

中華民國第 58 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

佳作

030114

隨波「阻」流—液體中物體運動研究

學校名稱：新北市立永和國民中學

作者： 國二 蔡杰達 國二 薛睿彥 國二 李昆樺	指導老師： 許宏傑 陳敏華
---	-----------------------------

關鍵詞：流體、阻力係數、物體運動

摘要

本實驗研究物體在液體中運動與阻力的關係，物體在液體中運動所受阻力與多項變因有關，本研究探討鋼珠直徑大小、鋼柱直徑大小、落入液體種類、破水時鋼珠轉速與阻力係數的關係。實驗設計將物體離液面固定高度時使其掉入液中以高速攝影機錄下鋼珠軌跡，再以 tracker 分析時間與鋼珠落下距離數據，探討物體在液體中的阻力係數。

在實驗分析過程中我們嘗試建立一個數學模型，將理論值與實驗數據做比較。最後得知鋼珠之阻力係數與鋼珠直徑平方成正比，圓柱體之阻力係數與圓柱體底面直徑平方成正比；不同體積百分濃度的洗衣精，其阻力係數相關呈 w 形；物體旋轉轉軸與落下方向垂直，轉速愈大阻力愈小；旋轉轉軸與落下方向平行，轉速愈大阻力愈小。





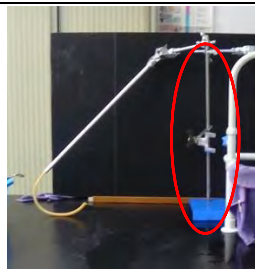
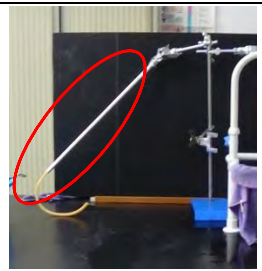





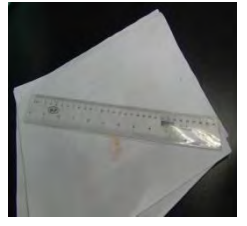
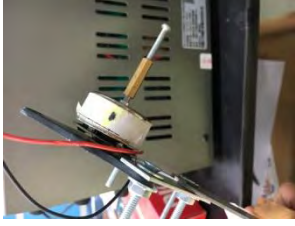







壹、 研究動機

在資優班專題課上課時，理化老師介紹空氣阻力、水中阻力的大小差異，我們進而往前學習在八年級下學期的基本力學、浮力課程，了解到阻力與我們生活息息相關，例如：降落傘會受到空氣阻力的影響；游泳時也會與水的阻力有關；鳥類破水潛入海中抓魚時，鳥喙形狀、入水速度、鳥喙大小都可能與水的阻力有關。因此我們想要透過實驗分析與數學建模的方法，了解液體中物體運動與阻力之關係。數學方法方面，運用理論分析實驗中物體在液體中受力，找出物體在液體中受到阻力與重力影響、落下距離與時間之關係，再與實驗值進行對照分析。

貳、 研究目的

- 一、建立鋼珠掉落於液體的裝置
- 二、不同的鋼珠直徑與阻力係數之關係
- 三、不同的物體形狀之物體與阻力係數之關係
- 四、不同黏滯性之溶液與阻力係數之關係
- 五、不同鋼珠破水轉速與阻力係數之關係

參、 研究設備及器材

			
1000ml 量筒	一匙靈制菌洗衣精	鈦鐵硼磁鐵	鋼珠(各種直徑)
			
鐵架	鐵管	水管	圓柱體(各種截面積)
			
電腦	三腳架	高速攝影機	30 cm 直尺
			
馬達	電源供應器	三用電表	螺絲
			
電線數條	光電計時器(光電管)	開關	0.5 mmφ 漆包線

肆、 研究過程或方法

一、 研究一：建立鋼珠掉落於液體的裝置

若使用手將鋼珠掉入液體中，但手每次舉放高度不同，鋼珠破水初速不一造成誤差。所以我們使用滴定管的夾子進行實驗；而原先使用 100ml 量筒進行實驗，但落下距離過短，數據點過少，為了擴大實驗範圍，於是我們後來改用 1000ml 量筒，數據點較多較為準確。且原先使用 30fps 相機，於 tracker 數據分析時，發現追蹤影格過少，故後來改用 60fps 相機，數據點較多，利於分析。而量筒背景顏色的部分，一開始採用白色底，但是影片中發現鋼珠會反光，呈銀白色造成軟體追蹤分析不易，所以後來採用黑色背景。

二、 實驗步驟

(一) 研究二、改變不同的鋼珠直徑，測量其在液體中的運動情況

在此實驗中，我們曾經採用過各種不同的物體，但物體掉落至量筒底部時，需要使用巨大長形湯匙將其撈出，過程繁複，拿出物體相當困難，故我們想到使用鐵磁性物體，使其易被磁鐵所吸起，較方便操作，其中又以鋼珠最容易取得，選用其進行實驗。以下為實驗一實驗步驟：

1. 取 1000 ml 量筒裝水至液面離管口 5cm。
2. 在液面上方 5cm 處放下直徑 8.00 mm 鋼珠，錄影鋼珠掉落軌跡，重複 20 次。
3. 用 Tracker 軟體分析步驟 2.之影片，記錄其運動，Tracker 版面示意如圖 4-1 所示。
4. 分別取直徑 10.00 mm、12.70 mm、15.80 mm、19.00 mm 的鋼珠，重複步驟 2.~3.

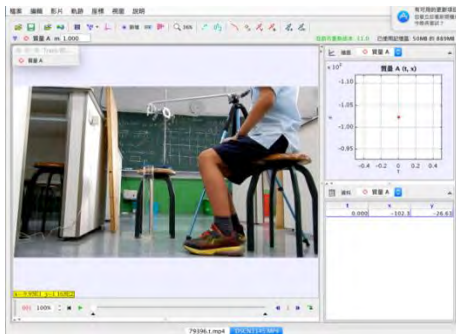


圖4-1. Tracker 版面示意圖

(二) 研究三：改變不同形狀之物體，測量其在液體中的運動狀況

我們起初想選擇了同樣的材質(鋼)，但不同的形狀的物體，例如：三角形、五角形、六角形鋼柱進行實驗，但是大多形狀較難取得，且自行製作較為粗糙，有可能影響到實驗的精準性，也想過使用不同材質的物體，bb 彈，但其質量太小受液體阻力影響會飄移。最後我們使用較好尋找的鋼珠與圓柱鋼柱進行比較。以下為實驗二實驗步驟：

1. 取 1000 ml 量筒裝水至液面離管口 5cm。
2. 在液面上方 5 cm 處放下直徑 18.00 mm、高 12.00 mm 的圓柱體，錄影鋼珠掉落軌跡，重複 20 次。
3. 用 Tracker 軟體分析步驟 2.之影片，記錄其運動。
4. 取直徑 25.00 mm、高 12.00 mm 的圓柱體，重複步驟 2.~3.。

(三) 研究四：改變不同黏滯性液體，測量鋼珠在液體中的運動狀況

使用水及市售的洗衣精(同一批號)進行濃度調整，未稀釋之市售洗衣精濃度定為 100%，定義洗衣精體積濃度 = $\frac{\text{洗衣精體積}}{(\text{洗衣精}+\text{水})\text{體積}} \times 100\%$ ，以此類推，我們調製 0%、10%、25%、30%、37.5%、40%、50%、62.5%、70%、75%、87.5%、100%的洗衣精進行實驗三。以下為實驗三實驗步驟：

1. 取 1000 ml 量筒裝滿濃度 100%的洗衣精至液面離管口 5cm。
2. 在液面上方 5cm 處放下直徑 8.00 mm 的鋼珠，錄影鋼珠掉落軌跡，重複 20 次。
3. 用 Tracker 軟體分析步驟 2. 之影片，記錄其運動。
4. 取直徑 10.00 mm、12.70 mm、15.80 mm、19.00 mm 鋼珠，重複步驟 2.~3.。
5. 取濃度 10%、25%、30%、37.5%、40%、50%、62.5%、70%、75%、87.5%、100% 的洗衣精，重複步驟 2.~4.。

(四) 研究五：改變不同鋼珠破水轉速，測量其在液體中的運動狀況

我們利用以下「第一代」至「第四代」製作鋼珠破水轉速裝置，使鋼珠能在具有轉速度的初始狀態落入液體中。

1. 第一代、利用馬達控制轉速

將鐵釘固定在馬達上，並以吸管包在外圍，在其上繞漆包線多圈，如下圖 4-2 所示，但因為將鐵釘固定在馬達上有技術困難，無法將鐵釘固定在馬達上，與教授討論，嘗試過不同方法，曾使用熱熔膠及鉚槍，製作仍不理想。

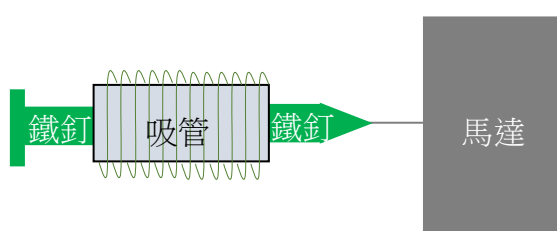


圖 4-2. 第一代裝置示意圖

2. 第二代、利用管子使鋼珠於內滑行調整轉速

使用管子將鋼珠由高處引導至低處，如圖 4-3 所示。但鋼珠轉速很難量化，且過徑小無法使用直徑較大的鋼珠，所以不採用此方案。



圖4-3. 第二代裝置圖

3. 第三代、利用斜面控制轉速

如圖 4-4 所示，我們取一固定管長的管子(管徑 15.6mm)，將管子傾斜不同角度 θ ，

將鋼珠由管口 A 處，以初速為零靜止釋放入管子內，使鋼珠滾動並落入水面，我們藉由改變不同管子傾斜角，以此方法做後續轉動實驗。以下為第三代實驗步驟：

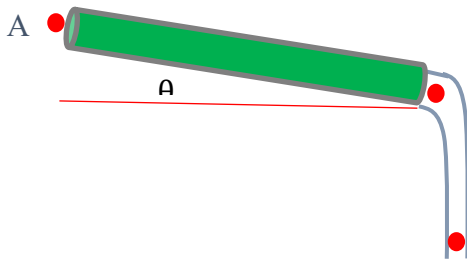


圖4-4. 第三代裝置示意圖

- (1) 取 1000 ml 量筒裝水至液面離管口 5cm。
- (2) $\theta = 26.70$ 度在斜面 A 處放下直徑 4.30 mm 鋼珠，錄影鋼珠掉落軌跡重複 20 次。
- (3) 用 Tracker 軟體分析步驟(2). 之影片，記錄其運動。
- (4) 分別改變不同的 $\theta=39.40$ 度、 48.20 度，重複步驟 (2)~(3)。

4. 第四代、新版馬達轉動裝置

使用螺絲鎖住鐵釘與馬達，以滴定管夾夾住線圈，將馬達放入線圈，如圖 4-6、圖 4-7 所示，分為兩組電路，一組電路連接馬達，一組電路連接線圈。線圈通電時，線圈產生磁力，鐵釘被磁化，因此可以吸附鋼珠，當鐵釘開始旋轉，鋼珠也會隨之旋轉。當斷電之後，磁力消失，鋼珠就以本來的轉速掉落。這個裝置仍有以下數項缺點：

- (1) 光線過於昏暗以致分析時不清楚，於是我們在實驗設施中加裝照明燈。
- (2) 線圈約 1 小時即會過熱，中心材質由原本 PS 轉變為 PVC，熔點較高。
- (3) 電線容易短路或斷路，於是我們使用開關元件串聯於電路上進行調整。
- (4) 由三用電表的數值讀數，發現電流不甚穩定，可能影響馬達轉速。

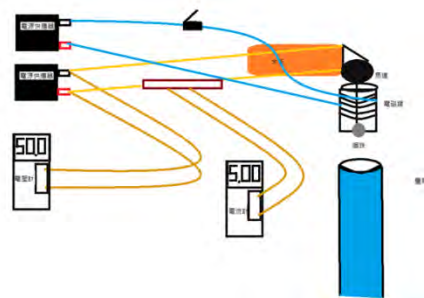


圖 4-5. 第四代旋轉裝置電路圖



圖 4-6. 第四代旋轉裝置圖

伍、 研究結果

一、研究二：改變鋼珠截面積，測量其在水中運動情況

改變鋼珠直徑(8.00、10.00、12.70、15.80、19.00 mm)，測量其落入水中運動，座標軸以水面為 0，往下為負，拍攝 20 次，將其取平均值，限於說明書篇幅呈現 5 次實驗記錄，如表 5-1~表 5-3 紀錄。

表 5-1、直徑 8.00 mm、10.00 mm 鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

t(s)	8.00 mm					10.00 mm				
	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.033	0.0336	0.0320	0.0334	0.0337	0.0370	0.0342	0.0300	0.0321	0.0342	0.0326
0.067	0.0681	0.0657	0.0684	0.0690	0.0724	0.0714	0.0662	0.0702	0.0696	0.0711
0.100	0.102	0.100	0.106	0.103	0.109	0.108	0.099	0.104	0.103	0.106
0.133	0.138	0.134	0.143	0.140	0.142	0.144	0.137	0.147	0.139	0.142
0.167	0.174	0.171	0.180	0.178	0.180	0.185	0.176	0.187	0.176	0.183
0.200	0.213	0.208	0.219	0.217	0.219	0.223	0.214	0.226	0.217	0.218
0.234	0.251	0.245	0.260	0.254	0.261	0.265	0.258	0.269	0.250	0.260
0.267	0.290	0.284	0.300	0.293	0.298	0.304	0.299	0.315	0.293	0.303

表 5-2、直徑 12.70 mm、15.80 mm 鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

t(s)	12.70 mm					10.00 mm				
	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0330	0.0338	0.0342	0.0379	0.0331	0.0338	0.0389	0.0338	0.0353	0.0349	0.0310
0.0670	0.0686	0.0702	0.0791	0.0741	0.0716	0.0794	0.0728	0.0737	0.0732	0.0701
0.100	0.111	0.109	0.118	0.114	0.112	0.121	0.115	0.112	0.113	0.111
0.133	0.154	0.148	0.159	0.155	0.152	0.163	0.157	0.154	0.154	0.152
0.167	0.194	0.188	0.206	0.198	0.196	0.206	0.202	0.198	0.197	0.196
0.200	0.241	0.229	0.248	0.241	0.240	0.250	0.247	0.241	0.241	0.239
0.234	0.283	0.275	0.294	0.286	0.285	0.295	0.290	0.286	0.288	0.286
0.267	0.325	0.317	0.337	0.330	0.333	0.341	0.338	0.332	0.332	0.332

表 5-3、直徑 19.00 mm 鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.033	0.0393	0.0365	0.0388	0.0388	0.0387
0.067	0.0803	0.0810	0.0775	0.0799	0.0830
0.100	0.124	0.123	0.124	0.127	0.128
0.133	0.167	0.169	0.169	0.171	0.172
0.167	0.218	0.214	0.219	0.218	0.220
0.200	0.269	0.266	0.270	0.268	0.272
0.234	0.322	0.318	0.325	0.321	0.319

二、研究三：改變掉落物形狀，測量其在水中運動狀況

接續實驗一，改變相同大小，相同材質(鐵)，掉落物形狀(圓柱體)，測量圓柱體直徑(6.00、8.00、10.00、12.00、16.00 mm)、高 15.00mm，測量其在水中運動情況，如表 5-4 紀錄。



