

# 中華民國第 58 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國小組 地球科學科

第三名

080503

又亮又可愛的天天嬋娟-月亮天平動規律性研究

學校名稱：新北市私立育才國民小學

作者：	指導老師：
小六 孫若嘉	索 贊
小六 戴穎倫	馮美蓉
小六 賴柏宇	
小六 江侑霖	
小六 李得維	

關鍵詞：月球、天平動、第谷坑

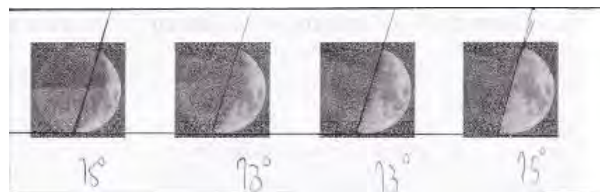
## 摘要

我們從看見月亮的傾斜的陰影，想要研究月球的陰影規律，然後發現了好玩的天平動現象。查詢完資料後並不是很清楚，所以我們去詢問專家學者學習如何描述這個有趣的月球變化，過程中我們實際觀測月球不斷地比對資料，一直討論、修正與驗證我們的研究方法，就是為了讓天平動的描述更精準。最後我們居然可以從統計資料中，呼應到參考資料所給予的訊息，並利用我們以前所學習過的方法，來對月球天平動做清楚地描述。這讓我們有種皇天不負苦心人的感受。

## 壹、研究動機

自從四上「月亮」單元中認識月相的變化之後，每當我們抬頭看見天上的月亮，就不免開始觀察月相，判斷究竟是上弦月還是下弦月，甚至欣賞月球表面的地形陰影，那隻隱藏在月球上的月兔。我們發現月亮暗面與亮面的交界傾角好像不盡相同，所以我們想了解暗面和亮面交界處的傾角是否有變化？這樣的變化是否有規律性？

我們先去中央氣象局的網站上，把月相圖印下來，將月亮亮暗面交界處的兩個尖端連成一條線，並量測出該線和水平線的夾角，夾角確實有變化（如下圖），但造成變化的原因是什麼呢？



我們開始查閱資料，瞭解月球具有「天平動」的現象，那是因為視差、月球自轉軸的傾斜、月球公轉軌道速度的變化，使得月球雖因自轉和公轉週期相同，始終以同一面朝向地球，相對於地球卻仍產生類似天秤的擺動現象。而這樣的擺動現象主要可分為三種：經度天平動、緯度天平動、周日天平動。我們想要親自觀察月球的擺動現象，並嘗試描述擺動現象的規律性，想要更進一步瞭解與我們地球最親近的衛星——月球。

## 貳、研究目的

- 一、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？
- 二、月球的天平動現象如何觀測呢？
- 三、月球的天平動現象如何描述呢？
- 四、探究月球一日內的天平動現象及規律。
- 五、探究月球一月內的天平動現象及規律。
- 六、探究月球一年內的天平動現象及規律。

## 參、研究設備及器材

### 一、月球實地觀測攝影

- (一) 折射式望遠鏡
- (二) 月球濾鏡
- (三) 手機銜接環

### 二、第谷坑與月球半徑比例實驗

- (一) 天體模擬器－Stellarium 16.1
- (二) 圓規、直尺

### 三、月面中心三角形地形移動觀察實驗

- (一) 天體模擬器－Stellarium 16.1
- (二) 自製月面中心三角形透明玻璃紙
- (三) 三腳架、攝影器材

### 四、月球地形移動路徑觀察實驗

- (一) 天體模擬器－Stellarium 16.1
- (二) 自製月球定位投影片、自製月球地形描繪投影片模板、空白投影片、簽字筆
- (三) 方格紙、直尺、工程計算機



## 肆、研究過程或方法

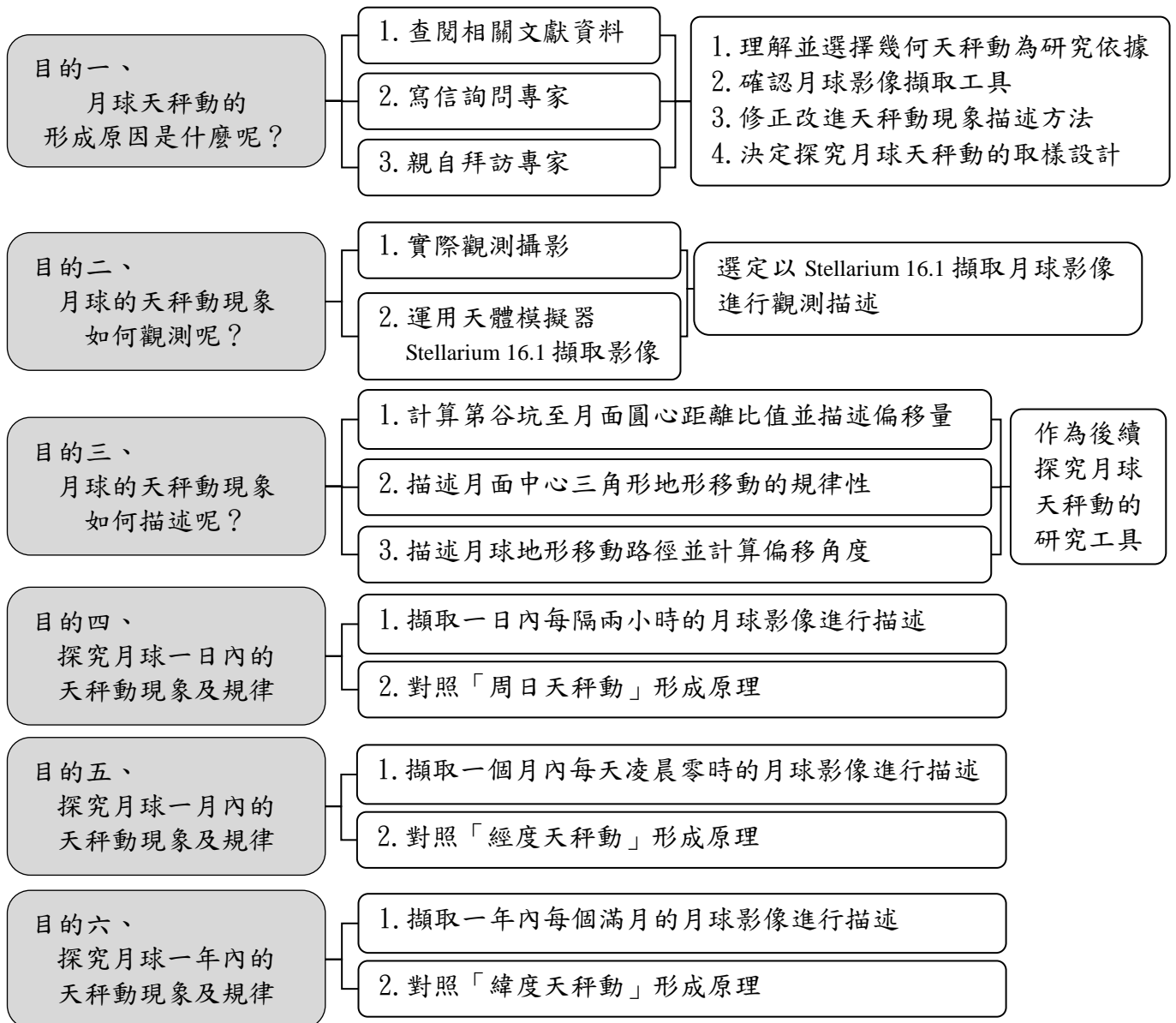


圖 4-1 研究方法架構圖

### 目的一：月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

(一) 研究設計：調查月球天平動的形成原因並認識月球天平動

(二) 研究步驟：

1. 藉由網站資料、科學雜誌資料來認識月球天平動。
2. 寫信詢問天文學專家如何解釋天平動。
3. 實際拜訪專家認識月球天平動的原因，並詢問現在的天文學者如何觀測月球天平動。



## 目的二：月球的天平動現象如何觀測呢？

### 研究方法（一）：望遠鏡實際觀測月球的天平動現象

1. 研究設計：利用折射式望遠鏡觀測月亮，並藉助手機接合環以手機定時攝影紀錄。
2. 研究步驟：
  - （1）查詢氣象預報決定觀測日期，再查詢當日月相與月升、月落時間。
  - （2）在適合的觀測地點架設望遠鏡並校正光軸，尋找觀測目標——月球。
  - （3）每半小時攝影一次並紀錄攝影時間與方位。

### 研究方法（二）：運用天體模擬器 Stellarium 16.1 擷取月球觀測資料

1. 研究設計：

「天平動」(Libration) 的變化經過調查，是衛星都會有的輕微擺動；主要可以分成周日、經度及緯度的天平動變化，分別會影響大約面向地球面約+9%的面積，要觀察到這些微的變化必須要長期的觀察。但是天文觀測很容易受到天候的影響，因此我們經由老師的介紹下認識了 Stellarium 這套軟體。Stellarium 是一套能即時顯示現在時間和你所在位置的星座軟體，不管天氣好壞它都能顯示出天空中的天體。因此我們第一件事情就是利用實際觀測照片，確認這套軟體是否可以當作我們研究工具，讓研究不受天候因素影響。
2. 研究步驟：
  - （1）先選擇實際觀測攝影清晰的月球照片
  - （2）使用 Stellarium，輸入上述實際觀測的時間與位置，在 Stellarium 視野為 0.688151、北天朝上的狀況下擷取月球影像。
  - （3）將擷取的月球影像在 word 上以長 15cm、寬 12.7cm 的圖片大小呈現。
  - （4）將實際觀測攝影的月球照片與軟體中擷取的月球影像進行比對。
  - （5）重複上述步驟（1）～（4），多次確認 Stellarium 資料可取代實際觀測。

## 目的三：月球的天平動現象如何描述呢？

### 研究方法（一）：第谷坑至月面圓心距離與月面半徑比值觀察實驗

1. 研究設計：

第谷坑是月球正面南半部一座醒目的大撞擊坑，約形成於哥白尼紀，其名稱取自 16 世紀丹麥天文學家暨鍊金術士第谷·布拉赫（1546 年-1601 年），它是月球上最有趣的隕石坑之一：環繞著一圈最明亮的射紋系統，特別在滿月時清晰可見，即便在僅有地球反射光的背景下也可被分辨出，因此作為我們實驗觀察的主要對象。我們假設當月球產生天平動現象，第谷坑到圓心的距離和月面半徑的距離的比值會產生變化，可描述移動的情況。

## 2. 研究步驟：

- (1) 擷取指定日、月、年的月球影像。
- (2) 把月面圓心找到，測量月面半徑長度。
- (3) 測量第谷坑至圓心的距離。
- (4) 計算第谷坑至圓心的距離與月球半徑的比值(如下圖 4-3-1)
- (5) 紀錄各個比值，並統計繪製圖表，分析其規律性。

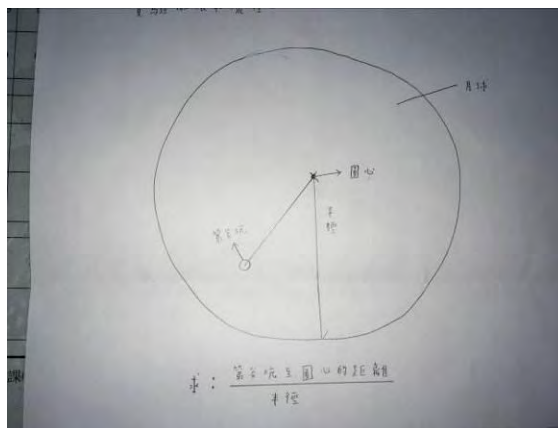


圖 4-3-1 第谷坑與圓心距離比例研究示意圖

## 研究方法（二）：月面中心三角形地形移動觀察實驗

### 1. 研究設計：

在經過第谷坑的實驗量測統計後，整體而言尚且找不出該比值變化的規律性。我們將這個問題與天文學專家老師進行討論，得到的回應如下：「月亮是一個立體球，不是平面圓，所以它的表面座標不是線性的，所以不能用比例尺來進行測量。」因此，與專家老師詳談我們的研究計畫後，老師建議我們找接近月面中心的三個點進行觀測，因為越接近月面中心，月球地形移動的情況會變得比較明顯。由於，月面中心附近沒有明顯的地形，所以我們決定在月面中心畫出一個正三角形，觀察該正三角形內部地形的移動變化。

### 2. 研究步驟：

- (1) 擷取指定日、月、年的月球影像。
- (2) 用 prinscreen 把 Stellarium 的月亮照片 copy 到 word 並列印出來（Stellarium 視野為 0.688151、北天朝上、word 方向橫向、邊界窄 12.7cm、長 15cm）。
- (3) 先把月面圓心找到，利用圓規直尺在圓心四周繪製出一個正三角形。
- (4) 將月亮外圍與正三角形複寫至透明片上（如下圖 4-2-3）。
- (5) 利用三腳架來固定照相高度與角度。
- (6) 將透明片與不同年月日的月面進行疊合後照相。
- (7) 紀錄照相後的正三角形觀察三角形內月面地形的移動變化。

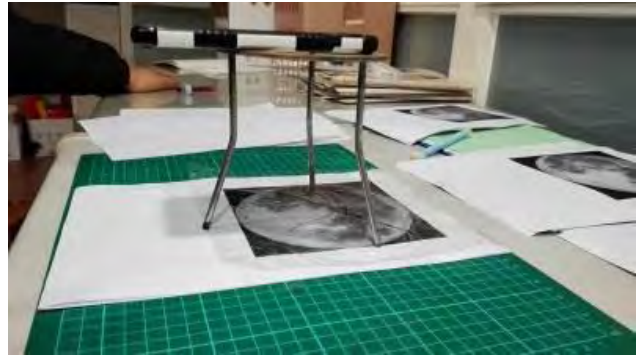


圖 4-3-2 月面中心三角形地形移動觀察實驗裝置

### 研究方法（三）：月球地形移動路徑觀察實驗

#### 1. 研究設計：

我們雖然已經可以從月面中心三角形內部中看出月球天平動的現象，但要能夠明確指出變化的程度似乎不太可行。此時，我們回憶起五年級課程中紀錄星座移動變化的方法：「利用描圖紙在星座盤上描繪不同時間的星座位置來觀察星座移動的情況」，便決定挑選離月面中心較接近的三個明顯地形進行描繪與觀察，希望能幫助我們更加清楚描述月球天平動的規律性。

#### 2. 研究步驟：

- (1) 在月面中心四周選擇「哥白尼坑」、「亞平寧山脈」、「托勒密坑」這三個地形作為觀測目標。(如下圖 4-3-2)



圖 4-3-2 月球面地形圖

- (2) 將所收集的日、月、年資料，分別用投影片將三個觀察地形用簽字筆描繪出來。
- (3) 將投影片疊加後置於方格紙（每格邊長為 0.5cm）上拍照紀錄。
- (4) 分別測量三個觀測地點於東西向、南北向的位移情形，並整體描述月面旋轉方向。
- (5) 選出同一方向的最大位移，並計算其最大偏移角度。

#### 目的四：探究月球一日內的天平動現象及規律。

##### （一）研究依據：月球的「周日天平動」

周日天平動是因為地球自轉能看到不同範圍的月球而產生的現象。當我們在靠近 A 的地方時，可以多看見一點月球偏 A 的範圍；當地球自轉半圈，我們將會在靠近 B 的地方，可以多看見一點月球偏 B 的範圍。這樣所形成的些微差距也就是地球觀測位置的「視差」（如圖 4-4-1、圖 4-4-2），大約會形成 1 度左右的周日天平動，因此我們假設觀察一整夜的月亮應該可以觀察到大約會形成 1 度左右的「周日天平動」。

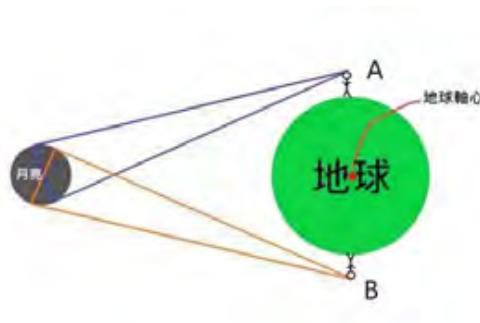


圖 4-4-1 周日天平動示意圖（不計實際大小比例）



圖 4-4-2 周日天平動示意圖（考量實際大小比例）

##### （二）研究設計：

擷取國曆 12 月 2、3、4 日（農曆 10 月 15、16、17 滿月），從凌晨零時開始，每隔 2 小時的月球影像進行觀測研究。

#### 目的五：探究月球一月內的天平動現象及規律。

##### （一）研究依據：月球的「經度天平動」

克卜勒三大定律：

第一定律：月亮運行於橢圓形軌道上，以地球為其中之一焦點。

第二定律：從地球至月亮的連線，在相同的時間內掃掠過相同面積。如圖 4-5-1

第三定律：月亮周期的平方和月亮至地球距離的立方成正比。

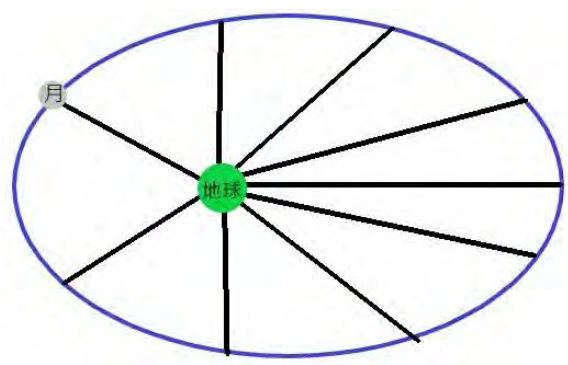


圖 4-5-1 克卜勒第二定律示意圖（未考量實際大小比例）

按照克卜勒的前兩定律發現，雖然我們認為月球的公轉速率和自轉速率相同以致於總是以同一面面對地球，但其實我們月球於近地點和遠地點的公轉速率略有不同。在月球自轉速率固定的情況下，公轉速率將略為超前或落後自轉速率，可以多看見月面東西兩側邊緣地形。因此我們假設只要找出一個月的月面影像進行觀測，應該就可以看到東西各約 7 度 45' 的月球經度天平動變化。

