

中華民國第 58 屆中小學科學展覽會 作品說明書

國中組 物理科

佳作

030111

流光飛舞~神奇的水光導

學校名稱：宜蘭縣立復興國民中學

作者： 國一 簡珮純 國一 林育萱 國一 林育靖	指導老師： 吳欣怡 蘇敬菱
---	-----------------------------

關鍵詞：光導、全反射

摘要

利用水柱發生全反射傳遞光線，形成水光導，本研究探討水光導的發生機制、最佳傳遞條件與導光率大小，最後再與固態光纖進行比較。研究中發現，流速慢、射程過近的水流，易受壁流現象而提高臨界高度，提早消失光點；水流射程過遠，只要超過破裂點，光線損耗加快，光導效果變差。由軌跡方程式求出噴流軌跡長，並測量光點面積，以求出導光率，發現傳播越遠，損耗係數越大，水光導與固態光纖的指數損耗模式不同，其為 2 階多項式的損耗模式，可由方程式算出最大導光距離。三種光源中，以長波長的紅光有較佳導光效果，藍光較易散射而縮短傳遞距離。利用雨水產生光導效果，可利用在綠建築或太陽光傳輸系統上，深具應用價值。

壹、研究動機

某天我打開 youtube，意外發現雷射光透過水柱，清楚傳遞至水柱下方的影片，我不禁好奇，老師不是總說光線只能直線前進嗎？那水柱裡的光又為何會轉彎？後來詢問老師後發現此實驗的原理竟然是「光的全反射」！我們猜想，是否水柱就如同固態光纖一般，將能量藉由水流傳至遠端？只要控制水流，是否就能改變光的傳遞方向？水光導的光傳遞效率高嗎？如果能好好控制水流條件，是否能成為一種有用的光線傳輸方式？這一連串的疑問，讓我們開始進一步研究，這項美麗又驚奇的水光導實驗。

貳、研究目的

- 一、探討影響水光導的臨界高度因素
- 二、探討如何產生穩定水光導現象
- 三、探討水光導傳播效率
- 四、探討與固態光纖傳導效率之差異

叁、實驗設備及器材

一、實驗材料

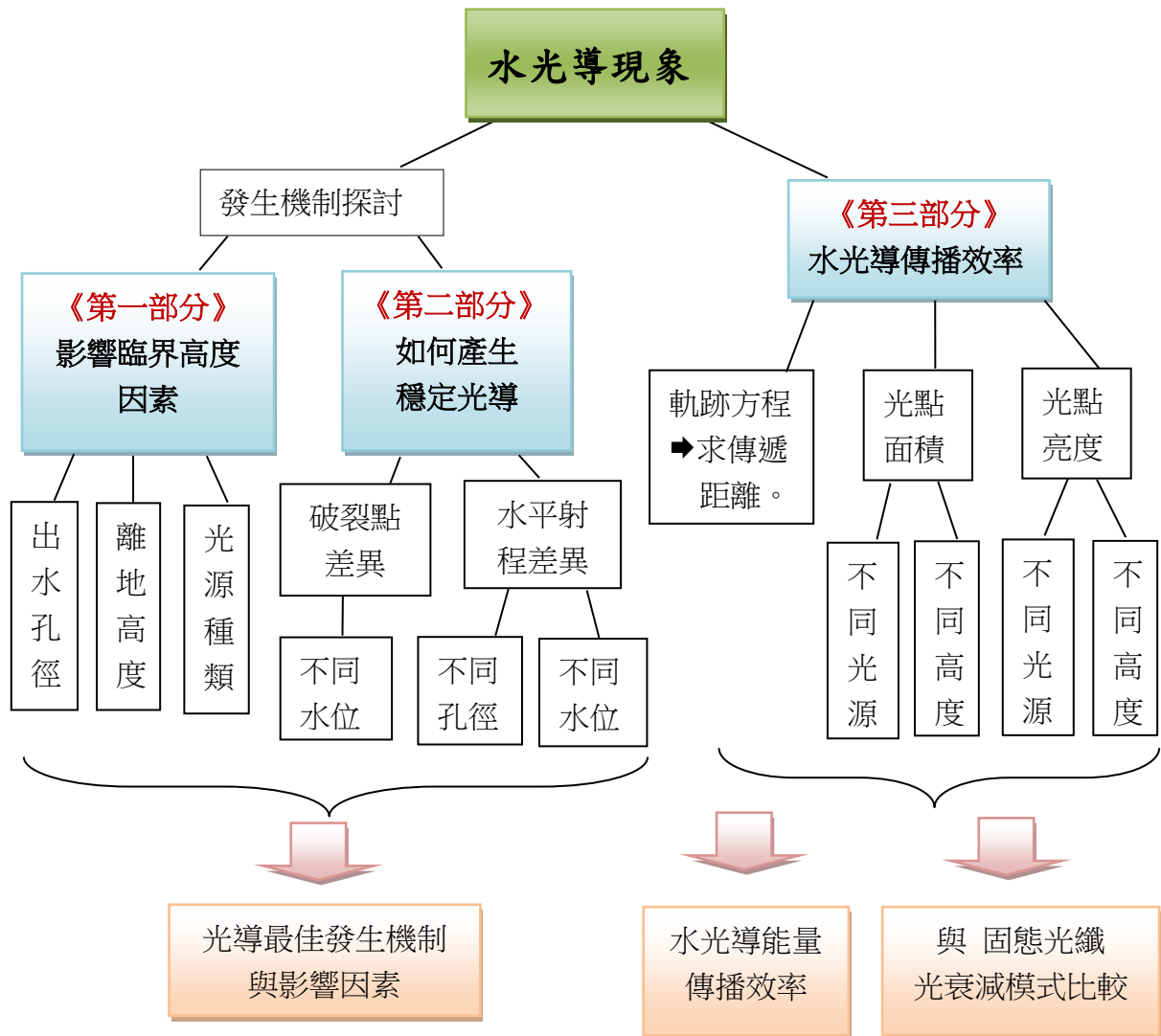
黑色塑膠板、黑色電器膠布、水槽數個、方格紙、透明壓克力板兩片、30cm 長尺兩支、100cm 長尺、玻璃棒

二、實驗儀器

照度計、數位相機、沉水馬達、雷射筆(紅光、綠光、紫光)

肆、研究過程與方法

研究架構圖



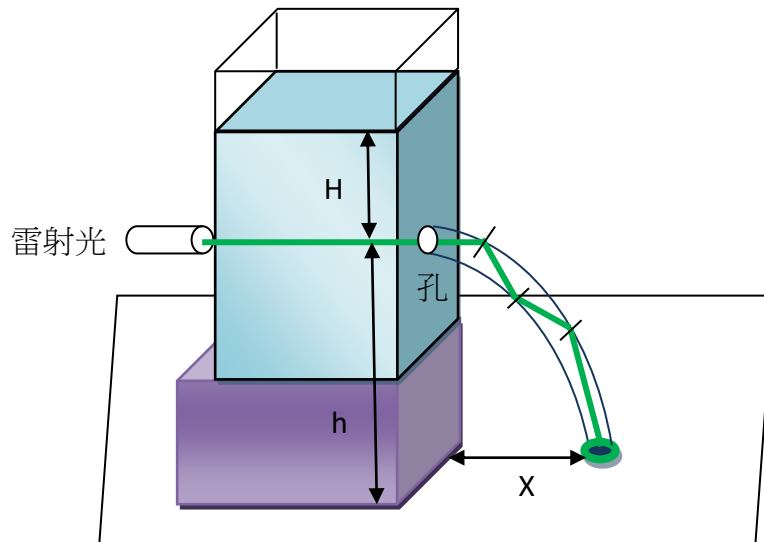
【第一部分】影響水光導的臨界高度因素

一、實驗原理

(一)液體光導原理：

入射角大於臨界角時，產生全反射，噴射流可以視為一個光導，根據司乃耳定律(Snell's Law)： $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ ，以水為液體，紅光在水中折射率為 1.3220，綠光在水中折射率為 1.3349，紫光在水中折射率為 1.3435，空氣的折射率近似等於 1.00，紅光臨界角 $\theta_c = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1}) \cong 49.1^\circ$ ，綠光臨界角 $\cong 48.5^\circ$ ，紫光臨界角 $\cong 48.1^\circ$ ，當 $\theta > \theta_c$ 才能產生全反射。

水柱反射點夾角越來越大，因此，只要第一個反射處可形成全反射，則後續反射點也能發生全反射，整個水流即可視為一光導。



液體光導裝置圖

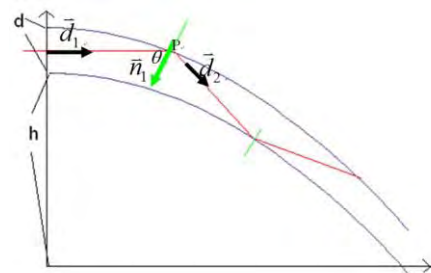
(二)液體光導臨界高度：

水柱上方噴射軌跡

$$y = h + \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{x^2}{4H} + h + \frac{1}{2}d$$

讓 $\vec{d}_1 = (1, 0)$ ，反射點 P(r, h) 帶入

把 P 點 $y = -\frac{x^2}{4H} + h + \frac{1}{2}d$ ，得到



光導軌跡圖

$$r = \sqrt{2dH} \Rightarrow p(\sqrt{2dH}, h)$$

$$\text{算出 P 點的切線斜率為 } m_p = -\frac{\sqrt{2dH}}{2H} \quad \text{法線向量 } \vec{n}_1 = (\sqrt{2dH}, 2H)$$

$$\text{從向量內積我們知道 } \vec{n}_1 \cdot \vec{d}_1 = |\vec{n}_1| |\vec{d}_1| \cos \theta, \quad \cos \theta = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{d}_1}{|\vec{n}_1| |\vec{d}_1|}$$

$$\therefore \theta > 48.8^\circ \text{ 才能產生全反射, } \therefore 0 < \cos \theta < \cos 48.8^\circ,$$

$$\text{所以, 以綠光為例 } 0 < \frac{\sqrt{2dH}}{\sqrt{2dH + 4H^2}} < \cos 48.8^\circ \cong 0.66$$

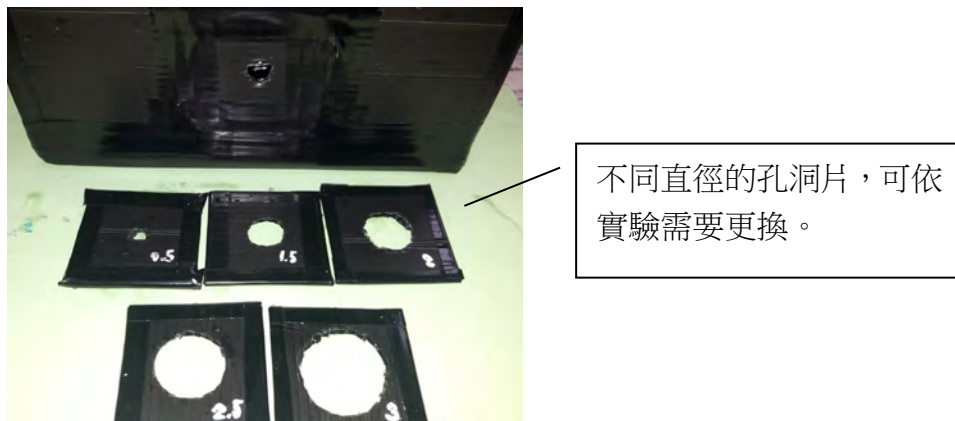
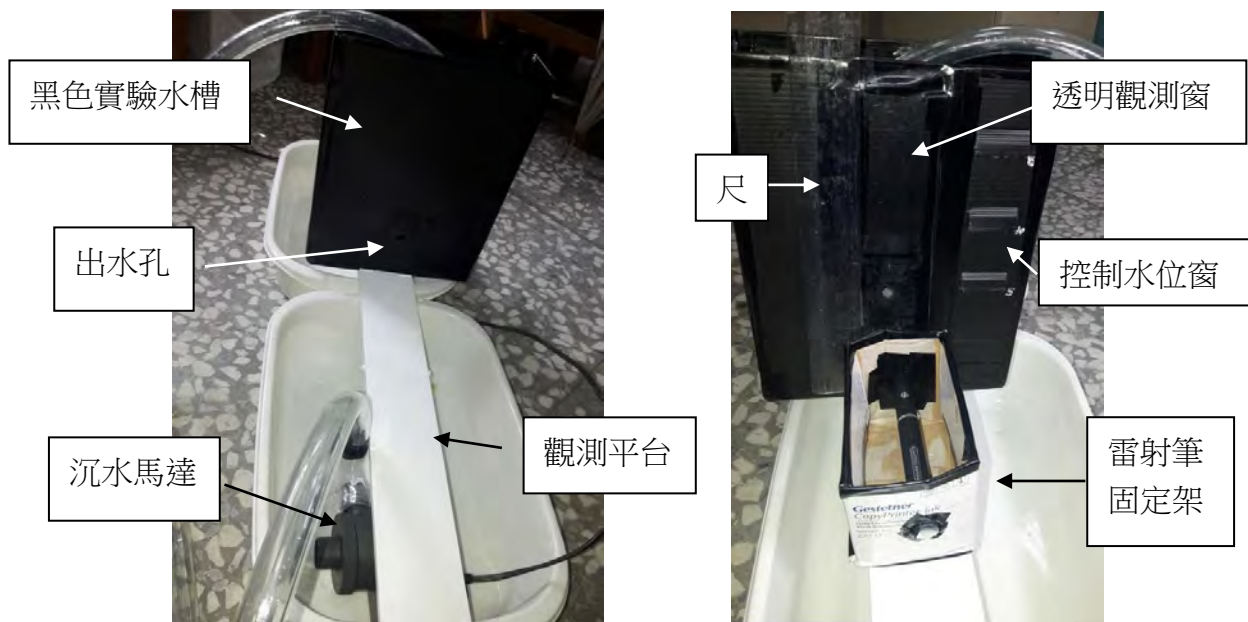
$$\Rightarrow H > \frac{(1 - 0.66^2) \cdot 2d}{4 \cdot 0.66^2} = 0.648d$$

