

# 中華民國第 58 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

高級中等學校組 物理與天文學科

051808

平行玻璃板間的愛情故事

——探討兩夾水的平行玻璃板拉開之力

學校名稱：臺中市立臺中女子高級中等學校

作者：  高二 洪季廷  高二 李侑儒	指導老師：  陳正昇
---------------------------------	------------------

關鍵詞：Young-Laplace equation、液橋、表面張力

## 摘要

兩玻璃板間夾水時，兩玻璃板會不易拉開。我們以圓形玻璃板為實驗工具，於中間夾水，以力感應器測量拉開兩片玻璃板所需之力。此實驗模型是架構在「液橋」理論上，根據此理論，分開兩玻璃板的力和玻璃板及所夾液體的壓力差成正比，即可由 Young-Laplace equation 推得： $\Delta p = 2\gamma/\delta$ 。

實驗結果如下：當玻璃板面積大小固定，水量愈少，兩片玻璃板拉開所需的力就愈大。當水量相同時，圓形玻璃板面積愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。玻璃板大小相同，且所夾液體體積相同時，玻璃板間的液體表面張力係數愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。當板面積和板間所夾的水量相同時，分開兩玻璃板所需的力會大於分開兩壓克力板所需的力。

## 壹、研究動機

在日常生活中可發現，在玻璃墊上打翻水杯時，水會擴散於整個玻璃墊下，此時的玻璃墊顯然比乾燥情況下更加不易掀起。由上述可知，水在其中扮演了十分重要的角色。這整個現象前後差異所代表的物理意義，引起我們的好奇。

關於此現象，我們推測是因水的表面張力及固、液體之間的黏附力使得玻璃墊比較不容易分開。為了能夠探討出造成此現象中的原理與因素，以及更進一步證明我們的想法是否正確，我們選擇以玻璃板做為實驗工具，於中間夾水，並且以 Sparkvue 力感應器測量拉開兩片玻璃板所需之力，加以分析其中機制，希望能藉由此題目幫助我們了解生活中平凡卻有趣的物理現象。

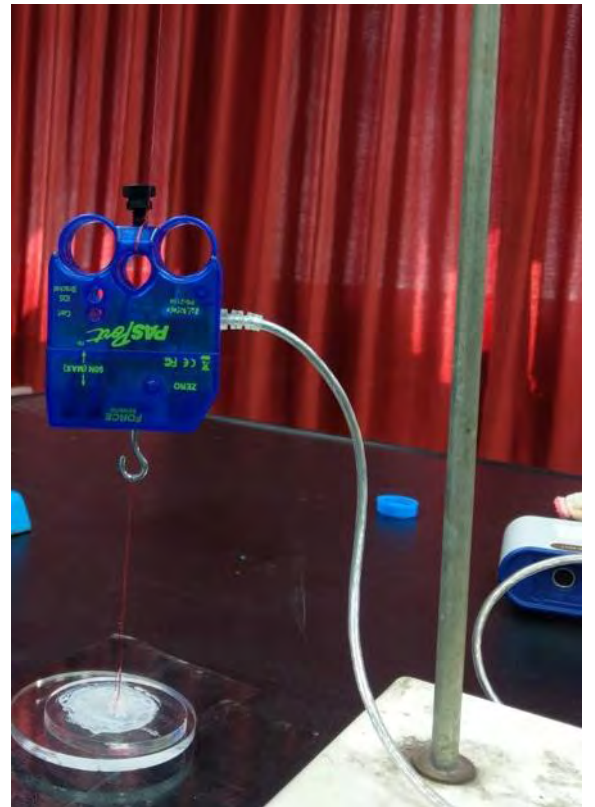
## 貳、研究目的

- 一、探討水對兩片玻璃板拉開造成的力與可能的機制
- 二、探討所夾水量與此現象的關係
- 三、探討玻璃板面積大小與此現象的關係
- 四、探討液體種類與此現象的關係
- 五、將玻璃板更換成壓克力板，並探討壓克力板面積大小與此現象的關係

## 參、研究設備和器材

### 一、實驗材料與設備

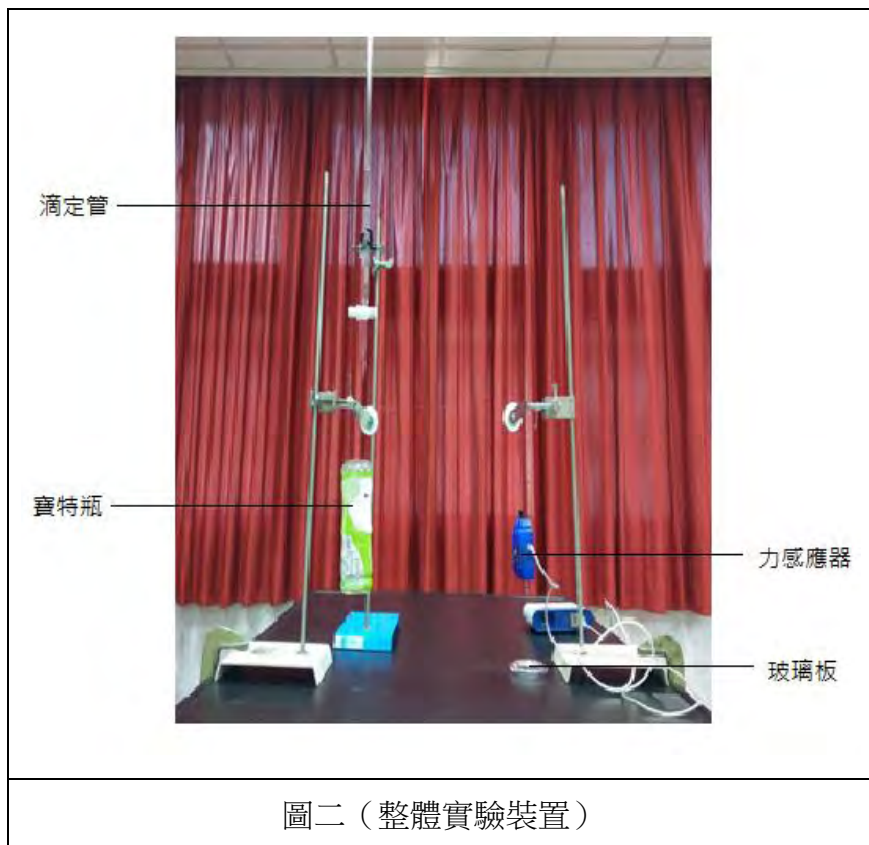
- (一) 自來水
- (二) 圓形玻璃板（直徑分別為 4cm、6cm、8cm）  
圓形壓克力板（直徑分別 4cm、6cm、8cm）
- (三) SPARKvue 力感應器與軟體（用以測量拉開所需的力）（圖一）
- (四) 微量移液管 micropipette (P200)（用來量取精確水量）
- (五) 滴定管（用以產生拉開玻璃板所需的重力）
- (六) 支架（兩個）
- (七) 砝碼（數個）
- (八) 滑輪（兩個）
- (九) 寶特瓶
- (十) 釣魚線
- (十一) 滴管、燒杯
- (十一) 酒精
- (十二) 膠帶、保麗龍膠、熱熔膠
- (十三) 相機及筆記型電腦



圖一（SPARKvue 力感應器）

### 二、實驗設備製作：

- (一) 取兩個支架平行放置於實驗桌兩側，  
個別以 C 型夾固定。並且分別將一滑輪固定於一支架上。
- (二) 將釣魚線穿過兩個滑輪，一端綁上寶特瓶，另一端綁上力感應器。
- (三) 將欲安排在下方的玻璃板以熱熔膠固定在靠近力感應器的實驗桌面上，將另一片  
欲安排在上方的玻璃板以熱熔膠黏上釣魚線。（圖二）
- (四) 將相機架於可清楚拍攝兩片玻璃板之桌面上。



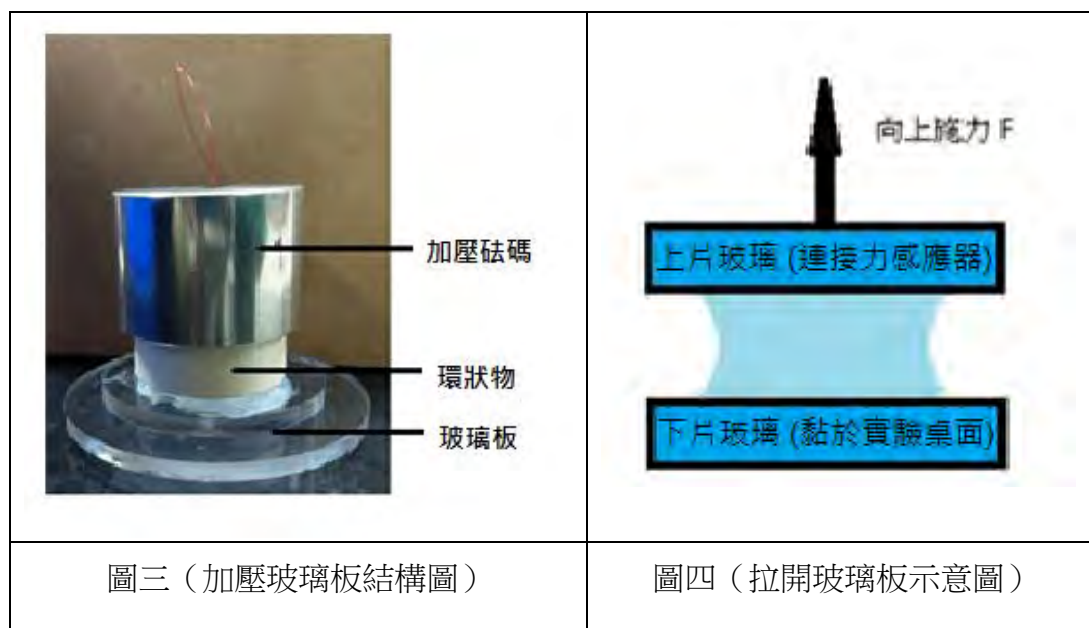
## 肆、研究過程和方法

### 一、實驗方法

- （一）以微量移液管 micropipette（P200）滴所取水量於下層玻璃板上，然後將上層玻璃板緩慢覆蓋。
- （二）為了能給兩玻璃板密合時的一個固定壓力，蓋上上層玻璃板後，將一個環狀物放置於上層玻璃板上方（因為釣魚線已用熱熔膠黏在玻璃板上，為了能讓砝碼放置平穩，因此有此步驟），再將 0.5kgw 的砝碼放置於環狀物上。（圖三）
- （三）校正力感應器後，將玻璃板掛上力感應器（將玻璃板直接連接力感應器，即可確保力感應器所測得的力是拉開兩玻璃板的力，而無需考慮滑輪所產生的摩擦力）
- （四）開啟 SPARKvue 軟體，設定此軟體以每秒 20 個數據點紀錄拉力的大小。
- （五）同時用滴定管將水以固定速率滴入寶特瓶中（作為穩定的施力）。
- （六）帶兩片玻璃分開的瞬間，即可紀錄拉開的力  $F$ （圖四）