表 5-4、不同直徑之圓柱體，掉落距離(x)與時間(t)之關係

	12.00mm	16.00mm
t(s)	x(m)	x(m)
0.0000	0	0
0.0167	0.0167	-0.0185
0.0334	0.0334	-0.0347
0.0667	0.0667	-0.0670
0.0834	0.0834	-0.0817
0.1001	0.100	-0.097
0.1168	0.117	-0.113
0.1335	0.134	-0.128
0.1668	0.167	-0.159
0.2002	0.200	-0.190
0.2169	0.217	-0.203
0.2336	0.234	-0.218
0.2503	0.250	-0.236
0.2669	0.267	-0.251

三、研究四：改變不同黏滯性液體，測量物體在液中運動狀況

依照研究過程與方法，改變不同濃度洗衣精，測量物體在不同濃度液體中運動情況，如表 5-5~表 5-8 紀錄。

表 5-5、直徑 10.00mm 鋼珠於不同濃度洗衣精中，掉落距離(x)與時間(t)之關係

濃度(%)	0	25	37.5	50	62.5	75	100
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000
0.017	-0.0167	-0.0261	-0.0183	-0.0199	-0.0197		-0.0157
0.033	-0.0340	-0.0470	-0.0376	-0.0412	-0.0383		-0.0322
0.050	-0.0519	-0.0696	-0.0589	-0.0618	-0.0592		-0.0455
0.067	-0.0705	-0.0896	-0.0804	-0.0825	-0.0811		-0.0586
0.083	-0.0883	-0.110	-0.104	-0.103	-0.102		-0.0732
0.100	-0.107	-0.129	-0.125	-0.124	-0.123		-0.0853
0.117	-0.126	-0.153	-0.149	-0.145	-0.144		-0.0995
0.133	-0.145	-0.178	-0.170	-0.167	-0.164		-0.1112
0.150	-0.165	-0.195	-0.194	-0.190	-0.187		-0.1241
0.167	-0.190	-0.218	-0.218	-0.211	-0.208		-0.1371
0.184	-0.208	-0.240	-0.242	-0.234	-0.229		-0.1489
0.200	-0.225	-0.264	-0.268	-0.257	-0.252		-0.1601
0.217	-0.247	-0.285	-0.291	-0.279	-0.274		-0.1724
0.234	-0.264	-0.315	-0.317	-0.303	-0.296		-0.1848

表 5-6、直徑 12.70mm 鋼珠於不同濃度洗衣精中，掉落距離(x)與時間(t)之關係

濃度(%)	0	25	37.5	50	62.5	75	100
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000		0.000	0.000	0.000	0.000
0.0167	-0.0159	-0.0207		0.0128	-0.0214	-0.0170	-0.016
0.0334	-0.0343	-0.0419		0.0300	-0.0440	-0.0338	-0.031
0.0500	-0.0537	-0.0633		0.0473	-0.0693	-0.0511	-0.046
0.0667	-0.0733	-0.0865		0.0660	-0.0942	-0.0705	-0.061
0.0834	-0.0932	-0.110		0.0885	-0.121	-0.0916	-0.075
0.100	-0.1139	-0.132		0.110	-0.148	-0.113	-0.090
0.117	-0.1342	-0.155		0.133	-0.174	-0.133	-0.105

0.133	-0.1556	-0.179		0.153	-0.202	-0.156	-0.119
0.150	-0.1767	-0.201		0.180	-0.232	-0.176	-0.134
0.167	-0.1988	-0.226		0.199	-0.259	-0.196	-0.147
0.184	-0.2204	-0.250		0.220	-0.287	-0.218	-0.162
0.200	-0.2431	-0.274		0.245	-0.315	-0.24	-0.176
0.217	-0.266	-0.298		0.271		-0.262	-0.190
0.234	-0.2887	-0.324		0.295		-0.283	-0.204

表 5-7、直徑 15.80mm 鋼珠於不同濃度洗衣精中，掉落距離(x)與時間(t)之關係

濃度(%)	0	25	37.5	50	62.5	75	100
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0167	-0.0161	-0.0216	-0.0183	-0.0211	-0.0188	-0.0183	-0.0191
0.0334	-0.0337	-0.0427	-0.0369	-0.0426	-0.0406	-0.0378	-0.0348
0.0500	-0.0521	-0.0659	-0.0586	-0.0623	-0.0641	-0.0562	-0.0516
0.0667	-0.0710	-0.0902	-0.0798	-0.0831	-0.0879	-0.0786	-0.0673
0.0834	-0.0909	-0.114	-0.102	-0.106	-0.112	-0.101	-0.0841
0.100	-0.110	-0.138	-0.126	-0.129	-0.137	-0.123	-0.101
0.117	-0.131	-0.163	-0.150	-0.153	-0.163	-0.147	-0.118
0.133	-0.151	-0.187	-0.174	-0.177	-0.187	-0.171	-0.134
0.15	-0.173	-0.214	-0.197	-0.202	-0.213	-0.194	-0.151
0.167	-0.194	-0.240	-0.223	-0.227	-0.240	-0.218	-0.168
0.184	-0.216	-0.266	-0.249	-0.254	-0.266	-0.242	-0.184
0.200	-0.238	-0.292	-0.274	-0.280	-0.290	-0.267	-0.201
0.217	-0.261	-0.320	-0.301	-0.306	-0.314	-0.291	-0.218
0.234	-0.284	-0.347	-0.327	-0.332		-0.316	-0.234

表 5-8、直徑 19.00mm 鋼珠於不同濃度洗衣精中，掉落距離(x)與時間(t)之關係

濃度(%)	0	25	37.5	50	62.5	75	100
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000		0.000	0.000	0.000	0.000
0.0167	-0.0192	-0.0222		0.0128	-0.0187	-0.0211	-0.0200
0.0334	-0.0375	-0.0438		0.0300	-0.0413	-0.0446	-0.0380
0.0500	-0.0604	-0.0683		0.0473	-0.0650	-0.0672	-0.0565
0.0667	-0.0833	-0.0922		0.0660	-0.0897	-0.0917	-0.0768
0.0834	-0.1091	-0.116		0.0885	-0.116	-0.116	-0.0956

0.100	-0.132	-0.142		0.110	-0.144	-0.142	-0.115
0.117	-0.1579	-0.166		0.133	-0.172	-0.168	-0.134
0.133	-0.1826	-0.195		0.153	-0.198	-0.194	-0.156
0.150	-0.209	-0.224		0.180	-0.225	-0.219	-0.175
0.167	-0.234	-0.249		0.199	-0.253	-0.245	-0.194
0.184	-0.259	-0.276		0.22	-0.278	-0.270	-0.214
0.200	-0.288	-0.304		0.245	-0.303	-0.291	-0.235
0.217	-0.316	-0.327		0.271	-0.324		-0.255
0.234	-0.345	-0.354		0.295			-0.275

四、研究五：不同鋼珠破水轉速與阻力之關係

使用直徑 4.3mm 的鋼珠，改變不同斜面角度 θ (26.7°、39.4°、48.2°)，測量物體在水中運動情況，紀錄於下表 5-9~表 5-13。

表 5-9、比較不同斜面角度在水中，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

斜面角度	26.7°	39.4°	48.2°
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000
0.0083	-0.0184	-0.0161	-0.0127
0.0167	-0.0349	-0.0292	-0.0242
0.0250	-0.0489	-0.0410	-0.0339
0.0334	-0.0608	-0.0516	-0.0437
0.0417	-0.0717	-0.0608	-0.0520
0.0459	-0.0763	-0.0651	-0.0561
0.0542	-0.0854	-0.0735	-0.0627
0.0667	-0.0980	-0.0852	-0.0737
0.0709	-0.103	-0.0889	-0.0775
0.0793	-0.110	-0.0960	-0.0830
0.0834	-0.114	-0.0995	-0.0868
0.0918	-0.120	-0.106	-0.0930
0.100	-0.128	-0.113	-0.0987
0.104	-0.130	-0.115	-0.102
0.108	-0.135	-0.119	-0.104
0.117	-0.142	-0.125	-0.109

表 5-10、直徑 8.00 mm 鋼珠於不同電壓轉速下，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

電壓(v)	4	5	6	7
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
轉速(rps)	19.09	18.93	20.65	20.42
0.000		0.000	0.000	0.000
0.0170		-0.0197	-0.0210	-0.0210
0.0330		-0.0374	-0.0380	-0.0418
0.0500		-0.0539	-0.0573	-0.0605
0.0670		-0.0716	-0.0763	-0.0796
0.0830		-0.0888	-0.0959	-0.0982
0.100		-0.108	-0.115	-0.119
0.117		-0.128	-0.135	-0.139
0.134		-0.147	-0.156	-0.159
0.150		-0.168	-0.175	-0.180
0.167		-0.187	-0.196	-0.201
0.184		-0.211	-0.215	-0.221
0.200		-0.233	-0.236	-0.241
0.217		-0.255	-0.258	-0.264
0.234		-0.278	-0.279	-0.285
0.250		-0.298	-0.299	-0.306

表 5-11、直徑 10.00 mm 鋼珠於不同電壓轉速下，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

電壓(v)	4	5	6	7
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
轉速(rps)	18.89	19.61	20.29	20.47
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0170	-0.0131	-0.0212	-0.0152	-0.0158
0.033	-0.0317	-0.0417	-0.0318	-0.0313
0.050	-0.0501	-0.0611	-0.0502	-0.0521
0.067	-0.0685	-0.0816	-0.0696	-0.0725
0.083	-0.0900	-0.104	-0.0893	-0.0924
0.100	-0.109	-0.122	-0.110	-0.114
0.117	-0.130	-0.146	-0.131	-0.136
0.134	-0.149	-0.164	-0.150	-0.157
0.150	-0.170	-0.187	-0.171	-0.179

0.167	-0.191	-0.209	-0.191	-0.199
0.184	-0.211	-0.232	-0.212	-0.223
0.200	-0.234	-0.253	-0.234	-0.244
0.217	-0.257	-0.277	-0.257	-0.265
0.234	-0.278	-0.300	-0.278	-0.287
0.250	-0.301	-0.324	-0.301	-0.311

表 5-12、直徑 12.70 mm 鋼珠於不同電壓轉速下，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

電壓(v)	4	5	6	7
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
轉速(rps)	18.70	18.89	18.70	19.26
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0170	-0.0163	-0.0194	-0.0159	-0.0169
0.0330	-0.0344	-0.0374	-0.0321	-0.0353
0.0500	-0.0521	-0.0568	-0.05	-0.0561
0.0670	-0.0729	-0.0776	-0.068	-0.0762
0.0830	-0.0941	-0.0978	-0.0882	-0.0975
0.100	-0.115	-0.118	-0.107	-0.121
0.117	-0.137	-0.140	-0.126	-0.142
0.134	-0.158	-0.161	-0.146	-0.163
0.150	-0.179	-0.183	-0.165	-0.185
0.167	-0.202	-0.205	-0.186	-0.209
0.184	-0.224	-0.228	-0.207	-0.231
0.200	-0.249	-0.252	-0.228	-0.256
0.217	-0.271	-0.275	-0.249	-0.280
0.234	-0.297	-0.299	-0.272	-0.304
0.250	-0.321	-0.323	-0.293	-0.329

表 5-13、直徑 15.80 mm 鋼珠於不同電壓轉速下，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

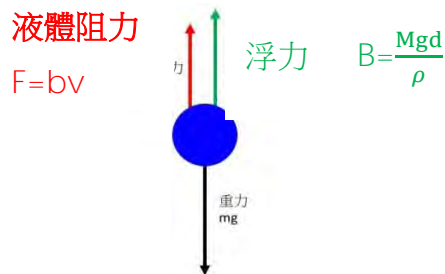
電壓(v)	4	5	6	7
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
轉速(rps)	18.89	19.31	20.74	21.20
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.017	-0.0157	-0.0154	-0.0152	-0.0150
0.033	-0.0347	-0.0329	-0.0337	-0.0310
0.05	-0.0517	-0.0527	-0.0521	-0.0508

0.067	-0.0726	-0.0729	-0.0724	-0.0716
0.083	-0.0940	-0.0958	-0.0935	-0.0925
0.1	-0.1160	-0.1190	-0.1135	-0.1144
0.117	-0.1384	-0.1422	-0.1363	-0.1390
0.134	-0.1586	-0.1654	-0.1568	-0.1609
0.15	-0.1812	-0.1899	-0.1804	-0.1848
0.167	-0.2044	-0.2140	-0.2035	-0.2080
0.184	-0.2273	-0.2387	-0.2272	-0.2334
0.2	-0.2517	-0.2632	-0.2505	-0.2592
0.217	-0.2759	-0.2895	-0.2749	-0.2839

陸、 研究分析與討論

一、 實驗原理

我們推測阻力與速度成正比，因此我們自行假設 $F=bv$ ，其中 b 為我們自行假設的阻力常數，且在同一種溶液中 b 為定值，不同形狀之物體其 b 也不相同。



又當物體落入水中，分析所受的力，根據 $\sum F = ma$ ，可得 $mg - bv - \frac{m d g}{\rho} = ma$ 。其中 ρ 為物體密度、 d 為液體密度。我們在研究中要進行物體在液體中落下距離(x)與時間(t)之間的關係探討，但因為速度與加速度接隨時間而變，故自行運用微分一階非齊次方程解法如下：

$$mg - bv - \frac{m d g}{\rho} = mv'$$

進行求解可得

$$x = \left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b} \right) t - \frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b} e^{-\frac{b}{m}t} + \frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b}$$

二、實驗數據分析方法

由上述實驗原理可知落下距離(x)與時間(t)的關係為 $x = \left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b}\right) t -$

$$\frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b} e^{-\frac{b}{m}t} + \frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b}, \text{將 } t \text{ 一次項係數 } \left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b}\right) \text{ 令為 } k, \text{得 } x = kt - \frac{f m}{b} e^{at} + f,$$

但因指數項過小，故可在某些情況下忽略 $\frac{f m}{b} e^{at}$ 。其中， $\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b} = k$ ，得 $b = \frac{\rho m g - m d g}{k \rho}$ 。

三、實驗結果討論

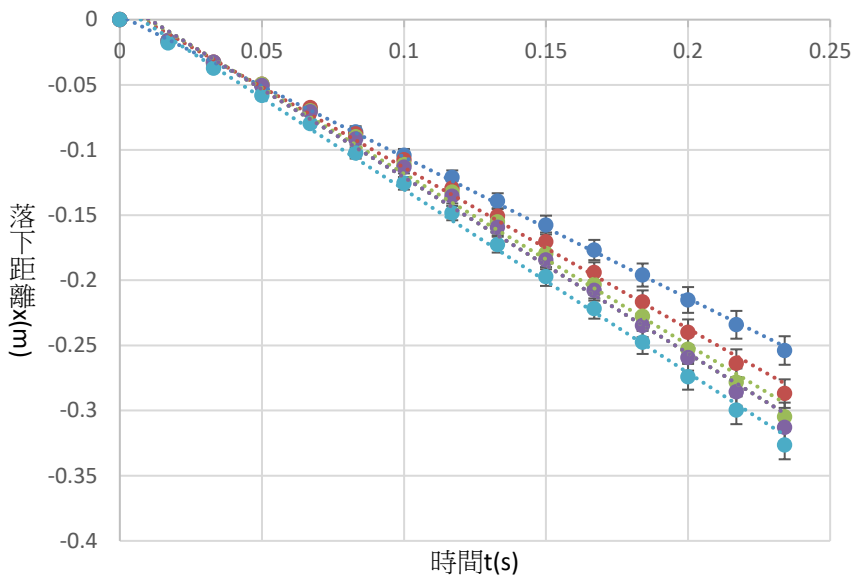
(一) 討論不同直徑鋼珠，對阻力係數的影響

將表 5-1~表 5-3 的數據，分別討論不同鋼珠直徑各位置之關係，求取平均值，作表 6-1，以時間對不同鋼珠的落下距離作圖 6-1。

表 6-1、不同鋼珠直徑，鋼珠的掉落距離(x)與時間(t)之關係

時間(s) 落下距離(m) 鋼珠直徑(mm)	8.00	10.00	12.70	15.80	19.00
t(s)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)	x(m)
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.0170	-0.0156	-0.0167	-0.0159	-0.0161	-0.0192
0.0330	-0.0336	-0.0340	-0.0343	-0.0337	-0.0375
0.0500	-0.0508	-0.0519	-0.0537	-0.0521	-0.0604
0.0670	-0.0683	-0.0705	-0.0733	-0.0710	-0.0833
0.0830	-0.0854	-0.0883	-0.0932	-0.0909	-0.1091
0.1000	-0.103	-0.107	-0.114	-0.110	-0.132
0.117	-0.122	-0.126	-0.134	-0.131	-0.158
0.134	-0.139	-0.145	-0.156	-0.151	-0.183
0.150	-0.158	-0.165	-0.177	-0.173	-0.209
0.167	-0.176	-0.190	-0.199	-0.194	-0.234
0.184	-0.196	-0.208	-0.220	-0.216	-0.259
0.200	-0.215	-0.225	-0.243	-0.238	-0.288
0.217	-0.235	-0.247	-0.266	-0.261	-0.316
0.234	-0.254	-0.264	-0.289	-0.284	-0.345