\Rightarrow 只要水位高 $H > 0.648d$ ，即可形成光導， H 稱為臨界高度。

二、實驗步驟

(一) 探討出水孔徑大小對臨界高度影響

1. 製作一黑色水箱和不同孔徑的孔洞片，可依需求更換孔徑，為減少外部光源干擾，只在後方設一透明觀測窗，並附上刻度，方便觀察水位變化。後方設多個排水窗，可改變水位高度。
2. 固定洞口垂直高度為 14.5cm，後方水平入射雷射光，觀察水柱噴流在下方白色板上的光點，當光點消失時，記錄下水箱中出水孔上方的水位高度，此即為臨界高度，改變出水孔徑大小，測量水光導消失的臨界高度。



(二)探討出水口高度對臨界高度影響

利用直徑 1cm 的孔洞，改變不同的水柱高度，測量水光導現象消失時的臨界高度。

(三)探討不同光源對臨界高度影響

1. 分別以紅光、綠光、紫光雷射光源，重複實驗二，測量水光導現象消失時的臨界高度。
2. 將不同水柱高度的三種光源臨界高度結果彙整，並進行分析比較。

【第二部分】如何產生穩定光導現象

一、實驗原理

(一)托里切利定律：

為白努力方程式 $P + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gy = \text{const}$ 的特例，

P：壓力 ρ ：液密度 V ：速度 H ：洞口液高= $y_2 - y_1$

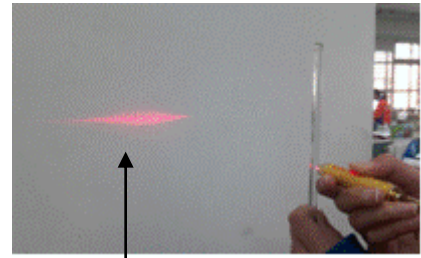
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho gy_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho gy_2$$

$$\rho gH = \frac{1}{2}\rho V^2 \Rightarrow \text{出口流速 } V = \sqrt{2gH}$$

若將水柱近似於平拋運動，則垂直高度 h 處的水平射程 x ，滿足 $h = \frac{x^2}{4H}$ 。

(二)尋找水柱破裂點：

利用雷射打在一垂直圓柱形玻璃棒上，雷射光束折射後變成扇形擴散的平面光束，如圖所示。依此原理尋找水柱破裂點。



雷射光折射後成一水平直線

二、實驗步驟

(一)探討水位高與噴流射程關係

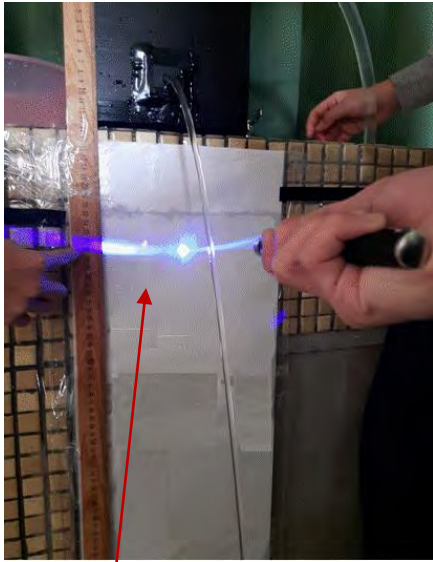
1. 利用直徑 1cm 小孔，固定垂直高度 18cm，固定水位高，並以相機記錄下水柱水平射程。
2. 分別改變水位高度，並記錄下水平射程。

(二)探討洞徑大小與噴流射程關係

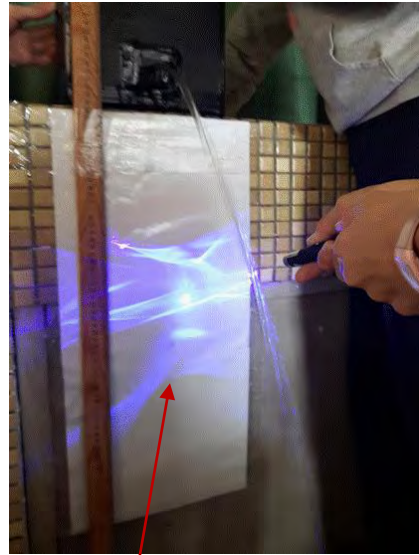
1. 分別改變孔直徑大小，重複實驗一，並以相機記錄下水平射程。
2. 彙整實驗一、二結果，並探討與理論值差異。

(三)探討不同水位高的水柱破裂位置

1. 利用雷射筆水平打在水柱上，若水柱為實心，則雷射光變為一條水平光束；若水柱以破裂，則雷射光變的混亂無章。將雷射筆由上往下移動，當開始出現混亂光線時，此處即代表水柱的破裂點，記錄下破裂點的垂直高度。
2. 改變水位高，並測量水柱的破裂點離出水口的垂直距離。



實心水柱：光折射後為一水平線



破裂水柱：光折射後混亂無章

【第三部分】水光導傳播效率

一、實驗原理

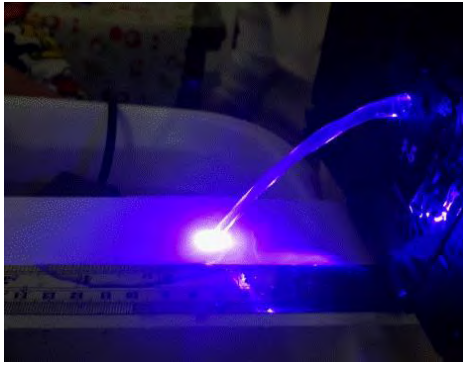
(一)一般光信號在固態光纖中傳播時，其功率隨距離 L 的增加呈指數衰減：

$$P_{out} = P_{in} e^{-\alpha L}$$

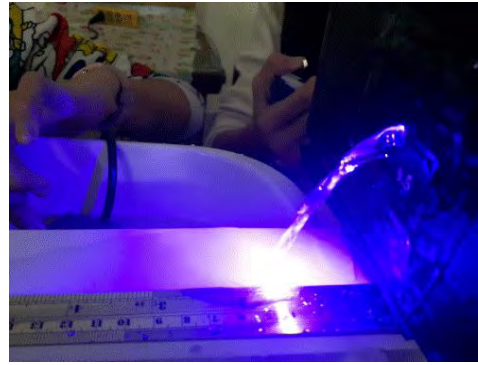
L ：光纖長 P_{in} ：輸入光功率 P_{out} ：輸出光功率 α ：損耗係數

(二) 水光導傳遞區域

1. 當水柱集中，光點也集中，光點外的亮度不明顯，如圖(a)。
2. 當水柱開始破裂，光點也會變得模糊，並且出現一大片亮區，代表大部分光線無法發生全反射而離開水柱，水柱光導出現較多光的能量損耗，如圖(b)。



(a)



(b)

3. 為瞭解水光導的光能傳播效能差異，本實驗將內部最亮的光點，視為水光導所傳遞過來之光能，其餘光暈則視為光能損耗。比較液體光導是否與固態光導相似，能量功率隨距離而呈指數衰減。

二、實驗步驟

(一)探討水光導傳遞距離

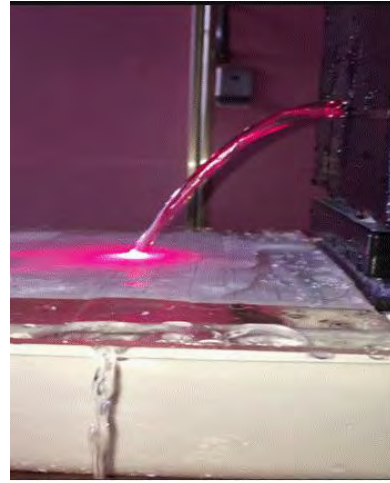
1. 保持水位在 5cm 高，洞孔徑 1cm，分別改變多個垂直高度，測量水柱落下的水平射程。
2. 利用 EXCEL 找出水柱的軌跡方程式。
3. 由方程式積分算出不同高度下的水光導傳遞距離。

(二)探討光點面積差異

1. 將方格紙夾入兩片透明壓克力板中，並將四周密封，避免進水。
2. 將水位固定在 20cm 高，分別改變壓克力板高度，並將光導水柱流至壓克力板上，拍下光點並計算光點面積。
3. 分別利用紅光、綠光、紫光三種雷射光，重複步驟 3。
4. 將不同水柱高度的三種光源光點面積結果彙整，並進行分析比較。



方格紙壓克力板



光點在方格紙上可測量直徑

(三)探討不同光源的光導傳播效率之差異

1. 製作有孔洞的黑膠帶，孔洞面積為實驗二所測得各水柱高度下的光點面積。
2. 為測量由水光導所傳遞的光能，故將黑膠帶貼在照度計中央，只偵測最亮處光點的光亮度，每個高度需改變膠帶面積。
3. 將水位固定在 20cm 高，測量出水口處的亮度，及各水柱高度的下的光點亮度。
4. 改變雷射光源，依照步驟 3 重複測量。
5. 利用結果比較光傳導之能量損耗。



照度計測光區只留下光點面積大小，其餘皆以黑色膠帶封住。



測量不同垂直高度光導照度。

伍、研究結果

一、第一部分

(一)出水孔徑大小對臨界高度影響

綠光雷射 洞垂直高度 14.5cm

孔直徑 d(cm)	0.5	1	1.5	2	2.5	3
理論臨界高度(cm)	0.32	0.65	0.97	1.3	1.6	1.9
實際臨界高度 H(cm)	1.5	1.4	0.7	0.4	0.2	0

(二)垂直高度對臨界高度影響

孔徑 1cm

洞垂直高度 h(cm)	臨界高度 H(cm)		
	紅光	綠光	紫光
6.3	0.8	0.9	0.8
7.3	0.8	0.9	0.9
11	1.1	1	1
14.5	1.4	1.4	1.4
19.7	光點不穩定	光點不穩定	光點不穩定

二、第二部分

(一)噴流水平射程與理論差異

洞垂直高度 $h(\text{cm})=18\text{cm}$

洞直徑 **1cm**

水位高 $H(\text{cm})$	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20
理論水平射程 (cm)	13.41	18.97	23.24	26.83	30	32.9	35.5	37.9
實際水平射程 $X(\text{cm})$	7.6	14.7	19.5	24	25.5	27.1	29.4	31.2
誤差值(%)	43%	23%	16%	11%	15%	18%	17%	18%