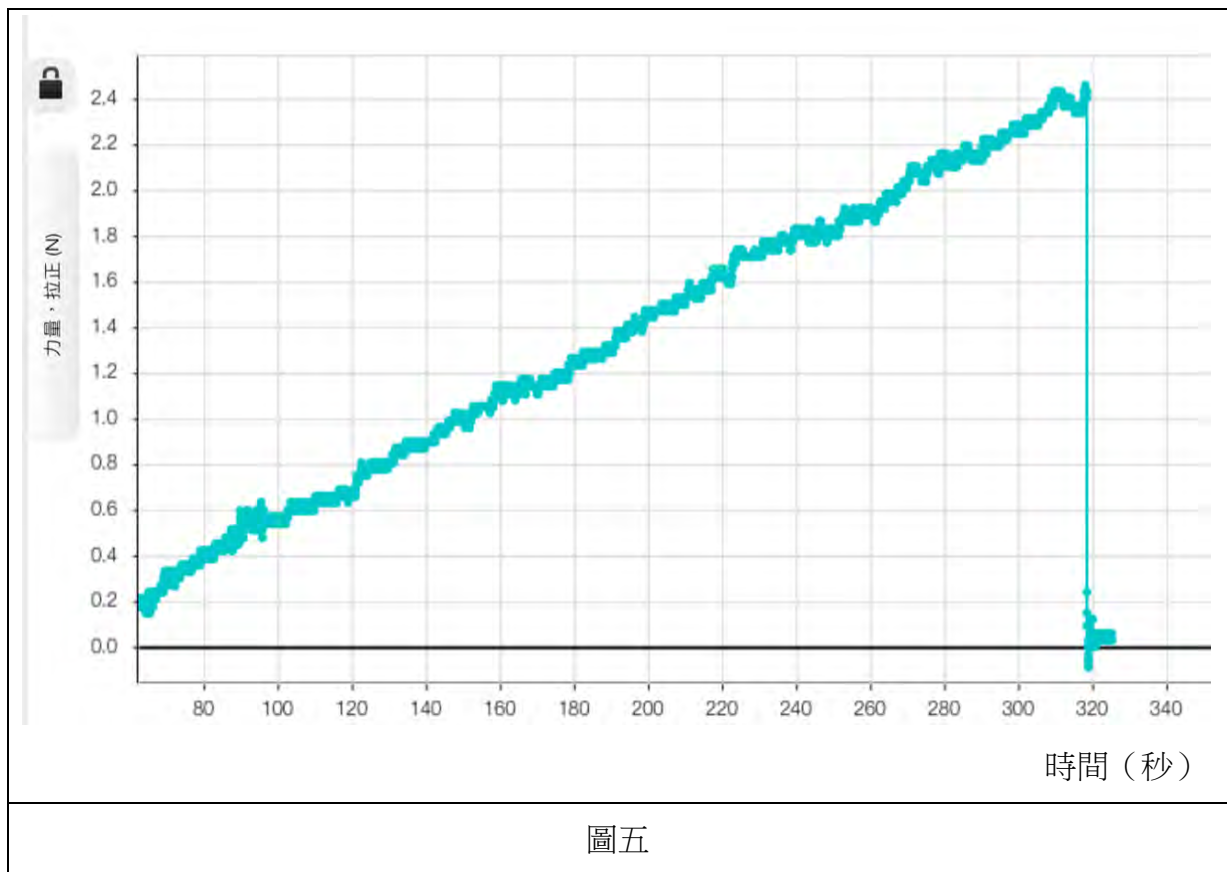
(七) 重新進行下次實驗之前，為避免殘留在上、下方玻璃板的水影響後續實驗，分別將上下玻璃擦乾後，再用揮發性較高的酒精擦拭，帶走殘餘水分和避免產生水痕，以維持玻璃板的乾燥程度。

(八) 以此裝置為基礎，改變研究細目中的各項變因進行實驗



## 二、實驗原理

SPARKvue 軟體可將力感應器所測得的力，加以彙整並繪製成如圖五的  $F-t$  圖 ( $y$  軸單位為牛頓， $x$  軸單位為秒)，從實驗所得的  $F-t$  圖可知，在玻璃板分開瞬間，力會變為 0 牛頓，可推知  $F-t$  圖中所產生的最大的力即為分開兩玻璃板所需的力。(圖五)



### 三、研究細目

#### (一) 改變水量：

改變滴於下玻璃板的水量

#### (二) 改變玻璃板大小：

圓形玻璃板直徑 4、6、8 cm

#### (三) 改變液體種類：

討論水以及乙醇對此現象的影響

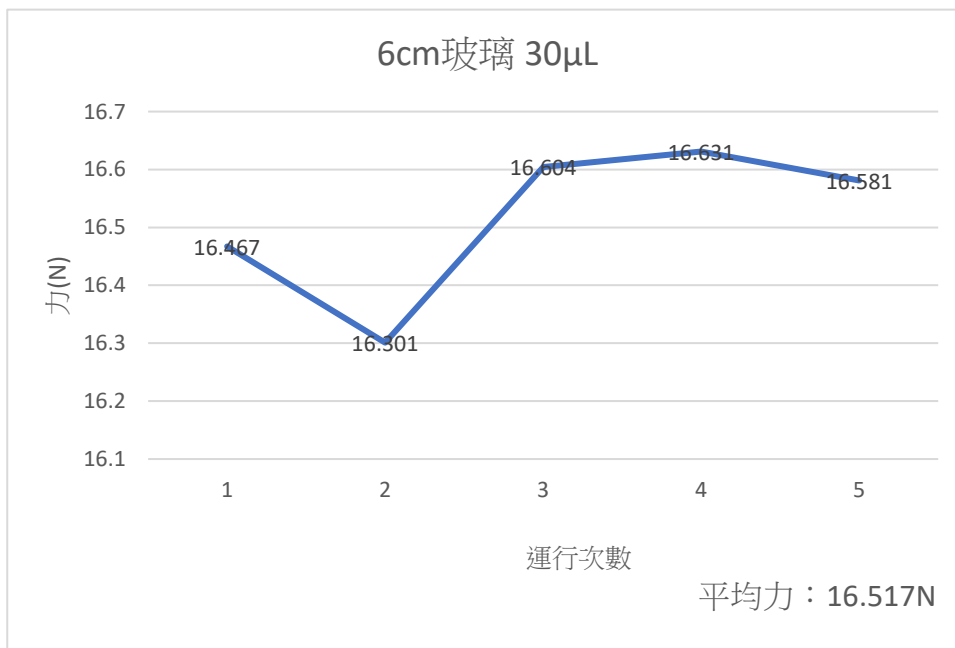
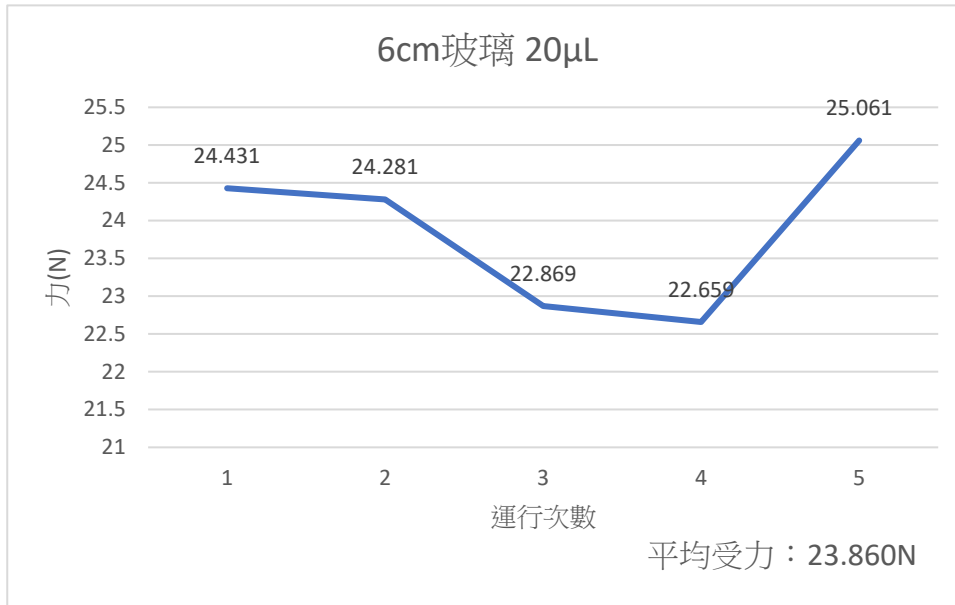
#### (四) 改變表面材質：

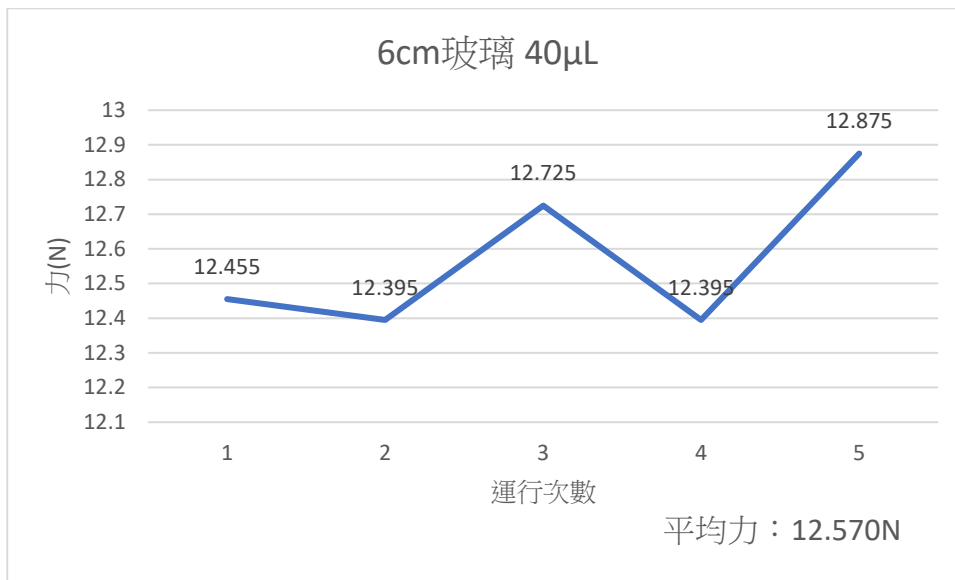
壓克力板直徑 4、6、8 cm

## 伍、研究結果

### 一、研究細目一：探討水量與此現象的關係

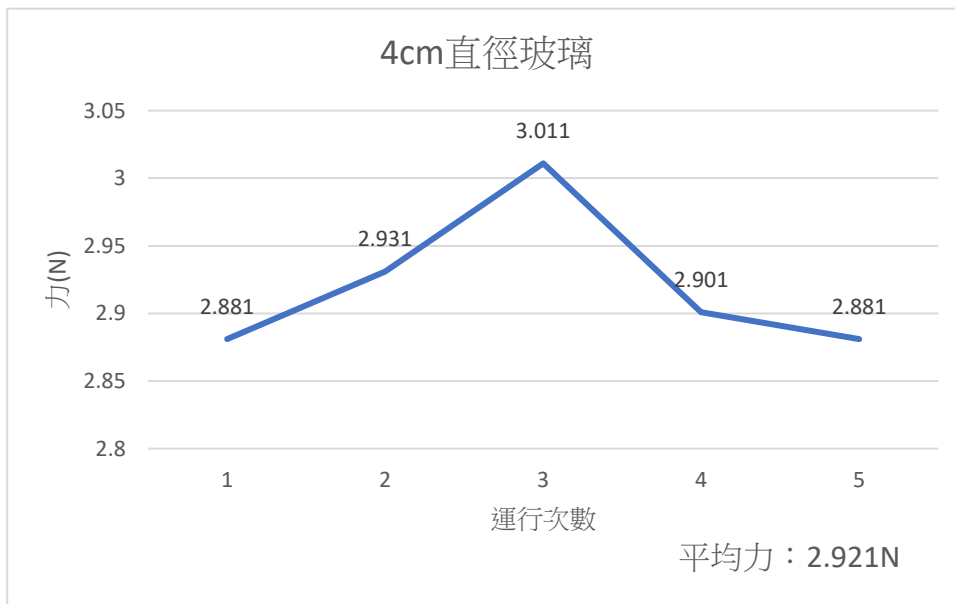
以直徑 6 公分的玻璃板為一控制變因，分別做 20、30、以及 40 $\mu$ L 的水量實驗，每個變因進行五次實驗，將所得數據以縱軸為力，橫軸為運行的次數編號分別繪製成下列三個折線圖：