不同直徑鋼珠其落下距離x與時間t的關係



線性擬合方程式	
8mm :	$x = -0.2767t - 0.0025$, $R^2 = 0.9971$
10mm :	$x = -0.3021t + 0.0071$, $R^2 = 0.9985$
12.7mm :	$x = -0.3177t + 0.0035$, $R^2 = 0.999$
15.8mm :	$x = -0.3262t + 0.0065$, $R^2 = 0.9973$
19mm :	$x = -0.3767t + 0.0071$, $R^2 = 0.998$

● 8mm ● 10mm ● 12.7mm ● 15.8mm ● 19mm

圖 6-1 不同直徑鋼珠，落下距離 x 時間 t 圖

而我們要將實驗結果與實驗原理進行對照，故使用以下方法：

以落下距離(x)與時間(t)的關係作圖得到結果，一開始先使用線性擬合得趨勢線，當其 $R^2 > 0.99$ 時，即採用一次線性擬合，忽略指數項；當其 $R^2 < 0.99$ 時，代表一次線性擬合方式不夠精準，因此使用 $x = kt - \frac{f m}{b} e^{at} + c$ 擬合方式。在研究一，因 R^2 皆大於 0.99，故採用一次

線性擬合。由圖 6-1 可知時間對鋼珠落下距離的趨勢線斜率即為原理式 $x = kt - \frac{f m}{b} e^{at} +$

f 中之 k 值，而 $\frac{f m}{b}$ 過小，故忽略此項，並討論 $b = \frac{D m g - m d g}{k D}$ 與 $C = \frac{b}{L^2}$ ，其中 L 為鋼珠直徑，

測量得鋼珠密度 $D=7800\text{kg/m}^3$ ，水密度 $d=1000\text{kg/m}^3$ ，計算得不同直徑鋼珠之 b 值、 C 值，紀錄於表 6-2。

表 6-2、不同直徑鋼珠 k 、 b 、 C 值之關係

鋼珠直徑	(鋼珠直徑) ²	k	b	C
8.00mm	64	-1.09	0.0162	0.0258
10.00mm	100	-1.11	0.0313	0.0313
12.70mm	161	-1.22	0.0588	0.0365
15.80mm	250	-1.24	0.113	0.0451
19.00mm	361	-1.49	0.164	0.0454

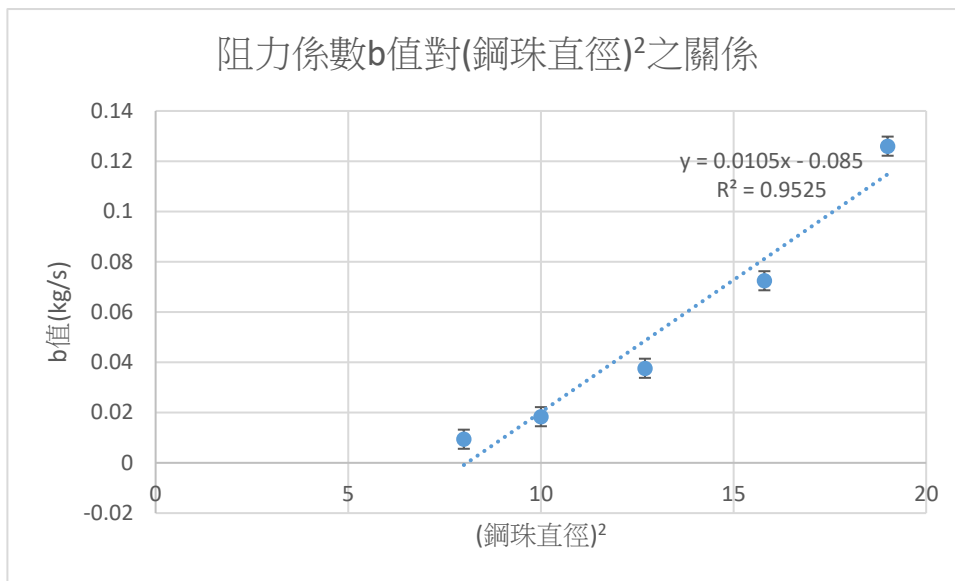
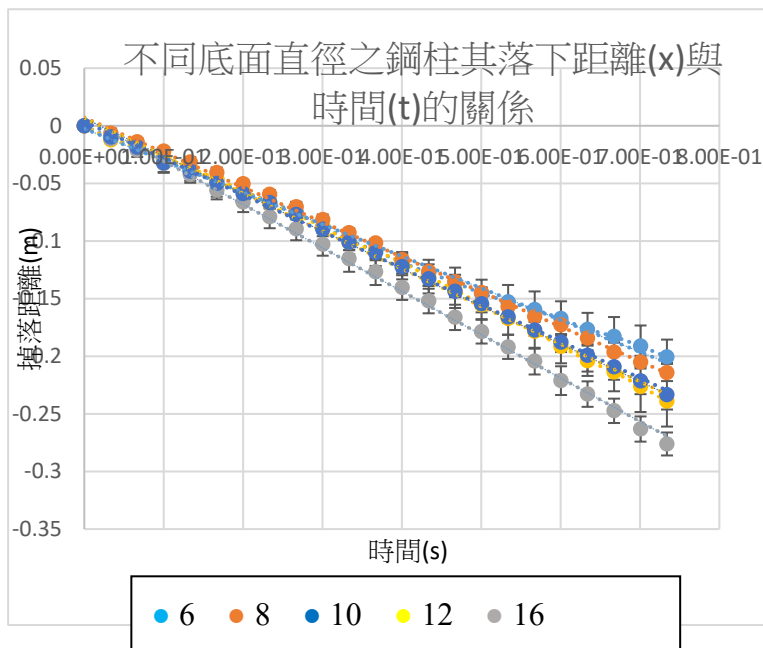


圖 6-2 不同直徑鋼珠與阻力係數 b 的關係

1. 由圖 6-2 可觀察到，阻力係數與鋼珠直徑的平方成正比。
2. 當鋼珠截面積越小時，所產生的阻力係數的關係也就越小，也就是阻力係數與鋼珠截面積成正比。

(二) 討論不同物體形狀，其掉落在液中運動情況

將表 5-4 的數據分別討論不同圓柱體底面直徑各位置之關係，求取平均值作圖如下：



線性擬合方程式

6mm :
 $x = -0.2767t - 0.0025$, $R^2 = 0.9971$

8mm :
 $x = -0.3021t + 0.0071$, $R^2 = 0.9985$

10mm :
 $x = -0.3177t + 0.0035$, $R^2 = 0.999$

12mm :
 $x = -0.3262t + 0.0065$, $R^2 = 0.9973$

16mm :
 $x = -0.3767t + 0.0071$, $R^2 = 0.998$

圖 6-3 不同直徑鋼柱落下距離(x)與時間(t)的關係

表 6-3、不同圓柱體直徑與 k、b、C 值之關係

	圓柱體截面 ² (cm ²)	k 斜率	b(kg/s)	c(kg/s·m ²)
6.00mm	0.36	-0.2728	0.1232	0.3422
8.00mm	0.64	-0.2958	0.1924	0.3006
10.00mm	1	-0.3821	0.2327	0.2327
12.00mm	1.44	-0.3349	0.3824	0.2656
16.00mm	2.56	-0.3193	0.7130	0.2785

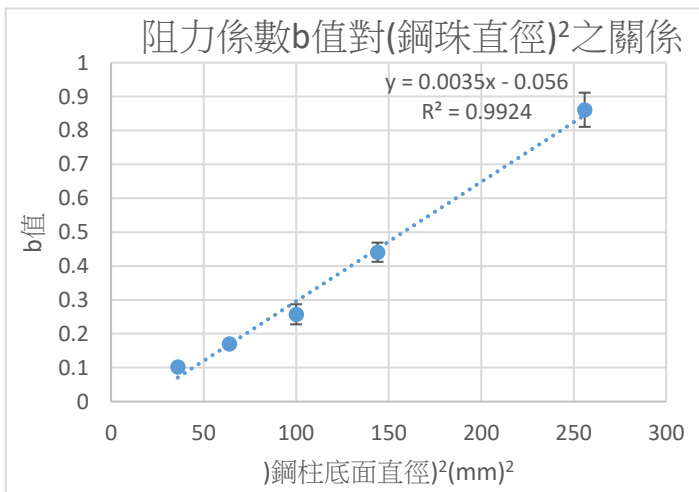


圖 6-4.圓柱體 b 值與底面直徑之關係

1. 由圖 6-4 此可觀察到，阻力係數與鋼柱直徑的平方成正比。
2. 當圓柱體截面積越小時，阻力係數也就越小，也就是阻力係數與鋼柱截面積成正比。

表 6-4、鋼珠與圓柱體 k 、 b 、 C 值之關係表

直徑	8.00	10.00	12.70	15.80	19.00	6.00	8.00	10.00	12.00	16.00
截面積	0.503	0.785	1.270	1.960	2.840	0.283	0.503	0.785	1.130	2.010
b	0.0165	0.0313	0.0588	0.113	0.164	0.102	0.170	0.258	0.441	0.8610
k	1.08	1.11	1.21	1.22	1.46	0.27	0.30	0.37	0.33	0.32
C	0.0258	0.0313	0.0365	0.0451	0.0454	0.3422	0.3006	0.2327	0.2656	0.2785

(三) 討論改變不同液體，其掉落在液中運動情況

我們在此實驗中，採用一匙靈抗菌洗衣精，100%表一匙靈抗菌洗衣精，50%表體積一半為水、一半為一匙靈抗菌洗衣精，其他濃度以此類推。

將表 5-5~表 5-8 的數據，分別討論不同鋼珠直徑各位置之關係，求取平均值

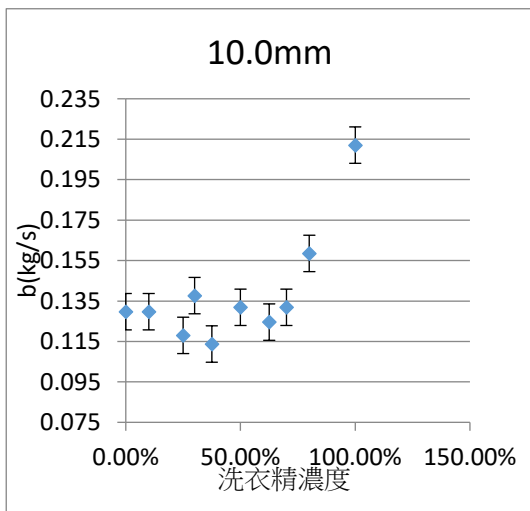


圖 6-5 10.00 mm 鋼珠之 b 與濃度的關係

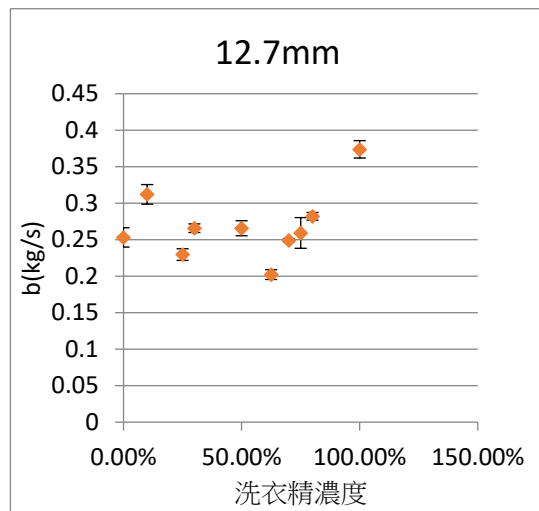


圖 6-6 12.70mm 鋼珠之 b 與濃度的關係

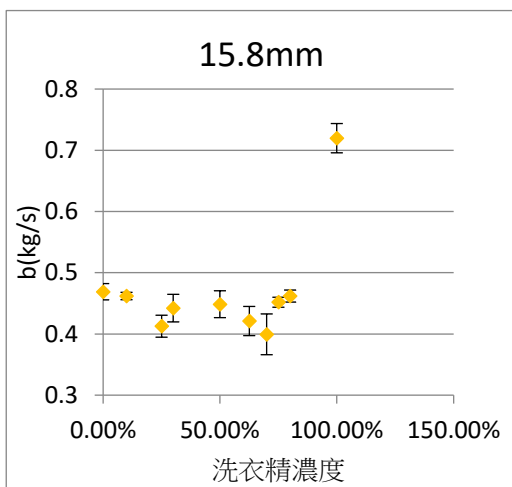


圖 6-7. 15.80 mm 鋼珠之 b 與濃度的關係

1. 由圖 6-5~圖 6-7 可知，阻力係數與洗衣精濃度近似一個「w」形關係，非線性關係。
2. 在洗衣精濃度 60%以上，洗衣精濃度愈大，阻力係數愈大；但在洗衣精濃度 60%以下，濃度與阻力係數無正相關，推測可能水及洗衣精混合時，洗衣精溶液較滑膩，故其摩擦力較小，超過了洗衣精對鋼珠的黏稠性，使得阻力係數較小。
3. 100%洗衣精阻力係數大於水。