(二) 研究設計：

擷取農曆 9、10、11 月每日 0 點 0 分 0 秒的月球影像進行觀測研究。

目的六：探究月球一年內的天平動現象及規律。

(一) 研究依據：月球的「緯度天平動」

太陽和地球連線形成黃道面，地球和月亮連線形成白道面，而黃道和白道面間的夾角大約 5 度。月球自轉軸既不和黃道面垂直也不和白道面垂直，自轉軸方向和黃道面的方向形成了一個大約 1.5 度的夾角。因此，月球自轉軸方向與白道面的方向形成約 6.5 度的夾角，當月球運行到黃道面之上與黃道面之下時，可以多看見月球南北極各約 6.5 度的地形。所以我們假設可以藉由一年內月亮的變化觀察到南北方向各約 6.5 度的緯度天平動（如圖 4-5-1）。

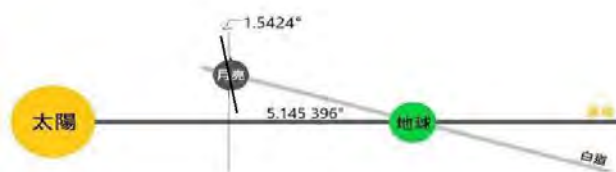


圖 4-6-1 緯度天平動示意圖

(二) 研究設計：

擷取 2015、2016、2017 三年內的滿月影像來觀測研究。

## 伍、研究結果

### 目的一、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

#### (一) 資料查詢

我們查詢了天文館、太空探索雜誌、以前科展研究等相關資訊後，採用了天文館有關天平動的資料，資料說明造成月球天平動的原因可分為幾何與物理兩大類，內容摘錄如下：

幾何天平動是由於觀測位置與月球之間的幾何因素造成；物理天平動則是月球本身真正擺動的效應。幾何天平動也稱為視天平動或光學天平動，其造成的原因又可細分為 4 項：

1. 經度天平動：由於月球軌道為橢圓形，依據刻卜勒定律，當月球位於近地點附近時，其公轉角速率較快；反之，在遠地點附近時，其公轉角速率較慢。但月球的自轉速率卻始終不變，因此月球在近地點與遠地點時，其公轉角速率就超前或落後於自轉的角速率。所以我們在地球上就能夠多見到月面東西兩側邊緣各約 7 度 45' 的部分，這種現象稱為經度天平動。經度天平動的周期為一個近點月的時間長度。
2. 緯度天平動：是月球自轉軸的方向與繞地公轉軌道平面的方向有約 6 度 41' 的傾斜角所造成的。由於月球的自轉軸方向固定，所以當月球運行到黃道面之上與黃道面之下時，月球南北兩極各約 6 度 41' 部份即可為地面所觀測到，這現象與地球公轉太陽時，南北極在冬夏兩季受陽光照射有多寡不同的情形類似。緯度天平動的周期為一交點月。
3. 周日天平動：是由於地球自轉所造成的，影響程度較小。地球半徑約 6,400 公里，月球距離地球平均約 38 萬公里，約合 60 個地球半徑，當地面上的觀測者從月出至月落，其位置便在太空中移動了一個地球直徑的距離。因此當月出時，便可先多看見一些月球的東側，而月落時則可多見到一些月球的西側，多見到月面經度約各有 1 度的範圍。
4. 視差天平動：這是由於在地面上選取不同的觀測位置所造成，在南北兩極便可多觀測到月球南北兩極的部分區域。

物理天平動比幾何天平動的影響小得多，它的擺動從未大於 0.04 度，所以一般都忽略不予考慮。(月球天平動,民 101)



## (二) 寫信向天文學專家請教

在我們查詢完天文館、氣象局的資料後，並不是非常了解什麼是天平動，因此寫信請教天文學專家（如圖 5-1-1）。

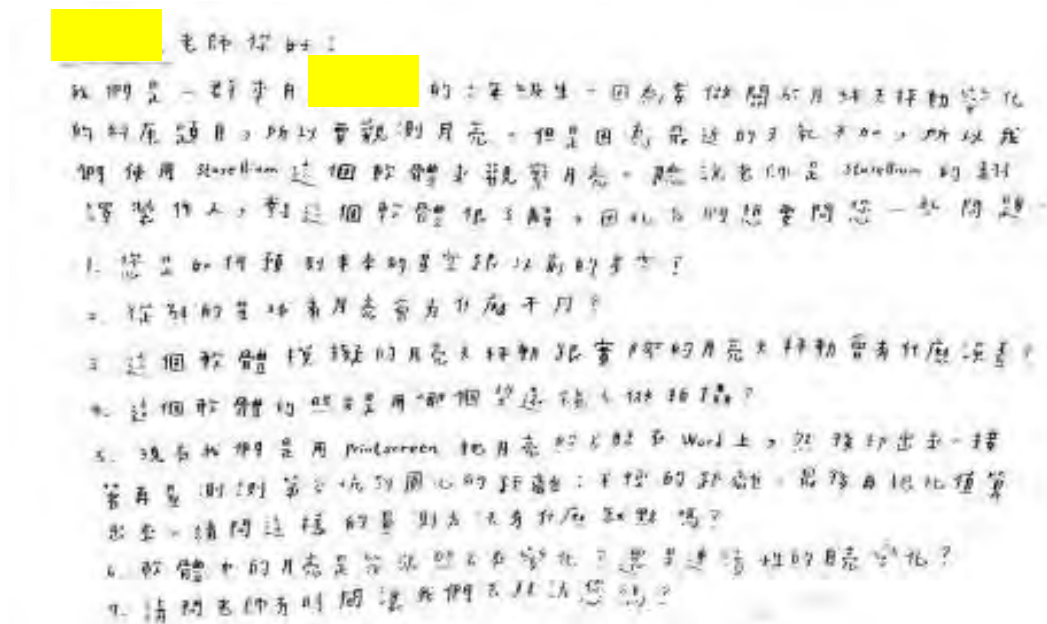


圖 5-1-1 與專家通信的親筆信件

天文學專家回信內容如下：（2017-12-22 14:26 GMT+08:00）

### 1、這套軟體是如何預測未來與以前的星空？

這個學問稱為天體力學，在牛頓完成他的三大定律後，經過二百年左右的物理學家和數學家的合作，天體力學的所有計算理論已經非常完備。Stellarium 的作者也只是套用這些理論來進行模擬。

### 2、這軟體是如何模擬其他地球上觀看的星空？

這個問題解答如上。

### 3、這套軟體所模擬的月球天平動跟實際觀測的天平動有甚麼不一樣的地方？

這套軟體可以套用許多不同的公式，模擬的結果是看你所套用的時間校正公式而有所不同，在選取「設定」->「導覽」後下方會出現你所使用的修正公式，如果沒有修改的話，一般是使用美國 NASA 的 Espenak 與 Meeus 所做的預測來顯示。跟實際的觀測當然會存在誤差，只是非常的小。

### 4、這套軟體是否是由某一個特定的望遠鏡所拍攝的？

這裡面只有天體資料的軌道數據，和某些天體的透過望遠鏡或是探測船所拍攝的表面照片而已，這些都可以經由網路取得公開免費的版權。

### 5、我們的做法是用節錄軟體中特定月份日期的月球表面照片，在量測第谷坑與月球半徑比例來確認月球轉動的情況，這樣的量測方式可以看得出天平動嗎？

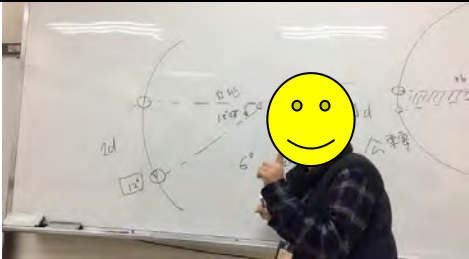
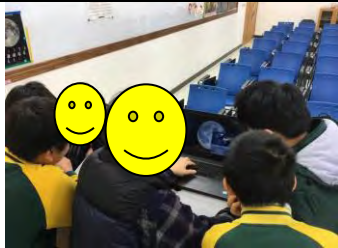
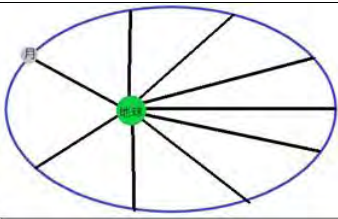
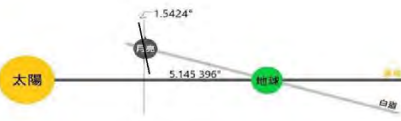
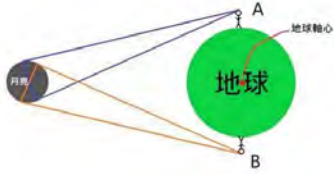
不清楚你所謂的比例是如何進行。

### 6、軟體中的月球是連續性的變化還是特定年份的拍攝？

如上所述這是天體力學計算的結果。

(三) 拜訪天文學專家討論月球天平動

由於專家表明不清楚我們的比例是如何進行，所以我們在 1 月 14 日拜訪專家學者，並學習月球天平動的形成原因，以及瞭解觀測描述應注意的事項。最後，我們將所理解的原理以文字描述並繪製成圖。如圖

學者解釋天平動之形成原理		學者說明軟體的使用注意事項	
			
經度天平動的形成原理	緯度天平動的形成原理	周日天平動的形成原理	
			

(四) 小結：






1. 經過資料查證，較明顯的月球天平動為「經度天平動」、「緯度天平動」、「周日天平動」；
2. 若要描述天平動的規律性，需要長時間的月球觀測資料才能達成，須使用電腦軟體來協助。
3. 描述月球天平動要注意月面為球面的特性。
4. 觀測月球天平動可分成日、月與年變化進行研究。

目的二、月球的天平動現象如何觀測呢？

(一) 望遠鏡實際觀測：為了研究月球陰影面的變化與月球天平動的變化情形，我們先選取天氣晴朗的日子，由老師借用望遠鏡讓我們實際觀測月亮，並記錄月亮觀測的結果。實際觀測如下表

11/19 因天氣不佳只能先學習校正光軸	12/20 天空高層有雲月面很不清楚	12/2 前往東北角海岸進行觀測 (那天晚上整晚下雨)
		
12/27 觀測架設	12/27 觀測實況	1/1 受雲氣影響的月亮(1)
		



1/1 受雲氣影響的月亮(2)	1/2 整夜觀察(1)	1/2 整夜觀察(2)
		
1/2 整夜觀察(3)-加入月亮濾鏡	1/3 凌晨觀察 高空出現雲氣影響觀察	1/4 白天的月亮
		

月亮觀測會受到天氣因素的干擾，無法連續攝影，且實際觀測會受到環境的條件限制，例如：光害、樓房、山脈等。

## (二) 天體模擬器 Stellarium 16.1 擷取月球觀測資料

首先我們實地使用望遠鏡進行觀測，選取月亮 12/21、12/27、1/2 的照片和 Stellarium 上的模擬照片比對發現十分相近，所以我們假設 Stellarium 月相變化與實際觀測結果相同。

觀測日期	望遠鏡觀測照片/軟體擷取的影像	比對結果
2017/12/21		相似 (觀測照片亮度較強, 低窪地形較不明顯)
2017/12/27		極為相似
2018/1/2		極為相似

### (三) 小結

1. 經比對後確定 Stellarium 軟體可呈現當時月亮樣貌，證明我們可使用此軟體進行研究。
2. Stellarium 軟體在不同大小的螢幕中會產生不同大小的截圖，為了減少觀測描述的誤差，便將 Stellarium 的視野調整一致。
3. 必須要將擷取的月球影像北天朝上，不然方位會隨觀測時間移動出現誤差。

### 目的三、月球的天平動現象如何描述呢？

#### (一) 描述第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值變化

1. 測量第谷坑距離的實際狀況，以及觀測紀錄的部份結果：



日期	時間	第谷坑到圓心(cm)	半徑(cm)	比例
12月2日	00:00	2.8	3.5	0.80
12月2日	00:30	2.5	3.5	0.71
12月2日	01:00	3	4	0.75
12月2日	01:30	3	3.5	0.86
12月2日	02:00	2.6	3.5	0.74
12月2日	02:30	2.5	3.4	0.74
12月2日	03:00	3	4	0.75

2. 當月球發生天平動，第谷坑到月面圓心的距離和月面半徑的比值應產生變化。比值越大，代表第谷坑越偏離月面圓心晃動；比值越小，代表第谷坑越趨近月面圓心晃動。
3. 從比值變化折線圖中容易觀察比值變化的趨勢，藉此找出日、月、年的規律性。
4. 此描述方法的限制：
  - (1) 月球天平動並不是單一方向的移動，而此比值變化的描述僅限於第谷坑與月面圓心連線方向的移動情況。
  - (2) 經過專家的解釋，選擇第谷坑雖然是一個明顯的觀測地形，但是第谷坑偏向月面的邊緣，會使球面位移狀況不明顯。

#### (二) 描述月面中心三角形內部地形移動情況

修正球面移動情形越遠離月面中心越不明顯的限制，我們在月面中心四周畫出固定的正三角形，觀察正三角形內部地形的移動變化。

1. 不同日期、時間的正三角形內部情況以照片呈現，並擷取正三角形細部觀察，如下圖

表 5-4-3 2017/12/3 (農曆 10/16) 月面中心三角形地形移動結果

時間	00:00	06:00	12:00	18:00
月亮				
三角形				
移動情況	1. 正三角形內部上方陰影處逐漸往正三角形外部移動，且呈逆時針方向。 2. 正三角形內部左下角陰影處先是往內增加，再往外部移動。 3. 正三角形內部中心右下有一小陰影處，逐漸往左、往上靠近內部中心。			

2. 此描述方式較前項方式的優勢：

- (1) 可以觀測描述不同向度的移動情況。
- (2) 可以發現移動方式並非僅限於平移，還具有轉動的情況。
- (3) 可以觀測到連續性的變化情況。

3. 此描述方式的限制：

- (1) 地形輪廓並不明顯，較難呈現移動狀況。
- (2) 難以精確量測移動的距離與角度。
- (3) 拍攝技巧容易影響實驗結果。

### (三) 描述月球地形移動路徑及計算轉動角度

1. 使用投影片描繪地形來呈現月球天平動現象。
2. 描述整體轉動方向。
3. 測量三個地形的東西與南北向偏移距離。
4. 將東西向和南北向最大的偏移距離藉由圖 5-3-3 公式計算出轉動角度。



圖 5-3-1 描繪分析月球移動路徑

2015	1-3 月 4 月月蝕	5-8 月	9 月月蝕 10-12 月
移動方向	轉動的方向	轉動的方向	轉動的方向
	哥白尼坑 西向東偏移 0.45cm 北向南 0.3cm 亞平寧山 西向東偏移 0.1cm 南向北偏移 0.3cm 托勒密坑 西向東偏移 0.85cm 南向北偏移 0.3cm	哥白尼坑 西向東偏移 0.7cm 南向北 1.35cm 亞平寧山 西向東偏移 1.05cm 北向南偏移 1.15cm 托勒密坑 東向西偏移 1cm 北向南偏移 0.2cm	哥白尼坑 東向西偏移 0.8cm 北向南 1.3cm 亞平寧山 東向西偏移 0.8cm 北向南偏移 0.1cm 托勒密坑 西向東偏移 0.4cm 北向南偏移 0.7cm

日 (觀測周日天平動以東西向為主)		
	哥白尼坑	
	東西	南北
最大位移	0.4	0.22
月面半徑	7.325cm	7.325cm
$\theta = \sin^{-1} d/R$	3.13	1.72

圖 5-3-2 觀測紀錄部份結果

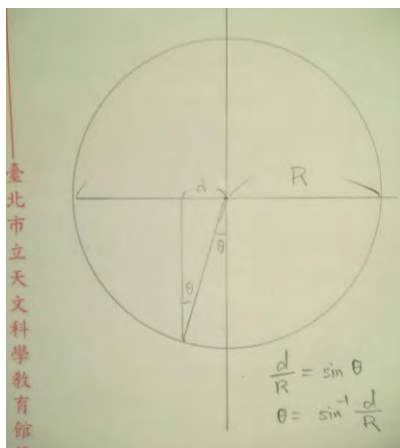


圖 5-3-3 月球天平動轉動角度計算公式

專家信件補充說明：

d 是測量某點與圓心在東西方向軸的位移 (或是南北方向軸的位移)