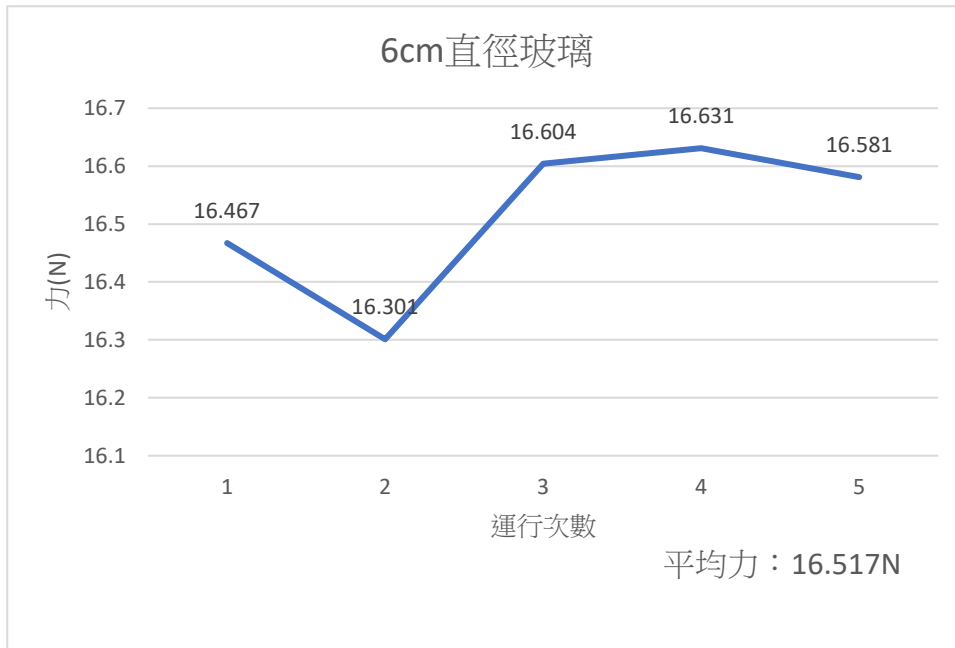


## 二、研究細目二：探討玻璃板面積大小與此現象的關係

我們取直徑 4 公分、6 公分以及直徑 8 公分的玻璃板進行實驗，每次實驗玻璃板所夾的水量均為 30 $\mu$ L，每個變因進行五次實驗，將所得數據以縱軸為力，橫軸為運行的次數編號分別繪製成下三個折線圖：

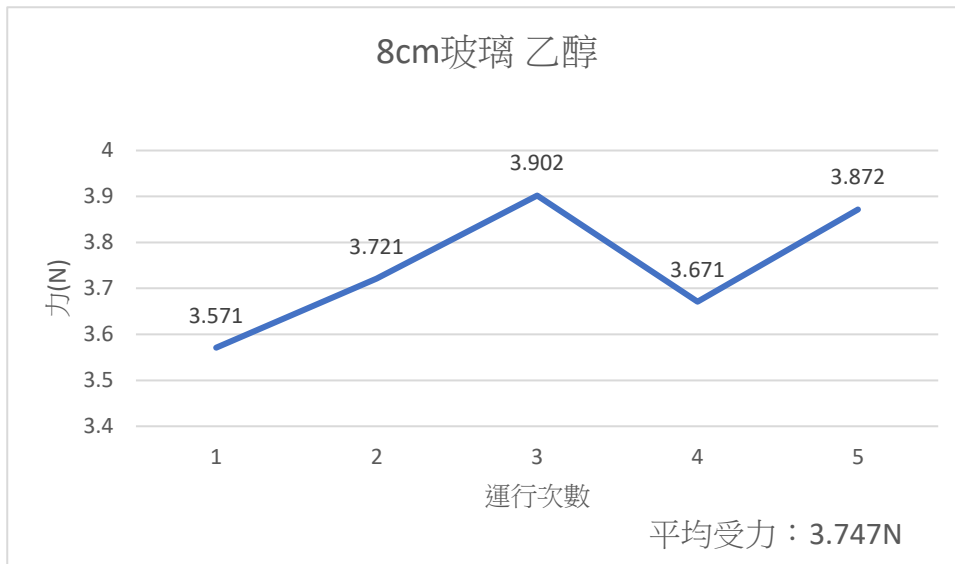






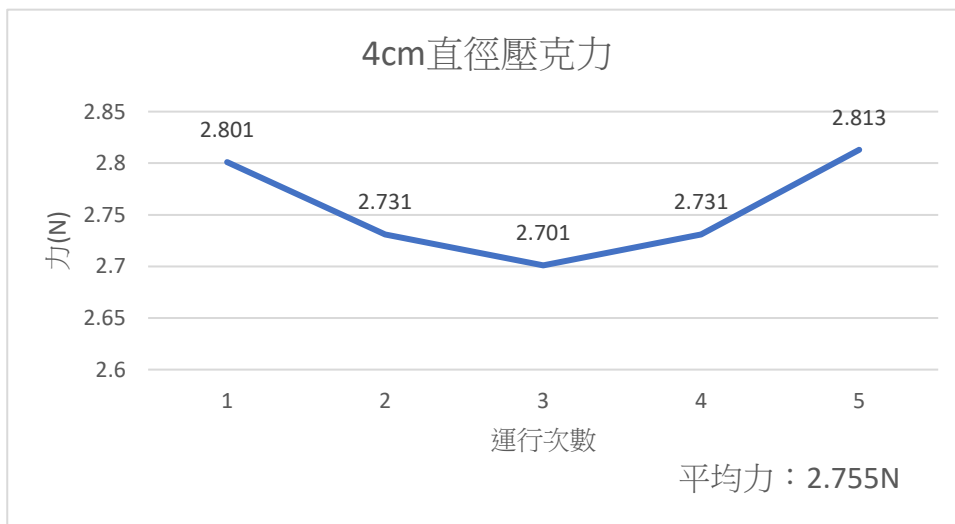
### 三、研究細目三：探討液體種類與此現象的關係

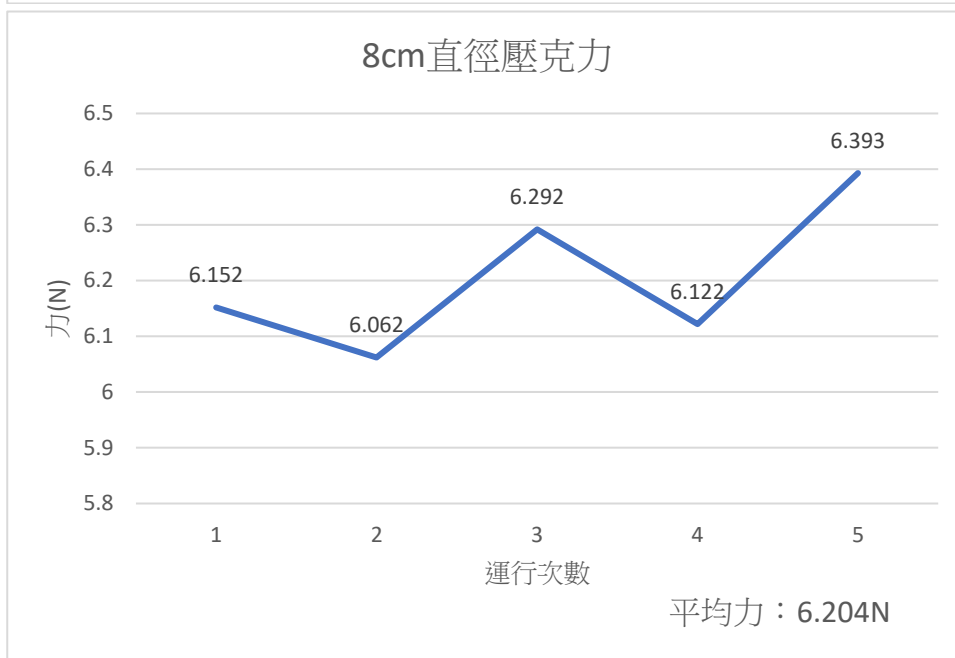
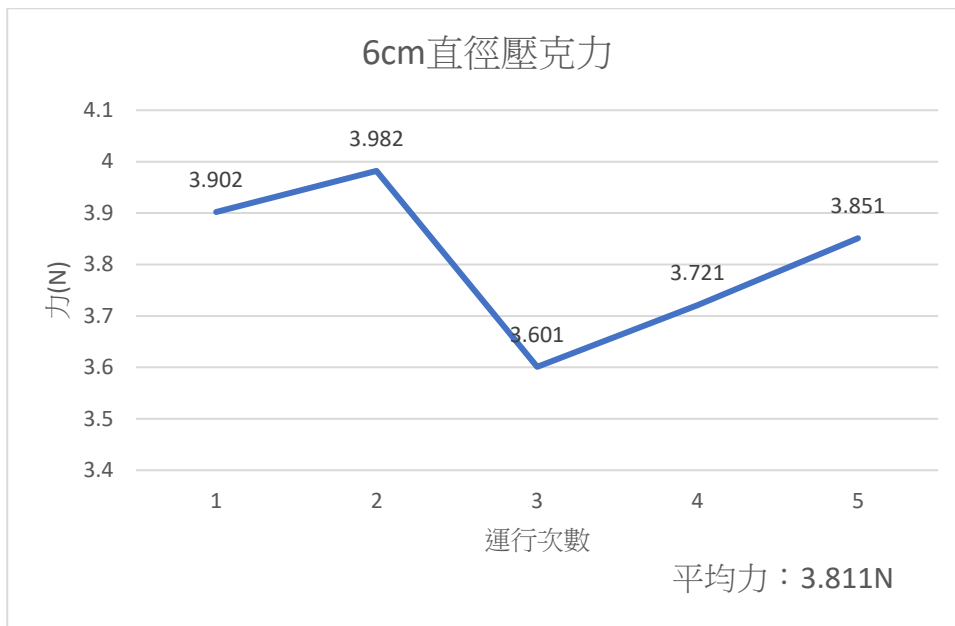
每種液體對玻璃的表面張力不盡相同，因此此實驗以玻璃板面積大小（直徑 8cm 的圓形玻璃板）和玻璃板所夾液體體積（30 $\mu$ L）為控制變因，將玻璃板中所夾的液體以水改成乙醇進行實驗，將所得數據以縱軸為力，橫軸為運行的次數編號分別繪製成下方折線圖：



#### 四、研究細目四：探討物體表面材質與此現象的關係

以平行板間所夾水量為控制變因（30 $\mu$ L），並分別以直徑4、6、8公分的壓克力板重複進行五次實驗，將所得數據以縱軸為力，橫軸為運行的次數編號分別繪製成下方三個折線圖：

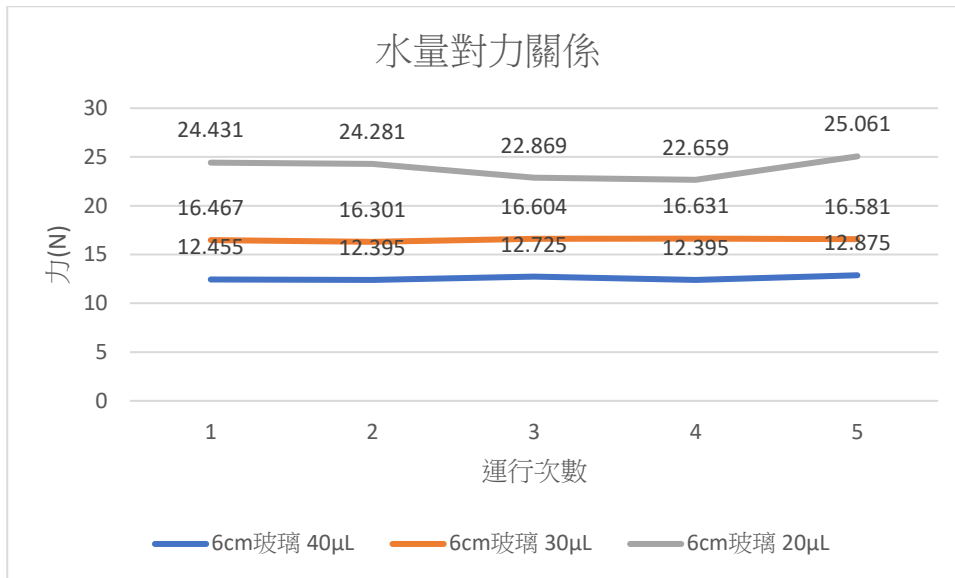




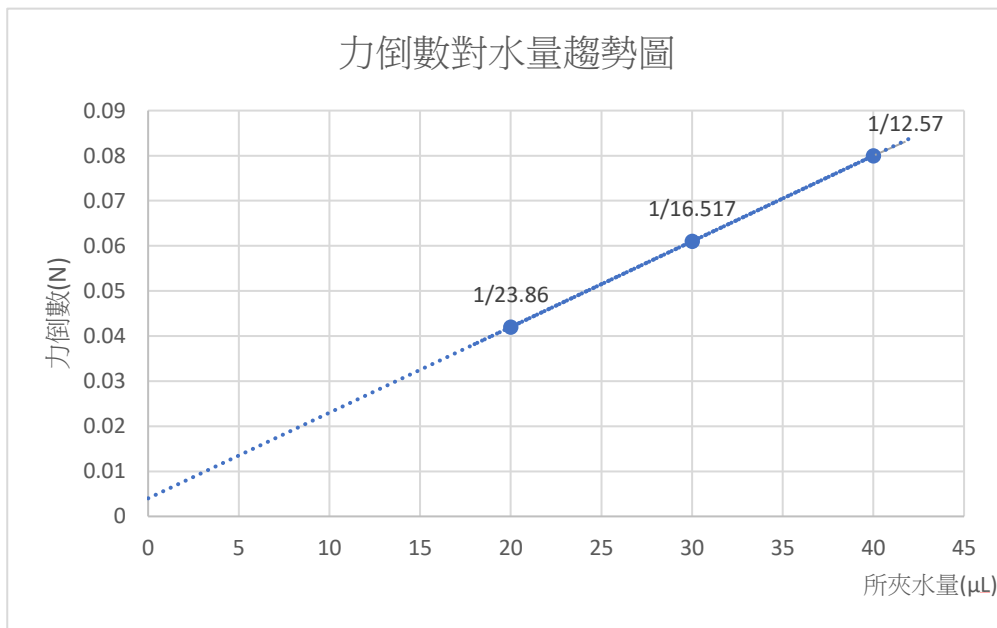
## 陸、討論

一、研究細目一：探討水量與此現象的關係

將 6 公分直徑玻璃板中分別夾 20、30 以及 40 $\mu$ L 的數據合成下方折線圖：



分開兩玻璃板的平均施力：20µL：23.860N、30µL：16.517N、40µL：12.570N，在圓形玻璃板直徑固定的時候，其間所夾的水量愈少，分開兩片玻璃板所需的力就愈大。（如下圖）