洞直徑 **2cm**

水位高 $H(\text{cm})$	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20
實際水平射程 $X(\text{cm})$	10.9	15.4	20.3	23.3	25.9	27.5	29.2	31.5
誤差值(%)	19%	19%	13%	13%	14%	16%	18%	17%

洞直徑 **3cm**

水位高 $H(\text{cm})$	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20
實際水平射程 $X(\text{cm})$	11.1	16.1	20.1	23.2	25.6	27.5	29.4	31.4
誤差值(%)	17%	15%	14%	14%	15%	16%	17%	17%

(二)尋找水柱破裂位置

洞直徑 **1cm**

水位高(cm)	5	10	15	20
破裂點垂直距離(cm)	18.5	16.4	14.5	12.5

三、第三部分

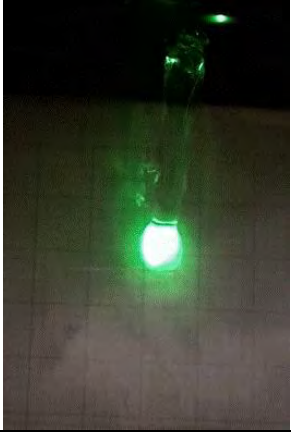
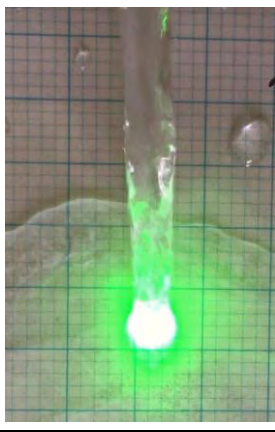
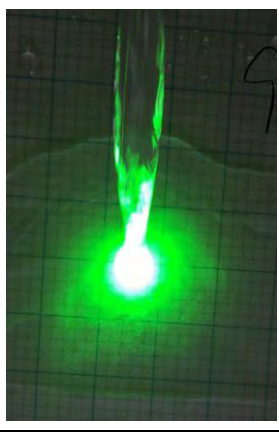
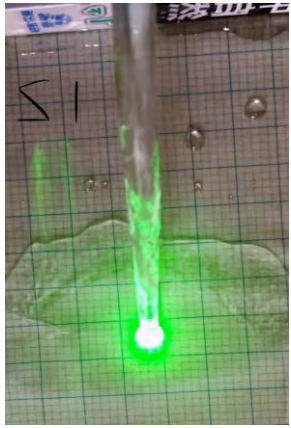
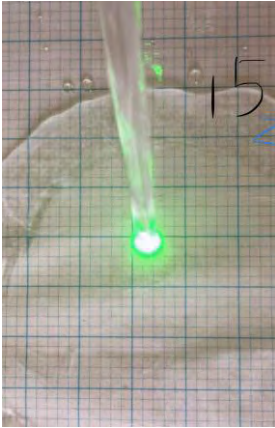
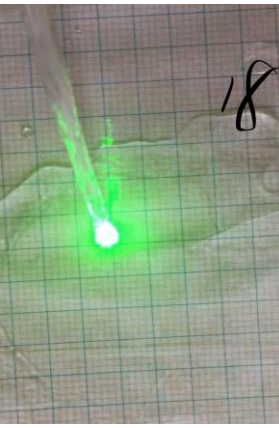
(一)光導軌跡方程式

水柱垂直高 h(cm)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
水平射程 X(cm)	4	6.7	8.45	10.1	11.5	12.65	13.7	14.7	15.8	16.4	17.1

(二)光點面積差異


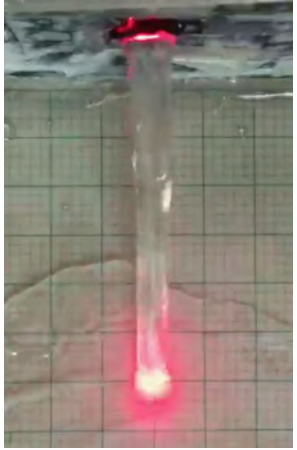
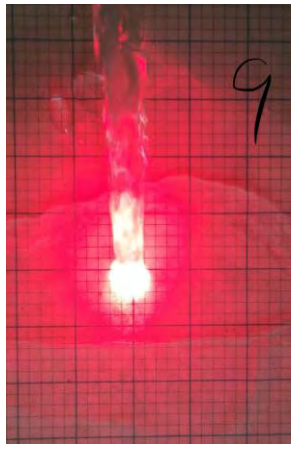
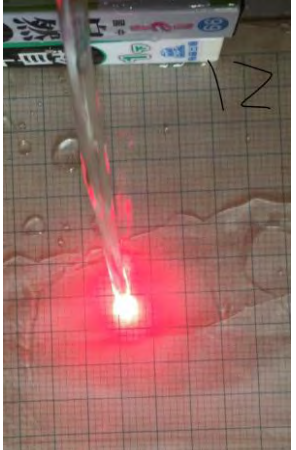
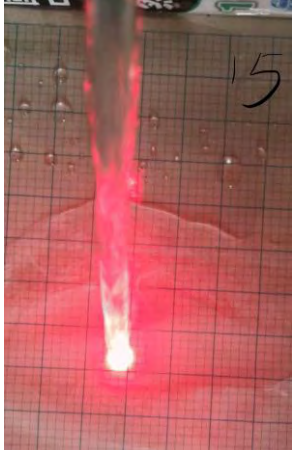
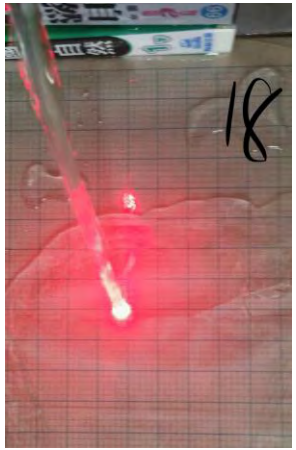
1. 綠光雷射

出水孔直徑=1cm 洞直徑 1cm 水位高 5cm

水柱高(cm)	3	6	9
綠光			
直徑(cm)	1.05	1.04	1.03
面積(cm ²)	0.865	0.8491	0.8328
水柱高(cm)	12	15	18
綠光			
直徑(cm)	0.99	0.95	0.94
面積(cm ²)	0.7694	0.7085	0.6936

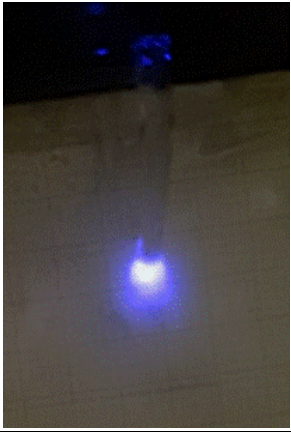

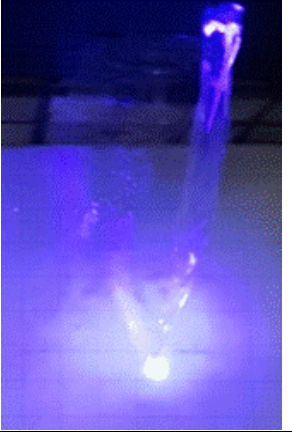



2. 紅光雷射

出水孔直徑=1cm 洞直徑 1cm 水位高 5cm

水柱高(cm)	3	6	9
紅光			
直徑(cm)	1.18	1.2	1.17
面積(cm ²)	1.0930	1.1304	1.0746
水柱高(cm)	12	15	18
紅光			
直徑(cm)	1.1	1.01	1
面積(cm ²)	0.9499	0.8008	0.7850

3. 藍光雷射

水孔直徑=1cm 洞直徑 1cm 水位高 5cm

水柱高(cm)	3	6	9
藍光			
直徑(cm)	1.05	1.03	0.98
面積(cm ²)	0.8655	0.8328	0.7085
水柱高(cm)	12	15	18
藍光			
直徑(cm)	0.94	0.93	0.93
面積(cm ²)	0.6936	0.6789	0.6789

(三)光點傳播效率

出水孔直徑=1cm 水位高度=5cm

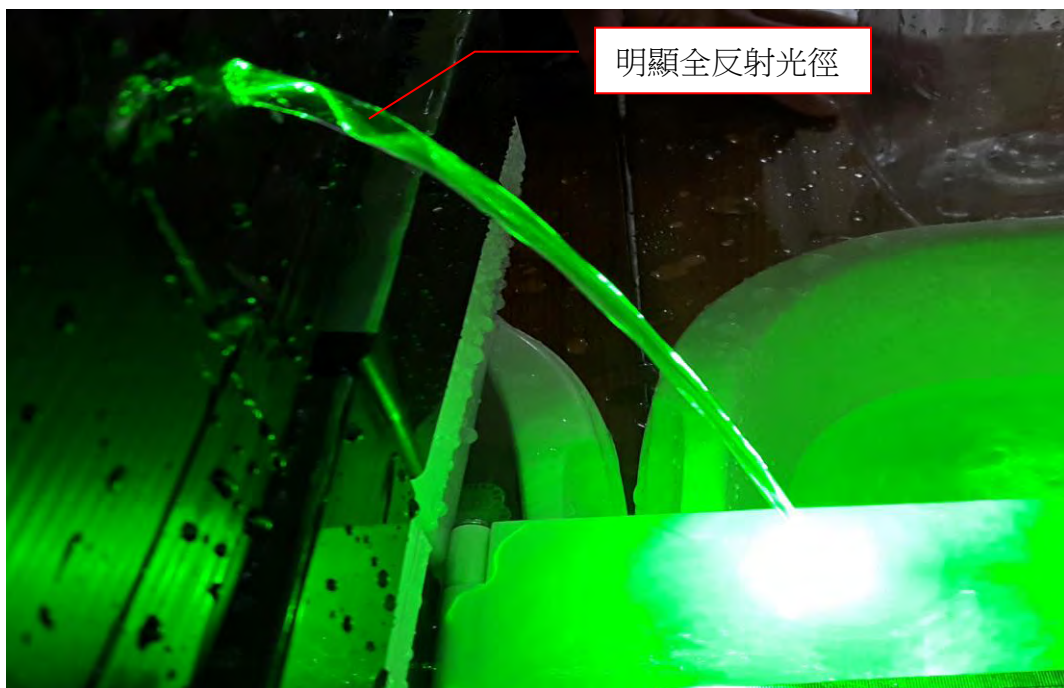
水柱垂直高度 (cm)		0	3	6	9	12	15	18
紅光	照度(lux)	6300	5130	3880	2730	1890	1370	1150
	導光率	1.00	0.81	0.62	0.43	0.30	0.22	0.18
綠光	照度(lux)	30900	24100	17500	12200	9300	5500	4100
	導光率	1.00	0.78	0.57	0.39	0.30	0.18	0.13
紫光	照度(lux)	61	44	34	24	17	9	5
	導光率	1.00	0.72	0.56	0.39	0.28	0.15	0.08