(四) 討論改變旋轉角速度，測量其在液中運動狀況

根據表 5-9，做不同斜面角度落下之鋼珠距離-時間圖，圖 6-14

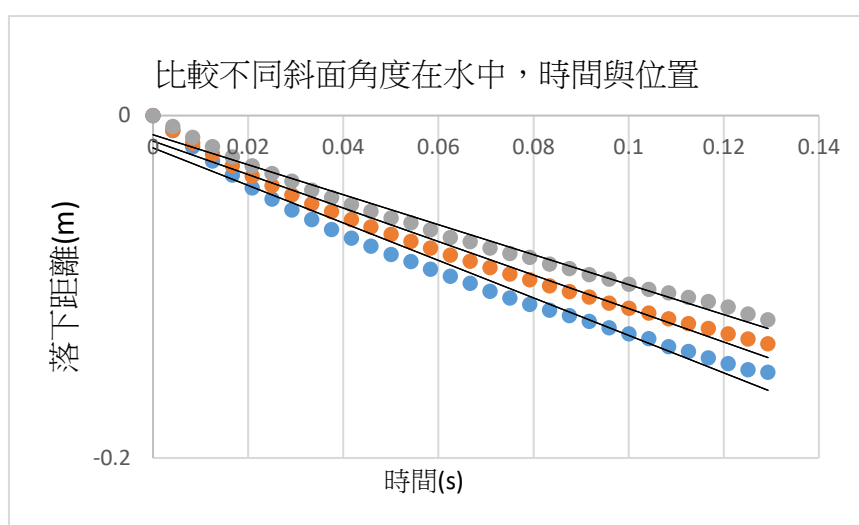


圖 6-8 討論不同旋轉角速度與阻力之關係

灰色代表 26.7°之擬合方程式 $x = -0.8753t - 0.0112$ ， $R^2 = 0.9841$ ，橘色代表 39.4°之擬合方程式 $y = -0.9781x - 0.0149R^2 = 0.9805$ 、藍色代表 48.2°之擬合方程式 $y = -1.0947x - 0.0189R^2 = 0.974$ 由於用此擬合方式皆不理想($R^2 < 0.99$)，故採用 $x = kt - \frac{f m}{b} e^{at} + f$ 擬合方式，使用線上

軟體 QuickFit。而鋼珠轉速，依照理論計算，與斜面角度 θ 之關係如下：

設 l 為管長， I 為轉動慣量， ω 為角速度，圓球轉動慣量為 $\frac{2}{5}mr^2$ ，將鋼珠由 A 點落下至 B 點過程中，利用力學能守恆原理，並假設鋼珠為純滾動，因此鋼珠於 A 點的位能，轉換成其落至 B 點時的轉動動能與質心移動動能，計算如下：

鋼珠於 A 點的位能為 $mgl \sin(\theta)$ ，鋼珠落至 B 點時的轉動動能為 $\frac{1}{2}I\omega^2$ ，質心移動動能為 $\frac{1}{2}mv^2$

$$mgl \sin(\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2, \quad mgl \sin(\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mr^2 \omega^2, \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{10 gl \sin(\theta)}{7 r^2}}$$

在此鋼珠直徑 4.3mm、質量 1.44g，根據上述理論，進行轉速的計算。

在上述式中 $\omega = \sqrt{\frac{10 gl \sin(\theta)}{7 r^2}}$ ，帶入不同的角度，以 48.2° 為例， $\omega = \sqrt{\frac{10 \times 9.8 \times \sin(48.2)}{7 \times (\frac{4.3}{2 \times 1000})^2}}$

由表 6-6 可知，當物體落下角度愈大，轉速愈大，其阻力 b 值就愈小。

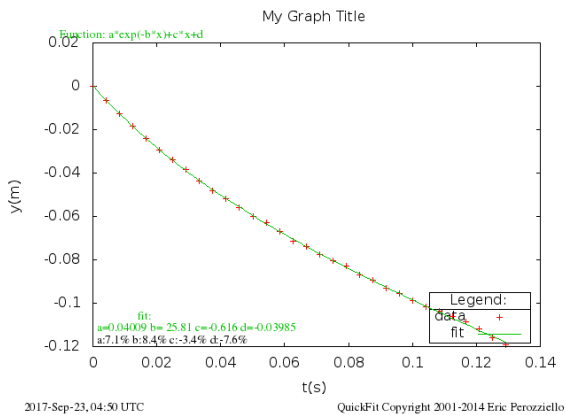


圖 6-9. 角度 26.7°，鋼珠落下距離-時間圖

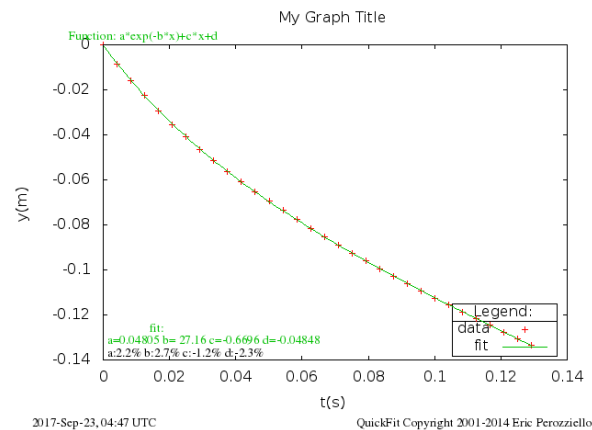


圖 6-10. 角度 39.4°，鋼珠落下距離-時間圖

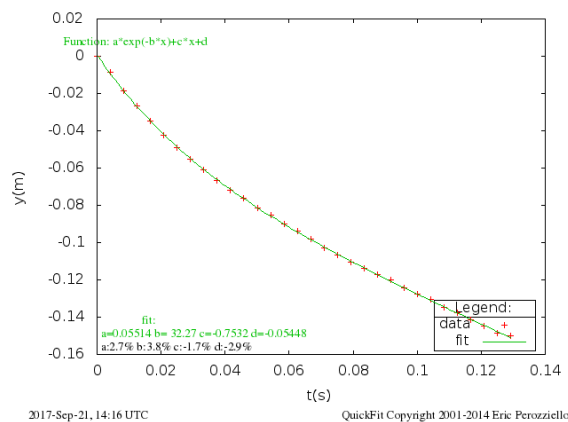


圖 6-11. 角度 48.2°，鋼珠落下距離-時間圖

表 6-5、物體由不同角度的斜面落下，落下距離與時間關係圖、轉速與 b 值比較表

角度(°)			
26.7	擬合線 $y = 0.04009e^{-25.81t} - 0.6160t - 0.03985$		
	b	0.00484	轉速(rad/s)
39.4	擬合線 $y = 0.04804e^{-27.16t} - 0.6696t - 0.04848$		
	b	0.004452	轉速(rad/s)
48.2	擬合線 $y = 0.05514e^{-32.37t} - 0.7532t - 0.05448$		
	b	0.00395	轉速(rad/s)

根據表 5-10~表 5-13，探討控制不同電壓情形下，鋼珠阻力的關係，將阻力係數求得結果整理與下表 6-7：

果整理與下表 6-7：

表 6-6、討論不同旋轉角速度與阻力之關係

鋼珠直徑 (mm)	電壓(V)	4.00	5.00	6.00	7.00
8.00	<i>b</i>	0.0160	0.0154	0.0149	<i>k</i>
	<i>k</i>	1.11	1.16	1.20	1.10
10.00	<i>b</i>	0.0309	0.0300	0.0279	0.0294
	<i>k</i>	1.13	1.16	1.25	1.18
12.70	<i>b</i>	0.0502	0.0503	0.0479	0.0545
	<i>k</i>	1.42	1.42	1.49	1.31
15.80	<i>b</i>	0.106	0.106	0.116	0.103
	<i>k</i>	1.39	-1.43	-1.38	-1.37

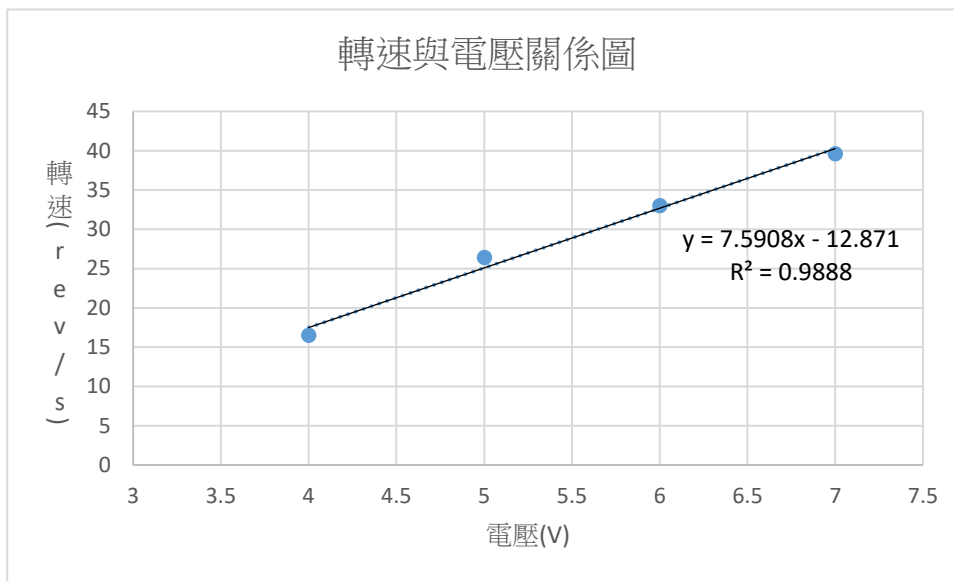


圖 6-12 馬達電壓與轉速的關係圖

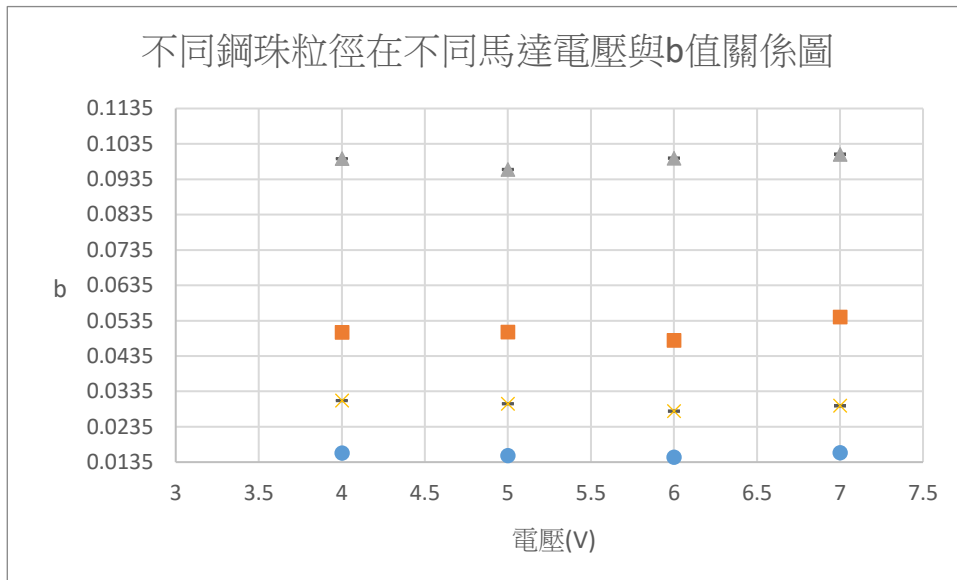


圖 6-13. 馬達電壓與阻力係數關係圖

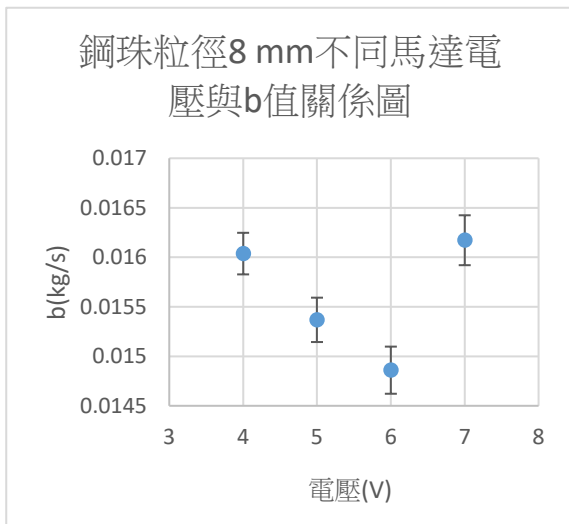


圖 6-14. 鋼珠粒徑 8 mm 之電壓與 b 關係圖

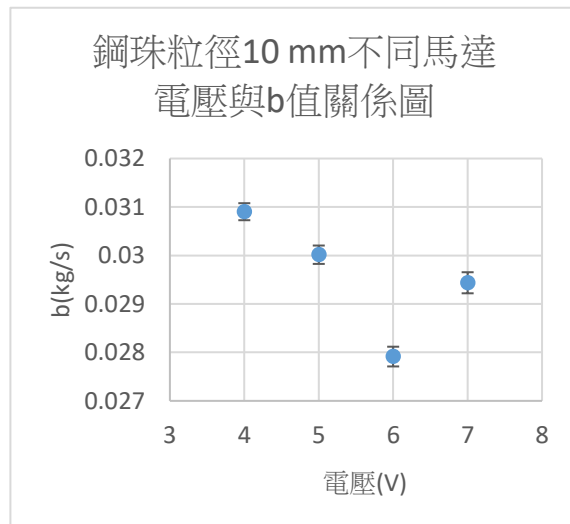


圖 6-15. 鋼珠粒徑 10 mm 之電壓與 b 關係圖

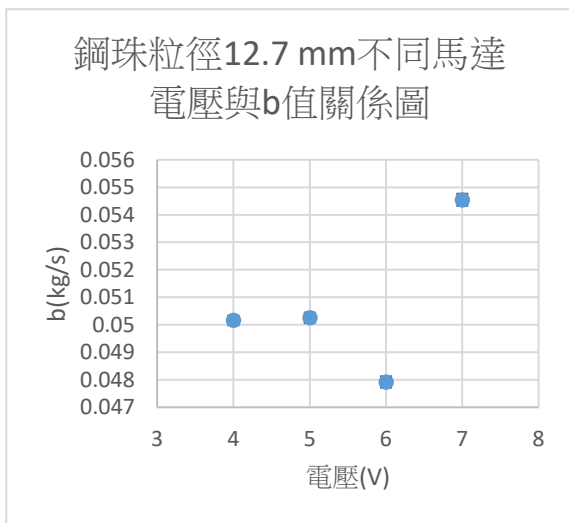


圖 6-16. 鋼珠粒徑 12.7 mm 之電壓與 b 關係圖

1. 由圖 6-12 我們得到在 3V~6V，電壓愈大，阻力係數愈大，但馬達電壓超過 6V，阻力係數反而變小。
2. 我們做的分析與垂直掉落有關係，但是鋼珠轉動時會有不同方向的運動，所以我們的模擬無法完全模擬轉速的情況。
3. 根據圖 6-14~6-16 可知，伏特數愈大，阻力係數與小。我們在 tracker 影片中有看到鋼珠落下時向旁偏移，推測鋼珠掉落時擾動水流導致水平位移，但我們計算的阻力係數是垂直方向，所以推論水平轉動與阻力係數沒有太大的關係。
4. 未來我們想做垂直方向的旋轉與阻力的關係，因為在垂直方向的轉動會破壞鋼珠後面的擾動尾流，使得鋼珠不易被後方的擾動尾流拖曳。
5. 分別使用第三代與第四代裝置進行實驗，第三代使用斜面角度改變轉速、第四代使用馬達電壓改變轉速。其中第三代由於轉動為垂直方向，得到：轉速愈大，阻力係數愈小的結果；第四代由於鋼珠水平方向旋轉，得到轉速愈大，阻力係數愈小。

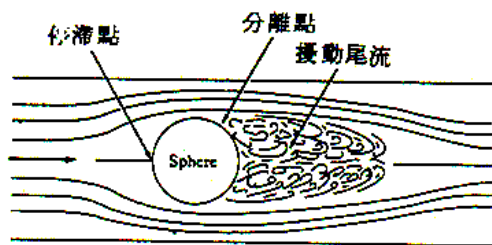


圖 6-18. 討論不同旋轉角速度與阻力之關係

柒、 結論

- 一、透過了解物體在液體中所受重力、浮力之合力，力圖分析得到 $mg - bv - \frac{m d g}{D} = m v'$ ，並解微分方程得到 $x = kt - \frac{f m}{b} e^{at} + f$ ，整理得到 $b = -am$ ， $b = \frac{D m g - m d g}{k D}$ ，後來我們採用 b ，因為其誤差較小。這篇報告中，均以 b 代表阻力係數。
- 二、根據研究，我們發現了物體阻力與不同變因的關係如下：