我們推測此結果是源自於此實驗模型，依照定義，兩片平行玻璃板中夾水的實驗裝置是架構在「液橋」（Liquid Bridge）的概念上，只要假設我們的實驗模型有以下條

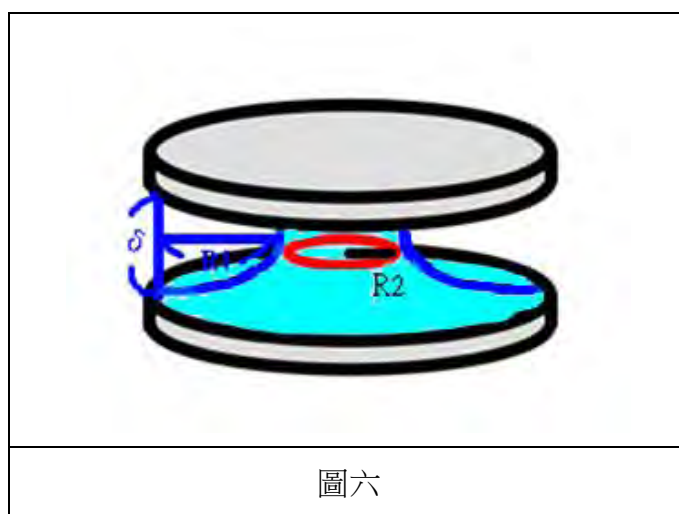
件：上、下玻璃板互相接觸表面完全光滑、液體的並不會縱向流動而變化、界面在沒有重力的情況下具有軸對稱性。即可用 Young-Laplace equation 來描述液體界面壓力差：

$$\Delta p = \gamma(1/R_1 + 1/R_2) \text{ ----- (1)}$$

其中  $\gamma$  為表面張力係數， $R_1$  為液體垂直於平面的曲率半徑， $R_2$  為液體平行於平面的曲率半徑，圖六可知： $R_1 = \delta / 2$ 。而當液橋分開時， $R_2 \rightarrow \infty$ ， $1/R_2 \rightarrow 0$  方程式便可寫為：

$$\Delta p = 2 \gamma / \delta \text{ ----- (2)}$$

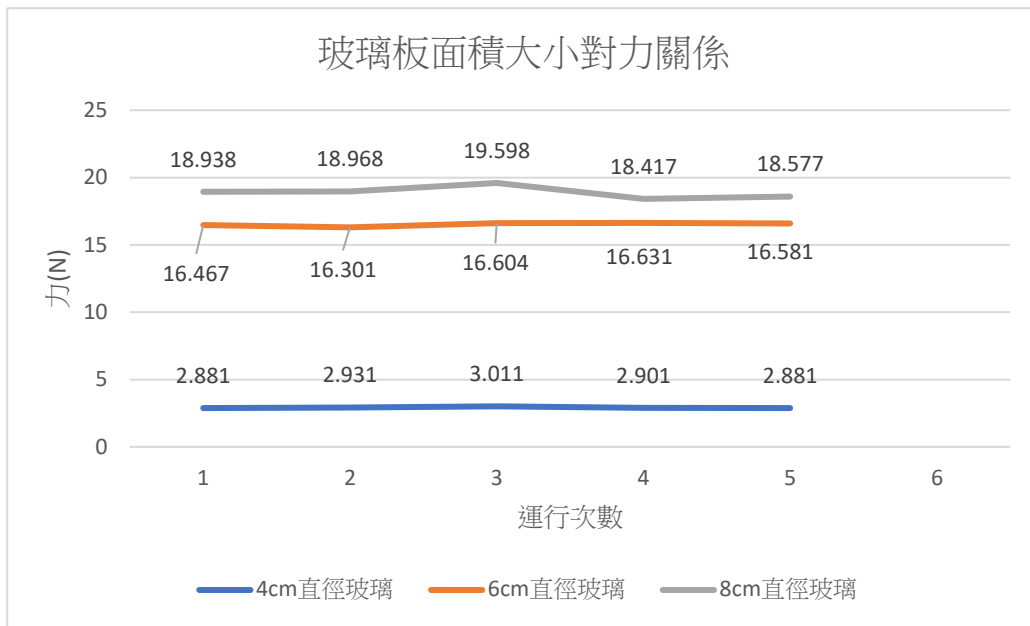
又在面積相同（皆為 6 公分直徑玻璃）的情況下，力會和壓力成正比。在此實驗中，每個變因的  $\gamma$  均相同（水的表面張力係數為  $7.275 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ），而因為水是平鋪於整個玻璃板表面，則水量愈多，則  $\delta$  愈大，代入方程式（2）可知： $\Delta p$  即愈大。因此在玻璃面積相同的情況下，中間夾的水量愈多，分開所需的力就愈大。



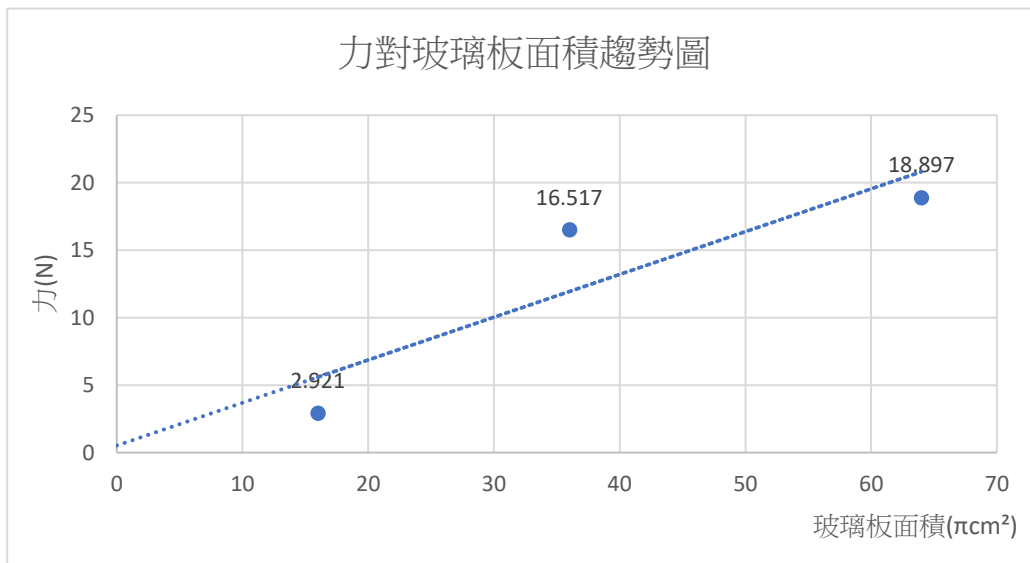
圖六

二、研究細目二：探討玻璃板面積大小與此現象的關係

將 4、6、8 公分的數據合成下方折線圖：



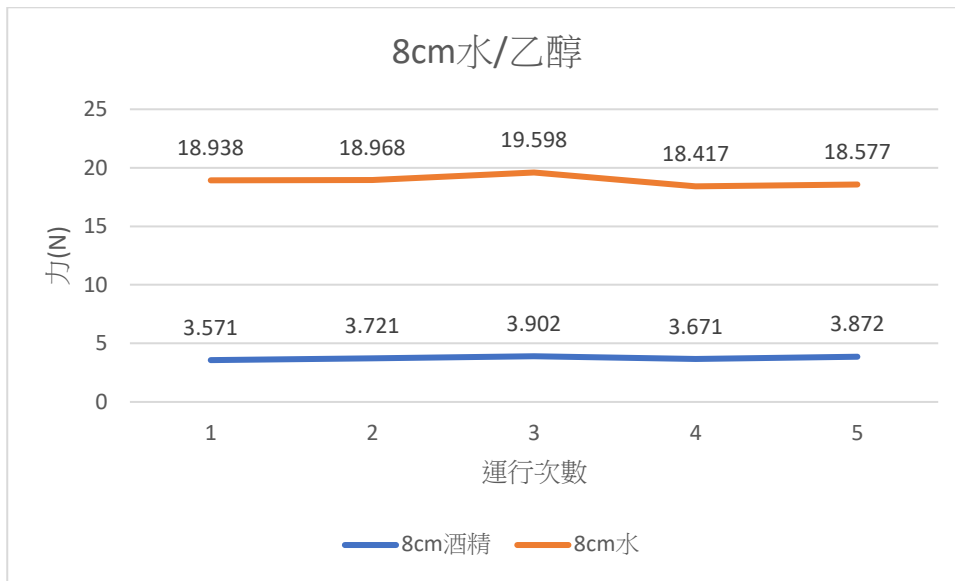
圓形玻璃板分開所需的力 4 公分：2.921N、6 公分：16.517N、8 公分：18.897N，可知當水量固定時，玻璃板面積愈大分開時所需的力就愈大。(如下圖)



因為水是鋪平於整個玻璃板表面，因此當玻璃板的面積愈大， $\delta$  就會愈小，如此就可由方程式 (2)： $\Delta p = 2\gamma/\delta$  知：當  $\gamma$  相同時， $\delta$  愈小，則兩片玻璃板分開所需的力就愈大。因此當水量固定時，玻璃板面積愈大，玻璃板分開時所需的力就愈大。

