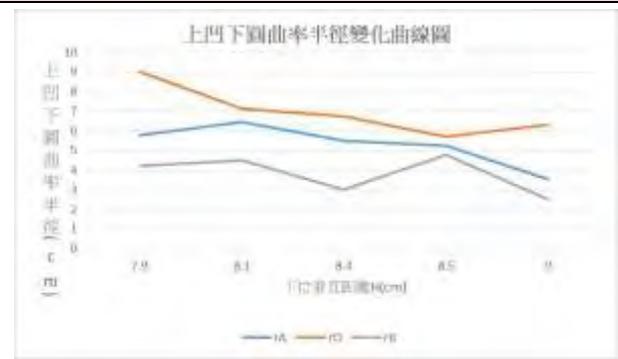
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)



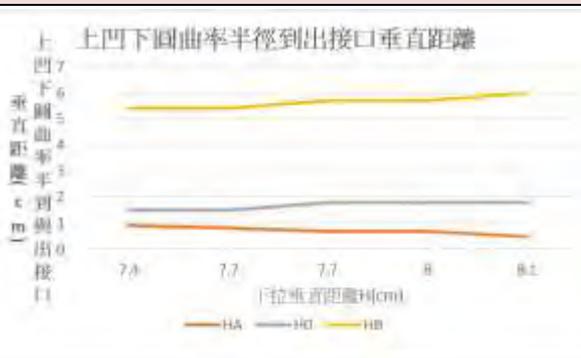
上凹下圓曲率半徑變化關係圖



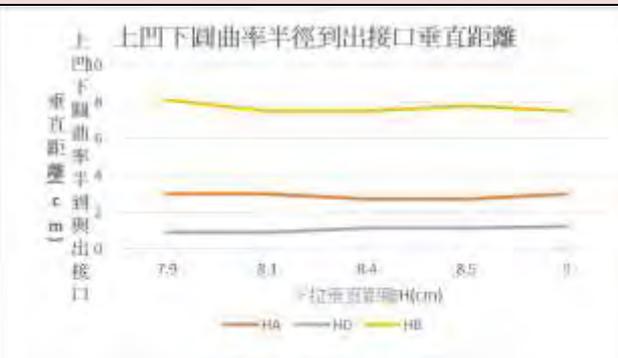
上凹下圓曲率半徑變化關係圖



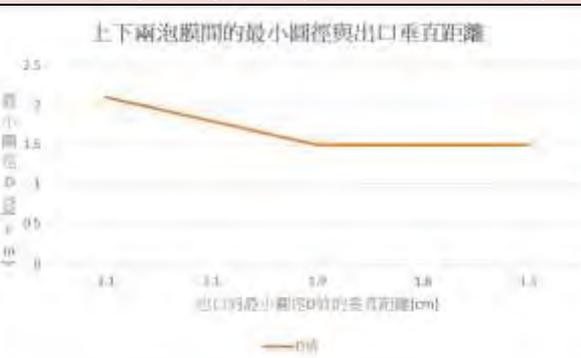
上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖



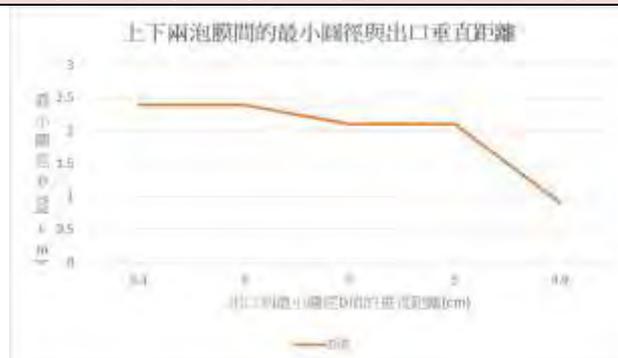
上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖



上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離



上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離



<p>【曲率半徑關係式】 $\frac{1}{9} + \frac{1}{3.6} = \frac{1}{2.6} \approx \frac{1}{3}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_O}$</p>	<p>【曲率半徑關係式】 $\frac{1}{5.48} + \frac{1}{6.75} = \frac{1}{3.03} \approx \frac{1}{3}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$</p>
<p>【實驗數據分析】</p> <p>1. r_A 先變小再變大, r_O 先變大再變小再變大 r_B 先變大再變小。$r_B > r_O > r_A$</p> <p>2. 當下拉時 H_A 變小、H_O 變化不大、H_B 變大</p> <p>3. 當下拉時, H_D 變小, D 值變小。</p>	<p>【實驗數據分析】</p> <p>1. r_A 先變大再變小, r_O 先變小再變大, r_B 變大變小二次。$r_O > r_A > r_B$</p> <p>2. 當下拉時 H_A、H_O 變化不大、H_B 先變小再變大再變小。</p> <p>3. 當下拉時, H_D 幾乎不變, D 值變小。</p>

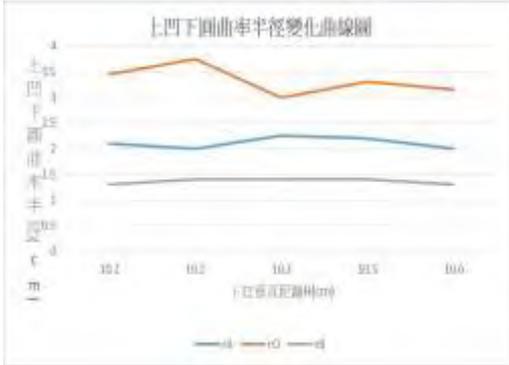
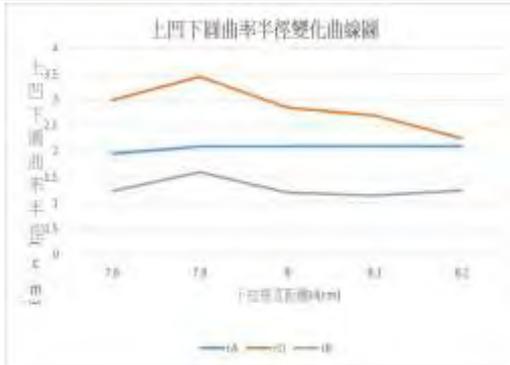
(六)實驗 3-3: 泡泡出接口口「差距較大」, 產生的泡膜變化比較如下表