陸、討論

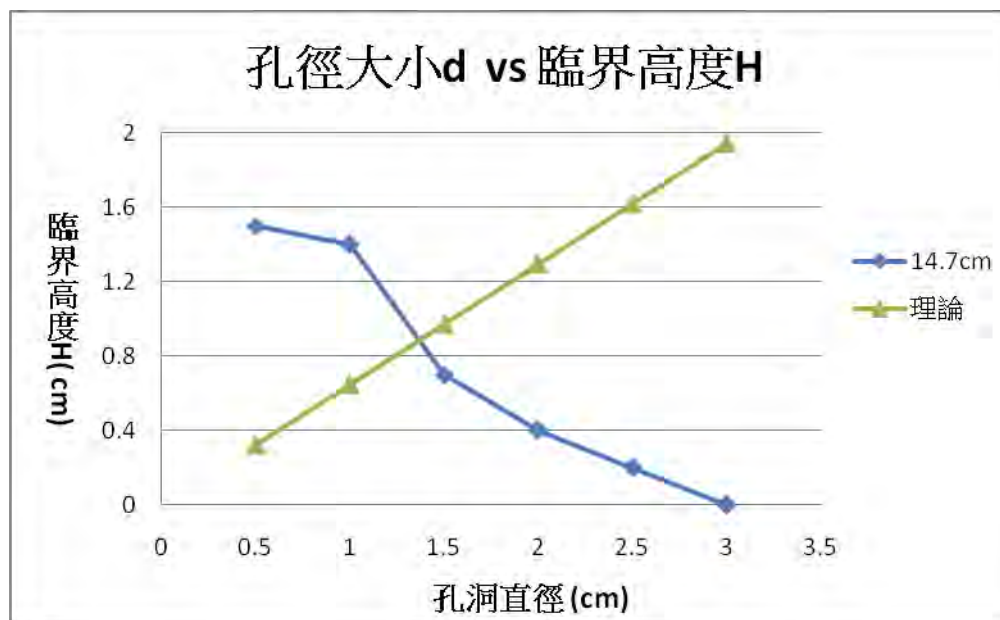
一、第一部分---影響臨界高度因素

(一)分析討論

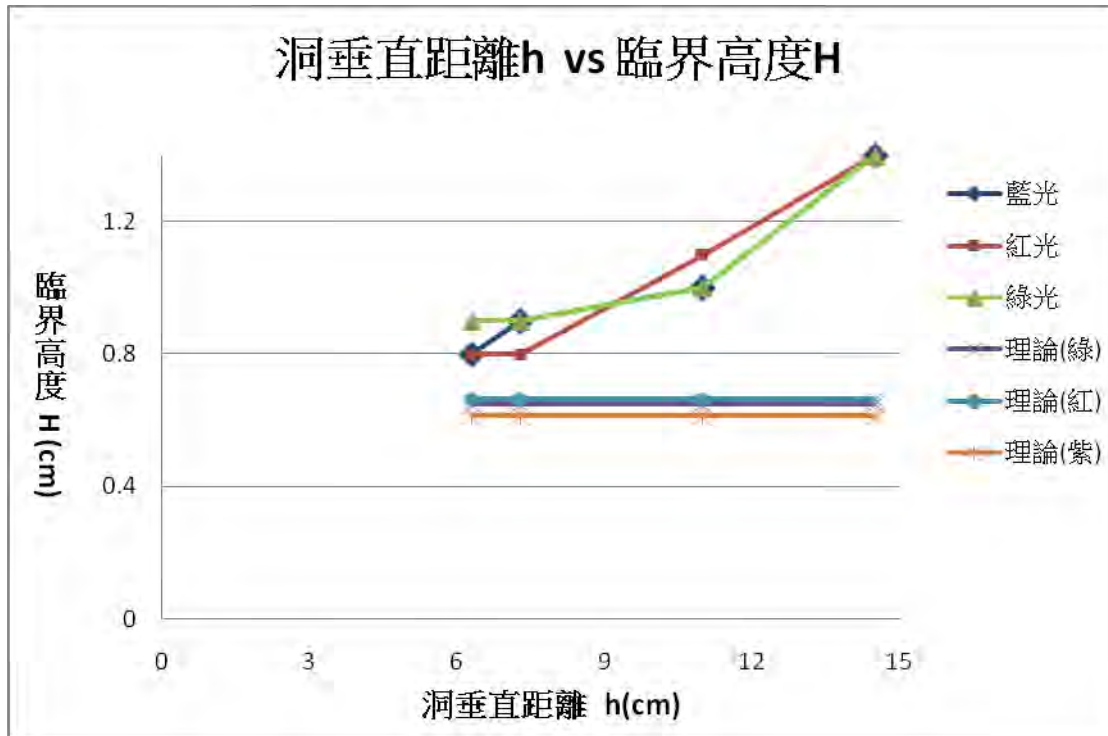
1. 從實驗中可發現，雷射光可在水柱中出現明顯多次全反射光徑，可證實液體光導確實可行。



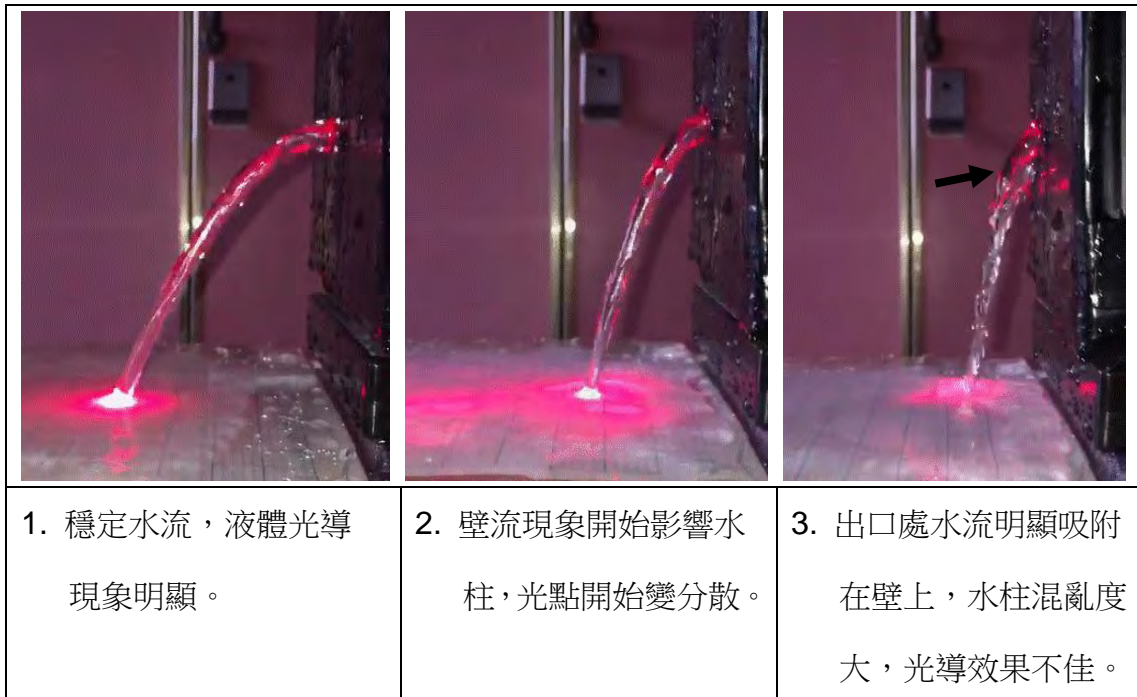
2. 理論中只要水位高 $H > 0.648d$ ，即可使水發生全反射，臨界高度正比孔徑大小，可是實驗卻是孔徑小，臨界高度提高，但洞徑過大，臨界高度又下降，甚至可接近於 0，大水柱似乎容易產生光的傳遞，但過小的孔徑又不易產生光導現象，此與理論有極大差異。

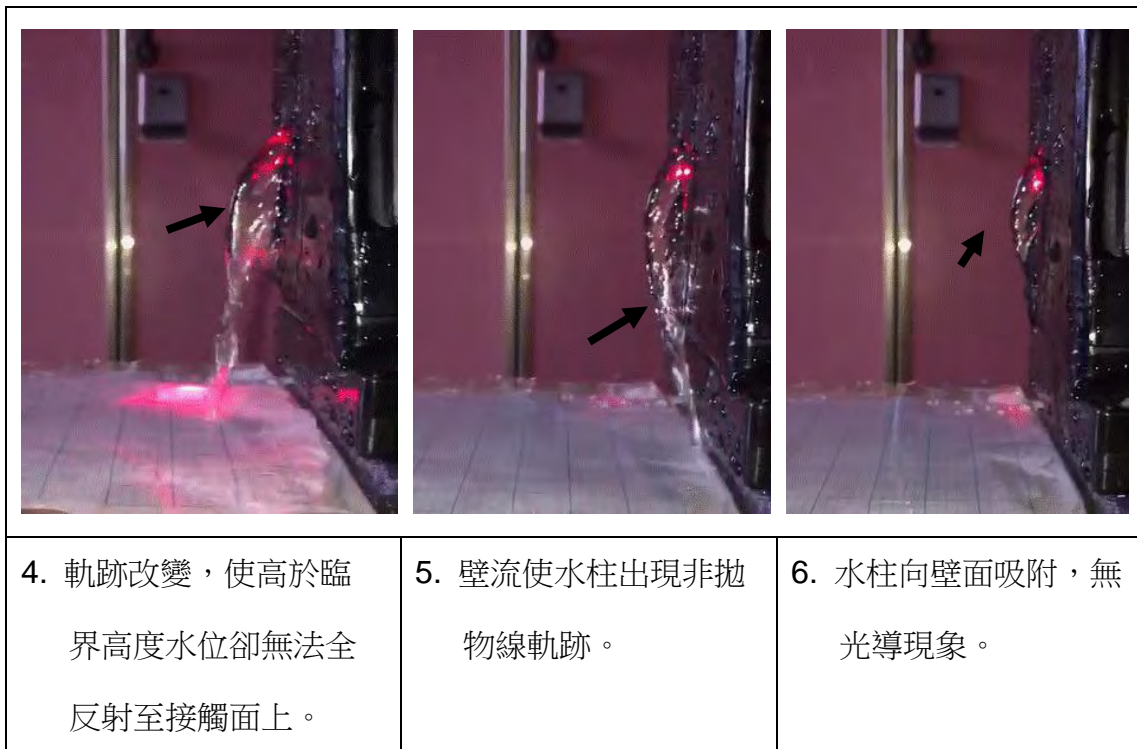


3. 由實驗結果可見，在相同水柱高度下，改變不同光源，可發現光源頻率對臨界高度並無顯著影響。理論中當孔徑 $d=1(\text{cm})$ ，可由紅光 $H > 0.655d$ 、綠光 $H > 0.663d$ 、紫光 $H > 0.668d$ ，可算出各光源下的理論臨界高度 H ，垂直高度並不影響臨界高度。但實驗結果卻顯示，水柱高度越高，產生水光導的臨界高度也增加，不管何種光源，皆有此種結果，如下圖所示。



(二) 水光導的發生過程：





1. 仔細觀察水光導的發生過程，解釋實際臨界高度比理論高，可能的原因為：

(1) 一開始為實心水柱，水位高，流速快，可發生全反射。

(2) 當水柱逐漸靠近水槽壁時，容器壁分子與水柱將產生附著力，吸引水柱往壁面靠近，而使水柱漸漸不是拋物線軌跡，這也使光在水柱中的全反射現象消失，接觸面上將提早看不見由水光導所傳遞來的光點，使臨界高度比理論值提高。

2. 問題發現：當水位過高時，一開始無明顯光點，當水位降至某一高度，光點才開始出現。

⇒可能因水位過高，流速過快，射程過長，水柱發生破裂，使全反射消失。

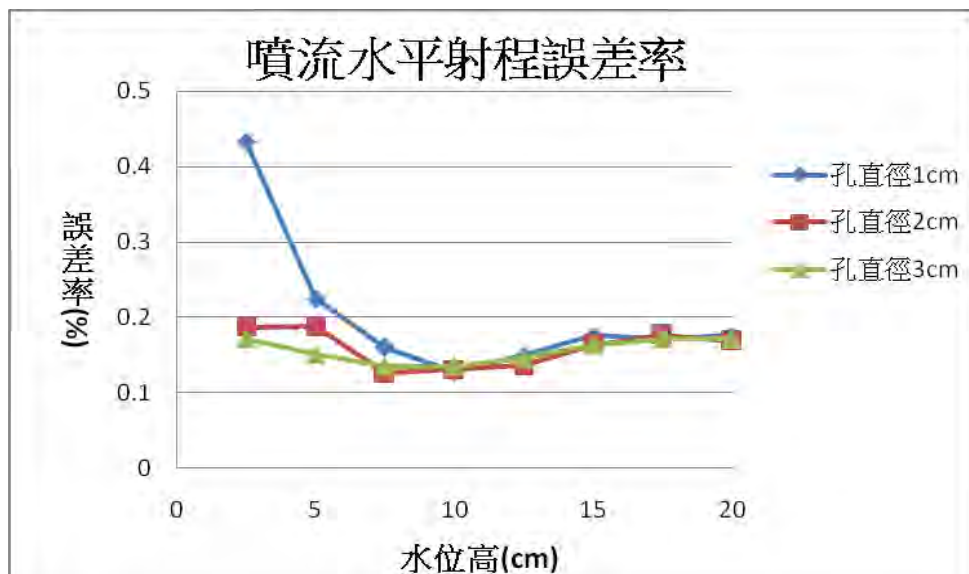
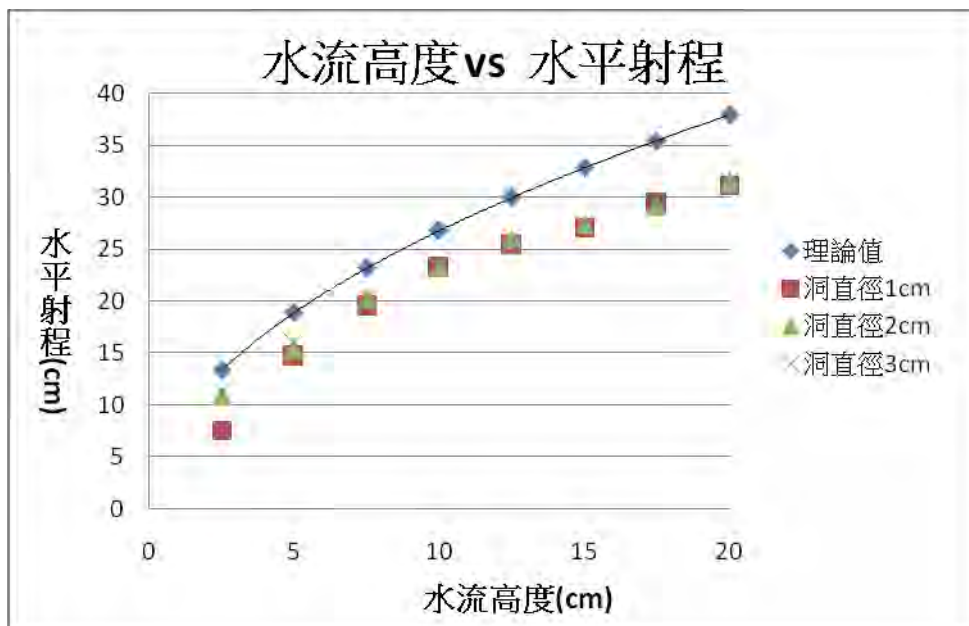
垂直高度越大，臨界高度提高，應該也與水柱破裂有關。