### 三、研究細目三：探討液體種類與此現象的關係

將直徑 8 公分玻璃板中夾 30 $\mu$ L 水與乙醇的數據合成下方折線圖：

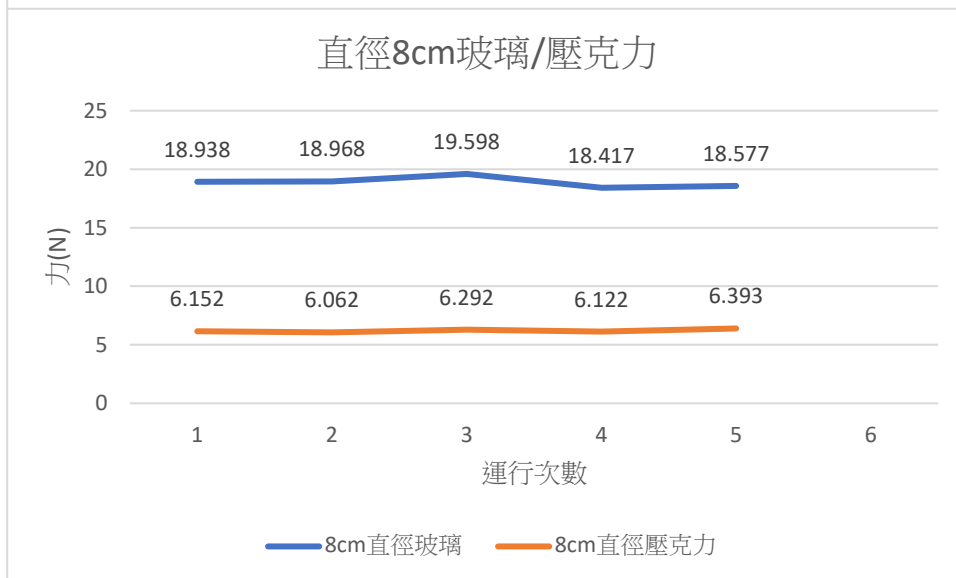
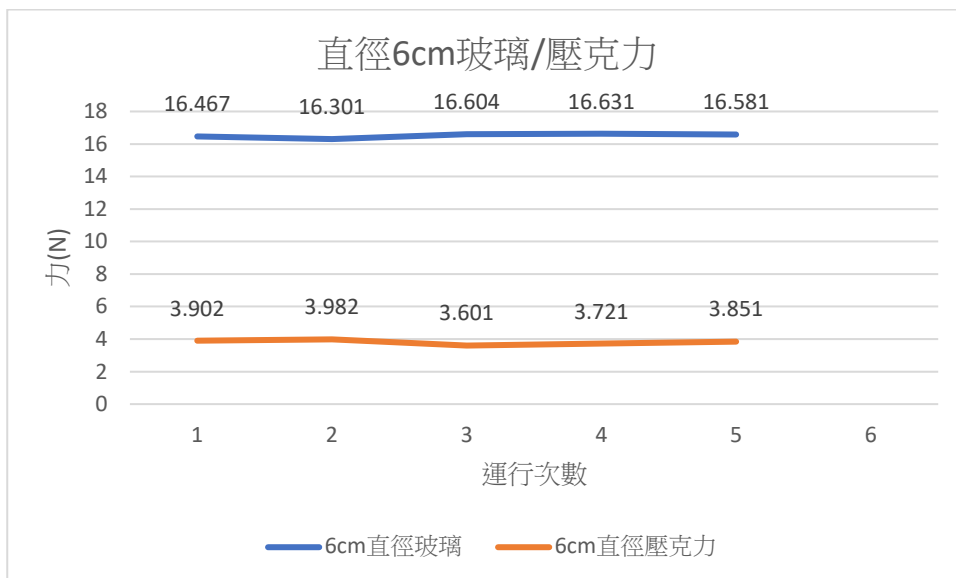
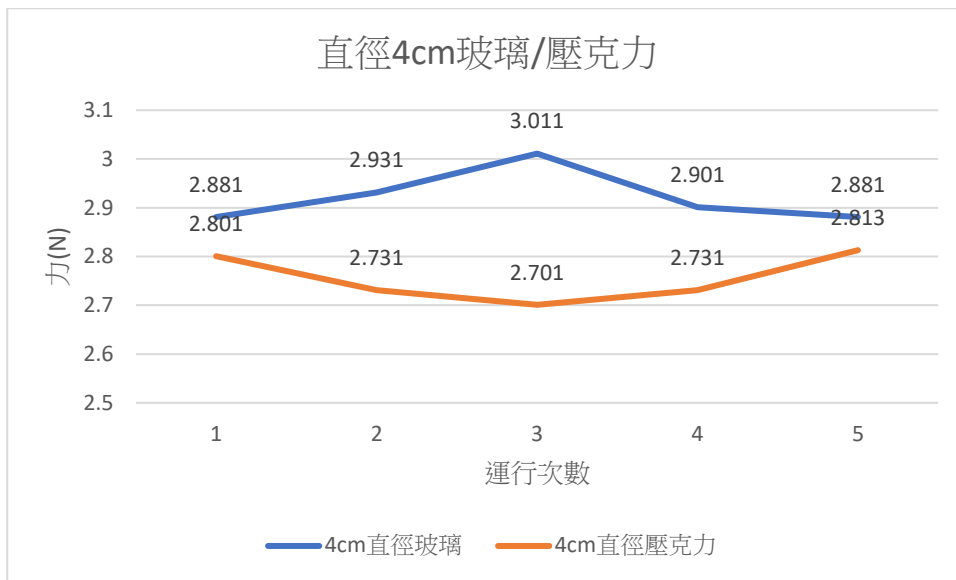


液體為水的平均力為：18.897N，液體為乙醇的平均力：3.747N，我們即可得到一個結論：玻璃板之間若是夾了乙醇，兩片玻璃板分開所需的力就會比之間夾了水所需的力要小很多。

在溫度 20 $^{\circ}$ C 的情況下，水的表面張力係數為  $7.275 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ，乙醇的表面張力係數為  $2.255 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ，水的表面張力係數大於乙醇表面張力係數，又因為玻璃板面積大小相同（直徑 8 公分玻璃）而其間又夾了相同體積的液體（30mmL），因此  $\delta$  相同。如此便可從方程式 (2)  $\Delta p = 2 \gamma / \delta$  知： $\delta$  不變時， $\gamma$  愈大，玻璃板分開所需的拉力愈大。

### 四、研究細目四：探討物體表面材質與此現象的關係

我們將面積相同大小的玻璃板以及壓克力板數據分別合成下方三張折線圖：





由上三圖可知，圓形玻璃板分開所需的力 4 公分：2.921N、6 公分：16.517N、8 公分：18.897N，圓形壓克力板分開所需的力 4 公分：2.755N、6 公分：3.811N、8 公分：6.204N，即可得到一個結論，在板面積大小相同，所夾的水量體積也相同之下，分開兩玻璃板所需的力比分開兩壓克力板還要大。

我們推測造成此種結果的原因是因為「潤濕」(Wettability) 此物理概念。潤濕是指液體保持和固體表面接觸的能力。此種現象是由兩種物質間的黏附力和內聚力所決定的，當黏附力遠大於內聚力時，潤濕性愈大，液體在固體表面鋪展的趨勢愈強。

而我們認為玻璃與水的潤濕性比壓克力與水的潤濕性還大，因此當板內所夾水量相同時，水在玻璃板內的鋪平面積會大於水在壓克力板內的鋪平面積，因此  $\delta_{\text{玻璃板}}$  會小於  $\delta_{\text{壓克力板}}$ ，而兩者的  $\gamma$  又相同，如此便可從方程式 (2)： $\Delta p = 2\gamma/\delta$  推得， $\Delta p_{\text{玻璃板}}$  會大於  $\Delta p_{\text{壓克力板}}$ ，因此當板面積大小和板間所夾的水量體積相同時，分開兩玻璃板所需的力會比分開兩壓克力板所需的力還要大。

## 柒、結論

- 一、兩片玻璃板夾水的實驗裝置壓力差可由 Young-Laplace equation 推得兩片玻璃板間的壓力差： $\Delta p = 2\gamma/\delta$ 。
- 二、當玻璃板面積大小固定，水量愈少，兩片玻璃板拉開所需的力就愈大。
- 三、當水量相同時，圓形玻璃直徑愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。
- 四、玻璃板大小相同，且所夾液體體積相同時，玻璃板之間夾表面張力係數愈大的液體，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。
- 五、當板面積和板間所夾的水量相同時，因為玻璃與水的潤濕性比壓克力與水的潤濕性還大，因此分開兩玻璃板所需的力會比分開兩壓克力板所需的力還要大。

## 捌、展望與應用

- 一、每次將上方玻璃板放置於下方玻璃板上時，加壓砝碼所施的重力可能也會影響兩板間的水膜形狀的展開面積，此為本研究未提及的部分。
- 二、關於玻璃板之間所夾液體，可加以討論表面張力係數大於水的液體。
- 三、尚無法解釋當玻璃板間水量少到何臨界值時，分開二玻璃板所需的力會和玻璃板間乾燥無夾水的情況相同。

## 玖、參考資料和其他

- 一、高世橋、劉海鵬（2010）·毛細力學·科學出版社
- 二、成功高中：趙貴賢、鄭羽容（2014）·頂天立地的水滴-液體形變能量損耗與等效摩擦力的探討·中華民國第 54 屆全國中小學科學展覽會：高中組物理科
- 三、Morteza Dejam. Hassan Hassanzadeh. Zhangxin Chen（2014）. Shape of Liquid Bridges in a Horizontal Fracture. Avestia Publishing. from <https://jffhmt.avestia.com/2014/001.html>

## 【評語】 051808

本作品探討兩平行板之間加入水時之拉力測量，拉力會因水量、平行板大小及平行板所受起始壓力之影響，作者也探討不同材質之平行板，如玻璃與壓克力的不同。其中起始壓力以固定之砝碼加以固定是控制變因的好方法，本研究在探討變因上比較困難，例如板子的大小只有三個尺寸、水量也只作三點依據，較難正確推出中間的變化。其他因素例如室溫也會影響量測結果也應列入考量。

## 摘要

兩玻璃板間夾水時，兩玻璃板會不易拉開。我們以圓形玻璃板為實驗工具，於中間夾水，以力感應器測量拉開兩片玻璃板所需之力。此實驗模型是架構在「液橋」理論上，根據此理論，分開兩玻璃板的力和玻璃板及所夾液體的壓力差成正比，即可由Young-Laplace equation推得： $\Delta p = \gamma(2/\delta + 1/R)$ 。

實驗結果如下：當玻璃板半徑大小固定，水量愈少，兩片玻璃板拉開所需的力就愈大。當水量相同時，圓形玻璃板面積愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。玻璃板半徑大小相同，且所夾液體體積相同時，玻璃板間的液體表面張力係數愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。當板半徑和板間所夾的水量相同時，分開兩玻璃板所需的力會大於分開兩壓克力板所需的力。

## 研究動機

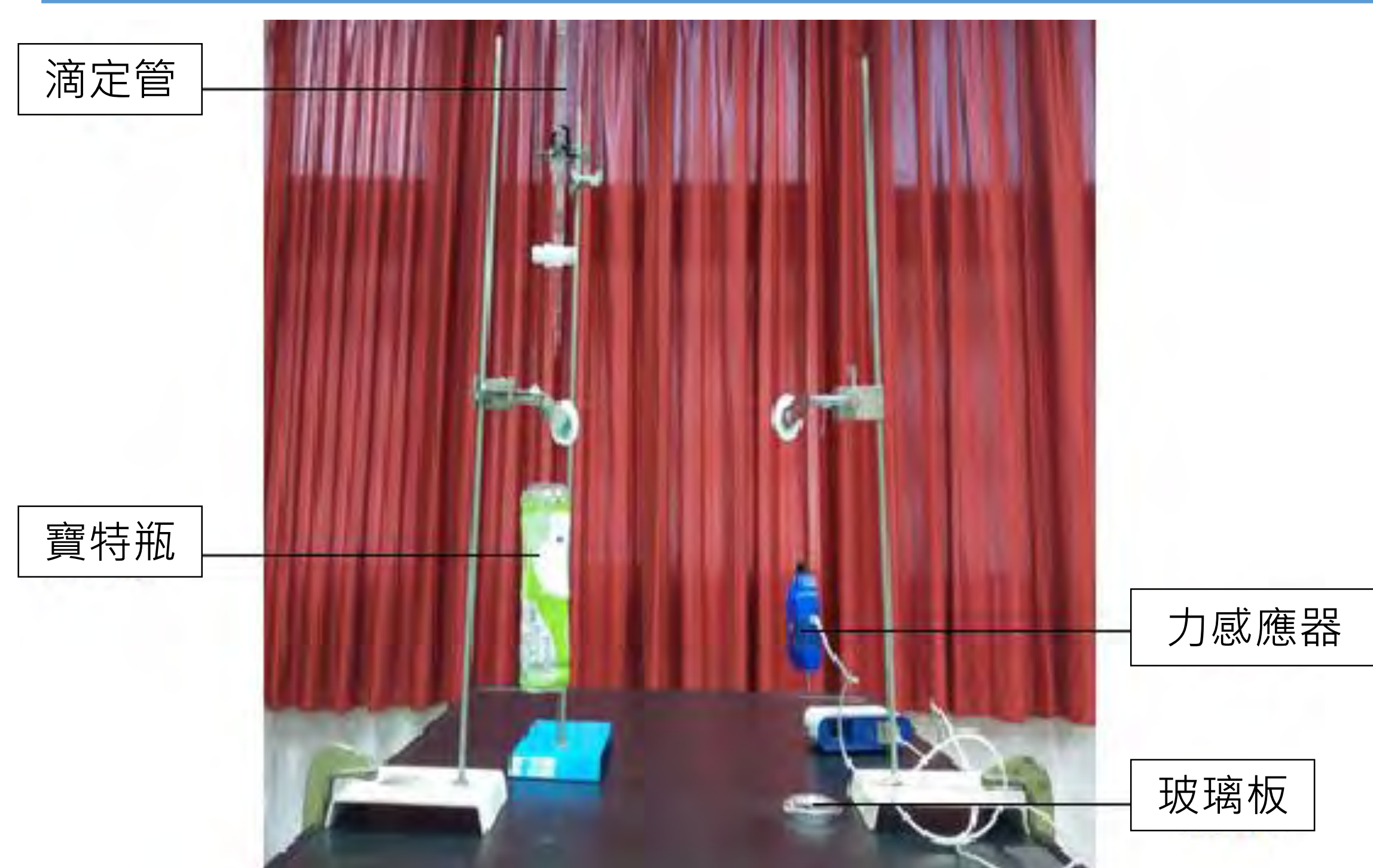
在玻璃墊上打翻水杯時，水會擴散於整個玻璃墊下，此時的玻璃墊比乾燥情況下更加不易掀起。由上述可知，水在其中扮演了十分重要的角色。