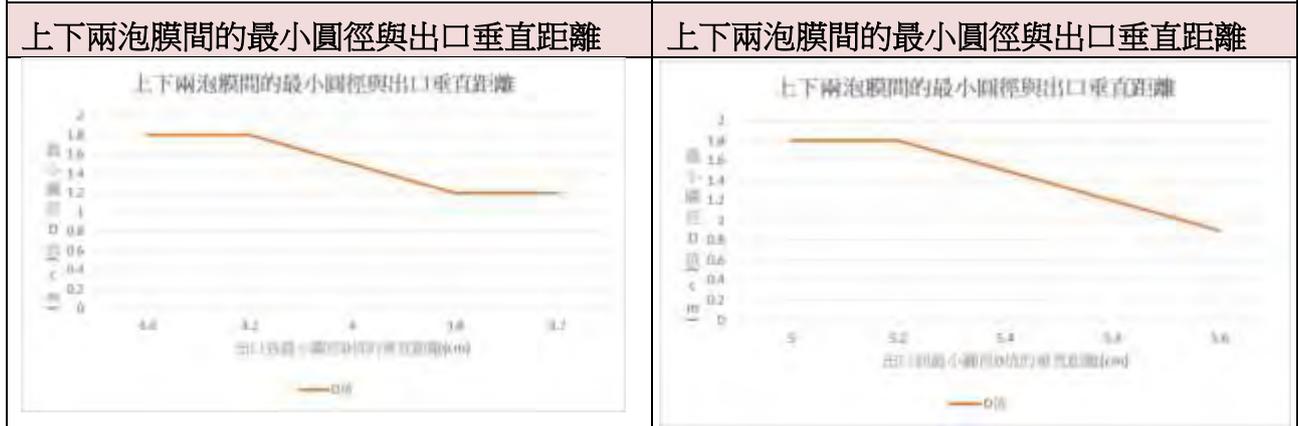
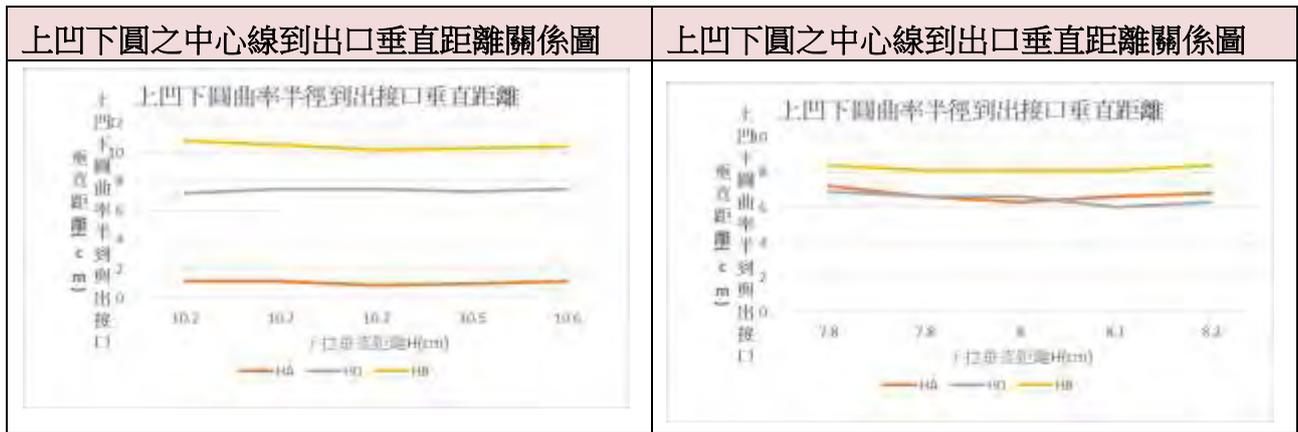
泡泡出口口徑小、接口口徑大(上小下大)						泡泡出口口徑小、接口口徑大(上大下小)					
A ₁ 內部口徑		B ₁ 內部口徑		口徑差距		A ₁ 內部口徑		B ₄ 內部口徑		口徑差距	
直徑 2.1 公分		直徑 2.9 公分		0.8 公分		直徑 2.1 公分		直徑 1.5 公分		0.6 公分	
注入 50ml 氣體後, 泡泡下拉截圖實驗數據						注入 50ml 氣體後, 泡泡下拉截圖實驗數據					
次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
r_A	1.8	2.7	2.25	2.75	3	r_A	3.05	2.75	2.75	2.55	3
r_O	3.9	4.2	3.35	2.8	3.25	r_O	1.65	1.85	2.2	1.95	2.3
r_B	2	1.6	1.32	1.4	1.61	r_B	1.1	1.1	1.3	1.3	1.5
H	9	9.1	9.4	9.6	10	H	9	9.6	10	10	10
H_A	0.9	0.8	0.7	0.6	0.6	H_A	3	3	2.7	2.7	3
H_O	1.8	1.2	1.2	1.8	2.1	H_O	9.2	9.3	9.3	9.1	9.2
H_B	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	H_B	8.1	7.8	8.1	7.8	8.1
H_D	3.2	3.4	3.5	3.6	3.6	H_D	5.1	5	5	5	4.9
D 值	1.8	1.8	1.5	1.2	1.2	D 值	1.8	1.8	1.8	1.2	1.2
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)						照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)					
											

<p>上凹下圓曲率半徑變化關係圖</p>	<p>上凹下圓曲率半徑變化關係圖</p>
<p>上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖</p>	<p>上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖</p>
<p>上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離</p>	<p>上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離</p>
<p>計算曲率半徑關係式</p> $\frac{1}{2.25} + \frac{1}{3.35} = \frac{1}{1.347} \approx \frac{1}{1.32} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$	<p>計算曲率半徑關係式</p> $\frac{1}{2.75} + \frac{1}{2.2} = \frac{1}{1.234} \approx \frac{1}{1.3} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$
<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A、r_O 先變大再變小再變大、r_B 變小再變大。$r_O > r_A > r_B$。 2. 當下拉時 H_A 變小、H_O 先變小再變大、H_B 幾乎不變。 3. 當下拉時 H_D 變大、D 值變小。 	<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 先變小再變大、r_O 先變大再變小再變大、r_B 變大。$r_A > r_O > r_B$。 2. 當下拉時 H_A、H_O、H_B 變化不大。 3. 當下拉時 H_D 幾乎不變、D 值變小。

(七)實驗 3-4: 泡泡出口相同，接口四種大小規格由「差距小~差距較大」做比較說明

《比較表格一》

泡泡出口口徑小、接口口徑大(上小下大)						泡泡出口口徑小、接口口徑大(上大下小)					
A ₂ 內部口徑	B ₁ 內部口徑		口徑差距			A ₂ 內部口徑	B ₂ 內部口徑		口徑差距		
直徑 3 公分	直徑 2.9 公分		0.1 公分			直徑 3 公分	直徑 2.5 公分		0.5 公分		
注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據						注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據					
次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
r _A	2.1	2	2.25	2.2	2	r _A	1.95	2.1	2.1	2.1	2.1
r _O	3.45	3.75	3	3.3	3.15	r _O	3	3.45	2.85	2.7	2.25
r _B	1.3	1.4	1.4	1.4	1.3	r _B	1.23	1.6	1.21	1.15	1.25
H	10.2	10.2	10.2	10.5	10.6	H	7.8	7.8	8	8.1	8.2
H _A	1.2	1.2	0.9	1	1.2	H _A	7.2	6.6	6.3	6.6	6.8
H _O	7.2	7.5	7.5	7.3	7.5	H _O	6.9	6.6	6.6	6	6.3
H _B	10.8	10.5	10.2	10.3	10.4	H _B	8.4	8.1	8.1	8.1	8.4
H _D	4.4	4.2	4	3.8	3.7	H _D	5	5.2	5.4	5.4	5.6
D 值	1.8	1.8	1.5	1.2	1.2	D 值	1.8	1.8	1.5	1.2	0.9
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)						照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)					
											
上凹下圓曲率半徑變化關係圖						上凹下圓曲率半徑變化關係圖					
											



<p>【曲率半徑關係式】</p> $\frac{1}{2.75} + \frac{1}{2.2} = \frac{1}{1.234} \approx \frac{1}{1.3}$ <p>符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$</p>	<p>【曲率半徑關係式】</p> $\frac{1}{2.1} + \frac{1}{2.85} = \frac{1}{1.211} \approx \frac{1}{1.21}$ <p>符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$</p>
---	--

<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 曲率半徑變化不大，r_O 變大變小二次、r_B 變化不大。$r_O > r_A > r_B$ 2. 當下拉時，H_A 先變小再變大、H_O、H_B 變化不大。 3. 當下拉時，H_D 變小，D 值變小。 	<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 變化不大，r_O 先變大再變小，r_B 先變大再變小再變大。$r_O > r_A > r_B$ 2. 當下拉時，H_A、H_O、H_B 先變小再變大。 3. 當下拉時，H_D 變大，D 值變小。
--	--

(八)實驗 3-4: 泡泡出口相同，接口四種大小規格由「差距較小~差距較大」做比較說明

《比較表格二》

泡泡出口口徑小、接口口徑大(上小下大)			泡泡出口口徑小、接口口徑大(上大下小)		
A ₂ 內部口徑	B ₃ 內部口徑	口徑差距	A ₂ 內部口徑	B ₄ 內部口徑	口徑差距
直徑 3 公分	直徑 2 公分	1 公分	直徑 3 公分	直徑 1.5 公分	1.5 公分
注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據			注入 50ml 氣體後，泡泡下拉截圖實驗數據		

次數	1	2	3	4	5	次數	1	2	3	4	5
r_A	3.15	3.2	3.25	3.7	3.2	r_A	3.6	2.65	3.75	4	5.02
r_O	2.1	2.7	2.25	3	2.15	r_O	2.05	2.5	1.78	2.98	2.7
r_B	1.4	1.5	1.35	1.25	1.31	r_B	1.7	1.3	1.22	1.67	2
H	9.6	9.6	9.8	9.8	9.9	H	8.4	8.7	8.8	8.9	9.1
H_A	3.2	3.5	3.5	3.4	3.4	H_A	1.2	1.1	1.3	1.4	1.5
H_O	6.9	6.8	7	7.1	7.1	H_O	7.2	7	7.1	6.9	6.9
H_B	8.8	8.7	8.7	8.8	8.8	H_B	8.4	8.5	8.9	9	9
H_D	6.1	6.1	6.3	6.3	6.3	H_D	6.3	6.2	6.1	5.9	5.7
D 值	2.1	1.8	1.6	1.2	0.9	D 值	2.1	1.8	1.8	1.5	1.2