R 是月面的距離

d/R 就是轉動角度的正弦值，利用計算 arcsin，就可求得轉動的角度  $\theta$

目的四、探究月球一日內的天平動現象及規律。

(一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一日內的變化情況

表 5-4-1 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值日變化

國曆 106/12/02 (農曆 10/15)						國曆 106/12/03 (農曆 10/16)					
時間	比值	時間	比值	時間	比值	時間	比值	時間	比值	時間	比值
00:00	0.75	08:00	0.79	16:00	0.77	00:00	0.80	08:00	0.78	16:00	0.78
00:30	0.79	08:30	0.75	16:30	0.77	00:30	0.71	08:30	0.81	16:30	0.78
01:00	0.88	09:00	0.71	17:00	0.76	01:00	0.75	09:00	0.76	17:00	0.75
01:30	0.68	09:30	0.72	17:30	0.76	01:30	0.86	09:30	0.76	17:30	0.75
02:00	0.88	10:00	0.78	18:00	0.80	02:00	0.74	10:00	0.76	18:00	0.78
02:30	0.76	10:30	0.79	18:30	0.80	02:30	0.74	10:30	0.76	18:30	0.78
03:00	0.76	11:00	0.74	19:00	0.89	03:00	0.75	11:00	0.76	19:00	0.79
03:30	0.78	11:30	0.74	19:30	0.80	03:30	0.74	11:30	0.76	19:30	0.77
04:00	0.76	12:00	0.76	20:00	0.79	04:00	0.74	12:00	0.76	20:00	0.76
04:30	0.79	12:30	0.76	20:30	0.79	04:30	0.79	12:30	0.79	20:30	0.79
05:00	0.81	13:00	0.76	21:00	0.75	05:00	0.79	13:00	0.78	21:00	0.75
05:30	0.81	13:30	0.76	21:30	0.73	05:30	0.78	13:30	0.78	21:30	0.83
06:00	0.74	14:00	0.76	22:00	0.81	06:00	0.75	14:00	0.78	22:00	0.75
06:30	0.75	14:30	0.75	22:30	0.81	06:30	0.75	14:30	0.76	22:30	0.75
07:00	0.75	15:00	0.77	23:00	0.76	07:00	0.78	15:00	0.76	23:00	0.75
07:30	0.86	15:30	0.77	23:30	0.76	07:30	0.81	15:30	0.73	23:30	0.75
				00:00	0.76					00:00	0.75

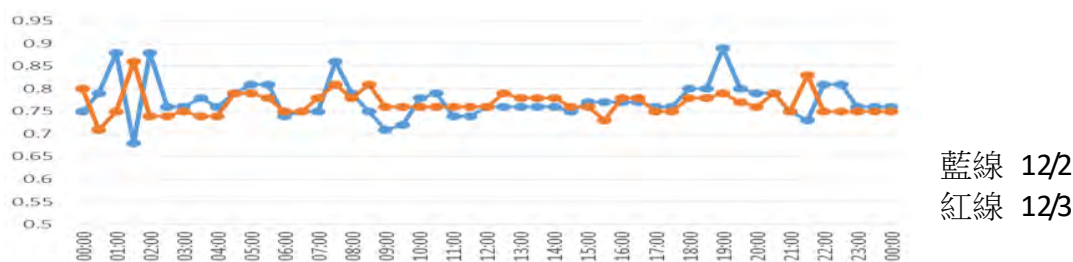


圖 5-4-1 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值日變化折線圖

小結：第谷坑 12/2 於 01:00、02:00、07:30、19:00 較遠離月面圓心，01:30、09:30 與 21:30 則較接近月面圓心；12/3 於 01:30、07:30、08:30 與 21:30 較遠離月面圓心，00:30、15:30 則較接近圓心，但是兩日的圖沒有明顯的疊合狀況。對照周日天平動的形成原理，月球偏移主要以東西向為主，而第谷坑和圓心連線方向的移動於南北向的分量較大，可能因此無法呈現周日天平動的移動現象。

(二) 月面中心三角形地形移動一日內的觀測結果

實驗以每兩小時的月球地形變化觀測紀錄一次，因一日變化移動狀況較小，故僅呈現每六小時的觀測結果。

表 5-4-2 2017/12/2 (農曆 10/15) 月面中心三角形地形移動結果








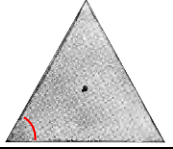


時間	00 : 00	06 : 00	12 : 00	18 : 00
月亮				
三角形				
移動情況	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.正三角形內部上方陰影處邊緣的斜率有改變。</li> <li>2.正三角形內部左下角陰影處往右下移動。</li> <li>3.正三角形內部中心右下有一小陰影處，逐漸向下遠離內部中心。</li> </ol>			

表 5-4-3 2017/12/3 (農曆 10 /16) 月面中心三角形地形移動結果





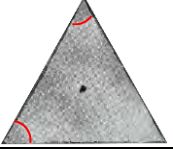
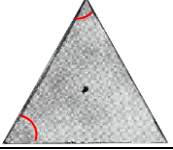
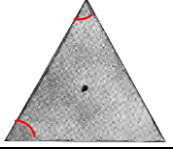
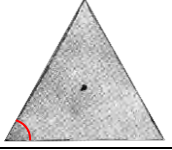




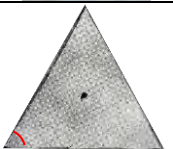


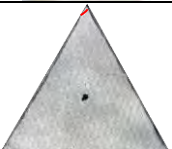
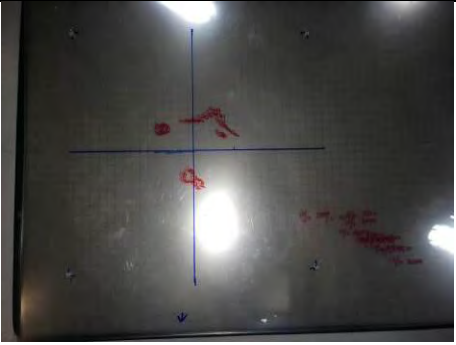
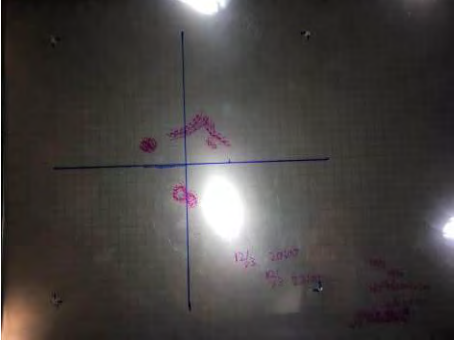

時間	00 : 00	06 : 00	12 : 00	18 : 00
月亮				
三角形				
移動情況	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.正三角形內部上方陰影處逐漸往正三角形外部移動，且呈逆時針方向。</li> <li>2.正三角形內部左下角陰影處先是往內增加，再往外部移動。</li> <li>3.正三角形內部中心右下有一小陰影處，逐漸往左、往上靠近內部中心。</li> </ol>			

表 5-4-4 2017/12/4 (農曆 10 /17) 月面中心三角形地形移動結果

時間	00 : 00	06 : 00	12 : 00	18 : 00
月亮				
三角形				
移動情況	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.正三角形內部上方陰影處先往右下移動，再往左上移動。</li> <li>2.正三角形內部左下角陰影處先是往右移動，再往左移動。</li> </ol>			

小結：對照周日天平動形成原理，月球所見最東側和最西側地形的起訖時間應為月升到月落時刻，又地形應由西向東移動。望月月升、月落時間約為每日 18:00 至隔天 06:00，分別觀察 12/2 18:00 到 12/3 06:00、12/3 18:00 到 12/4 06:00 正三角形內部地形，可以發現左下角的陰影處移動方向確實由西向東移動，符合周日天平動現象，但上方陰影處則向左上方偏移。

### (三) 月球地形移動路徑一日內的觀察結果

觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小
2017/12/2		哥白尼坑東向西偏移 0.25cm 北向南 0.1cm 亞平寧山東向西偏移 0.2cm 南向北偏移 0.1cm 托勒密坑東向西偏移 0.1cm 南向北偏移 0.1cm
2017/12/3		哥白尼坑東西向飄移 0.3cm 北向南 0.1cm 亞平寧山東向西偏移 0.2cm 南向北偏移 0.2cm 托勒密坑東西向不偏移 南向北偏移 0.1cm
2017/12/4		哥白尼坑東向西偏移 0.4cm 北向南 0.2cm 亞平寧山東向西偏移 0.45cm 南北向不偏移 托勒密坑東向西偏移 0.1cm 北向南 0.1cm

小結：月球一日內的地形變化，在東西向的偏移明顯大過於南北向的偏移，而這樣在東西向的漂移現象，似乎便符合周日天平動以東西向偏移為主的形成原理。

表 5-4-5 月球地形一日內的最大偏移角度（觀測周日天平動以東西向為主）

	哥白尼坑		亞平寧山脈		托勒密坑	
	東西向	南北向	東西向	南北向	東西向	南北向
最大位移 (cm)	0.4	0.2	0.45	0.2	0.1	0.1
月面半徑 (cm)	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325
$\theta = \sin^{-1}d/R$ (度)	3.13	1.56	3.52	1.56	0.79	0.79

小結：觀察月球地形在一日內東西向的最大偏移角度，分別為 3.13 度、3.52 度、0.79 度，與周日天平動理論中的東西各 1 度、總和為 2 度的偏移角度數據仍有 1 度多的誤差。疊合中卻顯示地形不斷的由東向西移動，而非由西向東，亦沒有往返現象，似乎不符周日天平動的推論方向；根據文獻反推，周日天平動 1 度的偏移在 7.325 公分的月球半徑中，移動量約略為 0.13cm，是非常小幅度的變化，我們在一日內觀察紀錄到的偏移，或許已受經度天平動影響無法呈現。

## 目的五、探究月球一月內的天平動現象及規律。

### (一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一月內的變化情況

表 5-5-1 農曆 106 年 9 月、11 月的第谷坑至圓心距離與月面半徑的比值變化

106 年農曆 9 月			農曆 11 月		
國曆	農曆	比值	國曆	農曆	比值
10 月 30 日	9 月 11 日	0.71	12 月 28 日	11 月 11 日	0.70
10 月 31 日	9 月 12 日	0.71	12 月 29 日	11 月 12 日	0.70
11 月 1 日	9 月 13 日	0.74	12 月 30 日	11 月 13 日	0.74
11 月 2 日	9 月 14 日	0.77	12 月 31 日	11 月 14 日	0.74
11 月 3 日	9 月 15 日	0.76	1 月 1 日	11 月 15 日	0.72
11 月 4 日	9 月 16 日	0.75	1 月 2 日	11 月 16 日	0.72
11 月 5 日	9 月 17 日	0.81	1 月 3 日	11 月 17 日	0.72
11 月 6 日	9 月 18 日	0.76	1 月 4 日	11 月 18 日	0.68
11 月 7 日	9 月 19 日	0.72	1 月 5 日	11 月 19 日	0.70
11 月 8 日	9 月 20 日	0.73	1 月 6 日	11 月 20 日	0.69
			1 月 7 日	11 月 21 日	0.69
			1 月 8 日	11 月 22 日	0.69
			1 月 9 日	11 月 23 日	0.69

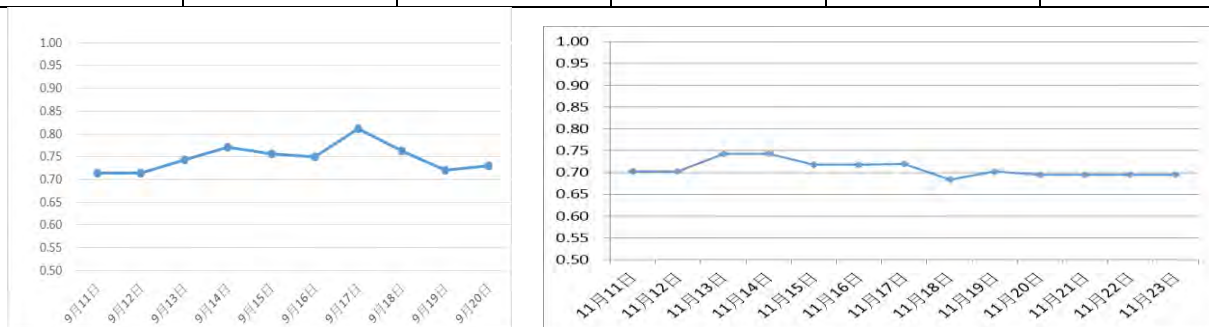


圖 5-5-1 農曆 106 年 9 月、11 月第谷坑至圓心距離與月面半徑的比值變化折線圖

小結：(1) 此研究方法僅能觀測可見第谷坑的日子，農曆 9 月可見天數 10 天，農曆 11 月可見天數 13 天，顯然無法描述整個月份的造成的經度天平動現象。(2) 農曆 9 月的比值從 9/11 約略呈現逐漸變大，9/14 稍微降低再上升，9/17 達最大值，再逐漸降低，以第谷坑地理位置判斷，第谷坑大致呈現往左下方遠離圓心，再往右上方趨近圓心的移動。農曆 11 月移動的程度與 9 月相比則較小，大致呈現先逐漸往左下方遠離圓心移動，再往右上方趨近圓心移動，不過大部分比值落於 0.7 左右，較農曆 9 月的比值小，較趨近圓心。

## (二) 月面中心三角形內部地形移動在一個月內的觀測結果

表 5-5-2 農曆 8 月份月面中心三角形內部地形移動結果 (選擇部份影像進行描述)

日期	08/12(國 10/1)	08/15 (國 10/4)	08/18 (國 10/7)	08/21 (國 10/10)
月亮				
三角形				
描述	內部三角形地形有向左下移動再往左移動			

表 5-5-3 農曆 9 月份月面中心三角形內部地形移動結果 (選擇部份影像進行描述)

日期	9/11 (國 10/30)	9/14(國 11/02)	9/17 (國 11/05)	9/20 (國 11/08)
月亮				
三角形				
描述	內部三角形往左往下移動			

表 5-5-4 農曆 10 月份月面中心三角形內部地形移動結果 (選擇部份影像進行描述)

日期	10/11 (國 11/28)	10/14 (國 12/01)	10/17 (國 12/04)	10/20 (國 12/07)
月亮				
三角形				
描述	內部三角形移動情形並不明顯			

小結：(1) 由以上的資料中可以看出，三個月份可見月面中心附近地形的日期中，三角形內部地形變化大致皆呈現逐漸向左移動。(2) 該陰影處皆從月面中心偏右往月面中心偏左移動，可推論無法觀測月面中心的日期中，該陰影處有回到中心偏右位置的移動，但很難清楚地描述移動的大小程度與整體改變狀況。(3) 觀測月球範圍由西側地形往東側地形移動。



### (三) 月球地形移動路徑在一個月內的觀察結果

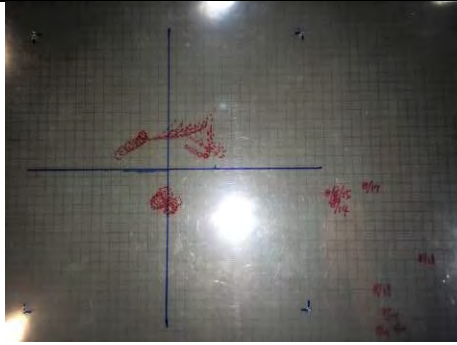



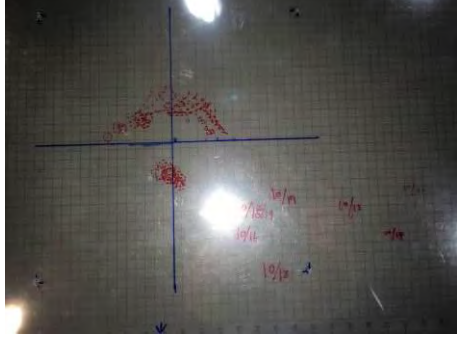

觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小	整體偏移
2017年8月 8/14~8/21		哥白尼坑東向西偏移 1.3cm 北向南偏移 1cm 亞平寧山東向西偏移 1.3cm 南向北偏移 0.5cm 托勒密坑東向西偏移 0.5cm 北向南 0.5cm	
2017年9月 9/11~9/22		哥白尼坑東向西偏移 1.7cm 北向南偏移 0.5cm 亞平寧山東向西偏移 1.6cm 南向北偏移 0.7cm 托勒密坑東向西偏移 0.75cm 南北向不偏移	
2017年10月 10/11~10/22		哥白尼坑東向西偏移 2.2cm 北向南偏移 0.8cm 亞平寧山東向西偏移 1.4cm 南向北偏移 0.9cm 托勒密坑東向西偏移 0.5cm 南向北偏移 0.5cm	

表 5-5-5 月球地形一個月內的最大偏移角度（觀測經度天平動以東西向為主）

	哥白尼坑		亞平寧山脈		托勒密坑	
	東西向	南北向	東西向	南北向	東西向	南北向
最大位移 (cm)	2.2	1	1.6	0.9	0.75	0.5
月面半徑 (cm)	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325
$\theta = \sin^{-1}d/R$ (cm)	17.48	7.85	12.62	7.06	5.88	3.91

小結：(1) 僅能觀測三個地形皆可見的日期，約為農曆 11 日至 22 日之間。(2) 月面整體旋轉方向皆呈逆時針方向偏移。(3) 每個月的起始位置皆很接近，表示無法觀測地形的時段，月面會偏移回原本的位置，且具穩定的時間差距（週期），因此產生類似的路徑變化圖。(4) 每個月的變化，大致可以看出月球公轉近地點與遠地點的角速率差距所造成的+7.75 度經度天平動，例如哥白尼坑的東西向的最大偏移角度。