關於此現象，我們推測是因水的表面張力及固、液體之間的黏附力使得玻璃墊比較不容易分開。為了能夠探討出造成此現象中的原理與因素，以及更進一步證明我們的想法是否正確，我們選擇以玻璃板做為實驗工具，於中間夾水，並且以Sparkvue力感應器測量拉開兩片玻璃板所需之力，加以分析其中機制，希望能藉由此題目幫助我們了解生活中平凡卻有趣的物理現象。

## 研究目的

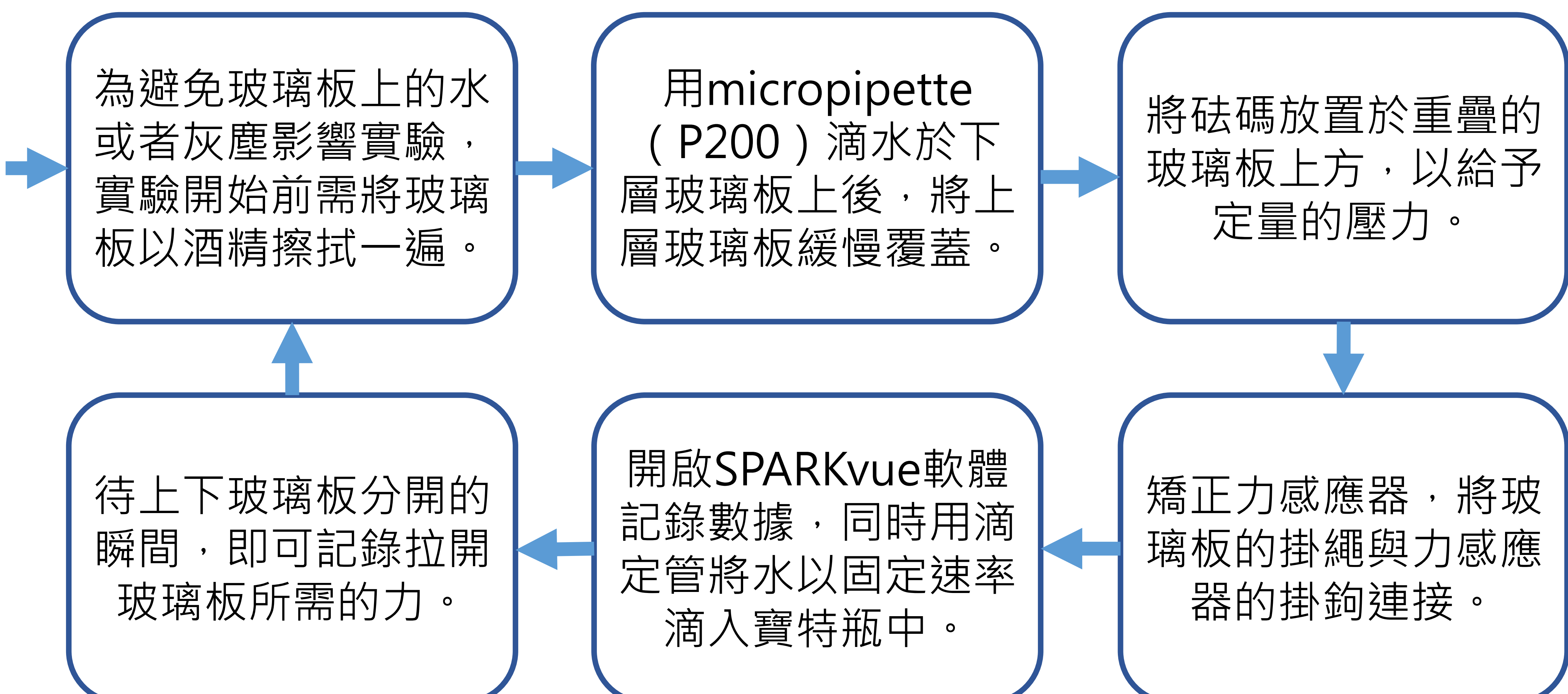
- 一、探討水對兩片玻璃板拉開造成的力與可能的機制。
- 二、探討所夾水量與此現象的關係。
- 三、探討玻璃板面積大小與此現象的關係。
- 四、探討液體種類與此現象的關係。
- 五、將玻璃板更換成壓克力板，並探討壓克力板面積大小與此現象的關係。

## 研究設備和器材



- 圓形玻璃板  
(直徑分別為4cm、6cm、8cm)
- 圓形壓克力板  
(直徑分別4cm、6cm、8cm)
- SPARKvue力感應器與軟體  
(用以測量拉開所需的力)
- 微量移液管micropipette (P200)

## 研究過程和方法



# 研究結果與討論

兩片平行玻璃板中夾水的裝置是架構在「液橋」(Liquid Bridge)上，只要假設我們的實驗模型有以下條件：上、下玻璃板互相接觸表面完全光滑、液體的並不會縱向流動而變化、界面在沒有重力的情況下具有軸對稱性。

即可用Young-Laplace equation來描述液體界面壓力差：

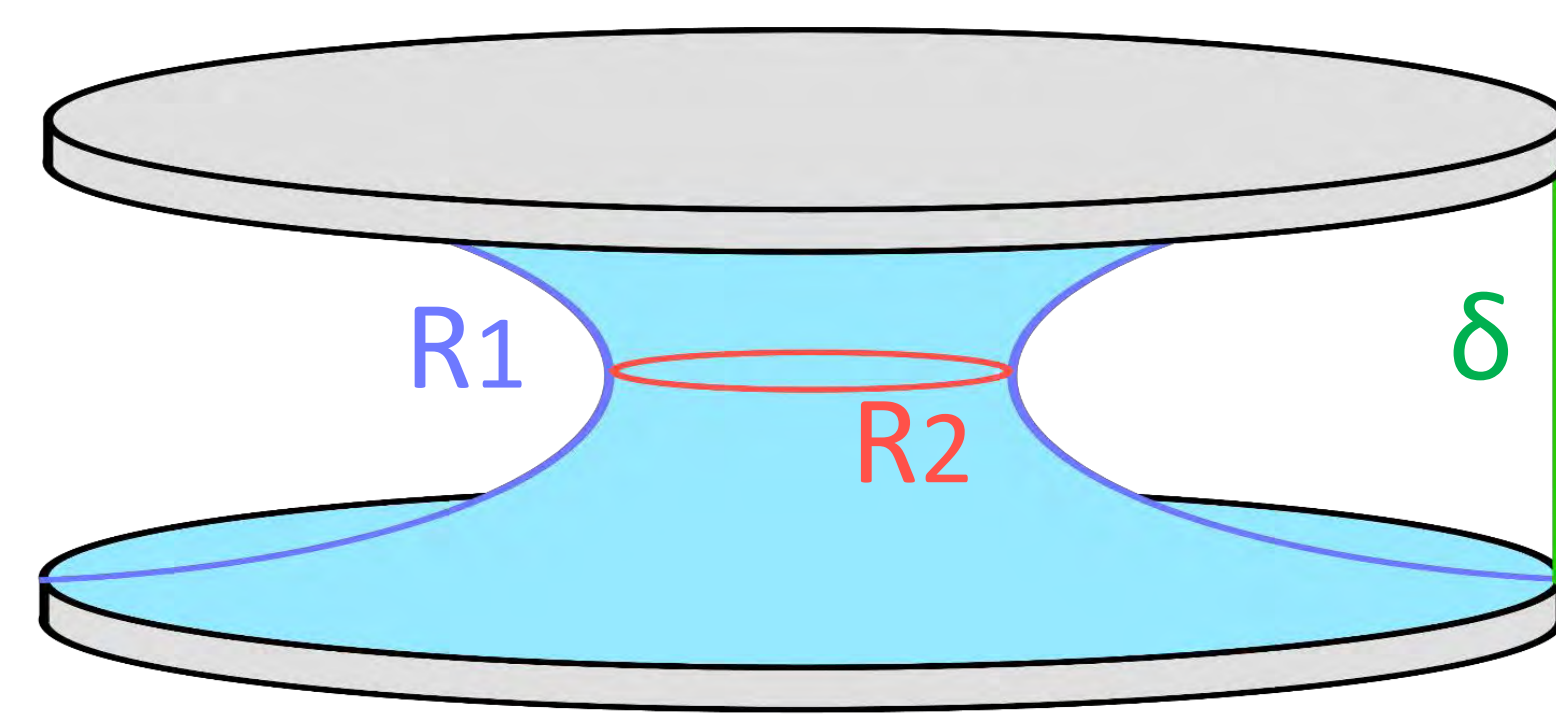
$$\Delta p = \gamma(1/R_1 + 1/R_2) \text{ ----- ①}$$

其中 $\gamma$ 為表面張力係數， $R$ 為玻璃板半徑， $R_1$ 為液體垂直於平面的曲率半徑， $R_2$ 為液體平行於平面的曲率半徑， $\delta$ 為兩板間距，由左圖可知 $R_1 = \delta/2$ 。