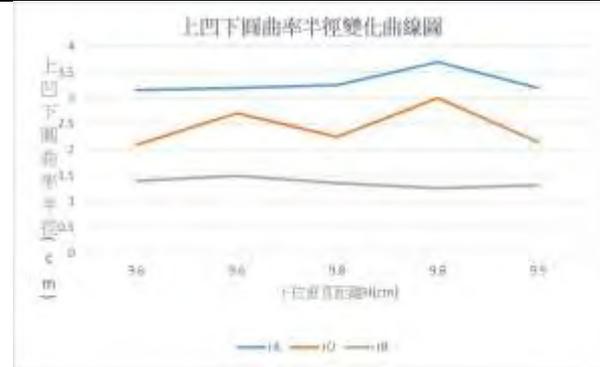
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)



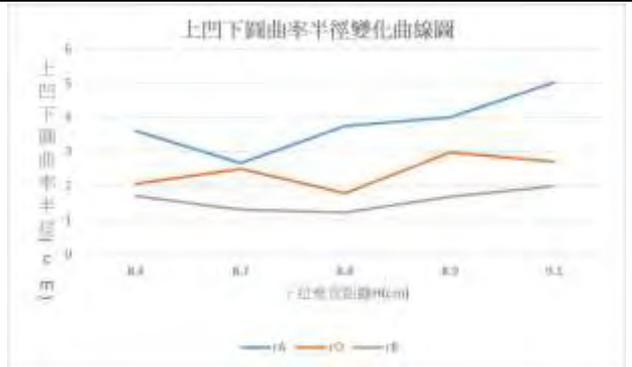
照片(取泡膜破裂前截圖最後一張照片)



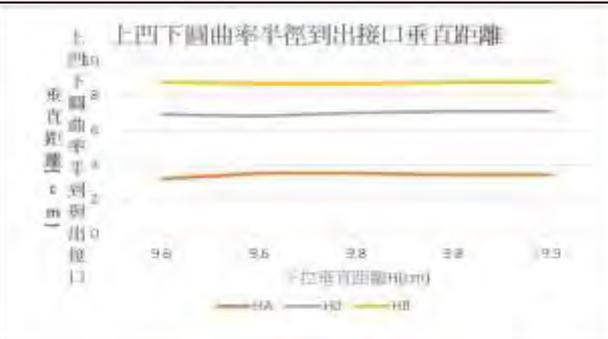
上凹下圓曲率半徑變化關係圖



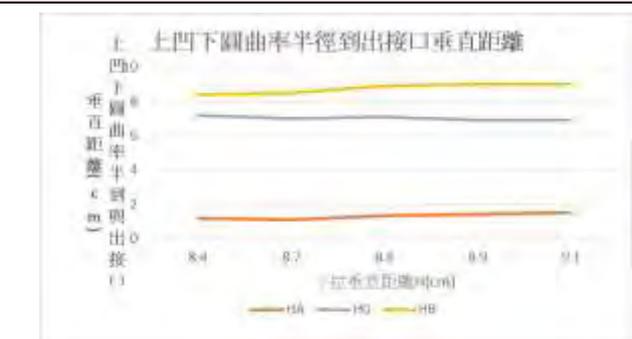
上凹下圓曲率半徑變化關係圖

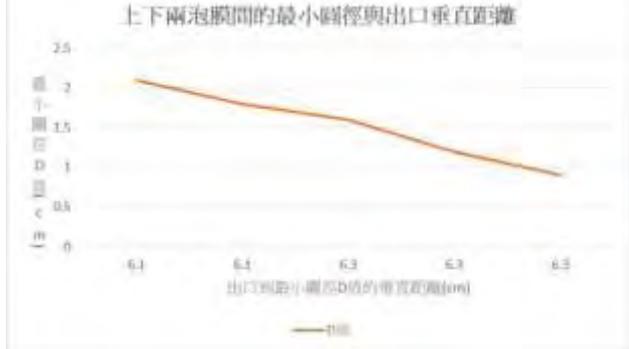
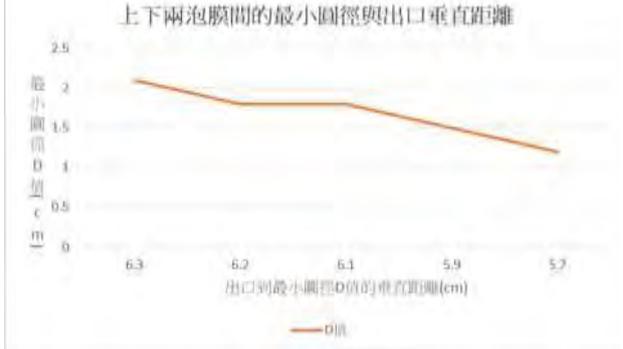


上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖



上凹下圓之中心線到出口垂直距離關係圖



上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離	上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離
	
<p>【計算曲率半徑關係式】</p> $\frac{1}{3.25} + \frac{1}{2.25} = \frac{1}{1.331} \approx \frac{1}{1.35} \text{符合曲率計算公式} \frac{1}{r_B} =$ $\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$	<p>【計算曲率半徑關係式】</p> $\frac{1}{3.75} + \frac{1}{1.78} = \frac{1}{1.21} \approx \frac{1}{1.22} \text{符合曲率計算公式} \frac{1}{r_B} =$ $\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_O}$
<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 先變大再變小，r_O 變大變小二次，r_B 先變大再變小再變大。$r_A > r_O > r_B$ 2. 當下拉時，H_A、H_O、H_B 變化不大。 3. 當下拉時，H_D 變化不大，D 值變小。 	<p>【實驗數據分析】</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. r_A 先變小變大，r_O 變大變小二次，r_B 先變小再變大。$r_A > r_O > r_B$ 2. 當下拉時，H_A、H_O 變化不大、H_B 變大。 3. 當下拉時，H_D 變小，D 值變小。

伍、實驗討論

一、探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的變化關係。

(一) 施力水平向右後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

1. 由實驗1-1數據分析得知: 當兩鐵絲線圈是相同直徑的鐵絲線圈拉動時，可移動的水平距離較長，推測應該是兩泡膜上的受力相等，泡膜呈現較穩定現象，所以可以讓泡膜拉動的水平距離較長。

2. 由實驗1-1數據分析得知當兩鐵絲線圈直徑差距最大時，其 D 值會是最小。

3. 由實驗1-1數據分析得知: 兩鐵絲線圈直徑相同時， D 值出現位置會右方在中間；兩鐵絲線圈直徑右環大、左環小的兩鐵絲線圈， D 值出現位置偏左邊；兩鐵絲線圈直徑右環小、左環大的兩鐵絲線圈是偏右邊，是因為泡膜在較小直徑的鐵絲線圈上受力較大，所以 D 值會偏向較小直徑鐵絲線圈。所以當二鐵絲線圈直徑不同時，容易產生不符合公式 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$ 的情形出現。

(二) 施力水平對拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

1.由實驗1-2數據分析得知相同大小線圈時: $R'=3.4$ 公分, $D=1.8$ 公分帶入 $\frac{1}{3.4}+\frac{1}{3.4}=\frac{1}{1.7}\approx\frac{1}{1.8}$

符合 $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{D}$ 曲率關係式。

2.由實驗1-2數據分析得知:兩直徑相同鐵絲線圈，其最小圓徑等於1.8公分時，經照片比對後確座落在 $\frac{1}{2}H$ 的位置，推測因為對拉實驗施力相同，在鐵絲線圈上的泡膜受力平衡。

(三) 施力垂直上下拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

1.由實驗1-3、1-4數據分析得知:兩鐵絲線圈直徑相同時， $R'=3.4$ 公分, $D=1.8$ 公分，帶入

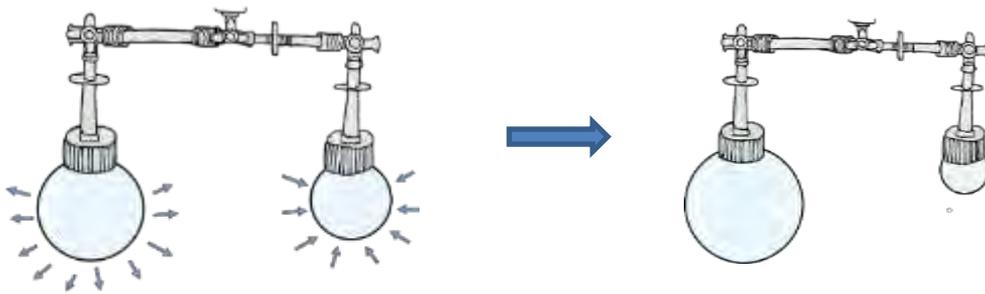
$\frac{1}{3.4}+\frac{1}{3.4}=\frac{1}{1.7}\approx\frac{1}{1.8}$ 符合 $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{D}$ 曲率關係式。