⇒進一步實驗驗證。

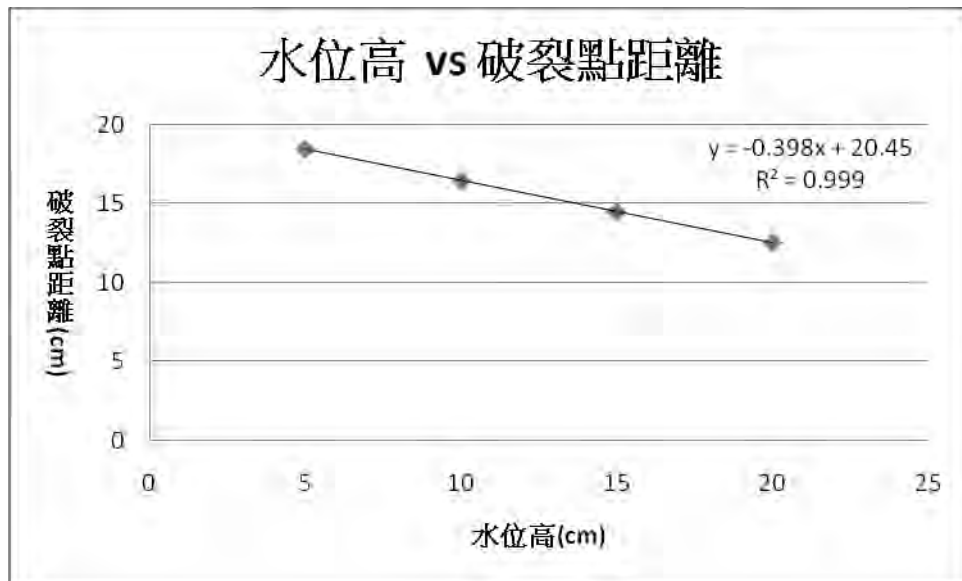
二、第二部分 ---如何產生穩定光導現象

(一)分析討論

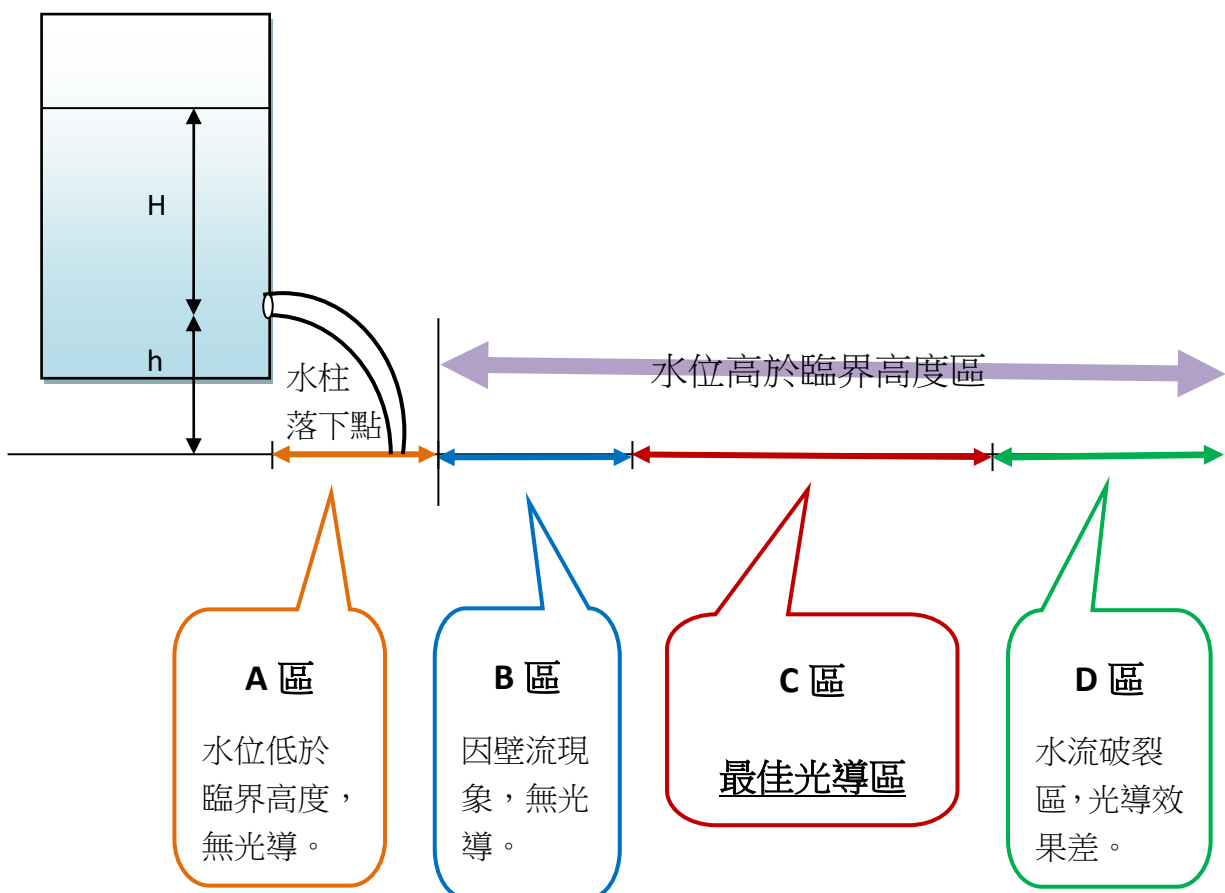
1. 由實驗結果可見，不同洞徑大小的水流，其水平射程差距不大，但皆比理論值縮短約 10%~20%，可見水流噴射曲線並不完全與平拋運動相似，尤其孔直徑 1cm 的水平射程，在低水位時，甚至有四成多的誤差，如下圖所示，可見當流速不大時，小口徑流體易受影響，而改變噴流軌跡，此與前述推測受壁面吸引力進而縮短射程吻合。



2. 如圖所示，不同水位高度的水柱，當水位越高，破裂點的垂直高度越短，水位越低，破裂點越低。當水柱破裂時，即會使光導現象不穩定，甚至消失。



(二)水光導發生機制狀況分析：



分析歸納：

1. 低於臨界高度

A 區：此區入射角小於臨界角，無全反射發生，無光導現象。

2. 高於臨界高度

B 區：水位高於臨界高度，但因受牆壁作用力吸引，壁流現象使水柱軌跡向內彎曲，使原本可發生全反射的入射角縮小至小於臨界角，而使光導現象消失。

C 區：此區水柱穩定不破裂，傳遞距離又不會過遠，有最佳光導效果。

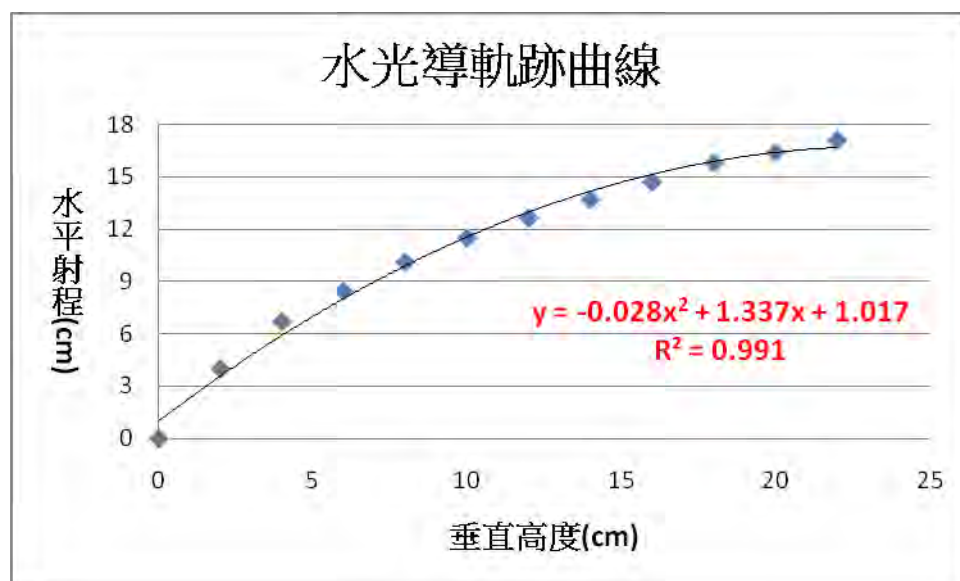
D 區：此區傳遞距離較遠，光易耗散而使導光效果不佳，或是超過水柱破裂點，水柱不易持續全反射，光導不明顯，甚至消失。

三、第三部分---水光導傳播效率

(一)分析討論

1. 由實驗結果可得水光導軌跡曲線，經過數據迴歸後可得曲線方程式

$$y = -0.028x^2 + 1.337x + 1.017 \quad , \quad R^2 = 0.991 \quad .$$



為瞭解水光導的傳遞距離，利用所求得的曲線軌跡方程進行線積分，

$$\int \sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dx}\right)^2} dx = \int \sqrt{1 + \left[\frac{d(-0.028x^2 + 1.337x + 1.017)}{dx}\right]^2} dx$$