- (一) **鋼珠直徑**：阻力係數與直徑大小成正比，我們認為物體接觸到液體的面積越大，所以阻力就越大。
- (二) **物體形狀**：實驗分析與討論發現圓柱體之阻力係數較圓球之阻力係數大，我們推測因為圓柱體邊緣較銳利，故阻力係數較大，我們推論愈趨近流線形之物體，其阻力係數越小，因為在其後的擾動尾流越少。
- (三) **洗衣精濃度**：實驗結果發現洗衣精濃度與阻力係數呈現不規則關係，近似一個「w」形，在洗衣精濃度 60%以上，洗衣精濃度愈大，阻力係數愈大，但在洗衣精濃度 60%以下，濃度與阻力係數無正相關，代表洗衣精稀釋時，介面活性劑與水內部產生變化造成液體滑膩，改變摩擦力與阻力大小。
- (四) **破水轉速**：實驗結果分為兩種，第一種為**第三代**轉動裝置，物體旋轉轉軸與落下方向垂直，轉速愈大，阻力愈小；第二種為**第四代**轉動裝置，旋轉轉軸與落下方向平行，轉速愈大，阻力愈小。我們認為轉軸與行進方向不同，阻力係數會受影響，改變物體後方之擾動尾流，使得阻力下降，且轉速越快，阻力也就越小。

三、未來願景

- (一) 研究二討論不同形狀之物體與阻力的關係，希望討論生物界鳥類不同鳥喙形狀，對於其破水抓魚，受阻力的情形，希望未來能以 3D 列印或其他方式自製各種形狀物體進行探討，這也是我們的最後目標，與生物專題同學共同研究。
- (二) 在研究五中，我們嘗試自製使鋼珠轉動、利用電磁鐵控制鋼珠自動掉落的裝置，並利用調整不同電壓探討相對應轉速對阻力的影響，研究五讓馬達進行「水平旋轉」，經查閱網站我們發現光電計時器可以運用於測量轉速，但是國中實驗室沒有光電計時器，未來我們想編寫 Arduino 程式，自行設計光電計時器，對馬達進行測速，再接續「鉛直旋轉」的實驗。

捌、 參考資料及其他

- 一、Cengel, Y., & Cimbala, J. (2006). Fluid mechanics fundamentals and applications (in si units)
- 二、費曼物理學講義。吳玉書、師明睿（譯）（2010）。台北：天下文化。
- 三、物理(上)。洪儒熙、方淳民、黃仁偉（2011）。出版社：全華圖書。
- 四、羅輯.古晏承.郭家辰 中華民國第四十五屆中小學科學展覽會高中組物理科《動流體間阻力探討》

【評語】 030114

相當有趣的研究主題，雖然在該問題上已經累積了相當的研究成就成果。實驗結果與理論預測相當吻合，顯示該作品的嚴謹，有良好的實驗裝置。另一方面，該組成員也提出了相當新穎令人驚艷的發現，即轉速與阻力間的極小最佳化關係。該發現值得進一步探討，其中應有深刻物理意涵。期盼未來能在這問題上進一步探討。

研究摘要

本實驗研究物體在液體中運動與阻力係數的關係，物體在液體中運動所受阻力與多項變因有關，本研究探討鋼珠粒徑大小、液體種類、破水時鋼珠旋轉轉速與阻力係數的關係。實驗設計將鋼珠離水面固定高度時使其掉入水中以高速攝影機錄下鋼珠軌跡，再以 tracker 分析時間與鋼珠落下距離數據，探討鋼珠在液體中受到阻力。







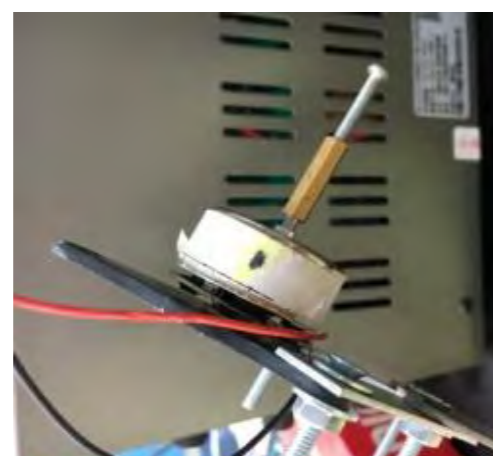



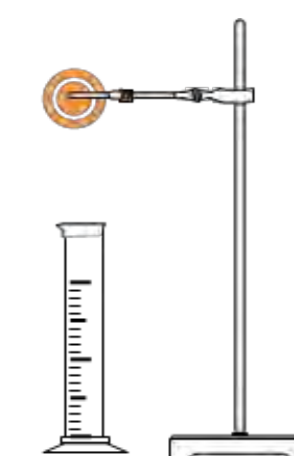
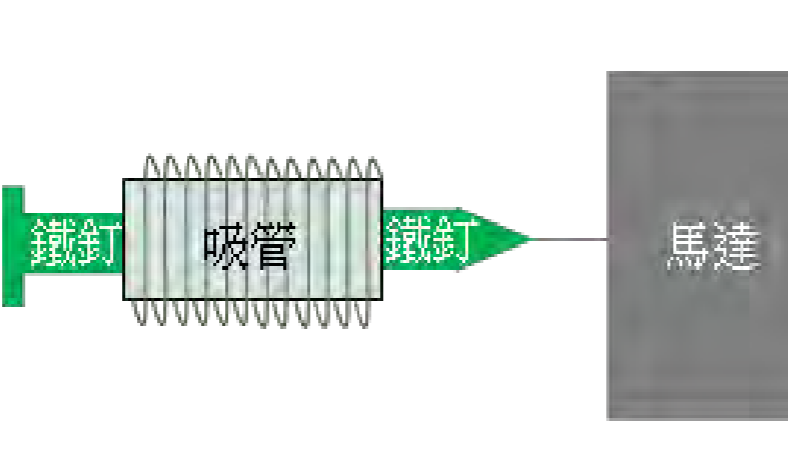
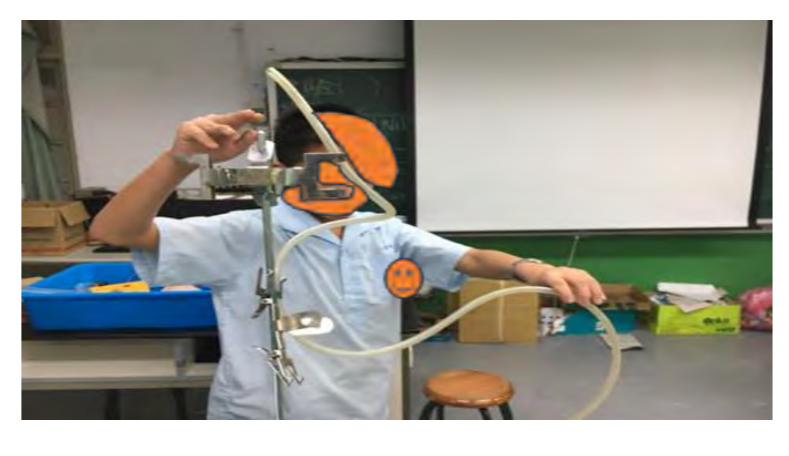
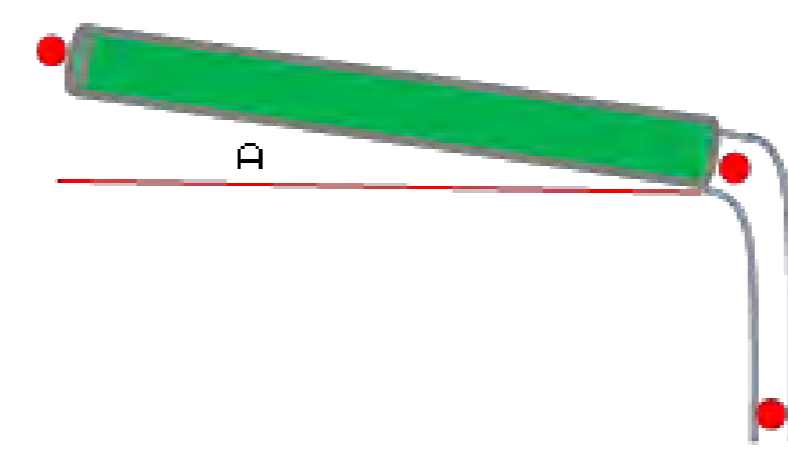
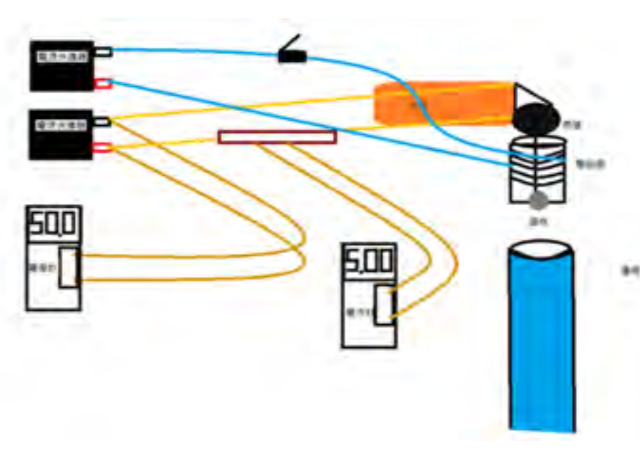
壹、研究動機

阻力與我們生活息息相關，降落傘與空氣阻力有關；游泳與水的阻力有關。因此我們想研究不同液體中物體運動與阻力的關係，透過實驗、物理理論與數學公式等方面，加以探究。

貳、研究目的

1. 建立鋼珠掉落於液體的裝置
2. 不同的鋼珠粒徑與阻力係數之關係
3. 不同形狀之物體與阻力係數之關係
4. 不同黏滯性之溶液與阻力係數之關係
5. 不同鋼珠破水轉速與阻力係數之關係

參、研究設備及器材

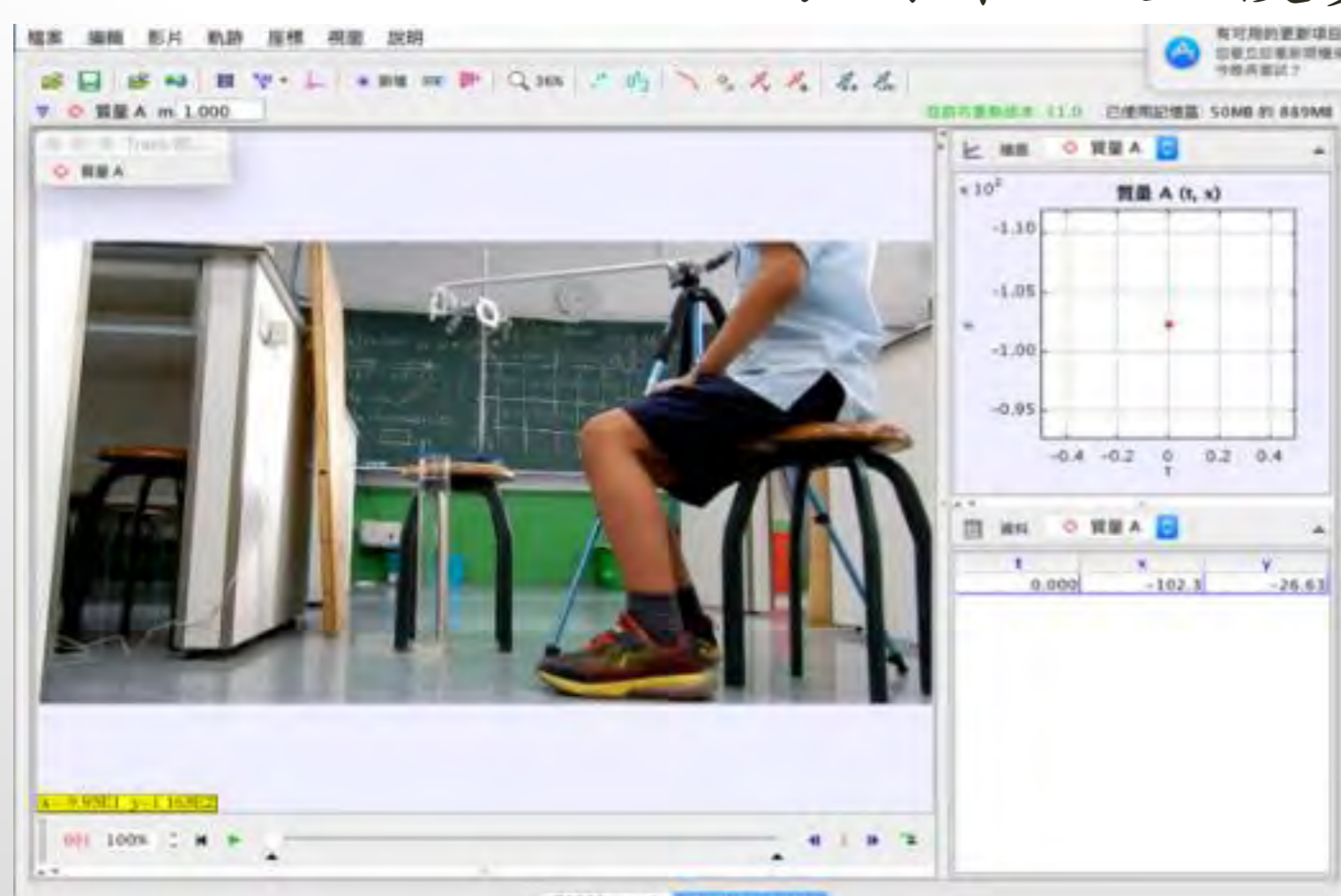
				
1000ml量筒	洗衣精	釹鐵硼磁鐵	鋼珠	圓柱體
				
轉動裝置(III)	轉動裝置(IV)	電源供應器	高速攝影機	三用電表
				
物體掉落裝置	轉動裝置I	轉動裝置II	轉動裝置III	轉動裝置IV

肆、研究過程或方法

- 研究一：建立物體掉落裝置。
- 研究二：改變鋼珠粒徑，測量其落入水中運動。
- 研究三：接續研究二，改變相同大小，相同材質(鐵)，掉落物形狀(圓柱體)。
- 研究四：物體在不同濃度洗衣精(0%、10%、30%、37.5%、40%、50%、62.5%、75%、87.5、100%)中運動。
- 研究五：測量物體在不同旋轉角速度下落入水中的運動狀況。
使用粒徑4.3mm的鋼珠，改變不同斜面角度 θ ，測量物體在水中運動情況。

一、實驗步驟

1. 取1000 ml量筒裝水至液面離管口5cm。
2. 在液面上方5cm處放下粒徑8.00 mm鋼珠，錄影鋼珠掉落軌跡，重複20次。
3. 用Tracker軟體分析步驟2.之影片，記錄其運動，Tracker版面示意如圖一所示。
4. 分別取粒徑10.00 mm、12.70 mm、15.80 mm、19.00 mm的鋼珠，重複步驟2.~3.