2.由實驗1-3、1-4數據分析得知，兩直徑相同鐵絲線圈D值位置中間；若為二個不同直徑之鐵絲線圈，則D值位置偏向直徑小的鐵絲線圈。

二、探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後，造成連通管二端泡泡直徑的變化關係。

1.由實驗 2 數據分析得知，當連通管兩端注入不同氣體體積數時，體積數較小的泡泡氣體會流向體積數較大的泡泡內。此現象符合拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq)

$\Delta P=\frac{2\sigma_f}{R}$ ， ΔP (壓差)與曲率 $\frac{1}{R}$ 成正比。如下圖所示



2.由實驗 2 數據分析得知，當兩端泡泡氣體體積數相同時，泡膜直徑幾乎沒有變化。

3.在體積數50ml對20ml中，我們發現在50ml泡泡變大時，泡泡直徑未改變呈現橢圓形。

三、探討不同氣體體積數單一柱狀的泡泡，施力下拉後，接口間兩泡膜的變化關係。

(一) 上、凹、下兩泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 與出接口垂直距離的變化關係及與出接口的口徑大小的變化之關係。

1.由實驗3-1數據分析得知:當出接口口徑大小相同時，下拉距離增加， r_A 曲率半徑幾乎

沒變化， r_o 、 r_B 先變小再變大，會維持 r_A 小於 r_o ，變化不大。曲率半徑大小： $r_o > r_A > r_B$ 。

2.由實驗3-2、3-3、3-4數據分析得知:當出接口口徑是『上小下大』時:

(1)在出接口口徑差距小時， r_A 先變小再變大， r_o 先變大再變小再變大， r_B 先變大再變小，曲率半徑大小： $r_B > r_o > r_A$ 。

(2)出接口口徑差距大時， r_A 、 r_o 先變大再變小再變大、 r_B 變小再變大。

r_A 、 r_B 與 r_o 會來回變大變小，互相拉鋸。曲率半徑大小： $r_o > r_A > r_B$

由以上實驗數據推測上方泡膜壓力較大，氣體由上往下流動。



3.由實驗3-2、3-3、3-4數據分析得知: 當出接口口徑『上大下小』時:

(1)在出接口口徑差距小時， r_A 先變大再變小， r_o 先變小再變大， r_B 變大變小二次。曲率半徑大小： $r_o > r_A > r_B$ 。

(2)出接口口徑差距大時， r_A 先變小再變大， r_o 先變大再變小

、再變大， r_B 變大。曲率半徑大小： $r_A > r_o > r_B$ 。



由以上實驗數據推測因為上方泡膜壓力較小，氣體由下往上流動。

(二)上、凹、下圓的中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_o 、 H_B 的變化關係。

1.由實驗 3-2、3-3、3-4 得知當出接口口徑不論差距小大或小時， H_1 、 H_o 、 H_2 變化不大。

2.在下拉距離增加時，上、凹、下圓的中心位置平穩而不改變。

(三) 上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離的變化關係。

1.當出接口口徑是『上小下大』差距小時， H_b 變小， D 值變小；出接口口徑差距大時 H_b 變大， D 值變小。

2.當出接口口徑是『上大下小』不論差距小大或小時， H_b 幾乎不變， D 值變小。

陸、結論

一、由實驗一探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的關係得知

(一)鐵絲線圈大小會影響 D 值大小，施力水平右拉時， D 值位置會偏向鐵絲線圈直徑較小那一側。

(二)水平右拉時，兩鐵絲線圈相同大小時可拉動的水平距離較長，且全部符合 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$ 曲率關係式。

二、由實驗二探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後，造成二端泡泡直徑的變化得知

(一)兩端氣體體積數不同時，氣體會由體積數較小泡泡流向體積數較大的；兩端氣體體積數相同時，仍維持兩端泡泡體積沒有明顯變化。

(二)完全符合拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq) $\Delta P = \frac{\sigma f}{R}$ ， ΔP (壓差)與曲率 $\frac{1}{R}$ 成正比

三、由實驗三探討不同氣體體積數的單一柱狀泡泡施力下拉後，接口間兩泡膜的關係得知

(一)上、凹、下兩泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_O 、 r_B 的確受到出接口的口徑大小及口徑差距大小的影響。

1.出接口口徑是『上小下大』時: 口徑差距小時， r_A 與 r_O 、 r_B 會來回變大變小，曲率半徑大小: $r_B > r_O > r_A$ ；出接口口徑差距大時， r_A 與 r_O 、 r_B 會來回變大變小，曲率半徑大小:

$$r_O > r_A > r_B$$

2.出接口口徑是『上大下小』時: 口徑差距小時， r_A 與 r_O 、 r_B 會來回變大變小，曲率半徑大小: $r_O > r_A > r_B$ ；出接口口徑差距大時， r_A 與 r_O 、 r_B 會來回變大變小，曲率半徑大小: $r_A > r_O > r_B$

(二)上、凹、下的圓中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_O 、 H_B 的關係:當下拉距離增加時，泡膜的中心位置平穩而不改變。

(三)上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離的變化關係。

1.當出接口口徑是『上小下大』差距小時， H_D 變小，D值變小；出接口口徑差距大時 H_D 變大，D值變小。

2.當出接口口徑是『上大下小』不論差距小大或小時， H_D 幾乎不變，D值變小。

柒、參考資料及其他

傅宗玫、陳正平/臺灣大學大氣科學研究所。科學發展月刊，第 29 卷 第 11 期。冒泡的美。

曾琬翔、張皓婷(2008)。翻轉「膜」力。臺灣二〇〇八年國際科學展覽會

David Lovett, Demonstrating Science with Soap Films, Department of Physics, University of Essex

維基百科，自由的百科全書。表面張力。

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%A1%A8%E9%9D%A2%E5%BC%A0%E5%8A%9B>

【評語】 030102

本作品探討影響泡膜形狀的因素，研究泡膜在破裂前的平衡穩定狀態之曲率半徑相關方程式。實驗變因的控制明確，過程清晰，結果明確。

但是泡膜並不是很容易控制的流體，本作品的實驗大多也只在驗證拉普拉斯—楊格方程的正確性，原創性稍嫌不足。研究得到明確的歸納結果，但可惜未能了解基本原因，建議可加強表面張力及重力在泡膜上力分佈及平衡概念，以深入了解背後的物理機制。

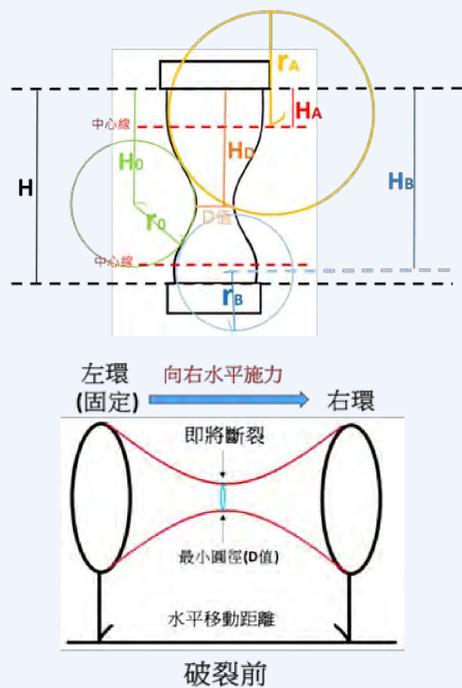
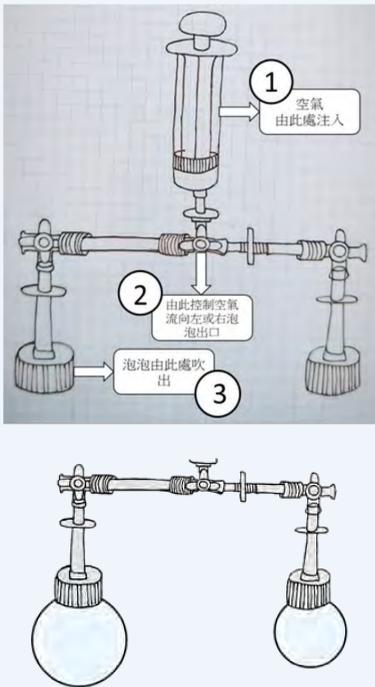
摘要