目的六、探究月球一年內的天平動現象及規律。

(一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一年內的變化情況

表 5-6-1 2015 年與 2017 年滿月第谷坑至圓心距離與月面半徑的比值變化

2015 年滿月			2017 年滿月		
國曆	農曆	比值	國曆	農曆	比值
1 月 5 日	2 月 15 日	0.73	2 月 11 日	1 月 15 日	0.72
2 月 5 日	3 月 17 日	0.80	3 月 12 日	2 月 15 日	0.72
3 月 5 日	4 月 15 日	0.80	4 月 11 日	3 月 15 日	0.69
4 月 5 日	5 月 17 日	0.76	5 月 10 日	4 月 15 日	0.68
5 月 4 日	6 月 16 日	0.76	6 月 9 日	5 月 15 日	0.69
6 月 3 日	7 月 17 日	0.90	7 月 8 日	6 月 15 日	0.61
7 月 3 日	8 月 18 日	0.90	8 月 6 日	潤 6 月 15 日	0.67
8 月 1 日	9 月 18 日	0.74	9 月 6 日	7 月 16 日	0.75
8 月 31 日	9 月 18 日	0.77	10 月 4 日	8 月 15 日	0.78
9 月 29 日	10 月 28 日	0.83	11 月 3 日	9 月 15 日	0.81
10 月 28 日	11 月 16 日	0.93	12 月 2 日	10 月 15 日	0.70
11 月 26 日	12 月 15 日	0.86			
12 月 26 日	1 月 16 日	0.85			

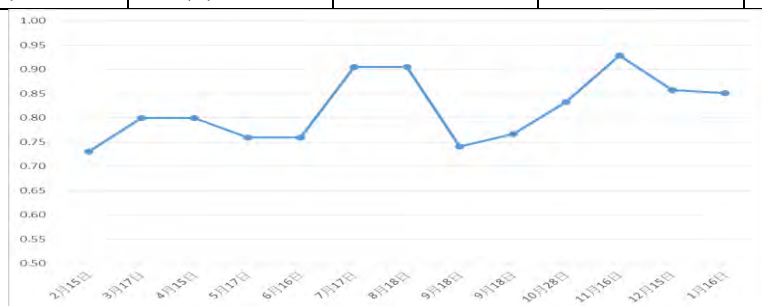


圖 5-6-1 2015 年滿月第谷坑至圓心距離與月面半徑的比值變化折線圖

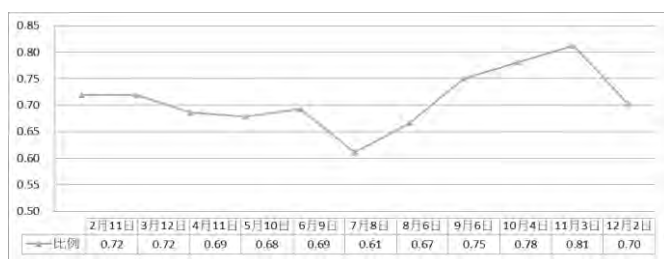


圖 5-6-2 2017 年滿月第谷坑至圓心距離與月面半徑的比值變化折線圖

小結：(1) 2015 年一年內滿月比值變化有兩次上升下降的變化，而 2017 年一年內滿月比值變化則呈現一次逐漸下降再逐漸上升的規律變化。(2) 依據緯度天平動的形成原理，假若一年內滿月位置將分散於黃道面之上和黃道面之下，而第谷坑較能看出南北向位移，則可從一年內滿月的比值變化看出月球緯度天平動的現象，而 2017 年的比值便是呈現約略半年趨近圓心北移，約略半年遠離圓心南移的結果。(3) 這兩年比值的最大值和最小值皆相差 0.2，參考轉動角度計算公式(圖 5-3-3)，可算出轉動角度約 11.54 度，與緯度天平動理論值+6.68 度接近。

(二) 月面中心三角形內部地形移動在一年內的觀測結果

表 5-6-2 2015 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果 (4、9 月月食)

日期	2015/01/05	2015/02/03	2015/03/06	2015/04/06	2015/05/04	2015/06/03	2015/07/02
月亮							
日期	2015/07/31	2015/08/30	2015/09/28	2015/10/27	2015/11/26	2015/12/25	
月亮							

表 5-6-3 2015 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果 (聚焦放大三角形內部)

日期	2015/01/05	2015/02/03	2015/03/06	2015/04/06	2015/05/04	2015/06/03
三角形				月全食		
日期	2015/07/02	2015/07/31 藍月	2015/08/30	2015/09/28	2015/10/27	2015/11/26
三角形				月全食		
日期	2015/12/25					
三角形						

表 5-6-4 2016 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果

日期	2016/01/24	2016/02/23	2016/03/23	2016/04/22	2016/05/22	2016/06/20
月亮						
日期	2016/07/20	2016/08/18	2016/09/17	2016/10/16	2016/11/14	2016/12/14
月亮						



表 5-6-5 2016 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果（聚焦放大三角形內部）

日期	2016/01/24	2016/02/23	2016/03/23	2016/04/22	2016/05/22	2016/06/20
三角形						
日期	2016/07/20	2016/08/18	2016/09/17	2016/10/16	2016/11/14	2016/12/14
三角形						

表 5-6-6 2017 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果

日期	2017/01/12	2017/02/11	2017/03/12	2017/04/11	2017/05/11	2017/06/09
月亮						
日期	2017/07/09	2017/08/08	2017/09/06	2017/10/06	2017/11/04	2017/12/03
月亮						

表 5-6-7 2017 年滿月月面中心三角形內部地形移動結果（聚焦放大三角形內部）

日期	2017/01/12	2017/02/11	2017/03/12	2017/04/11	2017/05/11	2017/06/09
三角形						
日期	2017/07/09	2017/08/08	2017/09/06	2017/10/06	2017/11/04	2017/12/03
三角形						

小結：從年變化中，三個年的地形變化皆很明顯。2015 年三角形上方陰影會逐漸往上往左移，過了 4 月的月食後，5~8 月陰影逐漸向右移並產生旋轉，9~12 月則又向左移動。2016 年可以看出左下角的陰影 4~7 月逐漸向右上移動，8~10 月開始往右下移動。2017 年左下角的陰影由 5~9 月開始往右上移動，10~12 月則轉回左下方。

(三) 月球地形移動路徑在一年內的觀測結果

2015 年		1~3 月 (4 月月食)	5~8 月	10~12 月 (9 月月食)
月球地形 疊合結果				
整體移動方向		轉動的方向	轉動的方向	轉動的方向
三個觀測 地點的偏 移方向和 大小	哥白 尼坑	西向東偏移 0.45cm 北向南 0.3cm	西向東偏移 0.7cm 南向北 1.35cm	東向西偏移 0.8cm 北向南 1.3cm
	亞平 寧山	西向東偏移 0.1cm 南向北偏移 0.3cm	西向東偏移 1.05cm 北向南偏移 1.15cm	東向西偏移 0.8cm 北向南偏移 0.1cm
	托勒 密坑	西向東偏移 0.85cm 南向北偏移 0.3cm	東向西偏移 1cm 北向南偏移 0.2cm	西向東偏移 0.4cm 北向南偏移 0.7cm
2016 年		1~5 月	6~9 月	10~12 月
月球地形 疊合結果				
整體移動方向		轉動的方向	轉動的方向	轉動的方向
三個觀測 地點的偏 移方向和 大小	哥白 尼坑	西向東偏移 0.3cm 南向北 1.45cm	西向東偏移 0.7cm 南向北 0.2cm	東向西偏移 0.8cm 北向南 0.8cm
	亞平 寧山	西向東偏移 0.8cm 南向北偏移 1.4cm	西向東偏移 0.8cm 北向南偏移 1.4cm	東向西偏移 0.8cm 北向南偏移 0.4cm
	托勒 密坑	西向東偏移 0.4cm 南向北偏移 1.4cm	東向西偏移 0.6cm 北向南偏移 0.4cm	東向西 0.1cm 南向北 0.1cm
2017 年		1~4 月	5~8 月	9~12 月
月球地形 疊合結果				
整體移動方向		轉動的方向	轉動的方向	轉動的方向
三個觀測 地點的偏 移方向和 大小	哥白 尼坑	東向西偏移 0.3cm 北向南 0.55cm	西向東偏移 1.8cm 南向北 0.75cm	東向西偏移 0.8cm 北向南 0.8cm
	亞平 寧山	東向西偏移 0.7cm 南向北偏移 0.6cm	西向東偏移 2cm 北向南偏移 1.2cm	東向西偏移 0.6cm 南向北偏移 0.35cm
	托勒 密坑	西向東偏移 0.3cm 南向北偏移 0.45cm	東向西 0.2cm 北向南偏移 0.6cm	東向西偏移 0.9cm 北向南偏移 0.2cm

表 5-6-8 統計三年滿月同一方向最大偏移角度（觀測緯度天平動主要觀測南北向為主）

	哥白尼坑		亞平寧山脈		托勒密坑	
	東西向	南北向	東西向	南北向	東西向	南北向
最大位移 (cm)	1.15	1.65	2	1.8	1.1	0.9
月面半徑 (cm)	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325
$\theta = \sin^{-1}d/R$ (度)	9.03	13.01	15.85	14.23	8.64	7.06

小結：(1) 初步觀察發現，月球地形移動路徑約每四個月呈現一個穩定的偏轉方向。(2) 對照緯度天平動形成原理，推論南北向應有約六個月一次的偏移變化，但目前不同地點偏移方向不同，較難統計，且描述中呈現約略四個月的規律性變化，而非六個月的規律性變化。(3) 統計三年滿月同一方向最大偏移角度，哥白尼坑約略為 13.01 度、亞平寧山脈約略為 14.23 度，與緯度天平動理論南北極各約 6.68 度的偏轉角度接近。

## 陸、討論

### 討論一、月亮陰影的移動無法測量

原因：我們以前在觀察月相時，亮暗交接處會有角度的變化，加上我們學過月亮的亮面一定都是面向太陽的那一面便推想一定有規律性。又發現氣象台提供的月面資料並不會移動，所以討論形成落差的因素可能有哪些。後來使用軟體模擬時，發現原來月球陰影的位置角度會受到觀測者的位置，與觀測時間所影響，所以我們分不清楚到底是月亮的陰影面位置在變化，還是地球在移動。另外，我們查閱資料的過程中，發現了另一個影響變因——月球天平動，才改變我們的研究方向，以月球天平動作為我們的研究主題。

解決方法：由於各種變因同時會互相影響，很難排除其他變因進行觀察，已經超過我們能夠思考的範圍，所以選擇影響變因較小的天平動進行研究。

### 討論二、因天候狀況無法長期觀測

原因：我們研究前已經知道天候狀況可能會影響研究方式，儘管已經先查詢天氣預測報告，但還是會無法估計高空中雲層的變動狀況，或是當日空氣品質所形成的霧霾。另外長期觀察受限於時間的安排與規劃，將使得我們無法在小學畢業前完成研究。

解決方法：五年級課程學過使用星座圖與星座軟體來協助學習，讓我們討論是否可以使用軟體來協助我們進行長期的研究。

### 討論三、第谷坑的數據沒有規律

原因：先以第谷坑作為研究對象，主要只是想藉由一個明顯的觀測地點，來展開我們的研究。並假設至少可以看出天平動對於整個月面在某一個方向的位移情形；但統計結果不管是日、

月、年皆無法找出明顯規律性，經過我們小組討論可能的原因有：1、略估第谷坑的中心位置造成長度測量出現誤差；2、月亮截圖大小不同且並非完整的圓使半徑量測出現誤差；3、我們的量測用尺精密度不夠，無法計算到更精準的比值。

解決方法：經過與專家晤談後，發現除了以上的原因外，我們還忽略的月球的球面轉動與平面轉動的差距。因此研究方式修正為改採用接近月面中心的三角形內進行地形移動的觀察。

#### 討論四、月面截圖大小不同

原因：月面的大小會因為距離地球的遠近不同，而有大小的差異，這屬於自然現象。但是月面截圖的大小會嚴重影響到我們在繪製月球表面地形的大小變化。因此我們在討論究竟是否要將月面調整成固定大小這件事情上爭執很久。

解決方法：如果要實際呈現是必要以原始不同大小的月亮進行研究，卻會使計算角度變化上變得非常困難。再加上不同螢幕所截出的影像大小也不一樣，在雙重變因之下我們沒辦法確定這變化到底是屬於天體運行中所產生的大小變化，還是圖片在不同臺電腦中大小不同的呈現。我們將這個問題與專家和指導老師討論，經過計算我們要量測的角度變化並不會因為我們將月面大小統一後而改變，因此我們最後決定使用 ADOBE PHOTOSHOP CS 把每個月亮固定成同一個大小。

#### 討論五、月面中心正三角形地形移動有規律性但是沒有辦法測量

原因：在月面中心正三角形地形觀測中發現，雖然有規律但是因為三角形畫面太小，無法有明確的數據來說明天平動變化。雖然我們有討論過變化結果，但左左右右上下下的描述實在無法在科學實驗中進行精準的描述，因此我們嘗試尋找其他的量測方法。

解決方法：我們在嘗試翻閱以前觀測月亮與星星的課程中發現，我們五年級用來觀測星星的移動路徑方式，可以在滿天星空的星座盤上明確的說明星座移動路徑與方位，或許我們也可以用投影片堆疊的方式來堆疊出月亮表面的地形變化藉此找出天平動移動規律。

#### 討論六、無法精確描述經度天平動的變化

原因：經度天平動的偏移角度在不同觀測地點的數據落差很大，有些遠低於文獻的數據，又因為觀測可見地形的天數不是完整的一個月，當我們想聚焦觀察經度天平動開始到結束的日期，卻無法找到方法。

解決方法：討論後比對資料發現，月球經度天平動起因於公轉速率超前自轉速率多看到東側月面，公轉速率落後自轉速率則多看到西側月面，然而近地點、遠地點週期與朔望月週期並不相同，無法找出近地點日期和遠地點日期之間的月面地形來觀測比較，而什麼時候會超前，什麼時候會落後，是否為連續性偏移，又或者時有逆行，皆無法確定，而公轉速率與自轉速率相當時，又是否沒有明顯的移動狀況呢？

## 討論七、緯度天平動為什麼一年才看得出來

原因：我們在觀察月球一個月的天平動變化中，已經觀察到月球南北方向的變化，這讓我們討論為何文獻說明一定要一年的變動才能夠看出緯度天平動。

解決方法：討論後，我們拿了大小球來模擬月球繞行地球的軌道，並對照太陽的位置，發現白道面最高點和最低點並非與朔望月週期重疊，再查詢文獻資料，知道緯度天平動是以交點月為週期，而交點月約為 27.21 日，朔望月約為 29.53 日，若我們只採用三個月可見月面中心地形部份的觀測數據，沒辦法證明我們的研究結果就是南北向最大的變化角度。所以我們假想，只要試圖增加至三年滿月的觀測數據，就有機會觀測到南北方向的最大變化，儘管如此，我們對於選用的三年滿月紀錄也沒辦法保證一定會找到角度的最大變化。

## 討論八、月亮徑向移動（接近地球、遠離地球的大小變化）無法描述

原因：研究過程中因為月亮大小的改變，讓我們發現我們的研究是沒有辦法量測月球在徑向移動的變化。在加上我們又統一了月球的大小變化更消除了月球的徑向移動。因此我們的實驗沒辦法判斷天平動是否會在月球徑向移動上出現變化。

解決方法：這樣觀測視覺上的月球大小變化，可能有其他更適合的計算或是統計方法。然而在月球天平動的文獻資料中，並未把這樣子直觀認為月球接近地球和遠離地球的移動變化歸類為幾何天平動或物理天平動之一，可能是因為可見的月面範圍並不會隨著接近地球或遠離地球而改變。

## 討論九、周日、經度、緯度天平動是同時發生，是否能獨立歸納變因，如何消除誤差？

原因：在歸納周日天平動時，我們發現一日的月亮天平動變化中，投影片的疊加結果與月面圓心三角形的地形變化並不一致，經過討論發現問題可能是因為三個天平動為同時發生。而對於我們的研究是否會因為不是獨立歸納變因而產生誤差。

解決方法：在測量完一月及一年的比對後發現，當數據量放大時平均數會接近數據，證明如果能增加觀測的日、月和年數據或許就可以避免掉這個誤差。



## 柒、結論

### 目的一、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

結論一、月球天平動的形成原因主要是因為視差、月球自轉軸的傾斜、月球公轉軌道速度的變化，使得月球雖因自轉和公轉週期相同，始終以同一面朝向地球，相對於地球卻仍產生類似天秤的擺動現象。

### 目的二、月球的天平動現象如何觀測呢？

結論二、描述天平動的現象需要長時間的觀測資料，而實際觀測月球很容易受到天候的影響，因此須使用軟體協助研究。擷取資料時必須確認觀測位置與時間，並將月球北天朝上才能進行觀察研究，因為軟體中的月球方位會受到觀察時間、位置不同而改變。

### 目的三、月球的天平動現象如何描述呢？

結論三、經過不斷修正實驗方法後發現，描述月球天平動必須要觀察接近月面圓心附近的地形，並且選擇三個以上的觀察對象，再利用不同時間的地形位置疊圖，可計算東西向與南北向的偏移量，亦可以用角度變化量來描述天平動。