圖一

二、實驗原理

1. 我們自行假設 $F=bv$
根據 $\Sigma F = ma$ ，
可得 $mg - bv - \frac{m d g}{D} = ma$
2. 我們在研究中要進行物體在液體中落下距離(x)與時間(t)之間的關係探討，但因為速度與加速度接隨時間而變，故運用微分方程進行求解可得：

$$x = \left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{D b} \right) t - \frac{\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{D b} + v_0}{b} m e^{-\frac{b}{m} t} + \frac{\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{D b} + v_0}{b} m$$

液體阻力
 $F=bv$

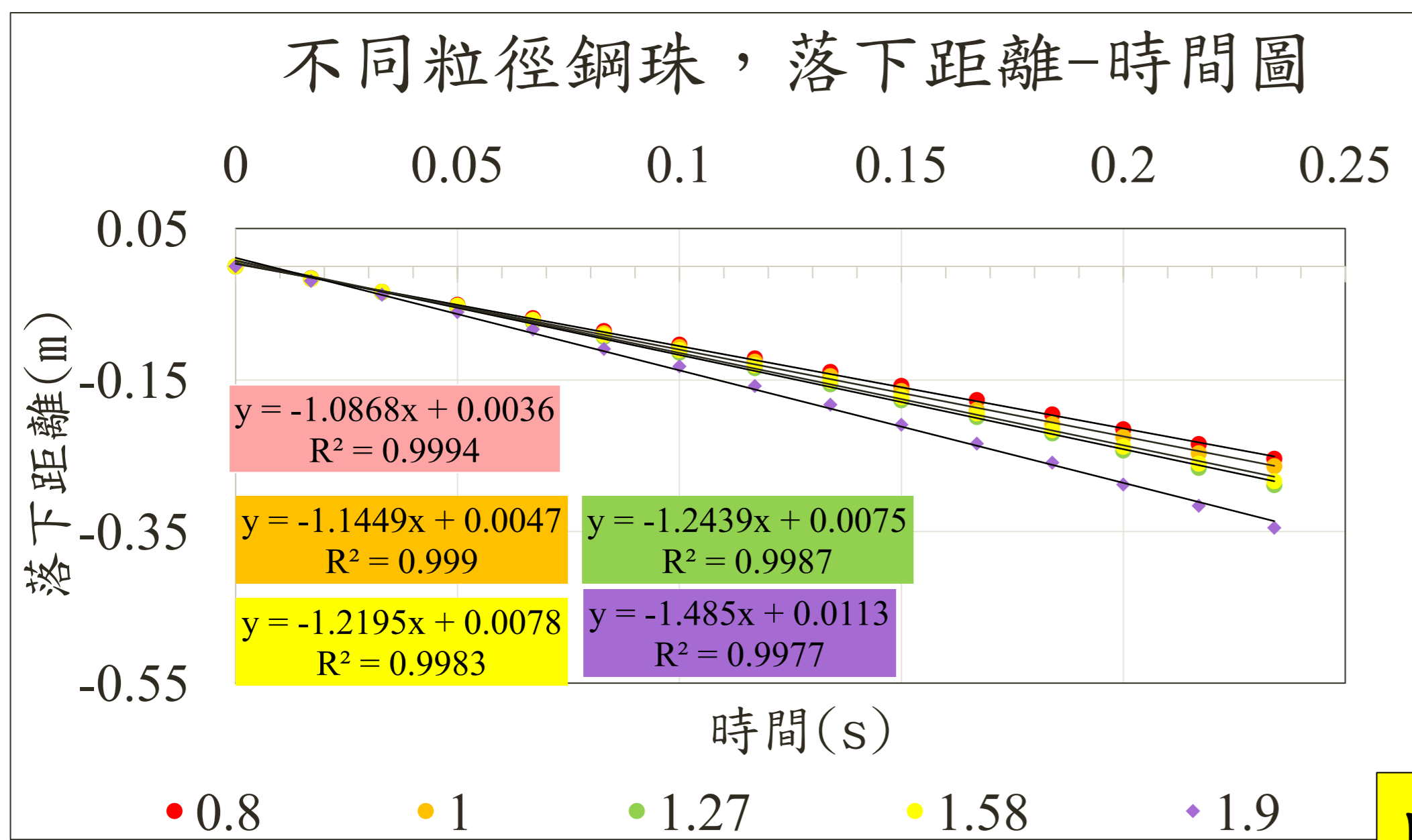
浮力 $B = \frac{Mgd}{D}$

重力
 mg

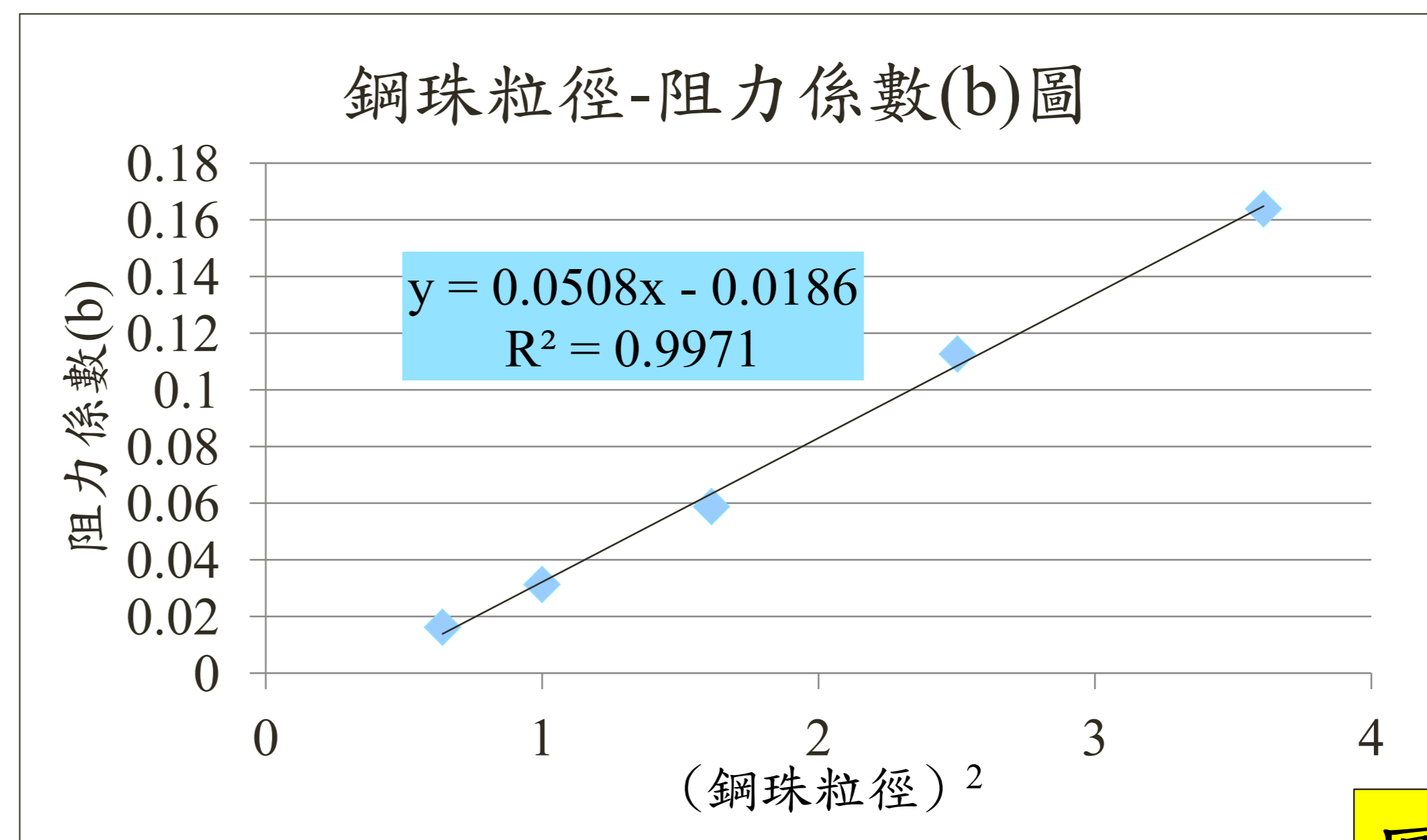
圖二

伍、研究結果

研究二：改變鋼珠粒徑，測量其在水中運動情況



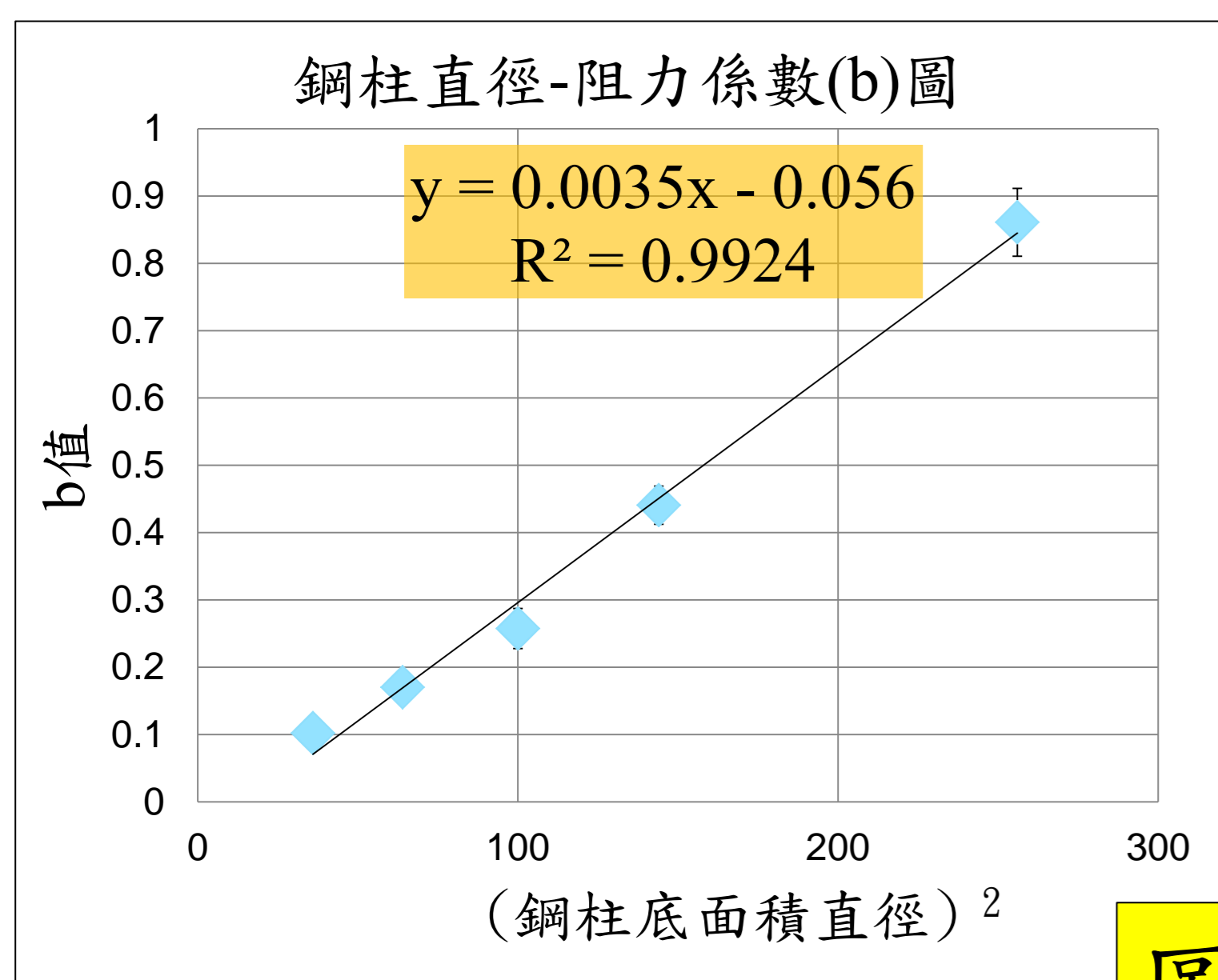
圖三



圖四

1. 阻力係數與粒徑平方成正比。
2. 阻力係數與粒徑平方的比值即為c值，紀錄於下表中與圓柱比較。

研究三：改變掉落物形狀，測量其在水中運動狀況



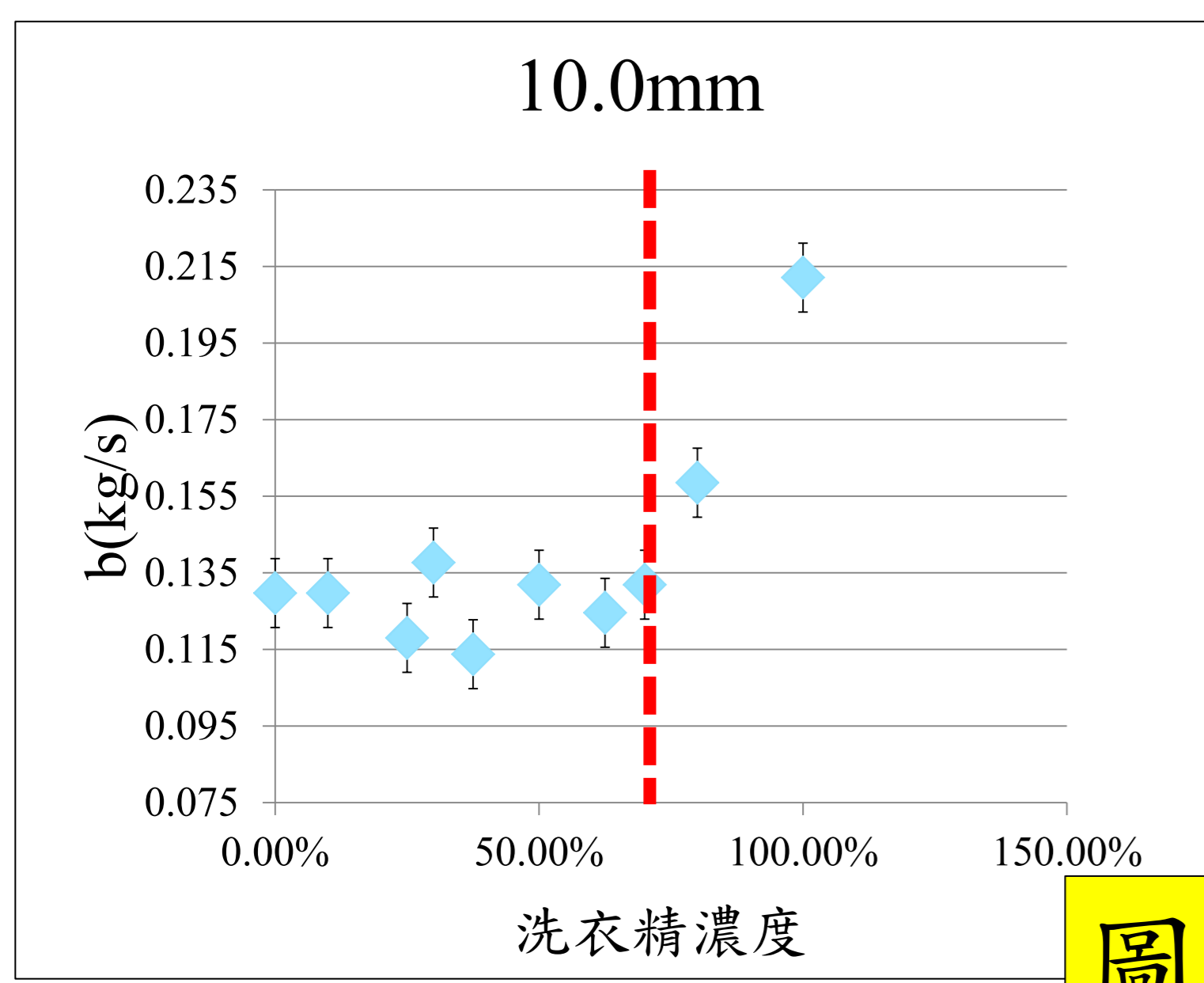
圖五

	圓柱體截面 ² (cm ²)	k斜率	b(kg/s)	c(kg/s·m ²)
6.00mm	0.36	-0.2728	0.1232	0.3422
8.00mm	0.64	-0.2958	0.1924	0.3006
10.00mm	1	-0.3821	0.2327	0.2327
12.00mm	1.44	-0.3349	0.3824	0.2656
16.00mm	2.56	-0.3193	0.7130	0.2785