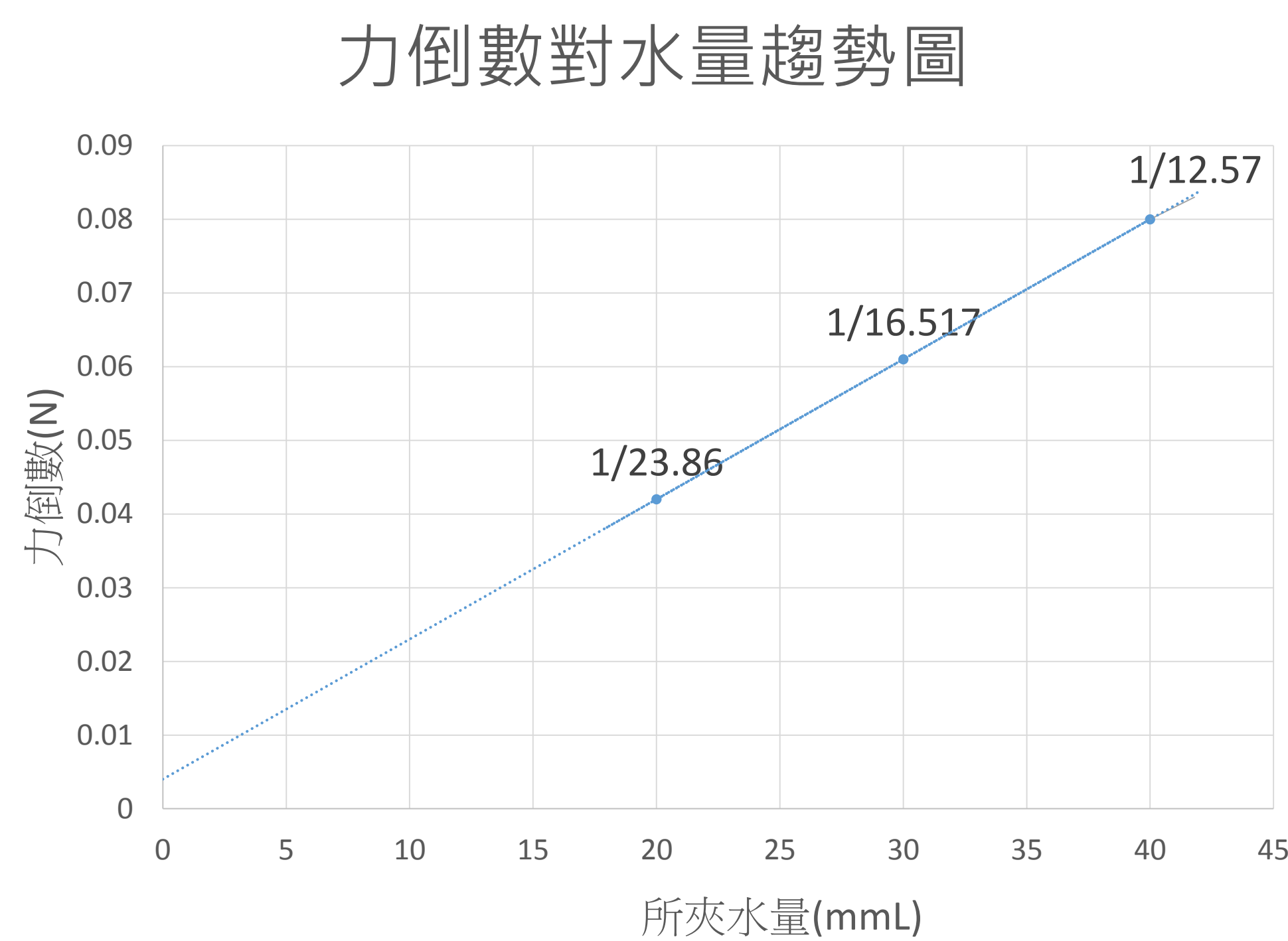
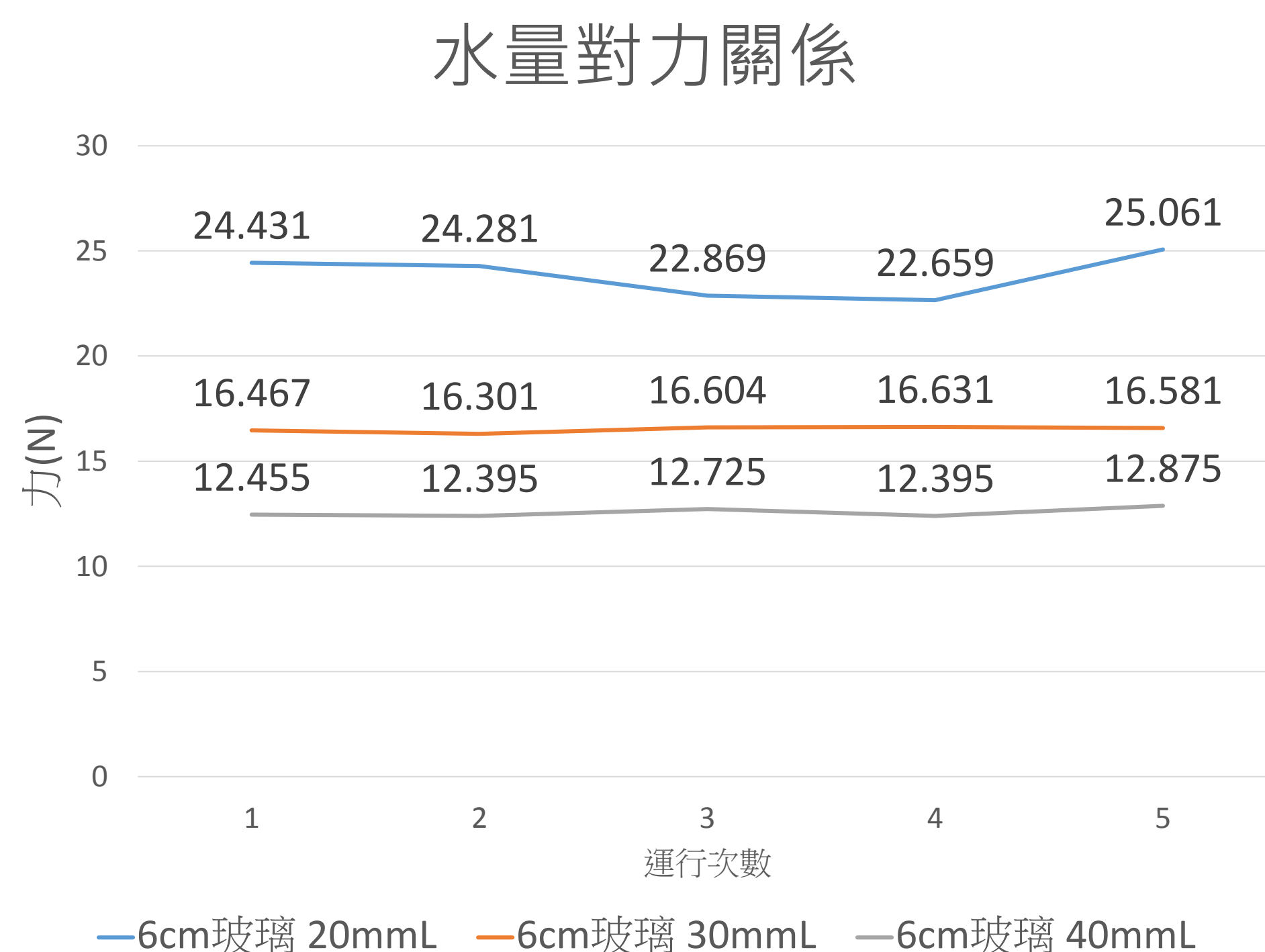
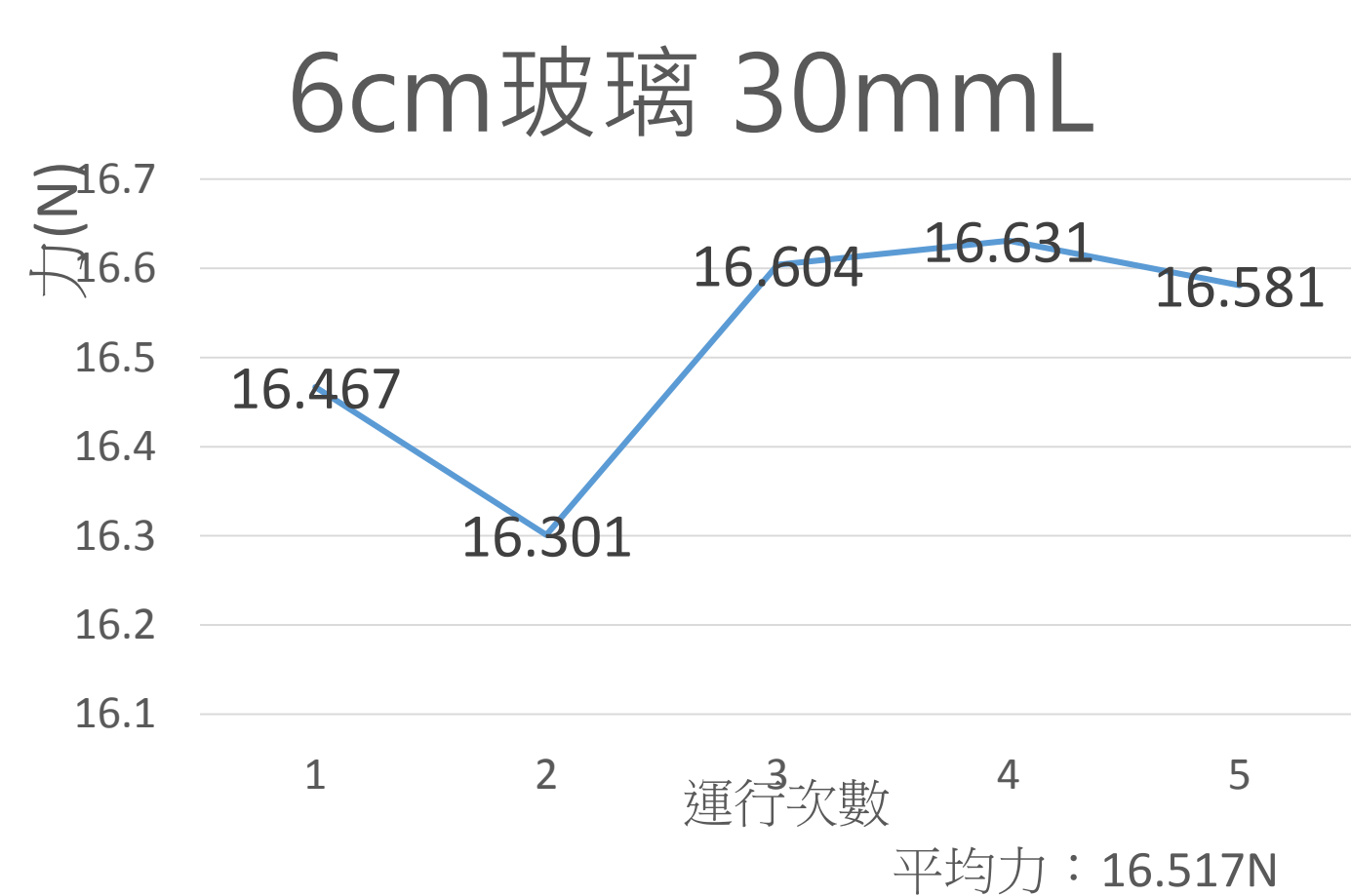
而當液橋分開時， $R_2 = R$ ，方程式便可寫為：