### 目的四、探究月球一日內的天平動現象及規律。

結論四、月球一日內的天平動會受到周日天平動所影響，經過我們的實驗後可以看出月亮確實有東西明顯的偏動狀況。但或許是因為理論偏動的數值很小（偏移量約 0.13cm）而月面半徑（7.325cm）不大，所以統計後的數據容易因量測不精確而有較大的誤差，皆超過文獻所說約+1 度的差距。另有一推論是因為經度天平動所造成的偏移影響遠大過於周日天平動的幅度，故無法呈現周日天平動現象。

### 目的五、探究月球一月內的天平動現象及規律。

結論五、觀察月球一個月內的天平動現象發現，確實可以經過一個月的觀測看出明顯的東西向偏移，這應是經度天平動所造成的變化。文獻中提及最大可觀測到的偏移角度為+7.75 度（總位移約 15.5 度），我們所測出來的位移最大值 17.48 度（+8.74 度），誤差值為+0.99 度。

### 目的六、探究月球一年內的天平動現象及規律。

結論六、觀察月球一年內的天平動現象，除了東西向偏移外，南北向也出現了大幅度的偏移。

我們藉由觀測整體地形移動現象以及南北向的地形移動差距發現：

- （1）月球地形移動路徑平均約四個月會有一次旋轉方向的大改變。
- （2）確實可以量測到緯度天平動所造成的南北向偏移，文獻中顯示緯度天平動的變化幅度約+6.68 度（總計約 13.36 度）而我們量測的最大值為 14.23 度（+7.165 度），誤差值為+0.485 度。

## 捌、參考資料及其他

- 一、月球表面地形名稱 附錄三 月球天秤動（2012）。臺北市立天文科學教育館出版品。取自  
<https://www-ws.gov.taipei/Download.ashx?u=LzAwMS9VcGxvYWQvNDM5L3JlbGZpbGUvMjE3MDQvMzQyNTA5Ny85NzUxMzUyMTU3MS5wZGY%3D&n=OTc1MTM1MjE1NzEucGRm&icon=.pdf>
- 二、觀察月球的秘訣（2008）。知識大圖解 How It Works 誌。希伯崙股份有限公司，60。
- 三、王雲五（1957）。中山自然科學大辭典第三冊天文學。台北市：台北商務印書館，117-118。
- 四、陳正鵬（1998）。與月娘共舞。台北縣：中華少年成長文教基金會。

## 【評語】 080503

1. 由月相的觀察激發好奇心與動機，發現月球有「天平動」現象，擺動可分經度天平動、緯度天平度與周日天平動三種，也發現月球地形移動路徑平均約四個月會有一次旋轉方向的大改變。
2. 利用自製各式模型研究及觀察天平動的方法具創意，了解天體運行相互運動的複雜性(軌道形狀、近地遠地等)。
3. 用模具展示及表達，清晰具邏輯性。
4. 透過查詢資料、寫信問專家、拜訪專家、觀測攝影與天體模擬器來瞭解天平動原因。



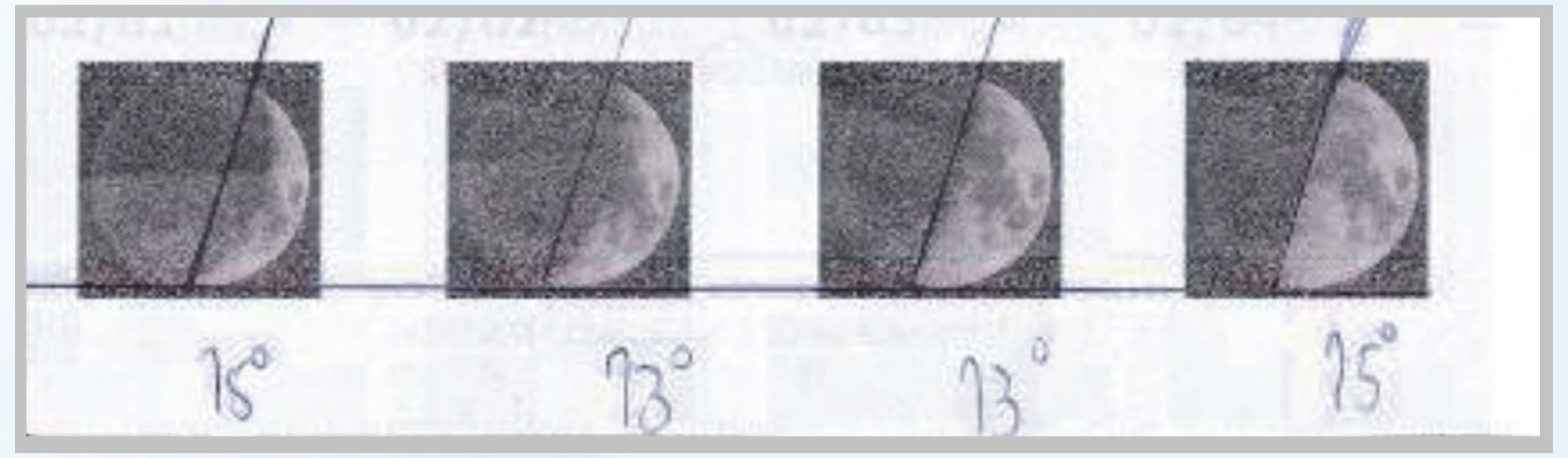
# 摘要

我們從看見月亮的傾斜的陰影，想要研究月球的陰影規律，然後發現了好玩的天平動現象。查詢完資料後並不是很清楚，所以我們去詢問專家學者學習如何描述這個有趣的月球變化，過程中我們實際觀測月球不斷地比對資料，一直討論、修正與驗證我們的研究方法，就是為了讓天平動的描述更精準。最後我們居然可以從統計資料中，呼應到參考資料所給予的訊息，並利用我們以前所學習過的方法，來對月球天平動做清楚地描述。這讓我們有種皇天不負苦心人的感受。

## 壹、研究動機

自從四上「月亮」單元中認識月相的變化之後，每當我們抬頭看見天上的月亮，就不免開始觀察月相，判斷究竟是上弦月還是下弦月，甚至欣賞月球表面的地形陰影，那隻隱藏在月球上的月兔。我們發現月亮暗面與亮面的交界傾角好像不盡相同，所以我們想了解暗面和亮面交界處的傾角是否有變化？這樣的變化是否有規律性？

我們先去中央氣象局的網站上，把月相圖印下來，瞭解月球具有「天平動」的現象，我們想要親自觀察月球的天平動現象，並嘗試描述擺動現象的規律性，想要更進一步瞭解與我們地球最親近的衛星－月球。



## 貳、研究目的

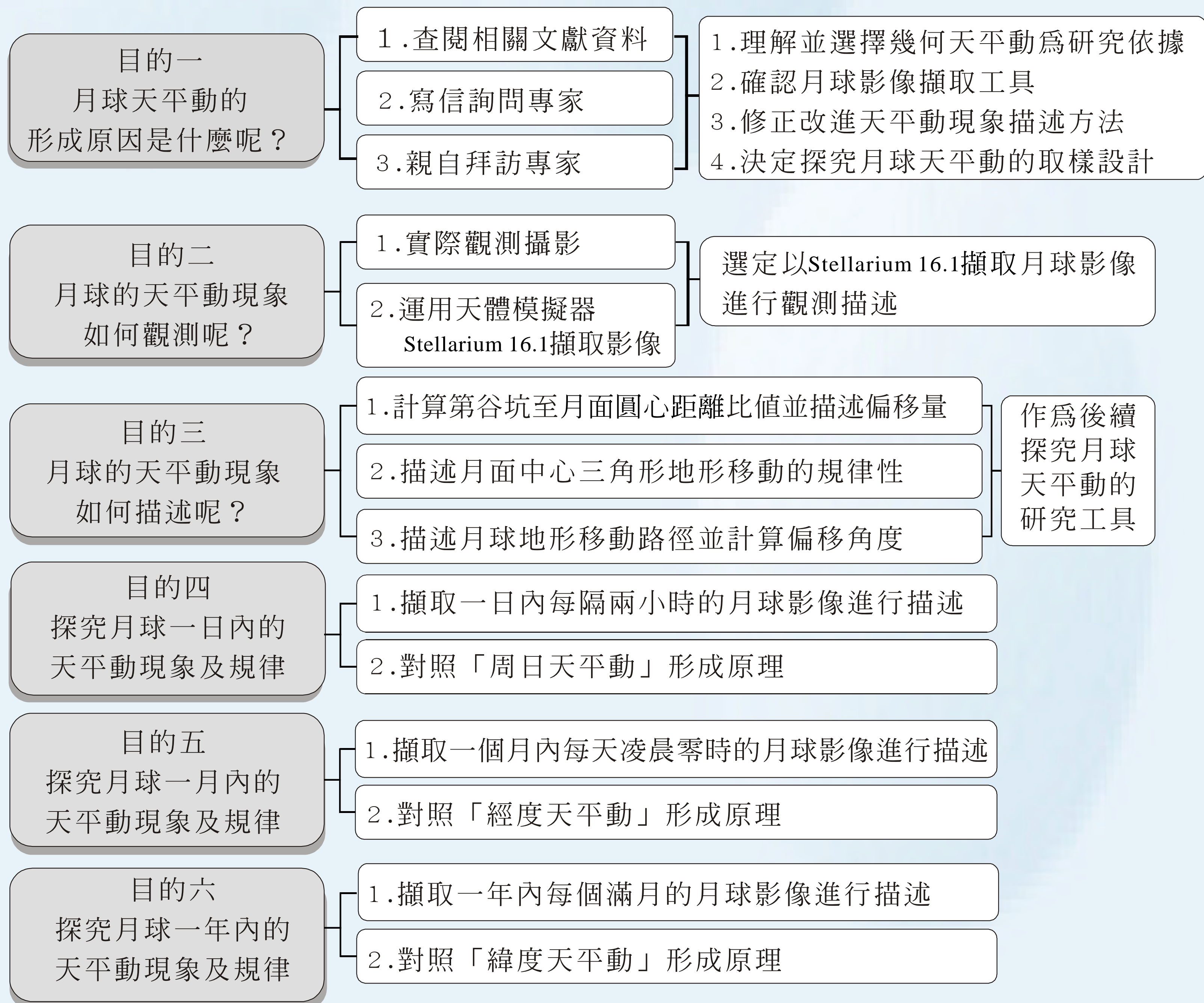
- 一、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？
- 二、月球的的天平動現象如何觀測呢？
- 三、月球的的天平動現象如何描述呢？
- 四、探究月球一日內的的天平動現象及規律。
- 五、探究月球一月內的的天平動現象及規律。
- 六、探究月球一年內的的天平動現象及規律。

## 參、研究設備及器材

折射式望遠鏡、月球濾鏡、天體模擬器－Stellarium 16.1、自製月面中心三角形透明玻璃紙、自製月球定位投影片、自製月球地形描繪投影片模板、圓規、直尺、三腳架、攝影器材、空白投影片、簽字筆、方格紙、工程計算機

## 肆、研究過程或方法

### 研究方法架構圖



### 目的一：月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

研究設計：(1)查閱相關文獻資料。(2)寫信詢問專家。(3)親自拜訪專家。

### 目的二：月球的的天平動現象如何觀測呢？

研究方法(一)：望遠鏡實際觀測月球的天平動現象

研究設計：(1)查詢氣象預報決定觀測日期，再查詢當日月相與月升、月落時間。(2)在適合的觀測地點架設折射式望遠鏡並校正光軸，尋找觀測目標月球。(3)每半小時攝影一次並紀錄攝影時間與方位。

研究方法(二)：運用天體模擬器Stellarium16.1擷取月球觀測資料

研究設計：利用實際觀測照片，確認這套軟體是否可以當作觀測天平動研究工具，讓研究不受天候因素影響。(1)先選擇實際觀測攝影清晰的月球照片。(2)使用Stellarium，輸入上述實際觀測的時間與位置，選擇視野為0.688151、北天朝上的狀況下擷取月球影像。(3)將擷取的月球影像在word上以長15cm、寬12.7cm的圖片大小呈現。(4)將實際觀測攝影的月球照片與軟體中擷取的月球影像進行比對。

### 目的三：月球的的天平動現象如何描述呢？

研究方法(一)：第谷坑至月面圓心距離與月面半徑比值觀察實驗

研究設計：第谷坑當月球產生天平動現象，第谷坑到圓心的距離和月面半徑的距離的比值會產生變化，可描述移動的情況。如圖4-3-1

研究方法(二)：月面中心三角形地形移動觀察實驗

研究設計：(1)我們決定在月面中心畫出一個正三角形，觀察該正三角形內部地形的移動變化。(2)用prinscreen把Stellarium的月亮照片複製到Word並列印出來Stellarium視野為0.688151、北天朝上Word方向橫向、邊界窄12.7cm、長15cm)。

研究方法(三)：月球地形移動路徑觀察實驗

研究設計：(1)挑選離月面中心較接近的三個明顯地形「哥白尼坑」、「亞平寧山脈」、「托勒密坑」，利用投影片進行描繪，觀察移動情形。(2)先描述地形移動方向，再測量三個觀測地點於東西向、南北向的位移情形，並計算其最大偏移角度。

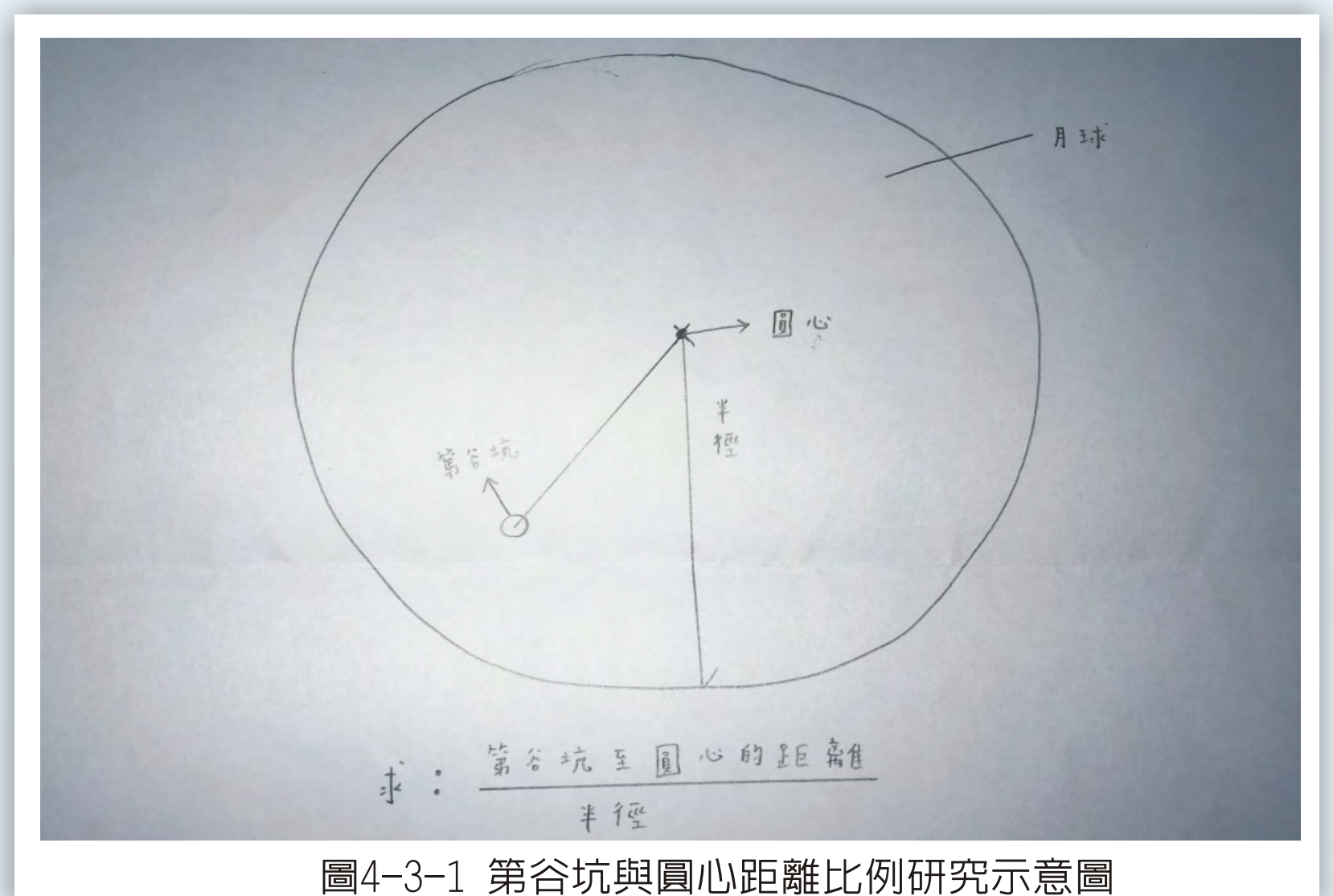
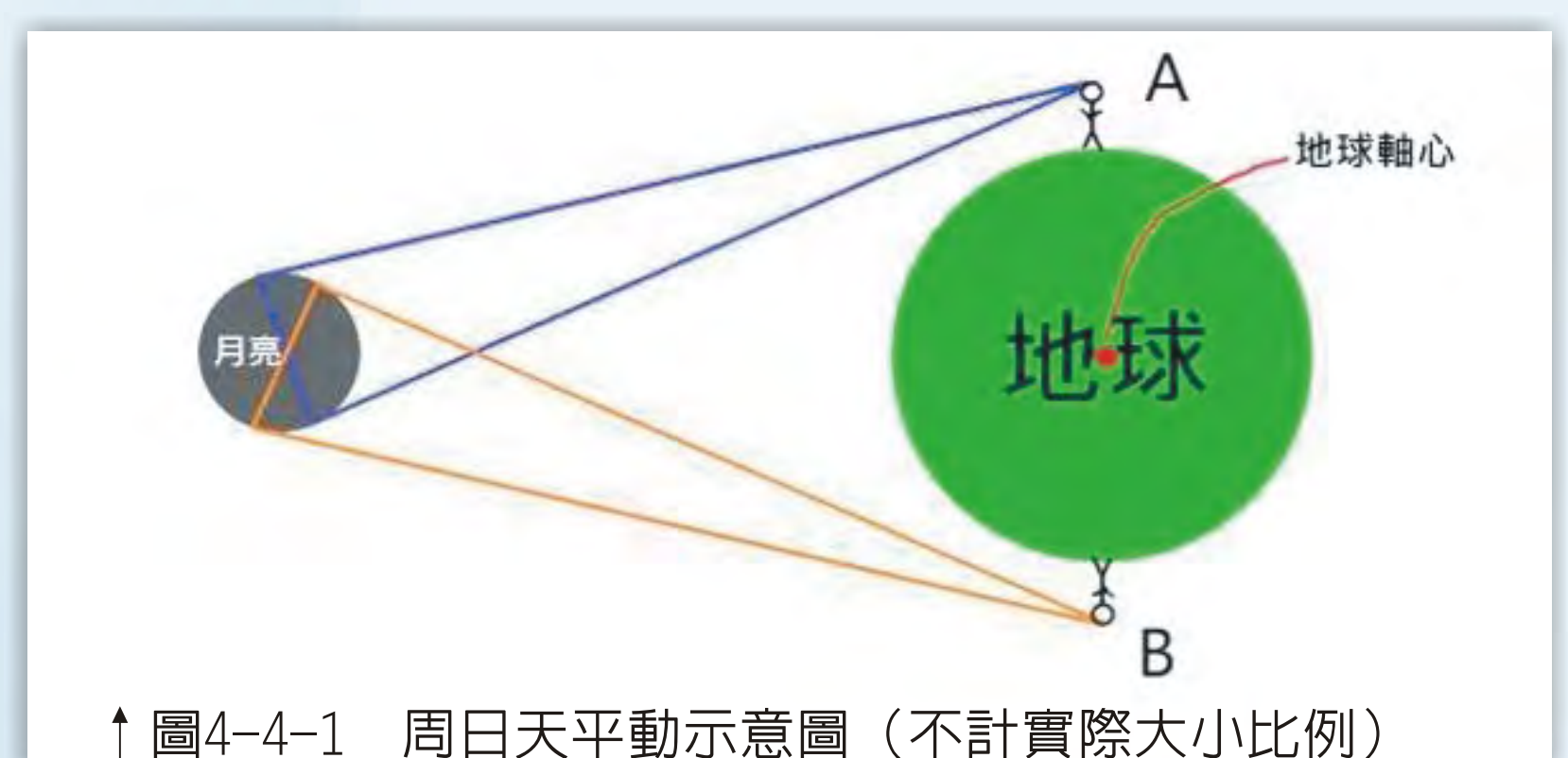