『冒泡的美』引領我們進行一系列泡膜力學探索。泡膜形狀的變化，因操作變因而隨之改變。本實驗我們採用攝影方式，截圖分析、觀察與測量。實驗分：一、兩鐵絲線圈間開放泡膜的拉鋸，觀察泡膜的形狀改變；二、單一封閉柱狀泡膜在上下出接口間改變垂直間距，觀察泡膜曲率半徑變化相關性。探討得兩鐵絲圈直徑與兩泡膜間最小圓徑的關係式 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$ ，是為開放泡膜力學平衡所致；在單一柱狀泡膜會出現上、凹、下三個曲率半徑，泡膜在破裂前的平衡穩定狀態之曲率半徑相關方程式 $\frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A}$ ，是為液體表面分子收縮於最小表面積，呈現壓力平衡的現象。

壹、研究動機

在神奇的泡泡影片中，可以看到泡泡可由魔術師的手拉動後，讓泡泡罩住小朋友全身，查閱了有關於泡泡相關文獻，得知泡泡上的泡膜的凹凸變化是具有特別意義的。泡膜上的表面張力會因為外力作功而造成泡膜上的形狀改變，而泡膜形狀的改變到底會受到什麼條件的影響？開放泡膜及封閉泡膜之間是否也有差異存在？因此我們展開了這一系列的實驗進行探究。

◆實驗裝置操作示意圖



貳、研究目的

一、探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的變化關係。

- (一) 施力水平向右後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。
- (二) 施力水平對拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。
- (三) 施力垂直上拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。
- (四) 施力垂直下拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。
- (五) 施力垂直對拉後，鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係。

二、探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後，造成連通管二端泡泡直徑的變化關係。

三、探討不同氣體體積數的單一柱狀泡泡，施力下拉後，接口間兩泡膜的變化關係。

- (一) 上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_0 、 r_B 與出接口垂直距離的變化關係。
- (二) 上、凹、下泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_0 、 r_B 與出接口口徑大小的變化關係。
- (三) 上、凹、下圓的中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_0 、 H_B 的變化關係。
- (四) 上下兩泡膜間的最小圓徑 D 與出口垂直距離 H_0 的變化關係。

參、研究設備



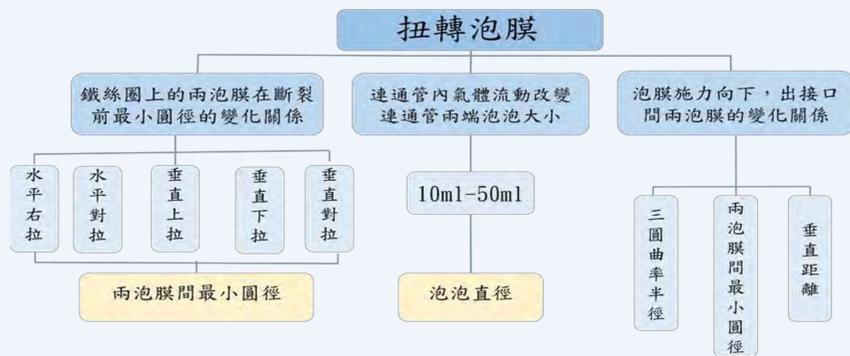
為了進行本次實驗，我們自製泡泡機（如圖一），上方支架固定的針筒，方便我們定量泡泡內的氣體體積量，吹泡泡的地方以三通管和塑膠管連接，下方放置可活動的瓦楞板，方便我們放置接口和進行下拉的實驗，後面放了一張格子紙方便測量。

為了探討不同半徑的泡泡出口以及接口會對我們的實驗結果是否會有影響，我們選用了兩種不同大小口徑的出口和四種不同的接口（如圖二、圖三），他們內圈口徑的公分數如下：

種類	塑膠蓋	膠水蓋	瓶蓋	廣用試紙蓋	保麗龍膠頭	膠水頭
口徑 (公分)	2.9	2.5	2	1.5	2.1	3

四、泡泡水材料：分別是水、洗碗精、膠水和甘油，比例為 12:2:2:1。

五、研究架構圖



肆、研究過程或方法

一、探討不同施力方向下，鐵絲圈上的兩泡膜，在斷裂前最小圓徑的變化關係。

◆【兩圓直徑與最小圓徑的關係式】

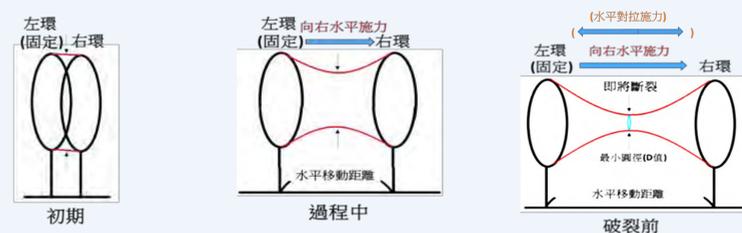
開放泡膜曲率關係式，帶入該組最小圓徑值與二鐵絲線圈直徑長度是否符合此公式 $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{D}$

(一) 實驗 1-1 施力水平向『右拉』的泡膜實驗

1. 實驗過程照片

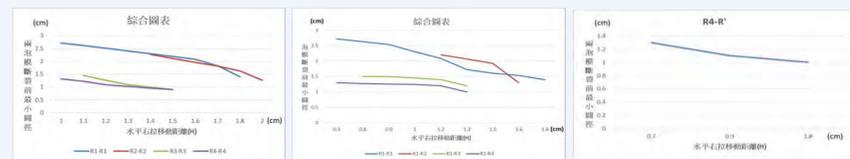


2. 施力水平向右拉之泡膜示意模擬圖 (水平對拉圖示亦同)



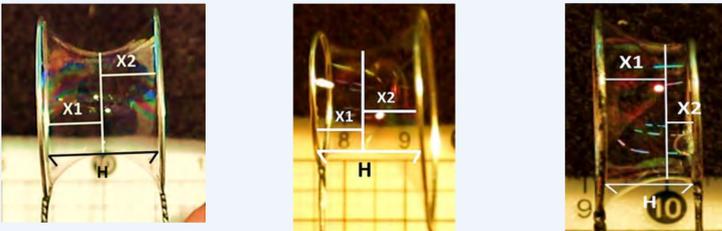
3. 施力水平向右拉之泡膜實驗記錄及 D 值變化關係圖

- ◆ 左右環相同 (符合公式)
- ◆ 左大右小 (符合公式)
- ◆ 左小右大 (符合公式)



4. 向右拉動鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

- (1) 左右環相同直徑
- (2) 左右環左小右大
- (3) 左右環左大右小



- ◆ D 值位置在中間
- ◆ D 值位置偏向直徑較小的鐵絲線圈

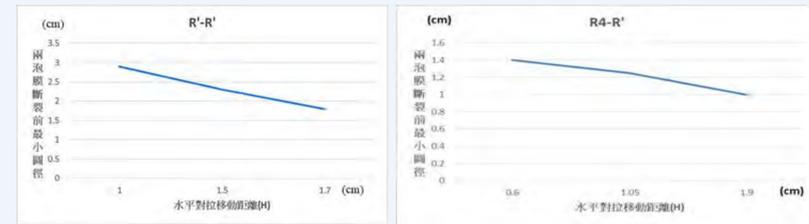
(二) 實驗 1-2 施力水平『對拉』的泡膜實驗

1. 實驗過程照片



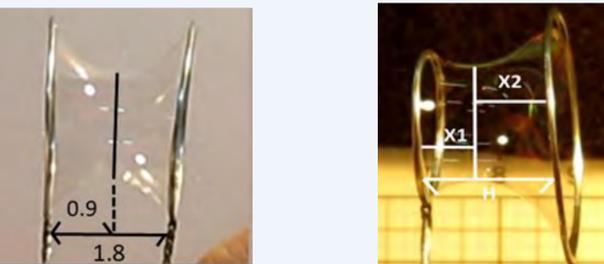
2. 施力水平對拉之泡膜實驗記錄及 D 值變化關係圖

- ◆ 左右環相同直徑 (符合公式)
- ◆ 左右環不同直徑 (符合公式)