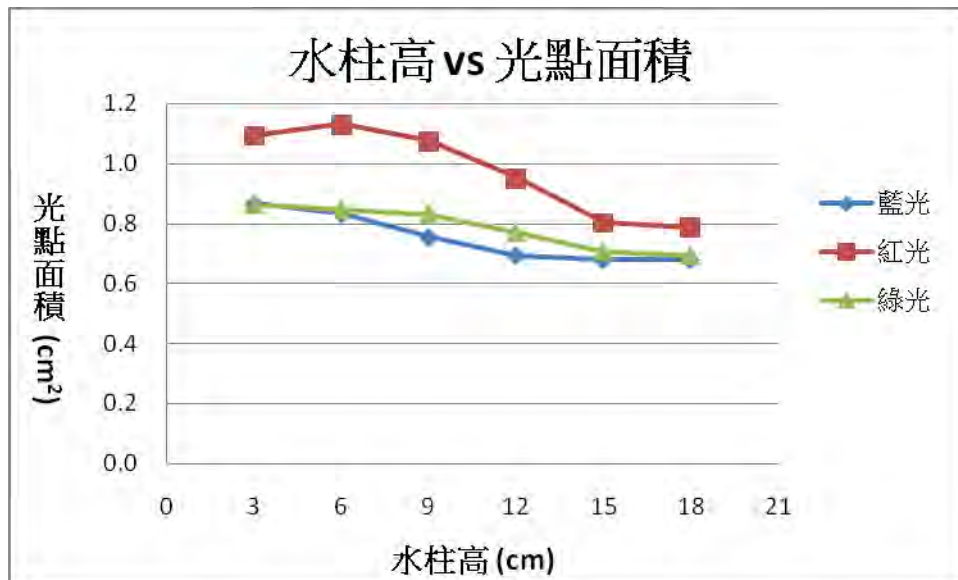
$$= \int (0.003136x^2 - 0.149744x + 2.787569) dx$$

$$= 0.00105x^3 - 0.074872x^2 + 2.787569x + c$$

對不同範圍 x 積分即可得到不同垂直高度下水光導的傳遞距離，結果如下表，可藉此探討傳遞距離與導光率的關係。

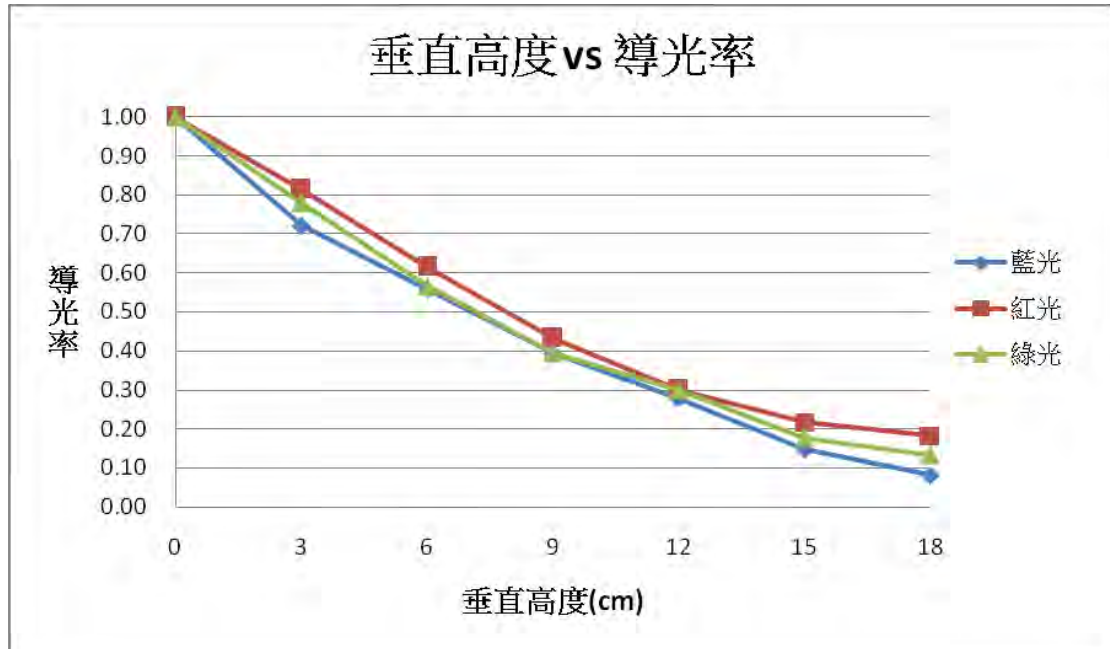
垂直高 $h(\text{cm})$	3	6	9	12	15	18
水平射程 $X(\text{cm})$	4.776	8.031	10.782	13.029	14.772	16.011
光導傳遞距離 (cm)	11.72	18.10	22.66	25.92	28.21	29.73

2. 比較光點傳遞面積發現，傳遞距離越長，光點也越小，而改變光源可發現，波長越短的雷射光源，光點越小，能量越集中，而紅光雷射在短距離傳播時，光點面積最大，甚至大於水柱面積。



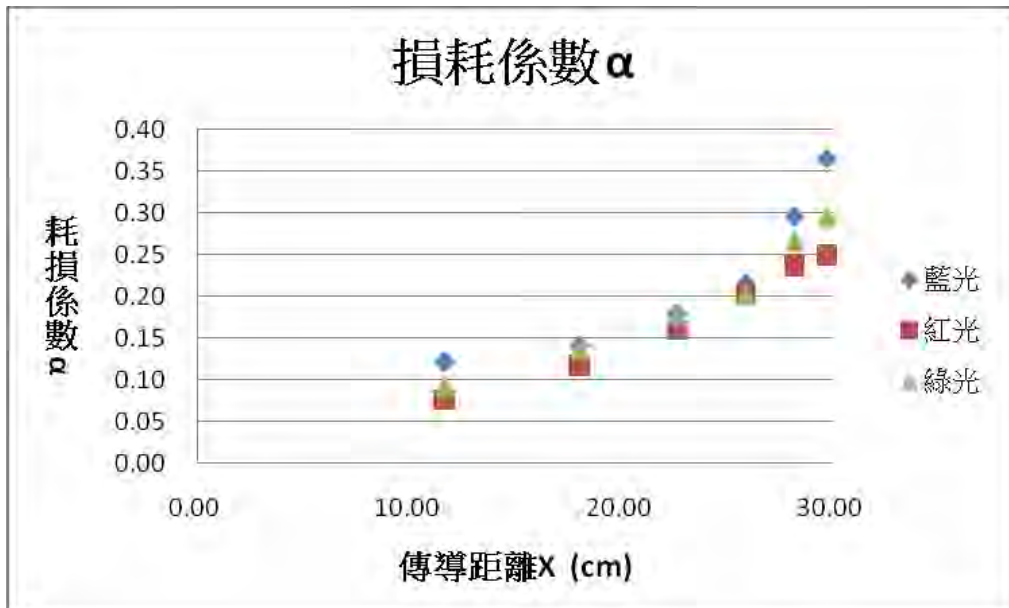
3. 測量不同垂直高度下的導光率可發現，以水位 5cm 高的光導為例，當垂直高度為 3cm 時，導光率約為 8 成，垂直高度為 6cm 時，導光率約為 6 成，垂直高度為 9cm 時，

導光率約為 4 成 5，垂直高度為 12cm 時，導光率僅剩約 3 成，當垂直高度為 18cm 時，導光率僅剩 1 成多，可見水光導的導光效果易隨距離而快速減小。而三種光源中，又以長波長的紅光有最好的導光效果。



4. 比較水光纖與固態光纖傳播差異，為探討水光導是否如固態光纖般其功率隨距離 L 的增加呈指數衰減，呈現 $P_{out} = p_{in}e^{-\alpha L}$ 之關係，我們算出水光導在不同距離下的損耗係數 α ，如下表所示。

光導傳遞距離		11.72	18.10	22.66	25.92	28.21	29.73
X (cm)							
損耗 係數	紅光	0.076	0.116	0.160	0.202	0.235	0.248
	綠光	0.092	0.136	0.178	0.201	0.266	0.295
α	藍光	0.121	0.140	0.179	0.214	0.295	0.365



圖中可見，水光導的損耗係數 α 值，並不像固體光纖為一定值，因此，並不能以指數衰減形式進行類比。當傳遞距離越長，損耗係數越大，光能量損耗也越快。三種光源中，以紅光有較佳的導光效果，藍光易隨水柱破碎而折射耗散。

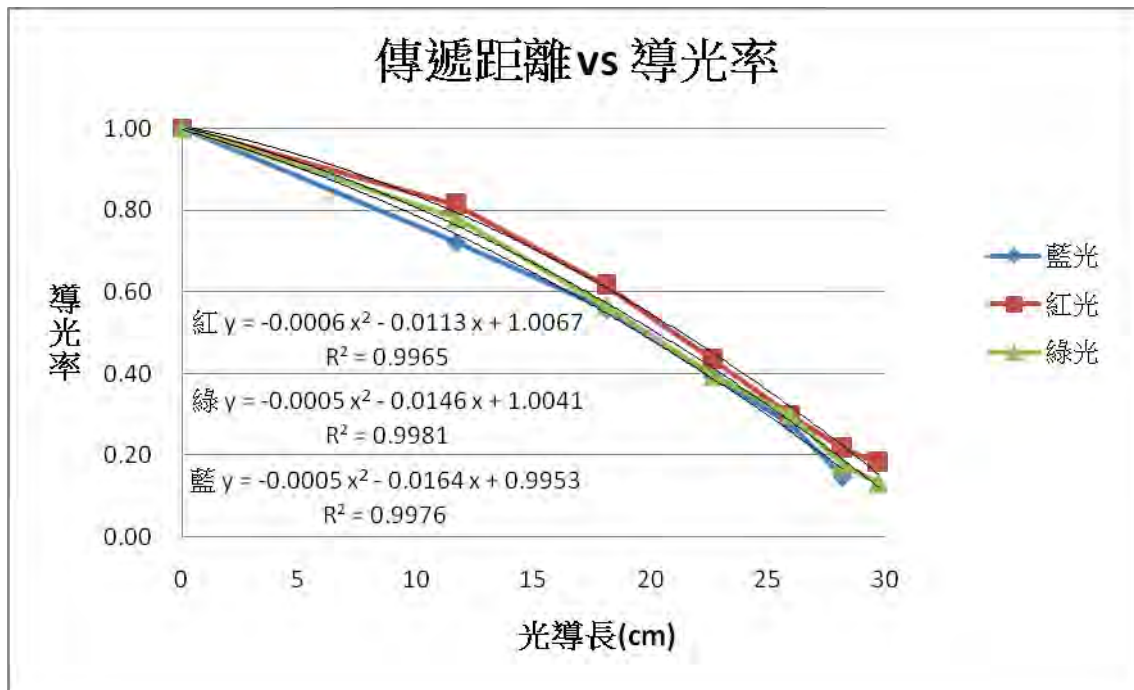
5. 由光導傳遞距離 x 與導光率 y 進行迴歸，如下圖所示，可發現：

$$\text{紅光 } y = -0.0006 x^2 - 0.0113 x + 1.0067, R^2 = 0.9965$$

$$\text{綠光 } y = -0.0005 x^2 - 0.0146 x + 1.0041, R^2 = 0.9981$$

$$\text{藍光 } y = -0.0005 x^2 - 0.0164 x + 0.9953, R^2 = 0.9976$$

三種光源的導光率皆以 2 階多項式的模式進行遞減，可藉此預測光導在此條件下的最大的傳遞距離為何。



(二)小結

水光導不如光纖具有導光穩定性，低水位的光點能量傳遞距離不長，若為高水位，又極易因水流破裂，光線散射而使傳遞效率變差，但水光導卻是一光能量傳遞的可用模式，可將平常易損耗不易利用的太陽光，利用水光導開發成太陽能的能量傳輸系統，或善用雨水流動來形成綠建築的能量傳遞，具研究之價值。未來可進一步改變液體種類，找出可傳遞效率更佳之液體，使液體光導研究更趨完整。

柒、結論

一、影響臨界高度之因素

1. 理論中只要水位高 $H > 0.648d$ ，但是孔徑小，臨界高度提高，但洞徑過大，臨界高度又下降，與理論差異極大。
2. 在相同水柱高度下，光源頻率對臨界高度並無顯著影響。
3. 水柱垂直高度越高，產生水光導的臨界高度也增高。
4. 臨界高度比理論高原因：容器壁與水柱產生附著力，使水柱逐漸彎曲，入射角變小至全反射現象消失，臨界高度比理論值高。

二、如何產生穩定光導現象

1. 水流水平射程皆與理論值短約 10%~20%，與平拋運動不完全相似，尤其洞徑小且流速慢之流體，較易受壁流現象影響而縮短射程。
2. 水位越高，破裂點的垂直高度越高，水位越低，破裂點越低。
3. 無光導現象可分為：
 - (1)低於臨界高度：無全反射。
 - (2)高於臨界高度：(a)因壁流現象 (b)超過水柱破裂點 (c)距離較遠。

三、光導傳播效率

1. 傳遞距離長，光點變小，雷射光源波長越短，光點越小越集中。
2. 水光導的導光效果易隨距離而快速減小，損耗係數越大。
3. 長波長的紅光有較佳的導光效果，藍光易隨水柱破碎而折射耗散。
4. 損耗係數 α 值非定值，因此，導光率不像固體光纖能量以指數衰減形式，而是以 2 階多項式的模式進行遞減。

捌、參考資料

1. 維基百科－白努力定律

<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E4%BC%AF%E5%8A%AA%E5%88%A9%E5%AE%9A%E5%BE%8B>