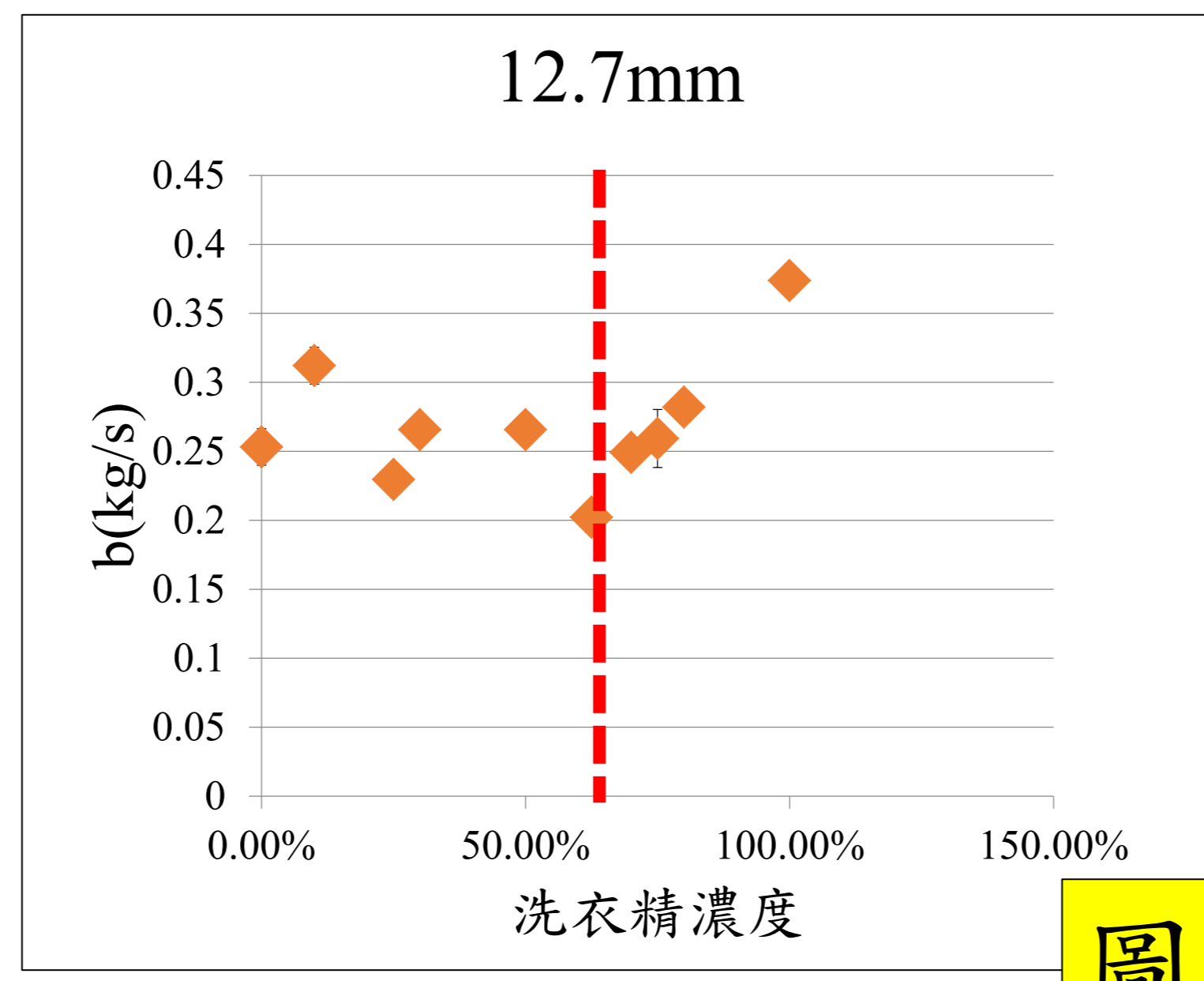
表一

1. 阻力係數與底面積直徑平方成正比。

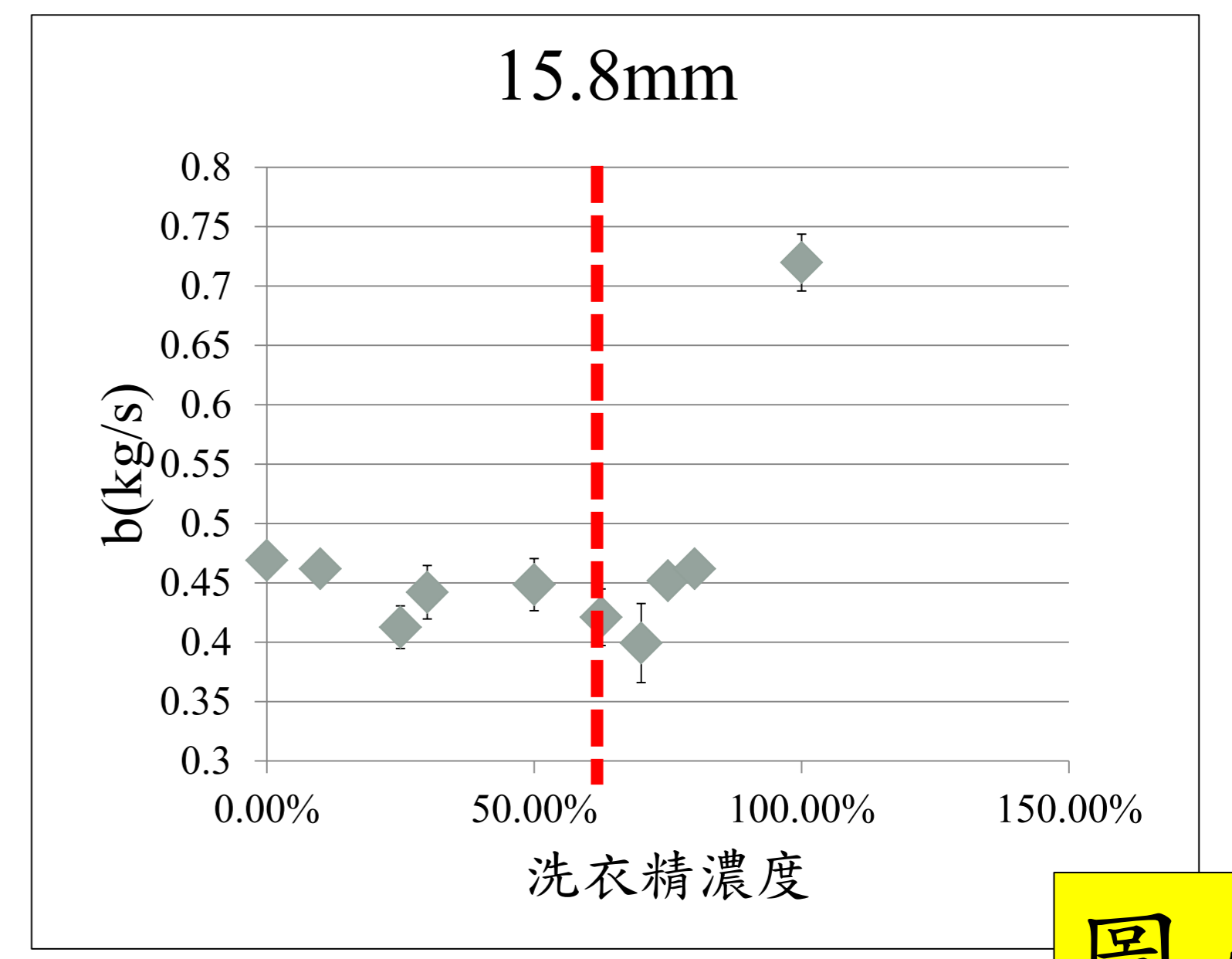
研究四：改變不同黏滯性液體，測量物體在液中運動狀況



圖六



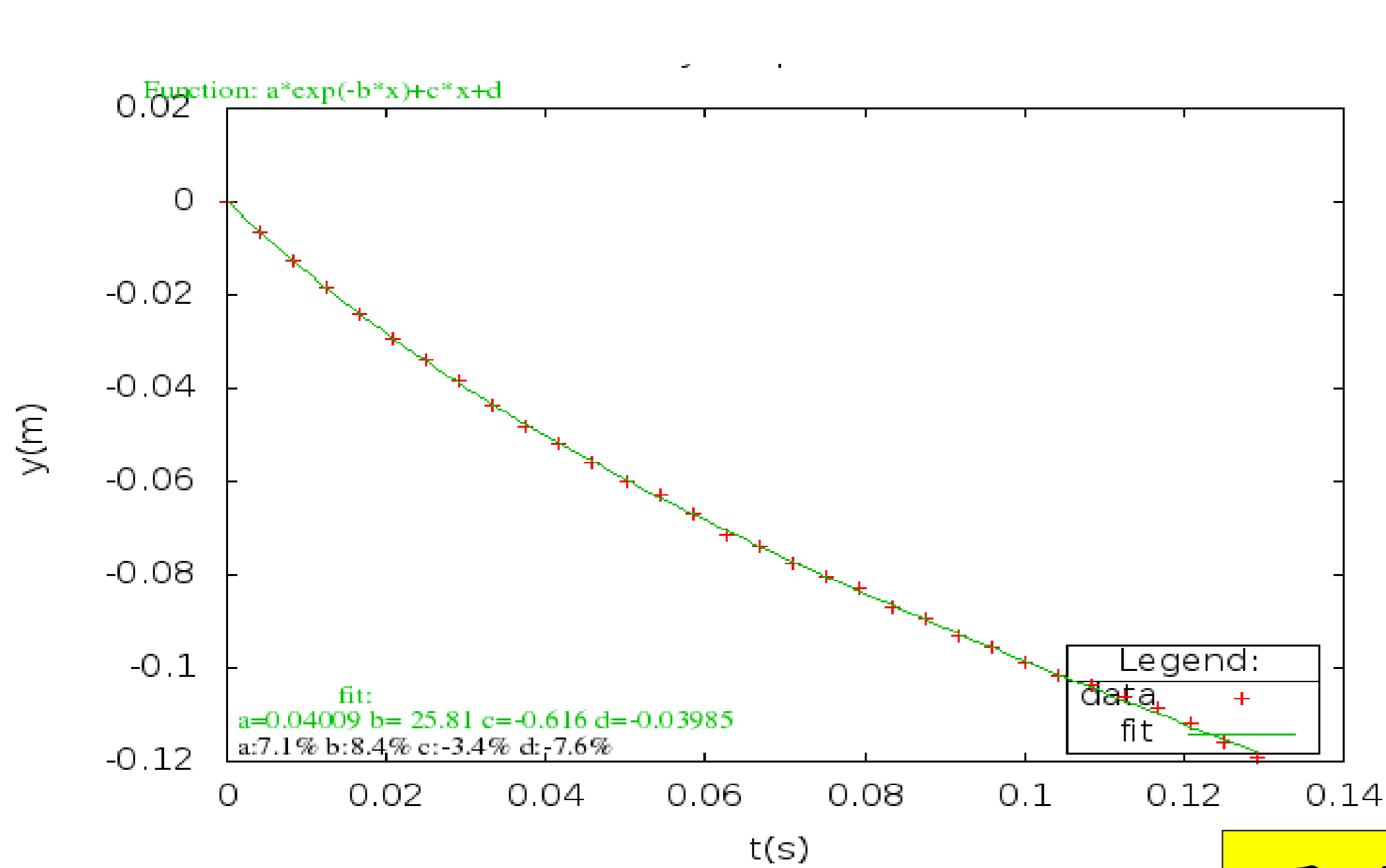
圖七



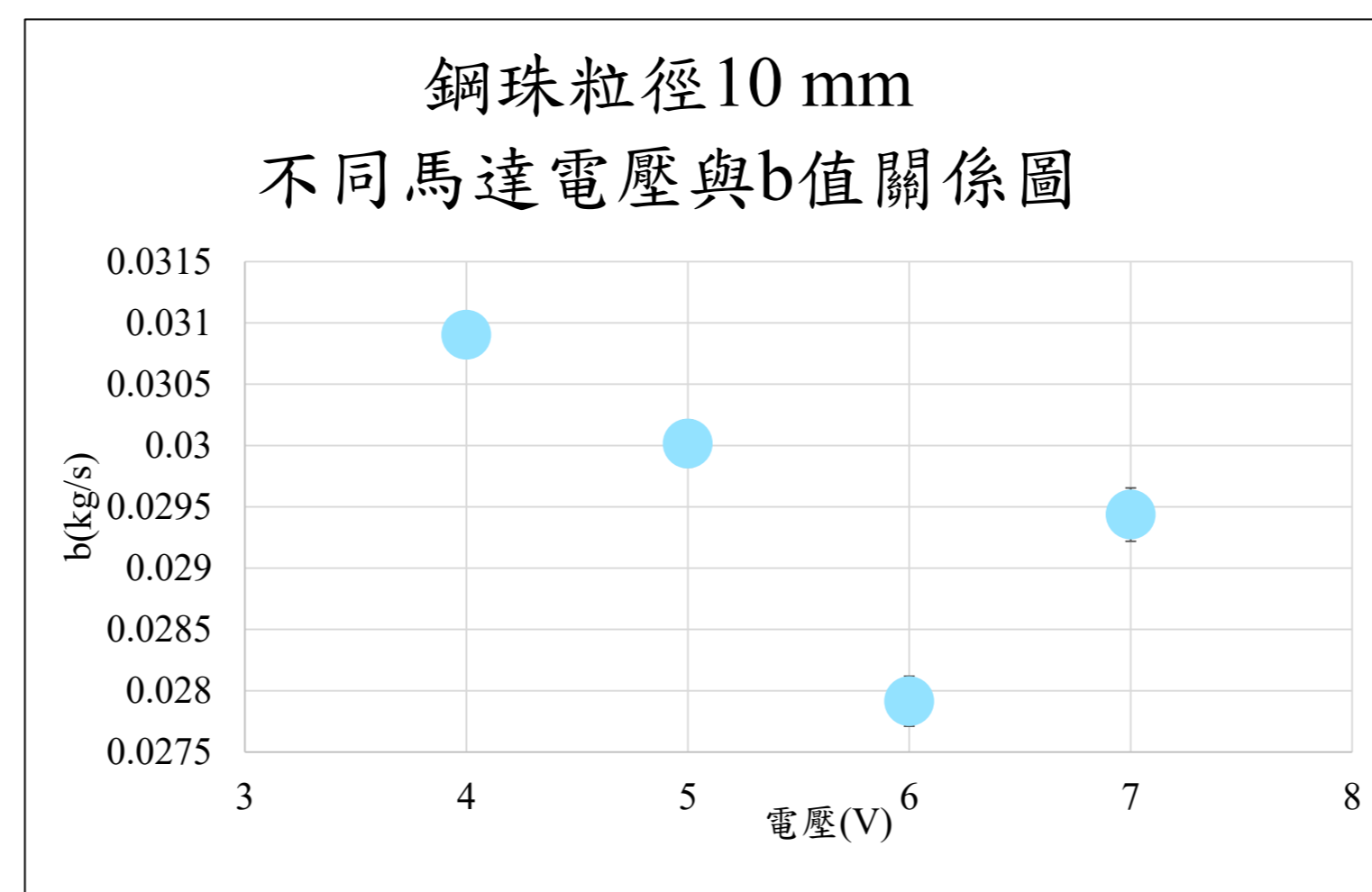
圖八

1. 10.00mm、12.70mm、15.80mm、19.10mm之阻力係數與濃度之關係呈現“w”形關係。
2. 100%洗衣精阻力係數大於水。

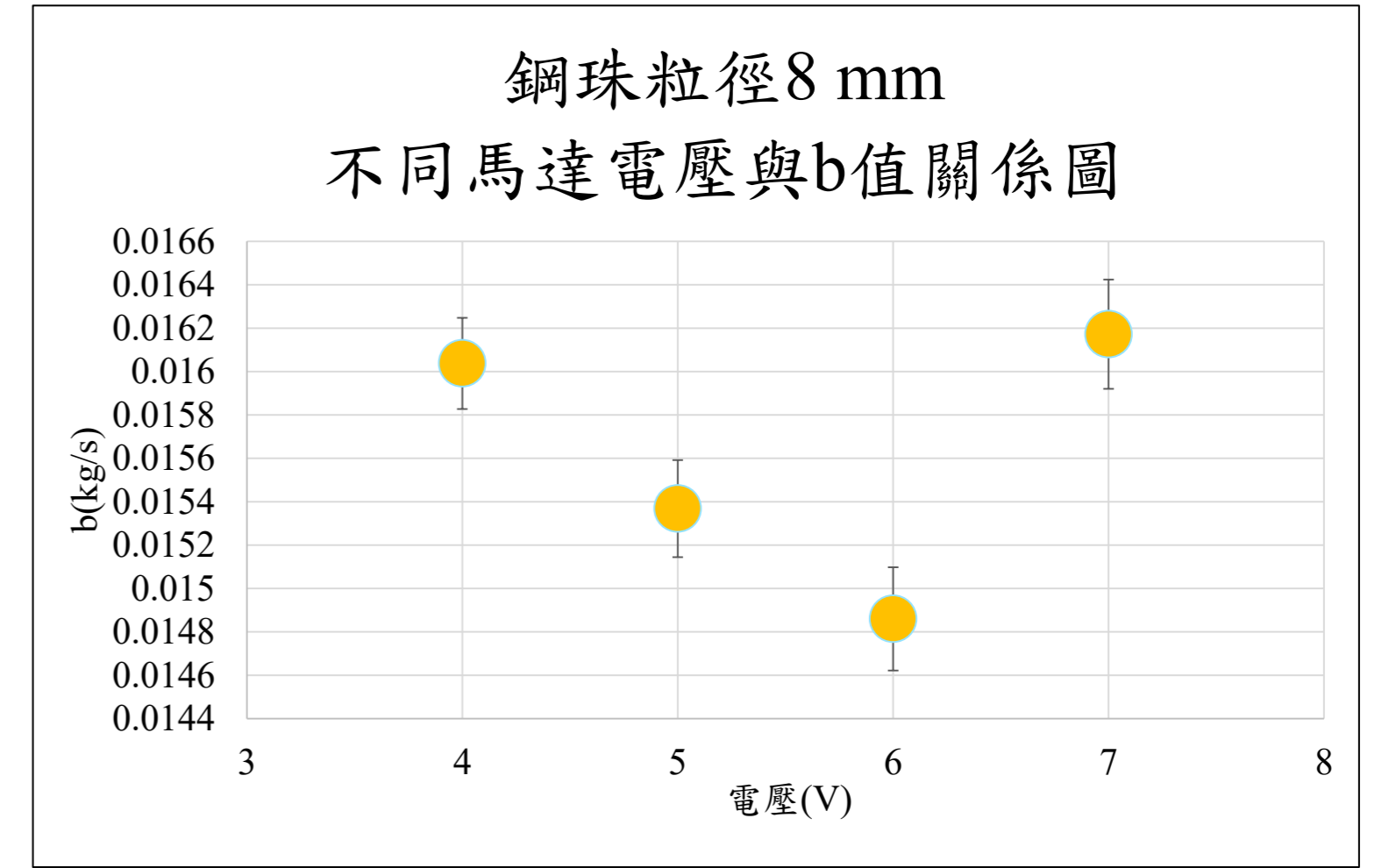
研究五：不同鋼珠破水轉速與阻力之關係



圖九



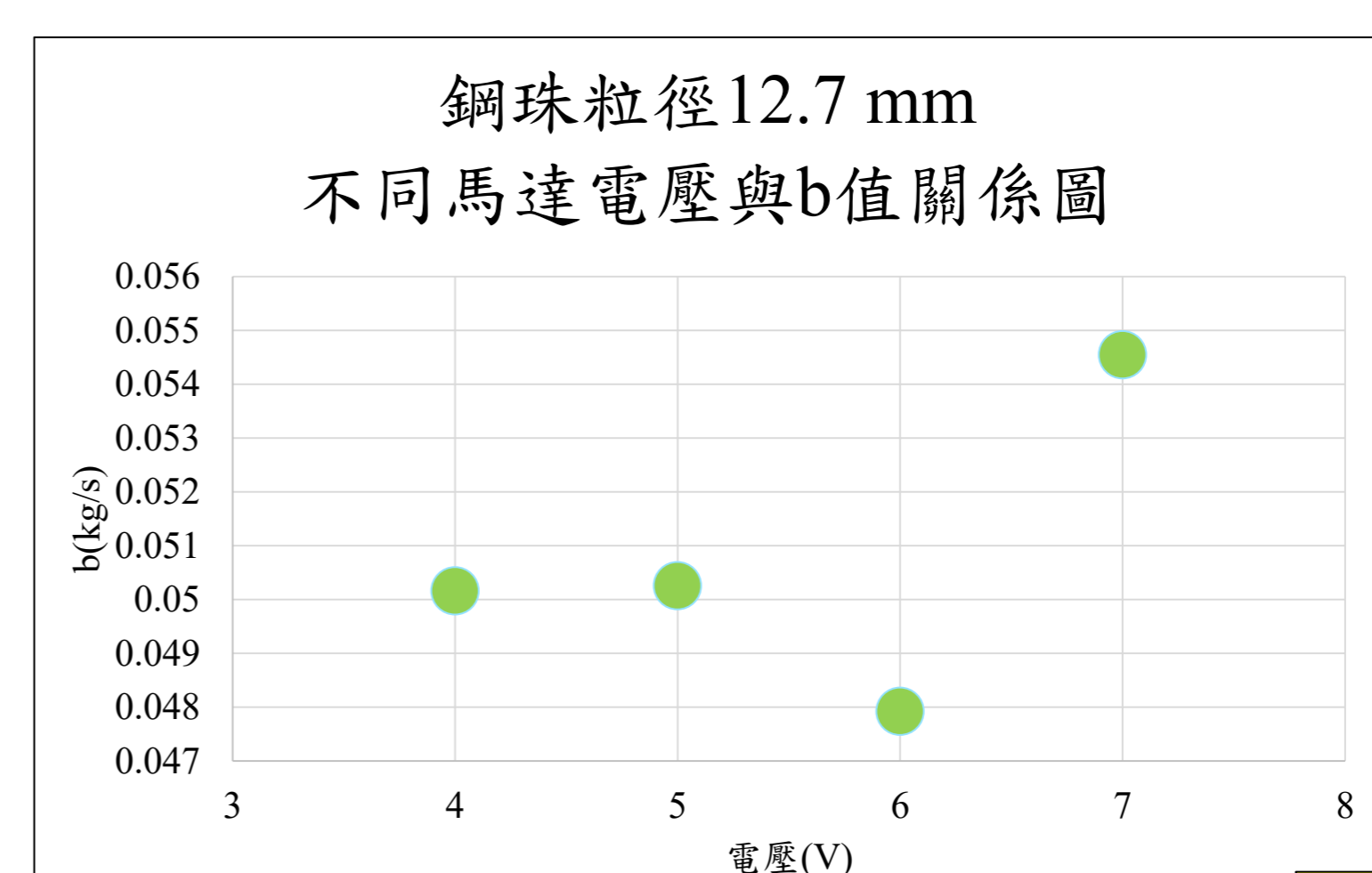
圖十



圖十一

角度(°)	擬合線 $y=0.04009e^{-(25.81t)}-0.6160t-0.03985$
26.7	b: 0.004840 轉速(rad/s): 861.488
39.4	擬合線 $y = 0.04804e^{-27.16t} - 0.6696t - 0.04848$ b: 0.004452 轉速(rad/s): 1023.92
48.2	擬合線 $y = 0.05514e^{-32.37t} - 0.7532t - 0.05448$ b: 0.003958 轉速(rad/s): 1109.66

表二



圖十二

陸、研究分析與討論

一、實驗原理

落下距離(x)與時間(t)的關係為

$$x = \left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b} \right) t - \frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b} e^{-\frac{b}{m}t} + \frac{-\frac{mg}{b} + \frac{m d g}{\rho b} + v_0 m}{b}$$

將t一次項係數 $\left(\frac{mg}{b} - \frac{m d g}{\rho b} \right)$ 令為k，得 $x = kt - fe^{at} + f$ 。

得 $b = \frac{\rho m g - m d g}{k\rho}$ 。但因指數項過小，故可在某些情況下忽略 $fe^{at} + f$ 。

我們先假設線性擬合，

在擬合中，若 $R^2 > 0.99$ ，則表示線性擬合是好的；