3. 對拉鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

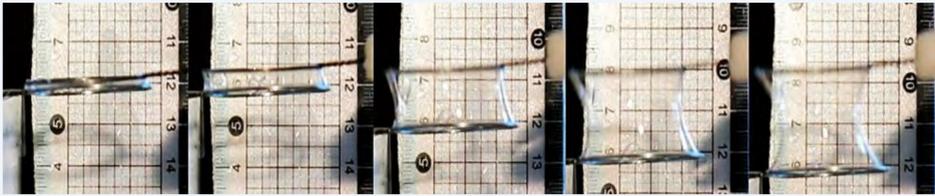
- (1) 左右環相同直徑
- (2) 左右環左小右大



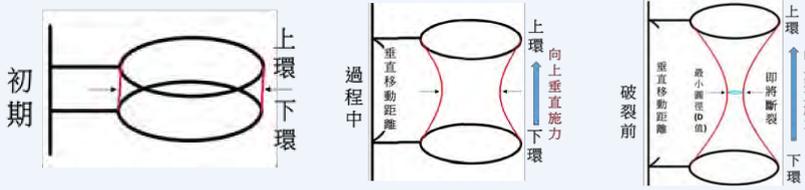
- ◆ D 值位置在中間
- ◆ D 值位置偏向直徑較小的鐵絲線圈

(三)實驗 1-3 施力垂直『上拉』的泡膜實驗

1. 實驗過程照片



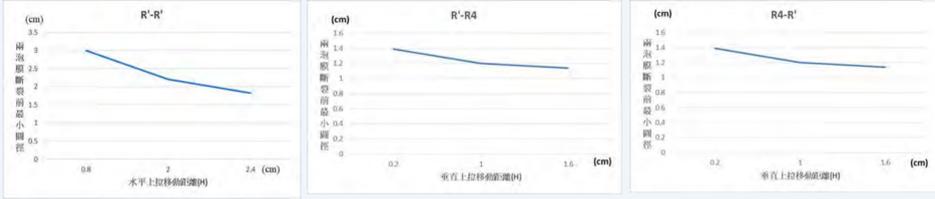
2. 施力垂直上拉之泡膜示意模擬圖



3. 施力垂直上拉之泡膜實驗記錄及 D 值變化關係圖

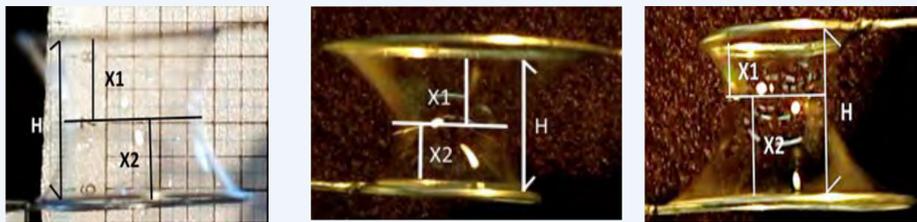
(1) 上下環相同直徑(符合公式) (2) 上下環不同直徑(符合公式)

◆(上大下小) ◆(上小下大)



4. 向上拉動鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

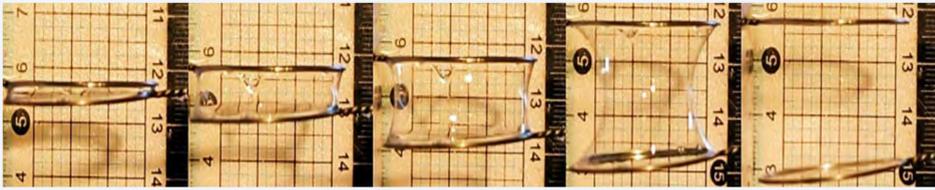
(1) 上下環相同直徑 (2) 上下環上大下小 (3) 上下環上小下大



◆D 值位置在中間 ◆D 值位置偏向直徑較小的鐵絲線圈

(四)實驗 1-4 施力垂直『下拉』的泡膜實驗

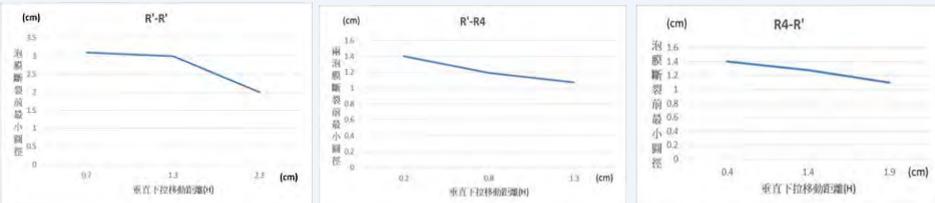
1. 實驗過程照片



2. 施力垂直下拉之泡膜實驗記錄及 D 值變化關係圖

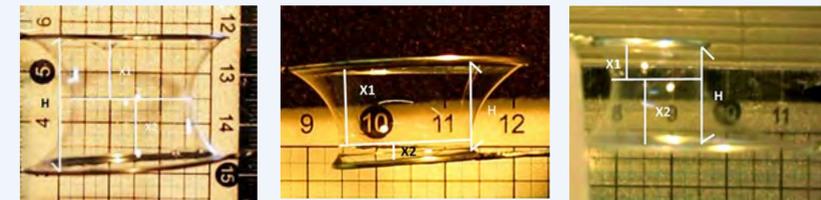
(1) 上下環相同直徑(符合公式) (2) 上下環不同直徑(符合公式)

◆(上大下小) ◆(上小下大)



3. 向下拉動鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

(1) 上下環相同直徑 (2) 上下環上大下小 (3) 上下環上小下大



◆D 值位置在中間 ◆D 值位置偏向直徑較小的鐵絲線圈

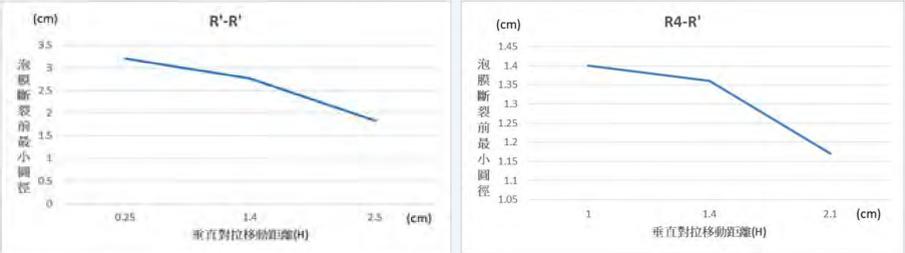
(五)實驗 1-5 施力垂直『對拉』的泡膜實驗

1. 實驗過程照片



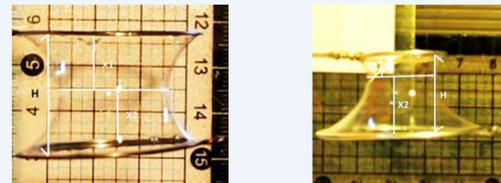
2. 實驗 1-5 施力垂直對拉之泡膜實驗記錄及 D 值變化關係圖

(1) 上下環相同直徑(符合公式) (2) 上下環不同直徑(上小下大)(符合公式)



3. 對拉動鐵絲線圈，出現 D 值位置的照片比較

(1) 上下環相同直徑 (2) 上下環上小下大

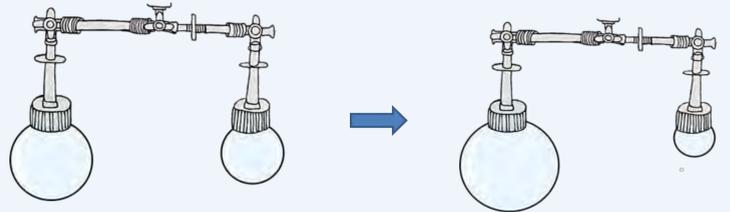


◆D 值位置在中間 ◆D 值位置偏向直徑較小的鐵絲線圈

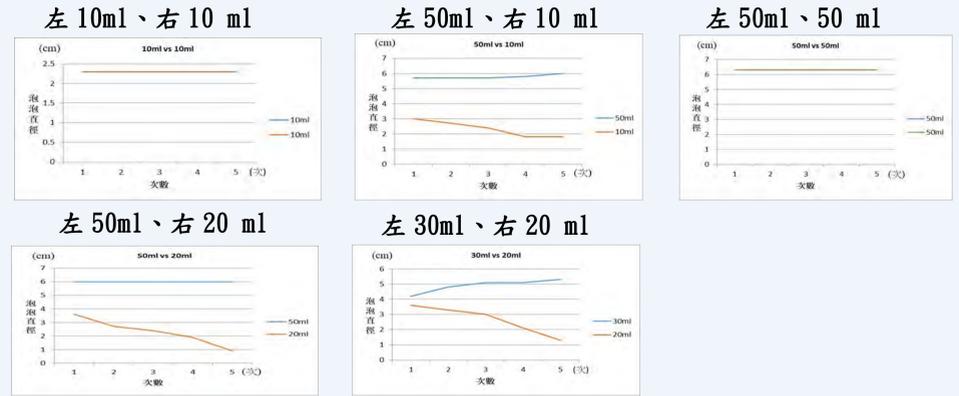
二、探討不同氣體體積數泡泡在連通管流動後，造成連通管二端泡泡直徑的變化關係

1. 連通管二端泡泡變化說明示意圖：

小泡泡因壓力較大，所以氣體會流向大泡泡，造成大泡泡變更大，小泡泡變更小。



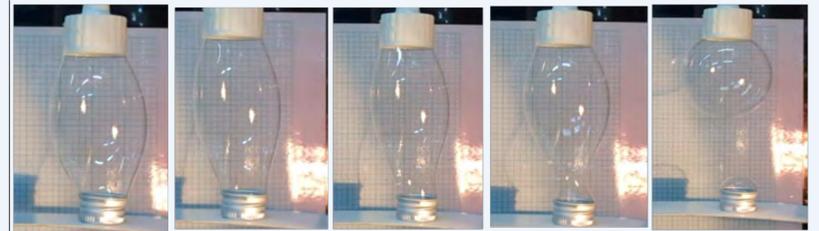
2. 實驗 2: 左右二端產生泡膜的直徑變化折線圖(取較明顯變化的組別)