$$\Delta p = \gamma(2/\delta + 1/R) \text{ ----- ②}$$

而力(F)會和壓力( $\Delta p$ )成正比。

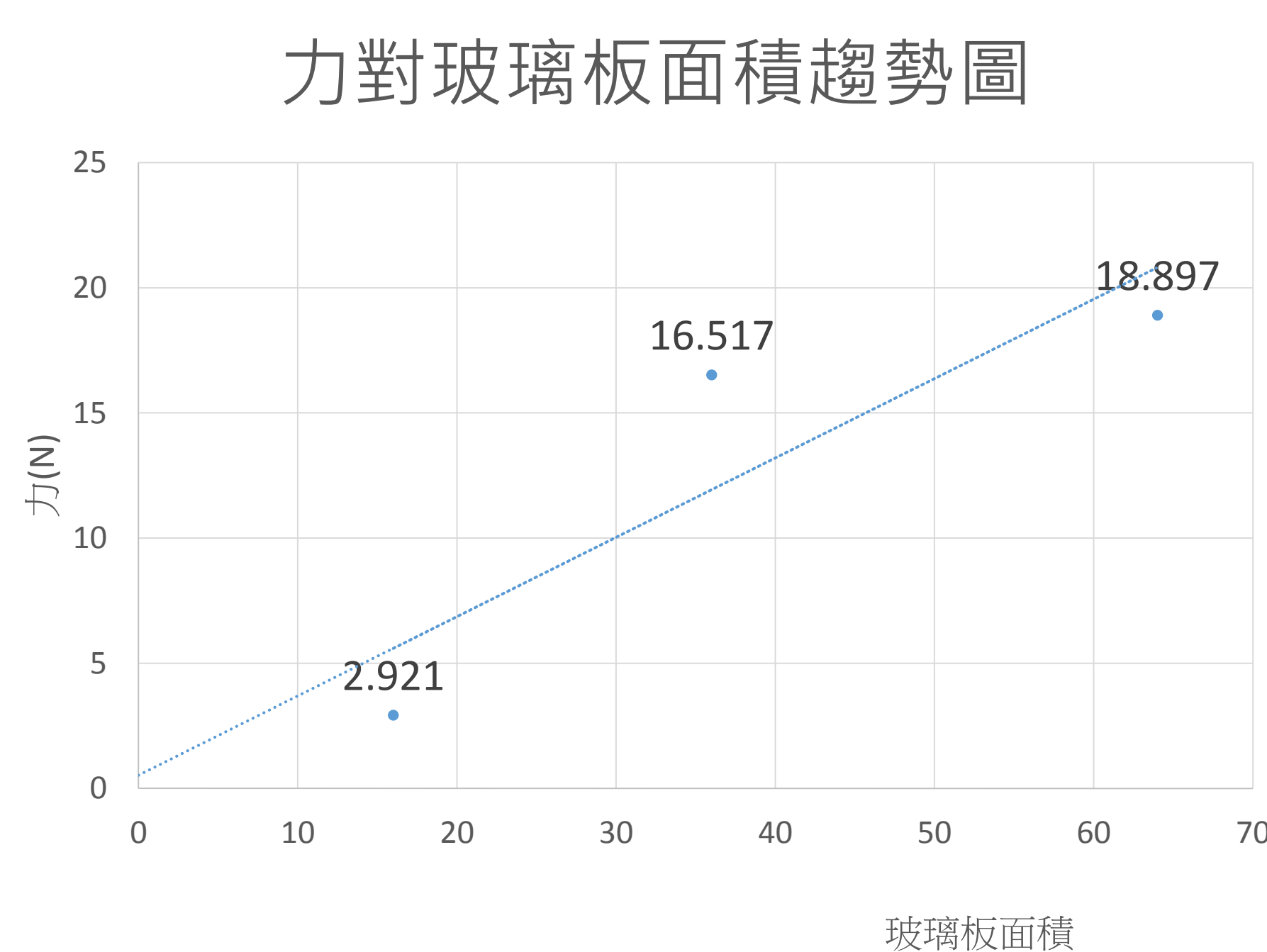
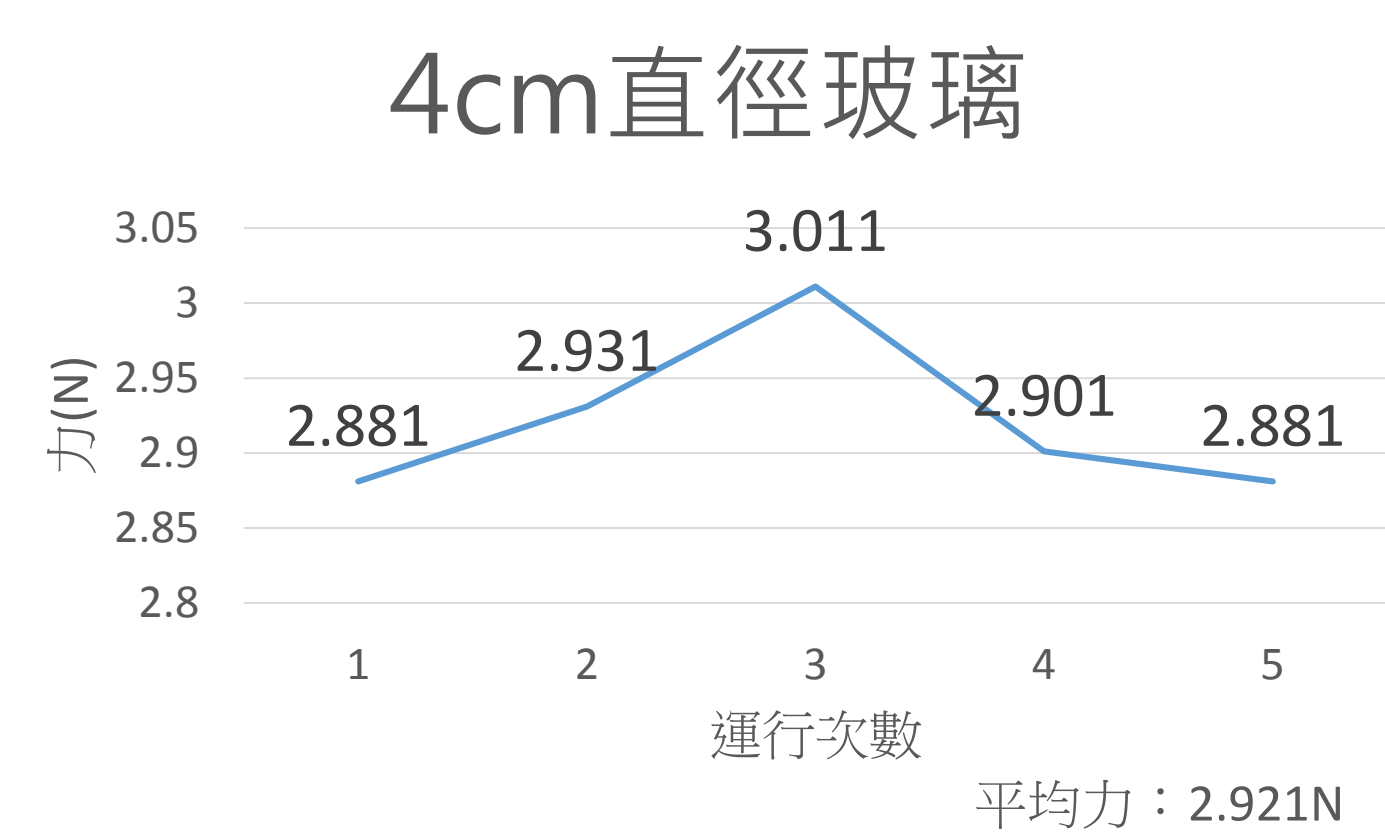


## 研究細目一：探討水量與此現象的關係



在半徑相同(皆為6公分直徑玻璃)的情況下，每個變因的 $\gamma$ 均相同(水的表面張力係數為 $7.275 \times 10^{-2} \text{N/m}$ )，而因為水是平鋪於整個玻璃板表面，則水量愈多，則 $\delta$ 愈大。代入方程式②可知： $\Delta p$ 即愈小。因此在玻璃半徑相同的情況下，中間夾的水量愈多，分開所需的力就愈小。

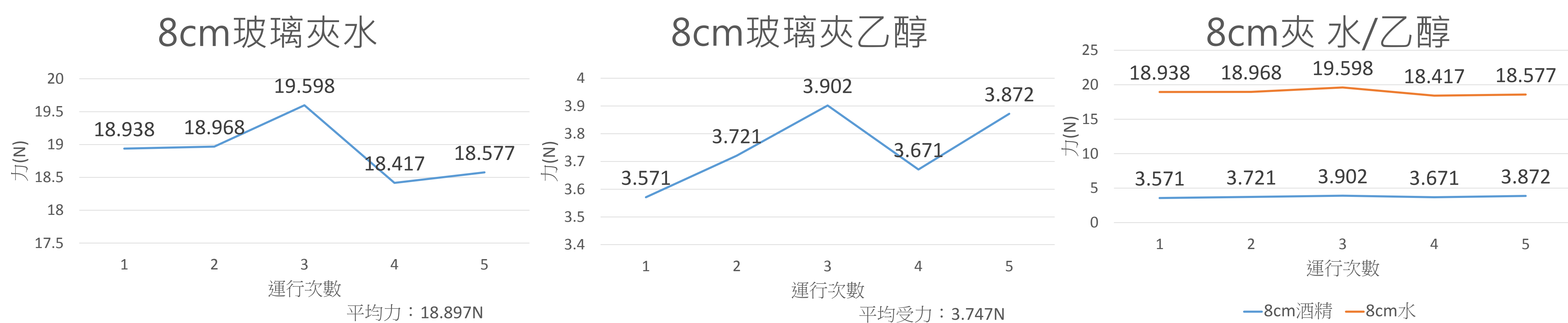
## 研究細目二：探討玻璃板面積大小與此現象的關係



設水的體積為 $V$ ， $\delta$ 便可寫為 $V/\pi R^2$ ，如此就可將方程式②改寫為： $\Delta p = \gamma(\frac{2}{V/\pi R^2} + \frac{1}{R})$ ，簡化為 $\Delta p = \gamma(\frac{V+2\pi R^3}{VR})$ 。

當 $V$ 與 $\gamma$ 相同時， $\Delta p \propto R^2$ ，因此玻璃板面積愈大，玻璃板分開時所需的力就愈大。

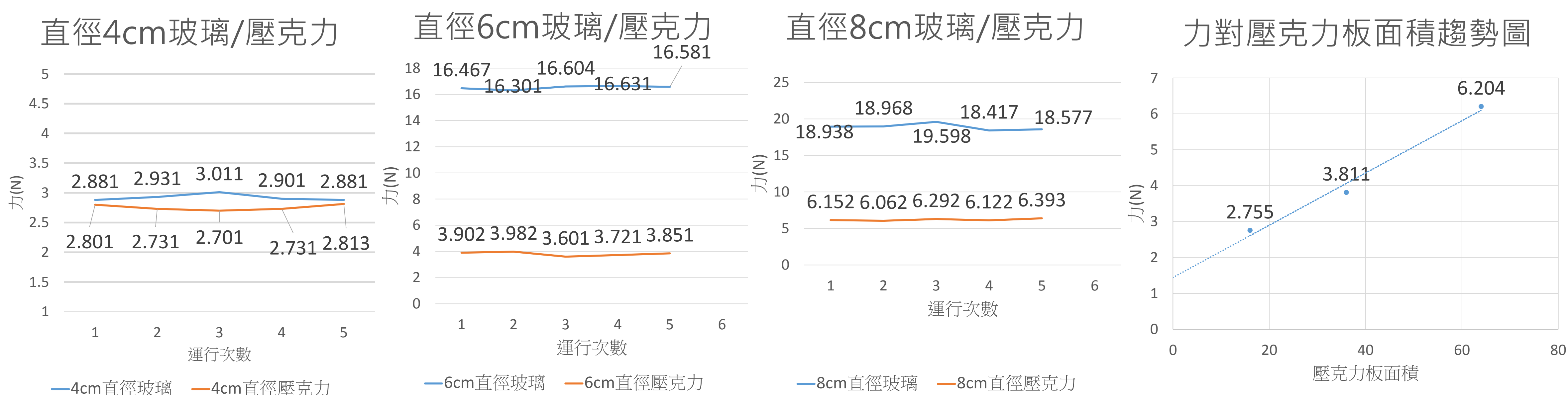
### 研究細目三：探討液體種類與此現象的關係



玻璃板之間若是夾乙醇，兩片玻璃板分開所需的力就會比之間夾水所需的力要小很多。

在溫度 $20^{\circ}\text{C}$ 的情況下，水的表面張力係數為 $7.275 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ，乙醇的表面張力係數為 $2.255 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ，又因為玻璃板半徑相同，而其間又夾了相同體積的液體(30mmL)，因此 $\delta$ 相同。如此便可從方程式② -  $\Delta p = \gamma(2/\delta + 1/R)$ 得知： $\delta$ 、 $R$ 不變時， $\gamma$ 愈大，玻璃板分開所需的拉力愈大。

### 研究細目四：探討物體表面材質與此現象的關係



在玻璃板與壓克力板的半徑 $R$ 相同，所夾的水量體積 $V$ 也相同之下，分開兩玻璃板所需的力比分開兩壓克力板還要大。

我們推測造成此種結果是因為「潤濕」(Wettability)。潤濕是指液體保持和固體表面接觸的能力，是由兩種物質間的黏附力和內聚力所決定的，當黏附力遠大於內聚力時，潤濕性愈大，液體在固體表面鋪展的趨勢愈強。

因玻璃與水的潤濕性比壓克力與水的潤濕性還大，所以當板內所夾水量相同時，水在玻璃板內的鋪平面積會大於水在壓克力板內的鋪平面積，因此 $\delta_{\text{玻璃板}}$ 會小於 $\delta_{\text{壓克力板}}$ ，兩者的 $\gamma$ 又相同，如此便可從方程式② -  $\Delta p = \gamma(2/\delta + 1/R)$ 推得： $\Delta p_{\text{玻璃板}}$ 會大於 $\Delta p_{\text{壓克力板}}$ ，故當 $R$ 、 $V$ 相同時，分開兩玻璃板所需的力會比分開兩壓克力板所需的力還要大。

## 研究結論

- 一. 在兩片玻璃板夾水的實驗裝置下，可由Young-Laplace equation 推得兩片玻璃板間的壓力差： $\Delta p = \gamma(2/\delta + 1/R)$ 。
- 二. 當玻璃板半徑大小固定，水量愈少，兩片玻璃板拉開所需的力就愈大。
- 三. 當水量相同時，圓形玻璃面積愈大，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。
- 四. 玻璃板半徑大小相同，且所夾液體體積相同時，玻璃板之間夾表面張力係數愈大的液體，兩片玻璃板分開所需的力就愈大。
- 五. 當板半徑和板間所夾的水量相同時，因為玻璃與水的潤濕性比壓克力與水的潤濕性還大，因此分開兩玻璃板所需的力會比分開兩壓克力板所需的力還要大。

## 參考資料

- 一. 高世橋、劉海鵬 (2010) . 毛細力學 . 科學出版社
- 二. 成功高中：趙貴賢、鄭羽容 (2014) . 頂天立地的水滴-液體形變能量損耗與等效摩擦力的探討 . 中華民國第54屆全國中小學科學展覽會：高中組物理科
- 三. Morteza Dejam, Hassan Hassanzadeh, Zhangxin Chen (2014) . Shape of Liquid Bridges in a Horizontal Fracture. Avestia Publishing. from <https://jffhmt.avestia.com/2014/001.html>