圖4-3-1 第谷坑與圓心距離比例研究示意圖

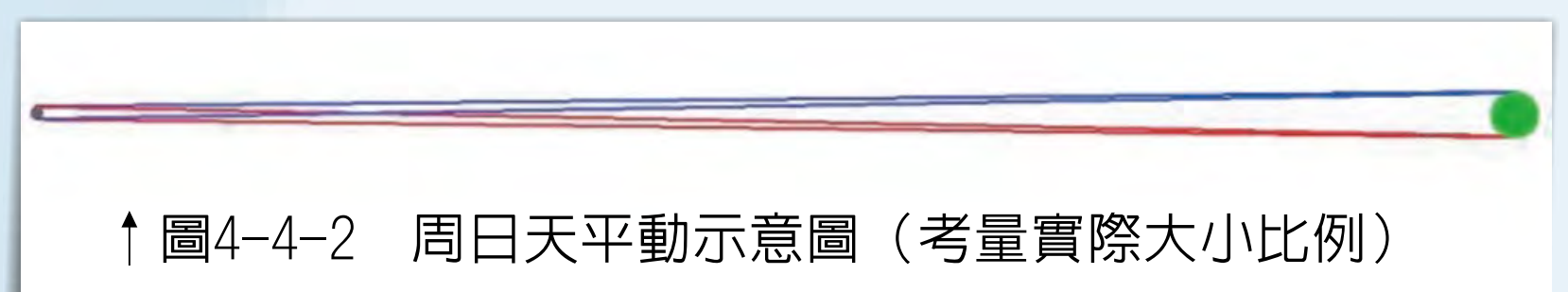
### 目的四：探究月球一日內的的天平動現象及規律。

研究設計：月球的「周日天平動」(1)周日天平動是因為地球自轉能看見不同範圍的月球而產生的現象。

(如圖4-4-1、圖4-4-2)，大約會形成1度左右的周日天平動，因此我們假設觀察一整夜的月亮應該可以觀察到大約會形成1度左右的「周平日天動」。(2)擷取國曆12月2、3、4日(農曆10月15、16、17滿月)，從凌晨零時開始，每隔2小時的月球影像進行觀測研究。



↑圖4-4-1 周日天平動示意圖(不計實際大小比例)



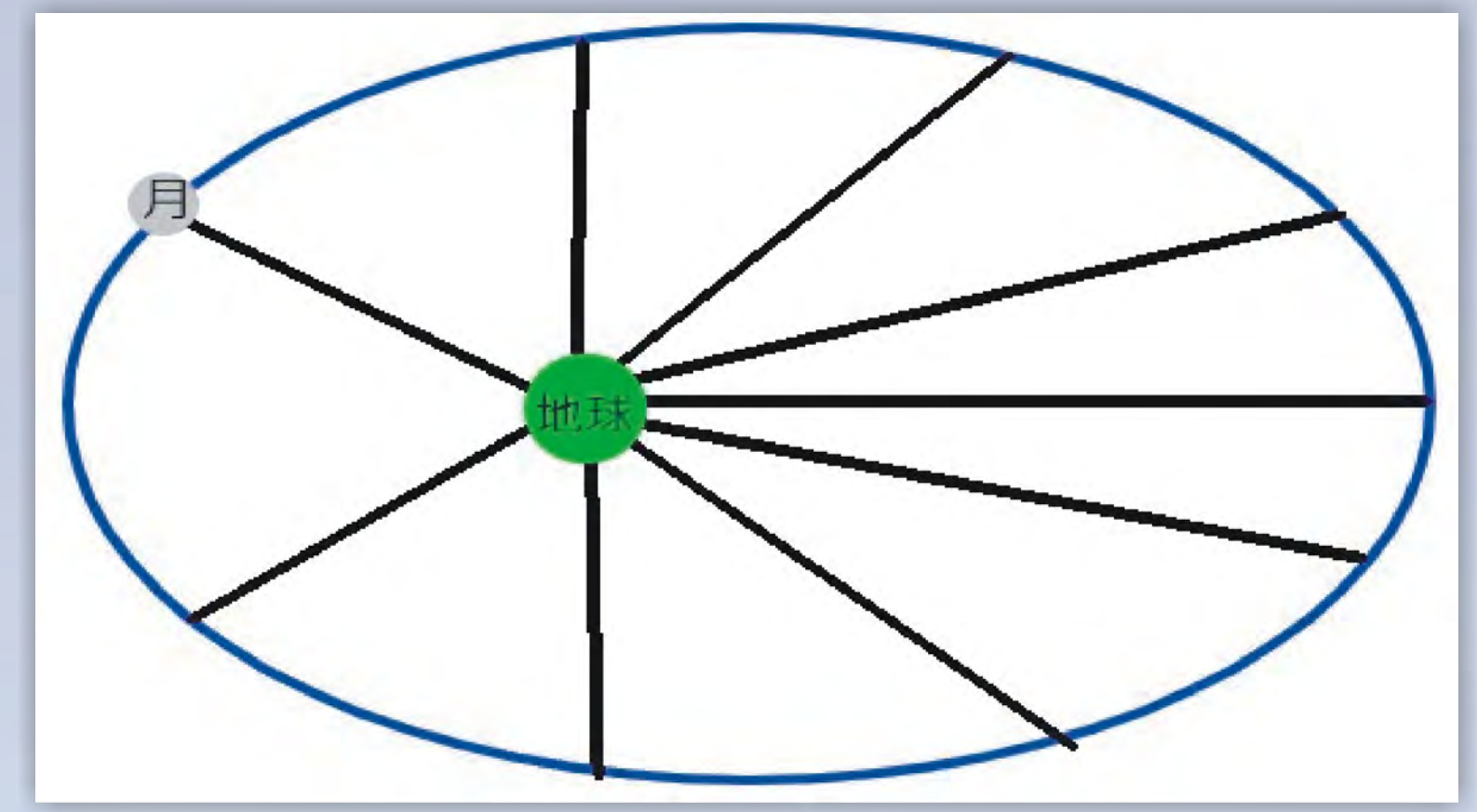
↑圖4-4-2 周日天平動示意圖(考量實際大小比例)



目的五：探究月球一月內的天平動現象及規律。

研究設計：月球的「經度天平動」

(1)按照克卜勒定律，在月球自轉速率固定的情況下，公轉速率將略為超前或落後自轉速率，可以看見月面東西兩側邊緣地形。因此我們假設只要找出一個月的月面影像進行觀測，應該就可以看到多東西各約7度45'的月球經度天平動變化。(2)擷取農曆 9、10、11月每日0點0分0秒的月球影像進行觀測研究。



目的六：探究月球一年內的天平動現象及規律。

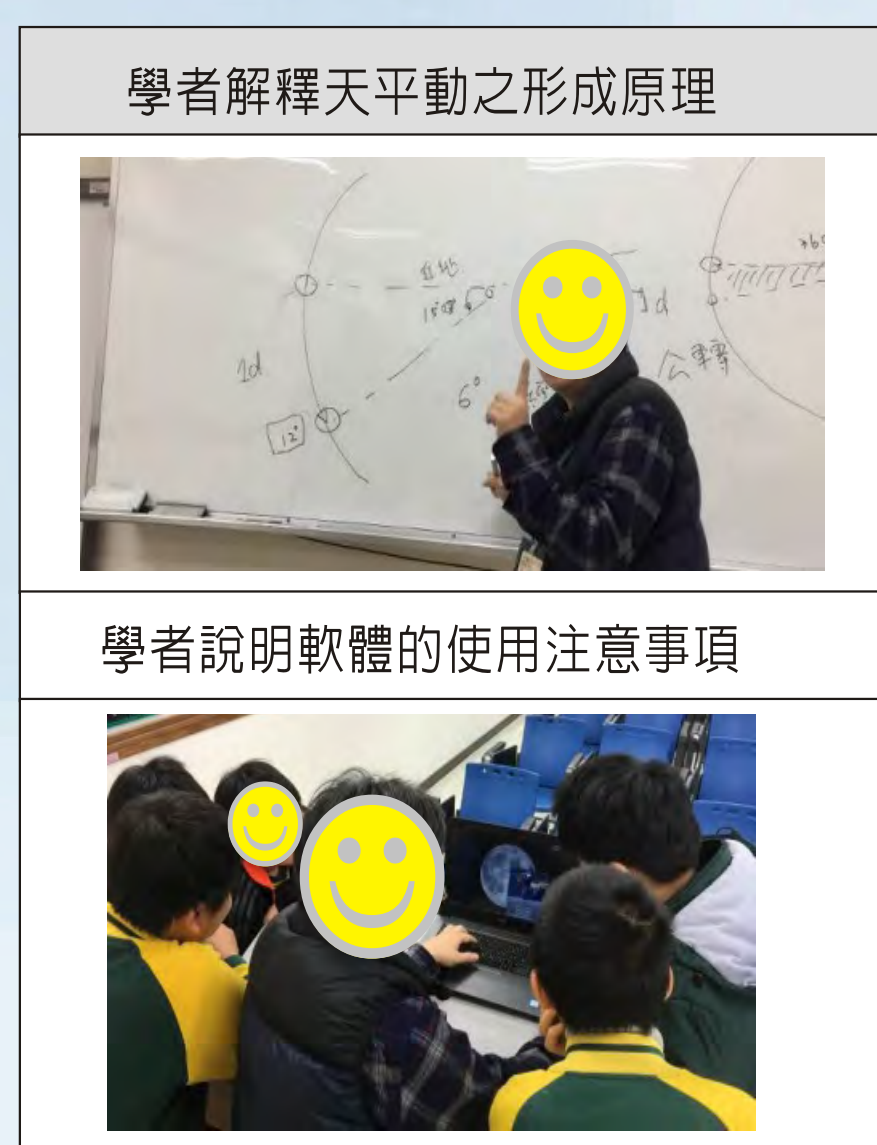
研究設計：月球的「緯度天平動」

(1)黃道和白道面間的夾角大約 5 度。月球自轉軸方向和黃道面的方向形成了一個大約1.5度的夾角。所以我們假設可以藉由一年內月亮的變化觀察到南北方向各約6.5 度的緯度天平動（如圖4-6-1）。(2)擷取2015、2016、2017三年內的滿月影像來觀測研究。

## 伍、研究結果

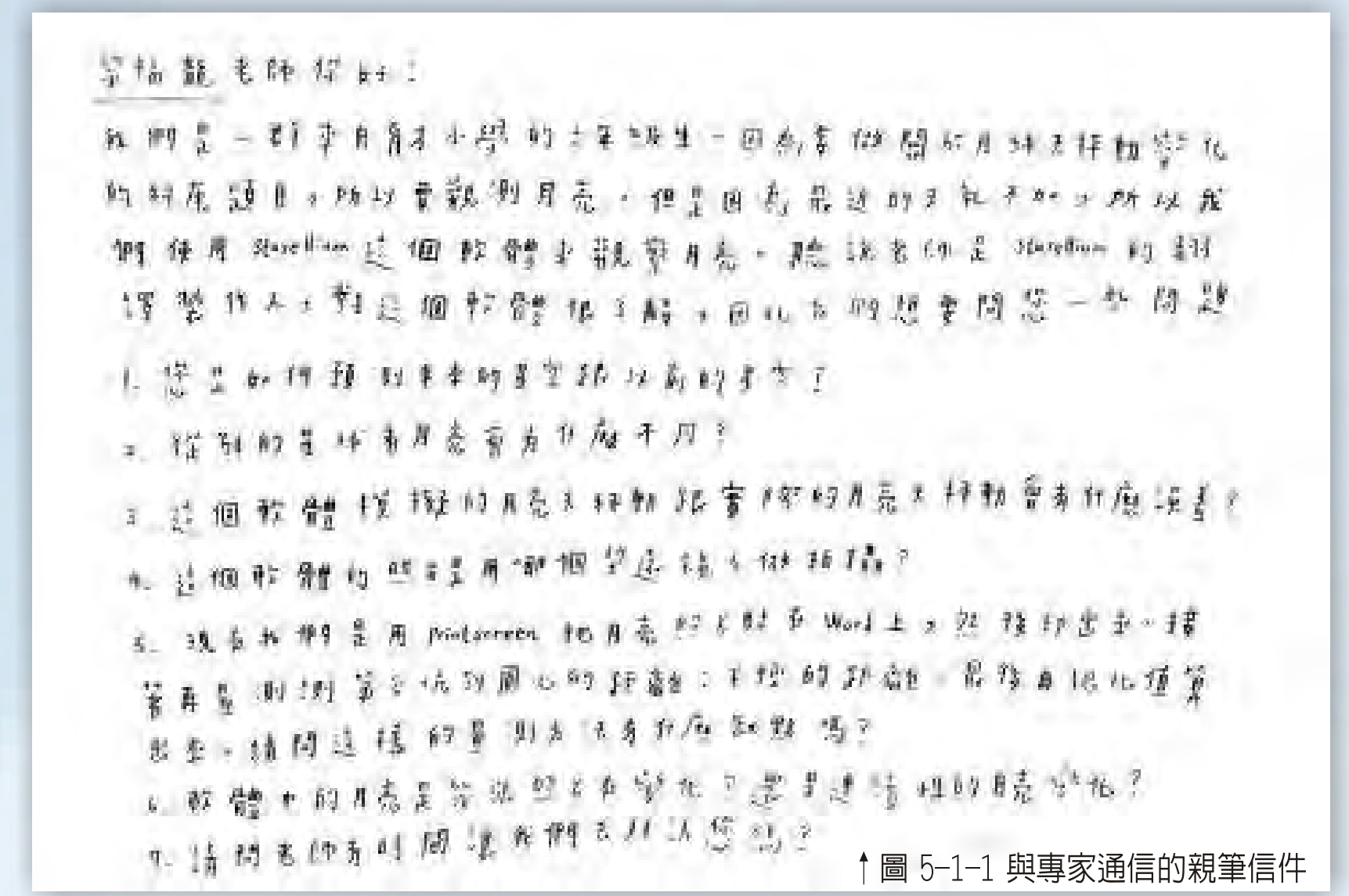
目的之一、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