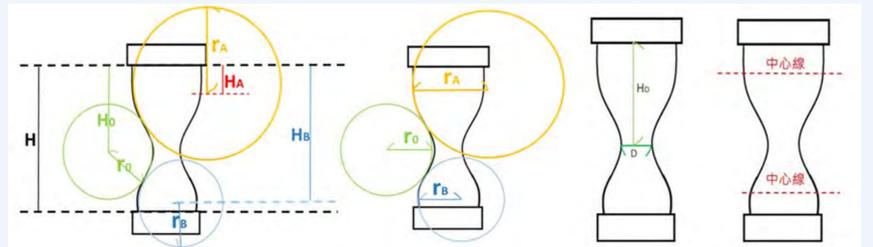
【實驗數據分析】

1. 氣體體積數較小的泡泡氣體會流向體積數較大的泡泡內，表示體積數較小的泡泡內的氣壓會較大。
2. 當兩端氣體體積數相同時，泡泡直徑沒有變化。
3. 在體積數 50ml 對 20ml 中，發現 50ml 的泡泡直徑未改變，是橢圓形。

三、探討不同氣體體積數的柱狀泡泡，施力下拉後，接口間兩泡膜變化關係



2. 泡膜下拉照片模擬示意說明

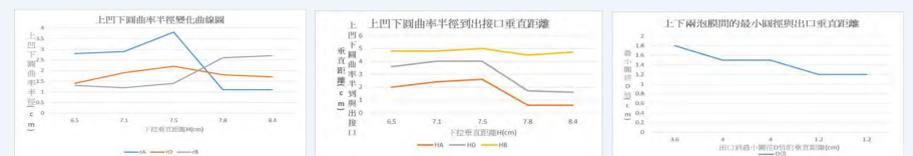


3. 實驗步驟說明



(二)實驗 3-1: 泡泡出接口口相同

出口: A1(2.1 公分) 接口: A(2.1 公分) 兩口徑差距: 0 公分

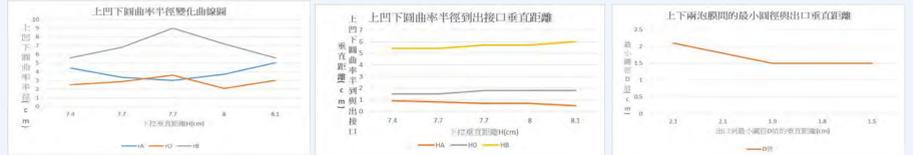


$\frac{1}{2.4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{1.33} = \frac{1}{1.32}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$

(三)實驗 3-2: 泡泡出接口『差距較小』

泡泡出口口徑 < 接口口徑

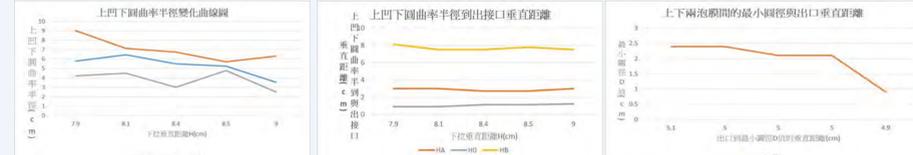
出口: A1(2.1 公分) 接口: B1(2.5 公分) 兩口徑差距: 0.4 公分



$\frac{1}{9} + \frac{1}{3.6} = \frac{1}{2.6} = \frac{1}{3}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_0}$

泡泡出口口徑 > 接口口徑

出口: A1(2.1 公分) 接口: B3(2 公分) 兩口徑差距: 0.1 公分

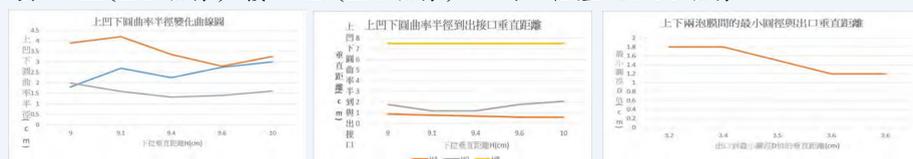


$\frac{1}{5.48} + \frac{1}{6.75} = \frac{1}{3.03} = \frac{1}{3}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$

(四)實驗 3-3: 泡泡出接口『差距較大』

泡泡出口口徑 < 接口口徑

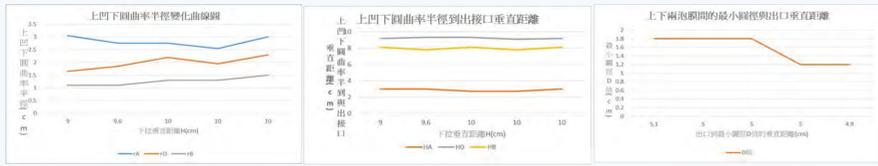
出口: A1(2.1 公分) 接口: B1(2.9 公分) 兩口徑差距: 0.8 公分



$\frac{1}{6.4} + \frac{1}{3.35} = \frac{1}{2.25} = \frac{1}{2.25}$ 符合曲率計算公式 $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_0}$

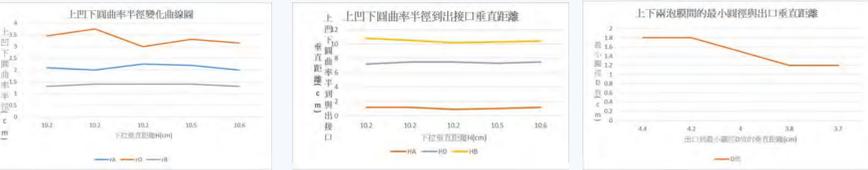
泡泡出口口徑>接口口徑

出口:A1(2.1公分) 接口 :B4(1.5公分) 兩口徑差距:0.6公分



$$\frac{1}{2.75} + \frac{1}{2.2} = \frac{1}{1.234} \approx \frac{1}{1.3} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$$

出口:A2(3公分) 接口 :B1(2.9公分) 兩口徑差距:0.1公分

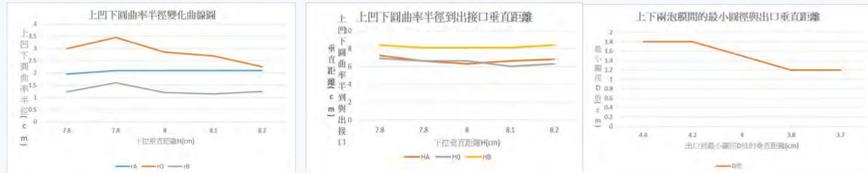


$$\frac{1}{2.75} + \frac{1}{2.2} = \frac{1}{1.234} \approx \frac{1}{1.3} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$$

(五)實驗 3-4: 泡泡出口相同, 接口四種大小規格由『差距小~差距較大』

做比較說明, 以下皆是泡泡出口口徑>接口口徑

出口:A2(3公分) 接口 :B2(2.5公分) 兩口徑差距:0.5公分

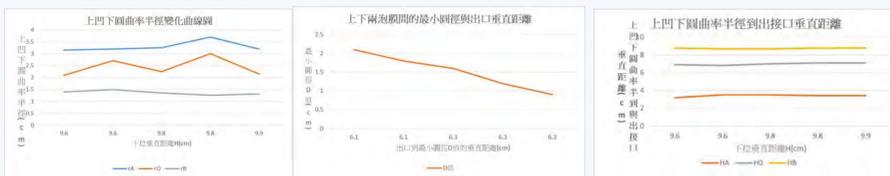


$$\frac{1}{2.1} + \frac{1}{2.85} = \frac{1}{1.211} \approx \frac{1}{1.21} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$$