2. 高中物理 光學單元，龍騰文化出版

3. 江宗祐、李家愷。抽刀斷水水難流－水柱斷流的探討。第 54 屆全國科展高中物理科。

4. 台灣 wiki－光纖損耗 <http://twwiki.com/wiki/光纖損耗>

5. 譚詠心、洪紘家、吳昇峰。是誰掐斷了水柱。第 53 屆全國科展高中物理科。

【評語】 030111

本實驗利用水柱作為光導，結果清楚簡潔。若能進一步探討水柱的流體特性對光導的影響，則可更凸顯實驗構思的創意。另外，若能聚焦探討的主題，即水柱的光導現象，或水柱的流動穩定性，則更能清楚表達作品的精神。

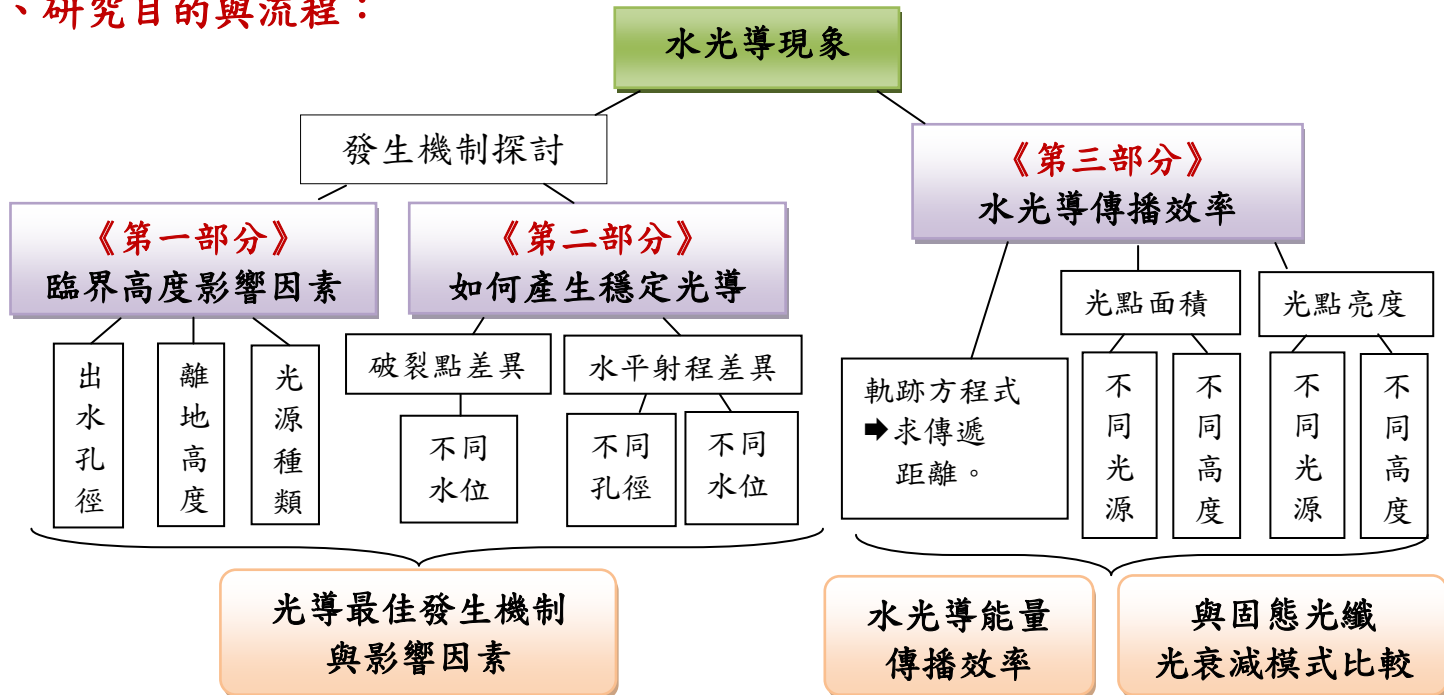
此外，若能充分了解作品中所用的工作原理與方程式，當能更充分表現物理探究的意義。

整體而言，資料與結果具邏輯與清晰性，值得鼓勵。

壹、研究動機：

某天打開 youtube，意外發現雷射光透過水柱，清楚傳遞至水柱下方的影片，我不禁好奇，水柱裡的光為何會轉彎？後來發現此實驗的原理竟然是「光的全反射」！我們猜想，是否水柱就如同固態光纖一般，將能量藉由水流傳至遠端？只要控制水流，是否就能改變光的傳遞方向？水光導的光傳遞效率高嗎？如果能好好控制水流條件，是否能成為一種有用的光線傳輸方式？這一連串的疑問，讓我們開始進一步研究，這項美麗又驚奇的水光導實驗。

貳、研究目的與流程：



參、研究過程及結果討論：

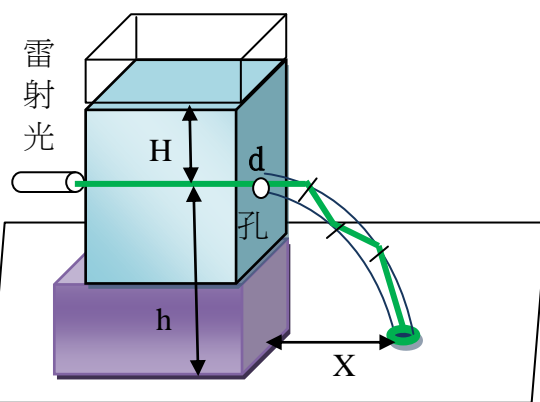
一、臨界高度影響因素

(一) 實驗原理

$$\text{臨界角 } \theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \cong 48.8^\circ$$

$\theta_c > 48.8^\circ$ 才能產生全反射。

$$\text{臨界高度 } H > \frac{(1 - 0.66^2) \cdot 2d}{4 \cdot 0.66^2} = 0.648d$$

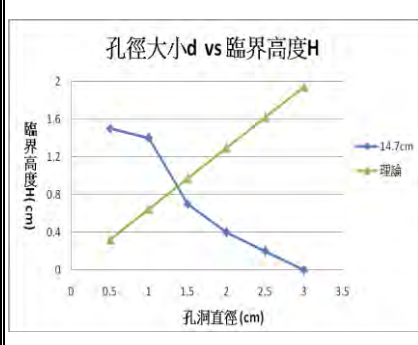


(二) 研究結果與討論

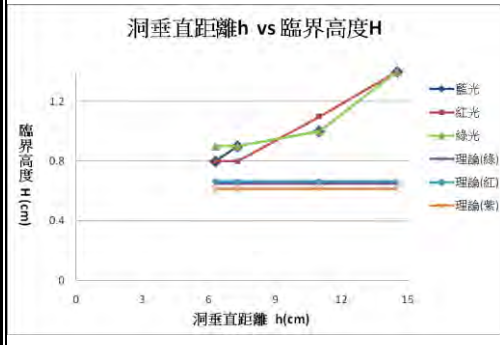
1. 全反射光徑



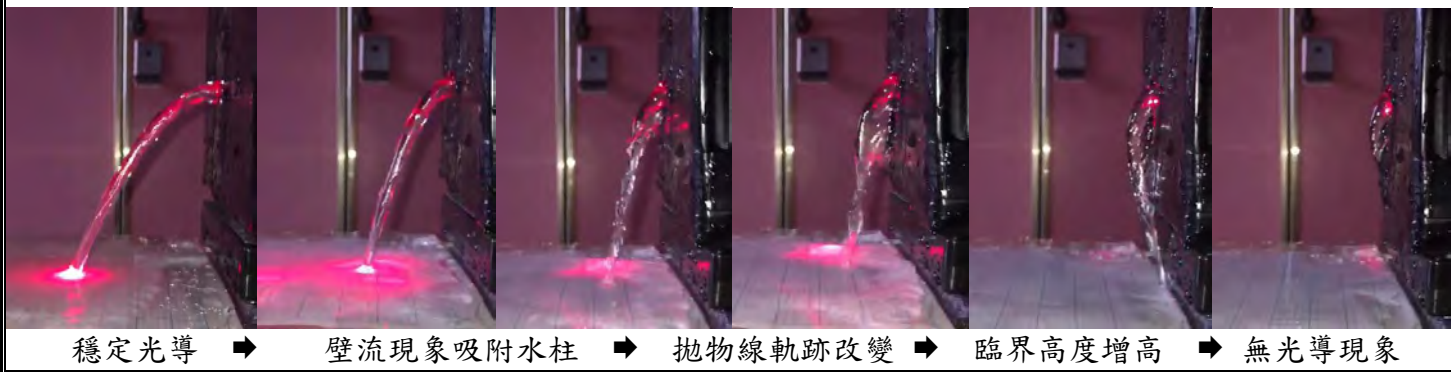
2. 改變孔徑大小



3. 改變垂直距離



4. 水光導消失過程：



1. 理論中水位高 $H > 0.648d$ ，即可發生全反射，可是實驗卻是孔徑小，臨界高度提高，洞徑過大，臨界高度又下降，甚至可接近於 0，與理論有極大差異。
2. 相同水柱高度下，改變不同光源，對臨界高度並無顯著影響。理論中垂直高度不影響臨界高度，但結果顯示，水柱高度越高，臨界高度也增加，三種光源皆有此種結果。
3. 解釋實際臨界高度比理論高，可能原因為：
 - (1) 開始為實心水柱，水位高，流速快，可發生全反射。
 - (2) 當水柱逐漸靠近水槽壁時，容器壁分子與水柱將產生附着力，使水柱漸漸不是拋物線軌跡，接觸面上將提早看不見由水光導所傳遞來的光點，臨界高度提高。

4. 發現：當水位過高時，一開始無明顯光點，當水位降至某一高度，光點才開始出現。
 ⇨可能因水位過高，射程過長，與水柱破裂有關。 ⇨進一步實驗驗證。

二、如何產生穩定光導現象

(一) 實驗原理

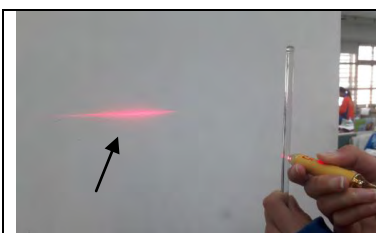
1. 托里切利定律：

$$\text{白努力方程式 } P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g y_1 = \text{const}$$

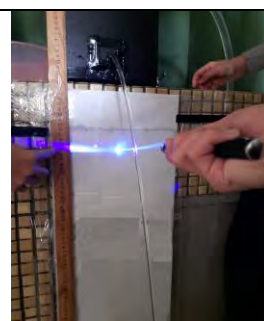
$$\rho g H = \frac{1}{2}\rho V^2 \Rightarrow \text{出口流速 } V = \sqrt{2gH}$$

$$\text{垂直高度 } h \text{ 處水平射程 } x \Rightarrow h = \frac{x^2}{4H}$$

2. 尋找水柱破裂點



圓柱玻璃棒：
 折射後成扇形擴散的平面
 光束，為一水平線。



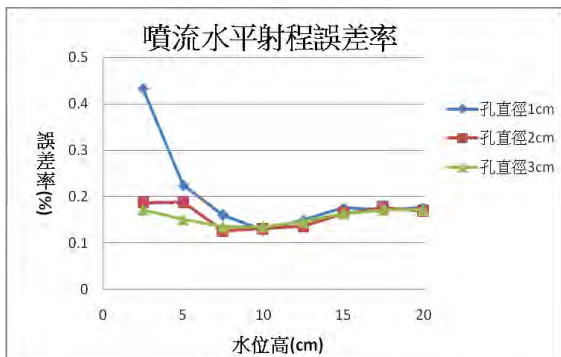
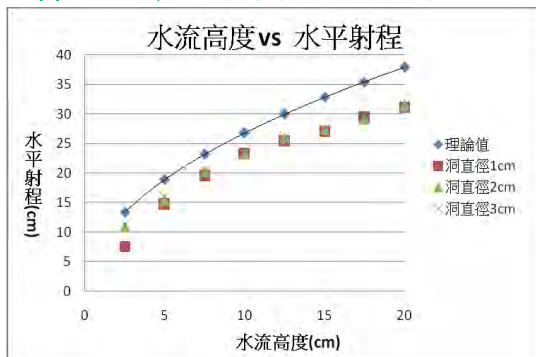
實心水柱