- (一) 資料查詢：月球天平動為「經度天平動」、「緯度天平動」、「周日天平動」。
- (二) 寫信向天文學專家請教：在我們查詢完天文館、氣象局的資料後，並不是非常了解什麼是天平動，因此寫信請教天文學專家（如圖 5-1-1）。
- (三) 拜訪天文學專家討論月球天平動：學習月球天平動的形成原因，以及瞭解觀測描述應注意的事項。



天文學專家回信內容如下： (2017-12-22 14:26 GMT+08:00)

1. 這套軟體是如何預測未來與以前的星空？  
這個學問稱為天體力學，在牛頓完成他的三大定律後，經過二百年左右的物理學家和數學家的合作，天體力學的所有計算理論已經非常完備。Stellarium的作者也只是套用這些理論來進行模擬。
2. 這套軟體是如何模擬其他地球上觀看的星空？  
這個問題解答如上。
3. 這套軟體所模擬的月球天平動跟實際觀測的天平動有甚麼不一樣的地方？  
這套軟體可以套用許多不同的公式，模擬的結果是看你所套用的時間校正公式而有所不同，在選取「設定」->「導覽」後下方會出現你所使用的修正公式，如果沒有修改的話，一般是使用美國NASA的Espenak與Meeus所做的預測來顯示。跟實際的觀測當然會存在誤差，只是非常的小。
4. 這套軟體是否是由一個特定的望遠鏡所拍攝的？  
這裡面只有天體資料的軌道數據，和某些天體的透過望遠鏡或是探測船所拍攝的表面照片而已，這些都可以經由網路取得公開免費的版權。
5. 我們的做法是用節錄軟體中特定月份日期的月球表面照片，在量測第谷坑與月球半徑比例來確認月球轉動的情況，這樣的量測方式可以看得出天平動嗎？  
不清楚你所謂的比例是如何進行？
6. 軟體中的月球是連續性的變化還是特定年份的拍攝？  
如上所述這是天體力學計算的結果。



目的二、月球的天平動現象如何觀測呢？

- (一) 經比對後確定Stellarium軟體可呈現當時月亮樣貌，證明我們可使用此軟體進行研究。
- (二) Stellarium軟體在不同大小的螢幕中會產生不同大小的截圖，須將Stellarium的視野調整一致。
- (三) 必須要將擷取的月球影像北天朝上，不然方位會隨觀測時間移動出現誤差。

11/19因天氣不佳只能先學習校正光軸	12/20天空高層有雲月面很不清楚	12/2前往東北角海岸進行觀測(那天晚上整晚下雨)	12/27觀測架設	12/27觀測實況	1/1受雲氣影響的月亮	1/3凌晨觀察高空出現雲氣影響觀察	1/4白天的月亮

↑ 月亮觀測會受到天氣因素的干擾，無法連續攝影，且實際觀測會受到環境的條件限制，例如：光害、樓房、山脈等。

觀測日期	望遠鏡觀測照片/軟體擷取的影像	比對結果	觀測日期	望遠鏡觀測照片/軟體擷取的影像	比對結果	觀測日期	望遠鏡觀測照片/軟體擷取的影像	比對結果
2017/12/21		相似 (觀測照片亮度較強，低窪地形較不明顯)	2017/12/27		極為相似	2018/01/02		極為相似

目的三、月球的天平動現象如何描述呢？

- (一) 描述第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值變化
  1. 測量第谷坑距離圓心的實際狀況。
  2. 當月球發生天平動，第谷坑到月面圓心的距離和月面半徑的比值應產生變化。
  3. 從比值變化折線圖中容易觀察比值變化的趨勢，藉此找出日、月、年的規律性。
  4. 此描述方法的限制：
    - (1) 比值變化限於第谷坑與月面圓心連線方向。(2) 經過專家的解釋，第谷坑偏向月面的邊緣，會使球面位移狀況不明顯。
- (二) 描述月面中心三角形內部地形移動情況
 

我們在月面中心四周畫出固定的正三角形，觀察正三角形內部地形的移動變化。

  1. 不同日期、時間的正三角形內部情況以照片呈現，並擷取正三角形細部觀察，如表：
  2. 此描述方式較前項方式的優勢：(1) 可以觀測描述不同向度的移動情況。(2) 可以發現移動方式具有轉動的情況。(3) 可以觀測到連續性的變化情況。
  3. 此描述方式的限制：(1) 地形輪廓並不明顯，較難呈現移動狀況。(2) 難以精確量測移動的距離與角度。(3) 拍攝技巧容易影響實驗結果。
- (三) 描述月球地形移動路徑及計算轉動角度
  1. 使用投影片描繪地形來呈現月球天平動現象。
  2. 描述整體轉動方向。
  3. 測量三個地形的東西與南北向偏移距離。
  4. 將東西向和南北向最大的偏移距離藉由圖5-3-3公式計算出轉動角度。

日期	時間	第谷坑到圓心(cm)	半徑(cm)	比例
12月2日	00:00	2.8	3.5	0.80
12月2日	00:30	2.5	3.5	0.71
12月2日	01:00	3	4	0.75
12月2日	01:30	3	3.5	0.86
12月2日	02:00	2.6	3.5	0.74
12月2日	02:30	2.5	3.4	0.74
12月2日	03:00	3	4	0.75

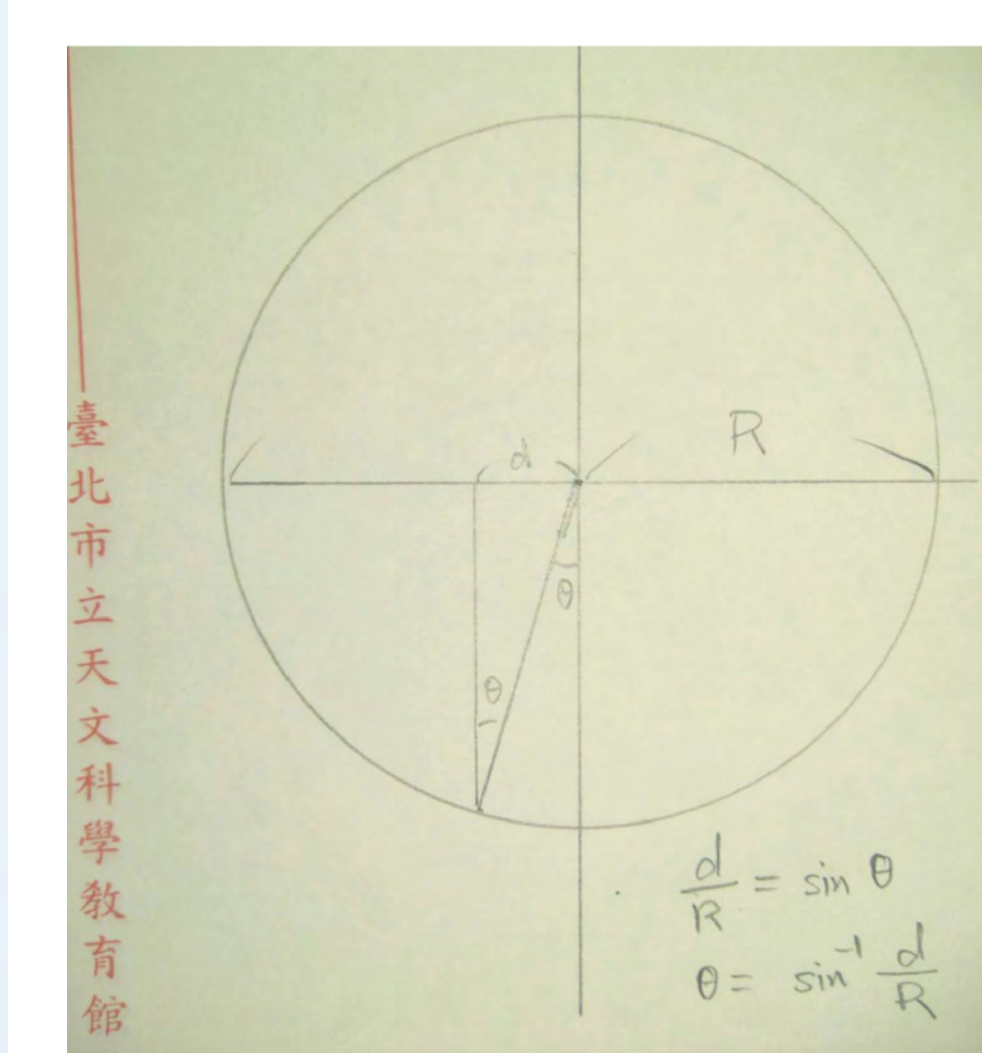


↑ 月面中心三角形地形移動觀察實驗裝置

目的四、探究月球一日內的天平動現象及規律。

(一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一日內的變化情況

小結：第谷坑 12/2和12/3 兩日沒有明顯的疊合狀況。對照周日天平動的形成原理，月球偏移主要以東西向為主，而第谷坑和圓心連線方向的移動於南北向的分量較大，可能因此無法呈現周日天平動的移動現象。



↑ 圖5-3-3月球天平動轉動角度計算公式

專家信件補充說明：  
d 是測量某點與圓心在東西方向軸的位移 (或是南北方向軸的位移)  
R 是月面的距離  
d/R 就是轉動角度的正弦值，利用計算 arcsin，就可求得轉動的角度  $\theta$

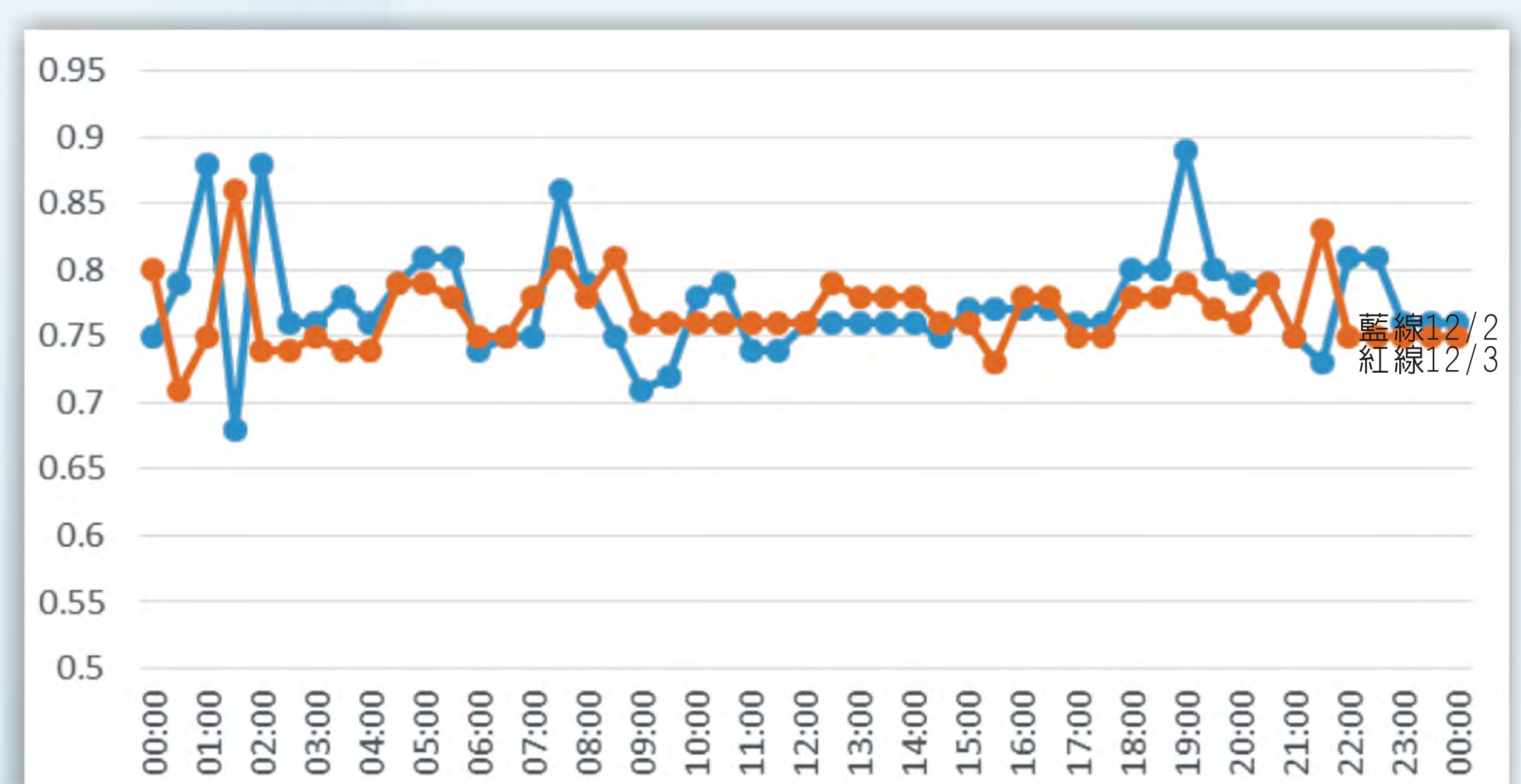


圖5-4-1第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值日變化折線圖



(二) 月面中心三角形地形移動一日內的觀測結果 因一日變化移動狀況較小，故僅呈現每六小時的觀測結果。

小結：對照周日天平動形成原理，月球見最東側和最西側地形的起訖時間應為月升到月落時刻，又地形應由西向東移動。分別觀察12/2 18:00到12/3 06:00、12/3 18:00到12/4 06:00正三角形內部地形，可以發現左下角的陰影處移動方向確實由西向東移動，符合周日天平動現象。

(三) 月球地形移動路徑一日內的觀察結果

觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小	觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小
2017/12/2		哥白尼坑東向西偏移0.25cm 北向南0.1cm 亞平寧山東向西偏移0.2cm 南向北偏移0.1cm 托勒密坑東向西偏移0.1cm 南向北偏移0.1cm	2017/12/3		哥白尼坑東向西偏移0.3cm 北向南0.1cm 亞平寧山東向西偏移0.2cm 南向北偏移0.2cm 托勒密坑東向西不偏移 南向北偏移0.1cm

小結：(1) 月球一日內的地形變化，東西向的偏移大過南北向的偏移，似乎便符合周日天平動以東西向偏移為主的形成原理。(2) 一日內東西向的最大偏移角度，分別為3.13度、3.52度、0.79度，與文獻仍有1度多的誤差。亦沒有往返現象，似乎不符周日天平動的推論方向；根據文獻反推，周日天平動1度的偏移在7.325公分的月球半徑中，移動量約略為0.13cm，是非常小幅度的變化，或許已受經度天平動的影響而無法呈現。

## 目的五、探究月球一月內的天平動現象及規律。

(一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一月內的變化情況

小結：(1) 可見第谷坑的日子，農曆9月可見天數10天，農曆11月可見天數13天，顯然無法描述整個月份的造成的經度天平動現象。(2) 農曆11月移動的程度與9月相比則較小，大致呈現先逐漸往左下方遠離圓心移動，再往右上方趨近圓心移動，不過大部分比值落於0.7左右，較農曆9月的比值小，較趨近圓心。

(二) 月面中心三角形內部地形移動在一個月內的觀察結果

小結：(1) 由三角形內部地形變化大致皆呈現逐漸向左移動。(2) 該陰影處皆從月面中心東往西移動，可推論無法觀測月面中心的日期中，該陰影處有回到中心偏右位置的移動。

(三) 月球地形移動路徑在一個月內的觀察結果

觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小	整體偏移	觀測日期	月球地形疊合結果	三個觀測地點的偏移方向及大小	整體偏移
2016 8月 8/14 8/21		哥白尼坑東向西偏移1.3cm 北向南偏移1cm 亞平寧山東向西偏移1.3cm 南向北偏移0.5cm 托勒密坑東向西偏移0.5cm 南向北0.5cm	↙	2016 9月 9/11 9/22		哥白尼坑東向西偏移1.7cm 北向南偏移0.5cm 亞平寧山東向西偏移1.6cm 南向北偏移0.7cm 托勒密坑東向西偏移0.75cm 南向北不偏移	↙

小結：(1) 僅能觀測三個地形皆可見的日期為農曆11日至22日。(2) 月面整體旋轉方向皆呈逆時針方向偏移。(3) 每個月的起始位置皆很接近，月面會偏移回原本的位置，且具穩定的時間差距(週期)，因此產生類似的路徑變化圖。(4) 每個月的變化，大致可以看出月球公轉近地點與遠地點的角速率差距所造成的+-7.75度經度天平動。

## 目的六、探究月球一年內的天平動現象及規律。

(一) 第谷坑到月面圓心距離與月面半徑的比值在一年內的變化情況

小結：(1) 2015年一年內滿月比值變化有兩次上升下降的變化。(2) 依據緯度天平動的形成原理，第谷坑能看出南北向位移，從一年內滿月的比值變化看出月球緯度天平動的現象，而2017年的比值便是呈現約略半年趨近圓心北移，約略半年遠離圓心南移的結果。(3) 這兩年比值的最大值和最小值皆相差0.2，參考轉動角度計算公式(圖5-3-3)，可算出轉動角度約11.54度，與緯度天平動理論值+-6.68度接近。

(二) 月面中心三角形內部地形移動在一年內的觀察結果

表5-6-2 2015年滿月月面中心三角形內部地形移動結果(4、9月)	表5-6-3 2015年滿月月面中心三角形內部地形移動結果(聚焦放大三角形內部)	表5-6-4 2016年滿月月面中心三角形內部地形移動結果	表5-6-5 2016年滿月月面中心三角形內部地形移動結果(聚焦放大三角形內部)	表5-6-6 2017年滿月月面中心三角形內部地形移動結果	表5-6-7 2017年滿月月面中心三角形內部地形移動結果(聚焦放大三角形內部)