(六)實驗 3-4: 泡泡出口相同, 接口四種大小規格由『差距較小~差距較大』

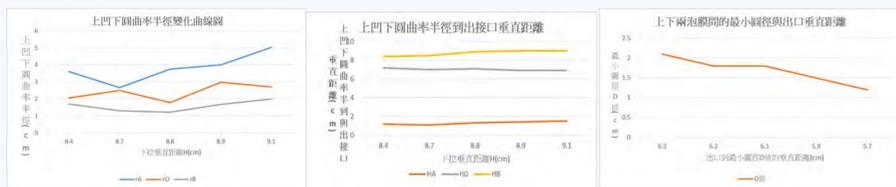
做比較說明, 以下皆是泡泡出口口徑>接口口徑

出口:A2(3公分) 接口 :B3(2公分) 兩口徑差距:1公分



$$\frac{1}{3.25} + \frac{1}{2.25} = \frac{1}{1.331} \approx \frac{1}{1.35} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$$

出口:A2(3公分) 接口 :B4(1.5公分) 兩口徑差距:1.5公分



$$\frac{1}{3.75} + \frac{1}{1.78} = \frac{1}{1.21} \approx \frac{1}{1.22} \text{ 符合曲率計算公式 } \frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$$

【曲率半徑關係式】 以出接口大小排列

上大小: $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$ 上小下大: $\frac{1}{r_A} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_0}$ 一樣大: $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_0}$

陸、實驗討論

一、探討不同施力方向下, 鐵絲圈上的兩泡膜斷裂前最小圓徑的變化關係

(一)當兩鐵絲圈相同時, D 值出現位置在中間, 且符合 $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{D}$ 曲率關係式, 而兩不同直徑鐵絲圈時, D 值會偏向直徑較小的鐵絲圈, 且符合曲率關係式。

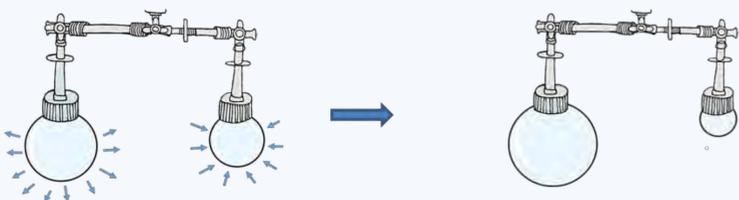
(二)當兩相同直徑的鐵絲線圈拉動時, 可移動的水平距離較長, 推測是兩泡膜上的受力相等, 泡膜較穩定, 讓泡膜拉動的水平距離較長。

(三)當兩鐵絲線圈直徑差距最大時, 其 D 值最小。

二、探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後, 造成連通管二端泡泡直徑的變化關係

由實驗 2 數據分析得知

1. 當連通管兩端注入不同氣體體積數時, 體積數較小的泡泡氣體會流向體積數較大的泡泡內, 符合拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq) $\Delta P = \frac{2\sigma_f}{R}$, ΔP (壓差)與曲率 $\frac{1}{R}$ 成正比。如下圖所示



2. 當兩端泡泡氣體體積數相同時, 泡膜直徑幾乎沒有變化。

3. 在體積數 50ml 對 20ml 中, 我們發現在 50ml 泡泡變大時, 泡泡直徑未改變呈現橢圓形。

三、探討不同氣體體積數單一柱狀的泡泡, 施力下拉後, 出接口間兩泡膜的變化關係

(一) 上、凹、下兩泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_0 、 r_B 與出接口垂直距離的變化關係及與出接口的口徑大小的變化之關係。

1. 由實驗 3-1 數據分析得知: 當出接口口徑大小相同時, 下拉距離增加, r_A 、 r_0 先變大再變小, r_B 逐漸變大。曲率半徑大小先是 $r_0 > r_A > r_B$, 後來變為 $r_B > r_0 > r_A$ 。

2. 由實驗 3-2、3-3、3-4 數據得知: 當出接口口徑是上小下大時:

(1) 在出接口口徑差距小時, r_A 先變小再變大, r_0 先變大再變小再變大, r_B 先變大再變小, 曲率半徑大小: $r_B > r_0 > r_A$ 。

(2) 出接口口徑差距大時, r_A 、 r_0 先變大再變小再變大、 r_B 變小再變大。 r_A 曲率半徑變大, r_A 、 r_B 與 r_0 會來回變大變小, 互相拉鋸。曲率半徑大小: $r_B > r_0 > r_A$

由以上實驗數據推測上方泡膜壓力較大, 氣體由上往下流動。

3. 由實驗 3-2、3-3、3-4 數據得知: 當出接口口徑上大下小時:

(1) 在出接口口徑差距小時, r_A 先變大再變小, r_0 先變小再變大, r_B 變大變小二次。曲率半徑大小: $r_0 > r_A > r_B$ 。

(2) 出接口口徑差距大時, r_A 先變小再變大, r_0 先變大再變小、再變大, r_B 變大。曲率半徑大小: $r_A > r_0 > r_B$ 。

由以上實驗數據推測因為上方泡膜壓力較小, 氣體由下往上流動。

(二) 上、凹、下圓的中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_0 、 H_B 的變化關係

1. 由實驗 3-2、3-3、3-4 得知不論出接口口徑差距大小, H_A 、 H_0 、 H_B 變化不大。

2. 在下拉距離增加時, 上、凹、下圓的中心位置平穩而不改變。

(三) 上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離的變化關係。

1. 當出接口口徑是上小下大差距小時, H_D 變小, D 值變小; 出接口口徑差距大時 H_D 變大, D 值變小。

2. 當出接口口徑是上大下小不論差距大小, H_D 幾乎不變, D 值變小。

柒、結論

一、由實驗一探討不同施力方向下, 鐵絲圈上的兩泡膜, 在斷裂前最小圓徑的關係得知

(一)鐵絲線圈大小會影響 D 值大小, 施力水平右拉時, D 值位置會偏向鐵絲線圈直徑較小那一側。

(二)水平右拉時, 兩鐵絲線圈相同大小時可拉動的水平距離較長, 且全部符合 $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{D}$ 曲率關係式。

二、由實驗二探討不同氣體體積數的泡泡在連通管流動後, 造成二端泡泡直徑的變化得知

(一)兩端氣體體積數不同時, 氣體會由體積數較小泡泡流向體積數較大的; 兩端氣體體積數相同時, 則沒有明顯變化。

(二)完全符合拉普拉斯—楊格方程(Laplace-Young eq) $\Delta P = \frac{\sigma_f}{R}$, ΔP (壓差)與曲率 $\frac{1}{R}$ 成正比

三、由實驗三探討不同氣體體積數的單一柱狀泡泡施力下拉後, 出接口間兩泡膜的關係得知

(一)上、凹、下兩泡膜的曲率半徑 r_A 、 r_0 、 r_B 會受到出接口口徑大小及差距大小的影響。

1. 出接口口徑上小下大時: 不論口徑差距大小 r_A 與 r_0 、 r_B 皆來回變化, 而曲率半徑大小為 $r_B > r_0 > r_A$

2. 出接口口徑上大下小時: 不論口徑差距大小 r_A 與 r_0 、 r_B 皆來回變化, 而差距小曲率半徑大小為: $r_0 > r_A > r_B$; 差距大時為 $r_A > r_0 > r_B$

(二)上、凹、下的圓中心線位置到出口垂直距離 H_A 、 H_0 、 H_B 的關係: 當下拉距離增加時, 泡膜的中心位置平穩而不改變。

(三)上下兩泡膜間的最小圓徑與出口垂直距離的變化關係。

1. 當出接口口徑上小下大差距小時, H_D 、D 值變小; 出接口口徑差距大時 H_D 變大, D 值變小。

2. 當出接口口徑上大下小不論差距大小, H_D 幾乎不變, D 值變小。

捌、參考資料及其他

傅宗政、陳正平/臺灣大學大氣科學研究所。科學發展月刊, 第 29 卷第 11 期。冒泡的美。

曾琬翔、張皓婷(2008)。翻轉「膜」力。臺灣二 0 0 八年國際科學展覽會

David Lovett, Demonstrating Science with Soap Films, Department of Physics, University of Essex

維基百科, 自由的百科全書。表面張力。