若 $R^2 < 0.99$ ，則利用上述方程式進行擬合。

二、研究二討論

1. 阻力係數與鋼珠粒徑的平方成正比，也就是**阻力係數與鋼珠截面積成正比**，因為物體接觸面積越小，阻力越小。

三、研究三討論

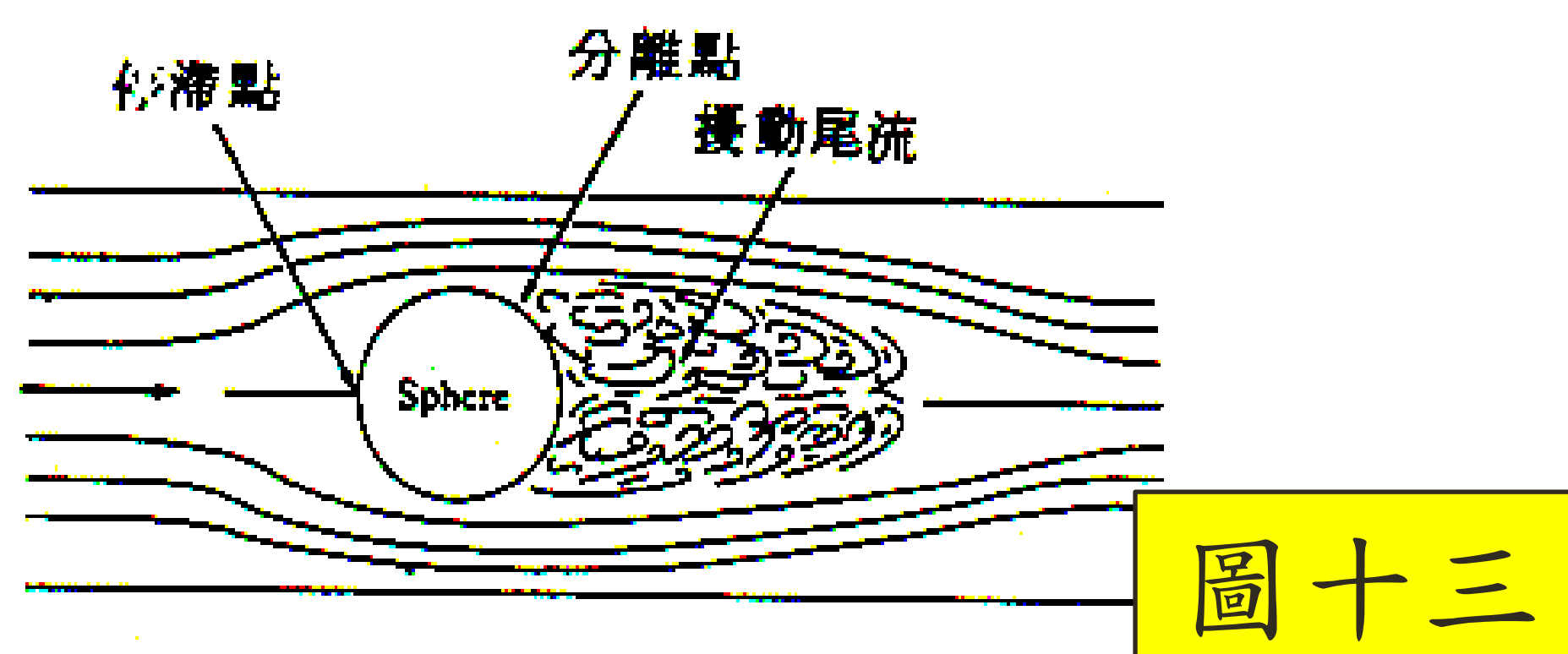
1. 阻力係數與圓柱體底面積直徑的平方成正比，也就是**阻力係數與圓柱截面積成正比**，因為物體接觸面積越小，阻力越小。
2. 圓柱體之阻力較鋼珠大，推測**有可能是因為圓柱體邊緣較銳利**，查詢文獻得知**圓柱阻力較鋼珠大**，與實驗結果相符。

四、研究四討論

1. 在洗衣精濃度60%以下，濃度與阻力係數無正相關，代表洗衣精稀釋時，介面活性劑與水內部產生變化造成液體滑膩，改變摩擦力與阻力大小。
2. 在洗衣精濃度60%以上，濃度與阻力係數呈正相關，代表洗衣精濃度愈大，所受到洗衣精阻力愈大。

五、研究五討論

1. 第三代物體旋轉轉軸與落下方向垂直，轉速愈大，阻力愈小
2. 第四代旋轉轉軸與落下方向平行，轉速愈大，阻力愈小。
3. 我們認為轉軸與行進方向不同，阻力係數會受影響，改變物體後方之擾動尾流，使得阻力下降，且轉速越快，阻力也就越小。



柒、結論

一、目前結論：

1. 當鋼珠越小時，所受到的液體**阻力也就越小**。
2. **圓柱體之阻力係數較圓球之阻力係數大**，因為圓柱體邊緣較銳利。
3. 洗衣精濃度與阻力係數呈現不規則關係，為一個「w」形。
4. 實驗結果分為兩種，第一種為**第三代轉動裝置**，物體旋轉轉軸與落下方向垂直，轉速愈大，阻力係數愈小；第二種為**第四代轉動裝置**，旋轉轉軸與落下方向平行，轉速愈大，阻力愈小。我們認為轉軸與行進方向不同，阻力係數會受影響，改變物體後方擾動尾流，使得阻力下降，且轉速越快，阻力也就越小。

二、未來展望：

1. 未來希望討論生物界鳥類**不同鳥喙形狀**，對於其**破水抓魚**，受阻力影響情形，未來能夠用3d列印或其他方式，自製各種形狀物體進行探討。
2. 我們嘗試使鋼珠旋轉、利用電磁鐵控制鋼珠自動掉落裝置，調整不同電壓調整不同轉速。我們發現光電計時器可用於測量，也可嘗試**使用Arduino進行轉速測量**。

捌、參考資料及其他

1. 陳子寧、陳雅菁。中華民國第四十八屆中小學科學展覽會國中組理化科《「如膠似漆乎」—液體的黏滯性之研究》
2. 羅輯、古晏承、郭家辰。中華民國第四十五屆中小學科學展覽會高中組物理科《動流體間阻力探討》
3. Cengel, Y., & Cimbala, J. (2006). Fluid mechanics fundamentals and applications (in si units).