小結：(1) 2015年三角形上方陰影往左移，5~8月陰影逐漸向右移9~12月則又向左移動。(2) 2016年下角的陰影4~7月向右上移動，8~10月往右下移動。(3) 2017年左下角的陰影由5~9月開始往右上移動，10~12月則左下方。

(三) 月球地形移動路徑在一年內的觀察結果

2015年	1-3月(4月滿)	5-8月	10-12月(9月滿)	2016年	1-5月	6-9月	10-12月	2017年	1-4月	5-8月	9-12月
月球地形疊合結果											
整體移動方向	↙	↘	↙	↙	↘	↙	↙	↙	↘	↘	↙
三觀測地點的偏移方向及大小	哥白尼坑 西向東偏移0.45cm 北向南0.3cm 亞平寧山 西向東偏移0.1cm 南向北1.35cm 托勒密坑 西向東偏移0.85cm 南向北0.3cm	哥白尼坑 西向東偏移0.7cm 北向南1.35cm 亞平寧山 西向東偏移1.05cm 南向北0.8cm 托勒密坑 西向東偏移1cm 南向北0.4cm	哥白尼坑 東向西偏移0.8cm 北向南1.3cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南0.8cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.7cm	哥白尼坑 西向東偏移0.3cm 北向南1.45cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南1.4cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.4cm	哥白尼坑 西向東偏移0.3cm 北向南0.8cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南1.4cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.4cm	哥白尼坑 西向東偏移0.7cm 北向南0.2cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南1.4cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.4cm	哥白尼坑 東向西偏移0.8cm 北向南1.3cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南1.4cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.4cm	哥白尼坑 東向西偏移0.8cm 北向南1.3cm 亞平寧山 西向東偏移0.8cm 北向南1.4cm 托勒密坑 西向東偏移0.4cm 北向南0.4cm	哥白尼坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.8cm 亞平寧山 西向東偏移1.8cm 南向北0.75cm 托勒密坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.35cm	哥白尼坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.8cm 亞平寧山 西向東偏移0.6cm 南向北0.35cm 托勒密坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.9cm	哥白尼坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.6cm 亞平寧山 西向東偏移0.3cm 北向南0.6cm 托勒密坑 東向西偏移0.3cm 北向南0.2cm

小結：(1) 月球地形移動路徑約每四個月呈現一個穩定的偏轉方向。(2) 依文獻推論南北向應有約六個月一次的偏移變化，描述中呈現約略四個月的規律性變化而非六個月。(3) 統計三年滿月同一方向最大偏移角度，哥白尼坑約略為13.01度、亞平寧山脈約略為14.23度，與緯度天平動理論南北極各約6.68度的偏轉角度接近。

# 陸、討論

### 討論一、無法精確描述經度天平動的變化

原因：經度天平動的偏移角度在不同觀測地點的數據落差很大。

解決方法：討論後比對資料發現，月球經度天平動起因於公轉速率超前自轉速率多看到東側月面，公轉速率落後自轉速率則多看到西側月面，然而近地點、遠地點週期與朔望月週期並不相同，無法找出近地點日期和遠地點日期之間的月面地形來觀測比較，而什麼時候會超前，什麼時候會落後，是否為連續性偏移又或者時有逆行，皆無法確定，而公轉速率與自轉速率相當時又是否沒有明顯的移動狀況呢？

### 討論二、緯度天平動為什麼一年才看得出來

原因：我們在觀察月球一個月的天平動變化中，月球已出現南北方向的變化，為何文獻說明一定要一年的變動才能夠看出緯度天平動。

解決方法：我們模擬月球繞行地球的軌道，並對照太陽的位置，發現白道面最高點和最低點並非與朔望月週期重疊，再查詢文獻資料，知道緯度天平動是以交點月為週期，而交點月約為27.21日，朔望月約為29.53日，只採用三個月可見月面中心地形部份的觀測數據，沒辦法證明我們的研究結果就是南北向最大的變化角度。所以我們假想，只要試圖增加數據就有機會觀測到南北方向的最大變化。

### 討論三、月徑徑向移動(接近地球、遠離地球的大小變化)無法描述

原因：我們統一了月球的大小變化便我們的實驗沒辦法判斷天平動是否會在月球徑向移動上出現變化。

解決方法：這樣觀測視覺上的月球大小變化，可能有其他更適合的計算或是統計方法。然而在月球天平動的文獻資料中，並未把這樣子直觀認為月球接近地球和遠離地球的移動變化歸類為幾何天平動或物理天平動之一，可能是因為可見的月面範圍並不會隨著接近地球或遠離地球而改變。

討論四、周日、經度、緯度天平動是同時發生，是否能獨立歸納變因，如何消除誤差？

原因：在歸納周日天平動時，我們發現一日的月亮天平動變化中，投影片的疊加結果與月面圓心三角形的地形變化並不一致，經過討論發現問題可能是因為三個天平動為同時發生。而對於我們研究是否會因為不是獨立歸納變因而產生誤差。

解決方法：在測量完一月及一年的比對後發現，當數據量放大時平均數會接近數據，證明如果能增加觀測的日、月和年數據或許就可以避免掉這個誤差。

# 柒、結論

目的、月球天平動現象的形成原因是什麼呢？

結論一、月球天平動的形成原因主要是因為視差、月球自轉軸的傾斜、月球公轉軌道速度的變化，使得月球以同一面朝向地球，卻仍產生類似天平的擺動現象。

目的二、月球的天平動現象如何觀測呢？

結論二、描述天平動的現象需要長時間的觀測資料，而實際觀測月球很容易受到天候的影響，因此須使用軟體協助研究。擷取資料時必須確認觀測位置與時間，並將月球北天朝上才能進行觀察研究。

目的三、月球的天平動現象如何描述呢？

結論三、描述月球天平動必須要觀察接近月面圓心附近的地形，三個以上的觀察對象，利用不同時間的地形位置疊圖，可計算東西向與南北向的偏移量，亦可以用角度變化量來描述天平動。

目的四、探究月球一日內的天平動現象及規律。

結論四、月球一日內的天平動，經過我們的實驗後可以看出月亮確實有東西明顯的偏動狀況。但或許是因為理論偏動的數值很小(偏移量約0.13cm)而月面半徑(7.325cm)不大，所以有較大的誤差。另一推論是因為經度天平動所造成的偏移影響遠大過於周日天平動的幅度，故無法呈現周日天平動現象。

目的五、探究月球一月內的天平動現象及規律。

結論五、觀察月球一個月內的天平動現象發現，確實可以經過一個月的觀測看出明顯的東西向偏移。文獻中提及最大可觀測到的偏移角度為±7.75度(總位移約15.5度)，我們所測出來的位移最大值17.48度(±8.74度)，誤差值為±0.99度。

目的六、探究月球一年內的天平動現象及規律。

結論六、觀察月球一年內的天平動現象，除了東西向偏移外，南北向也出現了大幅度的偏移。我們藉由觀測南北向的地形移動差距發現：

- 月球地形移動路徑平均約四個月會有一次旋轉方向的大改變。
- 確實可以量測到緯度天平動所造成的南北向偏移，文獻中顯示緯度天平動的變化幅度約±6.68度(總計約13.36度)而我們量測的最大值為14.23度(±7.165度)，誤差值為±0.485度。

時間	18:00	00:00	06:00	12:00	18:00	00:00	06:00	12:00
月亮								
三角形								
移動情況	1. 正三角形內部上方陰影處逐漸往正三角形外部移動，且呈逆時針方向。 2. 正三角形內部左下方陰影處先是往內增加，再往外移動。 3. 正三角形內部中心右下一小陰影處，逐漸往左、往上靠近內部中心。							

	哥白尼坑		亞平寧山脈		托勒密坑	
	東西向	南北向	東西向	南北向	東西向	南北向
最大位移 (cm)	0.4	0.2	0.45	0.2	0.1	0.1
月面半徑 (cm)	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325
$\theta = \sin^{-1} d/R$ (度)	3.13	1.56	3.52	1.56	0.79	0.79

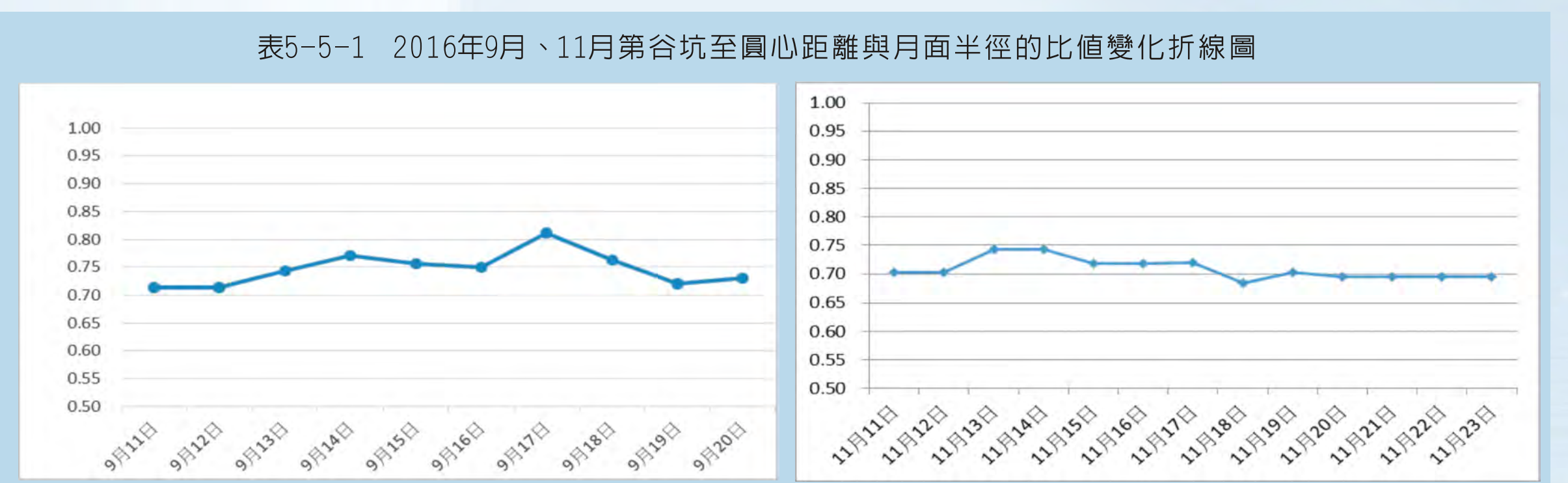
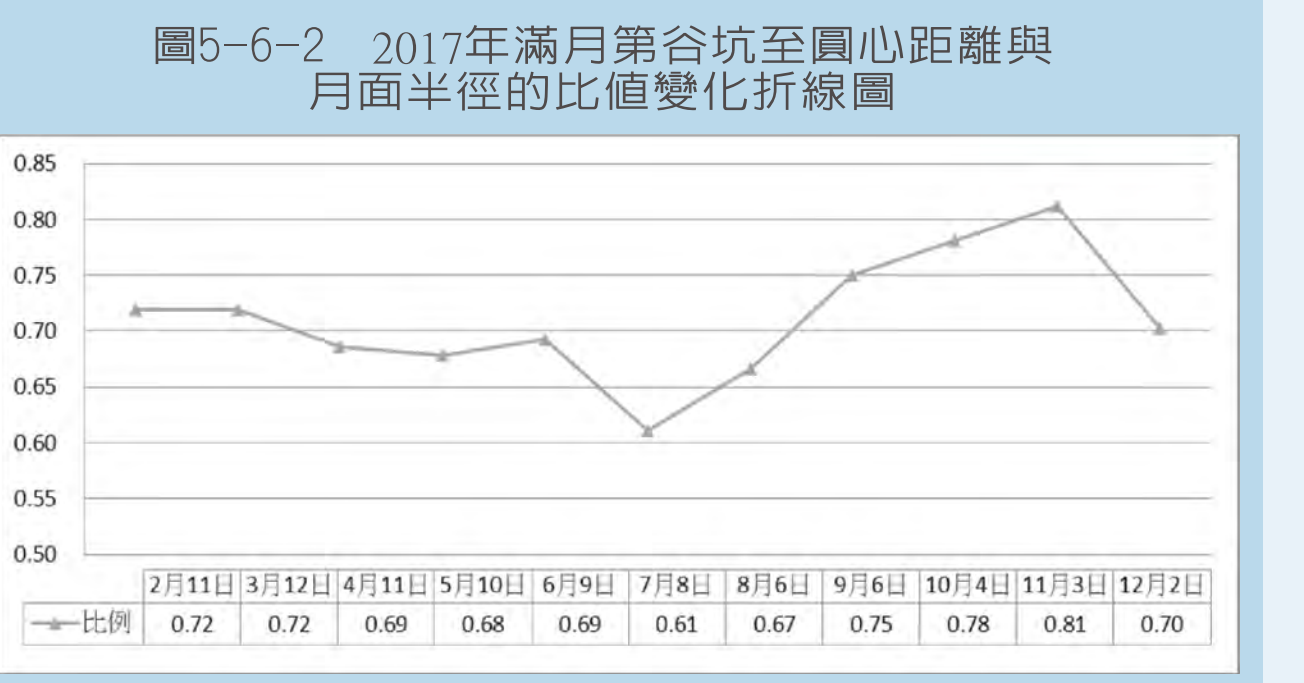
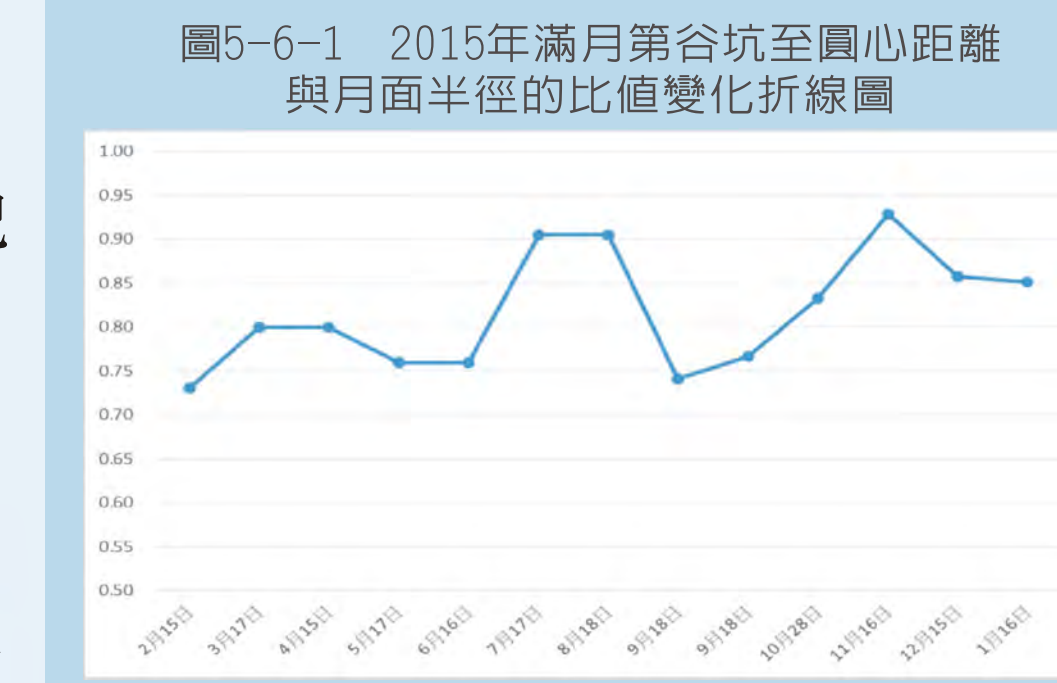


表 5-5-2 農曆9月份月面中心三角形內部地形移動結果(選擇部份影像進行描述)	表 5-5-3 農曆9月份月面中心三角形內部地形移動結果(選擇部份影像進行描述)	表 5-5-4 農曆10月份月面中心三角形內部地形移動結果(選擇部份影像進行描述)
描述: 內部三角形地形有往左移動再往右移動	描述: 內部三角形往左往右移動	描述: 內部三角形移動情形不明

	哥白尼坑		亞平寧山脈		托勒密坑	
	東西向	南北向	東西向	南北向	東西向	南北向
最大位移 (cm)	2.2	1	1.6	0.9	0.75	0.5
月面半徑 (cm)	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325	7.325
$\theta = \sin^{-1} d/R$ (度)	17.48	7.85	12.62	7.06	5.88	3.91



# 捌、參考資料

- 月球表面地形名稱 附錄三 月球天平動(2012)。臺北:市立天文科學教育館出版。
- 取自https://www.nasa.gov/content/goddard/DownLoad\_Ashley\_2\_Ashley\_SSHI\_GSA\_V19Q\_V05SL316ZnB\_GSA\_V19Q\_V05SL316ZnB\_Ashley\_2\_Ashley\_SSHI\_GSA\_V19Q\_V05SL316ZnB.pdf
- 觀察月球的秘訣(2008)。知識大圖解 How It Works 誌。希伯爾股份有限公司, 60。
- 王雲五(1957)。中山自然科學大辭典第三冊天文學。台北市:台北商務印書館, 117-118。
- 陳正鵬(1998)。與月娥共舞。台北縣:中華青年成長文教基金會。