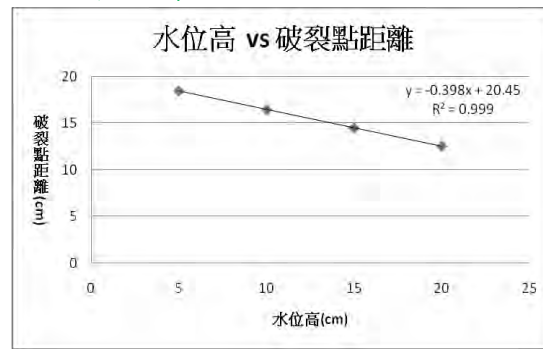
破裂水柱

(二) 研究結果與討論：

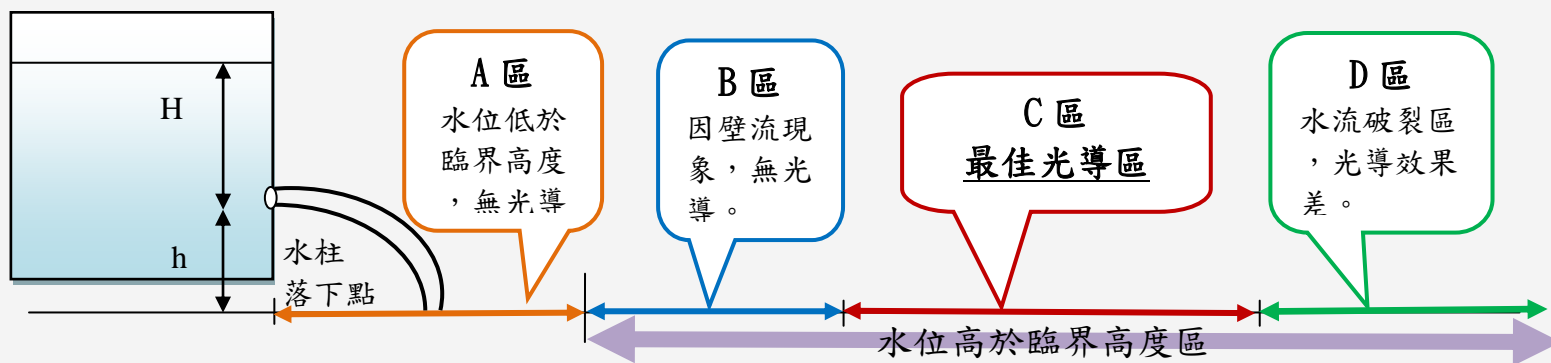
1. 噴流水平射程與理論差異



2. 水柱破裂位置



- 不同洞徑大小其水平射程差距不大，但皆比理論值縮短約 10%~20%，可見水流噴射曲線與平拋運動相似但不完全相同。
- 在低水位時，水平射程甚至有四成多誤差，可見當流速不大時，小口徑流體易受影響，與前述推測受壁面吸引力使射程縮短吻合。
- 當水位越高，破裂點越近洞口，水位越低，破裂點越低。【問題：水位過高開始無光點 ⇨ 推論合理】
- 水光導發生機制歸納：



(1) 低於臨界高度

A 區：此區入射角小於臨界角，無全反射發生，無光導現象。

(2) 高於臨界高度

B 區：水位高於臨界高度，但受牆壁作用力吸引，壁流現象使水柱軌跡向內彎曲，使原本可發生全反射的入射角小於臨界角，光導現象消失。

C 區：水柱穩定不破裂，傳遞距離又不會過遠，有最佳光導效果。

D 區：傳遞距離遠，光易耗散而使導光效果差，或是超過水柱破裂點，光導不明顯，甚至消失。

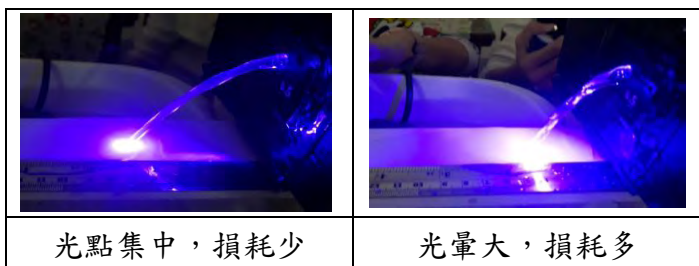
三、光導傳播效率

(一) 實驗原理

1. 光信號在固態光纖中傳播時，其功率隨距離 L 的增加呈指數衰減：

$$P_{out} = P_{in} e^{-\alpha L}$$

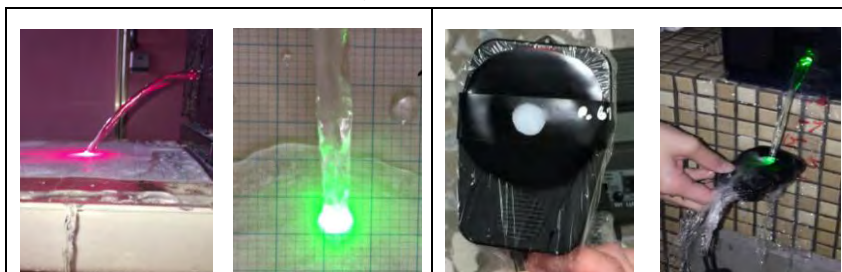
2. 光導傳遞之光能：指中央光點，光暈則視為光能損耗。



光點集中，損耗少

光暈大，損耗多

實驗裝置



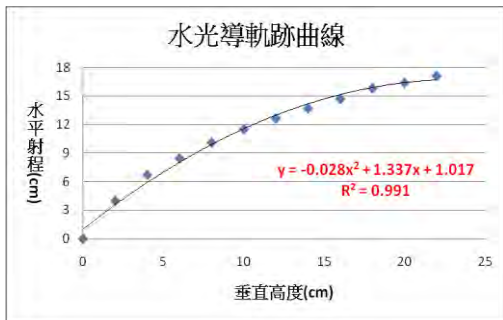
利用方格紙之壓克力板測量光點直徑。

測光區依光點面積改變，其餘封住，測光導各點照度。

(二)研究結果與討論：

1. (1)光導軌跡方程式

垂直高(cm)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
水平射程(cm)	4	6.7	8.5	10.1	11.5	12.6	13.7	14.7	15.8	16.4	17.1



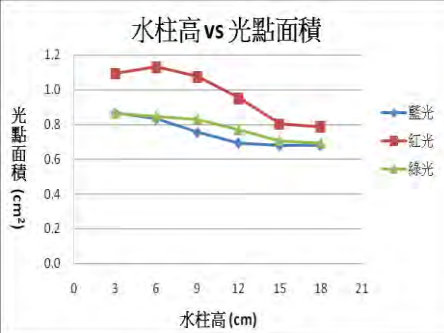
(2)光導傳遞距離

垂直高 h(cm)	3	6	9	12	15	18
水平 X(cm)	4.776	8.031	10.782	13.029	14.772	16.011
傳遞距離(cm)	11.72	18.10	22.66	25.92	28.21	29.73

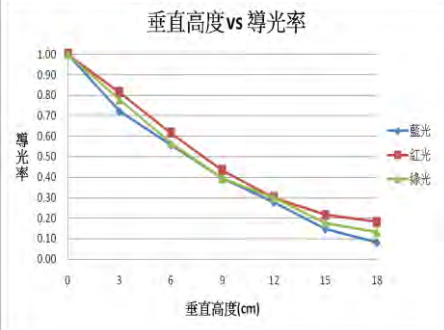
高度(cm)	0	3	6	9	12	15	18
紅光照度	6300	5130	3880	2730	1890	1370	1150
導光率	1.00	0.81	0.62	0.43	0.30	0.22	0.18
綠光照度	30900	24100	17500	12200	9300	5500	4100
導光率	1.00	0.78	0.57	0.39	0.30	0.18	0.13
紫光照度	61	44	34	24	17	9	5
導光率	1.00	0.72	0.56	0.39	0.28	0.15	0.08

2. 光點面積

水柱高(cm)	3	6	9	12	15	18
綠光面積	0.87	0.85	0.83	0.77	0.71	0.69
紅光面積	1.09	1.13	1.07	0.95	0.80	0.79
藍光面積	0.87	0.83	0.75	0.69	0.68	0.68

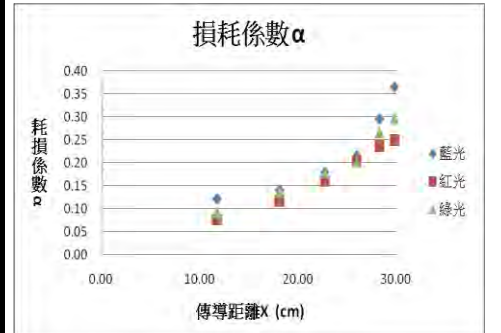


3. 導光率差異

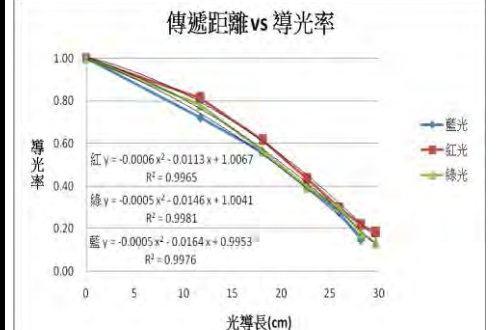


4. 損耗係數 α

X (cm)	11.72	18.10	22.66	25.92	28.21	29.73
紅光	0.076	0.116	0.160	0.202	0.235	0.248
綠光	0.092	0.136	0.178	0.201	0.266	0.295
藍光	0.121	0.140	0.179	0.214	0.295	0.365



5. 導光率與傳播距離關係



1. 水光導軌跡曲線迴歸後可得 $y = -0.028x^2 + 1.337x + 1.017$ ， $R^2 = 0.991$ 。利用對軌跡方程線積分 $\int \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2} dx$ 即得水光導的傳遞距離。
2. 波長越短的雷射光源，光點越小越集中，傳遞距離越長，光點也越小，在短距離時紅光光點面積最大，甚至大於水柱面積。
3. 水位 5cm 高，當垂直高度為 3cm 時，導光率約為 8 成，12cm 時導光率僅剩約 3 成，18cm 時僅剩 1 成多，可見水光導的導光效果易隨距離而快速減小。以長波長的紅光有最好的導光效果。
4. 水光導的損耗係數 α 值，並不像固體光纖為一定值，因此，並不能以 $P_{out} = p_{in}e^{-\alpha L}$ 指數衰減形式進行類比。當傳遞距離越長，損耗係數越大，光能量損耗也越快。三種光源中，以紅光有較佳的導光效果，藍光易隨水柱破碎而折射耗散。
5. 由光導傳遞距離 X 與導光率 y 進行迴歸，可發現三種光源的導光率皆以 2 階多項式的模式進行遞減，可預測光導最大的傳遞距離為何。

伍、結論：

一、影響臨界高度之因素

1. 理論中只要水位高 $H > 0.648d$ ，但是孔徑小，臨界高度提高，洞徑過大，臨界高度又下降，水柱垂直高度越高，臨界高度也增高，與理論差異極大。
2. 在相同水柱高度下，光源頻率對臨界高度並無顯著影響。
3. 臨界高度比理論高原因：容器壁與水柱產生附著力，使水柱逐漸彎曲，入射角變小至全反射現象消失，臨界高度比理論值高。

二、如何產生穩定光導現象

1. 水流水平射程皆與理論值短約 10%~20%，與平拋運動不完全相似，尤其洞徑小且流速慢之流體，較易受壁流現象影響而縮短射程。
2. 水位越高，破裂點的垂直高度越高，水位越低，破裂點越低。
3. 無光導現象原因可分為：
 - (1) 低於臨界高度：無全反射。
 - (2) 高於臨界高度：(a) 因壁流現象 (b) 超過水柱破裂點 (c) 距離較遠。

三、光導傳播效率

1. 傳遞距離長，光點變小，雷射光源波長越短，光點越小越集中。
2. 水光導的導光效果易隨距離而快速減小，損耗係數越大。
3. 長波長的紅光有較佳的導光效果，藍光易隨水柱破碎而折射耗散。
4. 損耗係數 α 值非定值，因此能量不像光纖以指數形式衰減，而是以 2 階多項式的模式進行遞減。
5. 水光導雖不如光纖有導光穩定性，易受水流破裂、壁流現象而使效率變差，但卻為一種光能量傳遞的可用模式，可應用在太陽光傳輸系統或綠建築上，具利用價值。未來將進一步找出光損耗更低之液體，使液體光導研究更趨應用性。